SISTEM ANTRIAN PENUMPANG DI LOKET STASIUN KERETA API JEMBER

KARYA ILMIAH TERTULIS

(SKRIPSI)

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi syarat-syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Disusun oleh :

AZAD YAMANI
020210101189

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2006

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Muhammad SAW. Syukur Alhamdulillah kepersembahkan kebahagiaan ini kepada:

1. Kedua orang tuaku, Ibunda tercinta Faridah Al-Jufri dan Ayahanda tersayang Ahmad Yamani Zubaidi sebagai tanda terimakasih atas semua pengorbanan, ketulusan, kasih sayang dan do'a nan senantiasa mengiringi setiap langkahku, menaburkan nafas semangat dalam sanubariku, memberikan semua cinta yang penulis butuhkan yang tak pernah luntur sepanjang zaman serta penyemangat sejati dalam langkahku;
2. Kedua adikku, Nasimah dan Nailatur Rayhanah yang senantiasa menghadirkan senyum untukku, memberikan rasa sayang yang berlebih pada penulis dan semangat yang tak henti guna kebaikan penulis.
3. Nenekku, serta semua saudaraku di Situbondo dan Jember yang senantiasa memberikan motifasi.
4. dosen dan guru-guruku, terimakasih atas bimbingannya, didikannya yang tulus, semoga Allah SWT memberikan yang terbaik dan membalas jasa-jasamu.

MOTTO

AL-QUR'AN (SURAT AN-NISA' : 59)

Artinya: ***"Hai orang-orang yang beriman, taatilah Allah dan taatilah Rasul-Nya, dan ulil amri di antara kamu. Kemudian jika kamu berlainan pendapat tentang sesuatu, maka kembalikanlah ia kepada Allah (Al Quran) dan Rasul (sunnahnya), jika kamu benar-benar beriman kepada Allah dan hari kemudian. Yang demikian itu lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya."***

PERKATAAN AL-IMAM MALIK

" Tidak Akan Baik Generasi Akhir Ummat Ini Kecuali dengan Apa yang telah Menjadikan Baik Generasi Awalnya".

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Azad Yamani

NIM : 020210101189

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul "Sistem Antrian Penumpang di Loket Stasiun Kereta Api Jember" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2006
Yang menyatakan,

Azad Yamani
NIM. 020210101189

HALAMAN PENGAJUAN

SISTEM ANTRIAN PENUMPANG
DI LOKET STASIUN KERETA API JEMBER

SKRIPSI

diajukan untuk dipertahankan di depan tim penguji guna menyelesaikan pendidikan program strata satu jurusan Pendidikan Matematika Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama Mahasiswa	: Azad Yamani
NIM	: 020210101189
Angkatan Tahun	: 2002
Jurusan/Program	: P. MIPA/ P. Matematika
Tempat/Tanggal Lahir	: Situbondo, 21 Maret 1983
Daerah Asal	: Situbondo

Disetujui

Pembimbing I	Pembimbing II
Susi Setiawani, S.Si, M.Sc.	**Drs. Suharto, M.Kes.**
NIP. 132 133 931	**NIP. 131 274 730**

PENGESAHAN

Skripsi oleh Azad Yamani NIM. 020210101189 telah dipertahankan di depan tim penguji Fakultas Keguruan dan Ilmu pendidikan Universitas Jember dan diterima untuk memenuhi prasyarat guna mendapat gelar sarjana pendidikan pada:

hari : Sabtu

tanggal : 29 Juli 2006

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Drs. Toto' Bara, M.Si. **NIP. 131 624 470**	**Drs. Susanto, M.Pd.** **NIP. 131 729 847**
Anggota I,	Anggota II,
Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. **NIP. 132 133 931**	**Drs. Antonius CP., M.App.Sc.** **NIP. 132 046 352**

Mengetahui,

Dekan FKIP-Universitas Jember

Drs.H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum
NIP. 130 810 936

RINGKASAN

SISTEM ANTRIAN PENUMPANG DI LOKET STASIUN KERETA API JEMBER, AZAD YAMANI, 020210101189, 2006, 45 HALAMAN.

Antrian adalah suatu garis tunggu dari penumpang (satuan) yang memerlukan layanan dari satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan). Berdasarkan teori tingkat kedatangan penumpang mengikuti distribusi Poisson. Distribusi Poisson merupakan salah satu proses stokastik. Jadi, kedatangan penumpang dan masuknya pada sistem antrian tidak dapat diramalkan secara pasti (konstan dan acak). Tujuan penelitian ini adalah: (1) untuk mengetahui distribusi tingkat kedatangan penumpang di loket stasiun kereta api Jember; (2) untuk mengetahui model antrian penumpang di loket stasiun kereta api Jember; (3) untuk mengetahui kondisi sistem antrian penumpang di loket stasiun kereta api Jember dengan ukuran kinerja pada hari yang berbeda di saat mudik lebaran dan hari-hari biasa. Pengambilan data ini dilakukan pada tanggal 27 Oktober s.d 2 November 2005 (hari-hari mudik) dan pada tanggal 6 s.d 12 Februari 2006 (hari-hari biasa). Metode pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan metode observasi. Dalam penelitian ini, menggunakan 4 observer yang mencatat waktu kedatangan, loket yang didatangi, waktu masuk dan keluar antrian, keluar sistem antrian serta lama pelayanan tiap penumpang. Untuk mendapatkan suatu distribusi tingkat kedatangan penumpang serta lama pelayanan pada hari yang berbeda perlu digunakan uji *Goodness of Fit Chi-Square* dan *One-Sample Komogorov-Smirnov* menggunakan SPSS 11.0. Setelah dilakukan pengujian, menghasilkan kesimpulan bahwa tingkat kedatangan penumpang di stasiun kereta api Jember mengikuti distribusi Poisson, sedangkan waktu pelayanan mengikuti distribusi Eksponensial. Berdasarkan hasil uji tersebut dan hasil observasi didapatkan model antrian *Kendall-Lee* yaitu **(M / M / 1) : (FCFS / 15 / ~)**. Operasional fasilitas pelayanan yang ada sudah optimal, hal ini terbukti dengan $\lambda < \mu$, kondisi *steady-state* dan karakteristik ukuran kinerja yang diperoleh adalah rata-rata tingkat kedatangan penumpang pada hari-hari mudik adalah 0,865 orang/menit, sedangkan

pada hari-hari biasa adalah 0,693 orang/menit. Pada tanggal 12 Februari 2006 di loket 3 dengan keberangkatan kereta api jurusan Surabaya jam 05.00 WIB mengalami tingkat kedatangan penumpang (λ) yang cukup tinggi (2,387 orang/menit), tetapi diimbangi dengan tingkat pelayanan (μ) yang cukup tinggi (3,083 orang/menit), sehingga antrian tidak terlalu panjang.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji hanyalah bagi Allah 'Azza Wa Jalla, kita memuji dan memohon pertolongan serta memanjatkan ampunan kepada-Nya dan kita berlindung dari kejahatan jiwa serta kejelekan perbuatan kita. Barang siapa yang diberi petunjuk oleh Allah, maka tidak ada yang dapat menyesatkannya dan barangsiapa yang disesatkan, maka tidak ada yang dapat memberinya petunjuk tanpa seijin-Nya. Dengan ijin Allah pula akhirnya penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Tiada berlebihan kiranya penulis menyampaikan terima kasih seraya mengucapkan jazakumullahu khairan katsir kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pend. MIPA FKIP Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pend. Matematika FKIP Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II, yang telah membimbing dan mengarahkan dalam penulisan skripsi ini;
5. Seluruh Dosen dan Karyawan FKIP Universitas Jember;
6. Saudara-saudaraku satu kontrakan Iman, Sufyan, Mukhlis, 'Abdullah, dan Hasan, ikhwan salafiyyin di kampus maupun di ma'had As-Salafy Jember serta Asaatidzah hafidzahumullah;
7. Teman-temanku yang telah membantu penelitian tersebut Hari, Dandi, Nurdin, Baitowi dan Hery;
8. Rekan-rekan mahasiswa FKIP Matematika Universitas Jember angkatan 2002;
9. Kepala Stasiun PT. Kereta Api Daerah Operasi IX Jember; dan
10. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan sehingga terselesaikannya penulisan skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan dan dorongan yang telah diberikan mendapat balasan dari Allah SWT. Akhirnya, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis pada khususnya, dan pembaca pada umumnya.

Jember, Juli 2006 Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR GRAFIK

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

t_n	Periode waktu dalam menit
λ	Rata-rata kecepatan pertibaan dalam satu satuan waktu
μ	Rata-rata kecepatan pelayanan dalam satu satuan waktu
n	Jumlah penumpang dalam antrian dalam waktu t
$P_n(t)$	Probabilitas ada n penumpang dalam sistem antrian
$f(t)$	Fungsi kepadatan distribusi eksponensial
ρ	Faktor utilitas
L_q	Panjang antrian
W_q	Rata-rata waktu tunggu dalam antrian
L_s	Panjang sistem antrian
W_s	Rata-rata waktu tunggu dalam sistem
$X(t)$	Banyaknya penumpang yang datang pada interval waktu tertentu
T	Ruang state
f_o	Frekuensi observasi
f_e	Frekuensi teoritis/ekspektasi
v	Derajat bebas
k	Banyaknya loket yang paralel
m	Banyaknya parameter populasi yang akan diduga
N	Lama waktu penelitian dalam setiap observasi (menit)
r	Banyakya $f_e > 5$ yang digunakan dalam menghitung χ^2

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Menurut Siagian antrian ialah suatu garis tunggu dari penumpang (satuan) yang memerlukan layanan dari satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan). Kejadian garis tunggu timbul disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan (kapasitas pelayanan) atau fasilitas layanan, sehingga penumpang yang datang tidak bisa segera mendapat layanan disebabkan kesibukan pelayanan.

Subagyo menyatakan bahwa teori antrian diciptakan pada tahun 1909 oleh ahli matematika dan insinyur berkebangsaan Denmark yang bernama A.K. Erlang. Dia mengembangkan model antrian untuk menentukan jumlah yang optimal dari fasilitas *telephone switching* yang digunakan untuk melayani permintaan yang ada. Teori antrian di atas dapat digunakan untuk mengetahui tingkat pelayanan (fasilitas layanan) di stasiun kereta api.

Antrian pembelian tiket penumpang kereta api di stasiun merupakan salah satu contoh peristiwa antrian dalam kehidupan sehari-hari. Penumpang datang dengan laju tetap atau tidak tetap untuk memperoleh pelayanan pada fasilitas pelayanan. Bila penumpang yang datang dapat masuk ke dalam fasilitas pelayanan yang memiliki saluran tunggal, mereka akan dilayani dengan laju tetap atau tidak tetap. Setelah selesai, mereka pun berangkat.

Pada hari-hari mudik, biasanya stasiun kereta api dipadati oleh para penumpang yang siap pergi mudik ke kampung halaman, sehingga antrian pun panjang. Hal inilah yang membuat PT. Kereta Api perlu meningkatkan sistem pelayanan terhadap para penumpang.

Secara teoritis proses kedatangan dan perilaku penumpang dalam memasuki antrian tidak dapat diramalkan secara pasti (konstan dan acak). Jika proses kedatangan terjadi secara acak, maka proses ini sesuai dengan proses stokastik, khususnya proses Poisson, artinya jumlah penumpang yang datang selama periode waktu tertentu *t* akan mengikuti distribusi Poisson. Tetapi tidak semua tingkat kedatangan akan berdistribusi Poisson, oleh karena itu perlu diuji kesesuaian distribusi ini dengan menggunakan uji *Goodness of Fit Chi-Square* dan *One-Sample Kolmogorov Smirnov*.

Berdasarkan deskripsi di atas, maka perlu diadakan penelitian dengan judul ”Sistem Antrian Penumpang di Loket Stasiun Kereta Api Jember”.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. bagaimanakah distribusi tingkat kedatangan penumpang di stasiun kereta api Jember ?
2. bagaimanakah model antrian penumpang di loket stasiun kereta api Jember ?
3. bagaimanakah kondisi sistem antrian penumpang di loket stasiun kereta api Jember dengan karakteristik ukuran kinerja pada hari yang berbeda di saat mudik lebaran dan hari-hari biasa ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan pada rumusan masalah di atas, maka tujuan dalam penelitian ini adalah :

1. mengetahui distribusi tingkat kedatangan penumpang di loket stasiun kereta api Jember
2. mengetahui model antrian penumpang di loket stasiun kereta api Jember
3. mengetahui kondisi sistem antrian penumpang di loket stasiun kereta api Jember dengan ukuran kinerja pada hari yang berbeda di saat mudik lebaran dan hari-hari biasa.

