



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI  
ANTIMAGIC PADA GRAF TANGGA**

**SKRIPSI**

Oleh:

Ira Aprilia

NIM: 070210101107

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTIMAGIC PADA  
GRAF TANGGA**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Ira Aprilia**

**NIM 070210101107**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**

## PERSEMBAHAN

*Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:*

- 1. Ayahanda Sapuro dan Ibunda tercinta Sri Hartini, serta Kakak-kakakku (Dodik, Anita, Rolis dan Ucik) yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Ibu Susi Setiawani, S.Si.,M.Sc selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
- 3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 4. Oyonkku: Robby Pradana yang telah memberikan dukungan positif bagiku dalam setiap hal yang akan dan telah aku lakukan dan semangat dalam penulisan skripsi ini;*
- 5. Sahabatku Ella yang senantiasa membantuku, memberikan semangat dan kebersamaan kita setiap hari adalah kenangan yang termanis;*
- 6. Sahabatku pecinta graf: (Ella, Yuni, Alfin, Fitriana, Fitriana E.C) yang telah meluangkan waktu selama empat tahun bersama baik dalam suka dan duka masa-masa perkuliahan;*
- 7. Sahabatku: (Diana, Mocin, Ratna, Nila, Rina, yerry dan semuanya) yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang termanis;*
- 8. Kakak-kakak terbaikku FKIP Matematika : Mb Riris, Mb Ony, Mb Yiyin, Mb Ajeng, Mb Avith dan semuanya, terima kasih untuk semangat, dukungan, bimbingan, dan nasehatnya selama ini;*

9. *Teman-teman PPL di SMADA Bondowoso : Laelatus, Listiana, Ayu, Riska, Selvi, Mb Diah, Ummi, Farid dan Jadnika, terima kasih untuk kebersamaan, kekompakan, canda tawa, nasehat dan telah membagi pengalaman berharga;*
10. *Teman-temanku dan adik-adikku di kosan yang membuatku mengerti akan asam manis persahabatan, jagalah selalu kekompakan kosan kita;*
11. *Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

## MOTO

"keberhasilan bukan ditentukan oleh besarnya otak seseorang, melainkan oleh besarnya cara berpikir seseorang  
(Anik Susilowati)"

"Kegagalan hanya terjadi bila kita menyerah ( Lessing )"

"Pendidikan merupakan perlengkapan paling baik untuk hari  
tua (Aristoteles)"

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ira Aprilia

NIM : 070210101107

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Tangga adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 27 Juli 2011

Yang menyatakan,

Ira Aprilia

NIM. 070210101107

# SKRIPSI

## PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF TANGGA

Oleh:  
Ira Aprilia  
NIM. 070210101107

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
Dosen Pembimbing II : Susi Setiawani, S.Si.,M.Sc

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada graf Tangga* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Rabu

tanggal : 27 Juli 2011

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd  
NIP.19630616 198802 1 001

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP.19680802 199303 1 004

Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005



## RINGKASAN

**Pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada graf Tangga;** Ira Aprilia, 070210-101107; 2011: 149 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Salah satu cabang ilmu matematika yang dapat menyelesaikan suatu permasalahan adalah teori graf. Teori graf telah banyak memberikan masukan kepada ilmu baru salah satunya adalah pelabelan graf. Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic SEATL (Super Edge Antimagic Total Labeling). Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada sebuah graf  $G = (V, E)$  adalah pelabelan titik dengan bilangan bulat  $\{1, 2, 3, \dots, p\}$  dan pelabelan sisi dengan bilangan bulat  $\{p + 1, p + 2, \dots, p + q\}$  dari sebuah graf  $G$  dimana  $p$  adalah banyaknya titik dan  $q$  adalah banyaknya sisi pada graf  $G$ , karena masih banyak jenis graf yang belum diketahui cara pelabelannya, termasuk pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Tangga. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui batas atas  $d$  sehingga gabungan saling lepas graf Tangga mempunyai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic dan mengetahui fungsi bijektif pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Tangga. Graf Tangga merupakan sebuah graf yang dinotasikan dengan  $St_n$  dimana  $n$  adalah banyaknya anak tangga. Graf Tangga menyerupai bentuk tangga pada suatu bangunan dengan penambahan sebuah diagonal pada setiap anak tangga yang sejajar dengan diagonal lain pada tangga berikutnya, sehingga terbentuk dua segitiga pada setiap anak tangga, dan memberikan penambahan titik-titik di dalam segitiga tersebut sehingga terbentuk segitiga-segitiga baru. Graf Tangga mempunyai  $8n + 2$  titik dan  $16n + 1$  sisi. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf  $St_n$  dan  $mSt_n$  dan pendeteksian pola. Hasil penelitian ini berupa 2 lemma dan 6 teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi

antimagic pada gabungan graf Tangga adalah sebagai berikut:

- **Lemma 4.4.1** *Ada pelabelan titik  $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf Tangga jika  $n \geq 2$ .*
- **Teorema 4.4.1** *Ada pelabelan total super  $(24n + 6, 0)$ -sisi antimagic pada graf Tangga jika  $n \geq 2$ .*
- **Teorema 4.4.2** *Ada pelabelan total super  $(8n + 6, 2)$ -sisi antimagic pada graf Tangga jika  $n \geq 2$ .*
- **Teorema 4.4.3** *Ada pelabelan total super  $(16n + 6, 1)$ -sisi antimagic untuk  $n \geq 2$ .*
- **Lemma 4.5.1** *Ada pelabelan titik  $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Tangga jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 2$ .*
- **Teorema 4.5.1** *Ada pelabelan total super  $(\frac{(16n+3)3m+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Tangga jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 2$ .*
- **Teorema 4.5.2** *Ada pelabelan total super  $(\frac{16nm+7m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Tangga jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 2$ .*
- **Teorema 4.5.3** *Ada pelabelan total super  $(16nm+4m+2, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Tangga jika  $m \geq 2$  dan  $n \geq 2$ .*

## PRAKATA

Syukur ke hadirat Allah SWT atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, 27 Juli 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

