

Reproduksi Visual Spasial

Kategori, Skema Berpikir serta Aplikasinya pada Masalah Jarak Titik dan Bidang

Dr. Abi Suwito, M.Pd.

**REPRODUKSI VISUAL SPASIAL ALTERNATIF PEMECAHAN MASALAH
JARAK TITIK DAN BIDANG**

Penulis:

Dr. Abi Suwito, S.Pd., M.Pd.

Editor:

Johan Wayan Dika, S.Pd., M.Pd.

Penerbit:

Bentara Pustaka

Redaksi:

Jalan Mayjen Panjaitan VIII No. 52 Kota Malang

Email: bentarapustaka@gmail.com

Instagram: @Bentara_Pustaka

Cetakan pertama, Desember 2020

ISBN: 978-602-53440-5-3

Halaman: iii, 76 hlm

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa
ijin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Subhanahu Wa Ta'ala dan shalawat serta salam kepada junjungan Nabi Muhammad Shalallahu Alaihi Wassalam, atas berkat dan rahmat Allah, buku Reproduksi Visual Spasial Kategori, Skema Berpikir serta Aplikasinya pada Masalah Jarak Titik dan Bidang ini dapat disusun dan diselesaikan dengan baik. Buku ini ditujukan bagi mahasiswa tingkat S1 dan S2 Pendidikan Matematika khususnya bidang geometri. Dengan menggunakan buku ini diharapkan mahasiswa dapat memahami ilmu tentang reproduksi visual spasial serta dapat mengembangkan penalarannya dibidang geometri.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan pada buku ini, untuk itu saran dan kritik demi kemajuan isinya sangat kami harapkan.

Jember, 17 Oktober 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI.....	iii
BAB 1 Pendahuluan	
1.1. Kendala Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri serta Solusinya	2
1.2. Pentingnya Kemampuan Visual Spasial dalam Geometri.....	4
BAB 2 Kemampuan Visual Spasial	
2.1. Berpikir Visual	9
2.2. Berpikir Spasial	10
2.3. Karakter Visual Spasial	12
2.4. Pemecahan Masalah	14
BAB 3 Komponen Kemampuan Visual Spasial dalam Menyelesaikan Masalah Jarak Titik dan Bidang	
BAB 4 Reproduksi Visual Spasial	
BAB 5 Kategori Reproduksi Visual Spasial	
5.1. Reproduksi Visual Spasial Imitasi.....	25
5.2. Reproduksi Visual Spasial Kreatif	29
BAB 6 Skema Berpikir Reproduksi Visual Spasial	
BAB 7 Aplikasi Reproduksi Visual Spasial pada Masalah Jarak Titik dan Bidang	
7.1. Aplikasi Reproduksi Visual Spasial Imitasi pada Masalah Jarak Titik dan Bidang	48
7.2. Aplikasi Reproduksi Visual Spasial Kreatif pada Masalah Jarak Titik dan Bidang	58
7.3. Aplikasi Reproduksi Visual Spasial Aljabar pada Masalah Jarak Titik dan Bidang	60
RIWAYAT HIDUP.....	76

BAB 1. PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu pelajaran yang penting untuk dipelajari. Fitri (2017) menjelaskan matematika mempunyai peran penting dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Hal ini diperkuat dengan pendapat yang disampaikan oleh Hollebrands (2003), yang mengungkapkan alasan dalam mempelajari matematika ialah memberikan kesempatan bagi siswa untuk berpikir tentang konsep-konsep penting matematika, menyediakan konteks di mana siswa dapat melihat sebagai ilmu yang berhubungan dan memberikan kesempatan bagi siswa dalam penalaran tingkat tinggi. Adapun jenis topik yang kemudian dibahas pada matematika ialah terdiri dari aljabar, analisis dan geometri (Hamzah & Muhlisrarini, 2014).

Matematika sebagian besar terdiri dari konsep abstrak, oleh karena itu pembelajaran matematika dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari. Matematika merupakan salah satu cara untuk menjamin ungkapan pemikiran dalam bentuk, tanda dan simbol serta keakuratannya, yang dibuktikan dengan cara intuitif dan logis. Ide yang diungkapkan dalam matematika membantu gagasan yang dipahami dengan lebih baik dan dapat memperbaiki sistem berpikir siswa. Setiap siswa memiliki kemampuan matematika yang berbeda-beda sehingga perkembangan kemampuan berpikir siswa dalam belajar matematika berbeda pula. Perbedaan tersebut menyebabkan perbedaan penguasaan pemahaman konsep yang dialami sebagai akibat dari berbagai faktor yang mempengaruhinya. Usaha pengembangan pemahaman konsep siswa dapat dilakukan salah satunya dengan mengetahui proses berpikir siswa. Berkenaan dengan proses berpikir, terdapat peneliti yang melakukan penelitian-penelitian tentang berpikir geometri (Ekanayake, dkk., 2003; Patsiomitou, 2008; Meng, 2009; Pittalis, dkk. 2009).

