



**ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH PENGIDAP PENYAKIT
ARTERI PERIFER AKIBAT PEMASANGAN *STENT*
MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**

SKRIPSI

Oleh
Theriq Azis Al Husein
NIM 160210101024

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020



**ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH PENGIDAP PENYAKIT
ARTERI PERIFER AKIBAT PEMASANGAN *STENT*
MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**

SKRIPSI

Oleh

Theriq Azis Al Husein

NIM 160210101024

Dosen Pembimbing 1 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
Dosen Penguji 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Penguji 2 : Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadirat Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada baginda nabi besar, Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. papa saya Sugeng Pamudji, S.H. dan mama saya Dewi Asiyah, yang selalu mendoakan dan mengalirkan rasa cinta dan kasih sayang serta kakak saya Andi Kristanto, dan Kemenekan saya Eva dan Bibing yang senantiasa membuat saya termotivasi untuk terus semangat;
2. bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. dan ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan membimbing saya dalam menyelesaikan skripsi ini;
3. para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dalam banyak hal;
4. almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
5. teman-teman seperjuangan skripsi pemodelan, tim kontrakan Sadboys, ALGEBRA, MSC, dan seluruh kerabat saya yang tidak dapat saya sebutkan satu-persatu.

HALAMAN MOTTO

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"

(Q.S. Al-Baqarah:286)

إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ۖ

"Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan"

(Q.S. Al-Insyirah:6)

"Setiap usaha harus selalu diiringi dengan doa, karena usaha tanpa doa sama dengan nol dan doa tanpa usaha sama dengan nol"

- Holifah -

"Apabila mengalami kegagalan, bangunlah, dan kembalilah kepada-Nya. Apabila mengalami kejayaan, tunduklah, dan kembalilah kepada-Nya"

- Anonymous -

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Theriq Azis Al Husein

NIM : 160210101024

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ” *Analisis Numerik Aliran Darah Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan Stent Menggunakan Metode Elemen Hingga*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 02 Februari 2020

Yang menyatakan,

Theriq Azis Al Husein
NIM. 160210101024

HALAMAN PENGANTAR

**ANALISIS NUMERIK ALIRAN DARAH PENGIDAP PENYAKIT
ARTERI PERIFER AKIBAT PEMASANGAN *STENT*
MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Theriq Azis Al Husein
NIM : 160210101024
Tempat, tanggal Lahir : Jember, 27 November 1997
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / Pendidikan Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Numerik Aliran Darah Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan *Stent* Menggunakan Metode Elemen Hingga telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin

Tanggal : 16 Maret 2020

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Arika Indah K., S.Si., M.Pd.
NIP. 19760502 200604 2 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Numerik Aliran Darah Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan *Stent* Menggunakan Metode Elemen Hingga; Theriq Azis Al Husein, 160210101024; 2020: 81 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Matematika sangatlah dibutuhkan di berbagai bidang ilmu karena matematika merupakan ilmu dasar dalam bidang ilmu lain seperti ilmu alam, ilmu ekonomi, teknik, bahkan ilmu kedokteran. Salah satu hal yang dipelajari dalam ilmu kedokteran yaitu sistem kardiovaskular yang terdiri dari pembuluh darah (arteri, kapiler, vena) dan jantung. Apabila darah yang dialirkan menuju tungkai mengalami gangguan maka akan menimbulkan penyakit. Salah satu penyakit tersebut adalah penyakit arteri perifer (PAP). PAP merupakan suatu kondisi di mana aliran darah pada arteri dari jantung menuju tungkai mengalami penyempitan akibat penumpukan plak. Salah satu penanganan PAP dapat dilakukan dengan melakukan operasi pemasangan *stent* atau disebut juga *angioplasty*.

Dari latar belakang tersebut, maka dilakukan penelitian yang bertujuan untuk mengetahui model matematika kecepatan aliran darah penderita PAP, menyelesaikan model menggunakan metode elemen hingga, menganalisis pengaruh ketebalan plak dan diameter *stent* terhadap kecepatan aliran darah pada daerah penyempitan, dan untuk mengetahui efektivitas metode elemen hingga dalam menganalisis kecepatan aliran darah penderita PAP akibat ketebalan plak dan diameter *stent*.

Tahapan kegiatan penelitian meliputi: pertama, melakukan studi pustaka terkait aliran darah penderita PAP kemudian membangun model matematika dari persamaan momentum. Model yang terbentuk dikerjakan dengan pendekatan kuadratik sehingga diperoleh matriks global. Kedua, membuat program matematika aliran darah penderita PAP akibat ketebalan plak dan diameter *stent*. Ketiga, melakukan simulasi dengan FLUENT untuk mengetahui pengaruh dari ketebalan plak dan diameter *stent*.

Adapun hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika aliran darah penderita PAP merupakan persamaan yang dinyatakan pada persamaan momentum. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right);$$

dengan:

$$P = \frac{8Q\eta l}{\pi r^4}$$

2. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin tebal ukuran plak maka kecepatan aliran darah akan semakin meningkat saat memasuki daerah penumpukan plak. Pada grafik yang dihasilkan, didapatkan bahwa saat kecepatan awal 0.4 m/s dengan ketebalan plak 50% kecepatan aliran darah mengalami peningkatan sampai 0.4205 m/s, 55% sampai 0.4248 m/s, 60% sampai 0.4300 m/s, 65% sampai 0.4362 m/s, 70% sampai 0.4426 m/s, 75% sampai 0.4526, dan 80% sebesar 0.4636 m/s kemudian kecepatan menurun kembali menuju kecepatan awal setelah melewati zona penebalan.
3. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar atau semakin mendekati ukuran diameter *stent* dengan diameter pembuluh darah maka kecepatan aliran darah akan semakin lambat atau stabil dengan kecepatan awal. Pada grafik yang dihasilkan, didapatkan bahwa saat kecepatan awal 0.4 m/s dengan diameter *stent* 0.00325 m meningkat sampai 0.4327 m/s, sedangkan pada diameter *stent* 0.00400 m dan 0.00475 m kecepatan berturut-turut meningkat sampai 0.4180 m/s dan 0.4102 m/s, kemudian kecepatan menurun kembali menuju kecepatan semula setelah melewati daerah *stent*.
4. Metode elemen hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis setiap node kecepatan aliran darah penderita PAP dengan pengaruh ketebalan plak dan diameter *stent* karena didapatkan *error* yang kurang dari 0.0001.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Numerik Aliran Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan *Stent* Menggunakan Metode Elemen Hingga. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pembahas dan Dosen Penguji yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 16 Maret 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PENGAJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Kebaruan Penelitian	5
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Model dan Pemodelan Matematika	6
2.2 Analisis Numerik	9
2.3 Aliran Darah	10
2.4 Penyakit Arteri Perifer.....	12
2.4.1 Gejala Penyakit Arteri Perifer.....	12
2.4.2 Faktor Penyakit Arteri Perifer	13
2.5 Fluida	14
2.5.1 Jenis-Jenis Fluida	14
2.5.2 Jenis-Jenis Aliran Fluida	16

2.5.3	Persamaan Fisika pada Penyempitan Pembuluh Darah	18
2.6	CFD (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)	19
2.6.1	Pengertian CFD	19
2.7	<i>Stent</i> atau <i>Ring</i>	21
2.7.1	Pemasangan <i>Stent</i>	22
2.8	Metode Elemen Hingga	24
2.8.1	Persamaan Momentum	27
2.9	Algoritma dan Pemograman MATLAB	28
2.9.1	Algoritma dan Pemograman	28
2.9.2	MATLAB	28
2.10	Metode Gauss Seidel	31
2.11	Galat atau <i>Error</i>	34
2.12	Perangkat Lunak dalam CFD	35
2.12.1	GAMBIT	35
2.12.2	FLUENT	36
BAB 3	METODE PENELITIAN	38
3.1	Jenis Penelitian	38
3.2	Tempat Penelitian	38
3.3	Prosedur Penelitian	39
3.4	Definisi Operasional	41
3.5	Metode Pengumpulan Data	41
3.6	Data dan Analisis Data	42
BAB 4	HASIL DAN PEMBAHASAN	44
4.1	Persamaan Momentum Kecepatan Aliran Darah pada Arteri Perifer	44
4.2	Penurunan Persamaan Elemen	45
4.2.1	Penyusunan Matriks Global	53
4.3	Penyelesaian dalam Waktu	55

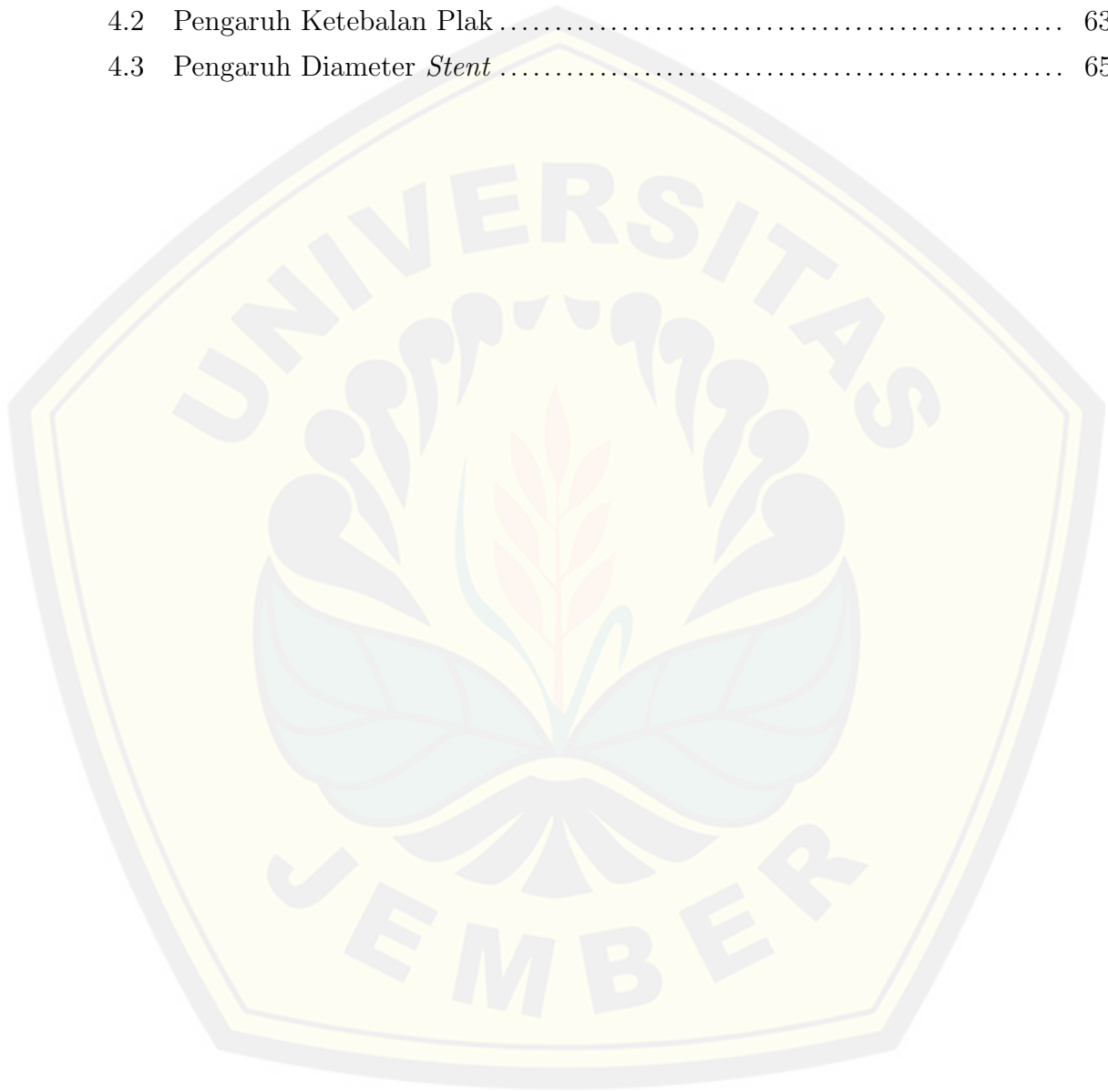
4.4 Efektivitas Metode Elemen Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> dalam Analisis Simulasi Kecepatan Aliran Darah pada Arteri Perifer Akibat Pemasangan <i>Stent</i>	58
4.4.1 Format <i>Programming</i>	58
4.4.2 Penggunaan <i>Error Relatif</i> pada Metode Elemen Hingga...	60
4.4.3 Simulasi Pemodelan.....	61
4.5 Analisis dan Pembahasan	62
4.5.1 Komputasi MATLAB	62
4.5.2 Visualisasi Simulasi FLUENT	67
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	72
5.1 Kesimpulan	72
5.2 Saran	73
DAFTAR PUSTAKA	74
LAMPIRAN	
A. Matrik Penelitian	78
B. Format <i>Programming</i> MATLAB	79
C. Iterasi Gauss Seidel.....	84

DAFTAR GAMBAR


	Halaman
2.1 Tahapan penyusunan model matematika	7
2.2 Penyempitan pada arteri perifer akibat plak	13
2.3 Fluida gas	15
2.4 Fluida cair	15
2.5 Klarifikasi aliran fluida	16
2.6 Aliran fluida	17
2.7 Pemasangan <i>stent</i> pada pembuluh arteri	22
2.8 <i>BMS</i>	23
2.9 <i>graft stent</i>	23
2.10 <i>BVS</i>	24
2.11 Tampilan MATLAB	29
2.12 Tampilan <i>software</i> GAMBIT	36
3.1 Diagram alir prosedur penelitian	40
4.1 Grafik kecepatan aliran darah dipengaruhi ketebalan plak	63
4.2 Grafik kecepatan aliran darah dipengaruhi diameter <i>stent</i>	65
4.3 Desain aliran darah dipasang <i>stent</i> menggunakan GAMBIT (a) tebal plak 80% (b) tebal plak 65% (c) tebal plak 50% (d) diameter <i>stent</i> 0.00325m (e) diameter <i>stent</i> 0.00400m (f) diameter <i>stent</i> 0.00475m	67
4.4 Simulasi kecepatan aliran darah dengan plak 50%	68
4.5 Simulasi kecepatan aliran darah dengan plak 65%	68
4.6 Simulasi kecepatan aliran darah dengan Plak 80%	69
4.7 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter <i>stent</i> 0.00325m	70
4.8 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter <i>stent</i> 0.004700m	70
4.9 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter <i>stent</i> 0.00475m	71

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Penelitian Terkait Penggunaan CFD	37
4.1 Parameter Beserta Satuan dan Sumber Data	61
4.2 Pengaruh Ketebalan Plak	63
4.3 Pengaruh Diameter <i>Stent</i>	65



DAFTAR LAMBANG



$\sum F$	=	gaya
D	=	debit aliran
P	=	tekanan
r	=	jari-jari saluran
η	=	koefisien gesek
l	=	panjang saluran
μ	=	kekentalan
ρ	=	massa jenis
x	=	sumbu X
t	=	waktu
u	=	kecepatan aliran darah
$\frac{\partial}{\partial x}$	=	derivatif terhadap x
$\frac{\partial}{\partial t}$	=	derivatif terhadap t

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu pasti yang berisi suatu perhitungan yang tidak akan pernah lepas dari kehidupan manusia. Matematika sangatlah dibutuhkan di berbagai bidang ilmu karena matematika merupakan ilmu dasar dalam bidang ilmu lain seperti ilmu alam, ilmu ekonomi, teknik, bahkan kedokteran atau medis, sehingga matematika sering disebut sebagai ibu dari ilmu pengetahuan. Selain itu matematika juga sangat berperan penting terhadap perkembangan teknologi saat ini. Salah satu cabang dari ilmu matematika yaitu matematika terapan. Matematika terapan merupakan ilmu yang sangat luas yang penerapannya digunakan untuk memecahkan masalah-masalah konkret pada kehidupan nyata. Salah satu penerapan matematika yaitu ilmu di bidang kedokteran atau medis.

Ilmu kedokteran merupakan ilmu yang mempelajari tentang suatu penyakit pada manusia baik itu diagnosis, pencegahan, dan penyembuhannya. Salah satu hal yang dipelajari dalam ilmu kedokteran yaitu sistem kardiovaskular. Sistem kardiovaskular atau yang lebih dikenal sistem peredaran darah merupakan sistem organ yang terdiri dari jantung sebagai pemompa darah dan pembuluh darah (arteri, kapiler, vena) sebagai distributor darah ke semua organ di dalam tubuh (Pappano dan Wier, 2012). Pembuluh arteri berfungsi membawa darah dari jantung ke seluruh tubuh. Salah satu bagian tubuh yang dilalui arteri adalah tungkai. Arteri yang berada pada bagian tungkai dinamakan arteri perifer. Apabila darah yang dialirkan menuju tungkai mengalami gangguan maka akan menimbulkan penyakit. Salah satu penyakit tersebut adalah *Peripheral Arterial Disease* (PAD) atau yang lebih dikenal dengan penyakit arteri perifer (PAP).

Hasil Riset Kesehatan Dasar tahun 2017, menyebutkan bahwa komplikasi dari hipertensi yang peningkatan darah dan lamanya kondisi tekanan darah tidak terdiagnosis dan tidak diobati akan mengakibatkan kerusakan pada organ tubuh

lain salah satunya pada pembuluh darah arteri perifer. Dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Tessa Thendria dkk, menyebutkan bahwa penderita penyakit arteri perifer lebih banyak ditemukan pada mereka yang menderita hipertensi selama 6-10 tahun. Pasien PAP paling banyak berada pada kelompok hipertensi tidak terkontrol yakni sebanyak 10 orang (84%) yang terdiri atas masing-masing 5 orang (42%) menderita hipertensi derajat 1 dan derajat 2. Setiap peningkatan 10 mmHg tekanan darah sistolik meningkatkan resiko PAP sebesar 1,3 kali. Dari data di atas, salah satu faktor yang berisiko menyebabkan penyakit arteri perifer adalah hipertensi. Selain itu, faktor-faktor lain yang dapat berisiko penyakit arteri perifer yaitu bertambahnya usia (terutama saat memasuki usia 50 tahun) karena secara alami arteri akan mulai mengeras dan menyempit seiring bertambahnya usia. Namun, penyakit ini dapat terjadi lebih cepat dengan kondisi seseorang yang mengalami diabetes, obesitas, kebiasaan merokok, kolesterol tinggi, kurangnya aktivitas fisik, pola makan tidak sehat, dan riwayat keluarga dengan penyakit arteri perifer, jantung koroner, atau stroke.

PAP merupakan suatu kondisi di mana aliran darah pada arteri dari jantung menuju tungkai mengalami penyempitan atau bahkan penyumbatan. Penyumbatan yang terjadi karena pembentukan plak dari beragam zat yang ada dalam darah. Zat-zat yang dimaksud seperti kolestrol, kalsium, lemak, dan fibrin (zat yang terkandung dalam darah). Zat-zat tersebut perlahan akan mengendap di dinding arteri membentuk plak, sampai plak tersebut menebal atau bahkan menutupi atau menyumbat aliran darah. Ketebalan plak yang terbentuk pasti akan mempengaruhi kecepatan aliran darah, semakin tebal plak maka akan semakin mengganggu aliran darah. Gejala yang dialami penderita penyakit arteri perifer pada awalnya hanya akan mengalami gangguan ringan seperti kram, kesemutan tanpa sebab, kaki terasa dingin, atau bahkan terasa nyeri saat berjalan atau beraktivitas lain. Namun, gejala tersebut akan hilang dengan beristirahat. Apabila penderita sudah semakin parah, maka gejala-gejala itu akan sering dirasakan bahkan saat istirahat. Selain itu, apabila infeksi sudah semakin serius dan tidak segera ditangani akan dapat berakibat pada kematian jaringan dan amputasi.

Penanganan PAP dapat dilakukan dengan mengonsumsi obat atau melakukan operasi. Salah satu operasi yang dapat dilakukan untuk mengobati penyakit arteri perifer adalah dengan cara pemasangan *stent* atau disebut juga *angioplasty*. *Angioplasty* merupakan upaya yang dilakukan untuk melebarkan pembuluh darah arteri yang mengalami penyempitan. *Angioplasty* dilakukan dengan memasukkan keteter yang dipasang balon kempis kemudian ditujukan hingga bagian arteri yang mengalami penyempitan atau tersumbat. Apabila balon itu dikembangkan, plak akan dimampatkan ke dinding arteri. Kemudian dilakukan pemasangan *stent* melalui balon yang kempis pada keteter tersebut, setelah itu dikembangkan supaya bagian yang telah dilebarkan tidak mengalami penyempitan atau penyumbatan kembali. Menurut Iqbal Amirullah dalam penelitian sejenis yang berjudul "Analisis Numerik Aliran Darah Pada Arteri Koroner Akibat Pemasangan *Stent* Menggunakan Metode Elemen Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK", ukuran diameter *stent* yang dipasang pada penderita jantung koroner berpengaruh terhadap kecepatan aliran darah. Semakin kecil diameter *stent* yang dipasangkan maka kecepatan aliran darah semakin besar.

Pemodelan matematika merupakan ilmu di bidang matematika yang berguna untuk menjelaskan atau mempresentasikan suatu permasalahan yang terjadi di dunia nyata dalam pernyataan matematika dan diselesaikan dengan komputasi. Model matematika dapat diselesaikan dengan tiga pilihan metode yaitu, metode beda hingga, metode volume hingga, atau metode elemen hingga. Diantara ketiga metode di atas, metode elemen hingga merupakan metode yang memiliki tingkat ketelitian yang paling tinggi dibandingkan dengan metode lainnya. Selain itu, Penggunaan metode elemen hingga dinilai cukup efektif digunakan untuk mendiskritisasi benda-benda yang memiliki bentuk teratur. Beberapa penelitian diantaranya oleh Damayanti (2019) menganalisis aliran fluida pada hidrofluidisasi tanaman edamame yang digunakan untuk mengasah kemampuan TCK. Selanjutnya Mandala (2019) menganalisis aliran darah pada arteri intracranial stenosis penyebab stroke iskemik yang digunakan untuk mengasah kemampuan TCK. Dari uraian di atas, maka dilakukan

penelitian sejenis dalam menganalisis model aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent* dengan bantuan *software* MATLAB dan ANSYS Fluent serta menggunakan metode elemen hingga dalam penyelesaian model matematikanya. Pada penelitian ini dipilih judul ”**Analisis Numerik Aliran Darah Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan *Stent* Menggunakan Metode Elemen Hingga**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. bagaimana model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent*?
2. bagaimana pengaruh ketebalan plak terhadap kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer?
3. bagaimana pengaruh diameter *stent* terhadap kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer?
4. bagaimana efektivitas metode elemen hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent*?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

1. jenis *stent* yang digunakan dalam penelitian ini adalah jenis *graft stent*;
2. proses yang dianalisis adalah aliran darah pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent* berdasarkan ketebalan plak dan diameter *stent*;
3. metode penyelesaian yang digunakan adalah metode elemen hingga dengan pendekatan kuadratik;
4. analisis yang digunakan menggunakan bantuan *software* MATLAB;
5. model matematika disimulasikan menggunakan FLUENT.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. untuk mengembangkan model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent*;
2. untuk mengetahui pengaruh ketebalan plak terhadap kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer;
3. untuk mengetahui pengaruh diameter *stent* terhadap kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer;
4. untuk mengetahui efektivitas metode elemen hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. sebagai acuan untuk peneliti lain dalam penelitian sejenis atau penelitian lebih lanjut;
2. menjadi sumber bacaan bagi peneliti lain yang ingin melakukan penelitian dalam bidang pemodelan matematika;
3. menambah pengetahuan peneliti dalam bidang kesehatan;
4. menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika dengan memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam pemodelan matematika menggunakan metode elemen hingga.

1.6 Kebaruan Penelitian

Adapun kebaruan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. mengembangkan variable dengan meneliti pengaruh ketebalan plak dan diameter *stent*;
2. jenis *stent* yang digunakan yaitu *graft stent*;
3. metode penyelesaian yang digunakan adalah metode elemen hingga;
4. analisis numerik menggunakan bantuan *software* MATLAB;
5. model matematika akan disimulasikan secara 3D menggunakan bantuan *software* FLUENT.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model dan Pemodelan Matematika

Model matematika adalah representasi dari sistem nyata yang dijabarkan dalam bentuk simbol dan pernyataan matematika. Berdasarkan hal tersebut, model matematika merepresentasikan sebuah sistem dalam bentuk hubungan kuantitatif dan logika, berupa suatu persamaan matematika (Manonama dan Soetopo, 2008). Menurut Bender (2012), model matematika adalah suatu representasi yang meniru kehidupan nyata dengan menggunakan bahasa matematika. Secara umum model matematika merupakan replika atau tiruan yang dilaksanakan dengan mendeskripsikan suatu fenomena maupun peristiwa alam tergantung dari ketepatan formulasi persamaan matematis dalam mendiskripsikannya.

Menurut Widowati dan Sutimin (2007:2-3) terdapat beberapa jenis-jenis model matematika sebagai berikut:

1. Model Empiris

Pada model empiris, data yang berhubungan dengan problem menentukan peran yang penting. Dalam pendekatan ini, gagasan yang utama adalah mengkontruksi formula (atau persamaan) matematika yang dapat menghasilkan grafik terbaik untuk mencocokkan data.

2. Model Simulasi

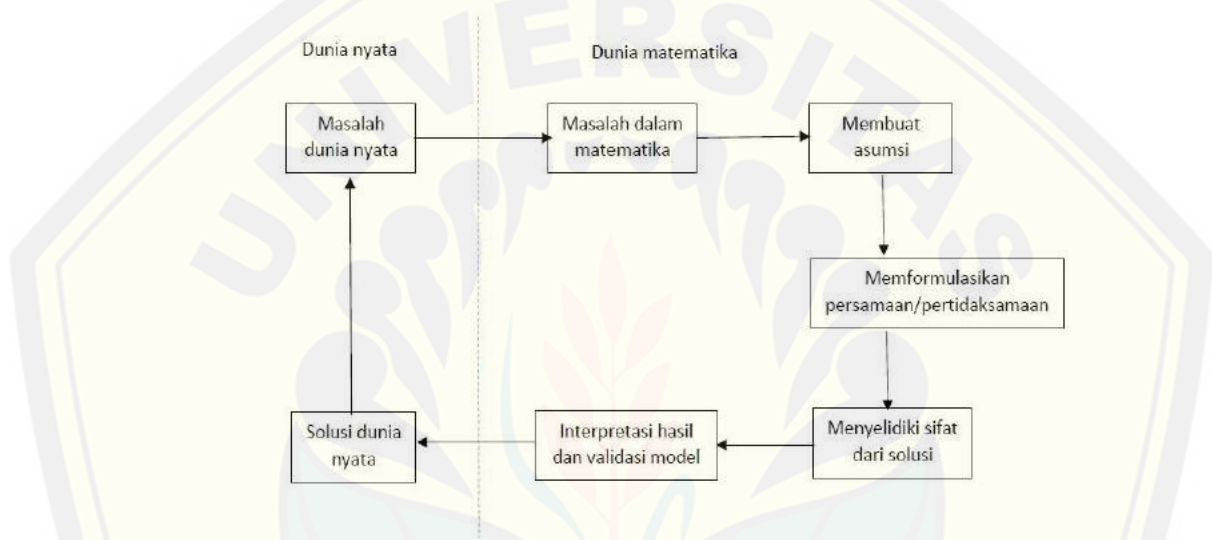
Pendekatan yang lain untuk pemodelan matematika adalah konstruksi model simulasi. Dalam pendekatan ini, program komputer ditulis didasarkan pada aturan-aturan. Aturan-aturan ini dipercaya untuk membentuk bagaimana suatu proses atau fenomena akan berjalan terhadap waktu dalam kehidupan nyata. Program komputer ini dijalankan terhadap waktu sehingga implikasi interaksi dari berbagai variabel dan komponen yang dikaji dan diuji.

3. Model Deterministik dan Stokastik

Model deterministik meliputi penggunaan persamaan atau himpunan persamaan untuk mempresentasikan hubungan antara berbagai komponen

(atau variabel) suatu sistem atau *problem*. Suatu contoh adalah persamaan diferensial biasa yang menjelaskan bagaimana suatu kuantitas tertentu berubah terhadap waktu. Persamaan ini menunjukkan hubungan antara kuantitas (yang dinyatakan oleh variabel tak bebas dari persamaan) dan waktu sebagai variabel bebas. Diberikan syarat awal yang sesuai, persamaan diferensial dapat diselesaikan untuk memprediksi perilaku sistem model.

