



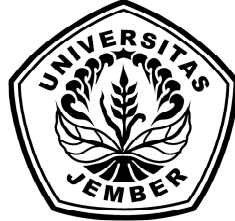
**KONSTRUKSI VAS BUNGA
MELALUI
PENGABUNGAN BEBERAPA BENDA GEOMETRI RUANG**

ARTIKEL ILMIAH

Oleh

**Dani Arinda
NIM 071810101112**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2012**



**KONSTRUKSI VAS BUNGA
MELALUI
PENGGABUNGAN BEBERAPA BENDA GEOMETRI RUANG**

ARTIKEL ILMIAH

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Dani Arinda
NIM 071810101112**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2012**

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Konstruksi Vas Bunga Melalui Penggabungan Beberapa Benda Geometri Ruang" telah diuji dan disahkan pada:

hari :

tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP 196101081986021001

Bagus Juliyanto, S.Si.
NIP 198007022003121001

**KONSTRUKSI VAS BUNGA MELALUI PENGGABUNGAN BEBERAPA
BENDA GEOMETRI RUANG
CONSTRUCTION OF VASE BY THE COMBINING OF SOME
GEOMETRICAL OBJECTS**

Dani Arinda¹, Kusno², Bagus Juliyanto²

¹*Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember*

²*Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember*

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh prosedur untuk mengkonstruksi bentuk vas melalui konstruksi permukaan yang terdefinisi dari bangun – bangun ruang dan mendapatkan bentuk unsur-unsur vas bunga yang memiliki kesimetrian vertikal dan pusat. Metode penelitian ini meliputi desain alas vas bunga, desain bagian utama vas bunga dan desain permukaan vas bunga (desain bagian atas). Hasil penelitian yang diperoleh adalah prosedur mendesain vas bunga dengan unsur-unsur simetris dan bervariasi dengan langkah-langkah sebagai berikut. Pertama, mengkonstruksi alas vas bunga yang terbangun dari poligon segienam beraturan, kurva Hermit, dan teknik interpolasi. Kedua, mengkonstruksi bagian utama vas bunga melalui alas dasar poligon segienam beraturan dan lingkaran. Ketiga, mengkonstruksi permukaan vas bunga melalui alas dasar segitiga dan lingkaran. Selanjutnya untuk langkah terakhir kita lakukan simulasi untuk mendesain vas bunga tersebut dengan bantuan *software Maple 13*.

Kata kunci : vas bunga, tabung, bola, kerucut, kurva Hermit, interpolasi dan poligon segienam beraturan.

ABSTRACT

This study aims to gain a vase design procedure to construct vas shaped by construction from three dimensional surface and to get the element of flower vase shape that has vertical and centre symmetry. Methods of study include design pedestal vase, design of main parts of a flower vase, and the design surface of flower vase (top design). Results obtained are designing procedures vase with symmetric elements, and varied with the following steps. First, construct a pedestal vase that is built up from regular hexagon polygons, curves hermit, and interpolation techniques. Second, to construct the main parts of a flower vase with pedestal base polygon regular hexagon and circle. Third, construct a base surface of the vase of flowers through the base triangle and circle. The next to last step we do a simulation to design a vase of flowers with the help of software maple 13.

Key words: *vase of flower, tube, ball, cune, curve Hermit, interpolation and regular hexagonal polygon*

PENDAHULUAN

Pada umumnya vas bunga banyak digunakan untuk tempat bunga bahan kertas ataupun bunga hidup guna memperindah suasana ruangan. Vas bunga terdiri atas beberapa bagian yaitu bagian alas, bagian utama dan bagian permukaan vas (bagian atas). Bagian-bagian tersebut dapat dibuat semenarik mungkin dengan cara melakukan modelisasi tanpa mengurangi fungsinya. Modelisasi vas bunga diperlukan untuk menambah keindahan dan kenyamanan ruangan.

Keragaman bentuk vas bunga yang telah dibuat, tampilannya banyak terkait dengan kajian geometri yaitu berkenaan dengan perbedaan ukuran, jumlah komponen pembangun benda ataupun bahan dasar bentuk benda geometri yang digunakan. Kebanyakan vas bunga yang telah ada bentuknya masih relatif sederhana, permukaan utama terbangun dari lengkung tunggal dan datar, sehingga tampilannya terlihat kurang menarik, selain itu ukuran vas antara bagian alas, bagian utama, maupun bagian atas permukaan juga belum berimbang, akibatnya bentuk vas bunga tidak simetris dan proposionalnya suatu bangun. Permasalahan pada penelitian ini bagaimana membangun permukaan vas bunga datar, lengkung dan permukaan vas bunga cekung dan cembung. Manfaat yang didapat dari hasil penelitian ini adalah dapat menambah pengetahuan tentang konstruksi vas bunga terhadap produsen, dapat memberikan tampilan yang bervariasi sehingga dapat memberikan pengetahuan bagi konsumen dalam pembelian vas bunga, dan dapat meningkatkan penjualan pengrajin karena daya beli masyarakat semakin meningkat dengan adanya variasi vas bunga.

