



**TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN
GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR***

SKRIPSI

Oleh:

FITRIANA
NIM 070210101005

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2011**



**TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN
GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR***

SKRIPSI

*diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan*

Oleh:

FITRIANA
NIM 070210101005

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2011**

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih dan Penyayang serta Nabi Muhammad SAW, saya persembahkan skripsi ini dengan segala cinta dan kasih kepada.

1. Orangtuaku tercinta dan terkasih: Ayahanda Sarmun dan Ibunda Wiwik Susanti yang telah memberikan segenap kasih sayang dan cinta serta doa-doanya yang senantiasa terlantun, yang memberikanku kekuatan agar terus berjuang dalam hidup ini;
2. Saudara-saudaraku: dek Eri, maz Heru, dek Umi dan dek Eni, terima kasih atas canda tawa, teguran, dan semangat-semangatnya, serta mami mucin untuk segala doa-doanya.
3. Kakakku tersayang M. Ali Muhsin, terima kasih atas semangat, dorongan, bantuan, dan terima kasih buat segalanya, buat kesempatan itu;
4. Teman-teman SMA tercintaku, INZAQLI: Melen, Ncuzz, Yentol, Lupi, Mb.Dew, QQ, Bonito, and Ucke, terima kasih untuk canda tawa masa-masa SMA, yang sampai kini masih terngiang di telinga;
5. Sahabat terkonyolku Fitriana Eka C.(Fichan), Antin, Rezkie, dan inne, terimakasih atas kebersamaan, perjuangan, canda tawa, ide-ide gila, dan khayalan-khayalan kita yang kadang juga menjadi inspirasi buatku;
6. Teman sekamarku mbak Nila, untuk semangat-semangat, dukungan, bimbingan, dan dorongannya selama ini;
7. Teman-teman Wisma Pervokma, terima kasih atas kebersamaan dan kekeluargaan selama hampir 4 tahun ini, dan sudah menjadi tetangga yang baik;
8. Teman-teman FKIP math '07, Alfin, yuni, weindy, Ratna, mb.Rini, dll, terimakasih untuk doa, bantuan, dan perjuangan kita selama ini;
9. Guru-guruku sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
10. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

"Hadiah terbesar yang dapat anda berikan kepada sesama adalah cinta dan penerimaan diri seseorang tanpa syarat
(Brian Tracy)"

"Saya telah menemukan rahasia besar bahwa setelah mendaki sebuah bukit besar, seseorang hanya akan menemukan bahwa masih banyak bukit besar untuk didaki
(Nelson Mandela)"

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Fitriana

NIM : 070210101005

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2011

Yang menyatakan,

Fitriana

NIM. 070210101005

PERSETUJUAN

TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR*

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Fitriana
NIM : 070210101005
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun : 2007
Daerah Asal : Madiun
Tempat, Tanggal Lahir : Madiun, 8 Mei 1989

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Slamin, M.CompSc, PhD
NIP. 19670420 199201 1 001

Dr. Hobri, SPd, M.Pd
NIP. 19730506 199702 1 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR*" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jumat

Tanggal : 1 Juli 2011

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Antonius C.P, M.App.Sc
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Hobri,SPd, M.Pd
NIP. 19730506 199702 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamini, M.CompSc, PhD
NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Mengesahkan
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum
NIP. 19540712 198003 1 005

RINGKASAN

Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Graf *Cycle* dan Gabungan Graf *Star* ; Fitriana, 070210110005; 2011: 88 halaman; Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Graf *Cycle* adalah graf G yang setiap titiknya memiliki derajat dua, sehingga jumlah titik dan sisinya sama. Graf *Cycle* dinotasikan dengan C_n , dimana n adalah jumlah titik atau jumlah sisinya dengan $n \geq 3$. Gabungan graf *Cycle* disimbolkan dengan $\bigcup_s C_n$. Graf (*Star*) adalah graf yang terdiri dari n sisi dan $n + 1$ titik, dimana satu titik sebagai titik pusat yang berderajat n dan n titik yang lain sebagai titik akhir atau titik *pendant*, yaitu titik yang berderajat 1. Gabungan graf *Star* disimbolkan dengan $\bigcup_s S_n$. *Total Vertex Irregularity Strength* dari graf G yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ adalah label (nilai bilangan bulat positif) terbesar pada himpunan titik dan sisi dari suatu graf G yang minimum. Dalam penelitian ini akan diinvestigasi pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Cycle* baik yang isomorfis maupun yang non-isomorfis dan gabungan graf *Star* baik yang isomorfis maupun yang non-isomorfis dengan mencari nilai tvs -nya. Permasalahannya adalah bagaimana melabeli graf tersebut sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label adalah yang terkecil dan nilai total titiknya berbeda. Penelitian dibatasi pada gabungan sebanyak s graf *Cycle* C_n yang isomorfis maupun non-isomorfis dan s graf *Star* S_n yang isomorfis dan non-isomorfis. Tujuan penelitian untuk mengetahui nilai *total vertex irregularity strength* (tvs) dalam pelabelan total titik pada gabungan graf *Cycle* dan gabungan graf *Star* baik yang isomorfis maupun yang non-isomorfis. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan graf.