Materi geometri salah satu materi matematika sekolah yang tertuang pada NCTM. NCTM (2000) menjelaskan bahwa terdapat dua standar matematika sekolah, yaitu standar isi dan standar proses matematika sekolah. Standar isi tersebut memuat materi yang diajarkan di sekolah yaitu, aljabar, geometri, pengukuran, analisis data dan probabilitistik. Hal ini menguatkan bahwa bahwa

pentingnya materi geometri diberikan pada jenjang sekolah. Selanjutnya NCTM (2000) dan (Schackow & Thompson, 2005) juga menjelaskan bahwa agar pada pembelajaran geometri siswa mampu untuk memvisualisasikan, menggambarkan, serta membandingkan bangun-bangun geometri dalam berbagai posisi, sehingga siswa mampu memahaminya. Menurut Badan Penelitian Pengembangan & Kemdikbud (2013), dalam pelaksanaan pembelajaran siswa diberikan kebebasan berpikir memahami masalah, strategi yang digunakan dalam pemecahan masalah dan kebebasan dalam pengajuan ide. Untuk itu diharapkan pembelajaran geometri yang dilakukan di kelas melibatkan aktivitas visualisasi, penggambaran maupun penggunaan konsep yang digunakan dalam memecahkan masalah. Abstraksi gambar tersebut menjadi penting sebelum melanjutkan ke tahap penerapan konsep. Upaya yang tepat untuk membantu abstraksi tersebut adalah dengan adanya reproduksi visual spasial, selanjutnya konsep yang digunakan dapat berupa Pythagoras dan kesebangunan.

1.1. Kendala Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri serta Solusinya

Di Indonesia pentingnya geometri tampak pada penempatan materi geometri dalam proporsi yang relatif banyak dalam kurikulum. Pada tingkatan sekolah dasar dari kelas 1 sampai dengan kelas 6, geometri dan pengukuran mejadi suatu kompetensi dasar yang wajib diberikan. Pada tingkatan Sekolah Menengah Pertama (SMP), sekitar 42% materi yang diajarkan berupa materi geometri. Untuk kelas VII, ada dua dari enam standar kompetensi yang berisikan materi geometri. Untuk kelas VIII, ada tiga dari lima standar kompetensi yang berisikan materi geometri. Berdasarkan standar isi tingkat SD dan SMP, geometri dan pengukuran selalu terkait dengan konsep, panjang, jarak, besar sudut, luas, keliling dan volume bangun- bangun geometri. Begitu juga pada tingkat SMA, di setiap jenjang terdapat geometri yang dipelajari oleh siswa SMA.

Kutluca (2013)mengatakan bahwa geometri merupakan materi yang penting pada matematika. Van de Walle (2001) juga mengungkapkan pentingnya mempelajari geometri, yaitu: geometri sangat berhubungan erat dengan kehidupan

sehari-hari, geometri dapat mengembangkan keterampilan pemecahan masalah, geometri memainkan peran penting dalam mempelajari cabang matematika lainnya, geometri dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan mempelajari geometri sangat menyenangkan. Selain itu menurut Clements & Battista (1992) berpendapat bahwa untuk berpikir geometri diperlukan level berpikir matematika tingkat tinggi. Ekanayake, dkk. (2003) mengatakan bahwa geometri telah diakui sebagai materi untuk memecahkan masalah dalam berbagai situasi kehidupan nyata. Kurangnya pemahaman dalam pembelajaran geometri sering menyebabkan keputusasaan di kalangan siswa, yang akhirnya menyebabkan kinerja yang buruk dalam mempelajari geometri (Idris, 2009). Panaoura & Gagatsis (2009) mengatakan bahwa untuk mengetahui tingkat pemahaman geometri siswa, guru dapat melihat dari hasil belajar siswa. Noparit (2014) mengemukakan bahwa geometri memainkan peran penting dalam kurikulum matematika sekolah. Menurut Budiarto (2000) tujuan pembelajaran geometri adalah untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis, mengembangkan intuisi keruangan, menanam pengetahuan untuk menunjang materi yang lain, dan dapat membaca serta menginterpretasikan argumen-argumen matematika. Silver & Stein (2005) menjelaskan bahwa soal geometri yang melibatkan analisis, refleksi dan investigasi dapat meningkatkan kedalaman berpikir siswa ketika mempelajari materi geometri.

