



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE KUTTA ORDER 9
UNTUK MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA
PADA SISTEM KEKEBALAN TUBUH TERHADAP
INFEKSI *MYCOBACTERIUM TUBERCULOSIS***

SKRIPSI

Oleh

**Dewi Anggraeni
NIM 090210101051**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2013**



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE KUTTA ORDER 9
UNTUK MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA
PADA SISTEM KEKEBALAN TUBUH TERHADAP
INFEKSI *MYCOBACTERIUM TUBERCULOSIS***

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh
Dewi Anggraeni
NIM 090210101051

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan suatu kebahagiaan penggalan bait dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

- 1. Ayahanda Sholehudin, Ibundaku yang jauh, Ibu Anisah, dan Nenekku Suwarnis yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya dan cucuran keringat serta doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;*
- 2. Kakakku, Feni Sholehati, tante Yuyun Zuhria dan Farida yang selalu memberiku dukungan, serta adik-adikku, Alfina Oktavianti, dan Safira Citra Mentari yang selalu memberikan senyum dan keceriaan;*
- 3. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Ibu Susi Setiawani S.Si., M.Sc. selaku pembimbing skripsi yang telah memberikan ilmu, bimbingan dan dukungan selama penyelesaian skripsi;*
- 4. Dimas Bagus Ariyanto, yang telah mewarnai hari-hariku, mengukir keceriaan tiada henti, selalu mencurahkan doa, rasa cinta serta motivasi;*
- 5. Sahabatku, Azmy Juhayla, Vaidatul Alya, Deasty Sujius Isnaini, serta teman-teman lainnya angkatan 2009 FKIP Matematika yang senantiasa membantu dan mendukungku, kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan;*
- 6. Teman-teman dan kakak-kakak kosan, mbak Nungki, mbak Lila, apenk, cipi, indah, ari, uyunk, aini, viki, dan yang lainnya yang memberikan kebahagiaan di kosan Kalimantan XIV 20;*
- 7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

MOTTO

"Tanah yang digadaikan bisa kembali dalam keadaan lebih berharga,
tetapi kejujuran yang digadaikan tidak pernah
bisa ditebus kembali."

"Harga kebaikan manusia adalah diukur menurut apa yang telah
dilaksanakan / diperbuatnya.
(Ali Bin Abi Thalib)"

"Kemenangan yang seindah-indahnya dan sesukar-sukarnya yang bisa
direbut oleh manusia ialah menundukan diri sendiri.
(Ibu Kartini)"

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dewi Anggraeni

NIM : 090210101051

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Efektivitas Metode Runge Kutta Order 9 Untuk Menyelesaikan Model Matematika Pada Sistem Kekebalan Tubuh Terhadap Infeksi *Mycobacterium tuberculosis* adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 9 April 2013

Yang menyatakan,

Dewi Anggraeni

NIM. 090210101051

SKRIPSI

**EFEKTIVITAS METODE RUNGE KUTTA ORDER 9 UNTUK
MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA PADA SISTEM
KEKEBALAN TUBUH TERHADAP INFEKSI
*MYCOBACTERIUM TUBERCULOSIS***

Oleh:

Dewi Anggraeni

NIM. 090210101051

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing II : Susi Setiawani, S.Si.,M.Sc

PERSETUJUAN

EFEKTIVITAS METODE RUNGE KUTTA ORDER 9 UNTUK MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA PADA SISTEM KEKEBALAN TUBUH TERHADAP INFEKSI MYCOBACTERIUM TUBERCULOSIS

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Dewi Anggraeni
NIM : 090210101051
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun : 2009
Daerah Asal : Pasuruan
Tempat, Tanggal Lahir : Pasuruan, 24 September 1990

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "EFEKTIVITAS METODE RUNGE KUTTA ORDER 9 UNTUK MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA PADA SISTEM KEKEBALAN TUBUH TERHADAP INFEKSI MYCOBACTERIUM TUBERCULOSIS" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:
hari : Selasa
tanggal : 9 April 2013
tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Slamain, M.Comp.Sc.,Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd.
NIP. 19581209 198303 1 005

