



**PENYELESAIAN PERSAMAAN DIOPHANTINE LINEAR  $N$  VARIABEL  
MENGUNAKAN METODE KETERBAGIAN**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

**Judfy Rokhman**  
**NIM 040210101386**

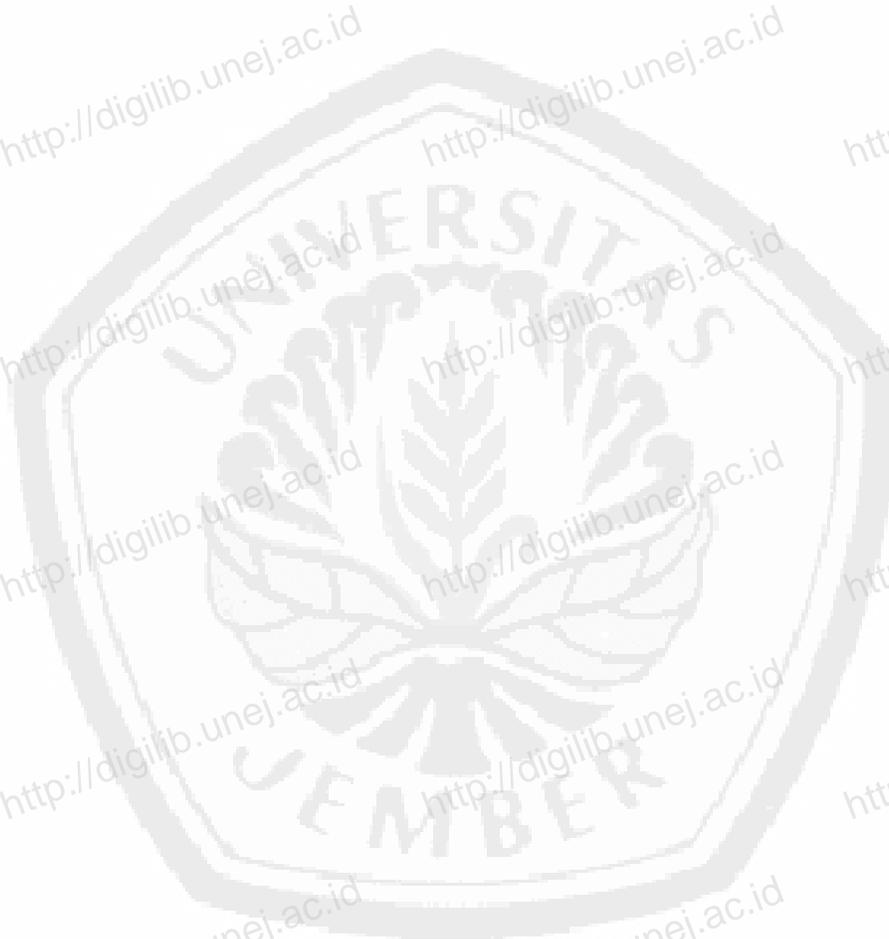
**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2009**

## PERSEMBAHAN

Syukur Alhamdulillah saya panjatkan kehadiran Allah S.W.T yang telah memberikan rahmat, hidayah, serta pertolongan-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "*Penyelesaian Persamaan Diophantine Linear n Variabel Menggunakan Metode Keterbagian*", guna memenuhi tugas akhir kuliah. Dengan segala ketulusan dan kerendahan hati saya persembahkan karya kecil ini sebagai rasa cinta kasih saya kepada:

