



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a,d)$ -SISI ANTIMAGIC  
GRAF TUNAS KELAPA**

**SKRIPSI**

Oleh

**Isnawati Lujeng Lestari**

**NIM 090210101022**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a,d)$ -SISI ANTIMAGIC  
GRAF TUNAS KELAPA**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Isnawati Lujeng Lestari**

**NIM 090210101022**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**

## PERSEMBAHAN

*Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:*

- 1. Bapakku Abdul Samad dan Mamakku Syaf Rosyidah, Mbah , Bude, Pakde, Bibi serta adikku tersayang Iqbal Taufik Rosyadi yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita, Mas Arif dan Teh Lina yang telah memberikan motivasi dengan penuh kasih sayang dan doa.;*
- 2. Kakakku Ahmad Yani, terimakasih telah sabar membimbingku dan semoga kita bisa sukses bersama;*
- 3. Teman-teman FKIP Matematika: (Dewi, yuyun, ira, Rio, Fi'i, Devi, Ana, lisa, mitha dan semuanya) yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah tak terlupakan;*
- 4. Keluarga Besar kosan Jln. Jawa 2 E NO 3: (Mbak Ima, Mbak Uqi, Mbak Beti, Tyas, Mitha, Mbak Cerol, Novian, Yesika, Chandra dan Poly) terimakasih atas kehidupan keluarga yang indah;*
- 5. Teman-teman seperjuanganku, Laras, Novian, Reni, Agrita, Ana, Hilmy, Ayu, Zaenal, dan teman-teman penggiat graf lainnya kalian mengajarkan bahwa perbedaan bukan alasan untuk tidak saling membantu;*
- 6. Keluarga ku UKM MP, terimakasih telah mengajarkanku tentang arti kehidupan dan memberikan kehangatan layaknya keluarga bagiku;*
- 7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

## MOTTO

يَتَأَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا اسْتَعِينُوا بِالصَّبْرِ وَالصَّلَاةِ إِنَّ اللَّهَ مَعَ  
الصَّابِرِينَ ﴿١٥٣﴾

Artinya :”Hai orang-orang yang beriman, Jadikanlah sabar dan Shalatmu sebagai penolongmu, sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar”  
(Al-Baqarah: 153)

” Banyak kegagalan dalam hidup ini dikarenakan orang-orang tidak menyadari betapa dekatnya mereka dengan keberhasilan saat mereka menyerah.”

(Thomas Alva Edison)

”Jangan lihat masa lampau dengan penyesalan; jangan pula lihat masa depan dengan ketakutan; tapi lihatlah sekitar kita dengan penuh kesadaran ”

(James Thurber)

## HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Isnawati Lujeng Lestari

NIM : 090210101022

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Sisi Antimagic Graf Tunas Kelapa adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Februari 2013

Yang menyatakan,

Isnawati Lujeng L.

NIM. 090210101022

# **SKRIPSI**

## **PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC GRAF TUNAS KELAPA**

Oleh

**Isnawati Lujeng Lestari**

**NIM 090210101022**

Dosen Pembimbing 1 : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M. Sc.

## PERSETUJUAN

### PELABELAN TOTAL SUPER (a,d) SISI ANTIMAGIC PADA GRAF TUNAS KELAPA

### SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Isnawati Lujeng Lestari  
NIM : 090210101022  
Jurusan : Pendidikan MIPA  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Angkatan Tahun : 2009  
Daerah Asal : Lampung  
Tempat, Tanggal Lahir : Purajaya, 18 Februari 1991

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super  $(a, d)$  Sisi Antimagic Pada Graf Tunas Kelapa telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 21 Februari 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arika Indah K, S.Si, M.Pd  
NIP.19760502 200604 2 001

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota 2,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP.19680802 199303 1 004

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si  
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd  
NIP. 19540501 198303 1 005