RINGKASAN

Efektivitas Metode Runge Kutta Order 9 untuk Menyelesaikan Model Matematika pada Sistem Kekebalan Tubuh terhadap Infeksi *Mycobacterium tuberculosis*; Dewi Anggraeni, 090210101051; 2013; 180 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Penyakit TBC atau yang biasa dikenal Tuberkulosis merupakan suatu penyakit infeksi kronis/menahun dan menular yang disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium tuberculosis* yang dapat menyerang pada siapa saja tanpa memandang usia dan jenis kelamin. Namun sesuai fakta yang ada bahwa penderita penyakit TBC lebih banyak menyerang pada usia produktif. Berdasarkan laporan WHO (*World Health Organization*), disimpulkan bahwa sebanyak 3 juta orang per-tahun meninggal karena penyakit tuberkulosis. Model matematika pada sistem kekebalan tubuh terhadap infeksi Mtb (*Mycobacterium tuberculosis*) telah dikembangkan oleh Friedman, dkk (2008) dengan menggunakan tikus muda dan tikus tua yang terinfeksi Mtb dalam penelitiannya. Model tersebut merupakan sistem persamaan diferensial biasa (PDB) nonlinier order satu yang kompleks sehingga untuk menyelesaikannya memerlukan metode numerik. Penelitian ini menganalisis efektifitas dan efisiensi metode Runge-Kutta Order Sembilan dibandingkan dengan metode Adam Bashforth-Moulton Order Sembilan untuk menyelesaikan sistem PDB pada model tersebut.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh sifat dan formula metode Runge-Kutta Order Sembilan. Runge-Kutta Order Sembilan merupakan metode yang konvergen karena telah diuji dan dibuktikan secara teoritis bahwa metode tersebut memenuhi syarat Lipschitz dan syarat konvergensi. Akibat dari sifat Runge-Kutta Order Sembilan, penelitian ini menghasilkan dua formula metode Runge-Kutta Order Sembilan dengan ketetapan nilai c_1, c_2, \dots, c_9 sama tetapi nilai koefisien matrik berbeda. RK9A merupakan metode Runge-Kutta Order Sembilan dengan tetapan $c_2 = \frac{1}{6}$, $c_3 = \frac{1}{3}$, $c_4 = \frac{1}{3}$, $c_5 = \frac{1}{2}$, $c_6 = \frac{2}{3}$, $c_7 = \frac{2}{3}$, $c_8 = \frac{5}{6}$, $c_9 = 1$ dengan nilai koefisien matrik maksimal yaitu nilai koefisien matrik penuh (terdiri dari

bilangan bukan nol), sedangkan RK9B merupakan metode Runge-Kutta Order sembilan dengan tetapan c sama tetapi nilai koefisien matriknya minimal yaitu nilai koefisien matrik lebih banyak bilangan nol.

Penulis menggunakan *software* MATLAB (*Matrix Laboratory*) untuk menyelesaikan model dengan menggunakan metode Runge-Kutta Order Sembilan dan metode Adam Bashforth-Moulton sebagai pembandingnya. MATLAB yang digunakan adalah MATLAB R2011b dengan *processor* Intel Xeon. Format *programming* yang telah disusun berdasarkan algoritma dieksekusi dan menghasilkan data berupa grafik *error*, jumlah iterasi, dan waktu tempuh. Grafik konvergensi yang dihasilkan menggambarkan bahwa Metode Runge-Kutta Order Sembilan merupakan metode yang konvergen karena *error* yang dihasilkan semakin menurun pada setiap iterasi. Sedangkan grafik lainnya adalah grafik solusi model yang berupa hubungan antara B_E (Bakteri Ekstraseluler), B_I (Bakteri Intraseluler), B_A (Bakteri Teraktivasi), M_A (Makrofag Teraktivasi), M_I (Makrofag terinfeksi), IL-2 (Interleukin 2), IL-10 (Interleukin 10), IL-12 (interleukin 12), IFN- γ (Interferon γ), T_4 (sel T $CD4^+$), dan T_8 (sel T $CD8^+$) terhadap waktu t dalam satuan hari.

Analisis efisiensi dilakukan dengan menetapkan nilai toleransi yaitu 10^{-1} , 10^{-5} , dan 10^{-5} . Hasil eksekusi menghasilkan data berupa grafik konvergensi, jumlah iterasi dan waktu tempuh. Grafik konvergensi yang dihasilkan tidak selalu konsisten, maksudnya *error* yang terjadi tidak selalu mengalami penurunan. Hal tersebut dikarenakan pengaruh nilai parameter yang sudah ditetapkan pada model. Hasil eksekusi menunjukkan bahwa semakin kecil nilai toleransi yang ditentukan maka iterasi yang dilakukan metode semakin besar dan waktu yang dibutuhkan untuk mencapai toleransi semakin banyak. Dari setiap nilai toleransi, Metode Runge-Kutta dengan nilai koefisien matrik minimal memerlukan waktu yang paling sedikit untuk mencapai nilai toleransi dibanding metode yang lain. Maka dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta Order sembilan lebih efisien dibanding metode Adam Bashforth-Moulton Order Sembilan dalam menyelesaikan model pada sistem kekebalan tubuh terhadap infeksi Mtb.