1.4 Manfaat Penelitian

Beberapa manfaat yang didapatkan dari penelitian ini adalah :

1. memberikan sumbangan pemikiran kepada PT. Kereta Api (Persero) tentang tingkat pelayanan penumpang di loket stasiun kereta api Jember.
2. bagi peneliti, menambah wawasan tentang sistem antrian dan proses pelayanan yang diberikan PT. Kereta Api (Persero) Jember.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Proses antrian ialah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan dan masuk dalam baris-baris tunggu (antrian) untuk mendapatkan pelayanan. Salah satu proses antrian dalam kehidupan sehari-hari adalah antrian pembelian tiket kereta api di loket stasiun. Secara teoritis proses kedatangan dan perilaku penumpang dalam memasuki antrian tidak dapat diramalkan secara pasti (konstan atau acak). Jika proses kedatangan terjadi secara acak, maka proses ini sesuai dengan proses stokastik, khususnya proses Poisson, artinya jumlah yang datang selama periode waktu tertentu t akan mengikuti distribusi Poisson (Siagian, 1987).

2.1 Proses Stokastik

Proses stokastik (*Stochastic Processes*) adalah himpunan variabel acak yang merupakan fungsi waktu (*time*) atau sering pula disebut proses acak (*random processes*), yang dinotasikan $\{ X(t), t \in T \}$. Variabel acak adalah variabel yang nilai-nilainya ditentukan oleh kesempatan atau variabel yang dapat bernilai numerik yang didefinisikan dalam suatu ruang sampel. Variabel acak $X(t)$ menyatakan kondisi (*state*) dari sistem yang ditandai dengan setiap saat pada interval waktu t berhingga (*finite*) maupun tak berhingga (*infinite*).

Jika untuk semua $t_1, t_2, \ldots, t_n$, dimana $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$ dan variabel acak $X(t_2) = X(t_1)$, $X(t_3) = X(t_2)$, ... ,$X(t_n) = X(t_{n-1})$ independen, maka $\{ X(t), t \in T\}$ dikatakan sebagai proses dengan *incremen independen*. Pada penelitian ini $X(t)$ menyatakan banyaknya penumpang yang datang pada interval waktu $(0,t)$, dan ruang *state*nya adalah $T = \{0, 1, 2, \ldots \}$. Jadi proses stokastiknya adalah $X(t) = \{0, 1, 2, \ldots \}$ dan disebut proses stokastik waktu kontinu dengan ruang *state* diskrit (Praptono, 1986 : 2.2 – 2.4).

2.2 Proses Poisson

Percobaan yang menghasilkan variabel acak X yang bernilai numerik, disebut percobaan Poisson. Misalkan percobaan Poisson menghasilkan pengamatan untuk variabel acak $X(t)$ yang meyatakan banyaknya kedatangan penumpang paada suatu interval waktu tertentu t (menit). Suatu percobaan Poisson seperti ini sesuai dengan proses Poisson dan akan berdistribusi Poisson jika memiliki sifat-sifat proses Poisson sebagai berikut :

1. banyaknya kedatangan, $X(t)$, yang terjadi di dalam suatu interval waktu tidak dipengaruhi oleh kedatangan yang terjadi dalam interval waktu sebelumnya.
2. probabilitas kedatangan, $P_n(t)$, hanya tergantung pada panjang interval waktu, tetapi tidak tergantung dimana interval waktu berada (homogenitas dalam waktu).
3. di dalam suatu interval kecil, Δt, probabilitas tepat satu kedatangan adalah $\lambda \Delta t + O(\Delta t)$ dan probabilitas lebih dari satu kedatangan adalah $O(\Delta t)$ dalam interval Δt, sedangkan simbol $O(\Delta t)$ digunakan untuk menyatakan fungsi Δt yang mendekati 0 lebih cepat dari Δt sendiri mendekati 0 artinya

$$\frac{O(\Delta t)}{\Delta t} = 0 \quad \text{untuk} \quad \Delta t \to 0$$

(Praptono, 1986 : 6.3 – 6.10).

Di dalam suatu antrian penumpang di loket stasiun kereta api, sebenarnya sulit untuk dibicarakan kasus kedatangannya karena kejadian tersebut sering tidak berpola. Akan tetapi, ada beberapa kasus yang dapat dipergunakan sebagai landasan teori untuk menyelidiki kasus kedatangan para penumpang di stasiun kereta api. Beberapa notasi proses kedatangan adalah :

n	=	jumlah penumpang dalam antrian pada waktu t
$P_n(t)$	=	probabilitas ada n penumpang dalam antrian pada waktu t
λ	=	rata-rata tingkat kedatangan dalam satu satuan waktu
$\lambda \Delta t$	=	probabilitas ada satu penumpang baru datang dalam antrian dalam kurun waktu t hingga $t + \Delta t$

μ = rata-rata tingkat pelayanan dalam satu satuan waktu

$\mu\,\Delta t$ = probabilitas ada satu penumpang yang selesai dilayani dalam kurun waktu t hingga $t + \Delta t$

Misalkan tingkat pelayanan tidak mempengaruhi jumlah penumpang kereta api dalam antrian dan bahwa para penumpang yang membentuk garis tunggu atau antrian tersebut dilayani sesuai dengan disiplin *first in – first out* atau *first-come first-served,* maka peluang bahwa ada n penumpang ($n > 0$) pada waktu ($t + \Delta t$) ditentukan oleh empat kemungkinan sebagai berikut.

1) Kemungkinan I.
   a. Ada n penumpang dalam antrian pada waktu $t = P_n\,(t)$
   b. Tidak ada kedatangan selama waktu $\Delta t = 1 - \lambda\,\Delta t$
   c. Tidak ada penumpang yang dilayani selama waktu $\Delta t = 1 - \mu\,\Delta t$
2) Kemungkinan II.
   a. Ada ($n + 1$) penumpang dalam antrian pada waktu $t = P_{n+1}\,(t)$
   b. Tidak ada kedatangan selama waktu $\Delta t = 1 - \lambda\,\Delta t$
   c. Ada satu penumpang yang dilayani selama waktu $\Delta t = \mu\,\Delta t$
3) Kemungkinan III.
   a. Ada ($n - 1$) penumpang dalam antrian pada waktu $t = P_{n-1}\,(t)$
   b. Ada kedatangan satu satuan dalam antrian dalam waktu $\Delta t = \lambda\,\Delta t$
   c. Tidak ada penumpang yang dilayani selama waktu $\Delta t = 1 - \mu\,\Delta t$
4) Kemungkinan IV.
   a. Ada n penumpang dalam antrian pada waktu $t = P_n\,(t)$
   b. Ada kedatangan satu penumpang selama waktu $\Delta t = \lambda\,\Delta t$
   c. Ada satu penumpang yang dilayani selama waktu $\Delta t = \mu\,\Delta t$

(Siagian, 1987: 396 – 397).

Berdasarkan empat kemungkinan di atas, maka peluang bahwa ada n penumpang kereta api dalam antrian pada waktu ($t + \Delta t$) yaitu $P_n\,(t + \Delta t)$ dengan asumsi bahwa peluang kedatangan dan peluang pelayanan lebih dari satu penumpang dalam waktu Δt dianggap sama dengan nol, ialah :

$$P_n(t+\Delta t) = \textit{peluang kemungkinan I} + \textit{peluang kemungkinan II} + \textit{peluang kemungkinan III} + \textit{peluang kemungkinan IV}$$

$$= P_n(t)(1-\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t) + P_{n+1}(t)(\mu\Delta t)(1-\lambda\Delta t) + P_{n-1}(t)(\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t) + P_n(t)(\lambda\Delta t)(\mu\Delta t)$$

$$= P_n(t)(1-\mu\Delta t - \lambda\Delta t + \mu\lambda(\Delta t)^2) + P_{n+1}(t)(\mu\Delta t - \mu\lambda(\Delta t)^2) + P_{n-1}(t)(\lambda\Delta t - \lambda\mu(\Delta t)^2) + P_n(t)(\lambda\mu(\Delta t)^2)$$

$$= P_n(t) - P_n(t)(\mu\Delta t) - P_n(t)(\lambda\Delta t) + P_n(t)(\mu\lambda(\Delta t)^2) + P_{n+1}(t)(\mu\Delta t) - P_{n+1}(t)(\mu\lambda(\Delta t)^2) + P_{n-1}(t)(\lambda\Delta t) - P_{n-1}(t)(\lambda\mu(\Delta t)^2) + P_n(t)(\lambda\mu(\Delta t)^2)$$

$$= P_n(t) - (\lambda+\mu)\Delta t \,.\, P_n(t) + \mu \,.\, \Delta t.\, P_{n+1}(t) + \lambda \,.\, \Delta t.\, P_{n-1}(t) + \sum_{i=1}^{4} O_i\,\Delta t$$

dimana O_i adalah faktor yang mengandung Δt yaitu $\sum_{i=1}^{4} O_i\,\Delta t = P_n(t)(\mu\lambda(\Delta t)^2 - P_{n+1}(t)(\mu\lambda(\Delta t)^2) - P_{n-1}(t)(\lambda\mu(\Delta t)^2) + P_n(t)(\lambda\mu(\Delta t)^2))$, sehingga persamaan di atas menjadi :

$$P_n(t+\Delta t) = P_n(t) - (\lambda+\mu)\Delta t \,.\, P_n(t) + \mu \,.\, \Delta t.\, P_{n+1}(t) + \lambda \,.\, \Delta t.\, P_{n-1}(t) + (\Delta t)_1 + (\Delta t)_2 + (\Delta t)_3 + (\Delta t)_4$$

Di dalam ekspresi ini $(\Delta t)_1$, $(\Delta t)_2$, $(\Delta t)_3$, $(\Delta t)_4$ merupakan suku-suku dengan pangkat tinggi bagi Δt. Apabila Δt mendekati nol, suku-suku ini nilainya kecil sekali sehingga bisa diabaikan. Dengan demikian persamaan di atas menjadi :

$$P_n(t+\Delta t) = P_n(t) - (\lambda+\mu)\Delta t \,.\, P_n(t) + \mu \,.\, \Delta t.\, P_{n+1}(t) + \lambda \,.\, \Delta t.\, P_{n-1}(t)$$

kemudian dibagi dengan Δt, diperoleh :

$$\frac{P_n(t+\Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \lambda\, P_{n-1}(t) - (\lambda+\mu)\, P_n(t) + \mu\, P_{n+1}(t)$$

berdasarkan definisi turunan dari $P_n(t)$ terhadap t diperoleh :

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_n(t+\Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \frac{\partial P_n(t)}{\partial t}$$

$$= \lambda\, P_{n-1}(t) - (\lambda + \mu)\, P_n(t) + \mu\, P_{n+1}(t)\,,\ \ n > 0 \qquad (2.1)$$

Dalam keadaan $n = 0$ atau dengan kata lain, peluang bahwa tidak ada penumpang kereta api pada waktu ($t + \Delta t$) ditulis dengan $P_0\,(t + \Delta t)$ diperoleh dari dua kemungkinan sebagai berikut :

1) kemungkinan bahwa tidak ada penumpang dalam antrian pada waktu t dan tidak ada penumpang yang masuk antrian dalam waktu Δt yakni $P_0\,(t)(1 - \lambda\,\Delta t)$;
2) kemungkinan ada satu penumpang dalam antrian pada waktu t dan satu penumpang yang dilayani dalam waktu Δt serta tidak ada penumpang yang masuk dalam antrian dalam waktu Δt, yaitu $P_1\,(t)\,(\,\mu\,\Delta t\,)\,(1 - \lambda\,\Delta t\,)$.

