



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTIMAGIC PADA  
GRAF BUKU SEGITIGA**

**SKRIPSI**

Oleh

**Fitriana Eka Chandra**

**NIM 070210101081**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



# **PELABELAN TOTAL SUPER $(a,d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF BUKU SEGITIGA**

## **SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

**Fitriana Eka Chandra**

**NIM: 070210101081**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**

## PERSEMBAHAN

*Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:*

- 1. Ayahanda Wiknyo Sujanarko dan Ibunda tercinta Mas'ad Tjan, serta Adik-adikku Risty dan Vira yang senantiasa memberikan semangat, mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 3. Sahabatku semasa SMA: Rachma, Denis, Novel dan Fifty;*
- 4. Sahabat-sahabatku Yantin Wijayanti, Rachma Widasari, Fitriana, Rezkie Dwi Wahyuni dan Mas Sendy Rahman yang senantiasa membantuku, memberikan semangat dan kebersamaan kita setiap hari adalah kenangan yang termanis;*
- 5. Teman seperjuanganku Ella, Alfin , Yuni, Irra dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;*
- 6. Teman-teman baikku di FKIP Matematika: Yuli Tri I. L.(Tacik), Weindy Pramitha, Inneke Shinta terima kasih atas dorongan semangat selama masa proses penyelesaian skripsiku;*
- 7. Warga Matematika Reguler dan Non Reguler '07 yang berjuang dalam 4 tahun kebersamaan;*
- 8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

## MOTO

"Orang yang bijak selalu memikirkan apa yang salah dari  
dirinya sendiri,  
bukannya memikirkan kesalahan orang lain"

"Demi masa.

Sungguh, manusia dalam kerugian, kecuali mereka yang  
beriman dan melakukan amal kebaikan, saling menasehati  
supaya mengikuti kebenaran, dan saling menasehati supaya  
mengamalkan kesabaran.

(QS. Al-Ashr:1-3)"

"Hari ini harus lebih baik dari hari kemarin dan hari  
esok harus lebih baik dari hari ini"

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Fitriana Eka Chandra

NIM : 070210101081

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2011

Yang menyatakan,

Fitriana Eka Chandra

NIM. 070210101081

# SKRIPSI

## PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF BUKU SEGITIGA

Oleh:  
Fitriana Eka Chandra  
NIM. 070210101081

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
Dosen Pembimbing II : Drs. Slamin, M.Comp., Sc., Ph. D.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada graf Buku Segitiga* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Jumat

tanggal : Juli 2011

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd  
NIP. 19730506 199702 1 001

Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
NIP. 19670420 199201 1 001

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19690928 199302 1 001

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005

## RINGKASAN

**Pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga;** Fitriana Eka Chandra, 070210101091; 2011: 87 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf merupakan salah satu contoh aplikasi matematika. Teori graf telah dapat memberikan kerangka dasar bagi banyak persoalan yang berhubungan dengan struktur dan hubungan antara suatu obyek diskrit dalam bentuk apapun. Salah satu topik yang menarik pada teori graf adalah masalah dalam pelabelan graf. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic (SEATL), dimana  $a$  bobot sisi terkecil dan  $d$  nilai beda, masih banyak jenis graf yang belum diketahui cara pelabelannya, termasuk pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Buku Segitiga. Graf Buku Segitiga yang dinotasikan dengan  $Bt_n$  merupakan famili dari graf Komplek Tripartite. Graf Buku Segitiga yang dinotasikan dengan  $Bt_n$  merupakan graf yang terdiri dari 3 partisi himpunan bagian titik-titik  $V_1, V_2$  dan  $V_3$ , dimana masing-masing himpunan terdiri dari 1, 1, dan  $n$  titik. Gabungan diskonektif graf Buku Segitiga merupakan gabungan saling lepas dari  $m$  duplikat graf Buku Segitiga dan dinotasikan dengan  $mBt_n$ . Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui batas atas  $d$  sehingga graf Buku Segitiga ( $Bt_n$ ) dan gabungan diskonektif graf Buku Segitiga ( $mBt_n$ ) mempunyai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic dan untuk mengetahui pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga dan gabungan diskonektif graf Buku Segitiga. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga ( $Bt_n$ ) dan gabungan diskonektif graf Buku Segitiga ( $mBt_n$ ). Teorema



yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. Lemma 4.1.1

Ada pelabelan titik  $(3,1)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga  $(Bt_n)$ , jika  $n \geq 1$ ;

2. Teorema 4.1.1

Ada pelabelan total super  $(3n + 6, 0)$ -sisi antimagic dan pelabelan total super  $(n + 6, 2)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga  $Bt_n$  untuk  $n \geq 1$ ;

3. Teorema 4.1.2

Suatu graf Buku Segitiga  $(Bt_n)$  mempunyai pelabelan total super  $(2n + 6, 1)$ -sisi antimagic untuk  $n \geq 1$ ;

4. Lemma 4.2.1

Ada pelabelan titik  $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan diskonektif graf Buku Segitiga  $(mBt_n)$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$ , dan  $n \geq 1$ ;

5. Teorema 4.2.1

Ada pelabelan total super  $(\frac{9m+6mn+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic dan pelabelan total super  $(\frac{7m+2mn+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan diskonektif graf Buku Segitiga  $mBt_n$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$ ;

6. Teorema 4.2.2

Suatu gabungan diskonektif graf Buku Segitiga  $(mBt_n)$  mempunyai pelabelan total super  $(4m + 2mn + 2, 1)$ -sisi antimagic jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$ , dan  $n \geq 1$ .

## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic pada Graf Buku Segitiga" ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, Juli 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i	
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii	
HALAMAN MOTO	iii	
HALAMAN PERNYATAAN	iv	
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v	
HALAMAN PENGESAHAN	vi	
RINGKASAN	vii	
PRAKATA	ix	
DAFTAR ISI	xii	
DAFTAR GAMBAR	xv	
DAFTAR LAMPIRAN	xvi	
DAFTAR LAMBANG	xvii	
<b>1</b>	<b>PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1	Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2	Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3	Batasan Masalah . . . . .	4
1.4	Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5	Manfaat Penelitian . . . . .	5
<b>2</b>	<b>TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>6</b>
2.1	Terminologi Dasar Graf . . . . .	6

2.1.1	Definisi Graf . . . . .	6
2.1.2	Jenis-jenis Graf . . . . .	7
2.1.3	Konsep Dasar Graf . . . . .	9
2.2	<b>Aplikasi Graf . . . . .</b>	17
2.3	<b>Graf Khusus . . . . .</b>	22
2.4	<b>Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem . . . . .</b>	27
2.5	<b>Pelabelan Graf . . . . .</b>	28
2.5.1	Fungsi . . . . .	28
2.5.2	Barisan Aritmatika . . . . .	29
2.5.3	Definisi Pelabelan Graf . . . . .	30
2.5.4	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	31
2.5.5	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf Buku Segitiga . . . . .	33
2.6	<b>Hasil-Hasil Pelabelan Total Super <math>(a, d)</math>-Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif . . . . .</b>	35
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>39</b>
3.1	<b>Metode Penelitian . . . . .</b>	39
3.2	<b>Definisi Operasional . . . . .</b>	39
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .	40
3.2.2	Graf Buku Segitiga . . . . .	40
3.2.3	Gabungan Diskonektif Graf Buku Segitiga . . . . .	40
3.3	<b>Teknik Penelitian . . . . .</b>	42
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>45</b>

4.1	<b>Pelabelan Total Super <math>(a, d)</math>-Sisi Antimagic pada Graf Buku Segitiga <math>(Bt_n)</math></b> . . . . .	45
4.1.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Graf Buku Segitiga $(Bt_n)$ . . . . .	45
4.1.2	Batas Atas $d$ Graf Buku Segitiga $(Bt_n)$ . . . . .	47
4.1.3	Bentuk Algoritma Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Buku Segitiga . . . . .	48
4.2	<b>Pelabelan Total Super <math>(a, d)</math>-Sisi Antimagic pada Gabungan Diskonektif Graf Buku Segitiga <math>(mBt_n)</math></b> . . . . .	59
4.2.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan Graf Buku Segitiga $(mBt_n)$ . . . . .	59
4.2.2	Batas Atas $d$ pada Gabungan Graf Buku Segitiga $(mBt_n)$ . . . . .	61
4.2.3	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Gabungan Diskonektif Graf Buku Segitiga $(mBt_n)$ . . . . .	63
4.3	<b>Pembahasan</b> . . . . .	80
5	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>86</b>
5.1	<b>Kesimpulan</b> . . . . .	86
5.2	<b>Saran</b> . . . . .	87
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>88</b>

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Gambar jembatan Konigsberg dan graf jembatan Konigsberg . . .	2
2.1	Contoh graf . . . . .	7
2.2	Contoh multigraph dan pseudograph . . . . .	7
2.3	Contoh graf berarah . . . . .	8
2.4	Contoh graf tak-sederhana . . . . .	9
2.5	Contoh graf tak-berhingga . . . . .	10
2.6	Contoh graf dengan 10 titik . . . . .	10
2.7	Contoh graf regular dengan derajat 3 . . . . .	11
2.8	Contoh graf berarah diregular dan non-diregular . . . . .	12
2.9	Contoh graf . . . . .	13
2.10	Contoh graf Triangle . . . . .	14
2.11	Contoh sebuah graf dan matrik adjacencynya . . . . .	14
2.12	Contoh graf dan subgrafnya . . . . .	15
2.13	Contoh graf terhubung dan tak-terhubung . . . . .	16
2.14	Contoh graf terpotong . . . . .	16
2.15	Contoh gabungan graf . . . . .	17
2.16	Contoh graf dengan lintasan Euler . . . . .	19
2.17	Contoh graf dengan circuit Euler . . . . .	20
2.18	Contoh graf dengan lintasan dan circuit Euler . . . . .	22