Proses penyusunan pemodelan matematika dapat dinyatakan dalam diagram alir pada gambar 2.1 berikut ini:



Gambar 2.1 Tahapan penyusunan model matematika

Berdasarkan Gambar (2.1) dapat diperoleh tahapan penyusunan model matematika sebagai berikut:

1. Menyatakan Permasalahan Dunia Nyata ke dalam Pengertian Matematika
Langkah ini meliputi identifikasi variabel-variabel pada permasalahan dan membentuk beberapa hubungan antar variabel kemudian menjabarkan variabel-variabel dan sistem menjadi sebuah model.
2. Membuat Asumsi
Pembuatan asumsi digunakan sebagai langkah untuk mengkonstruksi kerangka dasar dari sebuah model. Asumsi dalam pemodelan matematika mencerminkan

bagaimana proses berpikir sehingga model dapat berjalan. Asumsi dalam penelitian ini disesuaikan dengan rumus-rumus fisika dasar. Sesuai dengan rumus debit aliran, apabila terjadi pembentukan plak yang mempengaruhi luas penampang dari aliran darah yang membuat luas penampang atau rongga arteri semakin kecil maka akan semakin besar kecepatan aliran darah tersebut. Hal ini berpengaruh juga dengan diameter *stent*, karena semakin besar diameter *stent* maka luas penampang akan semakin besar sehingga kecepatan aliran akan semakin kecil.

3. Formulasi Persamaan/Pertidaksamaan

Langkah selanjutnya yaitu memformulasikan persamaan atau sistem persamaan dengan pemahaman hubungan antar variabel. Formulasi model merupakan langkah yang paling penting, sehingga terkadang diperlukan adanya pengujian kembali asumsi-asumsi agar dalam proses pembentukan formulasi dapat sesuai dan realistis. Jika pada proses pengujian kembali ditemukan ketidaksesuaian model, maka perlu dilakukan pengkajian ulang asumsi dan membentuk asumsi baru.

4. Menyelidiki Sifat dari Solusi

Setelah membentuk formulasi model, langkah selanjutnya adalah menyelidiki sifat dari solusi yang diperoleh yaitu menyelidiki apakah solusi sistem stabil atau tidak stabil.

5. Interpretasi hasil dan validasi model

Interpretasi hasil merupakan suatu langkah yang menghubungkan formula matematika kembali ke permasalahan dunia nyata. Interpretasi ini dapat diwujudkan dalam bentuk grafik yang digambarkan berdasarkan solusi yang diperoleh dan selanjutnya diinterpretasikan sebagai solusi dalam situasi nyata. Validasi model berguna untuk menilai kelayakan dan kesesuaian model dengan kenyataan. Jika tidak, maka perlu perbaikan dan pemeriksaan ulang asumsi-asumsi yang telah dibuat (Ndi, 2018:5-6).

Proses pemodelan menurut Bender (2012) secara garis besar, yaitu merumuskan masalah, mengkonstruksi model, menginterpretasikan dan tes model.

1. Merumuskan Masalah
Memulai dengan mencari permasalahan dalam dunia nyata, rumuskan permasalahan tersebut ke dalam bahasa matematika. Kemudian modelkan, sifat model yang dipilih sangat bergantung pada apa yang diinginkan untuk diketahui.
2. Mengkonstruksi Model
Bagian ini harusnya memisahkan berbagai bagian-bagian umum menjadi khusus. Keterkaitan antara variabel-variabel juga harus dispesifikkan.
3. Menginterpretasikan
Menginterpretasikan bertujuan untuk melihat model tersebut apakah sudah sesuai dengan yang diinginkan, dengan menterjemahkan kembali model matematisnya ke dalam situasi nyata seperti semula.
4. Tes Model
Test model berguna untuk menilai kelayakan model, gunakan kembali model untuk dicek, bila model masih belum layak, ulangi kembali dari langkah ke-2 atau langkah pertama dengan melakukan perbaikan.

2.2 Analisis Numerik

Analisis numerik adalah terapan matematika untuk menganalisis sebuah metode. Dalam hal ini adalah metode numerik. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Terdapat dua macam penyelesaian dalam persoalan matematika, yaitu: 1) secara analitik, dengan menggunakan kaidah-kaidah operasi matematika dengan cara yang formal yang memberikan solusi sejati (*exact sollution*) atau solusi sesungguhnya dan 2) secara numerik, yaitu dengan menggunakan metode numerik untuk memperoleh nilai solusi hampiran (*approxomation*) atau solusi pendekatan. Penyelesaian secara analitik sangatlah terbatas pada masalah yang sederhana. Pada masalah real yang cukup kompleks tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga diperlukan penyelesaian secara numerik untuk mencari solusi dari permasalahan tersebut.

Seiring dengan perkembangan teknologi, metode numerik dapat diselesaikan dengan mudah menggunakan komputer. Penyelesaian metode numerik, umumnya menggunakan operasi aritmatika yang banyak dan berulang, sehingga perhitungan secara manual sering menjemukan. Manusia (yang melakukan perhitungan manual) memiliki resiko yang besar mengalami kesalahan dalam melakukannya. Komputer berperan membantu mempercepat proses perhitungan dan mengurangi resiko kesalahan tersebut. Suatu perhitungan model matematika terhadap suatu permasalahan yang ada dengan menggunakan suatu alat atau *software* pada komputer dikenal dengan komputasi numerik. Komputasi numerik digunakan dalam *modelling system*. Banyak permasalahan yang mustahil dapat diselesaikan secara analitik akan tetapi dapat diselesaikan dengan metode numerik.

Menurut Djojodiharjo (2000) dalam mengerjakan metode numerik terdapat beberapa cara pendekatan, yaitu:

- a. pendekatan atau penyederhanaan perumusan persoalan sehingga dapat dipecahkan secara eksak;
- b. mengusahakan diperolehnya jawaban pendekatan dari persoalan yang perumusannya eksak;
- c. gabungan dari kedua cara pemecahan di atas.

Pada umumnya metode numerik tidak mengutamakan diperolehnya jawaban yang tepat, tetapi mengusahakan perumusan metode yang menghasilkan jawab pendekatan yang memiliki selisih sebesar suatu nilai yang ditentukan berdasarkan kesepakatan dari jawab eksak.

2.3 Aliran Darah

Sistem peredaran darah dibagi menjadi dua, yaitu peredaran darah kecil dan peredaran darah besar.

1. Peredaran darah kecil merupakan darah yang sedikit oksigen keluar dari ventrikel kanan menuju ke arteri pulmonalis lalu ke paru-paru.
2. Peredaran darah besar merupakan darah yang kaya oksigen keluar dari ventrikel kiri menuju ke seluruh tubuh melalui arteri.

Kecepatan aliran darah bergantung pada ukuran dari pembuluh darah. Kecepatan aliran darah ditentukan oleh perbedaan tekanan di antara kedua ujung pembuluh darah seperti tekanan aorta dengan tekanan atrium kanan. Aliran menjadi bergerak karena perubahan tekanan yang terdapat di dalam peredaran darah besar (Syaifuddin, 2006: 132-133).

Darah dapat mengalir di dalam arteri dalam bentuk laminar, artinya kecepatan aliran di bagian tengah dan bagian tepi yang dekat dengan permukaan bagian dalam dinding arteri adalah sama. Aliran bersifat sejajar yang konsentris ke arah yang sama. Dalam bentuk ini, darah mengalir dalam kecepatan tetap melalui pembuluh darah yang panjang dan licin. Jika terdapat suatu aliran darah di dalam arteri mengarah ke segala jurusan aliran disebut aliran turbulen. Keadaan ini terjadi ketika pembuluh darah mengalami sumbatan, permukaan kasar dan arteri bercabang (Guyton dan Hall, 1997). Aliran darah berkaitan erat dengan viskositas. Viskositas darah adalah ukuran resistensi dari darah mengalir.

Viskositas atau kekentalan sebenarnya merupakan gaya gesekan internal Antara molekul-molekul dan partikel-partikel yang menyusun suatu fluida dalam pembuluh darah yang berbentuk silinder. Faktor penentu utama viskositas darah adalah hematocrit, agresi sel darah merah, dan viskositas plasma (Kesmarky G, 2008). Viskositas darah memegang peranan penting dalam aliran darah. Adapun faktor-faktor yang mempengaruhi viskositas darah antara lain:

1. Hematokrit (kadar sel darah merah): hematokrit yang meningkat akan diikuti viskositas darah yang meningkat.
2. Suhu tubuh: bila suhu tubuh naik, maka viskositas akan turun.
3. Kadar protein plasma: bila kadar protein plasma meningkat, maka viskositas naik dan sebaliknya.
4. Kecepatan aliran darah: bila kecepatan aliran darah turun maka viskositas akan naik.
5. Diameter pembuluh darah: bila diameter pembuluh darah kurang dari 1,5 mm, maka efek viskus jauh lebih sedikit.

Adapun secara fisika, koefisien viskositas di lambangkan dengan η . Viskositas sendiri merupakan fungsi dari besaran turunan dari percepatan (V)

dan tekanan (P) dan panjang diameter (D). Selain itu agar hubungan fungsi dan variabelnya nampak jelas maka haruslah terdapat Konstanta (k). Jadi rumus viskositas yaitu:

$$\eta = \frac{kPD}{v} \quad (2.1)$$

dimana :

η = koefisien viskositas (Ns/m^2)

k = konstanta

P = tekanan(Pa)

D = diameter(m)

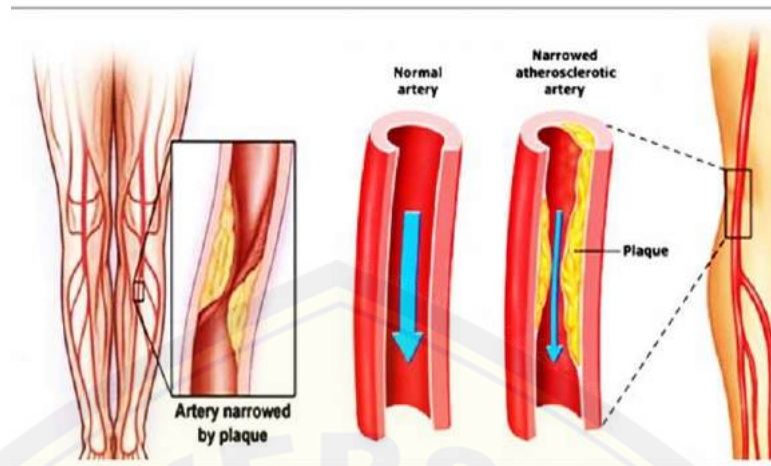
v = kecepatan(m/s^2)

2.4 Penyakit Arteri Perifer

Peripheral arterial disease (PAD) atau penyakit arteri perifer adalah kondisi di mana aliran darah dari arteri jantung menuju tungkai mengalami penyempitan pembuluh darah akibat timbunan plak. Dampaknya, tungkai yang kekurangan pasokan darah akan terasa sakit, terutama saat berjalan. Penyakit arteri perifer terkadang tidak menimbulkan gejala berat, namun berkembang secara perlahan. Jika dibiarkan tanpa penanganan, penyakit arteri perifer bisa memburuk hingga menimbulkan kematian jaringan, dan berisiko untuk diamputasi. Penyakit ini dipicu oleh berbagai kondisi akibat gaya hidup yang tidak sehat, seperti hipertensi, diabetes, dan kolesterol tinggi. Oleh karena itu, cara paling efektif untuk mencegah penyakit arteri perifer adalah menjalankan gaya hidup sehat, yaitu dengan mengonsumsi makanan bergizi seimbang dan rutin berolahraga.

2.4.1 Gejala Penyakit Arteri Perifer

Pada awalnya penderita penyakit arteri perifer tidak mengalami gejala apapun, atau hanya merasakan gejala ringan, seperti kram, tungkai terasa berat, kebas, atau nyeri. Nyeri yang dirasakan akan bertambah buruk ketika penderita beraktivitas (misalnya berjalan atau naik tangga), dan akan reda setelah penderita beristirahat. Kondisi ini disebut juga klaudikasio. Bila gejala ini dibiarkan, lama-kelamaan pembuluh darah arteri akan semakin menyempit



Gambar 2.2 Penyempitan pada arteri perifer akibat plak
(sumber: www.iddenature.com)

dan menimbulkan gejala lain seperti kaki terasa dingin atau pucat, luka di kaki yang tak kunjung sembuh, bahkan kaki menghitam dan membusuk karena kematian jaringan yang dapat menyebabkan amputasi. Selain klaudikasio dan kematian jaringan, ada gejala lain seperti bulu kaki yang mudah rontok, otot kaki mengecil, pertumbuhan kuku kaki yang rapuh dan lambat, serta disfungsi ereksi pada pria.

2.4.2 Faktor Penyakit Arteri Perifer

Penyakit arteri perifer secara umum dapat mudah terjadi pada usia menjelang 50 tahun, karena semakin lama elastisitas pembuluh darah memang akan berkurang dan menyempit seiring bertambahnya usia. Namun penyakit arteri perifer akan cepat terjadi oleh faktor yang sama dengan penyakit arteri yang lain seperti jantung koroner dan stroke yaitu:

1. Merokok: kandungan nikotin dalam rokok merangsang pelepasan hormon yang menyebabkan jantung berdetak lebih cepat dan menyempitkan pembuluh darah. Menghirup karbon monoksida bisa menurunkan kandungan oksigen pada otot jantung. Karbon monoksida dan nikotin juga bisa

meningkatkan viskositas trombosit dan kemungkinan pembentukan plak, yang pada akhirnya bisa merusak dinding dalam pembuluh darah dan meningkatkan risiko pengerasan arteri.

2. Obesitas: risiko berkembangnya penyakit arteri perifer pada orang yang mengalami obesitas lebih tinggi daripada orang yang memiliki berat badan normal
3. Kurangnya aktivitas fisik: kurangnya olahraga bisa menurunkan tingkat elastisitas pembuluh darah dan memungkinkan mengerasnya pembuluh darah. Oleh karena itu, kurangnya olahraga dapat melemahkan fungsi kardiovaskular
4. Diabetes: diabetes membuat kadar gula dalam darah semakin tinggi. Hal ini akan mempermudah terjadinya pembentukan plak pada pembuluh darah.
5. Pola makan: konsumsi lemak, makanan asin atau manis atau minuman beralkohol secara berlebihan akan meningkatkan kadar kolesterol dalam darah, mengeraskan pembuluh darah, dan mengakibatkan tekanan darah tinggi.
6. Adanya riwayat keluarga yang memiliki penyakit jantung koroner atau arteri perifer.

2.5 Fluida

Fluida merupakan suatu zat yang mempunyai kemampuan mengalir dan berubah bentuk secara terus menerus (*kontinue*) selama tegangan geser (*shear stress*) atau tangensial (*tangential*) diterapkan, tidak peduli seberapa kecilnya. Fluida dalam keadaan diam / setimbang jika tegangan gesernya dalam keadaan nol, atau biasa disebut dengan tekanan hidrostatis dimana tekanan yang diberikan oleh fluida pada kesetimbangan dipengaruhi kepada ketinggian fluida, massa jenis dan percepatan gravitasi (White, 2011:6).

2.5.1 Jenis-Jenis Fluida

Dilihat dari bentuknya, fluida dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

1. Gas

Gas merupakan salah satu bentuk dari fluida. Gas memiliki molekul- molekul yang dapat bergerak secara bebas dan bersifat memenuhi seluruh ruangan

yang ditempatinya. Gas tidak memiliki permukaan bebas dan masanya selalu berkembang mengisi seluruh ruangan dan dapat dimampatkan. Salah satu contoh dari zat gas adalah asap.



Gambar 2.3 Fluida gas
(sumber: www.tempo.co)

2. Cair



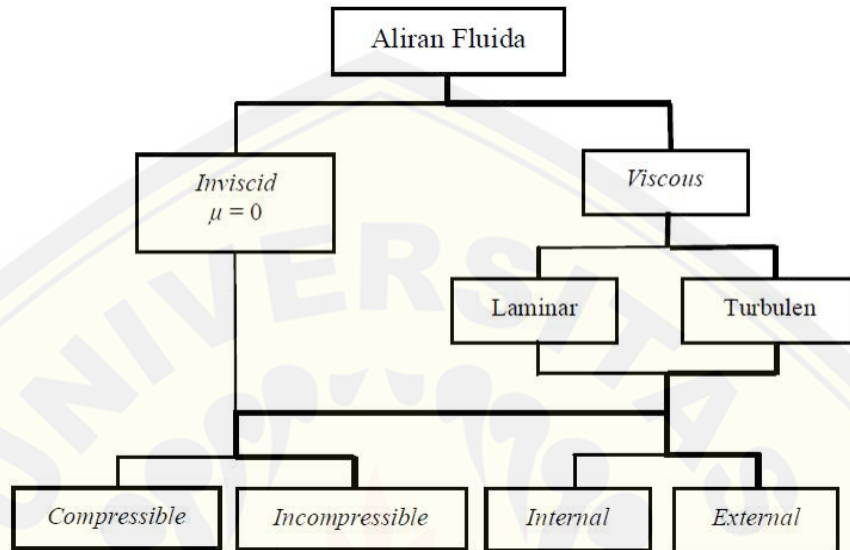
Gambar 2.4 Fluida cair
(sumber: www.dibaliklensa.com)

Sama halnya seperti gas, zat cair merupakan suatu zat yang bergerak dan berubah bentuk sesuai dengan tempat yang ditempatinya. Zat cair cenderung mempertahankan volumenya karena memiliki gaya kohesif yang relatif kuat dibanding zat gas dan akan membentuk permukaan bebas. Tidak seperti zat

gas, zat cair tidak dapat dimampatkan. Salah satu contoh dari zat cair adalah air.

2.5.2 Jenis-Jenis Aliran Fluida

Aliran fluida dapat diklarifikasikan sebagai berikut:



Gambar 2.5 Klarifikasi aliran fluida

(sumber: Fox, Robert W., McDonald, Alan T. 1994. *Introduction to Fluid Mechanics*. New York: John Wiley & Sons)

o Aliran Laminar

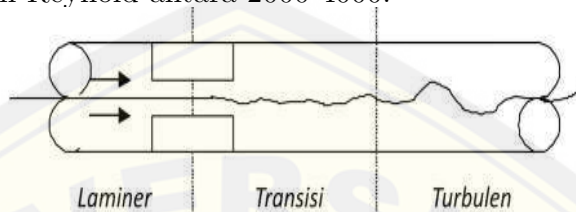
Aliran laminar didefinisikan sebagai aliran dengan fluida yang bergerak dalam lapisan-lapisan, atau lamina-lamina dengan satu lapisan meluncur secara merata. Dalam aliran laminar ini viskositas berfungsi untuk meredam kecenderungan terjadinya gerakan relatif antara lapisan.

o Aliran Turbulen

Aliran turbulen didefinisikan sebagai aliran yang dimana pergerakan partikel-partikel fluida sangat tidak menentu karena mengalami pencampuran serta putaran partikel antar lapisan, yang mengakibatkan saling tukar momentum dari satu bagian fluida kebagian fluida yang lain dalam skala yang besar. Dalam keadaan aliran turbulen maka turbulensi yang terjadi mengakibatkan tegangan geser yang merata diseluruh fluida sehingga menghasilkan kerugian-kerugian aliran.

o Aliran Transisi

Aliran transisi merupakan aliran peralihan dari aliran laminar ke aliran turbulen. Aliran darah merupakan contoh aliran transisi. Aliran darah dalam pembuluh darah, diawali dengan aliran laminar kemudian pada fase berikutnya aliran berubah menjadi aliran turbulen. Aliran ini dapat ditentukan bila bilangan Reynold antara 2000-4000.



Gambar 2.6 Aliran fluida

(sumber: <https://muhnabil.wordpress.com>)

o Aliran *Compressible flow*

Aliran *compressible flow* merupakan aliran aliran yang mampu mampat, contohnya adalah udara, gas alam, dll.

o Aliran *Incompressible flow*

Aliran *incompressible flow* merupakan aliran aliran yang tidak mampu mampat, contohnya adalah air, berbagai jenis minyak, emulsi, dll (Indra, 2012).

o Aliran Internal

Aliran yang dibatasi oleh permukaan padat disebut aliran internal. Aliran internal meliputi aliran melalui pipa, saluran, *nose*, *diffuser*, *sudden contractions dan expansions*, *valve*, dan *fitting*.

o Aliran Eksternal

Aliran eksternal adalah aliran yang mengalir pada suatu benda yang terbenam dalam suatu fluida yang tak terbatas. Dengan kata lain, fluida yang mengalir berada diluar permukaan benda-benda tersebut. Efek *viscous* pada aliran eksternal terbatas pada lapisan batas dan *wake* (Muchammad, 2007).

2.5.3 Persamaan Fisika pada Penyempitan Pembuluh Darah

1. Hukum Poiseuille

Hukum Poiseuille menyatakan bahwa cairan yang mengalir melalui saluran pipa akan berbanding langsung dengan penurunan tekanan sepanjang pipa dan pangkat empat jari-jari pipa (Irawati, 2010). Rumusnya sebagai berikut:

$$Q = \frac{\pi P r^4}{8 \eta l} \quad (2.2)$$

dimana :

Q = debit(liter/s)

P = tekanan(Pa)

r = jari-jari(m)

η = kekentalan cairan(Ns/m^2)

l = panjang saluran(m)

2. Penyempitan Pembuluh Darah

Menurut Pralhad dan Schultz (2004:206) Model matematika untuk jari-jari pada penyempitan pembuluh darah arteri tersebut dinyatakan sebagai berikut:

$$R(z) = R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right) \quad ; d \leq z \leq d + L_0 \quad (2.3)$$

$$R(z) = R_0 \quad ; \text{lainnya} \quad (2.4)$$

dimana:

$R(z)$ = jari-jari pada penyempitan

$R(0)$ = jari-jari arteri normal

δs = perubahan ketebalan plak

L = panjang arteri

L_0 = panjang penyempitan

z = arah aliran

d = lokasi penyempitan

2.6 CFD (*Computational Fluid Dynamics*)

2.6.1 Pengertian CFD

Computation Fluid Dynamic (CFD) merupakan sebuah analisa dari suatu sistem yang melibatkan aliran fluida, transfer energi, pembakaran dan fenomena yang berkaitan dengan reaksi kimia yang menggunakan simulasi yang berbasis komputasi (Coker, 2001). Menurut Tuakia (2008:2) CFD adalah ilmu yang mempelajari cara memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika (model matematika). CFD juga dapat diartikan sebagai suatu teknologi komputer yang memungkinkan pengguna untuk mempelajari dinamika dari benda-benda atau zat-zat yang mengalir. Menurut Sukarsono (2012) CFD merupakan pendekatan dari persoalan yang asalnya kontinu (memiliki jumlah sel tak terhingga) menjadi model yang diskrit (jumlah sel terhingga) sehingga sebagai hasil akan didapat data-data, gambar-gambar visual atau kurva-kurva yang menunjukkan prediksi dari performansi keandalan sistem yang didesain. Adapun tujuan dari CFD adalah melibatkan satu atau semua fenomena tentang aliran fluida, perpindahan panas, dan reaksi kimia dalam sistem yang kompleks, agar mendapatkan prediksi yang akurat. Selain itu, penggunaan CFD juga dapat mengurangi total usaha yang dibutuhkan untuk eksperimen dan data akuisisi (Subekti, 2009).

Pada umumnya terdapat tiga tahapan yang harus dilakukan ketika melakukan simulasi CFD, yaitu sebagai berikut:

1. *Pre-processor*

Processing atau *pre-processor* merupakan langkah pertama dalam membangun dan menghasilkan sebuah model CFD (Tuakia, 2008:6). Pada *pre-processor* sebuah model dibuat menjadi model yang dapat diterjemahkan oleh *software* simulasi. Langkah *pre-processor* merupakan langkah awal dimana bahasa pemrograman disain model akan diterjemahkan oleh *solver*. Pada tahap ini beberapa hal yang perlu dilakukan, yaitu:

- a. pendefinisian bentuk geometri yang digunakan (dua dimensi atau tiga dimensi);

- b. pembentukan *grid (mesh)* pada domain;
- c. pemilihan model berdasarkan fenomena fisik dan kimia;
- d. penentuan sifat-sifat fluida (aliran fluida, viskositas, massa jenis, dll);
- e. penentuan kondisi batas yang sesuai dengan bentuk geometri dan fluida.

2. *Solver*

Tahapan *Solver* merupakan tahapan proses pemecahan secara numerik pada CFD. Metode penyelesaian ini dibagi menjadi tiga yaitu metode beda hingga, metode volume hingga, dan metode elemen hingga. Penyelesaian tahapan *solver* memiliki tiga tahapan yang perlu dilakukan, yaitu:

- a. aproksima aliran yang tidak diketahui dengan fungsi sederhana;
- b. diskritisasi dengan mensubstitusikan hasil aproksimasi ke dalam persamaan aliran yang dibangun disertai manipulasi matematik;
- c. penyelesaian persamaan secara aljabar.

3. *Post-processor*

Post-Processor atau *post-processing* merupakan tahapan terakhir dari CFD. Pada tahap ini, hasil dari *processing* dan *solver* akan diinterpretasikan ke dalam bentuk grafik atau gambar dengan pola warna tertentu yang menjelaskan aliran fluida. Tampilan dapat berupa domain geometri dan grid, plot vektor, plot garis dan bidang, plot 2 dimensi atau 3 dimensi, pergerakan partikel, manipulasi tampilan (rotasi, perbesaran, dll), ouput warna.

Menurut Fermi (2014) terdapat prosedur-prosedur yang digunakan dalam pendekatan program CFD yaitu sebagai berikut:

1. pembuatan geometri dari model atau problem;
2. bidang atau volume yang diisi fluida dibagi menjadi sel-sel kecil (*meshing*);
3. pendefinisian model fisiknya, misalnya persamaan-persamaan gerak, entalpi, dan konversi spesies (zat-zat yang kita definisikan biasanya berupa komponen dari suatu reaktan);

4. pendefinisian kondisi-kondisi batas, termasuk di dalamnya sifat-sifat dan perilaku dari batas-batas model atau problem. Untuk kasus transient, kasus awal juga didefinisikan;
5. persamaan-persamaan matematika yang membangun CFD diselesaikan secara iteratif, bisa dalam kondisi lunak (*steady state*) atau transient;
6. analisis dan visualisasi dari solusi CFD.

Hasil analisis CFD dapat digunakan untuk :

- o studi konsep desain baru;
- o pengembangan detail produk;
- o *troubleshooting*;
- o redesign.

2.7 *Stent* atau *Ring*

Penyakit arteri perifer merupakan penyakit yang dapat disembuhkan dengan mengonsumsi obat-obatan. Namun, jika penyakit arteri perifer tidak segera ditangani atau dibiarkan, maka penyakit arteri perifer akan memberikan dampak yang semakin serius. Apabila penyakit arteri perifer sudah semakin parah, maka harus dilakukan operasi untuk menyembuhkannya. Salah satu metode yang paling umum digunakan adalah dengan memasang *stent*. Pemasangan *stent* adalah sebuah prosedur yang dilakukan untuk melebarkan pembuluh darah arteri yang menyempit atau tersumbat di bagian kaki atau tungkai melalui proses *angioplasty*. Pembuluh darah yang tersumbat ini akibat dari penumpukan plak kolesterol ataupun zat lain yang menempel di dinding pembuluh darah. Oleh sebab itu, pemasangan *stent* bertujuan untuk membuka pembuluh darah arteri di kaki sehingga bisa kembali menerima suplai darah yang cukup dan memperkecil kemungkinan pembuluh darah tersebut tidak menyempit kembali. Stent terbuat dari logam ataupun plastik yang berbentuk tabung kecil yang tersusun dari kawat-kawat yang nampak seperti jala. Pemasangan stent ini menetap, sehingga akan melekat di bagian yang dituju dan tidak bisa dikeluarkan lagi. Oleh karenanya, permukaan stent dilapisi dengan

obat-obatan lainnya yang bisa membantu menjaga arteri yang tersumbat agar tidak tertutup

2.7.1 Pemasangan *Stent*

Prosedur pemasangan *stent* dilakukan pada kasus-kasus darurat seperti saat seseorang terkena serangan jantung ataupun karena adanya keluhan seseorang yang mengalami penyempitan pembuluh darah arteri. Penyempitan pembuluh arteri bisa terdeteksi ketika seseorang melakukan pemeriksaan ke dokter terlebih dahulu. Pemasangan *stent* merupakan prosedur nonbedah di bawah anestesi lokal yang diberikan di daerah pergelangan tangan ataupun pangkal paha. Maka, selama tindakan berlangsung pasien akan dalam keadaan sadar. Selain itu, pemasangan *stent* umumnya tidak membutuhkan waktu yang lama, namun hal ini tergantung dari kesulitan dan jumlah *stent* yang akan dipasang.