1. Ayahku H. Anshori (Alm.) dan ibuku Hj. Alfiah As-Saudah yang tanpa henti menyiramkan kasih sayang dan menguraikan do'a untuk setiap langkahku. Tak cukup kata untuk mengibaratkan rasa terima kasihku atas semua itu;
2. Saudara-saudaraku tercinta Sufaiyah (Alm.) dan Lutviana, termasuk juga kakak iparku Fauzan, S.Ag. dan Salman Hadi yang tiada henti-hentinya memberikan semangat dan bantuan finansialnya;
3. Keponakan-keponakanku yang lucu (Imron Rosyadi, Lutvi Syaifur Rizal, dan Luluk Khoiriyah), canda, tawa, dan gurau kalian semua adalah semangat dan kebahagiaanku;
4. Keluarga besar nenekku tercinta Hj. Umi Sofiah (Jaelani), beserta keluarga besar H. Ra'is, terima kasih atas untaian do'anya yang tak pernah putus untukku;
5. Adikku Dian Diana Purnamasari, keceriaanmu adalah semangatku. Terima kasih atas perhatian, motivasi, dukungan, dan kesabaran yang tiada henti;
6. Teman-temanku seperjuangan Math '04 (Faiq, Nurul, Ira, Anis, Fuad, Itox, dan lain-lain yang belum disebutkan), beserta teman-teman kost "062" (Om Lysin, Arifin, Munir "thanks komputernya", Mas Usman, Mas Joko, Mas Puput, Arin, Candra, Irul, Arafat, Refi, Angga, serta Mbak 'Erna 'Bu Kost' dan Pak Yuli), kebersamaan, canda, dan gurau kalian semua akan menjadi kenanganku seumur hidup, tiada kalian akupun tiada;

7. Guru-guruku yang terhormat semenjak TK hingga Perguruan Tinggi, atas tinta ilmu yang engkau teteskan kepadaku, pelitamu takkan padam walau di tengah badai sekalipun;
8. Almamater yang kubanggakan.



## MOTTO

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ ۗ

Artinya: "Niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat"  
(QS. Al-Mujaadilah: 11).

قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ إِنَّمَا

يَتَذَكَّرُ أُولُو الْأَلْبَابِ

Artinya: Katakanlah: "Adakah sama orang-orang yang mengetahui dengan orang-orang yang tidak mengetahui?" Sesungguhnya orang yang berakallah yang dapat menerima pelajaran.  
(QS. Az-Zumar: 9)

**Yang penting bukanlah apakah kita terjatuh,  
tetapi apakah kita bangun kembali setelah terjatuh.**

**(Vince Lombardi)**

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Judfy Rokhman

NIM : 040210101386

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “*Penyelesaian Persamaan Diophantine Linear n Variabel Menggunakan Metode Keterbagian*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 15 Januari 2009

Yang menyatakan,

Judfy Rokhman  
NIM 040210101386

## HALAMAN PENGAJUAN

### **PENYELESAIAN PERSAMAAN DIOPHANTINE LINEAR $N$ VARIABEL MENGUNAKAN METODE KETERBAGIAN**

#### SKRIPSI

Diajukan guna Memenuhi Syarat untuk Menyelesaikan Program Pendidikan Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Judfy Rokhman  
NIM : 040210101386  
Jurusan : Pendidikan MIPA  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Angkatan Tahun : 2004  
Daerah Asal : Probolinggo  
Tempat, Tanggal Lahir : Probolinggo, 05 Januari 1985

Disetujui

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Slamain, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP 131 975 305

Drs. Antonius C. P., M.App.Sc  
NIP 132 046 352

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “*Penyelesaian Persamaan Diophantine Linear  $n$  Variabel Menggunakan Metode Keterbagian*” telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 15 Januari 2009

Tempat : Gedung III FKIP Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Didik Sugeng P., M.S  
NIP 132 049 490

