



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC PADA
GRAF SEGITIGA BERMUDA**

SKRIPSI

Oleh

Zainul Munawwir

NIM 080210191025

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC PADA
GRAF SEGITIGA BERMUDA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

ZAINUL MUNAWWIR

NIM: 080210191025

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalem kepada:

1. Ayahanda Sumar, Ibunda tercinta Sri Mulyati, dan Adikku Munif Raufi, yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan doa yang tiada henti dalam penulisan skripsi ini;
2. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
4. Inspirasi dan motivasiku, K. Indri Wahyuni, yang selama ini dengan setia mendampingi, memberi semangat, dan selalu sabar menjadi pendengar yang baik di setiap keluh kesahku dalam penyusunan skripsi ini;
5. Teman dan sekaligus guru yang baik, Akhmad Muklis dan Kunti Miladiyah F.A., yang selalu ikhlas menyediakan tempat, tenaga, dan pemikiran selama penyusunan skripsi ini;
6. Teman-teman seperjuangan (Noval A., Ilham S., Fathurrosi) dan angkatan 2008 NR (Night Rider) FKIP Matematika yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan;
7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

"TIDAK ADA HARGA ATAS WAKTU, TETAPI WAKTU SANGAT BERHARGA. MEMILIKI WAKTU TIDAK MENJADIKAN KITA KAYA, TETAPI MENGGUNAKANNYA DENGAN BAIK DAN PENUH KEYAKINAN BAHWA SEMUA PASTI INDAH PADA WAKTUNYA ADALAH SUMBER DARI SEMUA KEKAYAAN" (Mario Teguh)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Zainul Munawwir

NIM : 080210191025

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SEGITIGA BERMUDA adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Februari 2013

Yang menyatakan,

Zainul Munawwir

NIM. 080210191025

PENGAJUAN

PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SEGITIGA BERMUDA

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Zainul Munawwir
NIM : 080210191025
Tempat dan Tanggal Lahir : Situbondo, 28 Januari 1990
Jurusan / Program : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SEGITIGA BERMUDA telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jumat

Tanggal : 18 Januari 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd
NIP.19630616 198802 1 001

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP.19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.
NIP.19680802 199303 1 004

Drs. Slamini, M.CompSc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd.
NIP. 19540501 198303 1 003

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a, d)-sisi Antimagic pada Graf Segitiga Bermuda; Zainul Munawwir, 080210191025; 2012: 137 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pelabelan graf merupakan salah satu topik dalam teori graf. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan graf, salah satunya adalah pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic (SEATL). Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada sebuah graf $G = (V, E)$ adalah pelabelan titik dengan bilangan bulat $1, 2, 3, \dots, p$ dan pelabelan sisi dengan bilangan bulat $f(E) = \{p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + q\}$ dari sebuah graf G dimana orde p adalah banyaknya titik dan size q adalah banyaknya sisi pada graf G . Graf segitiga bermuda adalah sebuah graf baru yang dinotasikan dengan $Btr_{i,4}$ dimana $V = \{x_i, y_i, z_i, x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j}, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4, n \in N, j \in N\}$ dan $E = \{x_i y_i, y_i z_i, x_i z_i, 1 \leq i \leq n + 1\} \cup \{x_i z_{i+1}, z_i y_{i+1}, y_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i x_{i,j}, y_i y_{i,j}, z_i z_{i,j}, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4\} \cup \{x_{i+1} x_{i,j}, y_{i+1} y_{i,j}, z_{i+1} z_{i,j}, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4, n \in N, j \in N\}$. Graf Segitiga Bermuda memiliki orde $p = 15n + 15$ dengan size $q = 30n + 15$ dimana p dan q berturut-turut menyatakan sebagai jumlah titik dan jumlah sisi. Graf $Btr_{i,4}$ dinamakan Graf segitiga Bermuda karena bentuk dasar dari graf tersebut berbentuk bangun segitiga. Selain itu, terdapat garis lengkung yang menghubungkan titik-titik tertentu yang terlihat seakan-akan terpusat pada segitiga terkecil dan menyerupai pusaran air. Alasan tersebutlah yang menyebabkan Graf $Btr_{i,4}$ dinamakan Graf Segitiga Bermuda.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui keberadaan fungsi bijektif pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Segitiga Bermuda. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah pattern recognition (pendeteksian pola) dan deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, yaitu Lemma 2.8.1 (mencari batas atas nilai beda d), Lemma 2.8.2 (membuktikan pelabelan total super $(a, 1)$ -sisi antimagic) dan Teorema