Selain pendapat yang telah dikemukakan, ada beberapa pendapat yang mendukung mengenai pentingnya mempelajari geometri. Pendapat tersebut antara lain, berkaitan dengan kemampuan spasial pada siswa, pengetahuan geometri dapat meningkatkan pemahaman anak (Kenedy & Tipss, 1994). Ada juga yang menyatakan bahwa geometri mempunyai peluang yang lebih besar untuk dimengerti anak dibandingkan dengan cabang matematika lainnya (D'Augustine & Smith, 1992). Senada dengan pendapat lainnya, ada yang berpendapat geometri merupakan isu abadi dalam pendidikan matematika di sekolah dasar sampai dengan pendidikan tinggi (Collier, 1998). Seiring dengan pendapat tersebut, ada yang mengatakan geometri juga membantu dalam mengembangkan penalaran yang baik dan sebagai pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang sesuai dengan pendapat (Sunzuma, 2013).

Yilmaz (2009) dan Rafi, dkk. (2007) menegaskan bahwa kelemahan siswa dalam menyelesaikan masalah geometri ialah terletak pada kemampuan spasial. Kelemahan tersebut sesuai dengan pendapat Seng & Chan (2000), Krismanto (2008), Guzel & Sener (2009), dan Uttal, dkk. (2013) yang menyampaikan bahwa kesulitan spasial yang dialami siswa akan berdampak pada pencapaian geometri. Siswa mengalami kesulitan dalam menjelaskan dan memahami konsep abstrak, oleh karena itu diperlukan benda konkret yang digunakan untuk membuat konsep abstrak agar mudah dipahami. Selain itu, konsep abstrak tersebut dapat divisualisasikan agar mudah dipahami siswa. Banyak peneliti menekankan pentingnya visualisasi untuk pengajaran matematika (Davis & Anderson, 1979; Dreyfus, 1991; dan Horgan, 1993). Strong & Roger (2002) telah mengidentifikasi visual spasial sebagai imajinasi bentuk gerakan dalam posisi yang berbeda atau manipulasi benda dalam pikiran yang berbakat. Clements (1998) mendefinisikan pandangan spasial untuk memindahkan objek dua atau tiga dimensi dalam pikiran seseorang dan untuk dapat memahaminya. Cara pandang spasial tersebut merupakan kemampuan untuk berpikir berada di tempat lain, membayangkan bagaimana tempat ini terlihat dan juga keterampilan untuk memahami bagaimana posisi benda saat diubah.

Materi geometri mengantarkan bahwa kemampuan spasial dijadikan sebagai prioritas yang perlu diperhatikan serta dikembangkan. Pernyataan tersebut didukung oleh Guay & McDaniel (1977); Gutierrez, dkk. (1991) dan Rahman (2012) yang menyebutkan bahwa setiap siswa harus mampu mengembangkan kemampuan serta penginderaan spasialnya. Hal ini sebelumnya juga telah dikemukakan oleh Kenedy & Tipss (1994) yang menyatakan bahwa dengan mempelajari geometri mampu mengembangkan kemampuan pemecahan masalah dan mendukung banyak topik lain dalam matematika.

1.2. Pentingnya Kemampuan Visual Spasial dalam Geometri

Hal yang paling berguna tentang visualisasi di matematika adalah memungkinkan hal yang sangat abstrak menjadi sesuatu yang kurang abstrak atau konkret. Hal ini sangat penting terutama bagi siswa yang mengalami kesulitan

dalam memahami sesuatu yang abstrak. Pembentukan bentuk geometris di dimensi dua atau tiga, secara mental dapat dilihat dari sudut pandang yang berbeda. Visual spasial adalah bagian terpenting dalam berpikir geometris. Geometri adalah bidang dimana para siswa mengembangkan kemampuan penalaran dan dugaan dengan membuktikan teorema secara geometri. Pemodelan geometris dan penalaran spasial berguna dalam interpretasi dan penggambaran yang berguna dalam proses pemecahan masalah (Strong & Roger, 2002 dan Olkun, 2003). Geometri dan spasial *sense* merupakan komponen dasar dalam pembelajaran matematika (NCTM, 2000). Belajar geometri dapat membantu siswa mengembangkan beberapa keterampilan termasuk imajinasi visual, dugaan, penalaran deduktif, argumen logis dan bukti. Battista (1990) melaporkan bahwa visual spasial dan penalaran logis secara signifikan terkait dengan prestasi geometri dan penyelesaian masalah secara geometri. Saad & Davis (1997) melaporkan bahwa kemampuan bahasa, sebagai tambahan untuk kemampuan spasial.