Gambar 2.7 Pemasangan *stent* pada pembuluh arteri

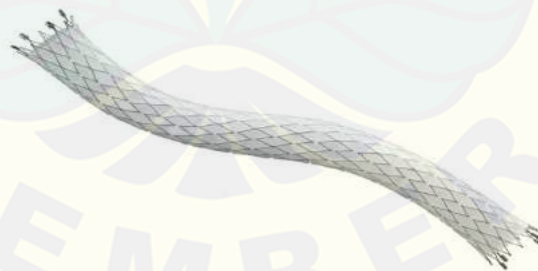
Prosedur pasang *stent* akan diawali dengan proses *angioplasty*. *Angioplasty* dilakukan dengan cara memasukkan selang kateter yang pada ujungnya dilengkapi dengan balon dalam keadaan Kempis melalui pembuluh darah ke arteri yang menyempit atau tersumbat. Ketika kateter sudah berada di daerah yang dituju, akan memasukan zat kontras ke dalam kateter untuk melihat kondisi pasien yang terlihat dari perjalanan zat kontras di pembuluh darah, sehingga memudahkan untuk melihat keadaan pasien yang muncul di layar monitor. Saat kateter sudah dimasukkan ke dalam pembuluh darah, balon yang terdapat di ujung keteter dikembangkan untuk memampatkan plak. Setelah itu balon dalam keadaan mengempis bersamaan dengan *stent* akan mengembang bersamaan. Balon ini berfungsi untuk meregangkan arteri yang tersumbat sehingga memungkinkan peningkatan aliran darah. Setelah itu balon kateter di-

kempiskan dan kemudian selang kateter ditarik keluar. Namun saat kateter ditarik keluar, *stent* menetap di lokasi tersebut supaya pembuluh darah tetap terbuka.

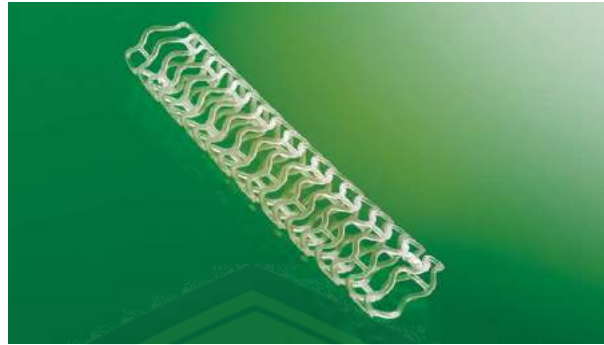
Jenis atau macam-macam *stent* secara umum dibagi menjadi tiga yaitu BMS, DES, dan BVS. BMS (*Bare Metal Stent*) adalah *stent* yang berbahan dasar metal polos, DES (*Drug Eluting Stent*) adalah *stent* yang berbahan dasar metal namun disalut dengan obat. BVS (*Bioresorbable Vascular Stent*) adalah *stent* yang berbahan dasar *polylactic acid* yang dapat diserap oleh tubuh. Pada penelitian ini *stent* yang akan digunakan adalah jenis (*graft stent*) yang tergolong dalam DES.



Gambar 2.8 *BMS*
(Sumber: www.indiamart.com)



Gambar 2.9 *graft stent*
(Sumber: www.dicardiology.com)



Gambar 2.10 *BVS*
(Sumber: www.crtonline.org)

2.8 Metode Elemen Hingga

Metode elemen hingga merupakan salah satu metode pendekatan numerik yang mendasarkan permasalahan pada tiap-tiap elemen bagian yang dinamakan elemen hingga. Jadi metode elemen hingga adalah suatu metode pendekatan numerik yang digunakan untuk memecahkan permasalahan-permasalahan mekanika kontinum yang didasarkan pada tiap-tiap elemen bagian yang disebut elemen hingga (Fatahillah, 2011:110). Metode elemen hingga berlaku untuk semua jenis persamaan diferensial parsial linier dan nonlinier dalam fisika dan teknik. Konsep metode elemen hingga adalah dengan menyelesaikan suatu permasalahan dengan cara membagi daerah obyek yang di analisa menjadi bagian-bagian kecil (*nodes*) yang terhingga, seperti segitiga atau segiempat. Bagian-bagian kecil (*nodes*) tersebut kemudian dianalisis dan solusinya digabungkan kembali untuk mendapatkan penyelesaian untuk keseluruhan daerah (White, 2011:580).

Proses inti metode elemen hingga adalah membagi masalah yang kompleks menjadi bagian-bagian kecil atau elemen-elemen sehingga solusi yang lebih sederhana dapat dengan mudah diperoleh. Solusi setiap elemen jika digabungkan akan menjadi solusi dari masalah secara keseluruhan. Pada metode elemen hingga harus diketahui domainnya dengan jelas, dari domain tersebut dibagi menjadi bagian-bagian atau grid-grid baik terstruktur maupun tidak terstruktur. Pada masing-masing grid memenuhi persamaan matematika yang

terbentuk. Persamaan yang terbentuk dalam *face* sehingga perlu dirubah menjadi node agar tidak saling tumpang tindih. Penyelesaian metode elemen hingga dilakukan dengan pendekatan kuadratik.

Persamaan dalam Metode Elemen Hingga biasanya berbentuk :

$$[A]\{u\} = F$$

dimana :

$[A]$ = Matrik kekakuan

$\{u\}$ = Vektor kolom dengan komponen matrik berupa nilai nodal

F = Gaya yang bekerja pada nodal

Menurut Kosasih (2012) pada prinsipnya penerapan metode elemen hingga terdiri dari langkah-langkah berikut:

1. Diskritisasi domain

Pada tahap ini peneliti harus menentukan jenis elemen yang akan digunakan. Biasanya elemen triangular (tiga sisi) dan elemen quadrilateral (empat sisi) digunakan untuk permasalahan dua dimensi, sedangkan untuk elemen tetrahedral (empat muka) dan elemen heksa hedral (enam muka) digunakan untuk permasalahan tiga dimensi.

2. Penentuan bentuk fungsi aproksimasi

Pada tahap ini bentuk dari interpolasi ditentukan. Fungsi yang biasa digunakan adalah fungsi polinomial. Tingkat dari polinomial ini ditentukan oleh jumlah node pada setiap elemen dan syarat kontinuitas yang ditentukan pada batas elemen. Untuk elemen segitiga dengan tiga titik nodal fungsi interpolasinya adalah fungsi linier atau polinomial tingkat 1. Dengan enam titik nodal, fungsi interpolasi yang digunakan adalah fungsi polinomial tingkat 2 atau fungsi kuadratik.

3. Perhitungan properti elemen

Fungsi interpolasi yang telah ditentukan pada tahap 2 kemudian disubstitusikan kembali pada persamaan-persamaan diferensial dan diproses guna mendapatkan sistem persamaan linear atau sistem matriks yang merupakan properti dari elemen terkait.

4. Pembentukan sistem persamaan linear

Matriks-matriks elemen yang terbentuk kemudian digabung menjadi matriks global.

5. Pemecahan sistem persamaan linear

Sistem global yang terbentuk pada tahap 4 kemudian diproses (diselesaikan) sampai mendapatkan solusi dengan menggunakan bantuan software MATLAB.

6. Post process hasil

Setelah solusi diperoleh pada tahap 5, hasil dapat ditampilkan berupa grafik kontour atau plot

Adapun langkah-langkah dalam memakai *finite element method* untuk analisis gerakan pada *continous system* yaitu:

1. *Discretization* daripada domain
 - o 1-D contoh pada sumbu x saja, atau mungkin juga pada sumbu x dan y saja
 - o 2-D contoh pada sumbu x dan y, atau biasa dikenal dengan r dan θ
 - o 3-D contoh pada sumbu x, y, z atau biasa dikenal dengan r, θ dan z
2. Pilih *polynomial function* di dalam mencari *shape function*
3. Penjabaran *element equation* (Mulyadi, 2015).

Setiap permasalahan yang menggunakan metode elemen hingga akan diselesaikan dengan pendekatan kuadratik. Pada pendekatan kuadratik fungsi tersebut adalah

$$C = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2$$

dengan $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ yaitu:

$$C = C_i \text{ dengan } x = 0$$

$$C = C_j \text{ dengan } x = \frac{l}{2}$$

$$C = C_k \text{ dengan } x = l$$

jadi

$$\alpha_1 = C_i$$

$$\alpha_2 = \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l}$$

$$\alpha_3 = (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2}$$

sehingga

$$C = C_i + \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l} x + (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2} x^2$$

$$C = C_i \left[1 - \frac{3x}{l} + 2 \frac{x^2}{l^2} \right] + C_j \left[\frac{4x}{l} - \frac{4x^2}{l^2} \right] + C_k \left[\frac{-x}{l} + 2 \frac{x^2}{l^2} \right]$$

$$C = C_i \left[\left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right] + C_j \left[\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right] + C_k \left[\frac{-x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right]$$

dapat ditulis

$$C = N_i C_i + N_j C_j + N_k C_k$$

dengan

$$N_i = \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

$$N_j = \frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

$$N_k = \frac{-x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right)$$

2.8.1 Persamaan Momentum

Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekekalan momentum yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran atau sistem keunsuran (White, 1986:202).

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = \Sigma F \quad (2.5)$$

dengan:

$$[pure\ rate] = [input - output] = \frac{\partial \rho u \phi_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_n}{\partial x} \quad (2.6)$$

ΣF adalah jumlah dari seluruh gaya-gaya yang bekerja didalam sistem, dimana pada penelitian ini gaya-gaya yang bekerja adalah tekanan, kekentalan zat, gaya gravitasi dan tegangan zat.

2.9 Algoritma dan Pemrograman MATLAB

2.9.1 Algoritma dan Pemrograman

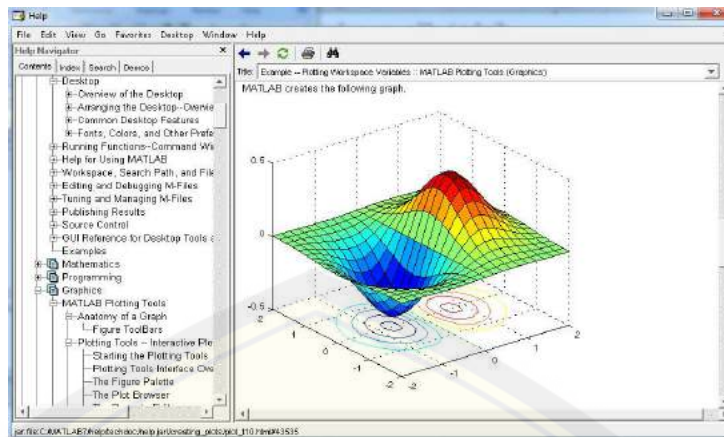
Algoritma adalah susunan langkah-langkah yang logis dan sistematis dalam memecahkan suatu masalah. Sebagai tambahan, setiap algoritma harus memenuhi kriteria sebagai berikut:

1. tidak harus ada data masukan yang dimasukkan dari luar;
2. paling tidak ada satu buah keluaran;
3. setiap instruksi jelas maksudnya dan tidak meragukan;
4. algoritma baik secara keseluruhan maupun sub algoritma bila ditelusuri harus ada titik berhentinya;
5. setiap instruksi selain jelas juga harus dapat dilaksanakan, dan juga efektif dalam arti harus menghasilkan sesuatu;

Algoritma merupakan urutan langkah-langkah yang dinyatakan secara jelas dan tidak rancu untuk memecahkan suatu masalah (jika ada pemecahannya) dalam rentang waktu tertentu (Sahid, 2005:2). Secara umum langkah-langkah pada algoritma dibagi menjadi tiga yaitu masukan (*input*), proses, dan keluaran (*output*). Menurut Saniman (2008) program merupakan perwujudan atau implementasi dari algoritma. Program ditulis dalam suatu bahasa pemrograman. Kegiatan menulis program tersebut disebut dengan pemrograman atau *programming*.

2.9.2 MATLAB

Nama MATLAB merupakan akronim dari kata *Matrix Laboratory*. Versi pertama MATLAB ditulis pada tahun 1970. Saat itu, MATLAB digunakan untuk pelatihan dalam teori matrik, aljabar linier dan analisis numerik. Pada tahun sebelumnya, MATLAB telah direvisi. Fungsi-fungsi MATLAB yang digunakan untuk menyelesaikan masalah bagian khusus, yang disebut *toolboxes*. *Toolboxes* dapat digunakan untuk bidang pengolahan sinyal, sistem pengaturan, *fuzzy logic*, *numerical network*, optimasi, pengolahan citra, dan simulasi yang lain (Ramza, 2007:1).



Gambar 2.11 Tampilan MATLAB
(sumber: www.mathwork.com)

Dikatakan bahwa MATLAB adalah bahasa komputasi tingkat tinggi karena struktur bahasa pemrograman MATLAB sangat ringkas dan lebih mudah untuk dipahami dibandingkan dengan bahasa mesin (seperti bahasa Assembly) dan bahasa tingkat menengah (seperti bahasa C, C++, Java, FORTRAN). Penggunaan MATLAB sangat luas, MATLAB dapat digunakan untuk *signal and image processing*, teknik komunikasi, *control design*, uji coba pengukuran, *financial modelling and analysis*, dan lain sebagainya. Selain itu MATLAB juga bisa diintegrasikan (digabungkan) dengan bahasa pemrograman lain seperti C, C++, Java, FORTRAN, COM, dan Microsoft Excel.

Terdapat lima bagian utama dalam MATLAB, yaitu:

1. *Desktop Tools and Development Environment*

Adalah bagian yang akan kita lihat ketika membuka jendela MATLAB, yang terdiri dari layar kerja (*workspace*), *command window* tempat untuk menuliskan perintah pada MATLAB, jendela editor, *code analyzer*, *browser help*, dan lain sebagainya.

2. *Mathematical Function Library*

MATLAB telah menyediakan pustaka fungsi-fungsi matematik yang banyak dan fungsi-fungsi dasar hingga ke fungsi-fungsi seperti sinus, cosinus, invers matriks, perkalian matriks, fungsi Bessel, *fast fourier transform* dan lain sebagainya.

3. *The Language*

Dari sisi bahasa (*language*), MATLAB merupakan bahasa tingkat tinggi untuk mengolah matriks, kontrol aliran program, fungsi, input-output, dan program berorientasi objek. Bahkan dengan MATLAB kita dapat membuat program dengan ukuran yang besar.

4. *Graphics*

Dengan kemampuan grafis MATLAB yang sangat baik, kita dapat membuat plot 2-dimensi, 3-dimensi, plot kontur, animasi, mengolah gambar dan mengolah video, dan lain sebagainya.

5. *External Interface*

Tampilan eksternal dapat menautkan program atau pustaka lain yang berbahasa pemrograman C/C++, Java dan FORTRAN dengan MATLAB sebagai mesin komputasi utamanya. (Stefandi, 2014:3)

Berikut beberapa menu tampilan yang dimiliki *software* MATLAB yaitu:

1. *Command Window*

Command window adalah tampilan utama dari MATLAB dan terbuka saat MATLAB mulai dijalankan. *Command window* dapat digunakan untuk mengeksekusi perintah (*commands*), membuka tampilan yang lain, menjalankan program yang telah ditulis oleh pemrogram (*user*) dan mengatur MATLAB. Cara menuliskan ekspresi MATLAB pada command window yaitu sebelum menulis ekspresi harus didahului dengan tanda *prompt* (>>). Pada *software* MATLAB versi baru tanda *prompt* secara otomatis akan muncul.

2. *MATLAB Editor (M-File)*

Ketika semua *commands* telah diketik pada *command window* dan dieksekusi maka hanya perintah terakhir yang akan dijalankan. Sehingga untuk perintah - perintah kompleks (lebih dari satu perintah) akan sulit untuk dijalankan. Untuk menjalankan jenis perintah tersebut dapat menggunakan MATLAB editor. MATLAB editor hanya disediakan pada MATLAB versi 5 keatas. MATLAB editor secara spesifik berfungsi sebagai editor *script* (perintah-perintah seperti fungsi, luas, volume, dll). Untuk menampilkan MATLAB editor yaitu sebagai berikut:

- o klik menu File, kemudian pilih New

o pilih M-File, maka MATLAB akan menampilkan MATLAB editor.

3. *Figure Window*

Figure Window akan terbuka secara otomatis ketika perintah (*command*) untuk menampilkan grafik dieksekusi. Figure Window akan menunjukkan hasil visualisasi dari *script* MATLAB dalam bentuk grafik (dua dimensi atau tiga dimensi).

4. *Help Window*

Help Window berisi berbagai informasi yang berkaitan dengan MATLAB. Salah satu contoh informasi yaitu petunjuk bagi pengguna dalam mengoperasikan perintah-perintah yang akan dituliskan dalam MATLAB. Misalnya, ingin menuliskan fungsi logaritma, maka pada command window cukup menuliskan `>> help in` dan akan terbuka tampilan Help Window yang berisi cara-cara menuliskan fungsi logaritma.

2.10 Metode Gauss Seidel

Menurut Samosir (2014: 56) Metode iterasi Gauss-Seidel adalah metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai-nilai yang berubah-ubah. Suatu sistem persamaan linier dapat dituliskan dengan bentuk $AX = B$ dengan A merupakan matriks koefisien dari x , X merupakan matriks variabel sistem persamaan, dan B merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem $AX = B$ dan Q adalah matriks *non-singular* dapat dituliskan dalam bentuk:

$$AX = B \quad (2.7)$$

$$(Q - A)X + AX = (Q - A)X + B$$

$$QX = (Q - A)X + B \quad (2.8)$$

selanjutnya dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- k :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.9)$$

Sebuah matriks A dapat dituliskan dalam bentuk $A = L + D + U$, dengan L adalah matriks segitiga bawah, D adalah matriks diagonal, dan U adalah matriks segitiga atas. Pada iterasi Gauss-Seidel dipilih $Q = D + L$, tetapi pada iterasi

SOR dipilih $Q = \frac{1}{\omega}D + L$ dengan ω adalah faktor skala. Sehingga Persamaan

$$\begin{aligned}
 QX^{(k)} &= (Q - A)X^{(k-1)} + B \\
 \left(\frac{1}{\omega}D + L\right) X^{(k)} &= \left(\frac{1}{\omega}D + L - A\right) X^{(k-1)} + B \\
 \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D + D + L - A\right) X^{(k-1)} + B \\
 \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D - U\right) X^{(k-1)} + B \\
 \omega D^{-1} \left(\frac{1}{\omega}DX^{(k)}\right) &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D - U\right) X^{(k-1)} + B \right] \\
 X^{(k)} &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\frac{1}{\omega}D - D - U\right) X^{(k-1)} + B \right] \\
 X^{(k)} &= -\omega D^{-1}LX^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1}U) X^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\
 X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1}LX^{(k)} - \omega D^{-1}UX^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\
 X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1} (LX^{(k)} + UX^{(k-1)} - B) \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan n persamaan dan n variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\
 &\vdots \\
 a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n
 \end{aligned} \quad (2.11)$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai x_1 sampai x_n seperti berikut:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n) \\
x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n) \\
x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n) \\
&\vdots \\
x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1})
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Pada iterasi Gauss-Seidel nilai x_1 yang telah diperoleh dimasukkan kedalam x_2 yang akan dicari, karena nilai x_1 yang diperoleh lebih dekat dengan nilai eksak. Selanjutnya untuk mencari nilai x_3 maka tinggal memasukkan nilai x_1 dan x_2 yang telah diperoleh. Dan seterusnya sampai diperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Berikut contoh langkah-langkah penyelesaiannya:

o iterasi ke-1

$$\begin{aligned}
x_1^1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0 - \cdots - a_{1n}x_n^0) \\
x_2^1 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^1 - a_{23}x_3^0 - \cdots - a_{2n}x_n^0) \\
x_3^1 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^1 - a_{32}x_2^1 - \cdots - a_{3n}x_n^0) \\
&\vdots \\
x_n^1 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^1 - a_{n2}x_2^1 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^1)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

o iterasi ke-2

$$\begin{aligned}
x_1^2 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^1 - a_{13}x_3^1 - \cdots - a_{1n}x_n^1) \\
x_2^2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^2 - a_{23}x_3^1 - \cdots - a_{2n}x_n^1) \\
x_3^2 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^2 - a_{32}x_2^2 - \cdots - a_{3n}x_n^1) \\
&\vdots \\
x_n^2 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^2 - a_{n2}x_2^2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^2)
\end{aligned} \tag{2.14}$$

o dan seterusnya sampai langkah k .

Sehingga untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi Gauss-Seidel dengan langkah $k = 1, 2, 3, \dots$ adalah,

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.15)$$

Sedangkan untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi SOR dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ untuk langkah k adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x_i^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad (2.16)$$

(Anton, 1987:359).

Pada Persamaan (2.10) dan Persamaan (2.16), untuk $\omega = 1$ akan diperoleh metode Gauss-Seidel. Metode Gauss-Seidel inilah yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang muncul dalam penyelesaian numerik dari persamaan diferensial parsial tertentu.

2.11 Galat atau *Error*

Ketika bekerja dalam komputasi numerik terdapat beberapa aspek penting yang perlu diperhatikan salah satunya adalah keakuratan hasil yang diperoleh. Hal ini dikarenakan penyelesaian yang diperoleh melalui komputasi numerik masih memuat beberapa galat. Galat atau biasa disebut error dalam metode numerik adalah selisih yang ditimbulkan antara nilai eksak (nilai sejati) dengan nilai yang dihasilkan dengan metode numerik yang disebut dengan nilai hampiran (nilai aproksimasi). Dalam metode numerik, hasil yang diperoleh bukanlah hasil yang sama persis dengan nilai sejatinya. Akan selalu ada selisih, karena hasil yang didapat dengan metode numerik merupakan hasil yang diperoleh dengan proses iterasi (*looping*) untuk menghampiri nilai sebenarnya. Walaupun demikian bukan berarti hasil yang didapat dengan metode numerik salah, karena galat tersebut dapat ditekan sekecil mungkin sehingga hasil yang didapat sangat mendekati nilai sebenarnya atau bisa dikatakan galatnya mendekati nol. Galat yang digunakan dalam penelitian ini adalah galat mutlak yang merupakan selisih numerik antara

besar nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasinya. Jadi, bila x besar nilai yang sebenarnya, dan x_1 nilai pendekatannya (aproksimasinya), maka galat mutlak (*Absolut Error*) E_a didefinisikan dengan:

$$E_a = x - x_1 = \delta x \quad (2.17)$$

(Jack, 2006:7-9).

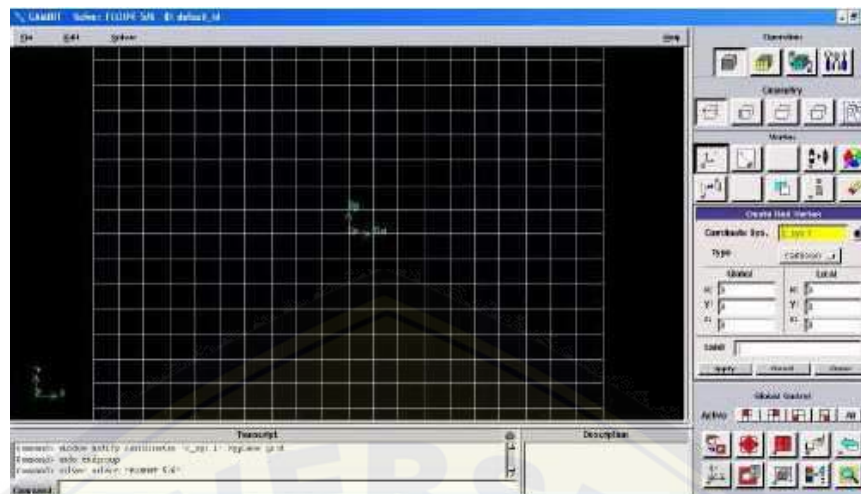
2.12 Perangkat Lunak dalam CFD

Penggunaan perangkat lunak (software) dalam menjalankan sistem analisis CFD sangatlah penting, karena CFD merupakan suatu sistem analisis dengan cara simulasi berbasis komputer. Perangkat lunak pada CFD diantaranya yaitu: GAMBIT dan FLUENT.

2.12.1 GAMBIT

GAMBIT (*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*) merupakan salah satu pre-processor yang didesain untuk membantu model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD baik berupa meshing pada benda 2 dimensi maupun benda 3 dimensi (Tuakia, 2008:9). Untuk memudahkan penggunaannya, GAMBIT menggunakan GUI (*Graphical User Interface*) saat proses penerimaan input. GAMBIT digunakan untuk mengkonstruksi suatu model secara geometris.

GAMBIT dapat membuat model dan melakukan proses meshing untuk berbagai macam bentuk, termasuk bentuk-bentuk yang rumit dan tidak beraturan. Hal ini dikarenakan GAMBIT dapat melakukan meshing dengan berbagai macam bentuk mesh, yaitu mesh heksahedral terstruktur dan tidak terstruktur, tetrahedral, piramid, dan prisma. Meshing berfungsi untuk membagi model geometri dari objek yang akan diteliti sehingga akan memudahkan peneliti dalam melakukan komputasi. Selain itu, GAMBIT juga dapat melakukan pemeriksaan kualitas mesh sesuai dengan standar yang diinginkan. Tahap pemodelan terakhir pada GAMBIT adalah proses penentuan jenis kondisi batas. Mesh yang telah dibuat pada GAMBIT selanjutnya di ekspor ke solver FLUENT (Susanto, 2012:486). Proses akhir dari penggunaan GAMBIT adalah penentuan jenis kondisi batas (*boundary condition*).



Gambar 2.12 Tampilan *software* GAMBIT

2.12.2 FLUENT

FLUENT adalah salah satu jenis program CFD (*Computational Fluid Dynamics*) yang ditulis dalam bahasa C, sehingga memiliki struktur data yang efisien dan lebih fleksibel. FLUENT menyediakan fleksibilitas mesh yang lengkap, sehingga dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan mesh (*grid*) yang tidak terstruktur sekalipun dengan cara yang relatif mudah. Jenis mesh yang didukung oleh FLUENT adalah tipe 2D *triangular-quadrilateral*, 3D *tetrahedral-hexahedral-pyramid wedge*, dan mesh campuran (*hybrid*).

Setelah merencanakan analisis CFD pada model, langkah-langkah umum penyelesaian analisis CFD pada Fluent sebagai berikut:

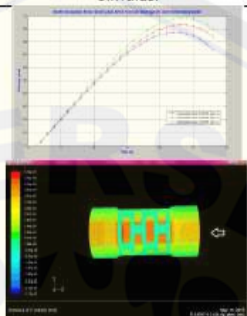
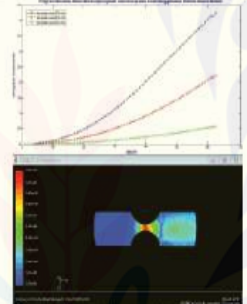
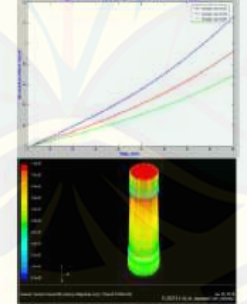
1. mengimpor *mesh* model yang telah dibuat dengan GAMBIT(*grid*);
2. melakukan (*check*) pada mesh model dan memilih solver;
3. menentukan sifat material yang akan dipakai;
4. menentukan kondisi batas;
5. *initialize the flow field* dan melakukan *iterate*;

Dari langkah-langkah di atas fluent dapat menghasilkan hasil simulasi yang berupa gambaran yang mendekati kondisi sebenarnya. Kita juga bisa memasukkan indikator-indikator yang sesuai dengan data-data yang kita peroleh dari

pengamatan. Untuk fluida kita dapat memasukkan kecepatan, tekanan dan juga suhu yang ada pada objek sebenarnya (Tuakia, 2008:138).

