



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE  
DELAPAN UNTUK MENYELESAIKAN MODEL  
MATEMATIKA TRANSMISI PENYAKIT MALARIA**

**SKRIPSI**

Oleh

**Reza Mega Ardhilia**

**NIM 090210101046**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE  
DELAPAN UNTUK MENYELESAIKAN MODEL  
MATEMATIKA TRANSMISI PENYAKIT MALARIA**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Reza Mega Ardhilia**

**NIM 090210101046**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**

## PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad SAW. Ku persembahkan sebuah karya kebahagiaan dan rasa terima kasih kepada:

1. Ayahanda Hadi Suyitno dan Ibunda Farida yang senantiasa memberikan kasih sayang, dukungan, dan do'a yang tiada henti, yang membuatku dewasa dalam menjalani hidup. Serta adik-adikku Adhitya Bagus S., Sukarno Hadi S., dan Ryan Adi S., yang selalu menghiburku. Tak lupa untuk seluruh keluarga besarku yang selalu mendoakan;
2. Bapak dan Ibu Dosen FKIP Pendidikan Matematika yang telah dengan sabar memberikan ilmunya kepadaku;
3. Supriyono yang memberikan warna berbeda dalam hidupku dan selalu memberiku bantuan, semangat, serta doa;
4. Keluarga keduaku, D' Kill (Mak'e (Risa), Apizh, Lee Lo, Ayum Yum, Adek Levi, Rani Moo, Nana Sya, Tika Lullaby, Tika Mwah, Pman, Faed, Dody, Sinyo, Eko, Pipit, Bimo, dan Kak Yaz), yang selalu mewarnai hidupku selama ini dengan memberiku pengalaman yang indah, sedih dan seru, memberiku motivasi dan doa. *Hopefully our friendship will be last forever*;
5. Teman-teman Pendidikan Matematika Angkatan 2009, khususnya 2009 NR, yang memberikanku doa dan kenangan yang lucu, serta teman seperjuanganku, Dewi;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

## MOTTO

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Reza Mega Ardhilia

NIM : 090210101046

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 8 April 2013

Yang menyatakan,

Reza Mega Ardhilia

NIM. 090210101046

**SKRIPSI**

**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE DELAPAN  
UNTUK MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA  
TRANSMISI PENYAKIT MALARIA**

Oleh

Reza Mega Ardhilia

NIM 090210101046

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing II : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Senin

tanggal : 8 April 2013

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Slamın, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si  
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd  
NIP. 19540501 198303 1 005

## RINGKASAN

**Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria;** Reza Mega Ardhilia, 090210101046; 2013: 141 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Penyakit malaria masih menjadi masalah kesehatan masyarakat di seluruh dunia. Setiap tiga puluh detik, seorang anak meninggal akibat malaria di suatu tempat. Sedangkan dalam setiap tahunnya, hampir sepuluh persen dari populasi global akan menderita malaria (*Malaria Foundation International*, 2012). Model matematika transmisi penyakit malaria yang dikembangkan oleh Nakul Chitnis, J. M. Chusing, dan J. M. Hyman, berbentuk sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB) non linier orde satu sehingga untuk menyelesaikannya dibutuhkan metode numerik. Metode numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Runge-Kutta orde delapan. Metode tersebut memiliki tingkat ketelitian yang cukup baik. Di samping itu, pemilihan orde delapan dikarenakan penelitian tentang metode Runge-Kutta baru sampai pada orde tujuh dan orde delapan belum ada. Dalam penelitian ini, penulis melakukan analisis tingkat efektivitas dan efisiensi metode Runge-Kutta orde delapan dibandingkan dengan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan terhadap penyelesaian sistem PDB tersebut dengan cara mengumpulkan data. Metode pengumpulan data yang digunakan yaitu metode dokumentasi dan metode eksperimen. Metode dokumentasi dalam penelitian ini yaitu menggunakan jurnal yang ditulis oleh Chitnis *et al.* tentang model matematika transmisi penyakit malaria dan nilai-nilai parameternya. Sedangkan metode eksperimen yaitu metode pengumpulan data yang dilakukan dengan melakukan pencatatan dan pengamatan selama eksekusi pemrograman di MATLAB. Hal yang diamati yaitu jumlah iterasi, nilai *error*, waktu tempuh, dan grafik.