Battista (1990) dan Nemeth (2007) telah menjelaskan bahwa salah satu faktor terpenting dalam keberhasilan pemecahan masalah geometris adalah kemampuan spasial. Kemampuan spasial sangat erat kaitannya dengan pembelajaran mata pelajaran geometri (Hoffer, 1981; Karakuş & Peker, 2015). Selain itu, kemampuan spasial juga terkait dengan pemecahan masalah matematis (Kösa, 2016; Kösa, 2016b; Olkun, 2003). Dari perspektif ini, NCTM (2000) menekankan pentingnya kemampuan spasial dalam pembelajaran matematika. Konsep kemampuan spasial berisi keterampilan tentang penggunaan bentuk ruang dan geometri (Olkun, 2003). Kemampuan spasial memiliki setidaknya dua sub-dimensi yang berbeda sejak penelitian pada tahun 1930 (Clements, 1998). Sub-dimensi ini adalah kemampuan visual spasial dan rotasi mental. Kemampuan visual spasial digambarkan sebagai kemampuan untuk mengubah dan menggunakan objek foto atau sepotong objek dalam pikiran. Kemampuan rotasi mental telah digambarkan sebagai hubungan unsur-unsur dalam suatu spasial dan kemampuan memahami susunan baru yang disusun oleh perubahan unsur rotasi. Kemampuan visual spasial menekankan pada kemampuan siswa untuk mengamati suatu objek dari berbagai sudut pandang. Oleh sebab itu rotasi mental termasuk di

dalam visual spasial. Sehingga cakupan dari visual spasial lebih luas dibandingkan dengan rotasi mental.

Carroll (1993) dan Uttal & Cohen (2012) menjelaskan bahwa berpikir visual spasial merupakan kemampuan yang mengandung proses *apprehending*, *encoding*, dan *mentally* yang bertujuan untuk memanipulasi spasial suatu bentuk tertentu ke dalam dua atau tiga dimensi. Maier (1998) menyebut lima kategori kemampuan spasial sebagai rotasi mental, spasial persepsi, orientasi spasial, hubungan spasial dan visual spasial. Guay & McDaniel (1977) menganggap mental rotasi sebagai sub komponen visual spasial. Sementara Linn & Petersen (1985) dan Maier (1998) menganggap sebagai komponen terpisah dari kemampuan spasial. Olkun (2003) juga menyatakan bahwa kemampuan ruang memiliki dua komponen dasar berupa hubungan spasial dan visual spasial. Hubungan spasial melibatkan keterampilan untuk memahami rotasi dari bentuk 2-D dan 3-D. Rotasi mental kadang disebut hubungan spasial (Hegarty & Waller, 2004). Rotasi mental melibatkan proses kognitif untuk memutar secara mental, dimensi dua atau dimensi tiga dengan cepat dan akurat (Linn & Petersen, 1985). Rotasi mental dan visual spasial adalah dua kategori yang paling umum disepakati dalam literatur.

BAB 2. KEMAMPUAN VISUAL SPASIAL

Bostrom & Sandberg (2009) menjabarkan bahwa proses berpikir terdiri dari pembentukan pengertian, pendapat dan diakhiri dengan kesimpulan. Pada tahap pembentukan pengertian, diperlukan kemampuan dalam menganalisis ciri-ciri dari beberapa objek yang kemudian dibandingkan dan dilakukan abstraksi atau mengeliminasi ciri yang tidak sesuai. Pada tahap pembentukan pendapat, diperlukan kemampuan yang dapat menghubungkan antara dua istilah atau lebih. Pada tahap terakhir yaitu pada pembentukan kesimpulan, diperlukan rasionalitas yang didasari dengan pendapat-pendapat yang telah dikemukakan.

Lasantha (2013) menambahkan bahwa berpikir merupakan representasi dari proses kognisi yang terbentuk melalui transformasi informasi sebagai akibat interaksi yang terjadi secara kompleks yang meliputi logika, imajinasi dan penyelesaian masalah. Kognisi tersebut dimaksudkan sebagai suatu pengetahuan yang mempunyai fungsi mengatur, mengolah, memilih, merepresentasikan, mempertahankan serta menggunakan informasi yang mampu untuk memandu suatu perilaku (Bostrom & Sandberg, 2009).

Dalam mengembangkan dan meningkatkan kemampuan visual spasial secara optimal, maka diperlukan syarat-syarat yang bersifat dasar yang harus dikuasai oleh siswa. Hal ini telah dijelaskan oleh Mohler (2010) bahwa syarat-syarat yang harus disiapkan untuk keperluan tersebut, terdiri dari (1) identifikasi visual; (2) pencocokan pola; (3) berpikir dan manipulasi informasi; (4) representasi mental; (5) rotasi dan transformasi; dan (6) orientasi.