Beberapa contoh penggunaan CFD dalam beberapa penelitian murni dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 2.1 Penelitian Terkait Penggunaan CFD

No	Model Matematika	Simulasi	Publikasi
1	$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho v \phi_y}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \phi_0}{\partial y}$		Amirullah, I., 2019. Analisis Numerik Aliran Darah Arteri Koroner Akibat Pemasangan Stent Menggunakan Metode Elemen Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK. Skripsi. Jember:Program Studi Pendidikan Matematika
2	$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ dengan $u = 2\bar{u} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$		Mandala, A. S., 2018. Analisis Numerik Aliran Darah pada Arteri Intracranial Stenosis Penyebab Stroke Iskemik Menggunakan Metode Elemen Hingga dalam Mengasah TCK. Skripsi. Jember:Program Studi Pendidikan Matematika
3	$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_y}{\partial y} = -\nabla P + \nabla \mu (\nabla u + \nabla u^R) - \rho g h$		Hasan, J. P., 2018. Analisis Numerik Aliran Darah pada Arteri Karotis Akibat Pemasangan Stent Menggunakan Metode Elemen Hingga untuk Mengasah Kemampuan TCK. Skripsi. Jember:Program Studi Pendidikan Matematika

BAB 3. METODE PENELITIAN

Dalam bagian ini akan dipaparkan metode penelitian yang dilakukan penulis. Bagian ini mencakup desain penelitian yang berupa jenis penelitian, tempat penelitian, definisi operasional, prosedur penelitian, metode pengumpulan data, dan analisis data.

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang dilaksanakan merupakan jenis penelitian simulasi. Penelitian simulasi merupakan sebuah replikasi atau visualisasi dari perilaku sebuah sistem. Secara umum simulasi merupakan sebuah model yang berisi seperangkat variabel yang menampilkan ciri utama dari sistem kehidupan nyata. Penelitian simulasi bertujuan untuk mencari gambaran melalui sebuah sistem berskala kecil (model) dimana di dalam model tersebut dilakukan manipulasi atau kontrol untuk melihat pengaruhnya. Simulasi memungkinkan keputusan-keputusan yang akan menentukan bagaimana ciri-ciri utama itu bisa dimodifikasi secara nyata (Syaefudin: 2005). Pada penelitian ini, dimodelkan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *Bioresorbable Vascular Stent* menggunakan metode elemen hingga sehingga didapat hasil atau data-data yang mendekati keadaan sebenarnya.

3.2 Tempat Penelitian

Pada penelitian ini, penyelesaian numerik dan pemodelan *Computational Fluid Dynamics* dilakukan di laboratorium matematika gedung III FKIP Universitas Jember yang telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung yaitu dengan adanya komputer yang dilengkapi dengan program MATLAB untuk penyelesaian numerik dan FLUENT untuk simulasi pemodelan serta berbagai sumber-sumber elektronik lainnya.

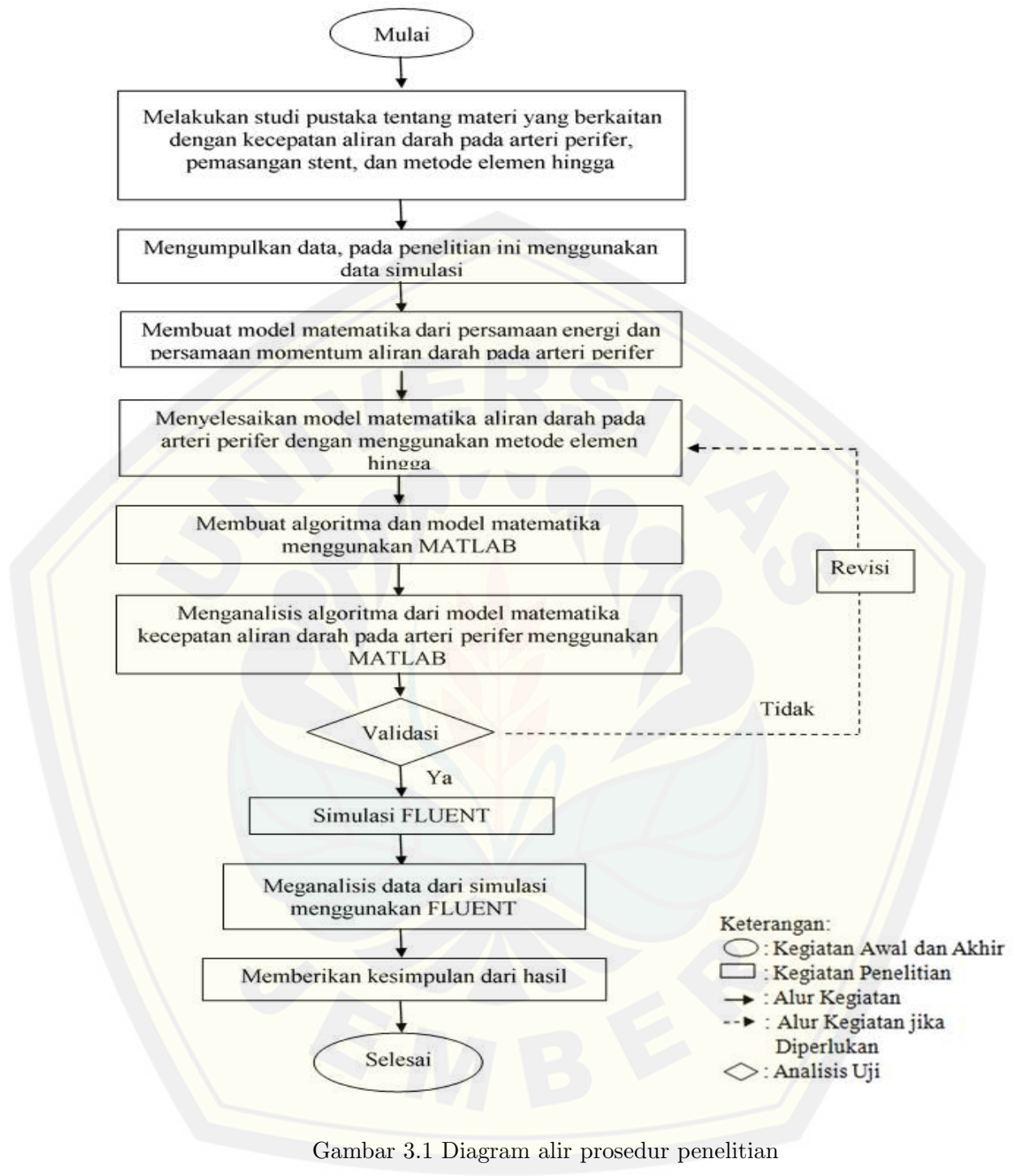
3.3 Prosedur Penelitian

Agar suatu penelitian memperoleh hasil yang optimal atau data-data yang akan dianalisis mencapai suatu kesimpulan sesuai dengan tujuan, maka dibutuhkan prosedur atau serangkaian kegiatan yang dilakukan secara terencana dan sistematis.

Adapun prosedur yang dilakukan pada penelitian ini yaitu:

1. melakukan studi pustaka tentang materi-materi yang berkaitan dengan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer, pemasangan *stent* dan metode elemen hingga;
2. mengumpulkan data-data simulasi yang akan dipakai pada penelitian ini;
3. membuat model matematika aliran darah pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent* menggunakan metode elemen hingga;
4. menyelesaikan model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent*;
5. membuat algoritma dan pemrograman MATLAB;
6. menjalankan program;
7. menganalisis algoritma dan keadaan aliran darah pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent*;
8. membuat bentuk geometri dan menentukan kondisi batas aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent* menggunakan GAMBIT;
9. simulasi menggunakan FLUENT;
10. menganalisis hasil dari penyimulasian model dengan FLUENT;
11. memberikan kesimpulan dan hasil.

Secara umum, langkah-langkah penelitian dapat disajikan dalam sebuah diagram alir (*flowchart*).



Gambar 3.1 Diagram alir prosedur penelitian

3.4 Definisi Operasional

Untuk menghindari salah penafsiran, maka peneliti mendefinisikan beberapa istilah yang perlu untuk dipahami, yaitu:

1. model matematika adalah bentuk representasi dari sistem dunia nyata ke dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan tersebut menyajikan relasi antara variabel dan parameter yang terlibat dalam sistem. Variabel dalam penelitian ini yaitu kecepatan aliran darah, diameter *stent*, dan ketebalan plak.
2. analisis numerik adalah terapan matematika untuk menganalisis galat dan kecepatan konvergensi sebuah metode.
3. aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer yang dimaksud adalah aliran darah yang letaknya berada pada arteri perifer di bagian kaki atau tungkai.
4. pemasangan *stent* adalah prosedur yang dilakukan untuk melebarkan pembuluh darah arteri yang menyempit atau tersumbat di bagian kaki atau tungkai menggunakan *stent* atau *ring*. Jenis *stent* yang digunakan adalah *graft stent*.
5. metode elemen hingga adalah suatu metode pendekatan numerik yang digunakan untuk memecahkan permasalahan-permasalahan mekanika kontinum yang didasarkan pada tiap-tiap elemen bagian yang disebut elemen hingga
6. *Computational Fluid Dynamic* (CFD) merupakan sistem yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisis aliran fluida, perpindahan panas dan fenomena terkait seperti reaksi kimia dengan simulasi berbasis komputer. Penelitian ini menggunakan bantuan *software* MATLAB, GAMBIT, dan FLUENT

3.5 Metode Pengumpulan Data

Penelitian ini menggunakan metode dokumentasi sebagai metode pengumpulan data. Metode dokumentasi merupakan metode pengumpulan data yang berupa hal-hal atau variabel yang terdiri dari catatan, transkrip, buku, surat kabar, majalah, prasasti, agenda, dan lain sebagainya (Arikunto, 2006).

Data-data yang dibutuhkan akan diperoleh dengan mempelajari buku, jurnal ilmiah, serta data-data yang diambil dari berbagai catatan dan internet.

3.6 Data dan Analisis Data

Data dan analisis data merupakan dua hal yang saling berkaitan dalam suatu penelitian. Karena dengan adanya data, kita dapat menganalisis apa yang kita teliti, sedangkan jika kita tidak memiliki data maka tidak akan ada yang bisa kita analisis. Analisis data merupakan suatu langkah yang sangat penting dalam mengolah data sehingga dapat menemukan suatu kesimpulan yang akurat. Data yang dikumpulkan selanjutnya diklasifikasikan dan diorganisasikan secara sistematis serta diolah dan dianalisis secara logis menurut rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Dalam menganalisis data, hal yang harus dilakukan terlebih dulu adalah pengumpulan data yang dibedakan dalam kelompok-kelompok, dikategorisasi, diolah sedemikian rupa, sehingga data tersebut mempunyai makna dan mudah dipahami untuk menjawab persoalan penelitian. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data simulasi.

Langkah awal yang dilakukan adalah menemukan model matematika aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan stent yang telah dibentuk dengan metode elemen hingga. Selanjutnya model matematika yang telah didapat didiskritisasi menjadi beberapa elemen yang lebih sederhana. Dengan metode diskritisasi tersebut akan didapatkan matriks yang menyatakan persamaan yang akan diselesaikan. Persamaan tersebut kemudian diselesaikan dengan menggunakan program MATLAB sehingga didapatkan penyelesaian numerik yang konvergen. Penyelesaian ini mendekati penyelesaian eksak dari persamaan diferensialnya.

Apabila perhitungan MATLAB terdapat error yang kecil antara perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya, maka hasil yang didapat sudah benar. Akan tetapi, apabila hasil dari perhitungan MATLAB dengan sebenarnya terjadi perbedaan yang signifikan, maka akan dicari kesalahan saat memodelkan dan validasi ulang proses penurunan rumus dan juga penyelesaian dengan MATLAB hingga didapat hasil yang benar. Error yang digunakan dalam penelitian adalah Error Relative. Batasan untuk error adalah 0,01. Error 0,01

telah dapat menggambarkan akurasi yang baik karena kesalahan tersebut hanya 1% sehingga menandakan kesalahan tersebut cukup kecil. Model matematika aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan stent yang telah didapat nantinya akan ditampilkan secara gambar 3 dimensi menggunakan software GAMBIT dan FLUENT. Dengan begitu kita akan tahu model matematika aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan stent secara formula dan juga secara visual atau gambar 3 dimensi.



BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk menganalisa kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent* maka langkah pertama yang dilakukan yaitu pembentukan model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer yang didasarkan pada persamaan momentum dengan menggunakan metode elemen hingga pendekatan kuadratik, dan penyelesaian secara numerik dengan MATLAB dan disimulasikan dengan FLUENT.

4.1 Persamaan Momentum Kecepatan Aliran Darah pada Arteri Perifer

Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekekalan momentum yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran atau sistem keunsuran (White, 1986:202).

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [input - output] = \Sigma F \quad (4.1)$$

dengan :

$$[input - output] = \frac{\partial \rho u \phi_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_n}{\partial x} \quad (4.2)$$

Berdasarkan persamaan (4.1) dan persamaan (4.2) maka persamaan momentum ditunjukkan pada persamaan (4.3)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho u \phi_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_n}{\partial x} \right] &= \Sigma F \\ \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} \right] &= \Sigma F \end{aligned} \quad (4.3)$$

Force(F) merupakan gaya. Gaya-gaya yang bekerja pada proses ini adalah :

1. Gaya tekanan atau *pressure* (P)
2. Gaya kekentalan zat (η)

sehingga, persamaan gaya yang bekerja adalah :

$$\Sigma F = -\nabla P + \nabla \mu (\nabla u + \nabla u^T) + R(z) \quad (4.4)$$

dimana :

$$\begin{aligned}
-\nabla P &= -\frac{\partial P}{\partial x} \\
\nabla \mu &= \frac{\partial \mu}{\partial x} \\
\nabla u &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
\nabla u^T &= \frac{\partial u^T}{\partial x} \\
R(z) &= R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right) \quad (4.5)
\end{aligned}$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (4.5) ke Persamaan (4.4), maka didapat persamaan sebagai berikut:

$$\Sigma F = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^T}{\partial x} \right) \right) + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right) \quad (4.6)$$

selanjutnya substitusikan Persamaan (4.6) ke Persamaan (4.3) didapat:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^T}{\partial x} \right) \right) \\
&\quad + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right) \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Karena aliran darah yang dianalisis dianggap aliran turbulen, maka persamaan (4.7) menjadi :

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right) \quad (4.8)$$

4.2 Penurunan Persamaan Elemen

Setelah mendapatkan persamaan momentum, maka persamaan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan metode elemen hingga. Persamaan tersebut akan diturunkan dengan pendekatan kuadratik. Pada pendekatan kuadratik fungsi tersebut adalah

$$C = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 \quad (4.9)$$

dengan $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ yaitu:

$$C = C_i \text{ dengan } x = 0$$

$$C = C_j \text{ dengan } x = \frac{l}{2}$$

$$C = C_k \text{ dengan } x = l$$

maka

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= C_i \\ \alpha_2 &= \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l} \\ \alpha_3 &= \left(C_i - 2C_j + C_k\right) \frac{2}{l^2}\end{aligned}\quad (4.10)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (4.10) ke persamaan (4.9) memberikan :

$$\begin{aligned}C &= C_i + \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l}x + \left(C_i - 2C_j + C_k\right) \frac{2}{l^2}x^2 \\ C &= C_i \left[1 - \frac{3x}{l} + \frac{2x^2}{l^2}\right] + C_j \left[\frac{4x}{l} - \frac{4x^2}{l^2}\right] + C_k \left[\frac{-x}{l} + \frac{2x^2}{l^2}\right] \\ C &= C_i \left[\left(1 - \frac{2x}{l}\right)\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right] + C_j \left[\frac{4x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right] + C_k \left[\frac{-x}{l}\left(1 - \frac{2x}{l}\right)\right]\end{aligned}\quad (4.11)$$

atau dapat ditulis sebagai

$$C = N_i C_i + N_j C_j + N_k C_k \quad (4.12)$$

dengan :

$$\begin{aligned}N_i &= \left(1 - \frac{2x}{l}\right)\left(1 - \frac{x}{l}\right) \\ N_j &= \frac{4x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) \\ N_k &= \frac{-x}{l}\left(1 - \frac{2x}{l}\right)\end{aligned}\quad (4.13)$$

Selanjutnya Penurunan persamaan momentum dengan metode Galerkin, residu R adalah:

$$R(C) = \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} \quad (4.14)$$

dengan

$$R = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial \phi_o}{\partial x} + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \quad (4.15)$$

pembobotan R terhadap N_j memberikan :

$$\int_0^l \left(\frac{\partial \rho(\Sigma N_i C_i)}{\partial t} + \frac{\partial \rho u(\Sigma N_i C_i)}{\partial x} \right) N_j dx = \int_0^l \left(-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial \phi_o}{\partial x} + \left(\frac{R_0}{\partial x} - \frac{\delta s}{2 \partial x} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \right) N_j dx \quad (4.16)$$

Persamaan (4.16) dapat diuraikan menjadi :

$$\rho \frac{\partial C_i}{\partial t} \int_0^l (\Sigma N_i) N_j dx + \rho u \int_0^l \frac{\partial \Sigma N_i C_i}{\partial x} N_j dx = -P \int_0^l \frac{\partial N_j}{\partial x} dx + \mu \int_0^l \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Sigma N_i C_i}{\partial x} \right) N_j dx + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \quad (4.17)$$

kemudian mengintegrasikan parsial persamaan (4.17) menjadi :

$$\rho \frac{\partial C_i}{\partial t} \int_0^l (\Sigma N_i) N_j dx + \rho u \int_0^l \frac{\partial \Sigma N_i C_i}{\partial x} N_j dx = -P \int_0^l \frac{\partial N_j}{\partial x} dx + \mu \left[N_j \frac{\partial N_i C_i}{\partial x} \Big|_0^l - \int_0^l \frac{\partial N_i C_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \right] + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \quad (4.18)$$

dan selanjutnya dapat dituliskan menjadi :

$$\left[\mu \int_0^l \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} dx - \mu N_j \frac{\partial N_i}{\partial x} \Big|_0^l + \rho u \int_0^l \frac{\partial \Sigma N_i}{\partial x} N_j dx \right] C_i + \left[\rho \int_0^l (\Sigma N_i) N_j dx \right] \frac{\partial C_i}{\partial t} = -P \int_0^l \frac{\partial N_j}{\partial x} dx + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l \frac{\partial N_j}{\partial x} dx \quad (4.19)$$

Persamaan (4.19) dapat dituliskan sebagai persamaan matriks

$$[E][q] + [E_t][q] = [Q]$$

sehingga,

$$\begin{aligned} & \left(\mu \int_0^l [B]^T [B] dx - \mu [B]^T [N] \Big|_0^l + \rho u \int_0^l [N]^T [B] dx \right) C_i + \left(\rho \int_0^l [N]^T [N] dx \right) \frac{\partial C_i}{\partial t} = \\ & -P \int_0^l [B] dx + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l [B] dx \end{aligned} \quad (4.20)$$

dengan :

$$[q]^T = \left[\frac{\partial C_1}{\partial t}, \frac{\partial C_2}{\partial t}, \frac{\partial C_3}{\partial t} \right]$$

$[E], [E_t]$ = matriks-matriks sifat elemen

$[Q]$ = vektor parameter pemaksa elemen

Matrik-matriks tersebut didefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} [E] &= \mu \int_0^l [B]^T [B] dx - \mu [B]^T [N] \Big|_0^l + \rho u \int_0^l [N]^T [B] dx \\ [E_t] &= \rho \int_0^l [N]^T [N] dx \\ [Q] &= -P \int_0^l [B] dx + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l [B] dx \end{aligned} \quad (4.21)$$

dengan $[B]$ adalah matriks transformasi umum yang diperoleh dengan mengambil turunan dari C_k , sehingga didapatkan :

$$[B] = \left[\left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right] \quad (4.22)$$

Hasil matriks $[E]$, $[E_t]$ dan $[Q]$ adalah :

$$\begin{aligned}
 [E] &= \mu \int_0^l \begin{bmatrix} \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \\ \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \\ \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \end{bmatrix} \left[\left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \quad \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \quad \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right] dx - \mu \\
 &\left[\left[\begin{bmatrix} \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \\ \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \\ \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \end{bmatrix} \left[\left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \quad \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) \quad \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \right] \right] \Bigg|_0^l + \\
 &\rho u \int_0^l \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \\ \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) \\ \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \end{bmatrix} \left[\left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \quad \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \quad \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right] dx \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

Jika dijabarkan maka didapatkan :

$$\begin{aligned}
 [E] &= \mu \int_0^l \begin{bmatrix} \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \\ \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) & \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \\ \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \end{bmatrix} dx - \mu \\
 &\left[\begin{bmatrix} \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{y}{l} \right) & \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{y}{l} \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{y}{l} \right) \\ \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) \\ \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) & \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) & \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \end{bmatrix} \Bigg|_0^l + \\
 &\rho u \int_0^l \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) & \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \\ \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) & \left(\frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \\ \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) & \left(-\frac{x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \end{bmatrix} dx \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

selanjutnya didapat:

$$\begin{aligned}
 [E] &= \mu \int_0^l \begin{bmatrix} \left(\frac{16x^2}{l^4} - \frac{24x}{l^3} + \frac{9}{l^2} \right) & \left(\frac{-32x^2}{l^4} + \frac{40x}{l^3} - \frac{12}{l^2} \right) & \left(\frac{16x^2}{l^4} - \frac{16x}{l^3} + \frac{3}{l^2} \right) \\ \left(\frac{-32x^2}{l^4} + \frac{40x}{l^3} - \frac{12}{l^2} \right) & \left(\frac{64x^2}{l^4} - \frac{64x}{l^3} + \frac{16}{l^2} \right) & \left(\frac{-32x^2}{l^4} + \frac{24x}{l^3} - \frac{4}{l^2} \right) \\ \left(\frac{16x^2}{l^4} - \frac{16x}{l^3} + \frac{3}{l^2} \right) & \left(\frac{-32x^2}{l^4} + \frac{40x}{l^3} - \frac{12}{l^2} \right) & \left(\frac{16x^2}{l^4} - \frac{8x}{l^3} + \frac{1}{l^2} \right) \end{bmatrix} dx - \\
 &\mu \begin{bmatrix} \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{18x^2}{l^3} + \frac{13x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(\frac{16x^3}{l^4} + \frac{32x^2}{l^3} - \frac{20x}{l^2} + \frac{4}{l} \right) & \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{14x^2}{l^3} + \frac{7x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \\ \left(\frac{-16x^3}{l^4} + \frac{28x^2}{l^3} - \frac{12x}{l^2} \right) & \left(\frac{32x^3}{l^4} - \frac{48x^2}{l^3} + \frac{16x}{l^2} \right) & \left(\frac{-16x^3}{l^4} + \frac{20x^2}{l^3} - \frac{4x}{l^2} \right) \\ \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{10x^2}{l^3} + \frac{3x}{l^2} \right) & \left(\frac{-16x^3}{l^4} + \frac{16x^2}{l^3} - \frac{4x}{l^2} \right) & \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{6x^2}{l^3} + \frac{x}{l^2} \right) \end{bmatrix} \Bigg|_0^l + \\
 &\rho u \int_0^l \begin{bmatrix} \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{18x^2}{l^3} + \frac{13x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) & \left(\frac{16x^3}{l^4} + \frac{32x^2}{l^3} - \frac{20x}{l^2} + \frac{4}{l} \right) & \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{14x^2}{l^3} + \frac{7x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \\ \left(\frac{-16x^3}{l^4} + \frac{28x^2}{l^3} - \frac{12x}{l^2} \right) & \left(\frac{32x^3}{l^4} - \frac{48x^2}{l^3} + \frac{16x}{l^2} \right) & \left(\frac{-16x^3}{l^4} + \frac{20x^2}{l^3} - \frac{4x}{l^2} \right) \\ \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{10x^2}{l^3} + \frac{3x}{l^2} \right) & \left(\frac{-16x^3}{l^4} + \frac{16x^2}{l^3} - \frac{4x}{l^2} \right) & \left(\frac{8x^3}{l^4} - \frac{6x^2}{l^3} + \frac{x}{l^2} \right) \end{bmatrix} dx
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

dengan mengintegral persamaan (4.25), maka didapatkan penyelesaian dalam bentuk matriks:

$$\begin{aligned}
 [E] &= \mu \begin{bmatrix} \frac{7}{3l} - \frac{3}{l} & \frac{-8}{3l} + \frac{4}{l} & \frac{1}{3l} - \frac{1}{l} \\ \frac{-8}{3l} - 0 & \frac{16}{3l} - 0 & \frac{-8}{3l} - 0 \\ \frac{1}{3l} - \frac{1}{l} & \frac{-8}{3l} + \frac{4}{l} & \frac{7}{3l} - \frac{3}{l} \end{bmatrix} + \rho u \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\
 [E] &= \frac{\mu}{3l} \begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 \\ -8 & 16 & -8 \\ -2 & 4 & -2 \end{bmatrix} + \frac{\rho u}{6} \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -4 & 0 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

atau dapat ditulis sebagai:

$$[E] = \begin{bmatrix} \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho u}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \right) \\ \left(-\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \right) \\ \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \right) \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

Sedangkan untuk penurunan model dari $[E_t]$ adalah :

$$[E_t] = \rho \int_0^l [N]^T [N] dx$$

atau dapat dituliskan dengan:

$$[E_t] = \rho \int_0^l \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} dx$$

dengan mengoperasikan perkalian dua matriks maka didapatkan bentuk :

$$[E_t] = \rho \int_0^l \begin{bmatrix} N_i N_i & N_i N_j & N_i N_k \\ N_j N_i & N_j N_j & N_j N_k \\ N_k N_i & N_k N_j & N_k N_k \end{bmatrix} dx$$

dengan memasukkan nilai-nilai dari persamaan (4.13),

$$N_i = \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$N_j = \frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$N_k = \frac{-x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l}\right)$$

maka didapat :

$$[E_t] = \rho \int_0^l \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(-\frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 \\ \left(\frac{4x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \\ \left(-\frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) & \left(-\frac{x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 \end{bmatrix}$$

(4.28)

dengan mengalikan masing-masing suku maka didapatkan :

$$[E_t] = \rho \int_0^l \begin{bmatrix} \frac{4x^4}{l^4} - \frac{12x^3}{l^3} + \frac{13x^2}{l^2} - \frac{6x}{l} + 1 & -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{20x^3}{l^3} - \frac{16x^2}{l^2} + \frac{4x}{l} & \frac{4x^4}{l^4} - \frac{8x^3}{l^3} + \frac{5x^2}{l^2} - \frac{x}{l} \\ -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{20x^3}{l^3} - \frac{16x^2}{l^2} + \frac{4x}{l} & \frac{16x^4}{l^4} - \frac{32x^3}{l^3} + \frac{16x^2}{l^2} & -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{12x^3}{l^3} - \frac{4x^2}{l^2} \\ \frac{4x^4}{l^4} - \frac{8x^3}{l^3} + \frac{5x^2}{l^2} - \frac{x}{l} & -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{12x^3}{l^3} - \frac{4x^2}{l^2} & \frac{4x^4}{l^4} - \frac{4x^3}{l^3} + \frac{x^2}{l^2} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

dengan mengintegalkan persamaan (4.29) maka akan didapatkan :

$$[E_t] = \rho \begin{bmatrix} \frac{2l}{15} & \frac{l}{15} & -\frac{l}{30} \\ \frac{l}{15} & \frac{8l}{15} & \frac{l}{15} \\ -\frac{l}{30} & \frac{l}{15} & \frac{2l}{15} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

atau dapat ditulis :

$$[E_t] = \frac{\rho l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Vektor parameter gaya $[Q]$ dari persamaan (4.21) didapatkan :

$$[Q] = -P \int_0^l [B] dx + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l [B] dx$$

dengan mensubstitusikan nilai $[B]$ dari persamaan (4.22) maka akan didapat :

$$[Q] = -P \int_0^l \left[\left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \quad \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \quad \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right] dx \\ + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \int_0^l \left[\left(\frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \quad \left(\frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \quad \left(\frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right] dx \quad (4.32)$$

setelah menintegalkan persamaan (4.32) maka didapatkan:

$$[Q] = -P \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

sehingga untuk vektor parameter pemaksa elemen didapatkan :

$$Q = \begin{bmatrix} P - \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ -P + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