|                             |                                  |          |
|-----------------------------|----------------------------------|----------|
| <b>HALAMAN JUDUL</b>        | <b>i</b>                         |          |
| <b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>  | <b>ii</b>                        |          |
| <b>HALAMAN MOTO</b>         | <b>iv</b>                        |          |
| <b>HALAMAN PERNYATAAN</b>   | <b>v</b>                         |          |
| <b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> | <b>vi</b>                        |          |
| <b>HALAMAN PENGESAHAN</b>   | <b>vii</b>                       |          |
| <b>RINGKASAN</b>            | <b>viii</b>                      |          |
| <b>PRAKATA</b>              | <b>x</b>                         |          |
| <b>DAFTAR ISI</b>           | <b>xiii</b>                      |          |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b>        | <b>xv</b>                        |          |
| <b>DAFTAR TABEL</b>         | <b>xvi</b>                       |          |
| <b>DAFTAR LAMPIRAN</b>      | <b>xvii</b>                      |          |
| <b>DAFTAR LAMBANG</b>       | <b>xviii</b>                     |          |
| <b>1</b>                    | <b>PENDAHULUAN</b>               | <b>1</b> |
| 1.1                         | Latar Belakang Masalah . . . . . | 1        |
| 1.2                         | Rumusan Masalah . . . . .        | 3        |
| 1.3                         | Batasan Masalah . . . . .        | 4        |
| 1.4                         | Tujuan Penelitian . . . . .      | 4        |
| 1.5                         | Manfaat Penelitian . . . . .     | 4        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>2</b> | <b>TINJAUAN PUSTAKA</b>  | <b>6</b>  |
| 2.1      | Sejarah Graf . . . . .   | 6         |
| 2.2      | Terminologi Dasar Graf . . . . .   | 8         |
| 2.3      | Keisomorfisan Graf . . . . .   | 12        |
| 2.4      | Jenis-jenis graf . . . . .   | 13        |
| 2.5      | Gabungan Dua Graf . . . . .  | 14        |
| 2.6      | Graf Khusus . . . . .  | 15        |
| 2.7      | Aplikasi Graf . . . . .  | 20        |
| 2.8      | Fungsi dan Barisan Aritmatika . . . . .  | 26        |
| 2.8.1    | Fungsi . . . . .   | 26        |
| 2.8.2    | Barisan Aritmatika . . . . .   | 27        |
| 2.8.3    | Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem . . . . .                   | 28        |
| 2.9      | Pelabelan Graf . . . . .   | 28        |
| 2.9.1    | Definisi Pelabelan Graf . . . . .  | 28        |
| 2.9.2    | Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .                                   | 30        |
| 2.10     | Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif . . . . . | 32        |
| <b>3</b> | <b>METODE PENELITIAN</b>   | <b>36</b> |
| 3.1      | Metode Penelitian . . . . .  | 36        |
| 3.2      | Definisi Operasional . . . . .   | 36        |
| 3.2.1    | Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .                                   | 37        |
| 3.2.2    | Graf Tangga dan Gabungan Saling Lepas Graf Tangga . . . . .                                | 37        |
| 3.3      | Teknik Penelitian . . . . .  | 38        |
| <b>4</b> | <b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>  | <b>42</b> |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 4.1      | Jumlah Titik dan Sisi pada Graf Tangga ( $St_n$ ) . . . . .                                       | 42         |
| 4.2      | Batas Atas $d$ Graf Tangga ( $St_n$ ) . . . . .   | 43         |
| 4.3      | Batas Atas $d$ pada Gabungan Graf Tangga ( $mSt_n$ ) . . . . .                                    | 44         |
| 4.4      | Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf Tangga ( $St_n$ )                        | 45         |
| 4.5      | Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Gabungan Graf<br>Tangga ( $mSt_n$ ) . . . . . | 57         |
| 4.6      | Hasil dan Pembahasan . . . . .  | 123        |
| <b>5</b> | <b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>   | <b>128</b> |
| 5.1      | Kesimpulan . . . . .  | 128        |
| 5.2      | Saran . . . . .   | 128        |
|          | <b>DAFTAR PUSTAKA</b>   | <b>129</b> |

## DAFTAR GAMBAR

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | Peta Kota Konigsberg tahun 1736 . . . . .                | 6  |
| 2.2  | Representasi Graf . . . . .                              | 7  |
| 2.3  | Graf $G_1$ dan $G_2$ . . . . .                           | 9  |
| 2.4  | Contoh graf tidak sederhana dan graf sederhana . . . . . | 9  |
| 2.5  | Contoh sebuah graf dengan 7 titik . . . . .              | 10 |
| 2.6  | Contoh graf dan subgrafnya . . . . .                     | 11 |
| 2.7  | Keisomorfisan graf . . . . .                             | 12 |
| 2.8  | Graf dengan matrik ketetanggaanya . . . . .              | 13 |
| 2.9  | Graf Berarah . . . . .                                   | 15 |
| 2.10 | Contoh gabungan dua graf . . . . .                       | 15 |
| 2.11 | Graf lengkap . . . . .                                   | 16 |
| 2.12 | Graf Bintang $S_9$ . . . . .                             | 16 |
| 2.13 | Graf friendship $F_4$ . . . . .                          | 17 |
| 2.14 | Graf Lingkaran . . . . .                                 | 17 |
| 2.15 | Graf Teratur . . . . .                                   | 18 |
| 2.16 | Graf Bipartisi Lengkap . . . . .                         | 18 |
| 2.17 | Graf Ladder $L_5$ . . . . .                              | 19 |
| 2.18 | Graf Wheel $W_6$ . . . . .                               | 19 |
| 2.19 | Graf Planar . . . . .                                    | 20 |
| 2.20 | Graf Tangga $St_3$ . . . . .                             | 21 |