Gambar 1. Sistem Visual Spasial (Mohler, 2010)

Dwirahayu (2013) menjelaskan bahwa tahap awal dalam kemampuan visual spasial ialah kemampuan visualisasi spasial. Sumarni & Prayitno (2016) menambahkan bahwa kemampuan visual spasial merupakan kegiatan berpikir siswa dalam mengubah informasi tertentu menjadi objek geometri, membayangkan letak dari suatu objek geometri setelah objek tersebut diubah kedudukannya baik yang disebabkan rotasi, refleksi maupun dilatasi, membandingkan kaitan hubungan yang logis dari suatu unsur-unsur bangun ruang, menduga secara akurat bentuk suatu objek yang dipandang dari sudut pandang tertentu. Secara sederhana, kemampuan visual spasial ialah kegiatan siswa yang dapat mengubah dari suatu yang bersifat abstrak ke dalam suatu yang bersifat jelas dan informatif.

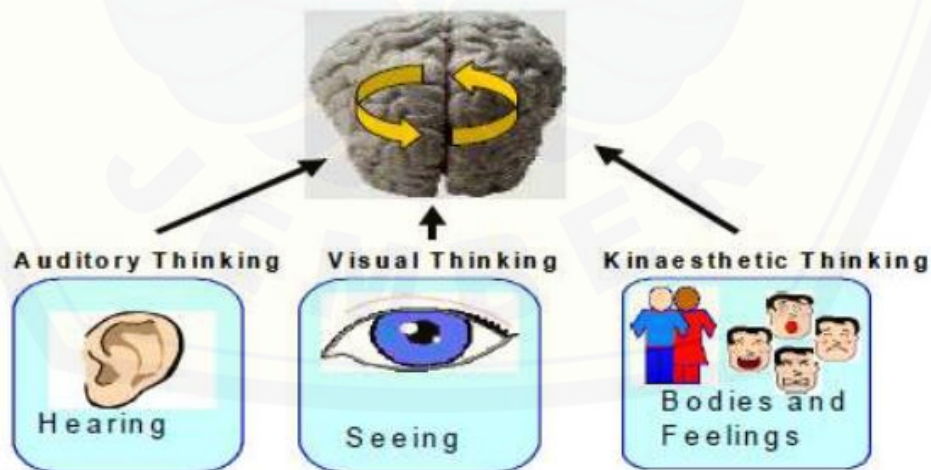
Dalam mencapai kemampuan visualisasi spasial yang baik, maka diperlukan kemampuan berpikir spasial yang cukup. Sumarni & Prayitno (2016) menegaskan bahwa kemampuan spasial merupakan bagian dari berpikir geometri. Dwirahayu (2013) menambahkan bahwa terdapat persyaratan yang harus dimiliki siswa agar mempunyai berpikir spasial yang cukup, yaitu dengan mengembangkan kemampuan visualisasi. Kemampuan visualisasi siswa dijadikan sebagai salah satu kemampuan dasar dalam menerapkan kemampuan spasial. Dengan demikian kemampuan visual spasial sangat diperlukan bagi siswa untuk memahami konsep-konsep matematika khususnya pada bidang geometri.

2.1. Berpikir Visual

Menurut Zhukovskiy & Pivovarov (2008) berpikir visual merupakan suatu pemikiran yang non verbal yang merupakan aktivitas untuk menghasilkan gambaran dari bentuk dari abstrak menjadi *visible*. Sedangkan menurut Bolton (2011) berpikir visual menggunakan model tiruan dan sketsa untuk membantu mengembangkan ide dan gagasan. Menurut Bolton (2011) berpikir visual, langkah-langkahnya sebagai berikut.

- (1) *Looking*, yaitu pada tahap ini siswa mengidentifikasi masalah, aktifitas yang dilakukan adalah pengamatan.
- (2) *Seeing*, yaitu tahap untuk memahami masalah, aktifitas yang dilakukan adalah penyeleksian.
- (3) *Imagining*, yaitu tahap untuk memecahkan masalah.
- (4) *Showing* dan *telling*, yaitu mengkomunikasikan dari apa yang diperoleh siswa.

Sword & Director (2005) menyatakan bahwa dalam berpikir, otak akan memproses informasi yang diterimanya melalui tiga indera dasar manusia yaitu berpikir audio (*audiotory thinking*), berpikir visual (*visual thinking*) dan berpikir kinestetik (*kinesthetic thinking*). Berikut gambaran dari tiga indera dasar manusia dalam dalam memberikan informasi ke otak.



