



**ANALISIS STABILITAS PADA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK DAN  
DEMAM BERDARAH *DENGUE* DI KABUPATEN JEMBER**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Andy Setyawan**  
**NIM 071810101085**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2011**



**ANALISIS STABILITAS PADA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK DAN  
DEMAM BERDARAH *DENGUE* DI KABUPATEN JEMBER**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

oleh  
**Andy Setyawan**  
**NIM 071810101085**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2011**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Warsiati dan Ayahanda Lilik Sumiharso yang tercinta;
2. Mochammad Irfan Dwi Syahroni yang tersayang;
3. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
4. Almamater Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

## MOTO

Para nabi, kemudian orang shaleh, kemudian orang yang terbaik terus orang yang terbaik daripada manusia. Seseorang diberi cobaan sesuai dengan agamanya, jika agamanya kuat, maka cobaannya pun akan lebih berat, dan jika agamanya lemah, maka akan diringankan cobaannya.

(H.R Ibnu Majah)<sup>\*)</sup>

---

\*) Tafsir Al-‘Ushr Al-Akhir dari Al-Quran Al Karim juz (28,29,30)

## **PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Andy Setyawan

NIM : 071810101085

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit Campak dan Demam Berdarah *Dengue* di Kabupaten Jember” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 16 Juni 2011

Yang menyatakan,

Andy Setyawan  
NIM 071810101085

**SKRIPSI**

**ANALISIS STABILITAS PADA PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK DAN  
DEMAM BERDARAH *DENGUE* DI KABUPATEN JEMBER**

Oleh

Andy Setyawan

071810101085

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Moh. Hasan, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

## PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit Campak dan Demam Berdarah *Dengue* di Kabupaten Jember” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Moh. Hasan, M.Sc., Ph.D.  
NIP 196404041988021001

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP 196610121993031001

Penguji I,

Penguji II,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.  
NIP 196908281998021001

Yuliani Setia Dewi, S.Si., M.Si.  
NIP 197407162000032001

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.  
NIP 196101081986021001

## RINGKASAN

**Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit Campak dan Demam Berdarah *Dengue* di Kabupaten Jember;** Andy Setyawan, 071810101085; 2011: 83 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyakit demam berdarah *dengue* dan campak merupakan penyakit yang banyak diderita masyarakat Kabupaten Jember dibandingkan penyakit lainnya. Kedua penyakit ini bersama *pneumonia* balita dan kusta merupakan empat besar penyakit yang banyak diderita masyarakat Jember. Kejadian penularan wabah penyakit yang terjadi pada suatu populasi dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematis. Model untuk mensimulasikan terjangkitnya suatu wabah dalam daerah tertentu disebut model epidemik. Tujuan penelitian adalah: (1) mendapatkan model epidemik untuk penyebaran penyakit campak dan DBD, (2) mendapatkan titik kesetimbangan pada sistem persamaan diferensial *autonomous* yang telah terbentuk dari model penyebaran penyakit campak dan DBD, (3) mengetahui kestabilan dari titik kesetimbangan model penyebaran penyakit campak dan DBD, (4) mendapatkan bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*) untuk model penyebaran penyakit campak dan DBD, dan (5) mengetahui dinamika penyebaran penyakit campak dan DBD untuk kasus di Kabupaten Jember dengan asumsi bahwa populasinya tertutup sehingga pengaruh migrasi dapat diabaikan. Hasil penelitian diharapkan dapat mengetahui dinamika penyebaran penyakit campak dan DBD di Kabupaten Jember.

Penelitian dilakukan dalam beberapa langkah. Langkah pertama adalah mendapatkan model epidemik campak dan DBD, model didapat dari menurunkan dan memodifikasi model yang sudah ada. Langkah kedua adalah mencari titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik dari masing-masing model. Langkah ketiga adalah analisis kestabilan dari titik kesetimbangan model



epidemik. Analisis kestabilan dari model dapat dilakukan dengan dua cara. Cara pertama adalah dengan melihat tanda pada akar-akar polinomial karakteristik dari matriks Jacobian yang dievaluasi di titik kesetimbangan. Tahap keempat adalah mencari bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*)  $R_0$  dari polinomial karakteristik bebas penyakit.  $R_0$  merupakan ambang batas terjadinya penyebaran penyakit. Langkah kelima adalah mengestimasi parameter-parameter yang terdapat dalam model epidemik dan selanjutnya model epidemik dapat diplot untuk mengetahui dinamika penyebaran penyakit di Kabupaten Jember. Langkah terakhir adalah analisa hasil.