4.2.1 Penyusunan Matriks Global

Berdasarkan matriks yang sudah didapat dari persamaan (4.27), (4.31) dan (4.34) maka kombinasi dari matriks-matriks elemen hingga n elemen memberikan persamaan penyusunan matriks global berbentuk matriks diagonal sebagai berikut:

$$[E][q] + [E_t][q] = [Q]$$

$$\begin{bmatrix}
 \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) & \dots & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) \\
 \left(-\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \dots & \left(-\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) \\
 \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) & \dots & \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) \\
 \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) & \dots & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho v}{6} \right) \\
 \left(-\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) & \dots & \left(-\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \right) \\
 \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right) & \dots & \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho v}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \right) & \left(-\frac{4\mu}{3l} \right)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 C_1 \\
 C_2 \\
 C_3 \\
 C_4 \\
 C_5 \\
 \vdots \\
 C_{n-2} \\
 C_{n-1} \\
 C_n
 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 C_1 \\
 C_2 \\
 C_3 \\
 C_4 \\
 C_5 \\
 \vdots \\
 C_{n-2} \\
 C_{n-1} \\
 C_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 P - (R_0 - \frac{\delta s}{2}(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0}(z - d - \frac{L_0}{2}))) \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 0 \\
 -P + (R_0 - \frac{\delta s}{2}(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0}(z - d - \frac{L_0}{2})))
 \end{bmatrix}
 \tag{4.35}$$

$\frac{\rho l}{30}$

4.3 Penyelesaian dalam Waktu

Persamaan matriks global (4.35) selanjutnya akan diselesaikan dalam waktu. Persamaan matriks global dalam waktu tersebut dapat dituliskan :

$$[K][r] + [K_t][r] = [R]$$

atau dapat dituliskan sebagai :

$$[K](\theta[r]_{t+\Delta t} + (1-\theta)[r]_t) + [K_t] \left(\theta \left(\frac{\partial[r]}{\partial t} \right)_{t+\Delta t} + (1-\theta) \left(\frac{\partial[r]}{\partial t} \right)_t \right) = [R]_{t+\Delta t} \quad (4.36)$$

selanjutnya diambil $\theta = \frac{1}{2}$ maka akan diperoleh pola Crank-Nicholson dengan pola pendekatan :

$$\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial[r]}{\partial t} \right)_{t+\Delta t} + \left(\frac{\partial[r]}{\partial t} \right)_t \right) \cong \frac{[r]_{t+\Delta t} - [r]_t}{\Delta t} \quad (4.37)$$

maka dengan pendekatan pola Crank-Nicholson persamaan (4.37) menjadi:

$$[K] \frac{1}{2} ([r]_{t+\Delta t} + [r]_t) + [K_t] \left(\frac{[r]_{t+\Delta t} - [r]_t}{\Delta t} \right) = [R]_{t+\Delta t} \quad (4.38)$$

atau dapat dituliskan dengan :

$$[K]([r]_{t+\Delta t} + [r]_t) + \frac{2}{\Delta t} [K_t][r](t + \Delta t) - [r]_t = 2[R]_{t+\Delta t} \quad (4.39)$$

Jika diuraikan bentuk persamaan tersebut menjadi :

$$[K][r]_{t+\Delta t} + [K][r]_t + \frac{2}{\Delta t} [K_t][r]_{t+\Delta t} - \frac{2}{\Delta t} [K_t][r]_t = 2[R]_{t+\Delta t} \quad (4.40)$$

dengan mengumpulkan suku-suku sejenis akan didapatkan persamaan matriks global terhadap waktu, yaitu :

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) [r]_{t+\Delta t} = 2[R]_{t+\Delta t} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) [r]_t \quad (4.41)$$

dari persamaan momentum akan didapatkan persamaan matriks berikut :

$$\begin{aligned}
 & \left([K] + \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) [r]_{t+\Delta t} = 2[R]_{t+\Delta t} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) [r]_t \\
 & \left(\begin{bmatrix} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho v}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \\ \frac{16\mu}{3l} \\ \frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho v}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \end{pmatrix} + \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{4\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & -\frac{\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} & \frac{16\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} \\ -\frac{\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & \frac{4\rho l}{30} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_{t+\Delta t} = \\
 & 2 \left(-P + \left(R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \right) \right) \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 & - \left(\begin{bmatrix} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho u}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ \frac{16\mu}{3l} \\ \frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \end{pmatrix} - \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{4\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & -\frac{\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} & \frac{16\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} \\ -\frac{\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & \frac{4\rho l}{30} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_t
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

atau dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{c} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho v}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho v}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ \frac{16\mu}{3l} \\ \frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \end{array} \right) + \frac{2}{\Delta t} \left[\begin{array}{c} \frac{4\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} \\ -\frac{\rho l}{30} \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \frac{2\rho l}{30} \\ \frac{16\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} -\frac{\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} \\ \frac{4\rho l}{30} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} \right)_{t+\Delta t} = \\
 & \left[\begin{array}{c} 2P - 2(R_0 - \frac{\delta s}{2}(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0}(z - d - \frac{L_0}{2}))) \\ 0 \\ -2P + 2(R_0 - \frac{\delta s}{2}(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0}(z - d - \frac{L_0}{2}))) \end{array} \right] \\
 & \left(\begin{array}{c} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho cv}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ \frac{16\mu}{3l} \\ \frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} -\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \\ -\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \\ -\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \end{array} \right) - \frac{2}{\Delta t} \left[\begin{array}{c} \frac{4\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} \\ -\frac{\rho l}{30} \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} \frac{2\rho l}{30} \\ \frac{16\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} -\frac{\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} \\ \frac{4\rho l}{30} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} \right)_t \\
 & \tag{4.43}
 \end{aligned}$$

4.4 Efektivitas Metode Elemen Hingga dengan Menggunakan *Error Relatif* dalam Analisis Simulasi Kecepatan Aliran Darah pada Arteri Perifer Akibat Pemasangan *Stent*

Pada tahap ini akan dibangun suatu program simulasi aliran darah pada arteri perifer berdasarkan ketebalan plak dan diameter *stent* dengan menggunakan *software* MATLAB 7.0 dan FLUENT berdasarkan model matematika yang telah diselesaikan dengan menggunakan metode elemen hingga.

4.4.1 Format *Programming*

Pembahasan selanjutnya adalah tentang tahap pemodelan, tahap formulasi numerik, dan tahap algoritma pada simulasi kecepatan aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent*. Pada tahap programing akan dijabarkan format programing dari metode elemen hingga. Matriks global penyelesain dengan waktu pada persamaan (4.43) diselesaikan dengan menggunakan algoritma pemrograman MATLAB. Format programing dari metode elemen hingga akan diatur untuk menghasilkan solusi numerik dan error dari proses aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent*. Format programing dibagi menjadi dua tahap, yaitu:

1. Tahap Pemodelan

Pada kasus simulasi aliran darah akan dibuat suatu model matematika berdasarkan metode elemen hingga untuk mengetahui pengaruh diameter *stent* dan pengaruh ketebalan plak.

2. Tahap Formulasi Numerik

Tahap formulasi numerik dalam penelitian ini dapat dikatakan sebagai konversi pemodelan matematika dengan menggunakan metode elemen hingga pendekatan kuadratik. Solusi numerik dari metode elemen hingga dikonversikan dengan penyelesaian dalam waktu yang sedemikian rupa sehingga pada akhirnya dapat diformulasikan dengan algoritma pemrograman MATLAB. Adapun bentuk solusi numerik dengan MATLAB menggunakan metode biasa yaitu sebagai berikut :

```
%Matriks
```

```
A1kcl=[((-2*miu/(3*1)-(3*rho*c*v/6)) ((4*miu/(3*1))+ (4*rho*c*v/6))
        ((-2*miu/(3*1))-(rho*c*v/6))
```

```

((-8*miu/(3*1))-(4*rho*c*v/6)) (16*miu/(3*1))
((-8*miu/(3*1))+(4*rho*c*v/6))
((-2*miu/(3*1))+(rho*c*v/6)) ((4*miu/(3*1))-(4*rho*c*v/6))
((-2*miu/(3*1))+(3*rho*c*v/6))];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
    A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl;
end
B1kcl=[4*1*rho/30 2*1*rho/30 -1*1*rho/30
        (2*1*rho/30 16*1*rho/30 2*1*rho/30
        (-1*1*rho/30 2*1*rho/30 4*1*rho/30)];
B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
end
r_old=zeros(2*N+1,1);
r_old(1,1)=2*(P-(R0-(deltas/2)*(1+\cosd(2*pi/L0)*(z-d-(L0/2)))));
r_old(2*N+1,1)=2*(-P+(R0-(deltas/2)*(1+\cosd(2*pi/L0)*
(z-d-(L0/2)))));
r_all=r_old;
%D adalah matriks di ruas kiri
D=A1bsr+2/dt*B1bsr;
%E adalah matriks di ruas kanan
E=A1bsr-2/dt*B1bsr;
D1=D;
r_new=D1\r_old;
r_all=[r_all r_new];
r_old=r_new;

```

4.4.2 Penggunaan *Error Relatif* pada Metode Elemen Hingga

Model aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent* dengan metode elemen hingga yang menggunakan pendekatan kuadratik merupakan persamaan diferensial parsial yang dipengaruhi oleh ketebalan plak dan ukuran diameter *stent*. Sehingga dalam menyelesaikan persamaan model matematika tersebut menggunakan MATLAB untuk mendapatkan penyelesaian numeriknya. Setelah disimulasikan kemudian dicari rata-rata dari hasil simulasi. Dari hasil simulasi akan dicari nilai error dengan menggunakan metode Gauss-Seidel yang akan dibandingkan dengan batas error (toleransi). Toleransi digunakan untuk mengetahui efektivitas metode elemen hingga dalam menyelesaikan model simulasi aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent*. Semakin kecil selisih antara iterasi satu dengan iterasi setelahnya dan semakin lebih kecil dari batas error maka nilai kecepatan yang dihasilkan akan semakin akurat, sehingga metode yang digunakan semakin efektif. Berikut bentuk solusi numerik dengan menggunakan metode Gauss-Seidel dalam MATLAB :

```
%Metode Gauss-Seidel
T=0.01; %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1);
X0(1:2*N+1)=1.000;
H=X0';
w=length(1);
X1=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S=r1_old(i)-r_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-r_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X1(i)=S/r_new(i,i);
    end
    e=abs(X1-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X1)+eps);
    X0=X1;
```

```

H=[H,X0'];
if(error<T)|(reller<T)
    break
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
H;
X1;
r_all=[r_all];
rall_plot=[rall_plot]
disp('Gauss-Seidel method converged');

```

4.4.3 Simulasi Pemodelan

Simulasi kecepatan aliran darah pada arteri perifer didasarkan terhadap ukuran ketebalan plak dan ukuran diameter *stent*. Setelah dilakukan pengumpulan data dari beberapa buku dan jurnal maka diperoleh data simulasi sebagai berikut:

Tabel 4.1 Parameter Beserta Satuan dan Sumber Data

No	Simbol	Nilai	Keterangan
1	u	0.4 m/s	kecepatan aliran darah
2	ρ	1060 kg/m^3	massa jenis darah
3	μ	0.015 N	koefisien gesek
4	η	$0.032 \text{ Pa} \cdot \text{s}$	kekentalan darah
5	Q	$120 \text{ mm}^3/\text{s}$	debit aliran darah
6	z	10	koordinat pembuluh
7	z_1	0	koordinat penyempitan
8	d	0.5 mm	diameter pembuluh darah
9	$d1, d2, d3$	$0.325, 0.4, 0.475 \text{ mm}$	diameter stent

Pada penelitian pertama akan digunakan beberapa ukuran ketebalan plak yang berbeda yaitu 50-80% dari diameter pembuluh. Pada penelitian kedua akan digunakan beberapa diameter *stent* yang berbeda yaitu *stent* dengan ukuran diameter 0.325 mm , 0.4 mm , dan 0.475 mm dengan kecepatan awal sebesar 0.4 m/s .

4.5 Analisis dan Pembahasan

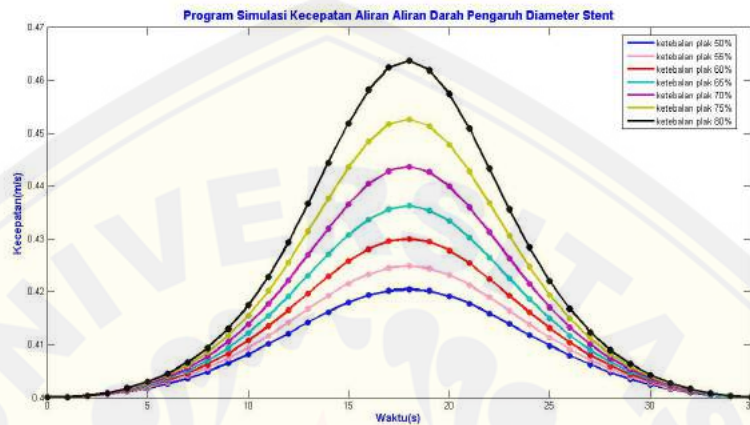
Dari model matematika ini susunan matriks yang dibuat adalah matriks dengan ukuran $(2N + 1 \times 2N + 1)$ sehingga diskritisasi pada domain dalam penelitian ini adalah panjang sistem aliran darah yang disimulasi dimana domain sumbu x dibagi sebanyak $2N + 1$. Sedangkan perhitungan efektivitas metode elemen hingga pada aliran darah arteri perifer menggunakan metode Gauss-Seidel dengan perhitungan *error* relatif. Selanjutnya hasil simulasi yang didapatkan nanti akan dihubungkan dengan beberapa hukum fisika tentang masalah kecepatan aliran yang ada kaitannya dengan nilai debit suatu aliran.

4.5.1 Komputasi MATLAB

Model persamaan kecepatan aliran darah pada arteri perifer dengan menggunakan metode elemen hingga didapatkan matriks global penyelesaian dengan waktu yaitu :

$$\begin{aligned}
 & \left([K] + \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) [r]_{t+\Delta t} = 2[R]_{t+\Delta t} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) [r]_t \\
 & \left(\left[\begin{array}{ccc} \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho cv}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \right) \\ \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho cv}{6} \right) \\ \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \right) \end{array} \right] + \frac{2}{\Delta t} \left[\begin{array}{ccc} \frac{4\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & -\frac{\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} & \frac{16\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} \\ -\frac{\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & \frac{4\rho l}{30} \end{array} \right] \right) \\
 & \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} 2P - 2(R_0 - \frac{\delta s}{2}(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0}(z - d - \frac{L_0}{2}))) \\ 0 \\ -2P + 2(R_0 - \frac{\delta s}{2}(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0}(z - d - \frac{L_0}{2}))) \end{bmatrix} \\
 & - \left(\left[\begin{array}{ccc} \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{3\rho cv}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} + \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} - \frac{\rho u}{6} \right) \\ \left(-\frac{8\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(\frac{16\mu}{3l} \right) & \left(-\frac{8\mu}{3l} + \frac{4\rho cv}{6} \right) \\ \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{\rho u}{6} \right) & \left(\frac{4\mu}{3l} - \frac{4\rho u}{6} \right) & \left(-\frac{2\mu}{3l} + \frac{3\rho u}{6} \right) \end{array} \right] \right. \\
 & \left. - \frac{2}{\Delta t} \left[\begin{array}{ccc} \frac{4\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & -\frac{\rho l}{30} \\ \frac{2\rho l}{30} & \frac{16\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} \\ -\frac{\rho l}{30} & \frac{2\rho l}{30} & \frac{4\rho l}{30} \end{array} \right] \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_t
 \end{aligned}$$

Setelah mendapatkan model persamaan matematika kecepatan aliran darah pada arteri perifer dengan metode elemen hingga pendekatan kuadratik maka dapat membentuk solusi numerik dalam program MATLAB. Selanjutnya, program dieksekusi dengan mensubstitusikan nilai koefisien yang diketahui pada proses simulasi aliran darah, maka program bisa dijalankan.



Gambar 4.1 Grafik kecepatan aliran darah dipengaruhi ketebalan plak

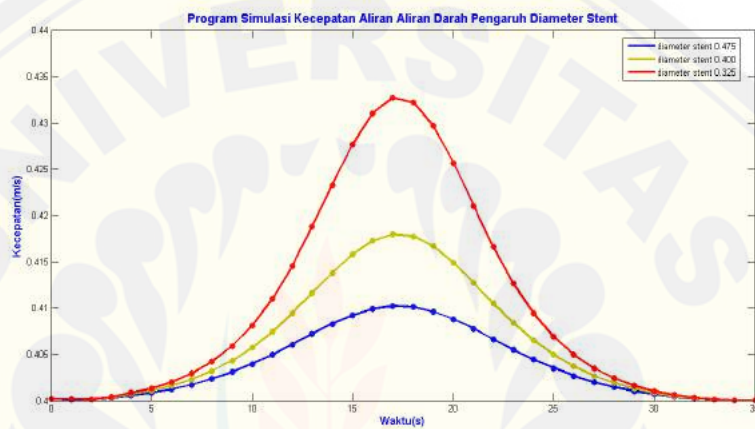
Gambar 4.1 merupakan visualisasi hasil komputasi MATLAB kecepatan aliran darah pada arteri perifer yang dipengaruhi oleh ketebalan plak. Input yang dimasukkan yaitu diskritisasi $N=17$ dengan ketebalan plak 50%, 55%, 60%, 65%, 70%, 75%, dan 80% dengan kecepatan awal sebesar 0.4 m/s. Dapat dilihat grafik dengan ketebalan plak 50% kecepatan aliran darah mengalami peningkatan sampai 0.4205 m/s, 55% sampai 0.4248 m/s, 60% sampai 0.4300 m/s, 65% sampai 0.4362 m/s, 70% sampai 0.4426 m/s, 75% sampai 0.4526, dan 80% sebesar 0.4636 m/s yang kemudian turun kembali menuju kecepatan awal setelah melewati zona penebalan. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa semakin besar ketebalan plak maka kecepatan aliran darah semakin cepat.

Tabel 4.2 Pengaruh Ketebalan Plak

Node	Ketebalan Plak						
	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%
1	0.4000	0.4000	0.4000	0.4000	0.4000	0.4000	0.4000
2	0.4001	0.4001	0.4001	0.4001	0.4001	0.4001	0.4001
3	0.4002	0.4003	0.4003	0.4003	0.4003	0.4003	0.4004
4	0.4006	0.4006	0.4007	0.4007	0.4008	0.4008	0.4009

Node	Ketebalan Plak						
	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%
5	0.4011	0.4012	0.4013	0.4014	0.4015	0.4016	0.4017
6	0.4017	0.4019	0.4021	0.4023	0.4025	0.4027	0.4029
7	0.4026	0.4029	0.4032	0.4035	0.4038	0.4042	0.4045
8	0.4036	0.4041	0.4046	0.4050	0.4055	0.4061	0.4066
9	0.4049	0.4056	0.4063	0.4070	0.4077	0.4085	0.4094
10	0.4064	0.4073	0.4083	0.4093	0.4105	0.4117	0.4129
11	0.4082	0.4094	0.4107	0.4122	0.4138	0.4155	0.4174
12	0.4101	0.4117	0.4135	0.4155	0.4177	0.4201	0.4228
13	0.4121	0.4142	0.4165	0.4191	0.4221	0.4255	0.4293
14	0.4142	0.4168	0.4197	0.4231	0.4270	0.4314	0.4366
15	0.4162	0.4193	0.4229	0.4270	0.4319	0.4376	0.4443
16	0.4180	0.4215	0.4258	0.4307	0.4365	0.4435	0.4518
17	0.4193	0.4233	0.4281	0.4337	0.4404	0.4484	0.4581
18	0.4202	0.4245	0.4295	0.4356	0.4428	0.4516	0.4623
19	0.4205	0.4248	0.4300	0.4362	0.4436	0.4526	0.4636
20	0.4201	0.4244	0.4294	0.4354	0.4426	0.4513	0.4619
21	0.4192	0.4231	0.4278	0.4333	0.4399	0.4478	0.4573
22	0.4177	0.4213	0.4254	0.4302	0.4359	0.4427	0.4508
23	0.4159	0.4189	0.4224	0.4265	0.4312	0.4368	0.4433
24	0.4139	0.4164	0.4193	0.4225	0.4263	0.4306	0.4356
25	0.4118	0.4138	0.4161	0.4186	0.4215	0.4247	0.4284
26	0.4098	0.4113	0.4131	0.4150	0.4171	0.4194	0.4220
27	0.4079	0.4091	0.4104	0.4117	0.4133	0.4149	0.4167
28	0.4062	0.4071	0.4080	0.4090	0.4100	0.4112	0.4124
29	0.4047	0.4053	0.4060	0.4067	0.4074	0.4082	0.4090
30	0.4035	0.4039	0.4043	0.4048	0.4053	0.4058	0.4063
31	0.4024	0.4027	0.4030	0.4033	0.4036	0.4039	0.4042
32	0.4016	0.4018	0.4020	0.4021	0.4023	0.4025	0.4027
33	0.4010	0.4011	0.4012	0.4013	0.4014	0.4015	0.4016
34	0.4005	0.4006	0.4006	0.4006	0.4007	0.4007	0.4008
35	0.4002	0.4002	0.4002	0.4003	0.4003	0.4003	0.4003

Pada Gambar 4.2 input yang dimasukkan yaitu diskritisasi $N=17$ dengan diameter *stent* 0.475 mm, 0.400 mm, dan 0.325 mm dengan kecepatan awal sebesar 0.4 m/s. Dapat dilihat grafik kecepatan aliran darah dengan diameter *stent* 0.325 mm meningkat sampai 0.4327 m/s, sedangkan pada diameter *stent* 0.400 mm dan 0.475 mm kecepatan berturut-turut meningkat sampai 0.4180 m/s dan 0.4102 m/s. Setelah melewati daerah *stent* kecepatan turun kembali menuju kecepatan semula. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa semakin besar ukuran diameter *stent* maka kecepatan aliran darah semakin kecil. Hal ini berkaitan dengan konsep Debit Aliran ” *semakin kecil luas penampang maka kecepatan aliran semakin besar*”



Gambar 4.2 Grafik kecepatan aliran darah dipengaruhi diameter *stent*

Tabel 4.3 Pengaruh Diameter *Stent*

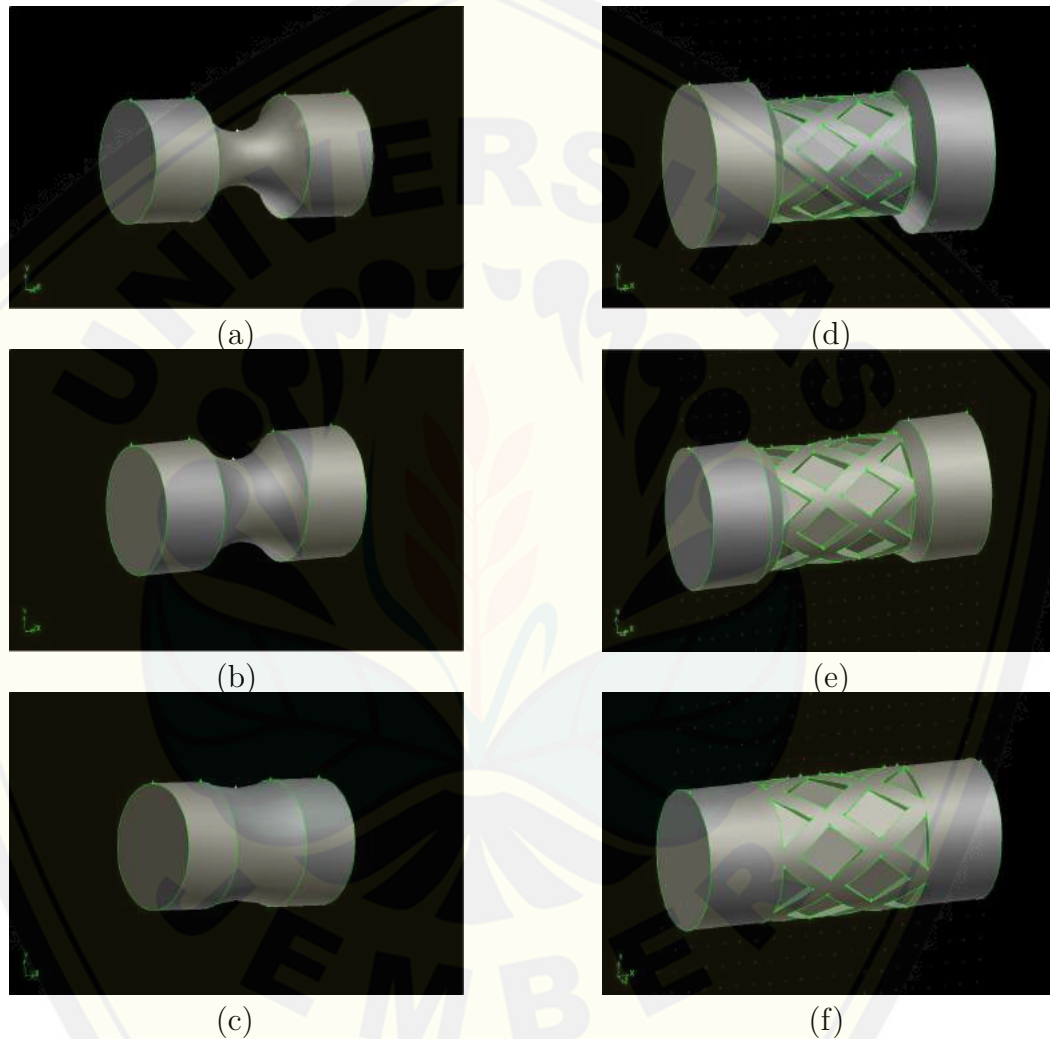
Node	Diameter 0.325 mm	Diameter 0.400 mm	Diameter 0.475 mm
1	0.4000	0.4000	0.4000
2	0.4002	0.4002	0.4001
3	0.4001	0.4001	0.4001
4	0.4004	0.4003	0.4003
5	0.4008	0.4007	0.4006
6	0.4013	0.4011	0.4009
7	0.4020	0.4016	0.4012
8	0.4029	0.4023	0.4017
9	0.4042	0.4032	0.4023
10	0.4059	0.4043	0.4031
11	0.4081	0.4057	0.4039
12	0.4110	0.4074	0.4049

Node	Diameter 0.325 mm	Diameter 0.400 mm	Diameter 0.475 mm
13	0.4145	0.4094	0.4060
14	0.4187	0.4116	0.4072
15	0.4233	0.4138	0.4083
16	0.4276	0.4158	0.4092
17	0.4310	0.4173	0.4099
18	0.4327	0.4180	0.4102
19	0.4322	0.4178	0.4101
20	0.4297	0.4167	0.4096
21	0.4256	0.4149	0.4088
22	0.4210	0.4127	0.4077
23	0.4166	0.4105	0.4066
24	0.4126	0.4084	0.4055
25	0.4094	0.4065	0.4044
26	0.4069	0.4050	0.4035
27	0.4049	0.4037	0.4027
28	0.4035	0.4027	0.4020
29	0.4024	0.4019	0.4015
30	0.4016	0.4013	0.4010
31	0.4010	0.4008	0.4007
32	0.4006	0.4005	0.4004
33	0.4003	0.4003	0.4002
34	0.4001	0.4001	0.4001
35	0.4000	0.4000	0.4000

Dari hasil simulasi Matlab di atas, kecepatan tertinggi terjadi pada node ke-19. Karena pada grafik yang dihasilkan memiliki titik puncak. Pada titik tersebut merupakan titik penyempitan terbesar yang terjadi pada pembuluh darah. Dari perhitungan yang dihasilkan, disarankan untuk menggunakan *stent* dengan diameter 0.25 mm untuk ketebalan plak 50%, 0.275 mm untuk ketebalan plak 55%, 0.3 mm untuk ketebalan plak 60%, 0.325 mm untuk ketebalan plak 65%, 0.35 mm untuk ketebalan plak 70%, 0.375 mm untuk ketebalan plak 75%, dan 0.4 mm untuk ketebalan plak 80%.

