



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF SIPUT**

SKRIPSI

Oleh

Novian Riskiana Dewi

NIM 090210101018

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF SIPUT**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Novian Riskiana Dewi

NIM 090210101018

Dosen Pembimbing 1 : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M. Sc.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ibunda tercinta Hartutiningsih dan Ayahanda Sunaryo, kakak-kakakku tersayang Dedy Setiawan, Gilang Wahyudi, dan Aswin Surya Wiyana yang selalu menjadi penyemangat dalam hidupku, senantiasa memberikan kasih sayang tiada henti, dan butiran do'a kalian yang selalu menemani setiap perjuangan hidupku. Lek Su dan Lek Samsul yang selalu menjadi penasehat setiakku;
2. Teman seperjuangan, Laras, Reni, Iis dan pecinta graf lainnya yang telah bersama-sama mendapatkan ilmu dan pengalaman berharga ;
3. Sahabatku Erica, Shela, Anggun, Atiah, Rio, yang selalu ada di setiap canda tawaku;
4. Teman-teman FKIP Matematika: (mb Ony, mb Ela, mb Alfin, mb Yuni, mb Kunti, mb Devi, mz Muhklis, Ririt, Lisa, dan Teman-teman angkatan 2009) yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah tak terlupakan;
5. Sahabatku SMA tersayang: (Ziya, Nilam, Shofie, Ela, Putri, Ika, Fitri, Mita, Rizda, Titik) yang selalu ada dalam hatiku;
6. Keluarga Besar "Edeng-Edeng Kost": (mb mega, rara, anggi, amel, fitri, ta'ul, okta dan semuanya) yang telah menjadi keluarga baru, selalu ada cerita dan kenangan lucu dalam setiap kebersamaan kita;
7. Keluarga Jawa 2E03: (mb Ukky, mb Carol, mb Ima, mb Betty, Tyas, Chandra, Mita, Jesica) yang selalu membuat hari-hariku indah;
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

HALAMAN MOTTO

إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا

”Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”

(QS. Alam Nasroh:6)

”Tugas kita bukanlah untuk berhasil. Tugas kita adalah untuk mencoba, karena didalam mencoba itulah kita menemukan dan belajar membangun kesempatan untuk berhasil”

(Mario Teguh)

”Kadang-kadang orang yang tumpul otaknya tetapi tidak berputus asa lebih maju daripada seorang yang cerdas tetapi malas”

(Buya Hamka)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Novian Riskiana Dewi

NIM : 090210101018

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super (a, d) Sisi Antimagic Pada Graf Siput adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Februari 2013

Yang menyatakan,

Novian Riskiana Dewi

NIM. 090210101018

SKRIPSI

PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) – SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SIPUT

Oleh

Novian Riskiana Dewi

NIM 090210101018

Dosen Pembimbing 1 : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M. Sc.

PERSETUJUAN

PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SIPUT

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Novian Riskiana Dewi
NIM : 090210101018
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun : 2009
Daerah Asal : Banyuwangi
Tempat, Tanggal Lahir : Banyuwangi, 24 November 1990

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Pelabelan Total Super (a, d) - Sisi Antimagic Pada Graf Siput" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jum'at

Tanggal : 22 Februari 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd

NIP.19630616 198802 1 001

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc

NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota 2,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP.19680802 199303 1 004

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si

NIP.19581209 198603 1 003

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a, d) Sisi Antimagic Pada Graf Siput : Novian Riskiana Dewi, 090210101018: 2013, 114 Halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedláček (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Hingga saat ini pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sektor sistem komunikasi dan transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan pemancar frekuensi radio. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic (SEAT), dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda. Pelabelan ini diperkenalkan oleh Simanjutak, Bertault dan Miller pada tahun 2000 (Dafik, 2007:19). Pada graf konektif telah banyak ditemukan pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic sedangkan pada graf diskonektif, hanya sedikit famili graf yang diketahui mempunyai pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic.

Salah satu jenis graf yaitu Graf Siput. Graf ini merupakan salah satu contoh graf *well – defined*, yang dinotasikan dengan S_n adalah salah satu graf yang belum ditemukan pelabelannya sebelumnya. Graf Siput adalah graf yang belum memiliki famili graf. Graf ini dikembangkan dari graf roda (*wheel*). Gabungan diskonektif Graf Siput merupakan gabungan saling lepas pada Graf Siput dan dinotasikan dengan mS_n juga belum ditemukan pelabelannya. Himpunan *vertex*, $V = \{S, N, A, I, L, E, R, Y_i, X_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan *edge*, $E = \{RE, EY_1, Y_iX_i, X_iY_{i+1}, X_nS, SN, NA, AL, IL, LE, LX_i; 1 \leq i \leq n\}$. Gambar 2.21 merupakan contoh *Graf Siput* (S_n). Garis putus-putus menunjukkan bagian yang akan diperbesar sebanyak n .

