



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF UFO**

SKRIPSI

Oleh

Reni Umilasari

NIM 090210101102

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF UFO**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar

Sarjana Pendidikan

Oleh

Reni Umilasari

NIM 090210101102

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Orang tuaku tercinta dan terkasih :Ayahanda Suwono dan Ibunda Sriani serta "nakneng", dan Kakakku Rini Sulistyowati, Sobri Abdillah, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
2. *My beloved*, Yudhistira Dian Pamungkas yang telah memberikan dukungan positif bagiku dalam setiap hal yang akan dan telah aku lakukan dan semangat dalam penulisan skripsi ini;
3. Bapak Drs. Sadali, M.Pd. dan Ibu Yudi Indriani yang telah memberikan doa, dukungan dan motivasi selama ini;
4. Teman-teman angkatan 2009 FKIP Matematika: (Ana, mamet, mas joni, Devi, Dewi, Erica, Yuyun, Reza, warga MSC dan semuanya) yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah yang tak terlupakan;
5. Teman-teman pejuang graf: (Iis, Novian, Laras, MbK Kunti, MbK ALvin, MbK Yuni, MbK Fitri, MbK Ela, MbK Ira, Mas Muklis, Mas Zein, Lisa, dan pencinta graf lainnya) yang selalu berbagi suka dan duka untuk menemukan rumus dan selalu memberikan dukungan untuk terus semangat;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Reni Umilasari

NIM : 090210101102

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf UFO adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Februari 2013

Yang menyatakan,

Reni Umilasari

NIM. 090210101102

SKRIPSI

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF UFO

Oleh

Reni Umilasari
NIM 090210101102

Dosen Pembimbing 1 : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

PERSETUJUAN

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF UFO

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Reni Umilasari
NIM : 090210101102
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun : 2009
Daerah Asal : Jember
Tempat, Tanggal Lahir : Jember, 28 Juli 1991

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf UFO telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin

Tanggal : 18 Februari 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto M.Pd.

NIP.19630616 198802 1 001

Anggota I,

Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP.19670420 199201 1 001

Anggota 2,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP.19680802 199303 1 004

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si

NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a,d) -Sisi Antimagic Pada Graf UFO; Reni Umilarsari, 090210101102; 2013: 126 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Graf adalah salah satu kajian dalam matematika diskrit. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit tersebut. Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic (SEATL), dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda.

Salah satu jenis graf yang belum diketahui pelabelan super (a, d) antimagic adalah graf UFO. Graf UFO yang dinotasikan dengan $U_{m,n}$ adalah sebuah graf yang memiliki bentuk menarik yang merupakan pengembangan dari graf buku segitiga, dimana pada ketiga titik terakhir ditambahkan sisi (*edge*) dan titik (*vertex*) sebanyak n . Gabungan diskonektif graf UFO merupakan gabungan saling lepas dari s duplikat graf UFO dan dinotasikan dengan $sU_{m,n}$.

Graf UFO memiliki himpunan *vertex*, $V = \{u, f, o, x_i, u_j, o_j, x_{m_j}, ; 1 \leq i \leq m; 1 \leq j \leq n; m, n \in \mathbb{N}\}$ dan himpunan *edge*, $E = \{fx_i, uf, fo, uo, ox_i, x_m x_{m_j}, uu_j, -oo_j; 1 \leq i \leq m; 1 \leq j \leq n; m, n \in \mathbb{N}\}$. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan lema yang telah ada tentang nilai batas d dan lema untuk pelabelan graf saat $d = 1$, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf $U_{m,n}$ dan $sU_{m,n}$ dan metode pendeteksian pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf UFO. Hasil penelitian ini berupa lema dan teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf $U_{m,n}$ dan $sU_{m,n}$. Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Teorema 4.2.1** *Ada pelabelan total super $(3m + 6n + 9, 0)$ -sisi antimagic*

dan $(m + 3n + 7, 2)$ -sisi antimagic pada graf UFO $U_{m,n}$ untuk $m \geq 1$ dan $n \geq 1$

2. **Teorema 4.2.2** Ada pelabelan total super $(\frac{4m+9n+16}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada graf UFO $U_{m,n}$ untuk $m, n \in \text{genap}$ atau $m \in \text{ganjil} \wedge n \in \text{genap}, m \geq 1, n \geq 1$
3. **Teorema 4.4.1** Ada pelabelan total super $(\frac{6sm+12sn+15s+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic dan $(\frac{9s+2sm+6sn+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf UFO $sU_{m,n}$ jika $m \geq 1, n \geq 1, s \geq 3$ dan s ganjil
4. **Teorema 4.4.2** Ada pelabelan total super $(\frac{4sm+9sn+12s+4}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf UFO $sU_{m,n}$ untuk $m, n \in \text{genap}$ atau $m \in \text{ganjil} \wedge n \in \text{genap}, m \geq 1, n \geq 1, s$ ganjil dan $s \geq 3$
5. **Lema 4.2.1** Ada pelabelan titik $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf UFO $U_{m,n}$ jika $m \geq 1$ dan $n \geq 1$
6. **Lema 4.4.1** Ada pelabelan titik $(\frac{3s+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf UFO $(sU_{m,n})$ jika $m \geq 1, n \geq 1, s$ ganjil dan $s \geq 3$