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik yaitu menerapkan teorema yang telah ada yang dapat dijadikan sebagai acuan, dan metode pendeteksian pola, metode ini digunakan untuk mencari pola dan perumusan pada pelabelan total titik irregular pada graf. Untuk menentukan nilai tv_s dari gabungan graf *Cycle* C_n dan gabungan graf *Star* S_n , terlebih dahulu mencari batas bawah dari $tv_s(\bigcup_s C_n)$ dan $tv_s(\bigcup_s S_n)$ dengan menggunakan teorema yang sudah ada, kemudian mencari batas atas dari $tv_s(\bigcup_s C_n)$ dan $tv_s(\bigcup_s S_n)$ dengan menggunakan pelabelan total titik irregular. Langkah terakhir adalah menentukan fungsi $tv_s(\bigcup_s C_n)$ dan $tv_s(\bigcup_s S_n)$ dengan menggunakan batas bawah dan batas atas yang sudah diperoleh.

Penelitian ini menghasilkan beberapa teorema sebagai berikut:

- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Cycle* isomorfis, $tv_s(sC_n) = \lceil \frac{sn+2}{3} \rceil$, untuk $s \geq 1$ dan $n \geq 3$.
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Cycle* non-isomorfis dengan jumlah n yang berurutan, $tv_s(\bigcup_{j=1}^s C_{j+2}) = \lceil \frac{s(s+5)+4}{6} \rceil$, untuk $s \geq 1$ dan $n \geq 3$
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan dua graf *Cycle* non-isomorfis, $tv_s(C_k \cup C_n) = \lceil \frac{n+k+2}{3} \rceil$, untuk $n > k \geq 3$.
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan sebarang graf *Cycle* non-isomorfis, $tv_s(\bigcup_{j=1}^s C_{n_j}) = \lceil \frac{\sum_{j=1}^s n_j + 2}{3} \rceil$, untuk $s \geq 1$ dan $n_j \geq 3$.
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Star* isomorfis, $tv_s(sS_n) = \lceil \frac{sn+1}{2} \rceil$, untuk $s \geq 1$ dan $n \geq 3$.

- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan dua graf *Star* non-isomorfis dengan jumlah n berurutan, $tv_s(S_n \cup S_{n+1}) = n + 1$, untuk $n \geq 3$.
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Star* dan graf *Cycle* dengan jumlah n sama, $tv_s(S_n \cup C_n) = \lceil \frac{2n+1}{3} \rceil$, untuk $n \geq 3$.

Hasil penelitian ini berupa teorema baru yang nantinya bisa digunakan sebagai acuan oleh peneliti lain untuk meneliti total vertex irregularity strength dari gabungan graf-graf khusus yang lain.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Graf *Cycle* dan Gabungan Graf *Star***". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Drs. Slamir, M.CompSc, PhD dan Dr. Hobri, SPd, M.Pd selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini;
3. Seluruh Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember, atas segala bimbingan dan ilmu yang telah diberikan;
4. Seluruh teman-teman Math Education '07 yang selalu hadir dalam setiap kebersamaan selama menjadi mahasiswa;
5. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juli 2011

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PERSEMBAHAN	i
HALAMAN MOTTO	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
RINGKASAN	vi
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR SIMBOL	xviii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	5

1.3	Batasan Masalah	5
1.4	Tujuan Penelitian	6
1.5	Manfaat Penelitian	6
2	TINJAUAN PUSTAKA	8
2.1	Aplikasi Graf	8
2.2	Terminologi Dasar Graf	10
2.3	Graf <i>Cycle</i>	17
2.4	Graf <i>Star</i>	17
2.5	Graf- Graf Khusus	19
2.6	Keisomorfisan Graf	24
2.7	Gabungan Graf	25
2.8	Gabungan Graf <i>Cycle</i> dan Gabungan Graf <i>Star</i>	25
2.9	Pelabelan Graf	26
2.9.1	Fungsi	27
2.9.2	Pelabelan Total Sisi Irregular	29
2.9.3	Pelabelan Total Titik Irregular	30
2.9.4	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf-Graf Khusus	31
2.9.5	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf <i>Cycle</i>	40
2.9.6	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf <i>Star</i>	42
3	METODE PENELITIAN	45