Drs. Antonius C. P., M.App.Sc  
NIP 132 046 352

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP 131 975 305

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D  
NIP 132 052 409

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,

Drs. H. Imam Muchtar, SH., M.Hum  
NIP 130 810 936

## RINGKASAN

### **Penyelesaian Persamaan Diophantine Linear $n$ Variabel Menggunakan Metode**

**Keterbagian:** Judfy Rokhman, 040210101386; 88 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Diberikan persamaan  $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b$ , dengan  $a_i, b \in \mathbb{Z}$ , dan  $a_i \neq 0$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . Jika persamaan tersebut memiliki penyelesaian himpunan bilangan bulat  $x_1, x_2, \dots, x_n$  maka persamaan tersebut adalah persamaan Diophantine linear  $n$  variabel. Persamaan Diophantine linear  $n$  variabel  $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b$  memiliki penyelesaian jika dan hanya jika  $d \mid b$ , dimana  $d$  adalah pembagi sekutu terbesar dari  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ . Pada skripsi ini dibahas penyelesaian persamaan Diophantine linear  $n$  variabel menggunakan metode keterbagian yang kemudian diaplikasikan dalam pembuatan algoritma dan pemrograman dalam bahasa MATLAB. Pada awal proses penyelesaian persamaan Diophantine linear  $n$  variabel menggunakan metode keterbagian dilakukan transformasi linear yang bertujuan untuk mereduksi persamaan Diophantine  $n$  variabel menjadi suatu persamaan Diophantine 2 variabel, sehingga himpunan semua penyelesaian persamaan Diophantine linear  $n$  variabel didapatkan dalam bentuk satu parameter.

Penggunaan bahasa MATLAB dalam penelitian ini dikarenakan program MATLAB memiliki fasilitas yang memudahkan peneliti dalam mengimplementasikan algoritma dari metode keterbagian yang banyak menggunakan operasi aljabar. Algoritma dari metode keterbagian dalam menyelesaikan persamaan Diophantine linear  $n$  variabel telah ditulis dalam bahasa MATLAB dan dapat dieksekusi dengan baik. Hal ini dikarenakan hasil yang diperoleh dari perhitungan dan eksekusi *programming* tidak terdapat perbedaan yang signifikan.

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah S.W.T atas segala rahmat, nikmat, dan hidayah-Nya, sehingga penulisan skripsi yang berjudul “*Penyelesaian Persamaan Diophantine Linear n Variabel Menggunakan Metode Keterbagian*” dapat terselesaikan dengan baik. Skripsi ini disusun guna memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tentunya tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Dekan FKIP Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember;
4. Drs. Slamun, M.Comp.Sc., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing I dan Drs. Antonius Cahya P., M.App.Sc., selaku Dosen Pembimbing II yang telah bersedia meluangkan waktu, pikiran, dan perhatiannya untuk membimbing dan memberikan pengarahan dalam penyusunan skripsi ini;
5. Seluruh dosen dan karyawan FKIP Universitas Jember;
6. Teman-teman angkatan 2004 dan juga teman-teman kost “062”, terima kasih atas bantuan dan dukungannya;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini tidak lepas dari kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca pada umumnya.