Berdasarkan hasil analisis, diperoleh sifat dan formula metode Runge-Kutta orde delapan. Terdapat dua formula metode Runge-Kutta orde delapan yaitu RK8B1 dan RK8B2. Kedua formula memiliki nilai tetapan  $c$  yang sama ( $c_1 = 0$ ,



$c_2 = \frac{1}{7}$ ,  $c_3 = \frac{2}{7}$ ,  $c_4 = \frac{3}{7}$ ,  $c_5 = \frac{4}{7}$ ,  $c_6 = \frac{5}{7}$ ,  $c_7 = \frac{6}{7}$ , dan  $c_8 = 1$ ). Hal yang membedakan kedua formula yaitu RK8B1 memiliki koefisien matriks  $A$  penuh dan RK8B2 memiliki koefisien matriks  $A$  minimum. Hasil uji konvergensi secara teoritis menunjukkan bahwa formula metode tersebut merupakan metode yang konvergen. Pola algoritmanya dapat disusun sehingga dapat dibuat format *programming* dalam bahasa MATLAB. Program MATLAB yang digunakan dalam penelitian ini adalah MATLAB R2011b dengan *processor* Intel Xeon. Format *programming* yang telah disusun kemudian dieksekusi. Hasil eksekusi yaitu grafik, *error*, iterasi, dan waktu tempuh. Grafik konvergensi yang dihasilkan menunjukkan bahwa metode itu merupakan metode yang konvergen secara *programming* karena *error* yang dihasilkan semakin menurun untuk setiap iterasi. Sedangkan grafik lainnya menunjukkan hubungan antara populasi manusia yang rentan malaria ( $S_h$ ), populasi manusia yang terkena malaria ( $E_h$ ), populasi manusia yang terinfeksi malaria ( $I_h$ ), populasi manusia yang sembuh dari malaria ( $R_h$ ), populasi nyamuk yang rentan malaria ( $S_v$ ), populasi nyamuk yang terkena malaria ( $E_v$ ), dan populasi nyamuk yang terinfeksi malaria ( $I_v$ ) terhadap waktu  $t$  dalam satuan hari.

Data berupa *error* didapatkan dengan menetapkan iterasi, ukuran langkah, parameter dan nilai awal. Semakin kecil *error* yang dihasilkan maka semakin efektif suatu metode. Iterasi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu 100, 735, 1.000, 1.650, 5.000, 10.000, dan 100.000. Pemilihan iterasi tersebut dikarenakan sudah cukup mewakili untuk mengetahui tingkat akurasi metode yang digunakan karena memiliki rentang yang cukup jauh. Hasil eksekusi menunjukkan semakin besar iterasi maka *error* yang terjadi semakin kecil. Pada iterasi 100, metode Runge-Kutta orde delapan memiliki *error* yang lebih besar dibandingkan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan. Sedangkan pada iterasi 735 sampai dengan iterasi 1.000, metode Runge-Kutta orde delapan memiliki *error* yang lebih kecil. Pada iterasi 1.650, 5.000, 10.000, dan 100.000, metode Runge-Kutta orde delapan kembali memiliki *error* yang lebih besar. Dengan demikian metode Runge-Kutta orde delapan tidak lebih efektif bila dibandingkan dengan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan dalam menyelesaikan model transmisi penyakit

malaria. Hal itu dimungkinkan karena metode Adams Bashforth-Moulton memiliki orde yang setingkat lebih tinggi.