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan lemma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Siput, baik yang tunggal maupun gabungan saling lepasnya. Dalam penelitian ini, terlebih

dahulu akan ditentukan nilai beda (d) pada Graf Siput, selanjutnya nilai d tersebut diterapkan dalam pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Siput. Jika terdapat pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic, maka akan dirumuskan bagaimana pola pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Siput tersebut dengan menggunakan metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) untuk menentukan pola umumnya. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf S_n dan mS_n . Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lema 4.2.1** *Ada pelabelan titik $(9, 1)$ -sisi antimagic pada graf Siput S_n jika $n \geq 1$.*
2. **Teorema 4.2.1** *Ada pelabelan total super $(6n + 20, 0)$ dan $(3n + 14, 2)$ -sisi antimagic pada graf Siput S_n jika $n \geq 1$.*
3. **Teorema 4.2.2** *Ada pelabelan total super $(\frac{9n+34}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada graf Siput (S_n) untuk $n \geq 1$.*
4. **Lema 4.4.1** *Ada pelabelan titik $(\frac{2mn+9m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Siput mS_n jika m ganjil, $m \geq 3$, $n \geq 1$.*
5. **Teorema 4.4.1** *Ada pelabelan total super $(\frac{12mn+37m+3}{2}, 0)$ dan $(\frac{6mn+23m+3}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Siput mS_n jika $m \geq 3$, $n \geq 1$.*
6. **Teorema 4.4.2** *Ada pelabelan total super $(\frac{9mn+30m+4}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Siput mS_n jika $m \geq 3$, $n \geq 1$.*

Dari kajian diatas ada beberapa batasan m dan n yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 4.5.1** *Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada S_n , dengan $1 \leq i \leq n$; $1 \leq k \leq m$; n ganjil untuk $d = 1$.*
2. **Masalah Terbuka 4.5.2** *Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada mS_n , dengan $1 \leq k \leq m$, $1 \leq i \leq n$; $m \geq 3$; n ganjil untuk $d = 1$.*

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super (a, d) Sisi Antimagic Pada Graf Siput. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan S1 pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Komputer Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesainya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Februari 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
Halaman Persembahan	ii
Halaman Motto	iii
Halaman Pernyataan	iv
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
Halaman Pengesahan	vii
Ringkasan	viii
Kata Pengantar	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Terminologi Dasar Graf	6
2.2 Jenis-jenis Graf	10
2.3 Aplikasi Graf	16
2.4 Graf Khusus	19
2.5 Graf Siput	23
2.6 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika	24
2.7 Aksioma, Teorema, Lema, Akibat, Dugaan dan Masalah Terbuka	26
2.8 Pelabelan Graf	27
2.8.1 Definisi Pelabelan Graf	27
2.8.2 Pelabelan Total Super (a, d) -sisi antimagic	28

2.8.3	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Siput	31
2.9	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	32
3	METODE PENELITIAN	35
3.1	Metode Penelitian	35
3.2	Definisi Operasional	35
3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	36
3.2.2	Graf Siput dan Gabungan Saling Lepas Graf Siput	36
3.3	Teknik Penelitian	38
3.4	Observasi	40
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	42
4.1	Graf Siput S_n	42
4.1.1	Batas Atas d graf siput S_n	42
4.1.2	Jumlah Titik dan Sisi pada graf siput S_n	43
4.2	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic pada graf siput S_n	44
4.3	Gabungan graf siput mS_n	58
4.3.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf siput mS_n	58
4.3.2	Batas Atas d gabungan graf siput (mS_n)	59
4.4	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic pada gabungan graf siput mS_n	60
4.5	Hasil dan Pembahasan	85
5	KESIMPULAN DAN SARAN	89
5.1	Kesimpulan	89
5.2	Saran	90
	DAFTAR PUSTAKA	91
	LAMPIRAN-LAMPIRAN	93

DAFTAR GAMBAR

1.1	Visualisasi dan Representasi Jembatan Konigsberg	2
2.1	Graf G_1 dan G_2	7
2.2	Graf G_3	8
2.3	Graf G_{4a} dan G_{4b}	9
2.4	Graf terpotong	10
2.5	Graf G_6, G_7 dan G_8	11
2.6	Graf G_9 dan G_{10}	12
2.7	Graf G_{11} dan G_{12}	13
2.8	Graf G_{13} dan G_{14}	13
2.9	Graf G_{15}, G_{16} dan G_{17}	14
2.10	Graf tak berarah	15
2.11	Gabungan graf G_1 dan G_2	16
2.12	Hasil pewarnaan rute Kereta listrik	17
2.13	Penjadwalan Kedatangan Kereta Listrik dengan Pelabelan Graf .	18
2.14	Graf wheel W_5 dan W_8	19
2.15	Graf Tangga St_3	20
2.16	Graf Gunung	21
2.17	Graf E	21
2.18	Graf Tangga Permata Dl_4	22
2.19	graf tangga tiga-siklus TCL_2	22
2.20	Graf Kelelawar Bat_3	23
2.21	Graf Siput S_n	24
2.22	Graf Siput (S_4)	24
2.23	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . .	25
2.24	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total	28
2.25	Graf Siput (S_4)	31
2.26	Graf Siput (S_4)	32
3.1	Graf Siput S_n	36