Jember, Januari 2009

Penulis

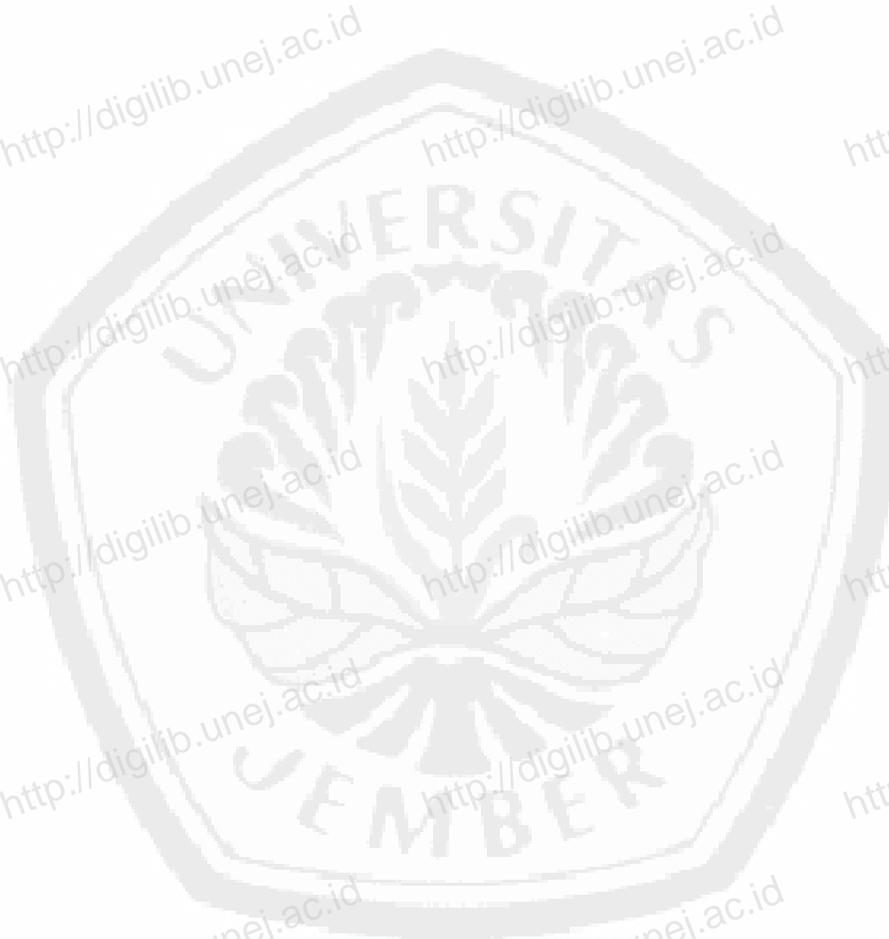
## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	iv
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b> .....	vi
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vii
<b>RINGKASAN</b> .....	viii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiii
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xiv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	2
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	3
<b>1.4 Tujuan Penelitian</b> .....	3
<b>1.5 Manfaat Penelitian</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	4
<b>2.1 Prinsip Terurut Rapi (<i>Well-Ordering Principle</i>)</b> .....	4
<b>2.2 Keterbagian Bilangan Bulat (<i>Integer Divisibility</i>)</b> .....	4
<b>2.3 Pembagi Sekutu Terbesar (<i>Greatest Common Divisor</i>)</b> .....	9
<b>2.4 Pemetaan</b> .....	20
<b>2.5 Matriks</b> .....	23
<b>2.6 Prinsip Induksi Matematika</b> .....	35
<b>2.7 Persamaan Diophantine Linear</b> .....	36

<b>2.8 Transformasi Linear</b> .....	40
<b>2.9 Algoritma dan Pemograman dalam Bahasa MATLAB</b> .....	43
2.9.1 Algoritma .....	43
2.9.2 Pemograman dalam Bahasa MATLAB .....	44
<b>BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	46
<b>3.1 Metode Penelitian</b> .....	46
<b>3.2 Rancangan Penelitian</b> .....	46
<b>3.3 Definisi Operasional</b> .....	47
<b>BAB 4. PEMBAHASAN</b> .....	49
<b>4.1 Tahap Pereduksian Ke-1</b> .....	49
<b>4.2 Tahap Pereduksian Ke-2</b> .....	50
<b>4.3 Tahap Pereduksian Ke-<math>i</math></b> .....	51
<b>4.4 Tahap Pereduksian Ke-<math>(n - 2)</math></b> .....	59
<b>4.5 Contoh Penyelesaian Persamaan Diophantine Linear <math>n</math> Variabel</b> <b>Menggunakan Metode Keterbagian</b> .....	62
<b>4.6 Pola Algoritma dan Pemograman Metode Keterbagian dalam</b> <b>Bahasa MATLAB serta Contoh Eksekusi Program</b> .....	68
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b> .....	85
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	85
<b>5.2 Saran</b> .....	86
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	87
<b>LAMPIRAN</b> .....	89