Untuk mengetahui efisiensi suatu metode maka dilakukan penetapan batas toleransi. Toleransi yang digunakan dalam penelitian ini adalah  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  dan  $10^{-5}$ . Dari hasil eksekusi didapat bahwa semakin kecil batas toleransi maka semakin besar iterasi yang dilakukan dan semakin lama waktu tempuh untuk menyelesaikan permasalahan. Untuk setiap batas toleransi yang ditentukan tersebut, metode Runge-Kutta orde delapan selalu memiliki waktu lebih cepat. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta orde delapan (RK8B2) lebih efisien bila dibandingkan dengan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan dalam menyelesaikan model transmisi penyakit malaria. Hal itu dimungkinkan karena metode Runge-Kutta orde delapan, RK8B2, memiliki koefisien matriks  $A$  yang minimum sehingga jumlah operasinya (flops) tidak sebanyak metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan. Semakin sedikit jumlah operasi suatu metode maka semakin cepat metode itu dalam menyelesaikan masalah. Penelitian ini tidak menganalisis jumlah flops untuk kedua metode dikarenakan MATLAB R2011b tidak menyediakan fungsi itu.

## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria" dengan baik.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penyusunan skripsi ini;
5. Ketua Program Studi Sistem Informasi Universitas Jember yang membantu dalam perijinan penggunaan laboratorium;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Keluarga besar HMPS Pendidikan Matematika "MSC" khususnya angkatan 2009;
8. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan. Untuk itu kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembacanya.

Jember, April 2013

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> . . . . .	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> . . . . .	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> . . . . .	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> . . . . .	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> . . . . .	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> . . . . .	vi
<b>RINGKASAN</b> . . . . .	vii
<b>PRAKATA</b> . . . . .	x
<b>DAFTAR ISI</b> . . . . .	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> . . . . .	xv
<b>DAFTAR TABEL</b> . . . . .	xvi
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> . . . . .	xvii
<b>DAFTAR LAMBANG</b> . . . . .	xviii
<b>1 PENDAHULUAN</b> . . . . .	1
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	4
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA</b> . . . . .	5
2.1 Malaria . . . . .	5
2.2 Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria . . . . .	6
2.3 Persamaan Diferensial Biasa . . . . .	11
2.3.1 Sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB) . . . . .	13
2.3.2 Metode Penyelesaian Sistem PDB . . . . .	14
2.4 Konsep Dasar Metode Numerik . . . . .	16
2.5 Aturan Matematika yang Digunakan dalam Penelitian . . . . .	19
2.6 Metode Runge-Kutta . . . . .	20
2.6.1 Konsep Konvergensi Metode Runge-Kutta . . . . .	23

2.6.2	Penurunan Formula Metode Runge-Kutta . . . . .	24
2.6.3	Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . . . .	28
2.7	Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan . . . . .	31
2.8	Efektivitas dan Efisiensi . . . . .	33
2.9	Iterasi dan Kriteria Penghentian Iterasi . . . . .	34
2.10	Algoritma dan Pemrograman . . . . .	36
2.11	MATLAB . . . . .	39
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN . . . . .</b>	<b>42</b>
3.1	Desain Penelitian . . . . .	42
3.2	Definisi Operasional . . . . .	43
3.3	Tempat Penelitian . . . . .	45
3.4	Metode Pengumpulan Data . . . . .	45
3.4.1	Metode Dokumentasi . . . . .	46
3.4.2	Metode Eksperimen . . . . .	46
3.5	Analisis Data . . . . .	46
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>49</b>
4.1	Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . . . .	49
4.1.1	Formula Metode Runge-Kutta Orde Delapan (RK8B1) . . . . .	58
4.1.2	Formula Metode Runge-Kutta Orde Delapan (RK8B2) . . . . .	66
4.2	Uji Konvergensi Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . . . .	69
4.3	Format Pemrograman MATLAB . . . . .	74
4.3.1	Tahap Pemodelan . . . . .	74
4.3.2	Tahap Formulasi Numerik . . . . .	74
4.3.3	Tahap Algoritma . . . . .	76
4.3.4	Tahap Pemrograman Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . . . .	78
4.4	Efektivitas dan Efisiensi Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . . . .	92
4.4.1	Simulasi Pemodelan . . . . .	92
4.4.2	Hasil Komputasi Metode Runge-Kutta Orde Delapan dan Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan dengan MATLAB . . . . .	93
4.4.3	Analisis Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . . . .	104

