



**TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN  
GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR***

**SKRIPSI**

Oleh:

**FITRIANA**  
NIM 070210101005

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER  
2011**



**TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN  
GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR***

**SKRIPSI**

*diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan*

Oleh:

**FITRIANA**  
NIM 070210101005

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER  
2011**

## PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih dan Penyayang serta Nabi Muhammad SAW, saya persembahkan skripsi ini dengan segala cinta dan kasih kepada.

1. Orangtuaku tercinta dan terkasih: Ayahanda Sarmun dan Ibunda Wiwik Susanti yang telah memberikan segenap kasih sayang dan cinta serta doa-doanya yang senantiasa terlantun, yang memberikanku kekuatan agar terus berjuang dalam hidup ini;
2. Saudara-saudaraku: dek Eri, maz Heru, dek Umi dan dek Eni, terima kasih atas canda tawa, teguran, dan semangat-semangatnya, serta mami mucin untuk segala doa-doanya.
3. Kakakku tersayang M. Ali Muhsin, terima kasih atas semangat, dorongan, bantuan, dan terima kasih buat segalanya, buat kesempatan itu;
4. Teman-teman SMA tercintaku, INZAQLI: Melen, Ncuzz, Yentol, Lupi, Mb.Dew, QQ, Bonito, and Ucke, terima kasih untuk canda tawa masa-masa SMA, yang sampai kini masih terngiang di telinga;
5. Sahabat terkonyolku Fitriana Eka C.(Fichan), Antin, Rezkie, dan inne, terimakasih atas kebersamaan, perjuangan, canda tawa, ide-ide gila, dan khayalan-khayalan kita yang kadang juga menjadi inspirasi buatku;
6. Teman sekamarku mbak Nila, untuk semangat-semangat, dukungan, bimbingan, dan dorongannya selama ini;
7. Teman-teman Wisma Pervokma, terima kasih atas kebersamaan dan kekeluargaan selama hampir 4 tahun ini, dan sudah menjadi tetangga yang baik;
8. Teman-teman FKIP math '07, Alfin, yuni, weindy, Ratna, mb.Rini, dll, terimakasih untuk doa, bantuan, dan perjuangan kita selama ini;
9. Guru-guruku sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
10. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

## MOTTO

"Hadiah terbesar yang dapat anda berikan kepada sesama adalah cinta dan penerimaan diri seseorang tanpa syarat  
(Brian Tracy) "

"Saya telah menemukan rahasia besar bahwa setelah mendaki sebuah bukit besar, seseorang hanya akan menemukan bahwa masih banyak bukit besar untuk didaki  
(Nelson Mandela) "

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Fitriana

NIM : 070210101005

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2011

Yang menyatakan,

Fitriana

NIM. 070210101005

## PERSETUJUAN

### TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR*

## SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Fitriana  
NIM : 070210101005  
Jurusan : Pendidikan MIPA  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Angkatan Tahun : 2007  
Daerah Asal : Madiun  
Tempat, Tanggal Lahir : Madiun, 8 Mei 1989

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Slamin, M.CompSc, PhD  
NIP. 19670420 199201 1 001

Dr. Hobri, SPd, M.Pd  
NIP. 19730506 199702 1 001

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul "TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH DARI GABUNGAN GRAF *CYCLE* DAN GABUNGAN GRAF *STAR*" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jumat

Tanggal : 1 Juli 2011

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Antonius C.P, M.App.Sc  
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Hobri,SPd, M.Pd  
NIP. 19730506 199702 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamini, M.CompSc, PhD  
NIP. 19670420 199201 1 001