## RINGKASAN

**Pelabelan Total Super  $a, d$ -Sisi Antimagic Pada Graf Tunas Kelapa;** Isnawati Lujeng lestari, 090210101022; 2013: 102 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pelabelan graf akhir-akhir ini mulai banyak mendapat perhatian terutama terapannya dalam jaringan komputer dan keamanan database. Pelabelan pada suatu graf adalah sebarang pemetaan atau fungsi yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan (biasanya bilangan bulat positif). Secara umum, pelabelan graf dapat dibagi dalam tiga kriteria. Jika domain dari pemetaan adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labeling*). Jika domainnya adalah sisi, maka disebut pelabelan sisi (*edge labeling*), dan jika domainnya titik dan sisi, maka disebut pelabelan total (*total labeling*).

Graf tunas kelapa ini merupakan salah satu contoh graf (*Well-Defined*) yang belum ditemukan pelabelannya sebelumnya. Graf ini dinotasikan dengan  $CR_{n,m}$  dimana  $V(CR_{n,m}) = \{x_i, y_j, z; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\}$  dan  $E(CR_n) = \{x_n x_i; i = 1\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{x_n y_j; 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq m - 1\} \cup \{x_n z\}$ .

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan lema yang telah ada tentang nilai batas  $d$  dan lema untuk pelabelan graf saat  $d = 1$ , kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf  $CR_{n,m}$  dan  $sCR_{n,m}$  dan metode pendeteksian pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Tunas Kelapa. Hasil penelitian ini berupa lema dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf  $CR_{n,m}$  dan  $sCR_{n,m}$ . Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lema 4.2.1** *Ada pelabelan titik  $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf tunas kelapa  $CR_{n,m}$  jika  $n \geq 3$ ,  $n$  ganjil  $m \geq 2$  dan  $m$  genap.*

2. **Teorema 4.2.1** Ada pelabelan total super  $(\frac{5n+6m+5}{2}, 0)$ ,  $(\frac{3n+2m+7}{2}, 2)$  dan  $(2n + 2m + 3, 1)$ -sisi antimagic pada graf tunas kelapa tunggal  $CR_{n,m}$  untuk  $n \geq 3$ ,  $n$  ganjil  $m \geq 2$  dan  $m$  genap
3. **Lema 4.4.1** Ada pelabelan titik  $(\frac{sn+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf tunas kelapa  $(sCR_{n,m})$  jika  $n \geq 3, n$  ganjil  $m \geq 2$  dan  $m$  genap,  $s \geq 3$  dan  $s$  ganjil.
4. **teorema 4.4.1** Ada pelabelan total super  $(\frac{6sn+4sm+9s+3}{2}, 0)$ ,  $(\frac{3sn+2sm+2s+5}{2}, 2)$  dan  $2sn+2sm+s+2$  -sisi antimagic pada gabungan graf tunas kelapa  $sCR_{n,m}$  jika  $n \geq 3, m \geq 2$  dan  $s$  ganjil,  $s \geq 3$   $m$  genap.

Dari kajian diatas ada beberapa batasan  $s$ ,  $n$  dan  $m$  yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 4.5.1** Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf tunas kelapa  $CR_{n,m}$ , dengan  $n \geq 3$ ;  $n$  dan  $m$  ganjil;  $n \neq m$  untuk  $d = 1$ .
2. **Masalah Terbuka 4.5.2** Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada gabungan graf tunas kelapa  $sCR_{n,m}$ , dengan  $n \geq 3$ ,  $m \geq 2$ ,  $s \geq 2$  dan  $s$  genap untuk  $d = 1$ .

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Sisi Antimagic Graf Tunas Kelapa. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmunya kepadaku;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini bermanfaat dan memberikan motivasi kepada mahasiswa lain untuk melakukan penelitian sejenis.