Gambar 2. Tiga Indera Dasar Manusia dalam Memberikan Informasi ke Otak (Sword & Director, 2005)

Berpikir visual menurut Surya (2011) ialah pencitraan mental maupun gambar dalam menunjukkan proses intelektual intuitif serta ide imajinasi visual. Sebelumnya Zhukovskiy & Pivovarov (2008) menjelaskan bahwa berpikir visual termasuk dalam kategori tipe pemikiran nonverbal yang telah dijadikan sebagai objek penelitian secara luas oleh para psikolog. Sumarni & Prayitno (2016) menegaskan bahwa para psikolog percaya dengan fungsi utama dari visual *thinking* ialah mengkoordinasi makna yang berbeda dari suatu gambar bangun atau bidang tertentu menjadi gambar yang dapat dipahami secara jelas dan utuh. Secara lebih gamblang, Zhukovskiy & Pivovarov (2008) mengartikan bahwa berpikir visual atau *visual thinking* merupakan aktivitas yang dilakukan oleh seseorang untuk menghasilkan suatu gambar atau bentuk yang baru. Geometri pada dasarnya merupakan materi yang kaya tentang bangun dan bidang serta dilengkapi dengan soal yang mengandung abstraksi. Soal yang bersifat abstrak tersebut memerlukan perubahan bentuk yang mudah dipahami, sehingga soal tersebut dapat dikerjakan.

2.2. Berpikir Spasial

Fajri, dkk. (2003) menyebutkan bahwa spasial merupakan sesuatu yang berkenaan dengan ruang dan tempat. *National Academy of Science* (2006) menegaskan bahwa berpikir spasial merupakan kemampuan kognitif mengenai pengetahuan deklarasi atau pernyataan dan persepsi serta beberapa operasi kognitif yang digunakan untuk menstransformasi, mengkombinasi dan mengoperasikan pengetahuan dalam konteks dimensi tiga. Secara sederhana dapat diartikan sebagai proses berpikir yang dilakukan oleh siswa dalam menalar dan menghubungkan suatu gambar atau bidang dengan keruangan (dimensi 3).

Berpikir spasial merupakan proses berpikir yang melibatkan hubungannya dengan keruangan atau atau dimensi tiga. *National Academy of Science* (2006) mengatakan ada tiga langkah dalam komponen berpikir spasial yaitu:

- (1) Penggalian struktur spasial, yaitu proses yang melibatkan antara representasi spasial dan pemahaman mengenai pola, aktifitas yang dilakukan adalah membayangkan posisi suatu objek.

- (2) Transformasi spasial, yaitu translasi dalam ruang
- (3) Menggambar, yaitu merepresentasikan dan mengkonstruksi model yang berkaitan dengan objek dalam gambar.

Konsep dasar dalam memahami suatu permasalahan yang ditawarkan pada matematika, harus dibekali dengan kemampuan yang baik dalam melihat suatu bentuk, benda, bangun datar, bangun ruang dan sejenisnya. Hal ini menuntut siswa agar mampu dalam memahami secara cepat maksud dari gambar tersebut, sehingga permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan baik. Kemampuan dalam menyelesaikan kasus tersebut selanjutnya dikenal dengan istilah kemampuan spasial.

Fitri (2017) menjelaskan bahwa kemampuan spasial merupakan kemampuan siswa dalam melihat serta membayangkan benda-benda dan kemudian digambar. Kemampuan spasial menjadi sangat penting, mengingat banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami gambar bangun geometri. Hal ini senada dengan Tambunan (2010) yang menyatakan bahwa kemampuan spasial digunakan untuk menangkap dunia ruang secara tepat dalam rangka memvisualisasikan suatu gambar. Adapun kemampuan yang terkandung dalam kemampuan spasial antara lain ialah kemampuan mengenal bentuk dan benda secara tepat, melakukan perubahan dari suatu benda yang terdapat di dalam alam pikirnya serta mengenali setiap perubahan yang terjadi dan dikonversi dalam bentuk nyata dan mampu mengungkapkan data dalam grafik serta kepekaan terhadap keseimbangan, relasi, warna, garis, bentuk dan ruang (Harmony & Theis, 2012). Giaquinto (2007) mengemukakan bahwa persepsi dari suatu objek atau gambar dapat dipengaruhi secara ekstrim oleh orientasi objek tersebut. Untuk dapat mengenali suatu objek/gambar dengan tepat diperlukan kemampuan spasial.

National Academy of Science (2006) mengemukakan bahwa setiap siswa harus berusaha mengembangkan kemampuan dan penginderaan spasialnya yang sangat berguna dalam memahami relasi dan sifat-sifat dalam geometri untuk memecahkan masalah matematika dan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini didukung dengan pernyataan Hannafin, dkk. (2008); Alias, dkk. (2002) dan Barke & Engida (2001) dalam penelitiannya menemukan bahwa siswa dengan

kemampuan spasial yang tinggi secara signifikan lebih mampu dalam matematikanya.