Berdasarkan kajian yang telah dilakukan, didapatkan hasil bahwa model epidemik campak dengan pengaruh kelahiran, kematian, dan vaksinasi untuk kasus di Kabupaten Jember memiliki bilangan reproduksi dasar sebesar 0,166 sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit  $E^0 = (S_0, E_0, I_0) = (25.788, 0, 0)$  stabil asimtotik. Hal ini berarti Kabupaten Jember bebas dari penyakit campak. Pada kajian tersebut juga didapat tingkat vaksinasi kritis (*critical vaccination level*) sebesar 84,6%. Model epidemik campak tanpa pengaruh kelahiran dan kematian untuk kasus di Kabupaten Jember memiliki bilangan reproduksi dasar sebesar 0,0439 sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit  $E^0 = (S_0, E_0, I_0) = (6.845,2; 0; 0)$  juga stabil asimtotik. Dalam model epidemik campak untuk kasus di Kabupaten Jember, vaksinasi tidak berpengaruh terhadap model. Model epidemik DBD untuk kasus di Kabupaten Jember memiliki bilangan reproduksi dasar 145.424 sehingga titik kesetimbangan endemik  $E^1 = (S_{n1}, E_{n1}, I_{n1}, S_{m1}, E_{m1}, I_{m1}) = (1479,035; 201,005; 1305,034; 16,174; 224,863; 178,82)$  stabil asimtotik, hal ini berarti penyakit DBD tidak hilang dan menyebabkan endemik di Kabupaten Jember.

## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit Campak dan Demam Berdarah *Dengue* di Kabupaten Jember”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Moh. Hasan, M.Sc., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing Utama dan Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si., dan Yuliani Setia Dewi S.Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberi masukan dalam skripsi ini;
3. Ibu dan Bapak serta keluarga di rumah yang telah memberikan doa;
4. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
5. Dinas Kesehatan Kabupaten Jember yang telah memberikan data kepada penulis;
6. Nindi Gusmantika Trisanti yang telah memberikan semangat kepada penulis;
7. teman-teman angkatan 2007 yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung;
8. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juni 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

|  | Halaman |
|--|---------|
| <b>HALAMAN JUDUL</b> .....   | ii      |
| <b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....   | iii     |
| <b>HALAMAN MOTO</b> .....  | iv      |
| <b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....  | v       |
| <b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....  | vi      |
| <b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....  | vii     |
| <b>RINGKASAN</b> .....   | viii    |
| <b>PRAKATA</b> .....   | x       |
| <b>DAFTAR ISI</b> .....  | xi      |
| <b>DAFTAR TABEL</b> .....  | xiv     |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b> .....   | xv      |
| <b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....   | xvi     |
| <b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....  | 1       |
| <b>1.1 Latar Belakang</b> .....  | 1       |
| <b>1.2 Perumusan Masalah</b> .....   | 3       |
| <b>1.3 Tujuan</b> .....  | 4       |
| <b>1.4 Manfaat</b> .....   | 5       |
| <b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....                                       | 6       |
| <b>2.1 Persamaan Diferensial</b> .....                                     | 6       |
| 2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa .....                                    | 6       |
| 2.1.2 Persamaan Diferensial Parsial .....                                  | 7       |
| <b>2.2 Sistem <i>Autonomous</i> dan Kesetimbangan</b> .....                | 8       |
| <b>2.3 Model Kermack-McKendrick (Model SIR)</b> .....                      | 9       |
| <b>2.4 Model SIR dengan Kelahiran dan Kematian</b> .....                   | 11      |
| <b>2.5 Model SEIR (<i>Suscetible-Exposed-Infected-Recovered</i>)</b> ..... | 12      |
| <b>2.6 Campak</b> .....  | 13      |

|  |   |    |
|--|---|----|
| 2.7                                      | Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD).....   | 13 |
| 2.8                                      | Estimasi Parameter.....   | 16 |
| 2.9                                      | Linierisasi.....  | 17 |
| 2.10                                     | Linierisasi untuk Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier<br><i>Autonomous</i> .....                                     | 19 |
| 2.11                                     | Analisis Kestabilan .....   | 21 |
| 2.12                                     | Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i> .....  | 23 |
| 2.13                                     | Bilangan Reproduksi Dasar ( <i>Basic Reproduction Number</i> )  | 25 |
| <b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....    |   | 27 |
| <b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> ..... |   | 30 |
| 4.1                                      | Hasil .....   | 30 |
| 4.1.1                                    | Model Epidemik Campak dengan Kelahiran,<br>Kematian, dan Vaksinasi .....  | 30 |
| 4.1.2                                    | Titik Keseimbangan Model Epidemik Campak<br>dengan Kelahiran, Kematian, dan Vaksinasi .....                             | 32 |
| 4.1.3                                    | Analisis Kestabilan pada Titik Keseimbangan Model<br>Epidemik Campak dengan Kelahiran, Kematian, dan<br>Vaksinasi ..... | 34 |
| 4.1.4                                    | Studi Kasus Model Epidemik Campak dengan<br>Kelahiran, Kematian, dan Vaksinasi .....                                    | 41 |
| 4.1.5                                    | Model Epidemik Campak tanpa Kelahiran dan<br>Kematian.....  | 44 |
| 4.1.6                                    | Titik Keseimbangan Model Epidemik Campak tanpa<br>Kelahiran dan Kematian, .....   | 44 |
| 4.1.7                                    | Analisis Kestabilan pada Titik Keseimbangan Model<br>Epidemik Campak tanpa Kelahiran dan Kematian, .                    | 46 |
| 4.1.8                                    | Model Epidemik Demam Berdarah <i>Dengue</i> .....   | 48 |