Jember, Februari 2013

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> . . . . .	i
<b>Halaman Persembahan</b> . . . . .	ii
<b>Halaman Motto</b> . . . . .	iii
<b>Halaman Pernyataan</b> . . . . .	iv
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> . . . . .	vi
<b>Halaman Pengesahan</b> . . . . .	vii
<b>RINGKASAN</b> . . . . .	viii
<b>Kata Pengantar</b> . . . . .	x
<b>DAFTAR ISI</b> . . . . .	xii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> . . . . .	xiv
<b>DAFTAR TABEL</b> . . . . .	xv
<b>DAFTAR LAMBANG</b> . . . . .	xvi
<b>1 PENDAHULUAN</b> . . . . .	1
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	4
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	4
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA</b> . . . . .	5
2.1 Aplikasi Graf . . . . .	5
2.2 Terminologi Dasar Graf . . . . .	12
2.3 Keisomorfisan Graf . . . . .	17
2.4 Jenis - Jenis Graf . . . . .	18
2.5 Gabungan Graf . . . . .	20
2.6 Graf Khusus . . . . .	21
2.7 Graf Tunas Kelapa . . . . .	26
2.8 Pelabelan Graf . . . . .	27
2.8.1 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	28

2.8.2	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Tunas Kelapa . . . . .	31
2.9	Fungsi dan Barisan Aritmatika . . . . .	33
2.10	Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem	35
2.11	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif . . . . .	35
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b> . . . . .	<b>39</b>
3.1	Metode Penelitian . . . . .	39
3.2	Definisi Operasional . . . . .	39
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .	40
3.2.2	Graf Tunas Kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	40
3.2.3	Gabungan Saling Lepas graf tunas kelapa $sCR_{n,m}$ . . . . .	41
3.3	Teknik Penelitian . . . . .	41
3.4	Observasi . . . . .	43
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	<b>46</b>
4.1	Graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	46
4.1.1	Jumlah Titik dan Sisi pada graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	46
4.1.2	Batas Atas $d$ graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	47
4.2	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	48
4.3	Gabungan graf tunas kelapa $sCR_{n,m}$ . . . . .	62
4.3.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf tunas kelapa $sCR_{n,m}$ . . . . .	62
4.3.2	Batas Atas $d$ gabungan graf tunas kelapa $sCR_{n,m}$ . . . . .	63
4.4	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada gabungan graf tunas kelapa $sCR_{n,m}$ . . . . .	64
4.5	Hasil dan Pembahasan . . . . .	80
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	<b>83</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	83
5.2	Saran . . . . .	83
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .	<b>84</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Graf dengan lima <i>verteks</i> dan enam <i>edges</i> . . . . .	5
2.2	Gambaran kota Königsberg . . . . .	6
2.3	Reresentasi graf permasalahan jembatan Königsberg . . . . .	6
2.4	Permainan PAC-MAN . . . . .	7
2.5	Representasi Permainan Pac-Man dalam Graf . . . . .	8
2.6	Lintasan (1,2) . . . . .	9
2.7	Lintasan (19 ke 12) . . . . .	10
2.8	Lintasan (7 ke 1) . . . . .	12
2.9	Contoh graf secara umum . . . . .	13
2.10	Graf kosong $N_9$ . . . . .	13
2.11	Contoh graf dengan lima titik tujuh sisi . . . . .	14
2.12	Contoh graf dengan 2 isolated vertex dan 4 leaf . . . . .	15
2.13	Contoh sebuah graf dengan 6 titik . . . . .	15
2.14	Contoh graf dengan subgrafnya . . . . .	16
2.15	Contoh sebuah graf dengan matrik adjecencynya . . . . .	17
2.16	Keisomorfisan Graf . . . . .	18
2.17	Graf berhingga dan graf tak berhingga . . . . .	19
2.18	Graf tak berarah dan graf berarah . . . . .	19
2.19	Graf sederhana dan graf tak sederhana . . . . .	20
2.20	Contoh gabungan graf . . . . .	21
2.21	Graf Roda $W_8$ . . . . .	21
2.22	Graf Siklus $C_5$ . . . . .	22
2.23	Graf ladder $L_5$ . . . . .	22
2.24	Graf <i>Firecracker</i> . . . . .	23
2.25	Graf $E$ . . . . .	23
2.26	Contoh graf lobster $\mathcal{L}_{4,2,1}$ . . . . .	24
2.27	Graf Diamond Ladder $Dl_4$ . . . . .	24
2.28	Graf Kelelawar $Bat_n$ . . . . .	25
2.29	Graf Gunung . . . . .	25