Titus & Horsman (2009) menjelaskan bahwa visual spasial tiga dimensi merupakan keterampilan yang sangat penting dalam banyak bidang serta melibatkan beberapa ilmu pengetahuan yang terdiri dari ilmu pengetahuan teknologi, teknik, geosains dan matematika. Dalam matematika, visual spasial terkait pada pokok bahasan geometri, khususnya bab jarak.

2.3. Karakter Visual Spasial

Maier (1998) menyebut lima kategori kemampuan spasial sebagai rotasi mental, spasial persepsi, orientasi spasial, hubungan spasial dan visual spasial. Guay & McDaniel (1977) menganggap rotasi mental sebagai sub komponen visual spasial sementara Linn & Petersen (1985) dan Maier (1998) menganggap sebagai komponen terpisah dari kemampuan spasial. Olkun (2003) juga menyatakan bahwa kemampuan ruang memiliki dua komponen dasar berupa hubungan spasial dan visualisasi spasial. Hubungan spasial melibatkan keterampilan untuk memahami rotasi dari bentuk 2-D dan 3-D. Rotasi mental kadang disebut hubungan spasial. Rotasi mental melibatkan proses kognitif untuk memutar secara mental dua atau benda tiga dimensi dengan cepat dan akurat (Linn & Petersen, 1985). Rotasi mental dan visualisasi spasial adalah dua kategori yang paling umum disepakati dalam literatur. Kemampuan spasial sangat erat kaitannya dengan pengajaran banyak mata pelajaran matematika dan geometri (Hoffer, 1981; Karakuş & Peker, 2015). Selain itu, kemampuan spasial juga terkait dengan pemecahan masalah matematis (Kösa, 2016; Kösa, 2016b; Olkun, 2003). Dari perspektif ini, NCTM (2000) menekankan pentingnya kemampuan spasial dalam pendidikan matematika dan mencatat bahwa kemampuan spasial penting dan termasuk objek 2D dan 3D 'representasi mental dan manipulasi dengan persepsi berbagai perspektif objek. Sedangkan menurut Mohler (2010) kemampuan visual spasial memerlukan:

- (1) Pengidentifikasian visual
- (2) Pencocokan pola
- (3) Memanipulasi informasi
- (4) Representasi mental
- (5) Rotasi dan transformasi
- (6) Orientasi atau reorientasi

Karakter visual spasial menurut Hass (2003):

(1) *Imaging*

Siswa dengan kecerdasan visual spasial tinggi lebih banyak dengan melihat daripada mendengarkan. Saat presentasi siswa lebih senang dan aktif membuat gambar visual dalam menyajikan informasi. Siswa lebih mudah dalam memahami permasalahan perspektif seperti pergeseran, translasi, rotasi, serta mempelajari konsep berdasarkan dari apa yang dilihat.

(2) *Conceptualization*

Siswa dengan kecerdasan visual spasial tinggi memahami konsep yang lebih baik daripada siswa-siswa yang lain. Siswa-siswa itu mengumpulkan dan mengkonstruksi kerangka kerja konseptual untuk memperlihatkan hubungan antara fakta-fakta dan persoalan pokoknya. Kemudian konsep-konsep tersebut dijadikan acuan untuk menyelesaikan suatu masalah yang berkaitan dengan keruangan.

(3) *Problem Solving*

Siswa dengan kecerdasan visual spasial tinggi memiliki pemikiran yang divergen/menyebar, lebih memilih solusi yang tidak umum dan strategi yang bermacam – macam untuk menyelesaikan masalah. Indikator dari siswa yang mempunyai kecerdasan visual spasial yang tinggi dapat diketahui dari pemecahan suatu masalah yang diberikan. Apabila siswa mampu menunjukkan lebih dari satu strategi dalam memecahkan masalah, maka siswa ini tergolong siswa yang mempunyai kecerdasan visual yang tinggi.

(4) *Problem Seeking* /pencarian pola

Siswa dengan kecerdasan visual spasial tinggi, mampu menemukan pola dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang berkaitan dengan masalah keruangan. Hal ini ditandai dengan kemampuan siswa dalam mengkonstruksi pola yang ditujukan untuk menyelesaikan masalah. Pola yang dihasilkan berkaitan dengan kemampuan sebelumnya yang dimiliki oleh siswa.

2.4. Pemecahan Masalah

Ikhsanudin (2014) menegaskan bahwa pemecahan masalah harus dikembangkan pada implementasi kurikulum yang berlaku pada mata pelajaran matematika. Afgani (2011) menambahkan bahwa masalah tersebut ialah keadaan yang tidak sesuai antara yang diinginkan dengan kenyataan yang ada. Dengan demikian, diperlukan suatu kegiatan belajar yang berorientasi pada penyelesaian masalah khususnya pada pembelajaran matematika.