TINJAUAN PUSTAKA

Penyajian Benda-benda Geometri Bidang

Penyajian Lingkaran dan Elips

Lingkaran adalah himpunan titik-titik di bidang yang berjarak sama dari suatu titik tetap (Hutahea, 1986). Misal suatu lingkaran berpusat di titik $O(0,0)$ dan titik $A(x,y)$ merupakan sebarang titik pada lingkaran maka bentuk persamaan lingkarannya adalah

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r \quad \text{atau} \quad x^2 + y^2 = r^2, \quad (1)$$

dengan r adalah jari-jari lingkaran. Sedangkan lingkaran yang berpusat di $C(h,k)$ dan berjari-jari r memiliki persamaan (Gambar 2.1b)

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r \quad \text{atau} \quad (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2, \quad (2)$$

jika persamaan (2.2) diuraikan maka diperoleh bentuk

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + (h^2 + k^2 - r^2) = 0.$$

Jadi persamaan umum lingkaran dapat ditulis sebagai

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (3)$$

Lingkaran dengan pusat di $(0,0)$ dapat disajikan dalam persamaan parametrik berikut:

$$L(\theta) = \langle r \cos \theta, r \sin \theta \rangle \quad (4)$$

Persamaan parametrik elips dapat disajikan dalam bentuk :

$$E(\theta) = \langle r_1 \cos \theta, r_2 \sin \theta \rangle \quad (5)$$

dengan r_1, r_2 sebagai sumbu-sumbu mayor atau minor elips dengan $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Penyajian Segmen Garis dan Benda-benda Geometri Ruang

Penyajian Segmen Garis

Misal diberikan dua buah titik A dan B merupakan dua titik yang berbeda dengan koordinat masing-masing $A(x_1, y_1, z_1)$ dan $B(x_2, y_2, z_2)$, segmen garis \overline{AB} dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\overline{OP} = t \overline{OB} + (1-t) \overline{OA},$$

dengan $0 \leq t \leq 1$ adalah variabel parameter dan $P \in \overline{AB}$. Oleh sebab itu persamaan parametrik segmen garis dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\langle x, y, z \rangle = t \langle x_2, y_2, z_2 \rangle + (1-t) \langle x_1, y_1, z_1 \rangle \quad (6)$$

dengan $0 \leq t \leq 1$.

Penyajian Bola

Menurut Kusno (2003), bola adalah tempat kedudukan titik-titik dalam ruang yang berjarak sama terhadap titik tertentu. Titik tertentu tersebut dinamakan pusat bola, ruas garis dari pusat ke titik pada pola disebut jari-jari. Semua ruas garis penghubung dua titik pada bola yang melalui pusat disebut diameter (garis tengah).

Persamaan bola dinyatakan dalam bentuk parametrik sebagai berikut:

$$\mathbf{B}(\phi, \theta) = \langle r \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta, r \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta, r \cdot \cos\phi \rangle. \quad (7)$$

dengan $0 \leq \phi, \theta \leq 2\pi$, r adalah suatu konstanta real.

Penyajian Tabung

Tabung dapat dibangun oleh garis lurus yang sejajar dengan garis lurus tertentu (poros) yang bergerak sejajar dengan jarak konstan yang disebut jari-jari (Suryadi, 1986:105). Bentuk persamaan parametrik tabung pada bidang $y = y_1$ dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu Y sebagai berikut:

$$\mathbf{T}(\theta, x) = \langle r \cos\theta + x_1, y, r \sin\theta + z_1 \rangle, \quad (8)$$

dengan $0 \leq \theta \leq 2\pi$ dan $y_1 \leq y \leq y_1 + t$; θ, y adalah parameter dan x_1, y_1, z_1, r adalah suatu konstanta real (Bastian, 2011).