4.5.2 Visualisasi Simulasi FLUENT

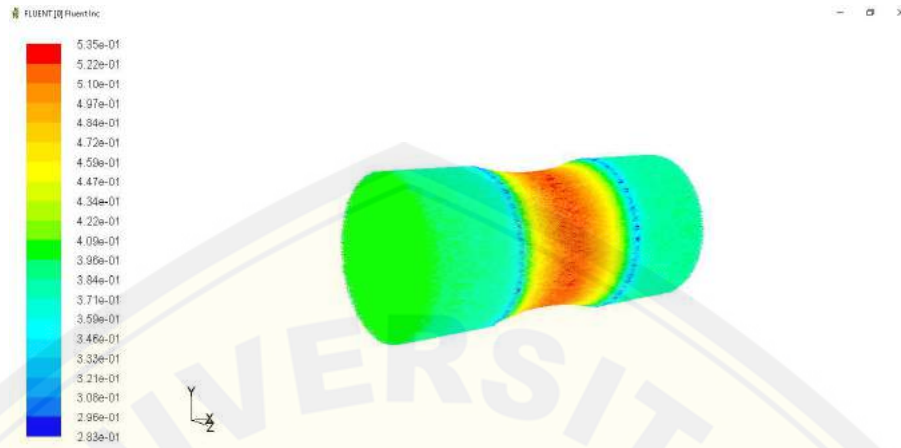
Pada hasil simulasi dengan FLUENT akan disajikan gambar daerah simulasi kecepatan aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent* dan juga akibat ketebalan plak yang meliputi kecepatan aliran darah. Gambar yang akan disimulasikan menggunakan FLUENT berupa gambar 3D yang terlebih dahulu didesain menggunakan program GAMBIT. Seperti pada Gambar 4.3.



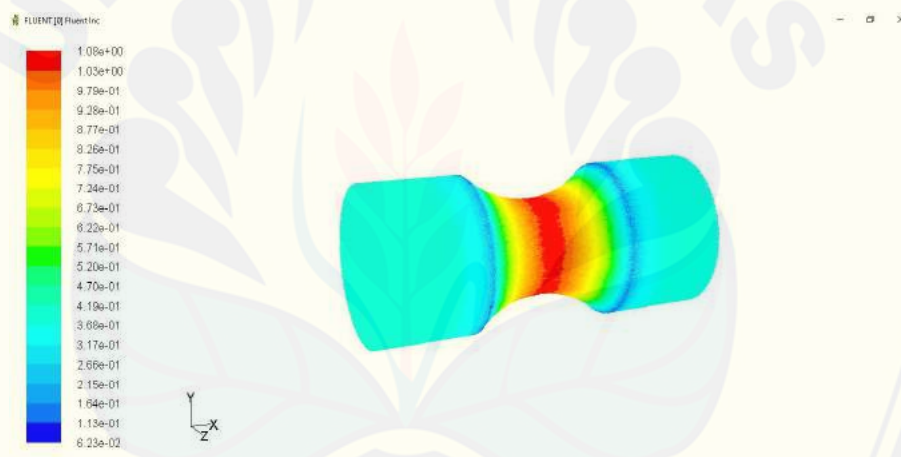
Gambar 4.3 Desain aliran darah dipasangi *stent* menggunakan GAMBIT (a) tebal plak 80% (b) tebal plak 65% (c) tebal plak 50% (d) diameter *stent* 0.00325m (e) diameter *stent* 0.00400m (f) diameter *stent* 0.00475m

Simulasi pertama, yaitu untuk mengetahui kecepatan aliran darah yang dipengaruhi oleh ketebalan plak. Simulasi dilakukan dengan menggunakan tiga

GAMBIT dengan ukuran ketebalan plak berbeda yaitu 50%, 65%, dan 80% serta kecepatan awal yaitu 0.4 m/s.

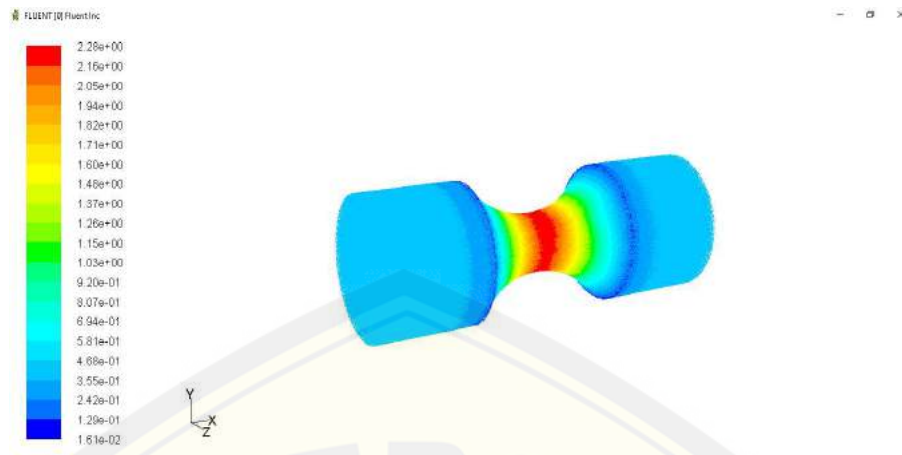


Gambar 4.4 Simulasi kecepatan aliran darah dengan plak 50%



Gambar 4.5 Simulasi kecepatan aliran darah dengan plak 65%

Dari hasil gambar simulasi di atas dapat dilihat bahwa hasil dari ketiganya hampir sama. Ketiga gambar menunjukkan bahwa terjadi peningkatan kecepatan aliran darah pada saat memasuki daerah yang mengalami penumpukan plak. Perbedaan dari ketiga gambar di atas adalah pada besarnya peningkatan kecepatan aliran darah yang terjadi saat memasuki daerah penumpukan plak. Pada Gambar 4.4 warna yang awalnya hijau kebiruan berubah ketika memasuki daerah *stent* menjadi kuning hingga kemerahan lalu ketika keluar dari daerah *stent* warna berubah kembali menjadi hijau kebiruan. Pada Gambar

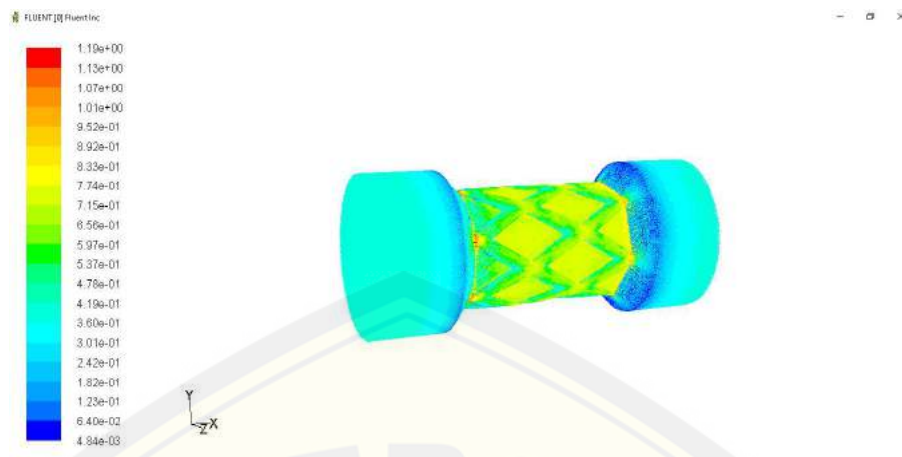


Gambar 4.6 Simulasi kecepatan aliran darah dengan Plak 80%

4.5 terjadi perubahan warna yang semula berwarna biru muda berubah menjadi kuning hingga hingga kemerahan ketika memasuki daerah *stent* sama halnya yang terjadi pada Gambar 4.4. Pada Gambar 4.6 menghasilkan kondisi yang sejenis dengan dua simulasi sebelumnya. Namun perubahan warna yang terjadi yaitu dari biru tua menjadi kuning hingga hingga kemerahan ketika memasuki daerah penumpukan plak yang artinya kecepatannya mengalami peningkatan yang sangat besar. Dari ketiga gambar di atas dapat ditarik kesimpulan, bahwa dengan semakin besarnya plak yang terbentuk maka peningkatan kecepatannya semakin besar. Perubahan kecepatan dapat dilihat pada angka yang tertera pada indikator gradasi warna yang ada di sebelah kiri gambar.

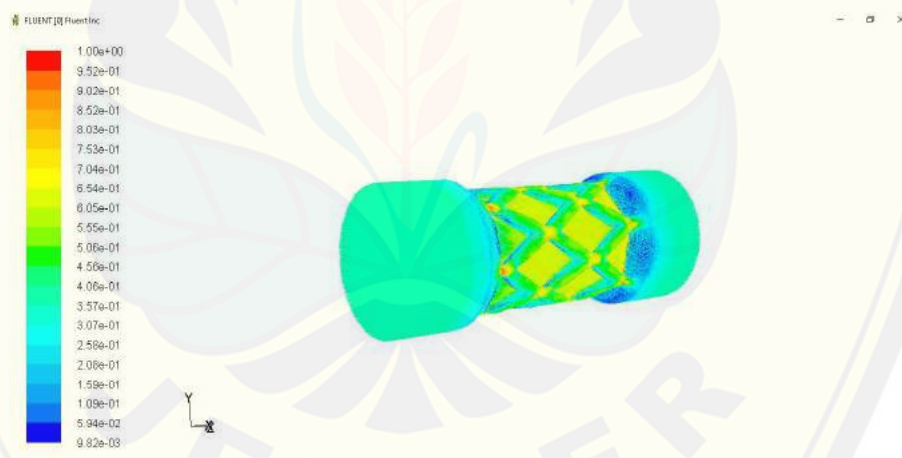
Simulasi kedua, yaitu untuk mengetahui kecepatan aliran darah yang dipengaruhi oleh diameter *stent*. Simulasi dilakukan dengan menggunakan tiga GAMBIT yang memiliki diameter *stent* berbeda, yaitu dengan ukuran diameter *stent* 0.00475 m, 0.00400 m, dan 0.00325 m dan dengan kecepatan awal 0.4 m/s

Gambar 4.7 merupakan hasil simulasi kecepatan aliran darah pada arteri perifer dengan diameter *stent* 0.00325 m. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa kecepatan aliran meningkat ketika menuju ke daerah *stent* dan menurun ketika menjauhi daerah *stent*. Hal ini ditunjukkan dengan adanya perubahan warna yang semula berwarna biru muda berubah menjadi hijau kekuningan ketika masuk daerah *stent* dan berubah menjadi biru muda kembali ketika menjauhi daerah *stent*.



Gambar 4.7 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter *stent* 0.00325m

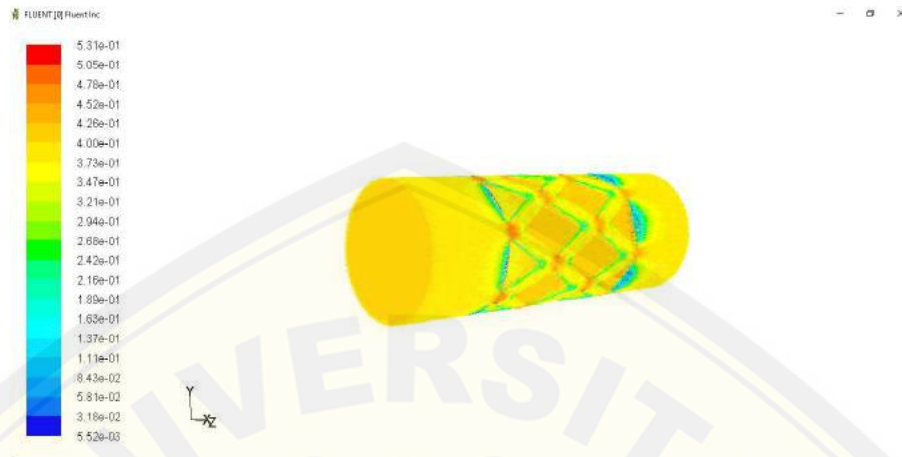
Gambar 4.8 merupakan hasil simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter *stent* 0.00400 m. Pada Gambar 4.8 dapat dilihat keadaannya hampir sama dengan gambar 4.7 yaitu kecepatan aliran darah meningkat ketika memasuki daerah *stent* dan menurun saat menjauhi *stent*. Hal ini ditunjukkan dengan perubahan warna yang hampir sama dengan Gambar 4.7.



Gambar 4.8 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter *stent* 0.004700m

Pada Gambar 4.9 dapat dilihat bahwa kecepatan aliran cenderung konstan dikarenakan ukuran diameter *stent* yang hampir sama dengan ukuran arteri perifer. Hal tersebut ditunjukkan dengan warna yang semula kuning cenderung tidak berubah ketika melewati daerah *stent*. Perubahan kecepatan dapat dilihat

pada angka yang tertera pada indikator gradasi warna yang ada di sebelah kiri gambar.



Gambar 4.9 Simulasi kecepatan aliran darah dengan diameter *stent* 0.00475m

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan:

1. model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri koroner akibat pemasangan *stent* merupakan persamaan yang dinyatakan pada persamaan momentum. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2}\right)\right);$$

dengan:

$$P = \frac{8Q\eta l}{\pi r^4}$$

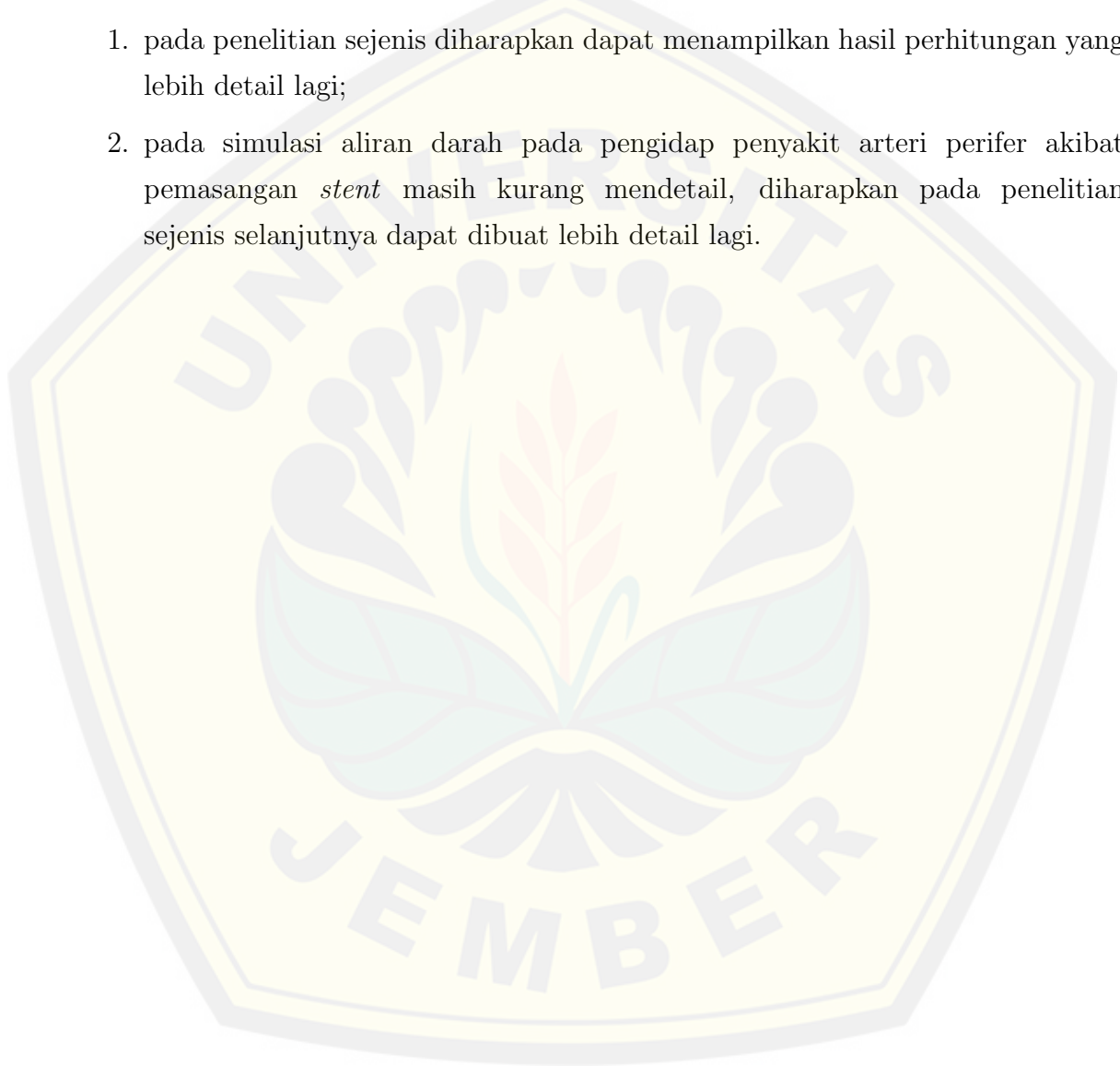
2. hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar ukuran plak maka kecepatan aliran darah akan semakin meningkat saat memasuki daerah penumpukan plak. Didapatkan bahwa saat kecepatan awal 0.4 m/s dengan ketebalan plak 50% kecepatan aliran darah mengalami peningkatan sampai 0.4205 m/s, 55% sampai 0.4248 m/s, 60% sampai 0.4300 m/s, 65% sampai 0.4362 m/s, 70% sampai 0.4426 m/s, 75% sampai 0.4526, dan 80% sebesar 0.4636 m/s kemudian kecepatan menurun kembali menuju kecepatan awal setelah melewati zona penebalan;
3. hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan semakin besar atau semakin mendekati ukuran diameter *stent* dengan diameter pembuluh darah maka kecepatan aliran darah akan semakin lambat atau stabil dengan kecepatan awal. Didapatkan bahwa saat kecepatan awal 0.4 m/s dengan diameter *stent* 0.00325 m meningkat sampai 0.4327 m/s, sedangkan pada diameter *stent* 0.00400 m dan 0.00475 m kecepatan berturut-turut meningkat sampai 0.4180 m/s dan 0.4102 m/s, kemudian kecepatan menurun kembali menuju kecepatan semula setelah melewati daerah *stent*;
4. metode elemen hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis

setiap node kecepatan aliran darah penderita PAP dengan pengaruh ketebalan plak dan diameter *stent* karena didapatkan *error* yang kurang dari 0.0001.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis numerik aliran darah pada pengidap penyakit arteri koroner akibat pemasangan *stent*:

1. pada penelitian sejenis diharapkan dapat menampilkan hasil perhitungan yang lebih detail lagi;
2. pada simulasi aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan *stent* masih kurang mendetail, diharapkan pada penelitian sejenis selanjutnya dapat dibuat lebih detail lagi.



DAFTAR PUSTAKA

- A. S. H. Putra, Suharto, dan Fatahillah, A. 2017. *Analisis Sirkulasi Udara pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga*. Jember: Kadikma, vol. 8, no.2, 95104
- Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga
- Bender, E.A. 2012. *An introduction to mathematical modeling*. Courier Corporation.
- Chai, C.S., Koh, J.H.L., Chin-Chung, T. 2013. *A review of technological pedagogical content knowledge*. *Journal of Educational Technology and Society*. 16.
- Coker, A.K., 2001. *Modeling of Chemical Kinetics and Reactor Design*. Gulf Professional Publishing.
- Djojodihardjo, H. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama
- Fatahillah, A., Setiawani, S., dan Damayanti, R. 2019. *Mathematical Model Analysis of Fluid Flow in Edamame Hydrofluidization Using Finite Element Method* J. Phys. Conf. Ser., vol. 1211, no. 12021
- Fatahillah, A., Setiawani, S., dan Mandala. A. S. 2019. *Numerical analysis of blood flow in intracranial artery stenosis affected by ischemic stroke using Finite Element method* J. Phys. Conf. Ser., vol. 1218, no. 12005
- Fermi, M.I. 2014. *Pemanfaatan Metode Computational Fluid Dynamic (CFD) dalam Perancangan Kompor Biomassa*. *Jurnal Ilmiah Sains Terapan*, No. 1, Vol. 5, hal 17.

Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan*. Jember: Pena Salsabila.

Jack. 2006. *Metode Numerik*. Lampung: UNILA

Kesmarky, G. 2008. *Plasma Viscosity: A Forgotten Variable*. Clin. Hemorrhol.

Koehler, M.J., Mishra, P., Akcaoglu, M., Rosenberg, J. 2013. *The technological pedagogical content knowledge framework for teachers and teacher educators*. ICT integrated teacher education

Muchammad. (Januari, 2007). *Simulasi Efek Turbo Cyclone Terhadap Karakteristik Aliran Udara pada Saluran Udara Sepeda Motor 4 Tak 100cc Menggunakan Computational Fluid Dynamics*. Rotasi, No. 1, Vol.9, hal 6-16

Ndii, M. Z. Desember, 2018. *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, dan Numerik*. Sleman: CV Budi Utama.

Pappano, A.J., dan Wier, W.G., 2012. *Cardiovascular Physiology E-Book: Mosby Physiology Monograph Series. Elsevier Health Sciences*.

Ramza, Harry dan Yohannes Dewanto. 2007. *Buku Petunjuk Praktikum Teknik Pemrograman Menggunakan MATLAB*. Jakarta: Grasindo

Sahid. 2005. *Pengantar Komputasi Numerik dengan Matlab*. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.

Samosir, Ken Kevin dan Masykur. (Mei, 2014). *Perbandingan Metode Fast-Decouple dan Metode Gauss-Seidell dalam Solusi Aliran Daya Sistem Distribusi 20KV dengan Menggunakan Etap Power Station dan MATLAB*.

Singuda Ensikom, No. 2, Vol. 7, hal 55-60

Saniman. dan Fathoni, M. 2008. *Pengantar Algoritma dan Pemrograman. Jurnal Saindikom*, NO.1, Vol.4, hal 120.

Shulman, L. 1987. *Knowledge and Teaching: Foundations of the new reform.* Havard educational review. 57, 1-23.

Stefandi, A. 2014. *Kumpulan Proyek Fisika dengan Menggunakan MATLAB.* Jakarta: Fiveritas

Subekti, Ridwan Arief., dan Anjar Susatyo. (Oktober, 2009). *Perancangan Penstock Menggunakan Software Computational Fluid Dynamics.* Serpong: Prosiding Seminar Nasional Daur Bahan Bakar ISSN 1693-4687, hal 27-32

Sukarsono, R., Deni Swantomo, dan Miftah El Fauzi. (Juli, 2012). *Simulasi Aliran Fluida pada Proses Fluidisasi untuk Pelapisan Kernel HTR Berbasis CFD: Variasi Tinggi Frustrun dan Kecepatan Alir.* Prosiding Pertemuan dan Presentasi Ilmiah - Penelitian Dasar Ilmu Pengetahuan dan Teknologi Nuklir ISSN 0216 - 3128, hal 35-44.

Susanto, Tri Nugroho H. dan Sigit Pramana. (September, 2012). *Analisis Termohidrolik Tempat Penyimpanan Bahan Bakar Di Bulk Shielding Menggunakan CFD Fluent.* Prosiding Seminar Penelitian dan Pengelolaan Perangkat Nuklir ISSN 1410 8178, hal 484-489

Syaefudin, U., Syamsudin, A., 2005. *Perencanaan Pendidikan Pendekatan Komprehensif.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya Tur Dat.

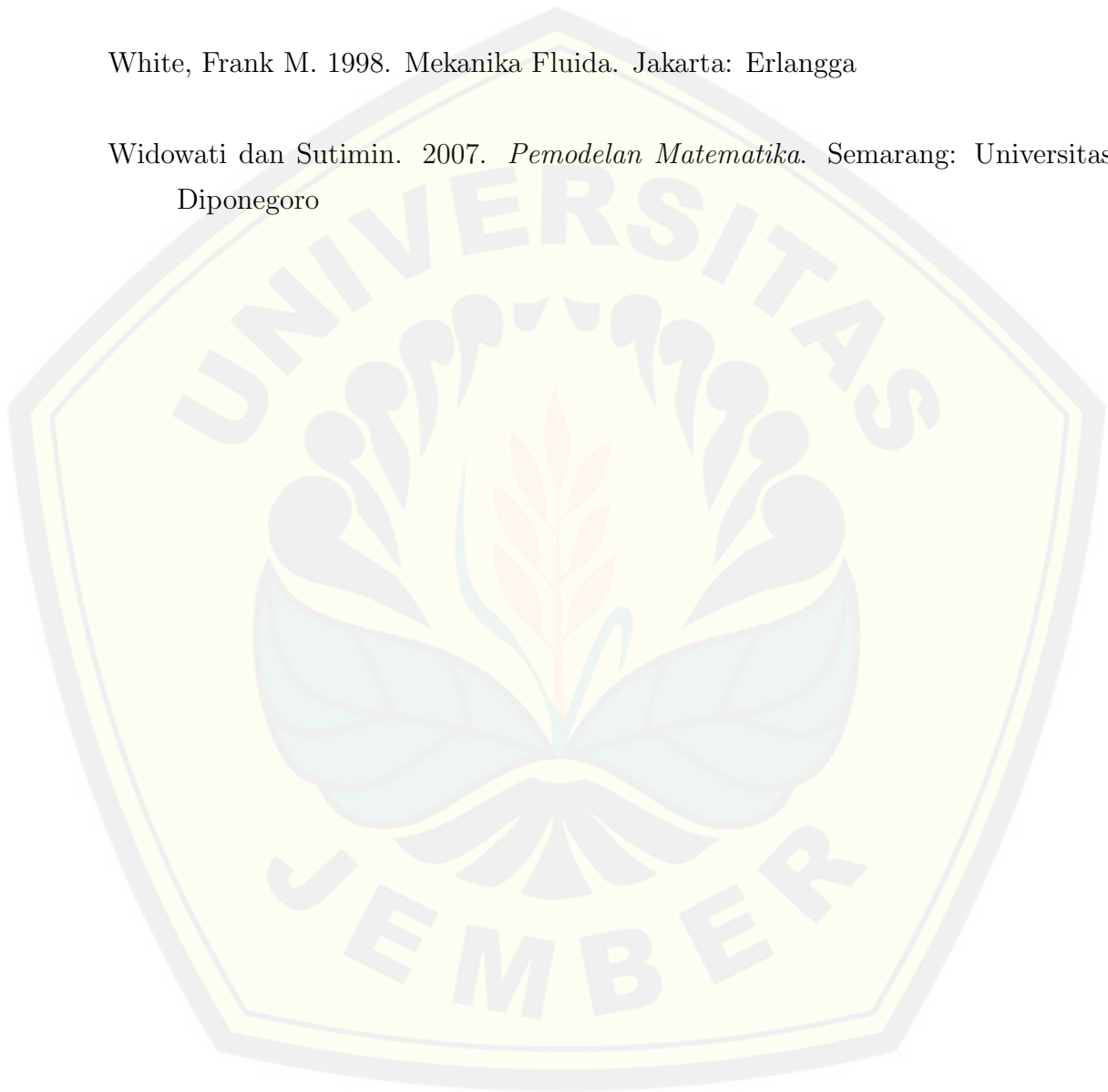
Syaifuddin. 2006. *Anatomi Fisiologi untuk Mahasiswa Keperawatan.* Jakarta: Buku Kedokteran EGC.