2.8.1 (membuktikan pelabelan total super $(a, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf dalam m copy), kemudian diterapkan dalam pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf $Btr_{i,4}$ dan $mBtr_{i,4}$.

Sesuai dengan tujuan dan hasil dalam penelitian ini, ditemukan beberapa Lemma dan Teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Segitiga Bermuda $Btr_{i,4}$ beserta gabungan saling lepasnya $mBtr_{i,4}$ yaitu:

1. **Lemma 4.5.1** Terdapat pelabelan titik $(7, 1)$ -sisi antimagic pada graf Segitiga Bermuda $Btr_{i,4}$ jika $1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4$ dan $i, j, n \in N$.
2. **Teorema 4.5.1** Terdapat pelabelan total super $(45n + 37, 0)$ -sisi antimagic, $(30n + 30, 1)$ -sisi antimagic, dan $(15n + 23, 2)$ -sisi antimagic pada graf Segitiga Bermuda $Btr_{i,4}$ jika $1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4$ dan $i, j, n \in N$.
3. **Lemma 4.6.1** Terdapat pelabelan titik $(6m - (\frac{m-1}{2}) + 1, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Segitiga Bermuda $(mBtr_{i,4})$ jika m ganjil, $m \geq 3, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4$ dan $i, j, n \in N$.
4. **Teorema 4.6.1** Terdapat pelabelan total super $(45mn + 35m + \frac{m+1}{2} + 1, 0)$ -sisi antimagic, $(30mn + 28m + 2, 1)$ -sisi antimagic, dan $(15mn + 21m + \frac{1-m}{2} + 2, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Segitiga Bermuda $mBtr_{i,4}$ jika m ganjil, $m \geq 3, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4$ dan $i, j, n \in N$.
5. **Teorema 4.6.2** Terdapat pelabelan total super $(30mn+28m+2,1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Segitiga Bermuda $mBtr_{i,4}$ jika $m \geq 2$ dan m genap, $1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4$ dan $i, j, n \in N$.
6. **Masalah Terbuka 4.5.1** Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf Segitiga Bermuda $(mBtr_{i,4})$, dengan $1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq 4$ dan $i, j, n \in N; m$ genap untuk $d = 0$ dan $d = 2$.

Perlu diketahui bahwa lemma atau teorema dalam penelitian ini adalah bukan lemma atau teorema yang *biimplikatif* yaitu teroma yang pembuktiannya

hanya dilakukan satu arah dan tidak bersifat tunggal (berkenaan dengan sifat ketunggalan) melainkan hanya bersifat keberadaan (*existence but not unique*).

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I, Dosen Pembimbing II dan DPA yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Sejarah dan Aplikasi Graf	7
2.2 Terminologi Dasar Graf	15
2.3 Jenis-jenis Graf	20
2.4 Graf Khusus	23
2.5 Graf Segitiga Bermuda (<i>Bermuda Triangel</i>)	27
2.6 Fungsi dan Barisan Aritmatika	29
2.7 Aksioma, Lema, Teorema, Akibat, Dugaan dan Masalah Ter- buka (<i>open problem</i>)	31