Penyajian Kerucut

Permukaan kerucut (permukaan konik) adalah suatu permukaan yang dibangun oleh suatu garis (disebut generatrik) digerakkan melalui sebuah titik dan menyinggung sepanjang kurva satu arah c dengan kondisi geometrik tertentu (Kusno, 2009). Untuk mendapatkan sebuah kerucut terpancung dengan alas lingkaran $c_1(u) = \langle r \cos u, r \sin u, z \rangle$ dan $c_2(u) = \langle r \cos u, r \sin u, z \rangle$ dengan batasan $0 \leq u \leq 2\pi$ dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$\mathbf{K}(u, v) = (1 - v)c_1(u) + vc_2(u), \quad (9)$$

dengan $0 \leq v \leq 1$.

Penyajian Poligon Segi Enam Beraturan

Poligon adalah himpunan titik-titik $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$ dengan ruas-ruas garis $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \dots, \overline{P_{n-1}P_n}, \overline{P_nP_1}$, sedemikian hingga jika dua sebarang ruas garis berpotongan maka akan mempunyai salah satu titik potong dari titik-titik $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n$ dan tidak ada titik lain (Kusno, 2002). Berdasarkan definisi poligon segi enam beraturan tersebut, jika diketahui titik beratnya $D(0,0,z_1)$ yang terletak pada bidang $z = z_1$ dan jarak titik $D(0,0,z_1)$ ke titik-titik sudut poligon adalah l , maka dapat dibangun poligon segi enam beraturan dengan langkah-langkah berikut:

- Menetapkan titik sudut poligon awal $P_1(0, l, z_1)$.
- Merotasikan titik $P_1(0, l, z_1)$ terhadap titik berat dengan sudut rotasi sebesar sudut pusat poligon yaitu 60° menggunakan formula

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \\ z_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

dan diperoleh titik $P_2(x_2, y_2, z_1)$.

- mempertahankan besar sudut 60° dan arah rotasi, mengulangi langkah (b) untuk merotasikan P_2 ke P_3 dan seterusnya hingga dihasilkan titik $P_2(x_2, y_2, z_1), P_3(x_3, y_3, z_1), \dots, P_6(x_6, y_6, z_1)$.
- Membangun poligon segi enam beraturan dengan cara membuat segmen garis diantara dua buah titik sudut yang saling berdekatan, menggunakan formula (Kusno, 2002)

$$(1 - t)(x_1, y_1, z_1) + t(x_2, y_2, z_2) = (x, y, z), \text{ untuk } t = 6. \quad (11)$$

Penyajian Kurva Hermit

Menurut Kusno (2009), kurva Hermit Kuadratik dapat dinyatakan sebagai berikut (Gambar 2.14):

$$\mathbf{p}(u) = \mathbf{p}(0)K_1(u) + \mathbf{p}(1)K_2(u) + \mathbf{p}''(1)K_3(u) \quad (12)$$

$\mathbf{p}(0)$ menyatakan data titik awal kurva dan $\mathbf{p}(1)$ merupakan titik akhir kurva dimana $0 \leq u \leq 1$. Vektor singgung di $\mathbf{p}(1)$ ditentukan oleh $\mathbf{p}''(1)$.

Interpolasi antar Segmen Garis, Lingkaran dan Elips di Ruang

Untuk membangun permukaan parametrik yang bersifat datar dari hasil interpolasi linier kedua segmen garis tersebut diformulasikan sebagai berikut:

$$\mathbf{S}(u, v) = (1 - v)\mathbf{C}_1(u) + v\mathbf{C}_2(u), \quad (13)$$

dengan $0 \leq u \leq 1$ dan $0 \leq v \leq 1$.

Di lain pihak kita dapat membangun permukaan lengkung hasil interpolasi kurva ruang hasil potongan lingkaran dan elips melalui persamaan berikut:

$$\mathbf{S}(\theta, v) = (1 - v)\mathbf{C}_1(\theta) + v\mathbf{C}_2(\theta) \quad (14)$$

dengan $\mathbf{C}_1(\theta)$ dan $\mathbf{C}_2(\theta)$ merupakan kurva batas ke arah θ permukaan lingkaran atau elips.

METODE PENELITIAN

Permasalahan konstruksi dibagi menjadi tiga bagian yaitu desain alas vas bunga, desain bagian utama dan desain bagian permukaan vas bunga. Untuk lebih jelasnya akan dijelaskan pada uraian dibawah ini.

1. Mendesain alas vas bunga melalui pola datar, pola lengkung horizontal dan pola lengkung vertikal.
2. Mendesain bagian utama vas bunga melalui pola alas dasar terbangun dari segi enam beraturan dan pola alas dasar terbangun dari lingkaran atau elips.
3. Mendesain permukaan vas bunga terbagi dalam dua kelompok yaitu alas dasar lingkaran dan alas dasar segitiga.