Sesuai dengan kemungkinan-kemungkinan di atas, maka :

$$\begin{aligned} P_0\,(t + \Delta t) &= P_0(t)\,(1 - \lambda\,\Delta t) + P_1(t)\,(\mu\,\Delta t)\,(1 - \lambda\,\Delta t) \\ &= P_0(t) - \lambda\,\Delta t\,P_0(t) + \mu\,\Delta t\,P_1(t) - \lambda\,\mu\,(\Delta t)^2\,P_1(t). \end{aligned}$$

atau :

$$\frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = \mu\ P_1(t) - \lambda\ P_0(t) - \lambda\ \mu\ P_1(t)\ \Delta t$$

Untuk $\Delta t \to 0$, terdapat :

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = \mu\ P_1(t) - \lambda\ P_0(t) \qquad (2.2)$$

Dalam keadaan tidak stabil, dan pelayanan tidak berlangsung atau $\mu = 0$, maka pola kedatangan akan ditentukan dari persamaan (2.1) dan (2.2) sebagai berikut :

Dari persamaan (2.1) kita peroleh :

$$\frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = \lambda\, P_{n-1}(t) - \lambda\ P_n(t) \qquad (2.3)$$

dan dari persamaan (2.2) kita peroleh :

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} \;=\; -\lambda\, P_0\,(t) \tag{2.4}$$

kemudian :

$$\frac{\partial P_0(t)}{P_0(t)} = -\lambda\,\partial t \quad \Leftrightarrow \quad \int \frac{\partial P_0(t)}{P_0(t)} \;=\; \int -\lambda\,\partial t$$

$$\Leftrightarrow \ln\ P_0(t) \;=\; -\lambda\, t + C$$

$$\Leftrightarrow P_0(t) \;=\; e^{-\lambda\, t + C}$$

$$\Leftrightarrow P_0(t) \;=\; A\,.\,e^{-\lambda\, t}$$

Seandainya proses kedatangan mulai dari waktu $t = 0$ dan tidak ada penumpang yang tiba ($n = 0$), maka $P_0\,(t) = 1$ dan diperoleh :

$P_0\,(0) = A\,.\,e^{-\lambda\,.\,0} = 1$ dan $\quad A = 1$

sehingga :

$$P_0\,(t) = e^{-\lambda\, t} \tag{2.5}$$

Persamaan (2.5) disubstitusikan dalam persamaan (2.3) untuk $n = 1$, maka diperoleh :

$$\frac{\partial P_1(t)}{\partial t} = \lambda\, e^{-\lambda t} - \lambda\, P_1(t) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial P_1(t)}{\partial t} + \lambda\, P_1(t) = \lambda\, e^{-\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\partial P_1(t)}{\partial t}\, e^{\lambda\, t} + \lambda\, P_1(t)\, e^{\lambda\, t} = \lambda$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(e^{\lambda\, t}\ P_1(t) \right) = \lambda$$

$$\Leftrightarrow \quad \partial\left(e^{\lambda\, t}\ P_1(t) \right) = \lambda\, \partial t$$

$$\Leftrightarrow \quad \int \partial \left(e^{\lambda t} \, P_1(t) \right) = \int \lambda \, \partial t$$

$$\Leftrightarrow \quad e^{\lambda t} \, P_1(t) = \lambda \, t + C$$

$$\Leftrightarrow \quad P_1(t) = \lambda \, t \, . \, e^{-\lambda \, t} + C \, e^{-\lambda \, t}$$

karena pada saat $t = 0$ ada satu penumpang yang datang, maka probabilitasnya adalah $P_1(t) = 0$, sehingga :

$P_1(0) = C \, . \, e^{-\lambda} = 0$, sehingga $C = 0$. Dengan demikian, $P_1(t) = \lambda \, t \, \dfrac{e^{-\lambda t}}{1\,!}$.

Dengan menggunakan induksi matematika, akhirnya kita peroleh pola kedatangan dari n penumpang kereta api secara acak dalam antrian pada waktu t, yaitu :

$$P_n(t) = \frac{(\lambda \, t)^n \, . \, e^{-\lambda t}}{n\,!} \quad , \quad n \geq 0 \quad , \quad t \geq 0 \qquad (2.6)$$

Persamaan (2.6) merupakan suatu distribusi Poisson. Jadi, pola kedatangan dari n penumpang kereta api secara acak dalam antrian pada waktu t berdistribusi Poisson (Siagian, 1987 : 400).

2.3 Distribusi Eksponensial

Menurut Levin, dkk. (1997: 64) jika jumlah kedatangan penumpang per unit waktu dapat digambarkan oleh distribusi Poisson, maka lama waktu pelayanan dapat digambarkan dengan distribusi eksponensial.

Distribusi Poisson adalah diskrit karena menyangkut banyaknya kedatangan per satuan waktu. Sebaliknya distribusi eksponensial adalah kontinu sebab ia berhubungan dengan waktu pelayanan. (Mulyono, 1996).

Menurut Levin, dkk. (1997: 65) karakteristik distribusi eksponensial adalah sebagai berikut:

1. penggunaan distribusi eksponensial untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas jasa mengasumsikan bahwa waktu pelayanan bersifat acak. Artinya waktu untuk melayani penumpang tidak tergatung dari banyaknya waktu yang

telah dihabiskan utnuk melayani penumpang sebelumnya, dan tidak tergantung pada jumlah penumpang yang sedang menunggu utnuk dilayani.

2. distribusi eksponensial menganggap variabel acak waktu pelayanan tidak berumur. Misalnya, waktu pelayanan pengaduan pembayar pajak kategori tertentu. Anggap saja itu bisa digambarkan dengan distribusi eksponensial. Jika pembayar pajak belum menyelesaikan pembicaraannya dengan petugas pajak selama 5 jam, peluang bahwa pengaduan pembayar pajak akan selesai , misalnya, 1 jam lagi, sama saja bila ia sudah menghabiskan waktu 2 atau 10 jam.

Waktu pelayanan tidak selalu mengikuti distribusi Eksponensial dan banyaknya kedatangan penumpang juga tidak selalu mengikuti distribusi Poisson. Adapun fungsi kepadatan untuk distribusi Eksponensial adalah:

$$f(t) = \mu e^{-\mu t}$$

(Mulyono, 1996).

2.4 Uji *Goodness of Fit* dengan *Chi-Square*

Uji *goodness of fit* menggunakan data sampel sebagai dasar untuk menerima atau menolak tentang bentuk distribusi populasi. Dalam penelitian ini menggunakan uji *Goodness Of Fit* dengan *Chi-Square* karena uji tersebut dapat menguji kesesuaian antara distribusi data dengan distribusi teoritis (distribusi Poisson). Untuk mengujinya harus melalui beberapa tahapan, yaitu.

1. Hipotesis.

   H_0 : distribusi data sesuai dengan distribusi teoritis (distribusi Poisson)

   H_1 : distribusi data tidak sesuai dengan distribusi teoritis (distribusi Poisson)

2. Menentukan taraf signifikan (α).
3. Menentukan statistik uji *chi-square* dan derajat kebebasan (v).

   Statistik uji yang digunakan :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(f_{0i} - f_{ei})^2}{f_{ei}} \right)$$

dengan f_0 = frekuensi observasi dalam interval kelas tertentu

f_e = frekuensi ekspektasi/teoritis

= $P_n\,(t)\,.\,N$

dengan :

P_n (t) adalah fungsi kepadatan distribusi dengan derajat bebas sebagai berikut :

v = $r - m - 1$ dimana :

r = banyaknya $f_e > 5$ yang digunakan dalam menghitung χ^2 karena jika ada sel yang memiliki f_e terlalu kecil, pengujian *chi-square* bisa memberikan hasil yang keliru. Ini dapat terjadi karena f_e muncul sebagai penyebut pada rumus di atas. Jika f_e kecil sekali maka suatu angka yang dibagi dengan f_e menjadi besar sekali.

m = banyaknya parameter populasi yang akan diduga

4. Menentukan daerah penolakan dengan membandingkan antara χ^2 hitung dengan χ^2 tabel, χ^2 tabel = $\chi^2_{\alpha,v}$. Jika χ^2 hitung > χ^2 tabel, maka H_0 ditolak dan jika χ^2 hitung < χ^2 tabel, maka H_0 diterima.
5. Menentukan kesimpulan.

   Jika H_0 ditolak, berarti kesimpulannya adalah bentuk distribusi data yang diuji tidak sesuai dengan distribusi teoritis.

(Mulyono, 1998 : 238).

Untuk meningkatkan kevalidan pada pengujian *goodness of fit*, maka perlu digunakan pula *software* SPSS 11.0 yaitu *One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test*. Uji ini merupakan uji *goodness of fit* yang berkaitan dengan tingkat kesesuaian antara distribusi sampel dan distribusi teoritisnya. Uji tersebut menentukan apakah skor dalam sampel berasal dari populasi yang memiliki distribusi teoritis (Ghozali, 2002 : 35).

2.5 Teori Antrian

Teori antrian merupakan studi matematika tentang proses antrian yang mempelajari pola kedatangan dan pelayanan secara acak. Kumpulan dari banyaknya penumpang, pelayanan dan suatu aturan yang mengatur kedatangan penumpang sampai selesai dilayani disebut dengan sistem antrian.

2.5.1 Komponen-Komponen Sistem Antrian

2.5.1.1 Sumber populasi

Sumber populasi adalah kumpulan orang atau barang dari mana satuan-satuan datang atau dipanggil untuk pelayanan. Kumpulan orang-orang atau barang ini boleh berhingga atau tidak berhingga. Dalam satu populasi yang besar, sumber dianggap tak berhingga.

2.5.1.2 Proses kedatangan

Proses kedatangan adalah suatu proses pembentukan suatu bentuk antrian akibat kedatangan satuan-satuan orang atau barang. Secara teori, waktu kedatangan antara satuan-satuan dengan satuan berikutnya dianggap acak dan bebas. Bentuk umum dari proses ini dan sering digunakan dalam model-model antrian, ialah yang dikenal dengan proses Poisson.

2.5.1.3 Mekanisme pelayanan

Berdasarkan hasil observasi sebelumnya, mekanisme pelayanan penjualan tiket berlaku ketentuan sebagai berikut.

a. Setiap penumpang yang antri di garis tunggu boleh membeli/memesan lebih dari satu tiket
b. Loket pembelian tiket biasanya dibuka satu jam sebelum kereta api berangkat.

c. Loket untuk memesan tiket dibuka sesuai/mengikuti jadwal loket untuk pembelian tiket, yaitu satu jam sebelum kereta api berangkat.

d. Di stasiun kereta api Jember terdiri dari 3 loket, yaitu :
   - Loket 1 melayani penumpang yang membeli tiket kereta api jurusan Banyuwangi dan Denpasar.
   - Loket 2 melayani penumpang yang memesan tiket, tetapi loket tersebut juga bisa membantu loket yang lainnya untuk melayani penumpang apabila antriannya sangat panjang.
   - Loket 3 melayani penumpang yang membeli tiket kereta api jurusan Surabaya, Malang, Yogyakarta, Jakarta dan Bandung.

e. Jadwal keberangkatan kereta api dari stasiun kereta api Jember adalah sebagai berikut :

Tabel (2.1). Jadwal Keberangkatan Kereta Api dari Stasiun Jember

Jam Keberangkatan	**Tujuan / Jurusan**
11.40	Surabaya
13.04	Banyuwangi
01.00	Surabaya
02.40	Banyuwangi
05.00	Surabaya Purwokerto
07.47	Malang
08.48	Surabaya Lempuyangan
14.30	Banyuwangi
07.42	Banyuwangi
16.40	Probolinggo
18.12	Banyuwangi
19.42	Banyuwangi

Sumber : Stasiun Kereta Api Jember

Mekanisme pelayanan perlu memperhatikan 3 aspek, yaitu :

a. tersedianya pelayanan

   Mekanisme pelayanan tidak selalu tersedia untuk setiap saat. Misalnya dalam pembelian tiket di loket stasiun kereta api yang hanya dibuka pada waktu tertentu antara kereta api yang satu dengan kereta api yang lainnya.

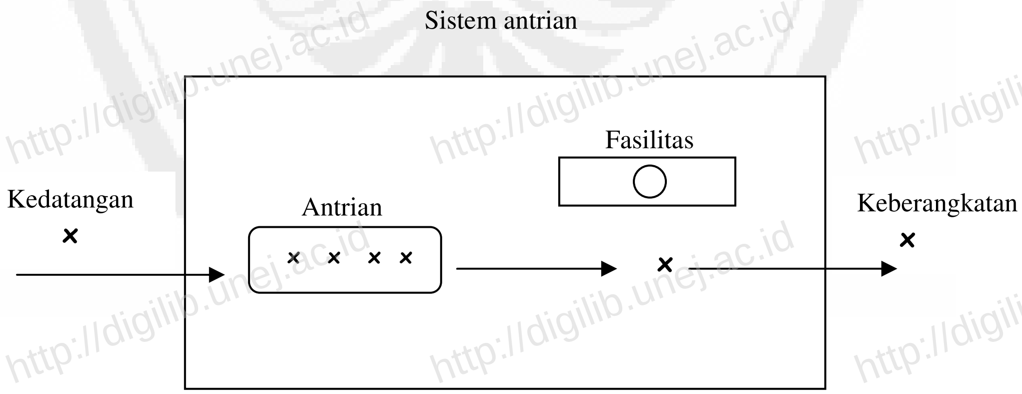
b. kapasitas pelayanan

   Kapasitas dari mekanisme pelayanan diukur berdasarkan jumlah langganan (satuan) yang dapat dilayani secara bersama-sama. Kapasitas pelayanan tidak selalu sama untuk setiap saat; ada yang tetap, tapi juga ada yang berubah-ubah.

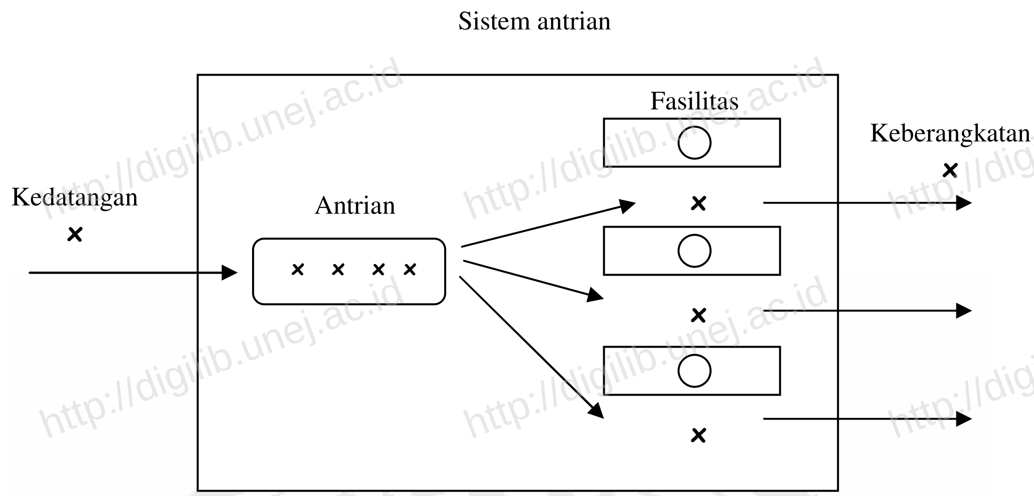
c. lama berlangsungnya pelayanan

   Lamanya pelayanan adalah waktu yang dibutuhkan untuk melayani seorang langganan atau satu-satuan. Waktu pelayanan untuk keperluan analisis dianggap sebagai variabel acak.