DAFTAR ISI

2.8	Pelabelan Graf	32
2.8.1	Definisi Pelabelan Graf	32
2.8.2	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic	33
2.8.3	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic Pada Graf Segitiga Bermuda	38
2.9	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super (a, d)-Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif	39
3	METODE PENELITIAN	44
3.1	Metode Penelitian	44
3.2	Definisi Operasional	44
3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	45
3.2.2	Graf Segitiga Bermuda	45
3.2.3	Gabungan Saling Lepas Graf Segitiga Bermuda	45
3.3	Teknik Penelitian	46
3.4	Observasi Awal	47
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	49
4.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Graf Segitiga Bermuda $(Btr_{i,4})$	49
4.2	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan Graf Segitiga Bermuda $(mBtr_{i,4})$	51
4.3	Batas Atas d Graf Segitiga Bermuda $(Btr_{i,4})$	52
4.4	Batas Atas d pada Gabungan Graf Segitiga Bermuda $(mBtr_{i,4})$	53
4.5	Pelabelan Total Super (a, d)-sisi Antimagic pada Graf Segitiga Bermuda $(Btr_{i,4})$	53
4.6	Pelabelan Total Super (a, d)-sisi Antimagic pada Gabungan Graf Segitiga Bermuda $(mBtr_{i,4})$	66
4.7	Hasil dan Pembahasan	110
5	KESIMPULAN DAN SARAN	130
5.1	Kesimpulan	130
5.2	Saran	130
	DAFTAR PUSTAKA	132

DAFTAR GAMBAR

2.1	Peta Kota Königsberg tahun 1736	7
2.2	Jembatan Königsberg (a) dan graf representasinya (b)	8
2.3	Konstruksi C_2H_5OH	9
2.4	Representasi Graf dari Konstruksi C_2H_5OH	9
2.5	Closed Knight's Tour	11
2.6	Open Knight's Tour	11
2.7	Tampilan labirin Game Pac-Man	12
2.8	Graf representasi dari labirin Game Pac-Man	13
2.9	Perjalanan Tokoh Pac-Man dari vertex 1 ke Vertex 2	14
2.10	Perjalanan Tokoh Pac-Man dari vertex 2 ke Vertex 3	14
2.11	Graf terhubung	16
2.12	Graf kosong dengan 5 buah titik	17
2.13	Graf loop G_3 dan graf sisi rangkap G_4	17
2.14	Graf G_5	18
2.15	Graf terhubung (a) dan graf tak terhubung (b)	19
2.16	Penghapusan sisi pada graf	19
2.17	Penghapusan titik pada graf	20
2.18	G_{11} isomorfis dengan G_{12}	21
2.19	Simple graph (G_{13}), multigraph (G_{14}), pseudograph (G_{15})	22
2.20	Graf berhingga (G_{16}) dan graf tak berhingga (G_{17})	22

DAFTAR GAMBAR

2.21	Graf tak berarah (G18) dan graf berarah (G19)	23
2.22	Graf Komplit	24
2.23	Graf Lingkaran	25
2.24	Graf Bipartisi (a) dan Graf Bipartisi Lengkap (b)	25
2.25	Graf Gunung (<i>Mountain Graph</i>)	26
2.26	Graf Bintang (a) dan Graf Lobster (b)	26
2.27	Graf Tangga (<i>ladder graph</i>)	27
2.28	Graf Segitiga Bermuda (<i>Bermuda Triangel</i>) dimana $a = (i, 1), b = (i, 2), c = (i, 3), d = (i, 4), r = i - 1, i = n + 1$	28
2.29	Fungsi Injektif (a), Fungsi Surjektif (b), dan Fungsi Bijektif (c)	30
2.30	EAVL (<i>Edge Antimagic Vertex Labelling</i>) pada Graf Segitiga Bermuda $Btr_{3,4}$	43
3.1	Diagram alir rancangan penelitian	47
3.2	EAVL $3Btr_{5,4}$	48
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi pada $Btr_{i,4}$	50
4.2	Pelabelan titik (7,1)-sisi antimagic pada $Btr_{5,4}$	56
4.3	Pelabelan total super (217, 0)-sisi antimagic (<i>SEATL</i>) pada $Btr_{5,4}$	59
4.4	Pelabelan total super (83, 2)-sisi antimagic (<i>SEATL</i>) pada $Btr_{5,4}$	61
4.5	Super (150, 1)-EAT pada $Btr_{5,4}$	64
4.6	Pelabelan titik (16, 1)-sisi antimagic m ke-2 pada $3Btr_{5,4}$	71
4.7	Pelabelan titik (29,1)-sisi antimagic pada $5Btr_{5,4}$	76
4.8	Super(648,0)-EAT untuk $3Btr_{5,4}$	83
4.9	Super(1079, 0)-EAT pada $5Btr_{5,4}$	89