Thendria, T., Toruan, I.L., dan Natalia. 2014. *Hubungan antara Hipertensi dan Penyakit Arteri Perifer Berdasarkan Nilai Ankle-Brachial Index*. Vol.2, No.1

Tuakia, F. 2008. *Dasar-dasar CFD Menggunakan Fluent*. Bandung: Informatika

White, Frank M. 1998. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga

Widowati dan Sutimin. 2007. *Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro



LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
<p>Analisis Numerik Aliran Numerik Aliran Darah pada Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan Stent Menggunakan Metode Elemen Hingga</p>	<p>1. Bagaimana model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan <i>stent</i>? 2. Bagaimana pengaruh diameter <i>stent</i> terhadap kecepatan aliran darah pada pengidap pe-nyakit arteri perifer? 3. Bagaimana pengaruh ketebalan plak terhadap kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer? 4. Bagaimana efektivitas metode elemen hingga dalam menganalisis kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan <i>stent</i>?</p>	<p>1. kecepatan aliran darah 2. diameter <i>stent</i> 3. Ketebalan plak 4. Metode elemen hingga</p>	<p>1. Mengetahui model matematika aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan <i>stent</i> 2. Mengetahui pengaruh diameter <i>stent</i> terhadap kecepatan aliran darah 3. Mengetahui pengaruh ketebalan plak terhadap kecepatan aliran darah 4. Mengetahui efektivitas metode elemen hingga dalam menganalisis kecepatan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer akibat pemasangan <i>stent</i></p>	<p>1. R. Al-Hakim, et. al. 2017. <i>Hemodynamic Analysis of edge Stenosis in Peripheral artery stent graft</i>. Diagnostic and Interventional Imaging (7) 2. Kepustakaan</p>	<p>Simulasi</p>

LAMPIRAN B. FORMAT *PROGRAMMING* MATLABB.1 Format *Programming* Simulasi Kecepatan Aliran Darah pada Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat Pemasangan *Stent* yang Dipengaruhi Diameter *Stent*

```

clear all; clc; %Persamaan momentum
N=input('banyak diskritisasi= '); u=input('kecepatan awal= ');
rho0=1060; miu=0.015; eta=0.032;
D=120;          %debit aliran
z=10;          %koordinat pembuluh darah
d=0;           %koordinat penyempitan
l=(N-1)*0.1;   %panjang benda
R=0.5;         %diameter pembuluh
d1=0.475; d2=0.400; d3=0.325; %diameter stent
r1=R-(d1/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari stent
r2=R-(d2/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari stent
r3=R-(d3/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari stent
P1=(pi*D*r1^4)/(8*eta*l); P2=(pi*D*r2^4)/(8*eta*l);
P3=(pi*D*r3^4)/(8*eta*l); %tekanan k=1; dt=1; %Matriks
A1kcl=[((-2*miu/(3*l))-(3*rho*u*k/6)) ((4*miu/(3*l))+(4*rho*u*k/6))
        ((-2*miu/(3*l))-(rho*u*k/6)); ((-8*miu/(3*l))-(4*rho*u*k/6))
        (16*miu/(3*l)) ((-8*miu/(3*l))+(4*rho*u*k/6));
        ((-2*miu/(3*l))+(rho*u*k/6)) ((4*miu/(3*l))-(4*rho*u*k/6))
        ((-2*miu/(3*l))+(3*rho*u*k/6))];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1); for i=0:N-1;
A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl;
end; B1kcl=[4*l*rho/30 2*l*rho/30 -1*l*rho/30; 2*l*rho/30 16*l*rho/30
            2*l*rho/30; -1*l*rho/30 2*l*rho/30 4*l*rho/30];
B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1); for i=0:N-1
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
end; r1_old=zeros(2*N+1,1); r1_old(1,1)=2*P1; r1_old(2*N+1,1)=2*-P1;
r1_all=r1_old; r2_old=zeros(2*N+1,1); r2_old(1,1)=2*P2;

```

```

r2_old(2*N+1,1)=2*-P2; r2_all=r2_old; r3_old=zeros(2*N+1,1);
r3_old(1,1)=2*P3; r3_old(2*N+1,1)=2*-P3; r3_all=r3_old;
D1=A1bsr+2/dt*B1bsr; E1=A1bsr-2/dt*B1bsr;
r1_new=D1\r1_old; r1_all=[r1_all r1_new]; r1_old=r1_new;
r2_new=D1\r2_old; r2_all=[r2_all r2_new]; r2_old=r2_new;
r3_new=D1\r3_old; r3_all=[r3_all r3_new]; r3_old=r3_new;
%Penyelesaian dalam waktu for i=1:t
r1_new=D1\(-E1*r1_old); r1_all=[r1_all r1_new]; r1_old=r1_new;
r2_new=D1\(-E1*r2_old); r2_all=[r2_all r2_new]; r2_old=r2_new;
r3_new=D1\(-E1*r3_old); r3_all=[r3_all r3_new]; r3_old=r3_new;
end; %Gauss-Seidel
T=0.0001; %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1); X0(1:2*N+1)=1.001; H=X0';
w=length(1); X1=X0; X2=X0; X3=X0; for k=1:N; for i=1:w
S1=r1_old(i)-r1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
S2=r2_old(i)-r2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
S3=r3_old(i)-r3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-r3_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
X1(i)=S1/r1_new(i,i); X2(i)=S2/r2_new(i,i); X3(i)=S3/r3_new(i,i);
end; e=abs(X1-X0); error=norm(e); reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1; H=[H,X0']; if(error<T)|(reller<T); break; end; end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]); %figure;
plot(mean(r1_all),'-ob'); hold on;
plot(mean(r2_all),'-or'); hold on;
plot(mean(r3_all),'-og'); hold on;
title('Grafik Kecepatan Aliran Darah Arteri Perifer Dipengaruhi
Diameter Stent','bold','fontsize',14);
xlabel('Waktu(s)','bold','fontsize',12);
ylabel('Kecepatan(m/s)','bold','fontsize',12);

```


B.2 Format *Programming* Simulasi Kecepatan Aliran Darah pada Pengidap Penyakit Arteri Perifer Akibat yang Dipengaruhi Ketebalan Plak

```

clear all; clc; %Persamaan momentum
N=input('banyak diskritisasi= '); u=input('kecepatan aliran= ');
rho0=1060; miu=0.015; eta=0.032;
D=120;          %debit aliran
z=10;          %koordinat pembuluh darah
d=0;           %koordinat penyempitan
l=(N-1)*0.1;   %panjang benda
R=0.5;         %diameter pembuluh
r1=R-(d1/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 50%
r2=R-(d2/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 55%
r3=R-(d3/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 60%
r4=R-(d4/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 65%
r5=R-(d5/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 70%
r6=R-(d6/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 75%
r7=R-(d7/2)*(1+(cos(2*pi/l))*(z-d-l/2)); %jari-jari plak 80%
P1=(pi*D*r1^4)/(8*eta*l); P2=(pi*D*r2^4)/(8*eta*l);
P3=(pi*D*r3^4)/(8*eta*l); P4=(pi*D*r4^4)/(8*eta*l);
P5=(pi*D*r5^4)/(8*eta*l); P6=(pi*D*r6^4)/(8*eta*l);
P7=(pi*D*r7^4)/(8*eta*l); %tekanan t=input('waktu = '); k=40; dt=1;
A1kcl=[((-2*miu1/(3*l))-3*rho*c*v1/6)((4*miu1/(3*l))+4*rho*u*k/6))
        ((-2*miu1/(3*l))-(rho*u*k/6))
        ((-8*miu1/(3*l))-4*rho*u*k/6) (16*miu1/(3*l))
        ((-8*miu1/(3*l))+4*rho*u*k/6)
        ((-2*miu1/(3*l))+rho*u*k/6) ((4*miu1/(3*l))-4*rho*u*k/6))
        ((-2*miu1/(3*l))+3*rho*u*k/6)];
A1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1); for i=0:N-1
A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=A1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+A1kcl;
end; B1kcl=[4*l*rho/30 2*l*rho/30 -1*l*rho/30

```

```

2*1*rho/30 16*1*rho/30 2*1*rho/30
-1*1*rho/30 2*1*rho/30 4*1*rho/30];
B1bsr=zeros(2*N+1,2*N+1); for i=0:N-1;
B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=B1bsr(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+B1kcl;
end; r1_old=zeros(2*N+1,1); r1_old(1,1)=2*P1; r1_old(2*N+1,1)=2*-P1;
r1_all=r1_old; r2_old=zeros(2*N+1,1); r2_old(1,1)=2*P2;
r2_old(2*N+1,1)=2*-P2; r2_all=r2_old; r3_old=zeros(2*N+1,1);
r3_old(1,1)=2*P3; r3_old(2*N+1,1)=2*-P3; r3_all=r3_old;
r4_old=zeros(2*N+1,1); r4_old(1,1)=2*P4; r4_old(2*N+1,1)=2*-P4;
r4_all=r4_old; r5_old=zeros(2*N+1,1); r5_old(1,1)=2*P5;
r5_old(2*N+1,1)=2*-P5; r5_all=r5_old; r6_old=zeros(2*N+1,1);
r6_old(1,1)=2*P6; r6_old(2*N+1,1)=2*-P6; r6_all=r6_old;
r7_old=zeros(2*N+1,1); r7_old(1,1)=2*P7; r7_old(2*N+1,1)=2*-P7;
%D=matriks di ruas kiri
D1=A1bsr+2/dt*B1bsr; D2=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D3=A1bsr+2/dt*B1bsr; D4=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D5=A1bsr+2/dt*B1bsr; D6=A1bsr+2/dt*B1bsr;
D7=A1bsr+2/dt*B1bsr;
%E=Matriks di ruas kanan
E1=A1bsr-2/dt*B1bsr; E2=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E3=A1bsr-2/dt*B1bsr; E4=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E5=A1bsr-2/dt*B1bsr; E6=A1bsr-2/dt*B1bsr;
E7=A1bsr-2/dt*B1bsr; r1_new=D1\r1_old;
r1_all=[r1_all r1_new]; r1_old=r1_new; r2_new=D2\r2_old;
r2_all=[r2_all r2_new]; r2_old=r2_new; r3_new=D3\r3_old;
r3_all=[r3_all r3_new]; r3_old=r3_new; r4_new=D4\r4_old;
r4_all=[r4_all r4_new]; r4_old=r4_new; r5_new=D5\r5_old;
r5_all=[r5_all r5_new]; r5_old=r5_new; r6_new=D6\r6_old;
r6_all=[r6_all r6_new]; r6_old=r6_new; r7_new=D7\r7_old;
r7_all=[r7_all r7_new]; r7_old=r7_new;
%Penyelesaian dalam waktu for i=1:t

```

```

r1_new=D1\(-E1*r1_old); r1_all=[r1_all r1_new]; r1_old=r1_new;
r2_new=D2\(-E2*r2_old); r2_all=[r2_all r2_new]; r2_old=r2_new;
r3_new=D3\(-E3*r3_old); r3_all=[r3_all r3_new]; r3_old=r3_new;
r4_new=D4\(-E4*r4_old); r4_all=[r4_all r4_new]; r4_old=r4_new;
r5_new=D5\(-E5*r5_old); r5_all=[r5_all r5_new]; r5_old=r5_new;
r6_new=D6\(-E6*r6_old); r6_all=[r6_all r6_new]; r6_old=r6_new;
r7_new=D7\(-E7*r7_old); r7_all=[r7_all r7_new]; r7_old=r7_new;
end; %Gauss-Seidel
T=0.0001; %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1); X0(1:2*N+1)=1.001; H=X0';
w=length(1); X1=X0; X2=X0; X3=X0; for k=1:N; for i=1:w
S1=r1_old(i)-r1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
S2=r2_old(i)-r2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-r1_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
S3=r3_old(i)-r3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-r3_new(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
X1(i)=S1/r1_new(i,i); X2(i)=S2/r2_new(i,i); X3(i)=S3/r3_new(i,i);
end; e=abs(X1-X0); error=norm(e); reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1; H=[H,X0']; if(error<T)|(reller<T); break; end; end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]); %figure;
plot(mean(r1_all),'-ob'); hold on;
plot(mean(r2_all),'-or'); hold on;
plot(mean(r3_all),'-og'); hold on;
plot(mean(r4_all),'-om'); hold on;
plot(mean(r5_all),'-oy'); hold on;
plot(mean(r6_all),'-oc'); hold on;
plot(mean(r7_all),'-ok'); hold on;
title('Grafik Kecepatan Aliran Darah Arteri Perifer Dipengaruhi
Ketebalan Plak','bold','fontsize',14);
xlabel('Waktu(s)','bold','fontsize',12);
ylabel('Kecepatan(m/s)','bold','fontsize',12);

```

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.1 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan diameter *stent* 0.475cm dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38077	0.38081	0.38093	0.38092	0.39949	0.39962	0.39971	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38083	0.38094	0.38106	0.38104	0.39952	0.39971	0.39984	0.40010	0.40007	0.00003
3	0.38080	0.38085	0.38098	0.38101	0.39941	0.39969	0.39979	0.40010	0.40011	0.00001
4	0.38152	0.38162	0.38160	0.38171	0.39994	0.40007	0.40015	0.40030	0.40032	0.00002
5	0.38195	0.38208	0.38211	0.38219	0.40021	0.40034	0.40047	0.40060	0.40061	0.00001
6	0.38226	0.38238	0.38247	0.38256	0.40057	0.40065	0.40077	0.40090	0.40093	0.00003
7	0.38256	0.38264	0.38277	0.38272	0.40086	0.40096	0.40108	0.40120	0.40121	0.00001
8	0.38302	0.38310	0.38328	0.38333	0.40133	0.40147	0.40154	0.40170	0.40172	0.00002
9	0.38369	0.38373	0.38382	0.38387	0.40192	0.40207	0.40215	0.40230	0.40234	0.00004
10	0.38571	0.38582	0.38582	0.38594	0.49270	0.40282	0.40291	0.40310	0.40315	0.00005
11	0.38658	0.38669	0.38664	0.38676	0.40353	0.40368	0.40374	0.40390	0.40391	0.00001
12	0.38756	0.38767	0.38761	0.38774	0.40453	0.40464	0.40470	0.40490	0.40495	0.00005
13	0.38868	0.38870	0.38879	0.38885	0.40560	0.40575	0.40582	0.40600	0.40602	0.00002
14	0.38981	0.38991	0.38998	0.39009	0.40687	0.40694	0.40700	0.40720	0.40723	0.00003
15	0.39090	0.39101	0.39107	0.39113	0.40791	0.40806	0.40813	0.40830	0.40834	0.00004
16	0.39184	0.39195	0.39193	0.39201	0.40888	0.40890	0.40908	0.40920	0.40923	0.00003
17	0.39257	0.39262	0.39262	0.39274	0.40957	0.40965	0.40973	0.40990	0.40992	0.00002
18	0.39283	0.39296	0.39292	0.39305	0.40986	0.40990	0.41008	0.41020	0.41022	0.00002
19	0.39278	0.39287	0.39286	0.39296	0.40972	0.40981	0.40995	0.41010	0.41011	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203			
20		0.39226	0.39232	0.39238	0.39244	0.40923	0.40935	0.40948	0.40960	0.40961	0.00001	
21		0.39142	0.39157	0.39150	0.39169	0.40842	0.40856	0.40861	0.40880	0.40883	0.00003	
22		0.39037	0.39043	0.39049	0.39050	0.40737	0.40741	0.40759	0.40770	0.40775	0.00005	
23		0.38928	0.38931	0.38940	0.38947	0.40621	0.40637	0.40644	0.40660	0.40662	0.00002	
24		0.38811	0.38820	0.38827	0.38831	0.40510	0.40523	0.40537	0.40550	0.40551	0.00001	
25		0.38703	0.38718	0.38721	0.38723	0.40406	0.40410	0.40423	0.40440	0.40441	0.00001	
26		0.38614	0.38619	0.38622	0.38632	0.40319	0.40324	0.40330	0.40350	0.40353	0.00003	
27		0.38539	0.38541	0.38543	0.38558	0.40234	0.40247	0.40252	0.40270	0.40272	0.00002	
28		0.38460	0.38471	0.38479	0.38483	0.40161	0.40177	0.40188	0.40200	0.40204	0.00004	
29		0.38429	0.38461	0.38467	0.38494	0.40141	0.40153	0.40161	0.40170	0.40172	0.00002	
30		0.38411	0.38427	0.38430	0.38434	0.40118	0.40121	0.40136	0.40150	0.40151	0.00005	
31		0.38366	0.38370	0.38376	0.38387	0.40065	0.40072	0.40089	0.40100	0.40101	0.00001	
32		0.38330	0.38341	0.38345	0.38350	0.40033	0.40040	0.40057	0.40070	0.40069	0.00001	
33		0.38302	0.38319	0.38319	0.38328	0.40007	0.40019	0.40021	0.40040	0.40042	0.00002	
34		0.38288	0.38291	0.38298	0.38301	0.39980	0.39994	0.40008	0.40020	0.40022	0.00002	
35		0.38088	0.38094	0.38101	0.38108	0.39959	0.39973	0.39986	0.40000	0.40001	0.00001	
N o d e													



LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.2 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan diameter *stent* 0.400cm dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38088	0.38101	0.38115	0.38128	0.39979	0.39986	0.39993	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38098	0.38111	0.38125	0.38138	0.39989	0.39996	0.40003	0.40010	0.40007	0.00003
3	0.38108	0.38121	0.38135	0.38148	0.39999	0.40006	0.40013	0.40020	0.40011	0.00001
4	0.38118	0.38131	0.38145	0.38158	0.40009	0.40016	0.40023	0.40030	0.40032	0.00002
5	0.38158	0.38171	0.38185	0.38198	0.40049	0.40056	0.40063	0.40070	0.40061	0.00001
6	0.38198	0.38211	0.38225	0.38238	0.40089	0.40096	0.40103	0.40110	0.40093	0.00003
7	0.38248	0.38261	0.38275	0.38288	0.40139	0.40146	0.40153	0.40160	0.40121	0.00001
8	0.38318	0.38331	0.38345	0.38358	0.40209	0.40216	0.40223	0.40230	0.40172	0.00002
9	0.38408	0.38421	0.38435	0.38448	0.40299	0.40306	0.40313	0.40320	0.40234	0.00004
10	0.38518	0.38531	0.38545	0.38558	0.40409	0.40416	0.40423	0.40430	0.40315	0.00005
11	0.38658	0.38671	0.38685	0.38698	0.40549	0.40556	0.40563	0.40570	0.40391	0.00001
12	0.38828	0.38841	0.38855	0.38868	0.40719	0.40726	0.40733	0.40740	0.40495	0.00005
13	0.39028	0.39041	0.39055	0.39068	0.40919	0.40926	0.40933	0.40940	0.40602	0.00002
14	0.39248	0.39261	0.39275	0.39288	0.41139	0.41146	0.41153	0.41160	0.40723	0.00003
15	0.39468	0.39481	0.39495	0.39508	0.41359	0.41366	0.41373	0.41380	0.40834	0.00004
16	0.39668	0.39681	0.39695	0.39708	0.41559	0.41566	0.41573	0.41580	0.40923	0.00003
17	0.39818	0.39831	0.39845	0.39858	0.41709	0.41716	0.41723	0.41730	0.40992	0.00002
18	0.39888	0.39901	0.39915	0.39928	0.41779	0.41786	0.41793	0.41800	0.41022	0.00002
19	0.39868	0.39881	0.39895	0.39908	0.41759	0.41766	0.41773	0.41780	0.41011	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	Error
20		0.39756	0.39771	0.39783	0.39791	0.41643	0.41655	0.41669	0.41670	0.41671	0.00001
21		0.39574	0.39597	0.39602	0.39614	0.41464	0.41471	0.41486	0.41490	0.41487	0.00003
22		0.39353	0.39376	0.39383	0.39397	0.41249	0.41253	0.41265	0.41270	0.41272	0.00002
23		0.39137	0.39154	0.39165	0.39179	0.41020	0.41037	0.41042	0.41050	0.41051	0.00001
24		0.38928	0.38943	0.38951	0.38965	0.40817	0.40822	0.40832	0.40840	0.40842	0.00002
25		0.38730	0.38759	0.38765	0.38778	0.40628	0.40639	0.40641	0.40650	0.40651	0.00001
26		0.38581	0.38608	0.38610	0.38620	0.40473	0.40480	0.40495	0.40500	0.40504	0.00004
27		0.38451	0.38479	0.38486	0.38490	0.40344	0.40355	0.40366	0.40370	0.40371	0.00001
28		0.38350	0.38370	0.38384	0.38391	0.40247	0.40256	0.40267	0.40270	0.40271	0.00001
29		0.38329	0.38355	0.38347	0.38364	0.40169	0.40183	0.40211	0.40230	0.40232	0.00002
30		0.38277	0.38291	0.38307	0.38313	0.40166	0.40178	0.40184	0.40190	0.40191	0.00001
31		0.38219	0.38234	0.38247	0.38252	0.40101	0.40113	0.40123	0.40130	0.40134	0.00003
32		0.38165	0.38183	0.38199	0.38204	0.40051	0.40062	0.40072	0.40080	0.40082	0.00002
33		0.38134	0.38152	0.38160	0.38175	0.40022	0.40035	0.40041	0.40050	0.40055	0.00005
34		0.38113	0.38132	0.38143	0.38156	0.40008	0.40011	0.40020	0.40030	0.40031	0.00001
35		0.38089	0.38106	0.38115	0.38126	0.39975	0.39983	0.39997	0.40000	0.40001	0.00001

N o d e

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.3 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan diameter *stent* 0.325cm dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38088	0.38101	0.38115	0.38128	0.39979	0.39986	0.39993	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38098	0.38111	0.38125	0.38138	0.39989	0.39996	0.40003	0.40010	0.40007	0.00003
3	0.38108	0.38121	0.38135	0.38148	0.39999	0.40006	0.40013	0.40020	0.40011	0.00001
4	0.38128	0.38141	0.38155	0.38168	0.40019	0.40026	0.40033	0.40040	0.40032	0.00002
5	0.38168	0.38181	0.38195	0.38208	0.40059	0.40066	0.40073	0.40080	0.40061	0.00001
6	0.38218	0.38231	0.38245	0.38258	0.40109	0.40116	0.40123	0.40130	0.40093	0.00003
7	0.38288	0.38301	0.38315	0.38328	0.40179	0.40186	0.40193	0.40200	0.40121	0.00001
8	0.38378	0.38391	0.38405	0.38418	0.40269	0.40276	0.40283	0.40290	0.40172	0.00002
9	0.38508	0.38521	0.38535	0.38548	0.40399	0.40406	0.40413	0.40420	0.40234	0.00004
10	0.38678	0.38691	0.38705	0.38718	0.40569	0.40576	0.40583	0.40590	0.40315	0.00005
11	0.38898	0.38911	0.38925	0.38938	0.40789	0.40796	0.40803	0.40810	0.40391	0.00001
12	0.39188	0.39201	0.39215	0.39228	0.41079	0.41086	0.41093	0.41100	0.40495	0.00005
13	0.39538	0.39551	0.39565	0.39578	0.41429	0.41436	0.41443	0.41450	0.40602	0.00002
14	0.39958	0.39971	0.39985	0.39998	0.41849	0.41856	0.41863	0.41870	0.40723	0.00003
15	0.40418	0.40431	0.40445	0.40458	0.42309	0.42316	0.42323	0.42330	0.40834	0.00004
16	0.40848	0.40861	0.40875	0.40888	0.42739	0.42746	0.42753	0.42760	0.40923	0.00003
17	0.41188	0.41201	0.41215	0.41228	0.43079	0.43086	0.43093	0.43100	0.40992	0.00002
18	0.41358	0.41371	0.41385	0.41398	0.43249	0.43256	0.43263	0.43270	0.41022	0.00002
19	0.41308	0.41321	0.41335	0.41348	0.43199	0.43206	0.43213	0.43220	0.41011	0.00001

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	Error
20		0.41051	0.41072	0.41080	0.41091	0.42947	0.42953	0.42964	0.42970	0.42971	0.00001
21		0.40643	0.40664	0.40677	0.40682	0.42535	0.42545	0.42554	0.42560	0.42563	0.00003
22		0.40185	0.40206	0.40217	0.40224	0.42073	0.42081	0.42092	0.42100	0.42102	0.00002
23		0.39743	0.39762	0.39775	0.39787	0.41636	0.41642	0.41651	0.41660	0.41662	0.00002
24		0.39342	0.39363	0.39372	0.39388	0.41236	0.41245	0.41255	0.41260	0.41261	0.00001
25		0.39027	0.39043	0.39059	0.39069	0.40911	0.40928	0.40938	0.40940	0.40945	0.00005
26		0.38779	0.38790	0.38805	0.38810	0.40663	0.40670	0.40680	0.40690	0.40694	0.00004
27		0.38572	0.38597	0.38604	0.38610	0.40464	0.40476	0.40488	0.40490	0.40491	0.00001
28		0.38430	0.38456	0.38461	0.38471	0.40322	0.40336	0.40346	0.40350	0.40355	0.00005
29		0.38379	0.38392	0.38417	0.38444	0.40241	0.40269	0.40281	0.40300	0.40302	0.00002
30		0.38320	0.38349	0.38351	0.38362	0.40219	0.40227	0.40235	0.40240	0.40241	0.00001
31		0.38241	0.38269	0.38272	0.38283	0.40132	0.40148	0.40153	0.40160	0.40162	0.00002
32		0.38182	0.38201	0.38213	0.38225	0.40078	0.40086	0.40092	0.40100	0.40101	0.00001
33		0.38144	0.38162	0.38177	0.38186	0.40039	0.40045	0.40053	0.40060	0.40062	0.00002
34		0.38115	0.38133	0.38146	0.38156	0.40000	0.40012	0.40024	0.40030	0.40031	0.00001
35		0.38088	0.38104	0.38116	0.38128	0.39971	0.39981	0.39997	0.40000	0.40001	0.00001

No
d
e

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 50% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38275	0.38283	0.38302	0.38312	0.40002	0.40001	0.40011	0.40020	0.40023	0.00003
4	0.38316	0.38329	0.38342	0.38352	0.40042	0.40040	0.40054	0.40060	0.40058	0.00002
5	0.38362	0.38373	0.38391	0.38401	0.40097	0.40095	0.40109	0.40110	0.40112	0.00002
6	0.38423	0.38433	0.38457	0.38463	0.40155	0.40158	0.40160	0.40170	0.40171	0.00001
7	0.38519	0.38522	0.38549	0.38554	0.40240	0.40249	0.40250	0.40260	0.40261	0.00001
8	0.38611	0.38627	0.38644	0.38651	0.40340	0.40349	0.40353	0.40360	0.40362	0.00002
9	0.38741	0.38758	0.38773	0.38782	0.40471	0.40471	0.40482	0.40490	0.40494	0.00004
10	0.38892	0.38904	0.38921	0.38933	0.40622	0.40621	0.40631	0.40640	0.40643	0.00003
11	0.39077	0.39085	0.39101	0.39114	0.40804	0.40804	0.40815	0.40820	0.40822	0.00002
12	0.39267	0.39276	0.39293	0.39305	0.40995	0.40990	0.41006	0.41010	0.41011	0.00001
13	0.39463	0.39473	0.39498	0.39506	0.41196	0.41194	0.41207	0.41210	0.41211	0.00001
14	0.39672	0.39683	0.39708	0.39717	0.41402	0.41406	0.41415	0.41420	0.41422	0.00002
15	0.39874	0.39885	0.39905	0.39918	0.41602	0.41607	0.41615	0.41620	0.41621	0.00001
16	0.40052	0.40066	0.40086	0.40091	0.41781	0.41785	0.41792	0.41800	0.41803	0.00003
17	0.40183	0.40190	0.40216	0.40222	0.41914	0.41913	0.41921	0.41930	0.41931	0.00001
18	0.40270	0.40286	0.40303	0.40314	0.42006	0.42002	0.42012	0.42020	0.42022	0.00002
19	0.40300	0.40311	0.40332	0.40342	0.42038	0.42031	0.42049	0.42050	0.42049	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203			
20		0.40187	0.40191	0.40214	0.40222	0.41912	0.41918	0.41925	0.42010	0.42012	0.00002	
21		0.40171	0.40183	0.40205	0.40212	0.41902	0.41901	0.41913	0.41920	0.41921	0.00001	
22		0.40023	0.40034	0.40057	0.40061	0.41751	0.41750	0.41767	0.41770	0.41771	0.00001	
23		0.39845	0.39855	0.39871	0.39880	0.41574	0.41577	0.41585	0.41590	0.41595	0.00005	
24		0.39647	0.39655	0.39672	0.39687	0.41375	0.41375	0.41389	0.41390	0.41392	0.00002	
25		0.39433	0.39446	0.39469	0.39476	0.41166	0.41164	0.41176	0.41180	0.41181	0.00001	
26		0.39232	0.39248	0.39260	0.39270	0.40969	0.40964	0.40973	0.40980	0.40982	0.00002	
27		0.39041	0.39050	0.39071	0.39084	0.40772	0.40773	0.40783	0.40790	0.40793	0.00003	
28		0.38879	0.38882	0.38902	0.38919	0.40600	0.40605	0.40618	0.40620	0.40621	0.00001	
29		0.38726	0.38733	0.38753	0.38769	0.40451	0.40458	0.40464	0.40470	0.40471	0.00001	
30		0.38602	0.38611	0.38634	0.38648	0.40338	0.40337	0.40347	0.40350	0.40351	0.00001	
31		0.38493	0.38502	0.38522	0.38532	0.40222	0.40229	0.40231	0.40240	0.40241	0.00001	
32		0.38411	0.38423	0.38449	0.38451	0.40143	0.40147	0.40151	0.40160	0.40162	0.00002	
33		0.38350	0.38361	0.38387	0.38394	0.40087	0.40080	0.40092	0.40100	0.40103	0.00003	
34		0.38300	0.38312	0.38334	0.38347	0.40037	0.40031	0.40046	0.40050	0.40052	0.00002	
35		0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001	