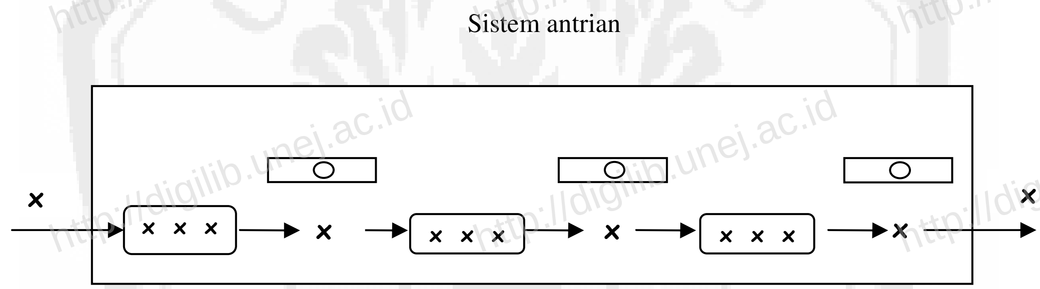
Berdasarkan ketiga aspek di atas dan kombinasi ketiganya membentuk bermacam-macam bentuk sistem antrian, yaitu :



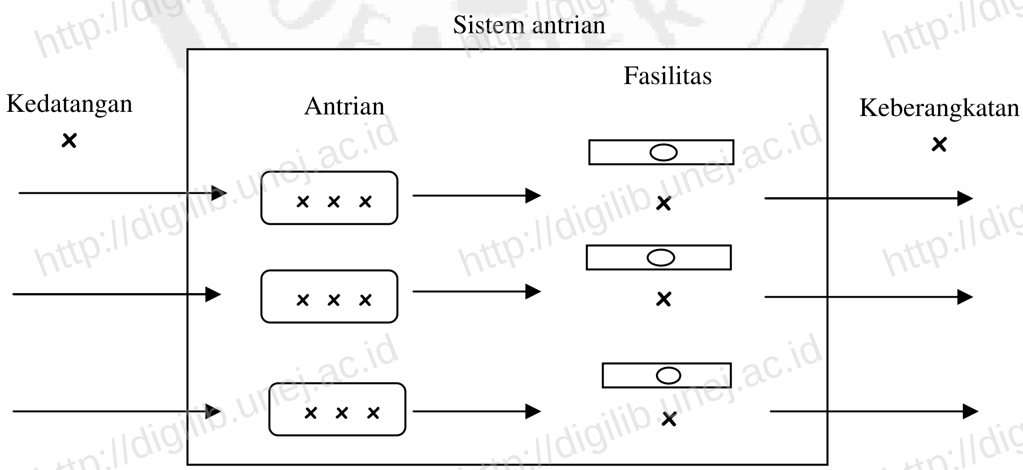
Gambar (2.1): *Single Channel – Single Phase*



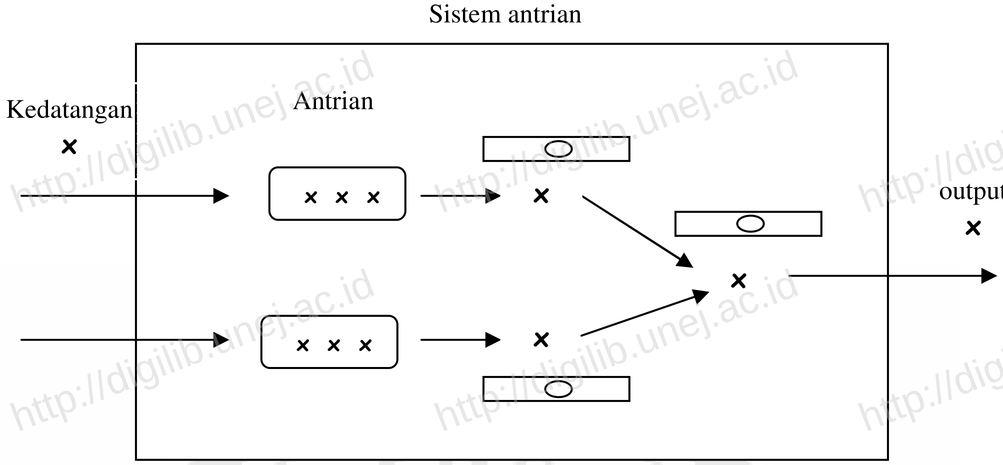
Gambar (2.2) : *Multi Channel – Single Phase*



Gambar (2.3) : *Single Channel – Multi Phase*



Gambar (2.4) : *Multi Channel – Multi Phase*



Gambar (2.5) : *Campuran*

Stasiun kereta api Jember termasuk sistem *Multi Channel – Multi Phase* pada gambar (2.4).

2.5.1.4 Disiplin pelayanan

Disiplin pelayanan adalah kebiasaan atau kebijakan untuk memilih para langganan dari antrian untuk dilayani. 4 bentuk disiplin pelayanan yang digunakan dalam praktik, yaitu.

a. *First-come first-served* (*FCFS*), artinya lebih dulu datang lebih dulu dilayani.
b. *Last-come first-served* (*LCFS*), artinya yang tiba terakhir yang lebih dulu keluar
c. *Service in random order* (*SIRO*), artinya panggilan didasarkan pada peluang secara random
d. *Priority service* (*PR*), artinya prioritas layanan diberikan kepada mereka yang memiliki prioritas lebih tinggi (Siagian, 1987).

Stasiun kereta api Jember selalu melayani penumpang dalam pembelian tiket dengan mendahulukan penumpang yang lebih dulu datang, sehingga stasiun kereta api Jember memiliki disiplin pelayanan *first-come first-served* (*FCFS*).

2.5.2 Notasi Model-Model Antrian

Beberapa model antrian *Kendall – Lee* diklasifikasikan berdasarkan format sebagai berikut :

(a / b / c) : (d / e / f)

Keterangan :

a. bentuk distribusi kedatangan, yaitu jumlah kedatangan pertambahan waktu
b. bentuk distribusi waktu pelayanan, yaitu selang waktu antara satuan-satuan yang dilayani
c. jumlah saluran pelayanan paralel dalam sistem
d. disiplin pelayanan
e. jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem
f. besarnya populasi masukan.

Misalnya, kalau kita tulis (M / M / 1) : (FCFS / ~ / ~), ini berarti bahwa model menyatakan kedatangan didistribusikan secara Poisson, waktu pelayanan didistribusikan secara eksponensial, pelayanan adalah seorang atau 1 orang, disiplin antrian adalah *first-come first-served*, tidak berhingga jumlah penumpang yang masuk dalam sistem antrian, dan ukuran (besarnya) populasi masukan adalah tak berhingga.

2.5.3 Parameter Sistem Antrian

Beberapa parameter dalam sistem antrian untuk mengetahui karakteristik ukuran kinerja adalah sebagai berikut :

- λ : kecepatan kedatangan rata-rata dalam 1 satuan waktu (orang/menit)

  Untuk menentukan nilai λ, maka digunakan rumus :

$$\lambda = \frac{\text{jumlah penumpang yang datang untuk membeli tiket}}{\text{lama observasi dalam sehari}}$$

- μ : kecepatan pelayanan rata-rata dalam 1 satuan waktu (orang/menit)

  Kecepatan pelayanan rata-rata adalah hasil bagi antara banyaknya penumpang yang dilayani dengan total lama pelayanan dalam 1 kali observasi, sehingga dapat ditulis sebagai berikut :

$$\mu = \frac{\text{banyaknya penumpang yang dilayani}}{\text{total lama pelayanan dalam 1 kali observasi}}$$

- n : jumlah penumpang dalam antrian pada waktu t (orang)

2.6 Karakteristik Ukuran Kinerja dari Sistem Antrian *Steady State*

Sistem antrian dikatakan dalam kondisi *steady state*, jika probabilitas P_n (t) menjadi konstan dan bebas (*independent*) terhadap waktu t dan rata-rata tingkat kedatangan lebih kecil dari keseluruhan tingkat pelayanan ($\lambda < \mu$), sedangkan operasional fasilitas pelayanan dikatakan optimal jika $\lambda = \mu$. Antrian akan terbentuk pada sistem antrian *steady state*, jika banyaknya penumpang yang datang lebih dari banyaknya loket ($n > k$), maka ada ($n - k$) penumpang yang menunggu.

Karena sistem antrian dalam kondisi *steady state,* maka sistem persamaan diferensial yang sangat cocok dengan situasi ini (subbab 2.2 hal.8) adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = -P_0(t)\ \lambda + P_1(t)\ \mu \qquad ; \quad n = 0 \tag{2.7}$$

Karena sistem antrian *steady state*, maka solusi *steady state* untuk probabilitas P_n didapat dengan menggunakan pendekatan

$$\frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = 0$$

dan mengasumsikan

$$\lim_{t\to\infty} P_n(t) = P_0$$

sehingga

$$\lim_{t\to\infty} \left(\frac{\partial P_n(t)}{\partial t}\right) = 0$$

dan persamaan (2.7) untuk $t \to \infty$ menjadi

$$0 = -\lambda \; P_0 + \mu \; P_1 \quad ; \quad n = 0 \tag{2.8}$$

Dari persamaan (2.8) untuk $n = 0$ diperoleh

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0 \tag{2.9}$$

Hubungan yang berikut dapat diperoleh dari persamaan (2.1) dengan mengganti $n = 1, 2, ..., n$.

Jika $n = 1$, maka persamaan (2.8) menjadi:

$$0 = -\lambda \; P_1 - \mu \; P_1 + \lambda \; P_0 + \mu \; P_2$$

$$\Leftrightarrow \mu \; P_2 = \lambda \; P_1 + \mu \; P_1 - \lambda \; P_0$$

$$\Leftrightarrow \mu \; P_2 = \lambda \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) P_0 + \mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) P_0 - \lambda \; P_0$$

$$\Leftrightarrow \mu \; P_2 = \left(\frac{\lambda^2}{\mu} \right) P_0 + \lambda \; P_0 - \lambda \; P_0$$

$$\Leftrightarrow P_2 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 P_0$$

Jika $n = 2$, maka persamaan (2.8) menjadi:

$$0 = -(\lambda + \mu) \; P_2 + \lambda \; P_1 + \mu \; P_3$$

$$\Leftrightarrow \mu \; P_3 = (\lambda + \mu) \; P_2 - \lambda \; P_1$$

$$\Leftrightarrow \mu \; P_3 = (\lambda + \mu) \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 P_0 - \lambda \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) P_0$$

$$\Leftrightarrow \mu \; P_3 = \left(\frac{\lambda^3}{\mu^2} \right) P_0 + \left(\frac{\lambda^2}{\mu} \right) P_0 - \left(\frac{\lambda^2}{\mu} \right) P_0$$

$$\Leftrightarrow P_3 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 P_0$$

Jadi, untuk $n = n$ persamaan (2.8) menjadi :

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \tag{2.9}$$

Selanjutnya, oleh karena

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$$

Persamaan di atas merupakan deret geometris, sehingga penyelesaian peersamaan di atas adalah :

$$P_0 = \frac{1}{\left(\frac{1}{1-\frac{\lambda}{\mu}}\right)}$$

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.10}$$

P_0 merupakan probabilitas bahwa fasilitas pelayanan sedang menganggur, tidak ada yang dilayani.