|                       |  |    |
|-----------------------|--|----|
| 4.1.9                 | Titik Keseimbangan Model Epidemik DBD.....                             | 51 |
| 4.1.10                | Analisis Kestabilan pada Titik Keseimbangan Model<br>Epidemik DBD..... | 53 |
| 4.1.11                | Studi Kasus Model Epidemik DBD.....                                    | 57 |
| <b>4.2</b>            | <b>Pembahasan</b> .....  | 62 |
| 4.2.1                 | Model Epidemik Campak.....   | 62 |
| 4.2.2                 | Model Epidemik DBD .....   | 73 |
| <b>BAB 5. PENUTUP</b> | .....  | 78 |
| <b>5.1</b>            | <b>Kesimpulan</b> .....  | 78 |
| <b>5.2</b>            | <b>Saran</b> .....   | 79 |
| <b>DAFTAR PUSTAKA</b> | .....  | 81 |

## DAFTAR TABEL

|   | Halaman |
|---|---------|
| 2.1 Tabel <i>Routh</i> .....  | 23      |
| 2.2 Tabel <i>Routh</i> untuk persamaan $s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$ ..... | 25      |
| 4.1 Tabel <i>Routh</i> 1.....   | 37      |
| 4.2 Tabel <i>Routh</i> 2.....   | 39      |
| 4.3 Data populasi rentan campak.....  | 42      |
| 4.4 Tabel <i>Routh</i> 3.....   | 56      |
| 4.5 Tabel variasi nilai $\beta$ dan $p_c$ .....                               | 66      |

## DAFTAR GAMBAR

|      | Halaman  |
|------|--|
| 2.1  | Kompartemen model SIR klasik ..... 10  |
| 2.2  | Kompartemen model SIR dengan kelahiran dan kematian ..... 11   |
| 2.3  | Kompartemen model SEIR..... 12   |
| 2.4  | Grafik fungsi dan linierisasinya ..... 19  |
| 3.1  | Diagram metode penelitian ..... 27   |
| 4.1  | Kompartemen model epidemik campak dengan kelahiran, kematian,<br>dan vaksinasi ..... 31                |
| 4.2  | Kompartemen model epidemik campak tanpa kelahiran dan kematian 44                                      |
| 4.3  | Kompartemen model epidemik DBD..... 50   |
| 4.4  | Plot <i>exposed</i> dan <i>infected</i> dengan vaksinasi sebesar 97,45% ( $p > p_c$ ).. 62             |
| 4.5  | Plot <i>susceptible</i> dengan vaksinasi sebesar 97,45% ..... 63                                       |
| 4.6  | Plot <i>exposed</i> dan <i>infected</i> dengan vaksinasi sebesar 81% ( $p < p_c$ )..... 65             |
| 4.7  | Plot variasi nilai $\beta$ dan $p_c$ ..... 67  |
| 4.8  | Plot <i>infected</i> dengan vaksinasi sebesar 99,9% ( $p > p_c$ )..... 68                              |
| 4.9  | Plot <i>infected</i> dengan $p = 40\%, 60\%, 70\%$ , dan $80\%$ ( $p < p_c$ ) ..... 69                 |
| 4.10 | Plot <i>exposed</i> dan <i>infected</i> model epidemik campak tanpa kelahiran<br>dan kematian ..... 70 |
| 4.11 | Plot <i>susceptible</i> model epidemik campak tanpa kelahiran dan<br>kematian ..... 71                 |
| 4.12 | Plot <i>susceptible</i> model epidemik DBD ..... 73  |
| 4.13 | Plot <i>exposed</i> dan <i>infected</i> model epidemik DBD..... 74                                     |

## DAFTAR LAMPIRAN

|   | Halaman |
|---|---------|
| A. Skrip Model Epidemik Campak dengan Kelahiran, Kematian, dan Vaksinasi .... | 84      |
| B. Skrip Model Epidemik Campak tanpa Kelahiran dan Kematian .....             | 85      |
| C. Skrip Model Epidemik DBD.....  | 86      |