2.19 Graf lengkap  $K_5$  . . . . . 23

2.20 Graf lengkap regular berderajat 0, 1, 2 . . . . . 23

2.21 Graf Komplete bipartite  $K_{2,3}$  dan Graf Komplete tripartite  $K_{3,2,3}$  . 24

2.22 Graf Ladder  $L_6$  . . . . . 25

2.23 Graf Bintang  $S_8$  . . . . . 25

2.24 Graf Roda  $W_6$  . . . . . 26

2.25 Graf Matahari  $M_6$  . . . . . 26

2.26 Graf Buku Segitiga  $Bt_5$  . . . . . 27

2.27 (1) fungsi injektif, (2) fungsi surjektif, dan (3) fungsi bijektif . . . . 29

2.28 (a) Pelabelan titik (b) Pelabelan sisi (c) Pelabelan total) . . . . . 31

2.29 Pelabelan titik graf Buku Segitiga . . . . . 34

2.30 Pelabelan titik dan bobot sisi graf Buku Segitiga . . . . . 34

  

3.1 Graf Buku Segitiga  $Bt_n$  . . . . . 41

3.2 Graf Buku Segitiga  $Bt_6$  . . . . . 41

3.3 Graf Buku Segitiga  $2Bt_6$  . . . . . 42

3.4 Diagram alir penelitian . . . . . 44

  

4.1 Jumlah titik dan jumlah sisi pada graf  $Bt_5$  dan  $Bt_8$  . . . . . 46

4.2 Pelabelan titik (3, 1)-sisi antimagic graf  $Bt_7$  beserta bobot sisinya 49

4.3 Pelabelan total super (24, 0)-sisi antimagic pada graf  $Bt_6$  . . . . . 52

4.4 Pelabelan total super (12, 2) pada graf  $Bt_6$  . . . . . 55

4.5 Pelabelan total super (20, 1) pada graf  $Bt_7$  . . . . . 60

4.6 Pelabelan total super (18, 1) pada graf  $Bt_6$  . . . . . 60

4.7	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada $3Bt_5$ . . . . .	62
4.8	Pelabelan titik $(6, 1)$ -sisi antimagic pada graf $3Bt_5$ . . . . .	66
4.9	Pelabelan Total Super $(84, 0)$ -sisi antimagic pada graf $5Bt_4$ . . . . .	70
4.10	Pelabelan Total Super- $(45, 2)$ -EAT pada graf $5Bt_5$ . . . . .	74
4.11	Pelabelan Total Super $(62, 1)$ -EAT pada Graf $5Bt_4$ . . . . .	81
4.12	Pelabelan Total Super $(52, 1)$ -EAT pada Graf $5Bt_3$ . . . . .	82



## DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN . . . . .	90
FORMULIR PENGAJUAN JUDUL DAN PEMBIMBINGAN SKRIPSI . . .	91
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI . . . . .	92

## DAFTAR LAMBANG

$G$	= Graf $G$
$v_n$	= Titik ke- $n$ pada suatu graf
$e_n$	= Sisi ke- $n$ dari suatu graf
$V(G)$	= Himpunan titik pada graf $G$ dan disebut sebagai <i>order</i>
$E(G)$	= Himpunan sisi pada graf $G$ dan disebut sebagai <i>size</i>
$U_n$	= Suku ke- $n$ barisan aritmetika
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super $(a,d)$ -sisi antimagic
$d$	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
$a$	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$Bt_n$	= Lambang untuk graf Buku Segitiga
$mBt_n$	= Lambang untuk gabungan diskonektif $m$ duplikat graf Buku Segitiga
$n$	= jumlah titik pada bagian atas graf Buku Segitiga
$x_i$	= Titik ke- $i$ pada bagian bawah graf $Bt_n$
$y_j$	= Titik ke- $j$ pada bagian atas graf $Bt_n$
$x_i^k$	= Titik ke- $i$ dalam copy ke- $k$ pada bagian bawah graf $mBt_n$
$y_j^k$	= Titik ke- $i$ dalam copy ke- $k$ pada bagian atas graf $mBt_n$
$\alpha_p(x_i)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian bawah graf $Bt_n$
$\alpha_p(y_j)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian atas graf $Bt_n$
$w_{\alpha_p}$	= Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha_p$
$w_{\alpha_p}^l$	= Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik yang mempunyai syarat batas $i, j, k$ yang berbeda untuk setiap $l$
$\alpha_p(x_1x_2)$	= Fungsi bijektif label sisi pada bagian atas graf $Bt_n$
$\alpha_p(x_iy_j)$	= Fungsi bijektif label sisi pada bagian bawah graf $Bt_n$
$W_{\alpha_p}$	= Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total $\alpha_p$
$W^l_{\alpha_p}$	= Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total yang mempunyai syarat batas $i, j, k$ yang berbeda untuk setiap $l$