Substitusi persamaan (2.10) pada persamaan (2.9), maka :

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \;,\;\; n \geq 0 \tag{2.11}$$

Faktor utilisasi fasilitas pelayanan, ρ , menunjukkan secara rata-rata bagian waktu pemberi pelayanan sibuk, dengan kata lain ρ merupakan bagian waktu dari kapasitas pelayanan dalam sistem yang secara rata-rata dipergunakan oleh penumpang. Rumus dari faktor utilisasi adalah :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.12}$$

Rata-rata banyaknya penumpang yang harus dilayani dan menunggu dalam sistem adalah :

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} n\ P_n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

Misal $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$, maka :

$$L_s = (1-\rho) \sum_{n=0}^{\infty} n\ \rho^n$$

$$= (1-\rho)\left[\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots\right]$$

$$= (1-\rho)\ \rho\ \left[1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots\right]$$

Misalkan F(ρ) = 1 + 2 ρ + 3 ρ^2 + ...

$$\int_0^{\rho} F(\rho)\, d\rho = \int_0^{\rho} \left(1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots\right) d\rho$$

$$= \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots$$

$$= \frac{\rho}{1-\rho}$$

sehingga :

$$\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\int_0^{\rho} F(\rho)\ \partial\rho\right) = \frac{\partial}{\partial \rho}\left(\frac{\rho}{1-\rho}\right)$$

$$= \frac{1}{(1-\rho)^2}$$

maka $F(\rho) = \dfrac{1}{(1-\rho)^2}$

oleh karena itu,

$$L_s = \rho(1-\rho)\frac{1}{(1-\rho)^2}$$

$$= \frac{\rho}{1-\rho} \quad \text{atau}$$

$$L_s = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}{1-\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}$$

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \tag{2.13}$$

Rata-rata banyaknya penumpang yang harus menunggu dalam antrian adalah L_q. Oleh karena hanya ada satu penumpang didalam tempat pelayanan pada setiap saat, maka :

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{\lambda-\mu}\right) - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \tag{2.14}$$

Rata-rata waktu tunggu dalam sistem , W_s, adalah sebagai berikut :

$$\lambda W_s = L_s$$

$$W_s = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$= \frac{\lambda}{\lambda(\mu-\lambda)}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{2.15}$$

Rata-rata waktu tunggu dalam antrian, W_q , merupakan selisih antara waktu tunggu dalam sistem, W_s , dengan rata-rata waktu pelayanan setiap penumpang, sehingga dapat ditulis sebagai berikut :

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu}$$

$$= \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{2.16}$$

Jadi, persamaan (2.10) sampai dengan (2.16) merupakan persamaan yang akan digunakan dalam penentuan karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state*.

III. METODE PENELITIAN

3.1 Rancangan Penelitian

Sebelum melaksanakan penelitian, peneliti membuat rancangan penelitian sebagai berikut :

1. menetapkan tempat penelitian yaitu di Stasiun Kereta Api Jember ;
2. menetapkan waktu penelitian yaitu pada hari-hari mudik (tanggal 27 Oktober s/d 2 November 2005) dan hari-hari biasa (tanggal 6 sampai dengan 13 Februari 2006);
3. membagi lokasi penelitian struktur antrian *Multi Channel – Multi Phase* pada kasus khusus, dengan membagi menjadi beberapa segmen (*lihat gambar* (3.1)).

3.2 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data yang digunakan pada penelitian ini adalah metode observasi, yaitu pengamatan dan pencatatan secara langsung terhadap obyek yang diteliti. Pada penelitian membutuhkan 4 observer dimana tiap 2 dari 4 obsever tersebut mengamati satu jalur antrian. 1 observer mengamati masuknya penumpang dalam antrian, sedangakan 1 observer yang lain mengamati keluarnya penumpang keluar dari antrian maupun sistem antrian. Adapun obyek penelitiannya :

- Menghitung banyaknya penumpang datang pada satuan waktu (menit)
- Mencatat waktu kedatangan tiap penumpang (ketelitian waktu hanya sampai menit). Orang yang pertama kali datang disebut orang pertama dan selanjutnya disebut orang kedua dan seterusnya. Tiap orang harus diamati kapan ia masuk antrian.
- Mengukur waktu tiap penumpang keluar antrian dan masuk loket (ketelitian waktu hanya sampai menit)
- Mencatat loket yang didatangi

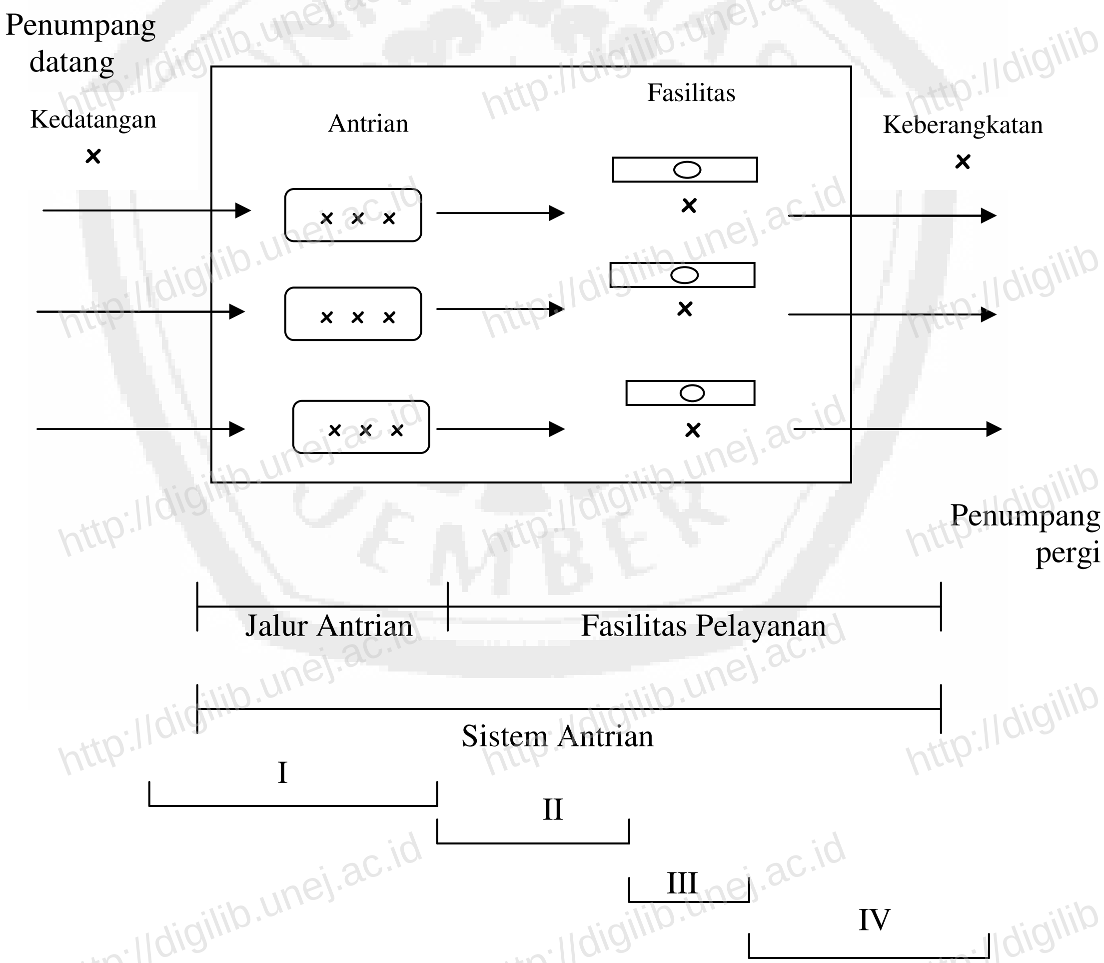
- Mencatat waktu tiap penumpang keluar sistem antrian.
- Lama pelayanan merupakan selisih antara waktu keluar sistem dengan waktu keluar antrian.

Data yang telah diperoleh dimasukkan ke dalam tabel sebagai berikut :

Hari / tanggal :

Jam :

Orang ke-	Waktu masuk antrian	Waktu keluar antrian	Loket ke-	Waktu keluar sistem	Lama pelayanan



Gambar (3.1) : *Pembagian Lokasi Penelitian*

Adapun masing-masing lokasi dijelaskan sebagai berikut :

I : penumpang yang datang dalam jalur antrian

II : penumpang keluar antrian

III : penumpang menunggu dalam fasilitas layanan

IV : penumpang keluar sistem antrian

3.3 Metode Analisa Data

Metode ini merupakan cara yang paling menentukan untuk menyusun dan mengolah data yang sudah terkumpul sehingga didapatkan kesimpulan yang dapat dipertanggungjawabkan. Pada penelitian ini, peneliti menganalisis :

- Penetapan distribusi data pada tingkat kedatangan penumpang dengan menggunakan uji kesesuaian data (*Goodness of fit*) dengan *Chi-Square* dan *One-Sample Kolmogorov Smirnov* menggunakan SPSS 11.0 serta digambarkan secara grafik.
- Analisis pengukuran karakteristik kinerja dari sistem antrian *Steady-State* pada hari dan jam yang berbeda.

3.3.1 Penetapan Distribusi Data

3.3.1.1 Uji *Goodness of Fit Chi-Square*

Untuk mendapatkan suatu distribusi kedatangan pelanggan pada hari yang berbeda dapat diuji dengan menggunakan uji *Goodness of Fit* dengan *Chi-Square*. Pada penelitian ini, peneliti melakukan 14 kali uji *Goodness of Fit* dengan *Chi-Square* pada tanggal 27 Oktober sampai dengan 2 November 2005 dan 6 sampai dengan 12 Februari 2006 dan untuk kevalidasi penyelesaian perolehan data ini diselesaikan dengan software SPSS 11.0 (*One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test*).

Jika hasil yang didapatkan dari uji tersebut di atas tidak mengikuti distribusi Poisson, maka hasil penelitian tersebut mengikuti distribusi lainnya seperti distribusi normal, distribusi Erlang, dan sebagainya.

3.3.2 Analisa Karakteristik Ukuran Kinerja dari Sistem Antrian *Steady State*

Untuk mengetahui masing-masing karakteristik ukuran kinerja pada hari atau jam buka loket, maka analisis antrian dilakukan dengan membandingkan hari dan jam pada waktu penelitian.

Dari hasil karakteristik ukuran kinerja tersebut diperoleh informasi kapan terjadinya antrian yang panjang dengan tingkat kedatangan dan faktor utilitas yang besar (periode sibuk).

Menurut Supranto perhitungan karakteristik ukuran kinerja sebagai berikut :

Tabel (3.1). Rumus Karakteristik Ukuran Kinerja Sistem Antrian *Steady-State*

Notasi	Penjelasan	Rumus
P_n	Probabilitas banyaknya penumpang yang datang	$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$
P_0	Probabilitas tidak ada penumpang	$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$
ρ	Faktor utilitas	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$
L_q	Rata-rata panjang antrian	$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$
W_q	Rata-rata waktu tunggu dalam antrian	$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$
L_s	Rata-rata panjang sistem antrian	$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$
W_s	Rata-rata waktu tunggu dalam sistem	$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda}$

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan pada subbab 1.2, yaitu distribusi tingkat kedatangan penumpang, model antrian penumpang dan kondisi sistem antrian di loket stasiun kereta api Jember.

4.1 Distribusi Tingkat Kedatangan Penumpang

Untuk mengetahui kesesuaian distribusi tingkat kedatangan penumpang sesuai data yang telah didapatkan pada lampiran 1 (hal. 46), dengan menguji kesesuaian distribusi tingkat kedatangan terlebih dahulu. Tahapan-tahapan yag dilakukan dalam uji *Goodness of Fit Chi-Square* adalah sesuai dengan subbab 2.4.

Salah satu proses uji *Goodness of Fit Chi-Square* terhadap data hasil observasi yaitu pada tanggal 27 Oktober 2005 jam 06.30 – 08.00 WIB adalah sebagai berikut : Sebelum melakukan prosedur pengujian, terlebih dahulu menduga λ dari data sampel.

Untuk mendapatkan nilai λ, maka : $\hat{\lambda} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (f_i \times n_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = 1{,}67$

Tabel (4.1). Nilai P_n (t) dan *fe* (frekuensi ekspektasi)

Banyaknya Penumpang (n_i)	Frekuensi (f_i) menit	$P_n(t) = \dfrac{(\hat{\lambda}\, t)^n e^{-\hat{\lambda}\, t}}{n\,!}$	$fe = P_n(t) \cdot \sum f_i$
0	23	0,188185016	16,93665
1	29	0,314331016	28,28979
2	20	0,262518211	23,62664
3	9	0,146163986	13,15476
4	6	0,061035511	5,493196
5	1	0,020389885	1,83509
6	2	0,005676305	0,510867
15	1	3,16314E-10	2,85E-08
JUMLAH	**91**		

Karena ada beberapa data yang memiliki nilai $fe < 5$, maka harus digabung dengan frekuensi di atasnya, sehingga tabel (4.1) dapat dituliskan sebagai tabel (4.2).