No
d
e

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 55% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001
4	0.38314	0.38321	0.38344	0.38351	0.40040	0.40048	0.40055	0.40060	0.40062	0.00002
5	0.38379	0.38381	0.38408	0.38414	0.40109	0.40109	0.40111	0.40120	0.40122	0.00002
6	0.38446	0.38450	0.38471	0.38485	0.40172	0.40172	0.40180	0.40190	0.40194	0.00004
7	0.38545	0.38553	0.38579	0.38589	0.40277	0.40271	0.40283	0.40290	0.40288	0.00002
8	0.38668	0.38678	0.38699	0.38701	0.40398	0.40390	0.40404	0.40410	0.40411	0.00001
9	0.38813	0.38825	0.38840	0.38852	0.40543	0.40542	0.40552	0.40560	0.40562	0.00002
10	0.38981	0.38994	0.39013	0.39027	0.40712	0.40713	0.40721	0.40730	0.40726	0.00004
11	0.39192	0.39209	0.39226	0.39238	0.40920	0.40925	0.40935	0.40940	0.40941	0.00001
12	0.39420	0.39432	0.39455	0.39464	0.41152	0.41152	0.41166	0.41170	0.41172	0.00002
13	0.39674	0.39681	0.39707	0.39710	0.41403	0.41401	0.41418	0.41420	0.41421	0.00001
14	0.39935	0.39942	0.39967	0.39970	0.41665	0.41661	0.41677	0.41680	0.41682	0.00002
15	0.40183	0.40190	0.40214	0.40224	0.41915	0.41918	0.41929	0.41930	0.41932	0.00002
16	0.40322	0.40335	0.40355	0.40362	0.42058	0.42056	0.42065	0.42150	0.42151	0.00001
17	0.40587	0.40594	0.40619	0.40621	0.42310	0.42317	0.42322	0.42330	0.42331	0.00001
18	0.40702	0.40712	0.40733	0.40743	0.42431	0.42437	0.42441	0.42450	0.42451	0.00001
19	0.40736	0.40743	0.40762	0.40771	0.42469	0.42465	0.42472	0.42480	0.42481	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	Error
20		0.40617	0.40629	0.40644	0.40659	0.42342	0.42348	0.42355	0.42440	0.42441	0.00001
21		0.40561	0.40571	0.40595	0.40606	0.42291	0.42291	0.42301	0.42310	0.42312	0.00002
22		0.40384	0.40394	0.40411	0.40423	0.42116	0.42110	0.42123	0.42130	0.42131	0.00001
23		0.40145	0.40155	0.40172	0.40184	0.41877	0.41879	0.41889	0.41890	0.41893	0.00003
24		0.39896	0.39906	0.39920	0.39937	0.41628	0.41627	0.41634	0.41640	0.41639	0.00001
25		0.39639	0.39649	0.39660	0.39677	0.41365	0.41363	0.41377	0.41380	0.41378	0.00002
26		0.39380	0.39398	0.39412	0.39426	0.41114	0.41112	0.41125	0.41130	0.41131	0.00001
27		0.39167	0.39177	0.39193	0.39205	0.40899	0.40891	0.40902	0.40910	0.40912	0.00002
28		0.38968	0.38973	0.38997	0.39003	0.40692	0.40695	0.40700	0.40710	0.40711	0.00001
29		0.38781	0.38794	0.38818	0.38822	0.40511	0.40510	0.40522	0.40530	0.40531	0.00001
30		0.38642	0.38655	0.38674	0.38681	0.40370	0.40377	0.40382	0.40390	0.40392	0.00002
31		0.38523	0.38536	0.38554	0.38561	0.40250	0.40258	0.40261	0.40270	0.40265	0.00005
32		0.38434	0.38440	0.38462	0.38470	0.40163	0.40164	0.40176	0.40180	0.40181	0.00001
33		0.38369	0.38378	0.38391	0.38408	0.40092	0.40094	0.40105	0.40110	0.40112	0.00002
34		0.38314	0.38321	0.38344	0.38351	0.40040	0.40048	0.40055	0.40060	0.40062	0.00002
35		0.38275	0.38283	0.38302	0.38312	0.40002	0.40001	0.40011	0.40020	0.40023	0.00003

No
d
e

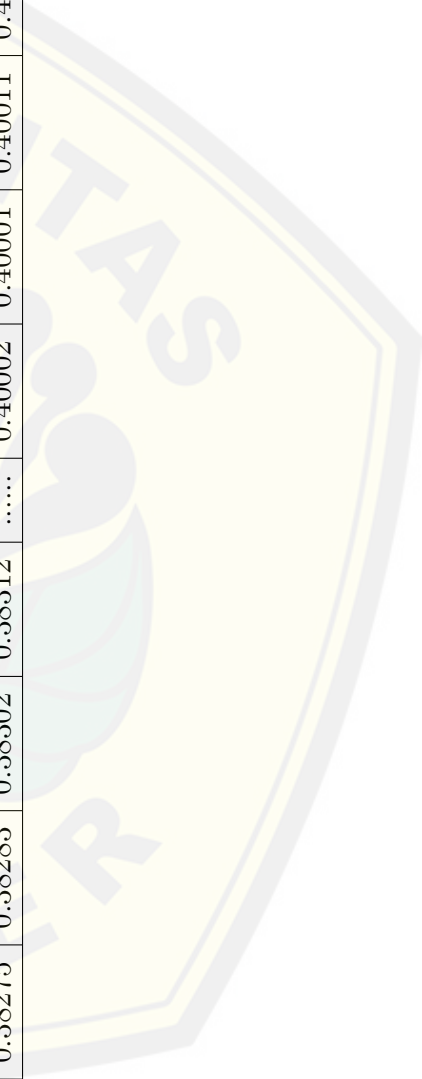
LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 60% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001
4	0.38326	0.38339	0.38351	0.38363	0.40051	0.40058	0.40064	0.40070	0.40071	0.00001
5	0.38384	0.38390	0.38414	0.38424	0.40119	0.40115	0.40127	0.40130	0.40132	0.00002
6	0.38465	0.38472	0.38491	0.38505	0.40195	0.40198	0.40204	0.40210	0.40211	0.00001
7	0.38572	0.38585	0.38601	0.38616	0.40307	0.40309	0.40315	0.40320	0.40324	0.00004
8	0.38718	0.38726	0.38749	0.38757	0.40447	0.40449	0.40456	0.40460	0.40463	0.00003
9	0.38888	0.38896	0.38916	0.38927	0.40618	0.40611	0.40627	0.40630	0.40629	0.00001
10	0.39084	0.39092	0.39112	0.39122	0.40814	0.40811	0.40827	0.40830	0.40832	0.00002
11	0.39320	0.39339	0.39353	0.39368	0.41055	0.41054	0.41062	0.41070	0.41072	0.00002
12	0.39603	0.39611	0.39637	0.39644	0.41331	0.41330	0.41348	0.41350	0.41348	0.00002
13	0.39902	0.39918	0.39934	0.39945	0.41634	0.41634	0.41644	0.41650	0.41651	0.00001
14	0.40229	0.40236	0.40256	0.40264	0.41950	0.41956	0.41965	0.41970	0.41974	0.00004
15	0.40547	0.40558	0.40574	0.40586	0.42272	0.42277	0.42284	0.42290	0.42292	0.00002
16	0.40750	0.40761	0.40785	0.40790	0.42480	0.42485	0.42496	0.42580	0.42581	0.00001
17	0.41061	0.41070	0.41099	0.41105	0.42793	0.42793	0.42800	0.42810	0.42811	0.00001
18	0.41201	0.41214	0.41233	0.41240	0.42938	0.42932	0.42945	0.42950	0.42952	0.00002
19	0.41255	0.41267	0.41281	0.41291	0.42983	0.42981	0.42990	0.43000	0.43001	0.00001

N o d e

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203			
20		0.41110	0.41127	0.41143	0.41153	0.42841	0.42846	0.42852	0.42940	0.42939	0.00001	
21		0.41037	0.41041	0.41064	0.41077	0.42764	0.42767	0.42771	0.42780	0.42782	0.00002	
22		0.40795	0.40802	0.40825	0.40835	0.42525	0.42528	0.42534	0.42540	0.42541	0.00001	
23		0.40494	0.40509	0.40525	0.40539	0.42226	0.42225	0.42235	0.42240	0.42241	0.00001	
24		0.40184	0.40190	0.40216	0.40226	0.41919	0.41914	0.41926	0.41930	0.41933	0.00003	
25		0.39863	0.39871	0.39898	0.39903	0.41598	0.41599	0.41609	0.41610	0.41612	0.00002	
26		0.39565	0.39572	0.39590	0.39603	0.41297	0.41292	0.41302	0.41310	0.41308	0.00002	
27		0.39298	0.39303	0.39322	0.39338	0.41023	0.41021	0.41030	0.41040	0.41042	0.00002	
28		0.39057	0.39064	0.39083	0.39094	0.40784	0.40780	0.40791	0.40800	0.40801	0.00001	
29		0.38859	0.38862	0.38881	0.38897	0.40585	0.40580	0.40598	0.40600	0.40603	0.00003	
30		0.38687	0.38699	0.38712	0.38721	0.40416	0.40413	0.40422	0.40430	0.40436	0.00004	
31		0.38550	0.38567	0.38583	0.38591	0.40280	0.40282	0.40293	0.40300	0.40302	0.00002	
32		0.38451	0.38464	0.38481	0.38492	0.40188	0.40180	0.40197	0.40200	0.40201	0.00001	
33		0.38373	0.38385	0.38402	0.38416	0.40101	0.40102	0.40117	0.40120	0.40121	0.00001	
34		0.38314	0.38321	0.38344	0.38351	0.40040	0.40048	0.40055	0.40060	0.40062	0.00002	
35		0.38275	0.38283	0.38302	0.38312	0.40002	0.40001	0.40011	0.40020	0.40023	0.00003	
N o d e													



LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 65% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001
4	0.38326	0.38339	0.38351	0.38363	0.40051	0.40058	0.40064	0.40070	0.40071	0.00001
5	0.38394	0.38404	0.38424	0.38430	0.40125	0.40127	0.40139	0.40140	0.40139	0.00001
6	0.38481	0.38495	0.38515	0.38522	0.40218	0.40214	0.40225	0.40230	0.40233	0.00003
7	0.38601	0.38612	0.38636	0.38645	0.40339	0.40335	0.40347	0.40350	0.40351	0.00001
8	0.38759	0.38768	0.38787	0.38796	0.40489	0.40486	0.40497	0.40500	0.40502	0.00002
9	0.38956	0.38968	0.38987	0.38996	0.40681	0.40687	0.40698	0.40700	0.40704	0.00004
10	0.39182	0.39194	0.39212	0.39222	0.40911	0.40917	0.40924	0.40930	0.40925	0.00005
11	0.39473	0.39480	0.39508	0.39519	0.41204	0.41202	0.41215	0.41220	0.41221	0.00001
12	0.39807	0.39813	0.39834	0.39841	0.41530	0.41538	0.41541	0.41550	0.41555	0.00005
13	0.40164	0.40172	0.40195	0.40208	0.41894	0.41894	0.41904	0.41910	0.41912	0.00002
14	0.40566	0.40579	0.40594	0.40606	0.42296	0.42295	0.42300	0.42310	0.42313	0.00003
15	0.40954	0.40967	0.40986	0.40998	0.42687	0.42684	0.42692	0.42700	0.42704	0.00004
16	0.41245	0.41250	0.41270	0.41281	0.42975	0.42976	0.42980	0.43070	0.43073	0.00003
17	0.41629	0.41631	0.41655	0.41660	0.43353	0.43350	0.43363	0.43370	0.43368	0.00002
18	0.41813	0.41821	0.41840	0.41854	0.43542	0.43545	0.43558	0.43560	0.43562	0.00002
19	0.41871	0.41885	0.41901	0.41917	0.43601	0.43600	0.43613	0.43620	0.43621	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-											Eksak	Error			
		1	2	3	4	200	201	202	203	200	201	202	203	Eksak	Error
20		0.41717	0.41721	0.41743	0.41750	0.43442	0.43443	0.43456	0.43540	0.43442	0.43443	0.43456	0.43540	0.43541	0.00001
21		0.41581	0.41594	0.41614	0.41627	0.43311	0.43317	0.43327	0.43330	0.43311	0.43317	0.43327	0.43330	0.43333	0.00003
22		0.41272	0.41285	0.41305	0.41315	0.43004	0.43005	0.43018	0.43020	0.43004	0.43005	0.43018	0.43020	0.43022	0.00002
23		0.40909	0.40916	0.40935	0.40944	0.42635	0.42639	0.42645	0.42650	0.42635	0.42639	0.42645	0.42650	0.42652	0.00002
24		0.40500	0.40519	0.40536	0.40544	0.42236	0.42236	0.42244	0.42250	0.42236	0.42236	0.42244	0.42250	0.42251	0.00001
25		0.40111	0.40128	0.40148	0.40153	0.41849	0.41843	0.41859	0.41860	0.41849	0.41843	0.41859	0.41860	0.41855	0.00005
26		0.39752	0.39767	0.39780	0.39795	0.41482	0.41483	0.41492	0.41500	0.41482	0.41483	0.41492	0.41500	0.41504	0.00004
27		0.39423	0.39433	0.39452	0.39468	0.41150	0.41158	0.41161	0.41170	0.41150	0.41158	0.41161	0.41170	0.41169	0.00001
28		0.39154	0.39164	0.39183	0.39197	0.40881	0.40884	0.40890	0.40900	0.40881	0.40884	0.40890	0.40900	0.40905	0.00005
29		0.38922	0.38935	0.38951	0.38969	0.40658	0.40657	0.40660	0.40670	0.40658	0.40657	0.40660	0.40670	0.40669	0.00001
30		0.38739	0.38746	0.38762	0.38777	0.40462	0.40461	0.40473	0.40480	0.40462	0.40461	0.40473	0.40480	0.40481	0.00001
31		0.38587	0.38590	0.38613	0.38620	0.40313	0.40311	0.40322	0.40330	0.40313	0.40311	0.40322	0.40330	0.40332	0.00002
32		0.38464	0.38478	0.38491	0.38501	0.40197	0.40192	0.40200	0.40210	0.40197	0.40192	0.40200	0.40210	0.40211	0.00001
33		0.38385	0.38391	0.38412	0.38423	0.40117	0.40116	0.40122	0.40130	0.40117	0.40116	0.40122	0.40130	0.40128	0.00002
34		0.38314	0.38321	0.38344	0.38351	0.40040	0.40048	0.40055	0.40060	0.40040	0.40048	0.40055	0.40060	0.40062	0.00002
35		0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001

N o d e

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 70% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001
4	0.38337	0.38342	0.38363	0.38371	0.40069	0.40064	0.40070	0.40080	0.40081	0.00001
5	0.38404	0.38414	0.38430	0.38444	0.40137	0.40139	0.40145	0.40150	0.40154	0.00004
6	0.38505	0.38511	0.38532	0.38545	0.40234	0.40235	0.40248	0.40250	0.40249	0.00001
7	0.38636	0.38641	0.38665	0.38672	0.40365	0.40367	0.40379	0.40380	0.40382	0.00002
8	0.38807	0.38819	0.38836	0.38848	0.40536	0.40537	0.40549	0.40550	0.40547	0.00003
9	0.39027	0.39036	0.39056	0.39068	0.40757	0.40758	0.40761	0.40770	0.40771	0.00001
10	0.39302	0.39312	0.39332	0.39344	0.41037	0.41034	0.41041	0.41050	0.41049	0.00001
11	0.39638	0.39643	0.39669	0.39670	0.41362	0.41365	0.41374	0.41380	0.41381	0.00001
12	0.40024	0.40037	0.40051	0.40063	0.41758	0.41751	0.41760	0.41770	0.41772	0.00002
13	0.40465	0.40474	0.40498	0.40502	0.42194	0.42194	0.42204	0.42210	0.42214	0.00004
14	0.40954	0.40966	0.40986	0.40999	0.42685	0.42680	0.42696	0.42700	0.42705	0.00005
15	0.41446	0.41454	0.41478	0.41487	0.43174	0.43172	0.43187	0.43190	0.43191	0.00001
16	0.41820	0.41835	0.41851	0.41860	0.43556	0.43550	0.43565	0.43650	0.43652	0.00002
17	0.42295	0.42309	0.42320	0.42331	0.44020	0.44023	0.44033	0.44040	0.44044	0.00004
18	0.42530	0.42543	0.42564	0.42571	0.44265	0.44268	0.44272	0.44280	0.44282	0.00002
19	0.42611	0.42621	0.42647	0.42655	0.44340	0.44343	0.44351	0.44360	0.44361	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-											Eksak	Error			
		1	2	3	4	200	201	202	203	200	201	202	203	Eksak	Error
20		0.42433	0.42443	0.42462	0.42477	0.44161	0.44160	0.44176	0.44260	0.44161	0.44160	0.44176	0.44260	0.44262	0.00002
21		0.42244	0.42257	0.42271	0.42281	0.43974	0.43977	0.43987	0.43990	0.43974	0.43977	0.43987	0.43990	0.43988	0.00002
22		0.41845	0.41855	0.41874	0.41882	0.43575	0.43575	0.43588	0.43590	0.43575	0.43575	0.43588	0.43590	0.43594	0.00004
23		0.41375	0.41389	0.41405	0.41419	0.43106	0.43104	0.43115	0.43120	0.43106	0.43104	0.43115	0.43120	0.43125	0.00005
24		0.40886	0.40896	0.40916	0.40920	0.42619	0.42614	0.42624	0.42630	0.42619	0.42614	0.42624	0.42630	0.42631	0.00001
25		0.40408	0.40413	0.40439	0.40441	0.42138	0.42133	0.42149	0.42150	0.42138	0.42133	0.42149	0.42150	0.42152	0.00002
26		0.39960	0.39973	0.39992	0.40002	0.41697	0.41695	0.41702	0.41710	0.41697	0.41695	0.41702	0.41710	0.41707	0.00003
27		0.39582	0.39598	0.39610	0.39623	0.41313	0.41318	0.41321	0.41330	0.41313	0.41318	0.41321	0.41330	0.41331	0.00001
28		0.39253	0.39264	0.39281	0.39294	0.40984	0.40987	0.40990	0.41000	0.40984	0.40987	0.40990	0.41000	0.41002	0.00002
29		0.38991	0.39007	0.39028	0.39032	0.40725	0.40729	0.40730	0.40740	0.40725	0.40729	0.40730	0.40740	0.40741	0.00001
30		0.38782	0.38791	0.38812	0.38829	0.40516	0.40517	0.40523	0.40530	0.40516	0.40517	0.40523	0.40530	0.40534	0.00004
31		0.38613	0.38621	0.38643	0.38657	0.40340	0.40340	0.40352	0.40360	0.40340	0.40340	0.40352	0.40360	0.40362	0.00002
32		0.38481	0.38492	0.38517	0.38524	0.40218	0.40211	0.40220	0.40230	0.40218	0.40211	0.40220	0.40230	0.40231	0.00001
33		0.38392	0.38406	0.38427	0.38435	0.40121	0.40123	0.40132	0.40140	0.40121	0.40123	0.40132	0.40140	0.40141	0.00001
34		0.38326	0.38339	0.38351	0.38363	0.40051	0.40058	0.40064	0.40070	0.40051	0.40058	0.40064	0.40070	0.40071	0.00001
35		0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001

N o d e

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 75% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40024	0.40030	0.40031	0.00001
4	0.38337	0.38343	0.38361	0.38372	0.40060	0.40069	0.40079	0.40080	0.40081	0.00001
5	0.38414	0.38420	0.38444	0.38454	0.40145	0.40147	0.40155	0.40160	0.40164	0.00004
6	0.38525	0.38532	0.38555	0.38561	0.40258	0.40254	0.40267	0.40270	0.40272	0.00002
7	0.38676	0.38685	0.38702	0.38711	0.40409	0.40405	0.40417	0.40420	0.40425	0.00005
8	0.38867	0.38876	0.38898	0.38909	0.40599	0.40596	0.40608	0.40610	0.40612	0.00002
9	0.39107	0.39116	0.39138	0.39146	0.40831	0.40837	0.40844	0.40850	0.40851	0.00001
10	0.39422	0.39432	0.39454	0.39462	0.41151	0.41157	0.41165	0.41170	0.41166	0.00004
11	0.39808	0.39819	0.39830	0.39843	0.41534	0.41532	0.41541	0.41550	0.41551	0.00001
12	0.40264	0.40271	0.40293	0.40307	0.41990	0.41998	0.42004	0.42010	0.42012	0.00002
13	0.40805	0.40818	0.40832	0.40844	0.42534	0.42534	0.42540	0.42550	0.42552	0.00002
14	0.41394	0.41406	0.41429	0.41436	0.43126	0.43125	0.43132	0.43140	0.43143	0.00003
15	0.42016	0.42028	0.42047	0.42054	0.43747	0.43744	0.43750	0.43760	0.43756	0.00004
16	0.42520	0.42531	0.42550	0.42565	0.44255	0.44256	0.44263	0.44350	0.44352	0.00002
17	0.43095	0.43100	0.43121	0.43139	0.44823	0.44820	0.44838	0.44840	0.44841	0.00001
18	0.43410	0.43424	0.43441	0.43453	0.45142	0.45145	0.45153	0.45160	0.45162	0.00002
19	0.43511	0.43527	0.43545	0.43551	0.45241	0.45240	0.45251	0.45260	0.45261	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-										Eksak	Error
		1	2	3	4	200	201	202	203			
20		0.42433	0.42443	0.42466	0.42472	0.44167	0.44161	0.44170	0.45130	0.45133	0.00003	
21		0.42247	0.42254	0.42277	0.42281	0.43971	0.43974	0.43987	0.44780	0.44781	0.00001	
22		0.41845	0.41855	0.41878	0.41884	0.43572	0.43575	0.43585	0.44270	0.44278	0.00002	
23		0.41379	0.41385	0.41405	0.41415	0.43109	0.43106	0.43114	0.43680	0.43681	0.00001	
24		0.40886	0.40896	0.40914	0.40926	0.42610	0.42619	0.42624	0.43060	0.43062	0.00002	
25		0.40403	0.40418	0.40439	0.40449	0.42131	0.42138	0.42143	0.42470	0.42473	0.00003	
26		0.39963	0.39970	0.39992	0.40002	0.41692	0.41697	0.41705	0.41940	0.41941	0.00001	
27		0.39588	0.39592	0.39611	0.39620	0.41313	0.41313	0.41328	0.41490	0.41491	0.00001	
28		0.39254	0.39263	0.39280	0.39291	0.40984	0.40984	0.40997	0.41120	0.41122	0.00002	
29		0.38997	0.39001	0.39020	0.39038	0.40722	0.40725	0.40739	0.40820	0.40821	0.00001	
30		0.38781	0.38792	0.38813	0.38822	0.40519	0.40516	0.40527	0.40580	0.40581	0.00001	
31		0.38611	0.38623	0.38642	0.38653	0.40347	0.40340	0.40350	0.40390	0.40386	0.00004	
32		0.38482	0.38491	0.38510	0.38527	0.40214	0.40218	0.40221	0.40250	0.40251	0.00001	
33		0.38396	0.38402	0.38422	0.38437	0.40125	0.40121	0.40133	0.40150	0.40152	0.00002	
34		0.38326	0.38339	0.38351	0.38363	0.40051	0.40058	0.40064	0.40070	0.40071	0.00001	
35		0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001	

No
d
e

LAMPIRAN C. ITERASI GAUSS SEIDEL

C.4 Tabel iterasi kecepatan aliran darah arteri perifer dengan ketebalan plak 80% dan toleransi 10^{-4} .

	Iterasi ke-										Error
	1	2	3	4	200	201	202	203	Eksak	
1	0.38251	0.38267	0.38284	0.38290	0.39984	0.39982	0.39996	0.40000	0.40001	0.00001
2	0.38262	0.38272	0.38295	0.38308	0.39991	0.39993	0.40002	0.40010	0.40011	0.00001
3	0.38296	0.38309	0.38321	0.38333	0.40021	0.40028	0.40034	0.40040	0.40041	0.00001
4	0.38343	0.38352	0.38377	0.38383	0.40074	0.40070	0.40089	0.40090	0.40086	0.00004
5	0.38420	0.38434	0.38454	0.38463	0.40159	0.40155	0.40167	0.40170	0.40169	0.00001
6	0.38542	0.38551	0.38575	0.38583	0.40275	0.40278	0.40284	0.40290	0.40292	0.00002
7	0.38705	0.38711	0.38736	0.38743	0.40437	0.40439	0.40445	0.40450	0.40451	0.00001
8	0.38916	0.38929	0.38947	0.38953	0.40647	0.40649	0.40656	0.40660	0.40655	0.00005
9	0.39196	0.39206	0.39227	0.39233	0.40928	0.40921	0.40937	0.40940	0.40941	0.00001
10	0.39542	0.39552	0.39572	0.39583	0.41274	0.41271	0.41287	0.41290	0.41292	0.00002
11	0.39999	0.40003	0.40028	0.40033	0.41725	0.41724	0.41732	0.41740	0.41743	0.00003
12	0.40531	0.40547	0.40564	0.40573	0.42261	0.42260	0.42278	0.42280	0.42282	0.00002
13	0.41188	0.41194	0.41215	0.41223	0.42914	0.42914	0.42924	0.42930	0.42932	0.00002
14	0.41916	0.41926	0.41944	0.41953	0.43640	0.43646	0.43655	0.43660	0.43661	0.00001
15	0.42688	0.42694	0.42716	0.42723	0.44412	0.44417	0.44424	0.44430	0.44434	0.00004
16	0.43351	0.43365	0.43380	0.43394	0.45080	0.45085	0.45096	0.45180	0.45182	0.00002
17	0.44060	0.44079	0.44095	0.44103	0.45793	0.45793	0.45800	0.45810	0.45813	0.00003
18	0.44484	0.44493	0.44510	0.44523	0.46218	0.46212	0.46225	0.46230	0.46231	0.00001
19	0.44617	0.44621	0.44641	0.44653	0.46343	0.46341	0.46350	0.46360	0.46361	0.00001

N
o
d
e

		Iterasi ke-											Eksak	Error			
		1	2	3	4	200	201	202	203	200	201	202	203	Eksak	Error
20		0.44362	0.44371	0.44393	0.44407	0.46093	0.46090	0.46103	0.46190	0.46093	0.46090	0.46103	0.46190	0.46186	0.00004
21		0.43981	0.43994	0.44014	0.44021	0.45717	0.45717	0.45724	0.45730	0.45717	0.45717	0.45724	0.45730	0.45731	0.00001
22		0.43334	0.43345	0.43365	0.43372	0.45065	0.45065	0.45075	0.45080	0.45065	0.45065	0.45075	0.45080	0.45082	0.00002
23		0.42585	0.42596	0.42615	0.42629	0.44319	0.44314	0.44325	0.44330	0.44319	0.44314	0.44325	0.44330	0.44332	0.00002
24		0.41816	0.41829	0.41846	0.41850	0.43546	0.43544	0.43556	0.43560	0.43546	0.43544	0.43556	0.43560	0.43561	0.00001
25		0.41099	0.41108	0.41128	0.41131	0.42823	0.42823	0.42838	0.42840	0.42823	0.42823	0.42838	0.42840	0.42835	0.00005
26		0.40452	0.40467	0.40480	0.40492	0.42183	0.42185	0.42190	0.42200	0.42183	0.42185	0.42190	0.42200	0.42203	0.00003
27		0.39920	0.39933	0.39952	0.39963	0.41658	0.41658	0.41662	0.41670	0.41658	0.41658	0.41662	0.41670	0.41672	0.00002
28		0.39491	0.39504	0.39523	0.39534	0.41224	0.41227	0.41233	0.41240	0.41224	0.41227	0.41233	0.41240	0.41241	0.00001
29		0.39158	0.39165	0.39181	0.39192	0.40887	0.40889	0.40891	0.40900	0.40887	0.40889	0.40891	0.40900	0.40902	0.00002
30		0.38882	0.38896	0.38912	0.38929	0.40611	0.40617	0.40622	0.40630	0.40611	0.40617	0.40622	0.40630	0.40627	0.00003
31		0.38673	0.38680	0.38703	0.38717	0.40401	0.40400	0.40413	0.40420	0.40401	0.40400	0.40413	0.40420	0.40422	0.00002
32		0.38527	0.38538	0.38551	0.38564	0.40252	0.40251	0.40261	0.40270	0.40252	0.40251	0.40261	0.40270	0.40271	0.00001
33		0.38417	0.38421	0.38442	0.38455	0.40146	0.40143	0.40152	0.40160	0.40146	0.40143	0.40152	0.40160	0.40161	0.00001
34		0.38336	0.38349	0.38361	0.38373	0.40061	0.40068	0.40074	0.40080	0.40061	0.40068	0.40074	0.40080	0.40081	0.00001
35		0.38282	0.38299	0.38313	0.38322	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40011	0.40014	0.40027	0.40030	0.40031	0.00001

N o d e