3.2	Gabungan Graf Siput $3S_4$	37
3.3	Rancang Penelitian 1	39
3.4	EAVL graf Siput S_4	40
3.5	EAVL gabungan graf Siput $3S_4$	41
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada S_3 dan S_4	44
4.2	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada S_3	47
4.3	SEATL graf siput S_4 dengan $d = 0$	49
4.4	SEATL graf siput S_4 dengan $d = 2$	52
4.5	SEATL graf siput S_6 dengan $d = 1$	56
4.6	Pelabelan titik (54,1)-sisi antimagic pada $5S_4$	66
4.7	SEATL graf siput ($5S_6$) dengan $d = 0$	74
4.8	SEATL graf siput ($5S_6$) dengan $d = 2$	78
4.9	SEATL graf siput ($5S_6$) dengan $d = 1$	84

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf konektif.	32
2.2	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf diskonektif.	33

DAFTAR LAMBANG

- G : Graf atau graf berarah
 $V(G)$: Himpunan titik dari graf berarah G
 $E(G)$: Himpunan sisi berarah dari graf berarah G
 d : Derajat keluar dari graf berarah
 u : Titik pada graf berarah
 uv : Sisi berarah yang dimulai dari u dan berakhir pada v
 S_n : Lambang untuk Graf Siput, dengan n merupakan jumlah titik pada punggung Graf Siput
 mS_n : Lambang untuk gabungan Graf Siput, dengan n merupakan jumlah titik pada punggung Graf Siput dan m merupakan banyaknya copy
 S : Titik pada leher dari Graf Siput
 N : Titik pada kepala dari Graf Siput
 A : Titik pada mulut dari Graf Siput
 I : Titik pada tentakel dari Graf Siput
 L : Titik pada kaki depan dari Graf Siput
 E : Titik pada kaki belakang dari Graf Siput
 R : Titik pada ekor dari Graf Siput
 Y_i : Titik pada badan bawah ke- i dari Graf Siput
 X_i : Titik pada badan atas ke- i dari Graf Siput
 α : Fungsi bijektif pelabelan pada graf Siput tunggal
 α_1 : Fungsi bijektif pelabelan titik pada graf Siput tunggal
 α_2 : Fungsi bijektif pelabelan sisi $d = 0$ pada graf Siput tunggal
 α_3 : Fungsi bijektif pelabelan sisi $d = 2$ pada graf Siput tunggal
 α_4 : Fungsi bijektif pelabelan sisi $d = 1$ pada graf Siput tunggal
 β : Fungsi bijektif pelabelan pada graf Siput tunggal
 β_1 : Fungsi bijektif pelabelan titik pada graf Siput gabungan
 β_2 : Fungsi bijektif pelabelan sisi $d = 0$ pada graf Siput gabungan
 β_3 : Fungsi bijektif pelabelan sisi $d = 2$ pada graf Siput gabungan
 β_4 : Fungsi bijektif pelabelan sisi $d = 1$ pada graf Siput gabungan

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan memajukan daya pikir manusia. Mata pelajaran matematika diberikan kepada semua peserta didik untuk membekali mereka dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mampu bekerjasama (*Salman, 2008*).

Matematika terdiri dari beberapa cabang ilmu, misalnya Logika, Geometri, Aljabar, Statistika, Matematika Aplikasi, Matematika Komputasi, Matematika Ekonomi, Matematika Diskrit, Sain Komputer, dan lain sebagainya. Cabang matematika terkini terkait dengan sains komputer yang cukup terkenal adalah Teori Graf.

Teori graf merupakan topik yang banyak mendapat perhatian saat ini, karena model - model yang ada pada teori graf berguna untuk aplikasi yang luas. Walaupun teori graf berasal dari bidang ilmu matematika namun dalam pengaplikasiannya teori graf dapat dihubungkan dengan berbagai bidang ilmu dalam kehidupan sehari-hari. Sedemikian banyaknya pengaplikasian graf dalam dunia ini, sehingga tidak ada habis-habisnya jika dibahas setiap aplikasi graf, karena setiap bidang ilmu dapat dikaitkan dengan graf seperti masalah jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, ilmu kimia, sosiologi, kartografi dan lain sebagainya. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis.

Teori graf pertama kali ditulis oleh ahli matematika dari Swiss, Leonhard Euler, pada tahun 1736. Euler mencoba memecahkan persoalan jembatan Königsberg. Königsberg sendiri adalah sebuah kota yang terletak di Prusia timur, sekarang bernama Kalinigrad, sebuah kota yang termasuk dalam wilayah Rusia.