Tabel (4.2). Nilai χ^2 hitung

Banyaknya Penumpang (n_i)	Frekuensi (f_i) menit	$P_n(t) = \frac{(\hat{\lambda}\, t)^n e^{-\hat{\lambda} t}}{n\,!}$	fe	$f0 - fe$	$(f0 - fe)^2$	$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$
0	23	0,188185016	16,93665	6,063349	16,48825	2,170688544
1	29	0,314331016	28,28979	0,710209	0,999002	0,017829617
2	20	0,262518211	23,62664	-3,62664	17,85797	0,556681408
3	9	0,146163986	13,15476	-4,15476	5,657839	1,312226279
4 atau lebih	10	0,08880177	7,839153	2,160847	12,55581	0,595633156
JUMLAH	**91**					**4,653059005**

Prosedur pengujiaanya adalah sebagai berikut :

1. H_0 : distribusi tingkat kedatangan penumpang mengikuti distribusi Poisson

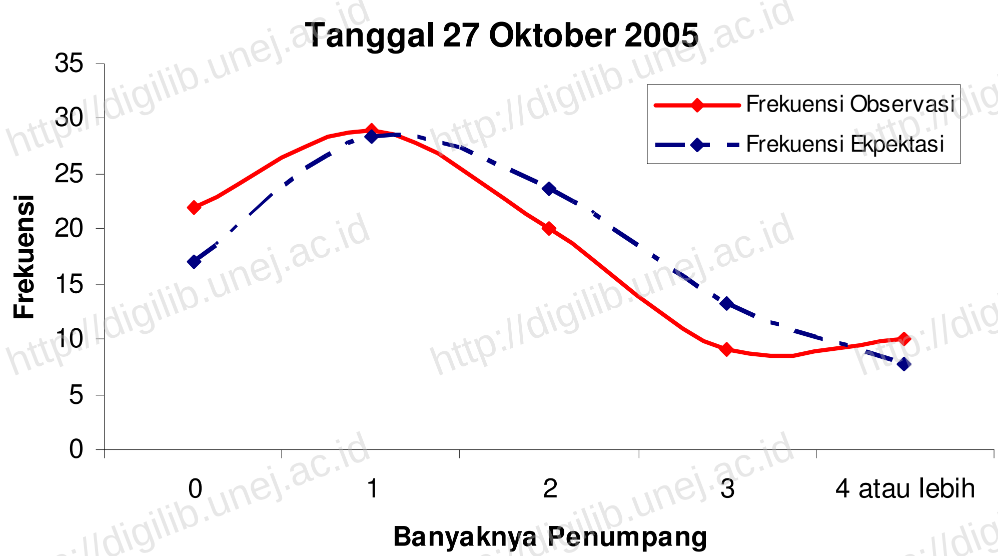
   H_1 : distribusi tingkat kedatangan penumpang tidak mengikuti distribusi Poisson
2. Taraf signifikan (α) = 0,05
3. Karena ada satu parameter populasi yang akan diduga (λ diduga dengan $\hat{\lambda}$) maka derajat bebas $v = 5 - 1 - 1 = 3$ sehingga nilai kritisnya : $\chi^2_{\;0,05\;,\;3} = 7,815$
4. Karena nilai tes statistik $\chi^2 = 4,653$ maka χ^2 tabel > χ^2 hitung, sehingga H_0 diterima.

Berdasarkan hasil uji *Goodness of Fit Chi-Square* dengan tahapan-tahapan di atas yang telah tercantum pada lampiran 2 (hal. 62 – 65) dapat disimpulkan dan disajikan dalam tabel berikut ini :

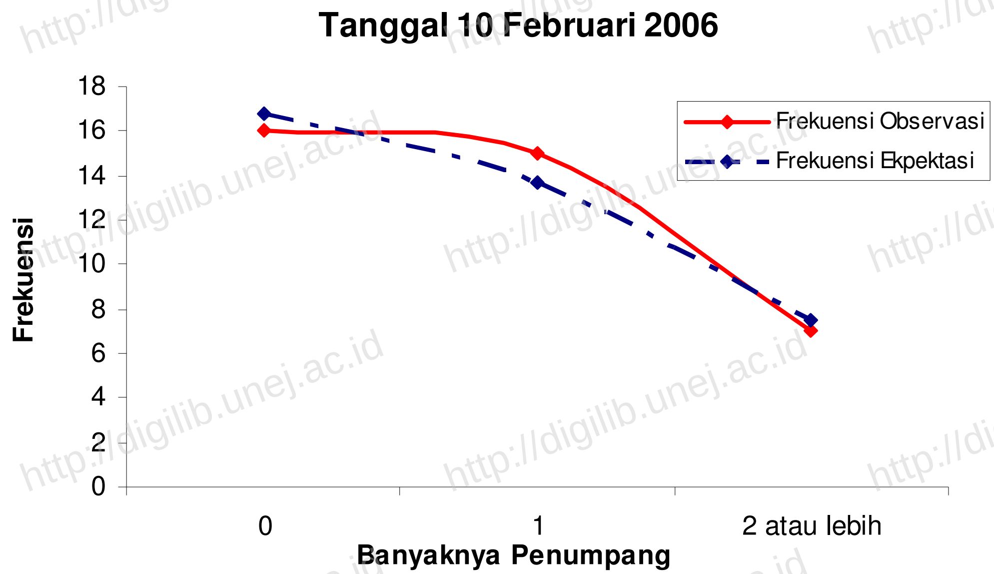
Tabel (4.3). Hasil Uji *Goodness of Fit Chi-Square* pada Distribusi Tingkat Kedatangan Penumpang Stasiun Kereta Api Jember.

Tanggal	***Chi-Square* Hitung**	**χ^2 tabel (α = 0,05)**		**χ^2 hit > χ^2 tabel**	**Kesimpulan**	**Parameter**
		v	**Harga**			
27 Okt 2005	4,653	3	7,815	Tidak	Poisson	1,67
28 Okt 2005	5,981	3	7,815	Tidak	Poisson	2,189
29 Okt 2005	5,941	3	7,815	Tidak	Poisson	2,28

Tanggal	*Chi-Square* Hitung	χ^2 tabel ($\alpha = 0{,}05$)		χ^2 hit > χ^2 tabel	Kesimpulan	Parameter
		v	Harga			
30 Okt 2005	1,557	2	5,991	Tidak	Poisson	1,507
31 Okt 2005	5,37	3	7,815	Tidak	Poisson	2,241
1 Nov 2005	4,786	3	5,991	Tidak	Poisson	1,5
2 Nov 2005	7,621	3	7,815	Tidak	Poisson	2,273
6 Feb 2006	3,116	2	5,991	Tidak	Poisson	1,879
7 Feb 2006	5,177	2	5,991	Tidak	Poisson	1,11
8 Feb 2006	2,288	1	3,841	Tidak	Poisson	0,804
9 Feb 2006	2,674	1	3,841	Tidak	Poisson	0,714
10 Feb 2006	0,191	1	3,841	Tidak	Poisson	0,816
11 Feb 2006	1,703	1	3,841	Tidak	Poisson	0,579
12 Feb 2006	3,212	3	7,815	Tidak	Poisson	2,355



Grafik (4.1) Distribusi Tingkat Kedatangan Penumpang
di Loket Stasiun Kereta Api Jember



Grafik (4.2) Distribusi Tingkat Kedatangan Penumpang
di Loket Stasiun Kereta Api Jember

Grafik (4.1) dan (4.2) merupakan contoh grafik distribusi tingkat kedatangan penumpang pada tanggal 27 Oktober 2005 dan tanggal 10 Februari 2006, sedangkan untuk tanggal yang lain telah dilampirkan pada lampiran 3 (hal. 66 - 70).

Berdasarkan tabel (4.3) dan grafik (4.1) dan (4.2) didapatkan bahwa dengan nilai frekuensi ekspektasi amat dekat dengan nilai frekuensi data, dan nilai *chi-square* (χ^2) kecil, ini berarti uji kesesuaian baik. Nilai frekuensi observasi (tingkat kedatangan) amat dekat dengan frekuensi ekspektasi (Poisson) disebabkan karena proses kedatangannya sesuai dengan sifat-sifat proses Poisson, yaitu (1) banyaknya kedatangan penumpang dalam interval waktu (menit) tidak dipengaruhi oleh jumlah kedatangan yang terjadi pada interval waktu sebelumnya, (2) probabilitas suatu kedatangan hanya tergantung pada panjang interval waktu, (3) probabilitas suatu kedatangan penumpang yang terjadi dalam interval waktu yang sangat pendek adalah sangat kecil, sehingga probabilitas lebih dari 1 kedatangan dalam interval waktu yang pendek tersebut akan mendekati nol (diabaikan).

Melalui uji *One-Sample Kolmogorov-Smirnov,* yang merupakan jenis uji *Goodness of Fit* menggunakan *software* SPSS 11.0 (lampiran 4 hal. 70), juga menghasilkan kesimpulan bahwa semua distribusi tingkat kedatangan penumpang mengikuti distribusi Poisson.

Tabel (4.4). Hasil uji tingkat kedatangan penumpang menggunakan *One SampleKolmogorov-Smirnov* pada tanggal 27 Oktober 2005

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Frekuensi
N		5
Poisson Parameter [a,b]	Mean	18.20
Most Extreme Differences	Absolute	.373
	Positive	.373
	Negative	-.244
Kolmogorov-Smirnov Z		.833
Asymp. Sig. (2-tailed)		.492

a Test distribution is Poisson.
b Calculated from data.

Pengujian hasil *One-Sample Kolmogorov-Smirnov*.

1. Hipotesis :

   H_0 : data tingkat kedatangan penumpang mengikuti distribusi Poisson.

   H_1 : data tingkat kedatangan penumpang tidak mengikuti distribusi Poisson.

2. Ketentuan :

   Jika probabilitas > 0,05 , maka H_0 diterima.

   Jika probabilitas ≤ 0,05 , maka H_0 ditolak.

3. Keputusan :

   Dari hasil uji *Sample Kolmogorov-Smirnov* di atas, tampak bahwa nilai *Asymp. Sig.* adalah 0,492. Jadi, probabilitas (Sig.) 0,492 > 0,05. Dengan demikian, H_0 diterima dan H_1 ditolak. Distribusi tingkat kedatangan penumpang mengikuti distribusi Poisson.

Jadi dapat disimpulkan bahwa distribusi tingkat kedatangan penumpang di stasiun kereta api Jember mengikuti distribusi Poisson dengan parameter $\hat{\lambda}$ tertentu, baik pada hari-hari mudik dan hari-hari biasa.

Meskipun demikian keputusan ini masih ada kemungkinan dan peluang yang kecil, bahwa informasi dari hasil yang kita peroleh bertentangan dengan hipotesis, karena penerimaan hipotesis bahwa distribusi Poisson sesuai dengan distribusi tingkat kedatangan penumpang hanyalah menegaskan bahwa datanya tidak cukup memberikan kenyataan untuk menolaknya.

4.2 Model Antrian

Berdasarkan sub-subbab 2.4.2, model antrian yang digunakan adalah model antrian *Kendall-Lee* dengan pengklasifikasiannya adalah sebagai berikut.

a. Berdasarkan subbab 4.1 bentuk distribusi kedatangannya adalah distribusi Poisson (M).
b. Distribusi waktu pelayanan adalah eksponensial (M).

Hal ini dapat dibuktikan dengan melakukan uji *One Sample Kolmogorov-Smirnov* pula menggunakan program SPSS 11.0 (lampiran 5 hal. 71).

Tabel (4.5). Hasil uji waktu pelayanan penumpang menggunakan *One SampleKolmogorov-Smirnov* pada tanggal 2 Februari 2006

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Frekuensi
N		2
Exponential Parameter [a,b]	Mean	33.50
Most Extreme Differences	Absolute	.416
	Positive	.232
	Negative	-.416
Kolmogorov-Smirnov Z		.588
Asymp. Sig. (2-tailed)		.880

a Test distribution is Exponential.
b Calculated from data.

Pengujian hasil *One-Sample Kolmogorov-Smirnov.*

1. Hipotesis :

   H_0 : data waktu pelayanan penumpang mengikuti distribusi Eksponensial.

   H_1 : data waktu pelayanan penumpang tidak mengikuti distribusi Eksponensial.

2. Ketentuan :

   Jika probabilitas > 0,05 , maka H_0 diterima.

   Jika probabilitas ≤ 0,05 , maka H_0 ditolak.

3. Keputusan :

   Dari hasil uji *One-Sample Kolmogorov-Smirnov* di atas, tampak bahwa nilai *Asymp. Sig.* adalah 0,88. Jadi, probabilitas (Sig.) 0,88 > 0,05. Dengan demikian, H_0 diterima dan H_1 ditolak. Distribusi waktu pelayanan penumpang mengikuti distribusi Eksponensial.

c. Berdasarkan observasi yang dilakukan jumlah saluran pelayanan paralel dalam sistem adalah 1.