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005

## RINGKASAN

**Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Graf *Cycle* dan Gabungan Graf *Star*** ; Fitriana, 070210110005; 2011: 88 halaman; Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Graf *Cycle* adalah graf  $G$  yang setiap titiknya memiliki derajat dua, sehingga jumlah titik dan sisinya sama. Graf *Cycle* dinotasikan dengan  $C_n$ , dimana  $n$  adalah jumlah titik atau jumlah sisinya dengan  $n \geq 3$ . Gabungan graf *Cycle* disimbolkan dengan  $\bigcup_s C_n$ . Graf (*Star*) adalah graf yang terdiri dari  $n$  sisi dan  $n + 1$  titik, dimana satu titik sebagai titik pusat yang berderajat  $n$  dan  $n$  titik yang lain sebagai titik akhir atau titik *pendant*, yaitu titik yang berderajat 1. Gabungan graf *Star* disimbolkan dengan  $\bigcup_s S_n$ . *Total Vertex Irregularity Strength* dari graf  $G$  yang dinotasikan dengan  $tvs(G)$  adalah label (nilai bilangan bulat positif) terbesar pada himpunan titik dan sisi dari suatu graf  $G$  yang minimum. Dalam penelitian ini akan diinvestigasi pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Cycle* baik yang isomorfis maupun yang non-isomorfis dan gabungan graf *Star* baik yang isomorfis maupun yang non-isomorfis dengan mencari nilai  $tvs$ -nya. Permasalahannya adalah bagaimana melabeli graf tersebut sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label adalah yang terkecil dan nilai total titiknya berbeda. Penelitian dibatasi pada gabungan sebanyak  $s$  graf *Cycle*  $C_n$  yang isomorfis maupun non-isomorfis dan  $s$  graf *Star*  $S_n$  yang isomorfis dan non-isomorfis. Tujuan penelitian untuk mengetahui nilai *total vertex irregularity strength* ( $tvs$ ) dalam pelabelan total titik pada gabungan graf *Cycle* dan gabungan graf *Star* baik yang isomorfis maupun yang non-isomorfis. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan graf.



Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik yaitu menerapkan teorema yang telah ada yang dapat dijadikan sebagai acuan, dan metode pendeteksian pola, metode ini digunakan untuk mencari pola dan perumusan pada pelabelan total titik irregular pada graf. Untuk menentukan nilai  $tv_s$  dari gabungan graf *Cycle*  $C_n$  dan gabungan graf *Star*  $S_n$ , terlebih dahulu mencari batas bawah dari  $tv_s(\bigcup_s C_n)$  dan  $tv_s(\bigcup_s S_n)$  dengan menggunakan teorema yang sudah ada, kemudian mencari batas atas dari  $tv_s(\bigcup_s C_n)$  dan  $tv_s(\bigcup_s S_n)$  dengan menggunakan pelabelan total titik irregular. Langkah terakhir adalah menentukan fungsi  $tv_s(\bigcup_s C_n)$  dan  $tv_s(\bigcup_s S_n)$  dengan menggunakan batas bawah dan batas atas yang sudah diperoleh.

Penelitian ini menghasilkan beberapa teorema sebagai berikut:

- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Cycle* isomorfis,  $tv_s(sC_n) = \lceil \frac{sn+2}{3} \rceil$ , untuk  $s \geq 1$  dan  $n \geq 3$ .
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Cycle* non-isomorfis dengan jumlah  $n$  yang berurutan,  $tv_s(\bigcup_{j=1}^s C_{j+2}) = \lceil \frac{s(s+5)+4}{6} \rceil$ , untuk  $s \geq 1$  dan  $n \geq 3$
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan dua graf *Cycle* non-isomorfis,  $tv_s(C_k \cup C_n) = \lceil \frac{n+k+2}{3} \rceil$ , untuk  $n > k \geq 3$ .
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan sebarang graf *Cycle* non-isomorfis,  $tv_s(\bigcup_{j=1}^s C_{n_j}) = \lceil \frac{\sum_{j=1}^s n_j + 2}{3} \rceil$ , untuk  $s \geq 1$  dan  $n_j \geq 3$ .
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Star* isomorfis,  $tv_s(sS_n) = \lceil \frac{sn+1}{2} \rceil$ , untuk  $s \geq 1$  dan  $n \geq 3$ .

- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan dua graf *Star* non-isomorfis dengan jumlah  $n$  berurutan,  $tv_s(S_n \cup S_{n+1}) = n + 1$ , untuk  $n \geq 3$ .
- *total vertex irregularity strength* dari pelabelan total titik irregular pada gabungan graf *Star* dan graf *Cycle* dengan jumlah  $n$  sama,  $tv_s(S_n \cup C_n) = \lceil \frac{2n+1}{3} \rceil$ , untuk  $n \geq 3$ .