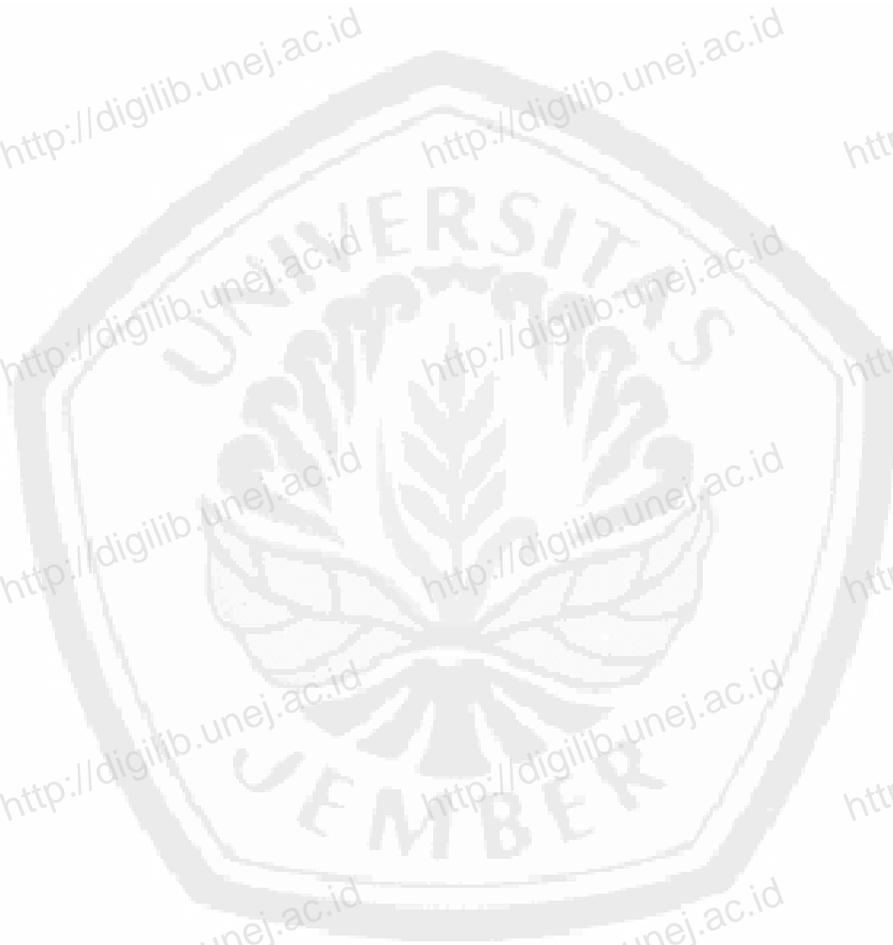
**DAFTAR GAMBAR**

	Halaman
2.1 Lembar Kerja Program MATLAB.....	45



**DAFTAR LAMPIRAN**

A. Matriks Penelitian ..... Halaman 89



## DAFTAR SIMBOL

<u>Simbol</u>	<u>Keterangan</u>
$N$	Himpunan bilangan Asli
$Z$	Himpunan bilangan Bulat
$\phi$	Himpunan kosong
$a \in A$	$a$ anggota dari himpunan $A$
$A \subseteq B$	$A$ himpunan bagian dari $B$
$\forall a$	Untuk semua $a$
$\exists a$	Terdapat $a$
$\exists! a$	Terdapat dengan tunggal $a$
$p \ni q$	$p$ sedemikian sehingga $q$
$p \Rightarrow q$	Jika $p$ maka $q$
$ a $	Nilai mutlak dari $a$
$A_{m \times n}$	Matriks $A$ berukuran $m \times n$
$A^t$	Transpos dari matriks $A$
$C_{ij}$	Kofaktor baris ke- $i$ kolom ke- $j$ dari suatu matriks
$M_{ij}$	Minor baris ke- $i$ kolom ke- $j$ dari suatu matriks
$\Delta(A)$	Determinan dari matriks $A$
$\Delta_i$	Determinan dari matriks koefisien pada pereduksian ke- $i$
$Adj(A)$	<i>Adjoin</i> dari matriks $A$
$A^{-1}$	Invers dari matriks $A$
$I_n$	Matriks identitas berukuran $n \times n$
$a \mid b$	$a$ membagi $b$
$a \nmid b$	$a$ tidak membagi $b$
$\langle a, b \rangle$	Pembagi sekutu terbesar dari $a$ dan $b$
$\Lambda_{(u,v)}$	Titik <i>lattice</i> dengan koordinat $(u, v)$ dimana $u, v \in Z$



**PENYELESAIAN PERSAMAAN DIOPHANTINE LINEAR  $N$  VARIABEL  
MENGUNAKAN METODE KETERBAGIAN**

**SKRIPSI**

Oleh:

**Judfy Rokhman**  
**NIM 040210101386**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2009**