Iterasi yang digunakan dalam penelitian ini untuk menganalisis efektivitas metode Runge-Kutta Order sembilan dibanding metode Adam Bashforth-Moulton Order Sembilan adalah 10.000, 50.000, 100.000, 115.000, 125.000, 150.000, 175.000, dan 200.000. Pada iterasi 10.000 hingga 100.000 tidak dapat ditentukan metode mana yang paling efektif, karena pada iterasi 10.000 *error* yang paling kecil terjadi pada metode ABM9, sedangkan pada iterasi 50.000 dan 100.000 *error* yang paling kecil terjadi pada metode RK9B. Tetapi mulai iterasi 115.000 menunjukkan bahwa metode RK9A memiliki *error* yang paling kecil. Maka dapat disimpulkan bahwa Runge-Kutta Order sembilan lebih efektif dibanding metode Adam Bashforth-Moulton Order Sembilan dalam menyelesaikan model pada sistem kekebalan tubuh terhadap infeksi Mtb.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang Efektivitas Metode Runge Kutta Order 9 Untuk Menyelesaikan Model Matematika Pada Sistem Kekebalan Tubuh Terhadap Infeksi *Mycobacterium tuberculosis*. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penyelesaian skripsi ini;
5. Dekan Program Studi Sistem Informatika yang telah mengizinkan melakukan penelitian di Laboratorium PSSI Universitas Jember;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 22 Maret 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR TABEL	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Tuberkulosis	6
2.1.1 Penyebaran Tuberkulosis	8
2.1.2 Pengaruh Usia Terhadap Perubahan Sistem Kekebalan Tubuh	10
2.2 Persamaan Diferensial Biasa	11
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Biasa	12
2.3 Model Sistem Kekebalan Tubuh Terhadap Infeksi Bakteri <i>Mycobac-</i> <i>terium tuberculosis</i>	14
2.4 Konsep Dasar Metode Numerik	20
2.5 Metode Runge-Kutta	24
2.5.1 Konsep Konvergensi Metode Runge-Kutta	27

2.5.2	Metode Runge-Kutta Order sembilan	28
2.5.3	Daftar Penemu Koefisien Metode Runge-Kutta	29
2.6	Metode Multistep Linier Adam Bashforth-Moulton	31
2.7	Aturan Matematika yang Digunakan dalam Perumusan	32
2.8	Jumlah Iterasi	33
2.9	Kriteria Penghentian Iterasi	33
2.10	Algoritma dan Pemrograman	35
2.11	MATLAB Programming	36
3	METODE PENELITIAN	39
3.1	Desain Penelitian	39
3.2	Metode Penelitian	42
3.3	Definisi Operasional	42
3.4	Tempat Penelitian	43
3.5	Metode Pengumpulan Data	43
3.6	Analisis data	44
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	46
4.1	Metode Runge-Kutta Order Sembilan	46
4.2	Konvergensi Metode Runge-Kutta Order Sembilan	60
4.3	Pemrograman MATLAB	66
4.3.1	Tahap Pemodelan	66
4.3.2	Tahap Formulasi Numerik	66
4.3.3	Pola Algoritma Metode Runge-Kutta Order Sembilan	68
4.3.4	Format Pemrograman Metode Runge-Kutta Order Sembilan	70
4.4	Efisiensi dan Efektivitas Metode Runge-Kutta Order Sembilan	105
4.4.1	Simulasi Pemodelan	106
4.4.2	Hasil Komputasi Metode Runge-Kutta Order Sembilan dan Metode Multistep Adams (Adams Basforth-Moulton) Or- der Sembilan	107
4.4.3	Analisis Efisiensi Metode Runge-Kutta Order Sembilan	123
4.4.4	Analisis Efektivitas Metode Runge-Kutta Order Sembilan	128
5	KESIMPULAN DAN SARAN	133