Hasil penelitian ini berupa teorema baru yang nantinya bisa digunakan sebagai acuan oleh peneliti lain untuk meneliti total vertex irregularity strength dari gabungan graf-graf khusus yang lain.

## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Graf *Cycle* dan Gabungan Graf *Star***". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Drs. Slamir, M.CompSc, PhD dan Dr. Hobri, SPd, M.Pd selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini;
3. Seluruh Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember, atas segala bimbingan dan ilmu yang telah diberikan;
4. Seluruh teman-teman Math Education '07 yang selalu hadir dalam setiap kebersamaan selama menjadi mahasiswa;
5. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juli 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PERSEMBAHAN	i
HALAMAN MOTTO	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
RINGKASAN	vi
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR SIMBOL	xviii
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	5

1.3	Batasan Masalah . . . . .	5
1.4	Tujuan Penelitian . . . . .	6
1.5	Manfaat Penelitian . . . . .	6
<b>2</b>	<b>TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>8</b>
2.1	Aplikasi Graf . . . . .	8
2.2	Terminologi Dasar Graf . . . . .	10
2.3	Graf <i>Cycle</i> . . . . .	17
2.4	Graf <i>Star</i> . . . . .	17
2.5	Graf- Graf Khusus . . . . .	19
2.6	Keisomorfisan Graf . . . . .	24
2.7	Gabungan Graf . . . . .	25
2.8	Gabungan Graf <i>Cycle</i> dan Gabungan Graf <i>Star</i> . . . . .	25
2.9	Pelabelan Graf . . . . .	26
2.9.1	Fungsi . . . . .	27
2.9.2	Pelabelan Total Sisi Irregular . . . . .	29
2.9.3	Pelabelan Total Titik Irregular . . . . .	30
2.9.4	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf-Graf Khusus . . . . .	31
2.9.5	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf <i>Cycle</i> . . . . .	40
2.9.6	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf <i>Star</i> . . . . .	42
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>45</b>

3.1	Metode Penelitian . . . . .	45
3.2	Definisi Operasional . . . . .	46
3.3	Rancangan Penelitian . . . . .	47
3.3.1	Penggabungan Graf <i>Cycle</i> dan Penggabungan Graf <i>Star</i> .	47
3.3.2	Indikator Penelitian . . . . .	49
3.3.3	Teknik Penelitian . . . . .	49
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>52</b>
4.1	Hasil . . . . .	53
4.1.1	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Cycle</i> yang Isomorfis . . . . .	53
4.1.2	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Cycle</i> yang Non-Isomorfis . . . . .	55
4.1.3	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Dua Graf <i>Cycle</i> yang Non-Isomorfis . . . . .	60
4.1.4	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Sebarang Graf <i>Cycle</i> . . . . .	63
4.1.5	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Star</i> yang Isomorfis . . . . .	65
4.1.6	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Dua Graf <i>Star</i> Non-Isomorfis yang Berurutan . . . . .	71
4.1.7	Total Vertex Irregularity Strength (TVS) pada Gabungan Graf <i>Cycle</i> dan Graf <i>Star</i> . . . . .	73

**DAFTAR ISI**

xiii

4.2 Pembahasan . . . . .	77
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>88</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	88
5.2 Saran . . . . .	89
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>90</b>

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Posisi bangku dalam kelas . . . . .	2
1.2	Contoh sebuah graf . . . . .	3
1.3	Gabungan dua graf <i>Star</i> $S_6 \cup S_6$ . . . . .	5
2.1	Model graf representasi jembatan Königsberg . . . . .	8
2.2	Penggambaran jalan raya dengan graf berarah . . . . .	9
2.3	Contoh graf secara umum . . . . .	10
2.4	Graf kosong $N_7$ dan graf $G$ . . . . .	11
2.5	Graf regular dan graf irregular . . . . .	12
2.6	Graf dengan dua bandul dan satu titik terisolasi . . . . .	13
2.7	Contoh jalan, lintasan, dan siklus . . . . .	14
2.8	Contoh graf $G$ , subgraf $G_1$ dan subgraf perentang $G_2$ . . . . .	15
2.9	Contoh graf terhubung $G_1$ dan graf tak terhubung $G_2$ . . . . .	15
2.10	Contoh graf terpotong . . . . .	16
2.11	Graf <i>Cycle</i> $C_n$ . . . . .	17
2.12	Graf <i>Cycle</i> $C_5$ dan $C_6$ . . . . .	18
2.13	Graf <i>Star</i> $S_n$ . . . . .	18
2.14	Graf <i>Star</i> $S_8$ . . . . .	19