4.4.4 Analisis Efisiensi Metode Runge-Kutta Orde Delapan . . .	109
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	111
5.1 Kesimpulan . . . . .	111
5.2 Saran . . . . .	112
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .	113
<b>LAMPIRAN</b> . . . . .	117

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Gejala Malaria Secara Umum (Sumber: Wikipedia,2013) . . . . .	6
2.2	Jumlah Kasus Malaria Tahun 2010 . . . . .	7
2.3	Analisis Model Matematika Penyakit Malaria . . . . .	8
2.4	Diagram Aproksimasi . . . . .	19
2.5	Tampilan Awal MATLAB . . . . .	40
3.1	Prosedur Penelitian . . . . .	44
4.1	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 100 pada populasi manusia	94
4.2	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 100 pada populasi manusia .	95
4.3	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 100 pada populasi vektor .	95
4.4	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 100 pada populasi vektor . .	96
4.5	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 5.000 pada populasi manusia	97
4.6	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 5.000 pada populasi manusia	97
4.7	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 5.000 pada populasi vektor	98
4.8	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 5.000 pada populasi vektor .	99
4.9	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi $10^{-3}$ pada populasi manusia	99
4.10	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi $10^{-3}$ pada populasi manusia . . . . .	100
4.11	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi $10^{-3}$ pada populasi vektor	101
4.12	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi $10^{-3}$ pada populasi vektor . . . . .	101
4.13	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi $10^{-4}$ pada populasi manusia	102
4.14	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi $10^{-4}$ pada populasi manusia . . . . .	103
4.15	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi $10^{-4}$ pada populasi vektor	103
4.16	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi $10^{-4}$ pada populasi vektor . . . . .	104
4.17	Grafik konvergensi metode RK8B1 dengan iterasi 100 . . . . .	107
4.18	Grafik konvergensi metode ABM9 dengan iterasi 100 . . . . .	108

4.19	Grafik konvergensi metode RK8B1 dengan iterasi 5.000 . . . . .	108
4.20	Grafik konvergensi metode ABM9 dengan iterasi 5.000 . . . . .	109



## DAFTAR TABEL

2.1	Definisi Simbol Sub Populasi (Variabel Terikat) . . . . .	10
2.2	Nilai Parameter . . . . .	10
2.3	Hasil Penelitian Metode Runge-Kutta . . . . .	28
2.4	Fungsi-fungsi MATLAB untuk menyelesaikan masalah-masalah PD	41
4.1	Matriks Koefisien RK8B1 . . . . .	61
4.2	Matriks Koefisien RK8B2 . . . . .	66
4.3	Variabel dalam model transmisi malaria . . . . .	75
4.4	Data efektivitas metode RK8 dan ABM9 . . . . .	105
4.5	Data efisiensi metode RK8 dan ABM9 . . . . .	110

## DAFTAR LAMPIRAN

Matrik Penelitian . . . . .	118
Formulir Pengajuan Judul dan Pembimbingan Skripsi . . . . .	119
Lembar Konsultasi Penyusunan Skripsi . . . . .	120
Format <i>Programming</i> Efektivitas Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan . . . . .	122
Format <i>Programming</i> Efisiensi Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan . . . . .	130
Format Pembuktian Koefisien Matriks RK8B1 dalam MATLAB. . . . .	138

## DAFTAR LAMBANG

$a, b, c$	=	Tetapan unik pada metode Runge-Kutta
$ABM9$	=	Formula metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan
$e$	=	Toleransi
$e_n$	=	Kesalahan global
$f^{(n)}(x, y)$	=	Turunan ke- $n$ dari fungsi $f(x, y)$
$f_x(\equiv f_x(x, y))$	=	Turunan parsial $f(x, y)$ terhadap $x$
$h$	=	Ukuran langkah
$i$	=	Iterasi
$I_n$	=	Kesalahan pemenggalan lokal
$p$	=	Orde
$RK8B1$	=	Formula kesatu metode Runge-Kutta orde delapan
$RK8B2$	=	Formula kedua metode Runge-Kutta orde delapan
$y(x_n)$	=	Solusi eksak pada $n$
$y_n$	=	Solusi numerik pada $n$