DAFTAR GAMBAR

4.10	Super(244,2)-EAT untuk $3Btr_{5,4}$	95
4.11	Super(405,2)-EAT untuk $5Btr_{5,4}$	102
4.12	Super(742,1)-EAT untuk $5Btr_{5,4}$	105
4.13	Super (594, 1)-EAT pada $4Btr_{5,4}$	109

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan dari beberapa pelabelan total super (a, d) -edge anti-magic pada graf disconnected.	39
-----	---	----

DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	= Titik ke- n pada suatu graf
e_n	= Sisi ke- n dari suatu graf
$V(G)$	= Himpunan titik pada graf G dan disebut sebagai <i>order</i>
$E(G)$	= Himpunan sisi pada graf G dan disebut sebagai <i>size</i>
U_n	= Suku ke- n barisan aritmetika
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super (a,d) -sisi antimagic
d	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
a	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$Btr_{i,4}$	= Lambang untuk graf Segitiga Bermuda
$mBtr_{i,4}$	= Lambang untuk gabungan graf Segitiga Bermuda $Btr_{i,4}$
n	= Jumlah <i>expandle (graf yang diperpanjang)</i> dari Graf Segitiga Bermuda
m	= Jumlah copy dari $Btr_{i,4}$
i, j	= index dari titik pada $Btr_{i,4}$
x_i	= Titik ke- i pada bagian puncak segitiga dari $Btr_{i,4}$
y_i	= Titik ke- i pada bagian kiri alas segitiga dari $Btr_{i,4}$
z_i	= Titik ke- j pada bagian kanan alas segitiga dari $Btr_{i,4}$
$x_{i,j}$	= Titik ke- i dan ke- j yang terhubung pada x_i
$y_{i,j}$	= Titik ke- i dan ke- j yang terhubung pada y_i
$z_{i,j}$	= Titik ke- i dan ke- j yang terhubung pada z_i
x_i^k	= Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian puncak segitiga dari gabungan $mBtr_{i,4}$
y_i^k	= Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian kiri alas segitiga dari gabungan $mBtr_{i,4}$

DAFTAR LAMBANG

- z_i^k = Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian kanan alas segitiga dari gabungan $mBtr_{i,4}$
- $x_{i,j}^k$ = Titik ke- i dan ke- j dalam komponen ke- k pada bagian puncak segitiga dari gabungan $mBtr_{i,4}$
- $y_{i,j}^k$ = Titik ke- i dan ke- j dalam komponen ke- k pada bagian kiri alas segitiga dari gabungan $mBtr_{i,4}$
- $z_{i,j}^k$ = Titik ke- i dan ke- j dalam komponen ke- k pada bagian kanan alas segitiga dari gabungan $mBtr_{i,4}$
- p = Indeks dari masing-masing α yang bersesuaian
- α_p = Pelabelan titik dan sisi pada $Btr_{i,4}$ dan $mBtr_{i,4}$
- w_{α_p} = Bobot sisi dari pelabelan titik α_p
- W_{α_p} = Bobot total dari pelabelan total α_p

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN A. MATRIK PENELITIAN	135
LAMPIRAN B. FORMULIR PENGAJUAN JUDUL DAN PEMBIMBING- AN SKRIPSI.	136
LAMPIRAN C. LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI	137