5.1 Kesimpulan	133
5.2 Saran	134
DAFTAR PUSTAKA	136
LAMPIRAN-LAMPIRAN	139

DAFTAR GAMBAR

2.1	Bakteri <i>Mycobacterium tuberculosis</i>	7
2.2	penderita penyakit TBC	8
2.3	Alur perubahan dan interaksi antara setiap populasi sel dengan sitokin	15
2.4	Diagram aproksimasi	23
2.5	Tampilan awal Matlab	37
3.1	Prosedur Penelitian	41
4.1	Grafik eksekusi RK9 Populasi Bakteri Intraseluler dan Ekstraseluler dengan $h = 0.01$ dan $tol = 0.1$	108
4.2	Grafik eksekusi RK9 Populasi Bakteri teraktivasi dan Makrofag terinfeksi dengan $h = 0.01$ dan $tol = 0.1$	108
4.3	Grafik eksekusi RK9 Konsentrasi IL-12, IL-2, dan IFN- γ , serta Populasi sel T $CD8^+$ dengan $h = 0,01$ dan $tol = 0,1$	109
4.4	Grafik eksekusi RK9 Populasi sel T $CD4^+$ dengan $h = 0,01$ dan $tol = 0,1$	110
4.5	Grafik eksekusi ABM9 Populasi Bakteri Intraseluler dan ekstraseluler dengan $h = 0,01$ dan $tol = 0,1$	110
4.6	Grafik eksekusi ABM9 Populasi Bakteri teraktivasi, Makrofag terinfeksi dan teraktivasi, serta konsentrasi IL-12 dengan $h = 0,01$ dan $tol = 0,1$	111
4.7	Grafik eksekusi ABM9 Konsentrasi IL-12, IL-2, dan IFN- γ , serta Populasi sel T $CD8^+$ dengan $h = 0,01$ dan $tol = 0,1$	112
4.8	Grafik eksekusi ABM9 Populasi sel T $CD4^+$ dengan $h = 0.01$ dan $tol = 0.1$	113
4.9	Grafik eksekusi RK9A Populasi Bakteri intraseluler dan ekstraseluler dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	114
4.10	Grafik eksekusi RK9A Populasi Bakteri aktivasi dan makrofag terinfeksi dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	115

4.11	Grafik eksekusi RK9A Makrofag teraktivasi dan konsentrasi IL-12 dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	116
4.12	Grafik eksekusi RK9A konsentrasi IL-10 dan IL-2 dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	117
4.13	Grafik eksekusi RK9A konsentrasi IFN- γ , populasi sel T $CD4^+$ dan sel T $CD8^+$ dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	118
4.14	Grafik eksekusi RK9A B_I dan B_E dengan $tol = 10^{-5}$	119
4.15	Grafik eksekusi ABM9 Populasi Bakteri intraseluler, ekstraseluler, dan teraktivasi serta pupulasi Makrofag terinfeksi dengan $tol = 10^{-3}$	120
4.16	Grafik eksekusi ABM9 Populasi Bakteri intraseluler, ekstraseluler, dan teraktivasi serta pupulasi Makrofag terinfeksi dengan dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	121
4.17	Grafik eksekusi ABM9 Makrofag teraktivasi, konsentrasi IL-12, IL-10, dan IL-2 dengan $h = 0,001$ dan $tol = 10^{-3}$	122
4.18	Grafik eksekusi ABM9 Populasi B_I dan B_E dengan $tol = 10^{-5}$	123
4.19	Grafik konvergensi RK9A dengan $tol = 10^{-1}$	124
4.20	Grafik konvergensi RK9A dengan $tol = 10^{-3}$	124
4.21	Grafik konvergensi RK9A dengan $tol = 10^{-5}$	124
4.22	Grafik konvergensi ABM9 dengan $tol = 10^{-1}$	125
4.23	Grafik konvergensi ABM9 dengan $tol = 10^{-3}$	125
4.24	Grafik konvergensi ABM9 dengan $tol = 10^{-5}$	125

DAFTAR TABEL

2.1	Nilai awal Variabel Model untuk Tikus muda dan Tua	17
2.2	Nilai Parameter Model Tikus Muda dan Tikus Tua	17
2.3	Daftar Penemu Metode Runge-Kutta	29
4.1	Matriks koefisien Runge-Kutta Order Sembilan (RK9A)	57
4.2	Matriks koefisien Runge-Kutta Order Sembilan (RK9B)	65
4.3	Keterangan variabel dan parameter	67
4.4	Tabel Data Efisiensi	127
4.5	Tabel Data Efektivitas pada Tikus Muda	130
4.6	Tabel Data Efektivitas pada Tikus Tua	130