Dari kajian diatas ada beberapa batasan s, m dan n yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 4.5.1** Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf UFO $sU_{m,n}$, dengan $m \geq 1; n \geq 1; 1 \leq k \leq s; s$ genap untuk $d = 0$ dan $d = 2$.
2. **Masalah Terbuka 4.5.2** Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf UFO $sU_{m,n}$, untuk $d = 1$ dengan m dan n ganjil serta m genap dan n ganjil ($m \geq 1, n \geq 1$) baik pada graf UFO tunggal maupun gabungannya.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic Pada Graf UFO. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Komputer Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Drs. Slamir, M.Comp.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Februari 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
Halaman Persembahan	ii
Halaman Pernyataan	iii
HALAMAN PERSETUJUAN	v
Halaman Pengesahan	vi
RINGKASAN	vii
Kata Pengantar	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
Daftar Lampiran	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Terminologi Dasar Graf	6
2.2 Graf Khusus	15
2.3 Aplikasi Graf	22
2.4 Graf UFO	29
2.5 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika	30
2.6 Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem	33
2.7 Pelabelan Graf	34
2.7.1 Definisi Pelabelan Graf	34
2.7.2 Pelabelan Total Super (a, d) -sisi antimagic	35

2.8	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif	38
3	METODE PENELITIAN	42
3.1	Metode Penelitian	42
3.2	Definisi Operasional	42
3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	43
3.2.2	Graf UFO $U_{m,n}$	43
3.2.3	Gabungan Saling Lepas graf UFO $sU_{m,n}$	43
3.3	Teknik Penelitian	44
3.4	Observasi	47
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	51
4.1	Graf UFO $U_{m,n}$	51
4.1.1	Jumlah Titik dan Sisi pada graf UFO $U_{m,n}$	51
4.1.2	Batas Atas d graf UFO $U_{m,n}$	52
4.2	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic pada graf UFO $U_{m,n}$.	53
4.3	Gabungan graf UFO $sUFO_{m,n}$	69
4.3.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf UFO $sUFO_{m,n}$	70
4.3.2	Batas Atas d gabungan graf UFO $sUFO_{m,n}$	70
4.4	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic pada gabungan graf UFO $sU_{m,n}$	71
4.5	Hasil dan Pembahasan	95
5	KESIMPULAN DAN SARAN	98
5.1	Kesimpulan	98
5.2	Saran	98
	DAFTAR PUSTAKA	100
	LAMPIRAN-LAMPIRAN	102

DAFTAR GAMBAR

1.1 Model representasi jembatan Königsberg	2
1.2 Model graf representasi permasalahan jembatan Königsberg	2
2.1 Contoh graf secara umum	7
2.2 Contoh graf reguler dan non-reguler	7
2.3 Contoh graf dengan <i>girth</i> 3 dan diameter 2	8
2.4 Contoh graf dengan <i>walk</i> dan <i>trail</i>	9
2.5 Contoh graf terhubung dan tidak terhubung	9
2.6 Contoh graf terpotong	11
2.7 Contoh graf dan subgrafnya	11
2.8 Graf tidak berarah dan graf berarah	13
2.9 G_1 isomorfik dengan G_2 , tetapi tidak isomorfik dengan G_3	13
2.10 Graf berhingga dan graf tak berhingga	14
2.11 Contoh sebuah graf dan matrik <i>adjacencynya</i>	15
2.12 Contoh gabungan graf	15
2.13 Graf Kipas \hat{K}_9	16
2.14 Graf Buku Segitiga Bt_n	16
2.15 Graf Tangga St_3	17
2.16 Graf $E(E_n)$	18
2.17 Graf Gunung Berapi	19
2.18 Graf Lobster $\mathcal{L}_{4,2,1}$	19
2.19 Graf Tangga Permata Dl_3	19
2.20 Graf Gunung M_{2n} dengan $n = 2$, M_4	20
2.21 Graf Kelelawar Bat_3	21
2.22 Graf Tangga Tiga-siklus TCL_3	21
2.23 Struktur Metana digambarkan dalam bentuk graf	22
2.24 Jaringan Telepon	23
2.25 Model papan sirkuit digambarkan dalam bentuk graf <i>Bipartite</i>	23
2.26 Sirkuit dan model grafnya	24