2.21 Permainan Generalized Geography dalam bentuk graf . . . . . 23

2.22 Contoh bentuk graf dalam permainan Generalized Geography . . 23

2.23 Contoh lain bentuk graf dalam permainan Generalized Geography 24

2.24  $P_1$  memiliki strategi kemenangan . . . . . 25

2.25 Bila arah yang diubah kemenangan berpindah pada  $P_2$  . . . . . 25

2.26  $P_2$  menang . . . . . 25

2.27 Walaupun  $P_1$  mengubah langkah awalnya,  $P_2$  tetap menang . . . 26

2.28 a) pelabelan titik, b) pelabelan sisi, c) pelabelan total . . . . . 29

  

3.1 Graf Tangga  $St_4$  . . . . . 38

3.2 Graf Tangga  $2St_3$  . . . . . 39

3.3 Rancangan Penelitian . . . . . 41

  

4.1 Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada  $St_3$  . . . . . 43

4.2 Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada  $St_4$  . . . . . 47

4.3 SEATL graf  $St$  ( $St_3$ ) dengan  $d = 0$  . . . . . 51

4.4 SEATL graf  $St_3$  dengan  $d = 2$  . . . . . 55

4.5 Pelabelan total super (54, 1)-sisi antimagic (SEATL) pada  $St_3$  . . 56

4.6 Pelabelan titik (6,1)-sisi antimagic pada  $3St_3$  . . . . . 67

4.7 Pelabelan total super(231,0)-sisi antimagic pada  $3St_3$  . . . . . 93

4.8 Pelabelan total super(229,2)-sisi antimagic pada  $3St_3$  . . . . . 119

4.9 Pelabelan total super(170, 1)-sisi antimagic pada  $2St_5$  . . . . . 124



## DAFTAR TABEL

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Ringkasan dari pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf diskonektif. . . . . | 32 |
|-----|--|----|

**DAFTAR LAMPIRAN**

MATRIK PENELITIAN . . . . . 131

## DAFTAR LAMBANG

|                 |   |
|-----------------|---|
| $G$             | = Graf $G$  |
| $G(V, E)$       | = Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi |
| $v_n$           | = Titik ke- $n$ pada suatu graf   |
| $e_n$           | = Sisi ke- $n$ dari suatu graf  |
| $St_n$          | = Lambang untuk graf Tangga   |
| $mSt_n$         | = Lambang untuk gabungan graf Tangga  |
| $x_i$           | = Titik ujung atas ke- $i$ pada sisi diagonal setiap anak tangga  |
| $y_i$           | = Titik ujung bawah ke- $i$ pada sisi diagonal setiap anak tangga   |
| $z_j$           | = Titik ke- $j$ pada bagian dasar anak tangga   |
| $q_k$           | = Titik ke- $k$ pada semua titik dibagian dalam anak tangga   |
| $x_i^l$         | = Titik ujung atas ke- $i$ dalam komponen ke- $l$ pada sisi diagonal setiap anak tangga                         |
| $y_i^l$         | = Titik ujung bawah ke- $i$ dalam komponen ke- $l$ pada sisi diagonal setiap anak tangga                        |
| $z_j^l$         | = Titik ke- $j$ dalam komponen ke- $l$ pada bagian dasar anak tangga  |
| $q_k^l$         | = Titik ke- $k$ dalam komponen ke- $l$ pada semua titik dibagian dalam anak tangga                              |
| $\alpha_p(x_i)$ | = Fungsi bijektif pelabelan titik ujung atas pada sisi diagonal setiap anak tangga graf $St_n$                  |
| $\alpha_p(y_i)$ | = Fungsi bijektif pelabelan titik ujung bawah pada sisi diagonal setiap anak tangga graf $St_n$                 |
| $\alpha_p(z_j)$ | = Fungsi bijektif pelabelan titik bagian dasar setiap anak tangga graf $St_n$                                   |
| $\alpha_p(q_k)$ | = Fungsi bijektif pelabelan titik pada semua titik dibagian dalam setiap anak tangga graf $St_n$                |
| $w_{\alpha_p}$  | = Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha_p$  |
| $W_{\alpha_p}$  | = Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total $\alpha_p$   |