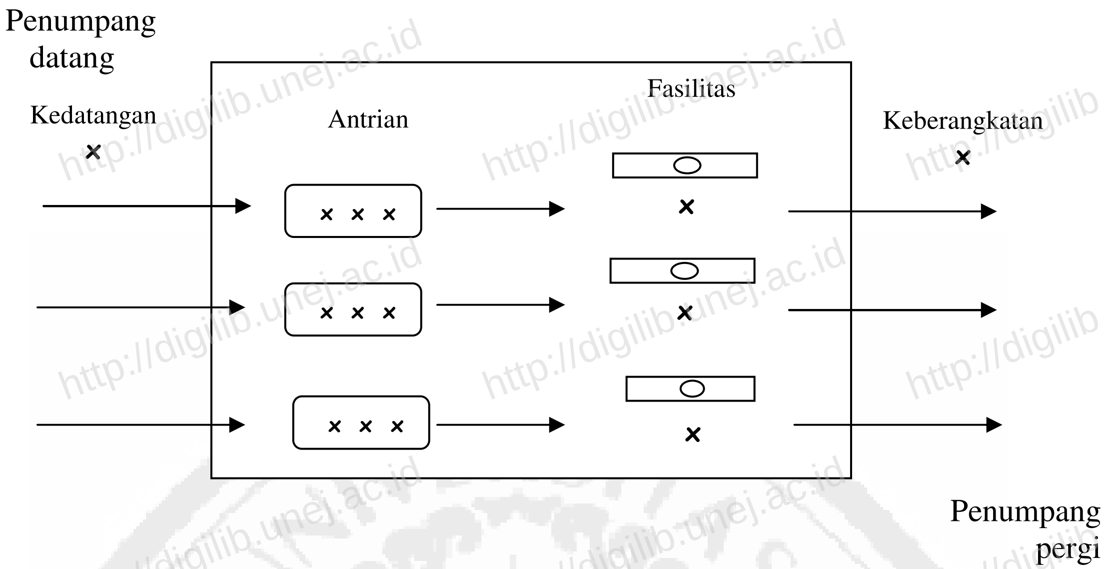
d. Berdasarkan observasi yang dilakukan disiplin pelayanannya adalah *first-come first-served* (FCFS).

e. Berdasarkan observasi yang dilakukan jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem adalah 15 orang.

f. Berdasarkan observasi yang dilakukan besarnya populasi masukan adalah tak berhingga (~).

Berdasarkan pengklasifikasian tersebut, proses kedatangan berdistribusi Poisson, waktu pelayanan berdistribusi eksponensial, jumlah saluran pelayanan paralel adalah 1, disiplin antrian *FCFS*, kapasitas antrian maksimum yang diperkenankan dalam sistem adalah 15 orang dan populasi masukan adalah tak terhingga, maka model antrian yang diduga adalah **(*M* / *M* / 1) : (*FCFS* / 15 / ~)**.

Pada penelitian ini, struktur antrian *Multi Channel – Muti Phase* yang digunakan adalah sebagai berikut:



Gambar (4.1) : Struktur antrian *Multi Channel – Multi Phase*

4.3 Karakteristik Ukuran Kinerja Sistem Antrian

4.3.1 Analisa Karakteristik Ukuran Kinerja Sistem Antrian *Steady-State*

Bedasarkan tabel karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* (lampiran 6 hal. 72 - 76), kita dapat mengetahui rata-rata tingkat kedatangan penumpang (λ), rata-rata tingkat pelayanan (μ), faktor utilitas (ρ) dan sebagainya seperti pada lampiran 4 tersebut.

4.3.2 Interpretasi Analisa Karakteristik Ukuran Kinerja Sistem Antrian *Steady-State*

Bedasarkan tabel karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* (lampiran 6 hal. 72 - 76) didapatkan bahwa operasional fasilitas pelayanan yang ada sudah optimal, karena rata-rata kedatangan penumpang lebih kecil daripada rata-rata tingkat pelayanan ($\lambda < \mu$).

Karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* penumpang di loket stasiun kereta api Jember adalah sesuai dengan lampiran 6 (hal. 72 - 76). Berikut ini adalah salah satu contoh kejadian antrian pembelian tiket pada tanggal 2 November 2005 jam 04.06 – 05.00 WIB di loket 3.

a. Rata-rata tingkat kedatangan penumpang (λ) adalah 1,709 orang tiap menit atau 102,54 orang tiap jam. Artinya penumpang yang datang untuk membeli tiket sebanyak 1 sampai 2 orang tiap menit atau 102 orang tiap jam.

b. Rata-rata tingkat pelayanan penumpang (μ) adalah 2,474 orang tiap menit atau 148,44 orang tiap jam. Artinya penjaga loket pembelian tiket mampu memberikan pelayanan kepada 2 sampai 3 orang tiap menit atau 148 orang tiap jam.

c. Rata-rata pembagian waktu pemberi pelayanan atau faktor utilitas (ρ) adalah 0,691. Artinya peluang fasilitas pelayanan sibuk adalah sebesar 0,691. Jika loket buka selama 1 jam, maka loket akan melayani penumpang selama 0,691 jam. Ini merupakan faktor utilitas yang cukup tinggi, sehingga penjaga loket memiliki waktu sibuk yang lebih banyak dibandingkan waktu menganggur.

d. Probabilitas tidak ada penumpang atau penjaga loket menganggur (P_0) adalah 0,309. Probabilitas tersebut merupakan lawan dari faktor utilitas. Artinya peluang penjaga loket menganggur lebih kecil daripada peluang penjaga loket sibuk.

e. Rata-rata banyaknya penumpang dalam antrian atau panjang antrian (L_q) adalah 1,544 orang atau 1 sampai 2 orang. Secara rata-rata penumpang yang antri tidak terlalu banyak. Umumnya yang sering terjadi adalah pada saat awal loket dibuka para penumpang lebih dulu antri, sehingga antrian terpanjang terjadi pada awal loket dibuka, tetapi setelah itu antrian tidak terlalu panjang.

f. Rata-rata waktu tunggu seorang penumpang dalam antrian (W_q) adalah 0,904 menit. Artinya setiap penumpang yang berada di barisan antrian (belum dilayani) menunggu untuk dilayani selama 0,904 menit.

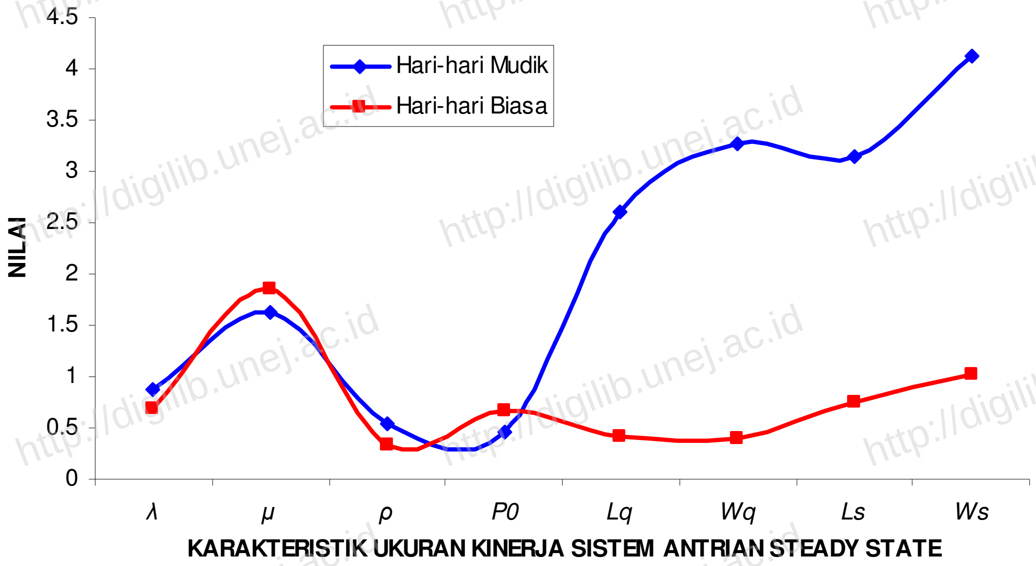
g. Rata-rata banyaknya penumpang dalam sistem (L_s) adalah 2,235 orang atau antara 2 sampai 3 orang. L_s sangat berkaitan dengan L_q. Jika kita memperhatikan 2 komponen tersebut, maka kita bisa mengetahui banyaknya penumpang yang ada di loket pembelian tiket yaitu 1 orang. Oleh karena itu, selisih antara L_s dengan L_q adalah 1.

h. Rata-rata waktu seorang penumpang menunggu dalam sistem (W_s) adalah 1,308 menit. Artinya setiap penumpang yang berada di barisan antrian (termasuk yang sedang dilayani) menunggu selama 1,308 menit.

4.3.3 Pembahasan Analisa Karakteristik Ukuran Kinerja Sistem Antrian *Steady-State*

Berdasarkan interpretasi karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* di atas, maka perbandingan antrian penumpang di stasiun kereta api Jember antara :

1. hari-hari mudik (tanggal 27 Oktober s/d 2 November 2005) dengan hari-hari biasa (tanggal 6 s/d 12 Februari 2006).

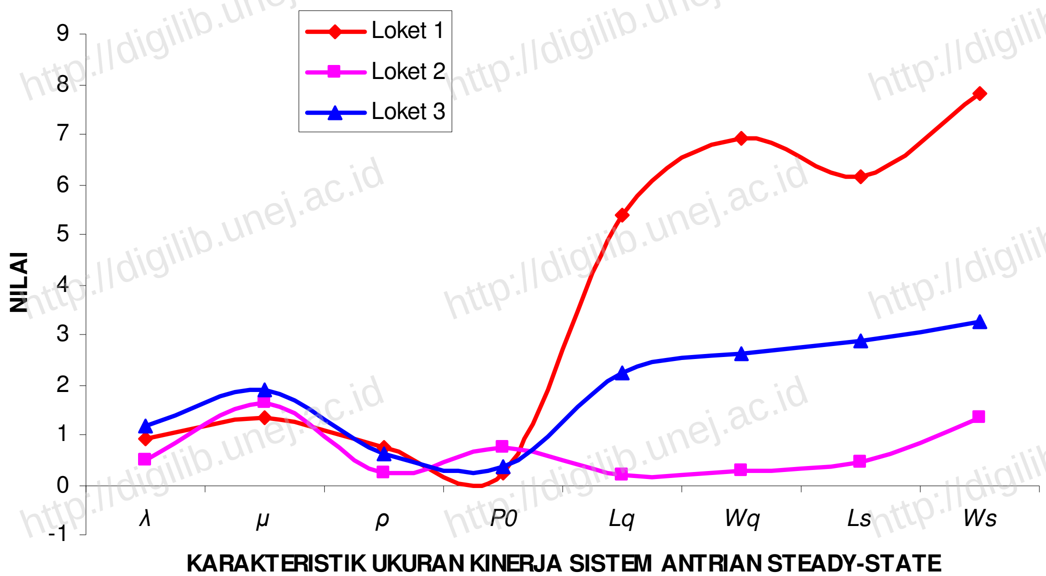


Grafik (4.3) Nilai rata-rata karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* di loket stasiun kereta api Jember pada hari-hari mudik dan hari-hari biasa

Rata-rata tingkat kedatangan penumpang (λ) di stasiun pada hari-hari mudik sebesar 0,865 orang tiap menit atau sekitar 52 orang tiap jam, sedangkan pada hari-hari biasa sebesar 0,693 orang tiap menit atau sekitar 42 orang tiap jam.

Hal ini merupakan sesuatu wajar, apabila tingkat kedatangan penumpang pada saat hari-hari mudik lebih tinggi daripada saat hari-hari biasa. Meskipun demikian, pihak pelayanan pembelian tiket stasiun kereta api Jember mampu memberikan rata-rata tingkat pelayanan (μ) yang lebih tinggi daripada rata-rata tingkat kedatangan penumpang, sehingga rata-rata sistem antrian yang terbentuk (L_s) tidak terlalu panjang yaitu 3 orang (saat hari-hari mudik) dan 1 orang (saat hari-hari biasa) serta rata-rata waktu tunggu para penumpang baik pada sistem antriannya (W_s) pun tidak terlalu lama yaitu 4 menit (saat hari-hari mudik) dan 1 menit (saat hari-hari biasa).

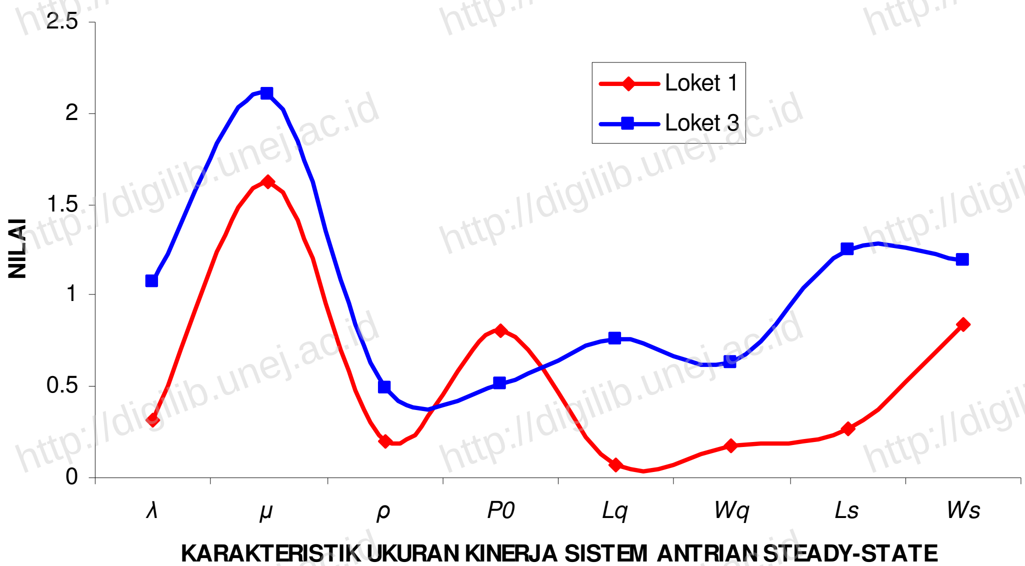
2. hari-hari semakin mendekati hari raya Idul Fitri (tanggal 27 Oktober s/d 2 November 2005).