2.27	Representasi jalan di 7 kecamatan	24
2.28	Rute 1 sejauh 120 km	25
2.29	Rute 2 sejauh 114 km	26
2.30	Rute 3 sejauh 85 km	26
2.31	Contoh Sudoku 9×9	28
2.32	Contoh <i>sudoku</i> awal 4×4	28
2.33	Representasi <i>sudoku</i> awal ke dalam graf	28
2.34	Representasi pewarnaan titik pada graf <i>sudoku</i> 4×4	29
2.35	Penyelesaian <i>sudoku</i> 4×4	29
2.36	Graf UFO $U_{m,n}$	30
2.37	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . .	32
2.38	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total	35
3.1	Graf UFO $U_{m,n}$	43
3.2	Graf UFO $sU_{m,n}$	44
3.3	Rancangan Penelitian	46
3.4	EAVL Graf UFO $U_{3,2}$	48
3.5	EAVL Graf UFO $U_{5,3}$	48
3.6	EAVL gabungan graf UFO $3U_{5,3}$	49
3.7	EAVL gabungan graf UFO $5U_{3,2}$	50
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada $U_{3,2}$ dan $U_{5,3}$	52
4.2	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada $U_{5,3}$	56
4.3	SEATL graf UFO $U_{5,3}$ dengan $d = 0$	58
4.4	SEATL graf UFO $U_{5,3}$ dengan $d = 2$	61
4.5	SEATL graf UFO $U_{4,4}$ dengan $d = 1$	67
4.6	SEATL graf UFO $U_{5,4}$ dengan $d = 1$	67
4.7	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada $5U_{3,2}$	75
4.8	Pelabelan titik (150,0)-sisi antimagic pada $3U_{6,4}$	84
4.9	Pelabelan titik (70,2)-sisi antimagic pada $3U_{6,4}$	85
4.10	Pelabelan titik (5,1) sisi antimagic pada $3U_{5,4}$	87
4.11	SEATL graf UFO $3U_{6,4}$ dengan $d = 1$	93

4.12 SEATL graf UFO $3U_{5,4}$ dengan $d = 1$	94
---	----

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf konektif.	39
2.2	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf diskonektif.	39

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	= Titik ke- n pada suatu graf
e_n	= Sisi ke- n dari suatu graf
$ V(G) $	= Banyaknya titik dari graf G yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	= Banyaknya sisi dari graf G yang disebut ukuran (<i>size</i>)
$EA VL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super (a, d)-sisi antimagic
d	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
a	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$U_{m,n}$	= Graf UFO, dimana m adalah banyaknya titik pada bagian badan graf UFO, dan n adalah banyaknya sinar pada graf UFO
$sU_{m,n}$	= Gabungan graf UFO, dimana s menyatakan jumlah <i>copy</i> dari graf UFO, m adalah banyaknya titik pada bagian badan n adalah banyaknya sinar pada graf UFO graf UFO, dan n adalah banyaknya sinar pada graf UFO
u	= <i>front part</i> dari graf UFO
f	= Bagian mesin kendali dari graf UFO
o	= Bagian mesin generator dari graf UFO
x_i	= Titik ke- i pada bagian badan graf UFO
u_j	= Titik ke- j pada bagian sinar dari graf UFO
o_j	= Titik ke- j pada bagian sinar dari graf UFO
$x_{m,j}$	= Titik ke- m, j pada bagian sinar dari graf UFO
$\alpha(u)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik untuk <i>frontpart</i> dari graf UFO
$\alpha(f)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik untuk bagian mesin kendali dari graf UFO
$\alpha(o)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian mesin generator dari graf UFO

- $\alpha(x_i)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- i pada bagian badan graf UFO
 $\alpha(u_j)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- j pada bagian sinar dari graf UFO
 $\alpha(o_j)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- j pada bagian sinar dari graf UFO
 $\alpha(x_{m,j})$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- m, j pada bagian sinar dari graf UFO
 w_{α_p} = Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik α_p
 $W\alpha_p$ = Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total α_p
 $\beta(u^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik untuk *front part* dari gabungan graf UFO untuk *copy* ke- k
 $\beta(f^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik untuk bagian mesin kendali dari gabungan graf UFO untuk *copy* ke- k
 $\beta(o^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian mesin generator dari gabungan graf UFO untuk *copy* ke- k
 $\beta(x_i^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- i pada bagian badan gabungan graf UFO untuk *copy* ke- k
 $\beta(u_j^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- j pada bagian sinar dari graf UFO untuk *copy* ke- k
 $\beta(o_j^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- j pada bagian sinar dari graf UFO untuk *copy* ke- k
 $\beta(x_{m,j}^k)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ke- m, j pada bagian sinar dari graf UFO untuk *copy* ke- k
 w_{β_p} = Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik β_p pada gabungan graf UFO
 $W\beta_p$ = Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total β_p pada gabungan graf UFO