2.15	Graf $P_4$ dan $P_7$ . . . . .	20
2.16	Graf matahari $M_5$ dan $M_6$ . . . . .	20
2.17	Graf roda $W_4$ dan $W_6$ . . . . .	21
2.18	Graf friendship $f_4$ dan $f_5$ . . . . .	21
2.19	Graf lengkap $K_5$ dan $K_6$ . . . . .	22
2.20	Graf lengkap $K_{3,4}$ . . . . .	22
2.21	Generalisasi graf Petersen $P(5, 2)$ dan $P(6, 2)$ . . . . .	23
2.22	Graf prisma $D_6$ . . . . .	24
2.23	keisomorfisan graf . . . . .	24
2.24	Contoh gabungan dari dua graf . . . . .	25
2.25	Gabungan graf <i>Cycle</i> dan gabungan graf <i>Star</i> . . . . .	26
2.26	(1) fungsi injektif, (2) fungsi surjektif, dan (3) fungsi bijektif . . . . .	28
2.27	pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total . . . . .	29
2.28	Pelabelan pada graf <i>cycle</i> . . . . .	30
2.29	Contoh pelabelan total titik irregular . . . . .	32
2.30	Graf lintasan $P_3, P_4,$ dan $P_7$ . . . . .	33
2.31	Graf <i>Cycle</i> $C_3, C_7$ dan $C_{10}$ . . . . .	34
2.32	Graf <i>Star</i> $S_4$ dan $S_6$ . . . . .	34
2.33	Graf prisma $D_3$ dan $D_4$ . . . . .	35
2.34	Pelabelan total titik irregular pada gabungan dua graf prisma $D_4$ . . . . .	35
2.35	Pelabelan total titik irregular pada graf roda $W_4$ dan $W_5$ . . . . .	36

2.36 Pelabelan total titik irreguler pada graf matahari  $M_6$  . . . . . 36

2.37 Pelabelan total titik irreguler pada graf *friendship*  $f_4$  . . . . . 37

2.38 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf Matahari  
 $sM_n$  dengan  $n = 5$  dan  $s = 5$  . . . . . 38

3.1 Diagram alir penelitian . . . . . 51

4.1 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle*  $sC_n$   
 dengan  $n = 8$  dan  $s = 1$  . . . . . 56

4.2 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle*  $sC_n$   
 dengan  $n = 5$  dan  $s = 5$  . . . . . 57

4.3 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle* Non-  
 Isomorfis  $\bigcup_{j=1}^s C_{j+2}$  dengan  $s = 4$  dan  $n = 3, 4, 5, 6$  . . . . . 60

4.4 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Cycle* Non-  
 Isomorfis  $C_k \cup C_n$  untuk  $k = 5$  dan  $n = 8$  . . . . . 63

4.5 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Sebarang Graf  
*Cycle*  $C_5 \cup C_5 \cup C_7 \cup C_8 \cup C_{12}$  . . . . . 66

4.6 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Sebarang Graf  
*Cycle*  $C_9 \cup C_6 \cup C_5 \cup C_7$  . . . . . 67

4.7 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Star*  $sS_n$   
 dengan  $n = 8$  dan  $s = 1$  . . . . . 69

4.8 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf *Star*  $sS_n$  de-  
 dengan  $n = 6$  dan  $s = 5$  . . . . . 70

4.9 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Dua Graf *Star*  
 Non-Isomorfis yang Berurutan  $S_n \cup S_{n+1}$  dengan  $n = 6$  . . . . . 73

4.10 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf <i>Star</i> dan graf <i>Cycle</i> ( $S_n \cup C_n$ ) dengan $n = 5$ . . . . .	76
4.11 Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Graf <i>Star</i> dan graf <i>Cycle</i> ( $S_n \cup C_n$ ) dengan $n = 8$ . . . . .	76

## DAFTAR GAMBAR