4. Menggabungkan beberapa desain dengan tahapan pertama menyusun alas vas bunga, menggabungkan bagian utama, dan menggabungkan permukaan vas bunga.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Desain Vas Bunga

Sehubungan dengan permasalahan di bagian subbab 1.2 ditetapkan semen garis vertikal \overline{AB} dengan tinggi t dimana ($20 \leq t \leq 30$) cm. \overline{AB} dibagi menjadi tiga bagian sub segmen $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$ dan $\overline{P_3P_4}$ masing-masing sebagai bagian alas, bagian utama, bagian atas vas bunga. Dalam hal ini \overline{AB} diambil sebagai sumbu simetri dari vas bunga dan tegak lurus bidang XOY . Selanjutnya dilakukan langkah-langkah seperti dibawah ini.

Desain Alas Vas Bunga

1. Menetapkan titik $K_1(0, l, z_1)$ pada titik berat dengan sudut rotasi sebesar 60° dan diperoleh $K_2(x_2, y_2, z_1)$ membuat segmen garis pada dua titik sudut yang saling berdekatan sehingga terbentuk poligon segi enam beraturan $K_1, K_2, K_3, \dots, K_6$ melalui P_1 tegak lurus $\overline{P_1P_2}$ dengan P_1 sebagai pusatnya dan $\overline{P_1K_1} = r$.
2. Bangun bentuk permukaan tegak lurus alas vas bunga dalam beberapa dasar menurut beberapa prosedur berikut:
 - a) Pola Datar
 - i. Buat segmen garis $\overline{P_2K_i} = \overline{AP_1K_i}$ dengan $i = 1, 2, \dots, 6$.
 - ii. Tarik segmen garis $\overline{K_1K_i}$ dengan $i = 1, 2, \dots, 6$. Selanjutnya interpolasi pasangan-pasangan segmen garis saling sehadap.

b) Pola Lengkung Horizontal

i. Lakukan seperti perlakuan (a.i). Tetapkan titik Q pada $\overline{P_1P_2}$ dengan posisi

$$\frac{1}{4} \leq \lambda \leq \frac{3}{4}.$$

ii. Tarik garis $\overline{K_iQ}$ dan $\overline{K_i'Q}$ untuk $i = 1, 2, \dots, 6$.

iii. Bangun kurva Hermit Kuadratik $H_{2i}(u)$ untuk setiap pasangan (K_i, Q, K_i') untuk $i = 1, 2, \dots, 6$. Kemudian Interpolasikan kurva Hermit pada pola hasil pasangan (b.iii).

c) Pola Lengkung Vertikal

i. Lakukan seperti perlakuan (a.i). Bangun lingkaran atau elips berpusat di P_2 tegak lurus $\overline{P_1P_2}$.

ii. Menetapkan titik pada lingkaran $K_1', K_2', K_3', \dots, K_6'$ secara berurutan dengan titik awal yang sejajar dengan K_1 masing-masing pasangan $\overline{K_1'K_2'}, \overline{K_2'K_3'}, \overline{K_3'K_4'}, \dots, \overline{K_6'K_1}$ membentuk sudut 60° .

iii. Bangun kurva Hermit dari variasi pasangan berikut: $\overline{K_1K_6}, \overline{K_6K_5}, \overline{K_5K_4}, \overline{K_4K_3}, \overline{K_3K_2}$ dan $\overline{K_2K_1}$. Selanjutnya interpolasikan pasangan kurva Hermit pada masing-masing hasil pada langkah (c.ii) dengan (c.iii).

Desain Bagian Utama Vas Bunga

➤ Alas Dasar Terbangun dari Segi Enam Beraturan

Membangun bagian utama dengan alas dasar segi enam beraturan $ABCDEF$ identik dengan $K_1', K_2', K_3', \dots, K_6'$ agar terbentuk bagian utama yang variatif dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membagi daerah segi enam beraturan menjadi beberapa bagian dengan alternatif sebagai berikut:

- a. Membagi daerah segi enam beraturan dalam 3 bagian yaitu dua bidang segitiga $\triangle ABF$ dan $\triangle CDE$ mengapit bidang persegi panjang $BCEF$
 - b. Membagi daerah segi enam beraturan $ABCDEF$ menjadi 6 bagian bidang terhadap titik berat P_2 , atau memodifikasi garis batas P_g ke dalam bentuk kurva hermit atau potongan elips.
2. Mengisi masing-masing potongan bidang dengan benda solid prisma segitiga, dan persegi panjang dengan alternatif sebagai berikut :
- a. Pola Bertingkat Simetris
 - i. Alas dibagi menjadi 3 bagian yaitu $\triangle ABF$ dan $\triangle CDE$ yang mengapit bidang persegi panjang $BCEF$, pada potongan pertama yaitu segitiga $\triangle ABF$.
 - ii. Menentukan titik $A'B'F'$ dengan menggeser $\triangle ABF$ tegak lurus bidang alas dengan ketinggian l satuan .
 - iii. Tarik garis dari titik $\triangle ABF$ ke titik $A'B'F'$ yang ditentukan. Dan gabungkan titik-titik tersebut sehingga terbentuk prisma segitiga dengan ketinggian l satuan.
 - iv. Lakukan langkah ke (iii) untuk $\triangle CDE$ sehingga terbentuk prisma $CDEC'D'E'$.
 - v. Pada potongan bidang persegi panjang prisma segiempat $BCEF$ tentukan empat titik $B''C''E''F''$ dengan ketinggian λ dimana $\frac{1}{4}l \leq \lambda \leq l$ diantara ketinggian prisma segitiga pada masing-masing bidang tegak prisma segitiga yaitu $ABFA'B'F'$ dan $CDEC'D'E'$.

- vi. Gabungkan titik $B''C''F''E''$ dengan $BCEF$. Kemudian interpolasi pasangan-pasangan segmen garis saling sehadap misal $\overline{AA'}$ dengan $\overline{FF'}$.

b. Pola Bertingkat Berjenjang

- i. Lakukan seperti langkah (a i, ii, iii).
- ii. Menentukan empat titik $B''C''F''E''$ dengan cara menggeser tegak lurus bidang alas $BCFE$ pada potongan persegi panjang dengan ketinggian $\frac{1}{2}l$. Kemudian gabungkan titik-titik $BCEF$ dengan $B''C''E''F''$ sehingga terbentuk benda solid persegi panjang.
- iii. Potongan bidang segitiga kedua diambil titik-titik $C''E''D''$ yang sejajar dengan titik-titik pada potongan $\triangle CDE$ tersebut dengan ketinggian $\frac{1}{4}l$ gabungkan titik-titik tersebut sehingga terbentuk benda solid prisma segitiga. Kemudian interpolasi pasangan-pasangan segmen garis saling sehadap misal $\overline{AA'}$ dengan $\overline{BB'}$.

c. Model Pembagian Komponen Bergantian

- i. Membagi daerah alas segi enam beraturan $ABCDEF$ menjadi enam bagian segitiga sama kaki $\triangle ABP_2$, $\triangle BCP_2$, $\triangle CDP_2$, $\triangle DEP_2$, $\triangle EFP_2$, $\triangle FAP_2$.
- ii. Pada satu potongan segi enam beraturan $\triangle FAP_2$ diambil tiga titik F', A', P_3 dengan cara menggeser tegak lurus bidang alas dengan ketinggian s . Gabungkan titik-titik F, A, P_2 dan F', A', P_3 untuk model pada bentuk kerangka prisma segitiga dengan ketinggian s .

iii. Pada $\triangle DEP_2$ dan $\triangle BCP_2$ lakukan seperti langkah (c.ii).

Selanjutnya interpolasi pasangan-pasangan segmen garis saling sehadap pada bagian kerangka prisma.

➤ Alas Dasar Lingkaran atau Elips

1. Membangun bagian utama vas bunga beralaskan lingkaran atau elips dengan alternatif sebagai berikut:
 - a. Konstruksi tabung tanpa keratan;
 - b. Konstruksi tabung didalam keratan bola, keratan hiperboloida, dan keratan paraboloida.
2. Membuat variasi model pada masing-masing bagian utama, yaitu sebagai berikut:
 - a. Model Ventilasi

Model ventilasi ini dibentuk pada model tabung tanpa keratan. Variasi ini dibentuk dengan membangun lubang permukaan tabung berbasis ukuran sudut putar θ untuk jari-jari tabung dalam formula $L(\theta) = \langle r \cos \theta + x_1, r \sin \theta + y_1, z \rangle$ dengan $0 \leq \theta \leq \pi$.

- b. Model Tabung Berjenjang Bertingkat

Model tabung berjenjang bertingkat ini dibentuk dari model tabung didalam keratan bola, keratan hiperboloida, dan keratan paraboloida.

Desain Permukaan Vas Bunga

➤ Alas dasar Lingkaran

Membangun permukaan vas bunga dengan alas dasar lingkaran agar terbentuk bagian permukaan yang variatif dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Model Kurva Batas

1. Menentukan sumbu pusat tabung g melalui pusat lingkaran alas.