3.1	Metode Penelitian	45
3.2	Definisi Operasional	46
3.3	Rancangan Penelitian	47
3.3.1	Penggabungan Graf <i>Cycle</i> dan Penggabungan Graf <i>Star</i> .	47
3.3.2	Indikator Penelitian	49
3.3.3	Teknik Penelitian	49
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	52
4.1	Hasil	53
4.1.1	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Cycle</i> yang Isomorfis	53
4.1.2	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Cycle</i> yang Non-Isomorfis	55
4.1.3	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Dua Graf <i>Cycle</i> yang Non-Isomorfis	60
4.1.4	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Sebarang Graf <i>Cycle</i>	63
4.1.5	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Star</i> yang Isomorfis	65
4.1.6	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Dua Graf <i>Star</i> Non-Isomorfis yang Berurutan	71
4.1.7	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Cycle</i> dan Graf <i>Star</i>	73

DAFTAR ISI

xiii

4.2 Pembahasan	77
5 KESIMPULAN DAN SARAN	88
5.1 Kesimpulan	88
5.2 Saran	89
DAFTAR PUSTAKA	90

DAFTAR GAMBAR

1.1	Posisi bangku dalam kelas	2
1.2	Contoh sebuah graf	3
1.3	Gabungan dua graf <i>Star</i> $S_6 \cup S_6$	5
2.1	Model graf representasi jembatan Königsberg	8
2.2	Penggambaran jalan raya dengan graf berarah	9
2.3	Contoh graf secara umum	10
2.4	Graf kosong N_7 dan graf G	11
2.5	Graf regular dan graf irregular	12
2.6	Graf dengan dua bandul dan satu titik terisolasi	13
2.7	Contoh jalan, lintasan, dan siklus	14
2.8	Contoh graf G , subgraf G_1 dan subgraf perentang G_2	15
2.9	Contoh graf terhubung G_1 dan graf tak terhubung G_2	15
2.10	Contoh graf terpotong	16
2.11	Graf <i>Cycle</i> C_n	17
2.12	Graf <i>Cycle</i> C_5 dan C_6	18
2.13	Graf <i>Star</i> S_n	18
2.14	Graf <i>Star</i> S_8	19

2.15	Graf P_4 dan P_7	20
2.16	Graf matahari M_5 dan M_6	20
2.17	Graf roda W_4 dan W_6	21
2.18	Graf friendship f_4 dan f_5	21
2.19	Graf lengkap K_5 dan K_6	22
2.20	Graf lengkap $K_{3,4}$	22
2.21	Generalisasi graf Petersen $P(5, 2)$ dan $P(6, 2)$	23
2.22	Graf prisma D_6	24
2.23	keisomorfisan graf	24
2.24	Contoh gabungan dari dua graf	25
2.25	Gabungan graf <i>Cycle</i> dan gabungan graf <i>Star</i>	26
2.26	(1) fungsi injektif, (2) fungsi surjektif, dan (3) fungsi bijektif	28
2.27	pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total	29
2.28	Pelabelan pada graf <i>cycle</i>	30
2.29	Contoh pelabelan total titik irregular	32
2.30	Graf lintasan P_3, P_4 , dan P_7	33
2.31	Graf <i>Cycle</i> C_3, C_7 dan C_{10}	34
2.32	Graf <i>Star</i> S_4 dan S_6	34
2.33	Graf prisma D_3 dan D_4	35
2.34	Pelabelan total titik irregular pada gabungan dua graf prisma D_4	35
2.35	Pelabelan total titik irregular pada graf roda W_4 dan W_5	36

2.36 Pelabelan total titik irreguler pada graf matahari M_6 36

2.37 Pelabelan total titik irreguler pada graf *friendship* f_4 37

2.38 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf Matahari
 sM_n dengan $n = 5$ dan $s = 5$ 38

3.1 Diagram alir penelitian 51

4.1 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle* sC_n
 dengan $n = 8$ dan $s = 1$ 56

4.2 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle* sC_n
 dengan $n = 5$ dan $s = 5$ 57

4.3 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle* Non-
 Isomorfis $\bigcup_{j=1}^s C_{j+2}$ dengan $s = 4$ dan $n = 3, 4, 5, 6$ 60

4.4 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle* Non-
 Isomorfis $C_k \cup C_n$ untuk $k = 5$ dan $n = 8$ 63

4.5 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Sebarang Graf
Cycle $C_5 \cup C_5 \cup C_7 \cup C_8 \cup C_{12}$ 66

4.6 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Sebarang Graf
Cycle $C_9 \cup C_6 \cup C_5 \cup C_7$ 67

4.7 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Star* sS_n
 dengan $n = 8$ dan $s = 1$ 69

4.8 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Star* sS_n de-
 dengan $n = 6$ dan $s = 5$ 70

4.9 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Dua Graf *Star*
 Non-Isomorfis yang Berurutan $S_n \cup S_{n+1}$ dengan $n = 6$ 73

4.10 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf <i>Star</i> dan graf <i>Cycle</i> ($S_n \cup C_n$) dengan $n = 5$	76
4.11 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf <i>Star</i> dan graf <i>Cycle</i> ($S_n \cup C_n$) dengan $n = 8$	76

DAFTAR GAMBAR