Grafik (4.4) Nilai rata-rata karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* di loket stasiun kereta api Jember pada hari-hari mudik

Berdasarkan grafik (4.4) rata-rata tingkat kedatangan penumpang (λ) terbesar terjadi di loket 3 yaitu 1,179 orang/menit, tetapi di loket tersebut mampu memberikan rata-rata tingkat pelayanan (μ) terbesar pula yaitu 1,892 orang/menit, sehingga rata-rata panjang antrian pada sistem antriannya (L_s) hanya sekitar 3 orang dan rata-rata waktu tunggu penumpang dalam sistem antriannya (W_s) pun hanya sekitar 3 menit. Tingkat kedatangan penumpang pada hari-hari mudik memuncak pada tanggal 2 November 2005 di loket 3 dengan keberangkatan kereta api jurusan Surabaya jam 05.00 WIB, tetapi pada saat ini tingkat pelayanan pun tinggi, sehingga tidak terjadi antrian yang panjang seperti pada tanggal 30 Oktober 2005 dengan jam dan jurusan yang sama, namun tingkat pelayanan yang cukup rendah (meskipun lebih tinggi daripada tingkat kedatangan penumpang), sehingga terjadi antrian yang cukup panjang.

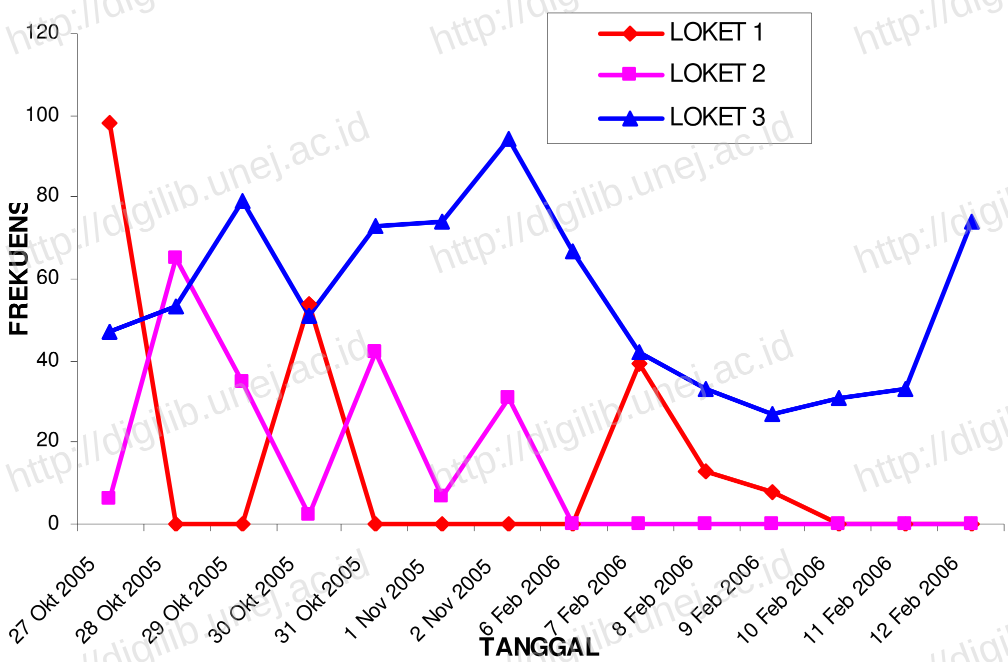
3. hari-hari biasa pada tanggal 6 s/d 12 Februari 2006



Grafik (4.5) Nilai rata-rata karakteristik ukuran kinerja sistem antrian *steady-state* di loket stasiun kereta api Jember pada hari-hari biasa

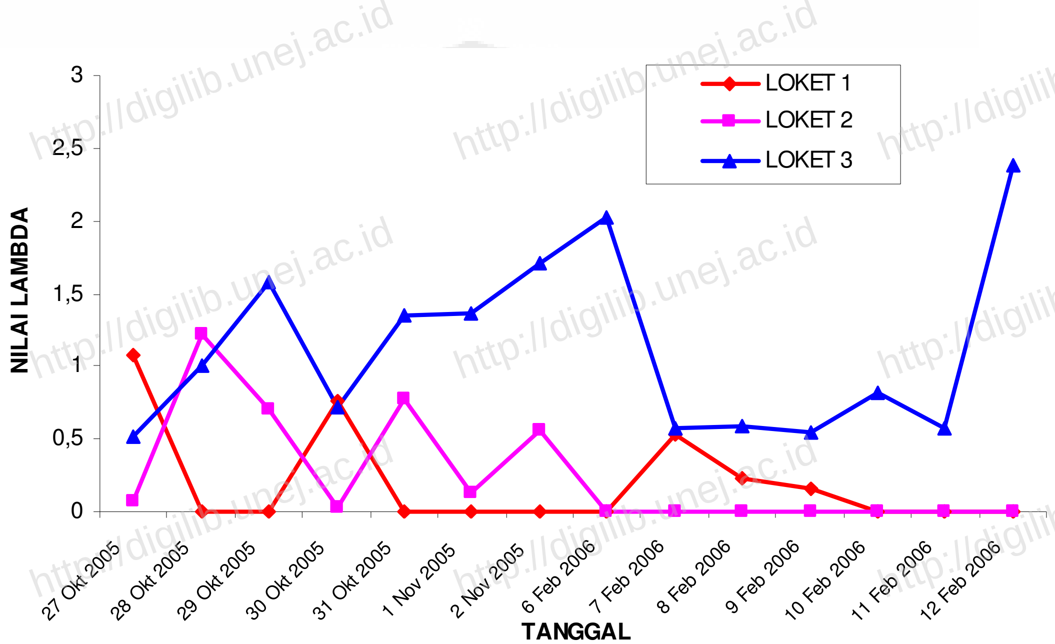
Berdasarkan grafik (4.5) di atas rata-rata tingkat kedatangan penumpang (λ) terbesar terjadi di loket 3 yaitu 1,075 orang/menit, tetapi di loket tersebut mampu memberikan rata-rata tingkat pelayanan (μ) terbesar pula yaitu 2,098 orang/menit, sehingga rata-rata panjang antrian pada sistem antriannya (L_s) hanya sekitar 1 orang dan rata-rata waktu tunggu penumpang dalam sistem antriannya (W_s) pun hanya sekitar 1 menit. Pada saat hari-hari biasa (saat penelitian dilakukan), loket 2 dalam keadaaan menganggur (tidak ada penumpang yang melakukan pemesanan tiket). Tingkat kedatangan penumpang tinggi pada tanggal 6 dan 12 Februari 2006 di loket 3 dengan keberangkatan kereta api jurusan Surabaya jam 05.00 WIB, pada tanggal ini merupakan hari libur (Minggu) yaitu tanggal 12 Februari 2006 dan hari berangkat kerja (Senin) yaitu tanggal 6 Februari 2006 bagi mereka yang bekerja di luar kota.

Adapun perkembangan banyaknya penumpang yang datang (n) dan tingkat kedatangan penumpang (λ) di loket satasiun kereta api Jember dari hari ke hari adalah sebagai berikut.



Grafik (4.6) Banyaknya penumpang yang datang (n) di loket stasiun kereta api Jember pada hari dan jam yang berbeda

Berdasarkan grafik (4.6), penumpang terbanyak yang datang adalah pada tanggal 27 Oktober 2005 jam 06.30 – 08.00 WIB di loket 1. Pada jam tersebut ada 2 kereta api yang memiliki jurusan yang berbeda yaitu Surabaya dan Malang, tetapi memiliki jam keberangkatan yang berbeda pula. Oleh karena itu, pada jam tersebut banyak penumpang yang datang dan antri di loket tersebut. Berdasarkan grafik (4.6) pula, kita dapat mengetahui bahwa penumpang yang datang di stasiun kereta api Jember lebih banyak pada hari-hari mudik daripada hari-hari biasa. Pada hari-hari mudik banyaknya penumpang memuncak pada tanggal 27 Oktober 2005. Hal ini bisa disebabkan oleh banyaknya mahasiswa yang siap pulang kampung, karena pada tanggal tersebut (tepat hari raya Idul Fitri kurang 7 hari) merupakan awal masa liburan para mahasiswa. Pada hari-hari biasa banyaknya penumpang memuncak pada tanggal 12 Februari 2006 (Minggu) karena sebagian besar masyarakat menggunakan waktu tersebut untuk berlibur.



Grafik (4.7) Rata-rata tingkat kedatangan penumpang (λ) di loket stasiun kereta api Jember pada hari dan jam yang berbeda

Berdasarkan grafik (4.7) di atas, tingkat kedatangan penumpang terbesar terjadi pada tanggal 12 Februari 2006 jam 04.35 – 05.05 WIB di loket 3 dengan jurusan Surabaya yaitu 2,387 orang/menit. Pada umumnya, fasilitas transportasi seperti terminal, stasiun dan sebagainya dipenuhi para penumpang di saat hari-hari mudik dibandingkan di saat hari-hari biasa. Tetapi penelitian tersebut menghasilkan keputusan bahwa tingkat kedatangan penumpang terbesar adalah pada tanggal 12 Februari 2006 (hari biasa) di loket 3. Pada saat penelitian dilakukan di saat hari-hari biasa, loket 2 tidak melakukan kegiatannya karena tidak ada satu pun penumpang yang melakukan pemesanan tiket, sehingga berbeda pada saat hari-hari mudik loket 2 beroperasi karena loket 3 membutuhkan bantuan loket yang lain untuk melayani pembelian tiket para penumpang yang sangat banyak.

Berdasarkan data hasil observasi pula, kita dapat mengetahui bahwa kereta api sering mengalami keterlambatan keberangkatan. Salah satu contoh kejadian keterlambatan kereta api adalah saat observasi yang dilakukan pada tanggal 10 Februari 2006 jam 08.15 - 08.52. Pada saat tersebut seharusnya kereta berangkat jam 08.48 (jadwal keberangkatan kereta api hal. 13) ke Surabaya, tetapi pada jam 08.51 masih ada penumpang yang sempat membeli tiket untuk menaiki kereta api tersebut. Ini berarti kereta api mengalami keterlambatan keberangkataan sekitar 4 menit.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa :

1. distribusi tingkat kedatangan penumpang kereta api pada hari-hari mudik maupun hari-hari biasa mengikuti distribusi Poisson dengan nilai parameter $\hat{\lambda}$ tertentu.
2. model antrian di stasiun kereta api Jember adalah distribusi tingkat kedatangan penumpang Poisson, waktu pelayanan Eksponensial, mempunyai saluran tunggal, disiplin antrian *FCFS*, kapasitas antrian maksimum yang diperkenankan dalam sistem sebanyak 15 orang dan sumber populasi masukan adalah tak terhingga, dengan notasi (***M* / *M* / 1**) **:** (***FCFS* / 15 / ~**).
3. operasional fasilitas pelayanan yang ada sudah optimal, hal ini terbukti dengan $\lambda < \mu$, kondisi *steady-state* dan karakteristik ukuran kinerja yang diperoleh adalah rata-rata tingkat kedatangan penumpang pada hari-hari mudik adalah 0,865 orang/menit, sedangkan pada hari-hari biasa adalah 0,693 orang/menit. Pada tanggal 12 Februari 2006 di loket 3 dengan keberangkatan kereta api jurusan Surabaya jam 05.00 WIB mengalami tingkat kedatangan penumpang (λ) yang cukup tinggi (2,387 orang/menit), tetapi diimbangi dengan tingkat pelayanan (μ) yang cukup tinggi (3,083 orang/menit), sehingga antrian tidak terlalu panjang.

5.2 Saran

1. Berdasarkan data-data yang diperoleh dianalisa, diharapkan PT. Kereta Api (Persero) Daerah Operasi IX Jember dapat mempertahankan tingkat pelayanan para penumpang, khususnya dalam hal pelayanan pembelian tiket penumpang.
2. Ketelitian data dapat ditingkatkan ke satuan waktu yang lebih kecil (detik).

DAFTAR PUSTAKA

Ghozali, Imam, Dr. M.Com, Akt. 2002. *Statistik Non-Parametrik*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.

Levin, Richard I., dkk. 1997. *Pengambilan Keputusan secara Kuantitatif*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

Mulyono, Sri. 1996. *Teori Pengambilan Keputusan*. Jakarta: LPFE Universitas Indonesia.

Mulyono, Sri. 1998. *Statistika untuk Ekonomi*. Jakarta: LPFE Universitas Indonesia.

Praptono, Drs. M.A. 1986. *Pengantar Proses Statistika I*. Jakarta: Universitas Terbuka.

Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional Teori dan Praktek*. Jakarta: Universitas Indonesia Press.

Subagyo P., Asri M. & Handoko T. H. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research*. Yogyakarta: BPFE.

Supranto, Johanes. 1988. *Rancangan Operasi untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Universitas Indonesia.