2.30	Graf tangga tiga siklus . . . . .	26
2.31	graf tunas kelapa $CR_n$ dan $CR_5$ . . . . .	27
2.32	(a) Pelabelan titik (b) pelabelan sisi (c) Pelabelan total . . . . .	28
2.33	graf tunas kelapa $CR_3$ . . . . .	32
2.34	graf tunas kelapa $CR_3$ . . . . .	32
2.35	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . . . .	34
3.1	Graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	40
3.2	Graf tunas kelapa $3CR_{5,4}$ . . . . .	41
3.3	Rancangan Penelitian . . . . .	44
3.4	EAVL graf tunas kelapa $CR_{5,4}$ . . . . .	45
3.5	EAVL graf tunas kelapa $3CR_{5,4}$ . . . . .	45
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada $CR_{3,2}$ dan $CR_{5,4}$ . . . . .	47
4.2	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada $CR_{5,4}$ . . . . .	51
4.3	SEATL graf tunas kelapa $CR_{5,4}$ dengan $d = 0$ . . . . .	53
4.4	SEATL graf tunas kelapa $CR_{5,4}$ dengan $d = 2$ . . . . .	56
4.5	SEATL graf tunas kelapa $CR_{9,8}$ dengan $d = 1$ . . . . .	59
4.6	SEATL graf tunas kelapa $(5CR_{7,6})$ dengan $d = 0$ . . . . .	71
4.7	SEATL graf tunas kelapa $(5CR_{7,6})$ dengan $d = 2$ . . . . .	75
4.8	SEATL graf tunas kelapa $(5CR_{9,8})$ dengan $d = 1$ . . . . .	79

## DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf konektif. . . . .	36
2.2	Ringkasan pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf diskonektif. . . . .	36



## DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf $G$
$G(V, E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$v_n$	=	Titik ke- $n$ pada suatu graf
$e_n$	=	Sisi ke- $n$ dari suatu graf
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf $G$ dan disebut sebagai <i>order</i>
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf $G$ dan disebut sebagai <i>size</i>
$EAVL$	=	<i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	=	<i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super $(a, d)$ -sisi antimagic
$d$	=	Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
$a$	=	Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$CR_{n,m}$	=	Lambang untuk graf tunas kelapa
$CR_{n,m}$	=	Lambang untuk gabungan graf tunas kelapa
$x_i$	=	Titik ke- $i$ pada bagian kelapa $CR_{n,m}$
$y_j$	=	Titik ke- $j$ pada bagian Tunas $CR_{n,m}$
$z$	=	Titik pada bagian akar graf tunas kelapa $CR_{n,m}$
$x_i^k$	=	Titik ke- $i$ dalam komponen ke- $k$ pada bagian kelapa graf $sCR_{n,m}$
$y_j^k$	=	Titik ke- $j$ dalam komponen ke- $k$ pada bagian tunas graf $sCR_{n,m}$
$z^k$	=	Titik dalam komponen ke- $k$ pada bagian akar graf $sCR_{n,m}$
$\alpha$	=	Fungsi bijektif pelabelan titik graf tunas kelapa $CR_{n,m}$
$\beta$	=	Fungsi bijektif pelabelan titik gabungan graf tunas kelapa $CR_{n,m}$
$w_{\alpha_p}$	=	Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha_p$
$w_{\beta_p}$	=	Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha_p$
$W\alpha_p$	=	Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total graf $CR_{n,m}$ $\alpha_p$
$W\beta_p$	=	Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total graf $sCR_{n,m}$ $\alpha_p$