Sebelumnya Moursund (2005) telah menjelaskan bahwa siswa dapat dikatakan mengalami masalah apabila siswa tersebut menemui empat kondisi yang terdiri dari:

- (1) memahami dengan jelas kondisi atau situasi yang sedang terjadi;
- (2) memahami dengan jelas tujuan yang diharapkan serta mempunyai berbagai tujuan untuk menyelesaikan masalah dan dapat mengarahkan menjadi satu tujuan penyelesaian;
- (3) memahami beberapa literatur yang dapat dimanfaatkan untuk mengatasi situasi yang terjadi sesuai dengan tujuan yang diinginkan;
- (4) mempunyai kemampuan dalam menggunakan berbagai sumber daya untuk mencapai tujuan.

Masalah merupakan situasi yang menunjukkan kesenjangan atau ketidaksejalan antara representasi-representasi kognitif (Greeno, 1978). Kelompok

penganut behavioris menjelaskan bahwa masalah akan terjadi ketika respon yang diperlukan dalam mencapai tujuan tertentu kurang kuat dibandingkan dengan respon-respon lain, sedangkan menurut kelompok yang menganut teori pemrosesan informasi mendefinisikan masalah sebagai keadaan pengetahuan yang tersimpan dalam memori yang belum siap pakai untuk digunakan dalam memecahkan masalah (Sulasmono, 2012). Hal ini didukung oleh pernyataan yang disampaikan oleh Steinberg (1999), bahwa seseorang tidak akan menghadapi masalah apabila orang yang bersangkutan mampu menemukan jawaban atas suatu pertanyaan dengan cepat.

Untuk mengetahui tingkat kemampuan pemecahan masalah, maka diperlukan penyelesaian masalah dari soal yang sengaja didesain untuk memecahkan masalah tersebut. Hal ini didukung dengan pernyataan yang disampaikan oleh Ruseffendi (2010) bahwa soal pemecahan masalah diorientasikan kepada soal yang sifatnya bukan pengulangan serta dilengkapi dengan penguasaan prasyarat materi dan belum diketahui penyelesaiannya. Pernyataan tersebut selaras dengan Setyabudhi (2003) bahwa pemecahan masalah dapat dijadikan sebagai latihan bagi siswa dalam menghadapi soal yang belum pernah dikerjakan dan dicoba untuk diselesaikan.

Polya (dalam Badger,dkk. 2012; Setyabudhi, 2003) menyebutkan bahwa terdapat 4 langkah yang perlu dilakukan dalam penyelesaian suatu masalah, langkah tersebut terdiri dari:

- (1) *Understanding the problem* (memahami masalah yang ada),
- (2) *Devising a plan* (menyusun suatu strategi),
- (3) *Carrying out the plan* (melakukan strategi yang telah dipilih),
- (4) *Looking back* (melihat kembali pekerjaan yang telah dilakukan)

Hal ini diperjelas oleh Musser, dkk. (2013) bahwa langkah-langkah yang dikembangkan Polya dijelaskan sebagai berikut.

1. Pertanyaan pada tahap memahami masalah dapat dilakukan sebagai berikut, apakah kamu mengerti semua kata-katanya? dapatkah kamu

menyatakan permasalahan itu dalam bahasamu sendiri? Apakah kamu tahu apa yang diketahui? Apakah kamu tahu tujuannya? Apakah informasinya cukup? Apakah ada informasi tambahan? Apakah masalah ini mirip dengan masalah lain yang pernah kamu selesaikan?

2. Beberapa strategi yang digunakan saat merencanakan cara penyelesaian adalah: coba-coba, menggambar sketsa, menggunakan variabel, pencarian pola, membuat daftar, menyelesaikan masalah sederhana, menggambar diagram, menggunakan penalaran langsung, menggunakan penalaran tidak langsung, menggunakan sifat bilangan, menyelesaikan masalah yang setara, bekerja mundur, menggunakan kasus, menyelesaikan persamaan, melihat rumus, melakukan simulasi, membuat model, menggunakan analisis model, menggunakan analisis dimensional, menggunakan koordinat, menggunakan kesimetrian.
3. Pada tahap melaksanakan rencana, langkah-langkah dapat berupa: mengimplementasi strategi yang dipilih sampai masalah terselesaikan, berikan penalaran dari masalah yang diselesaikan, jangan takut memulai strategi baru
4. Pada tahap memeriksa kembali, pertanyaan yang dapat digunakan adalah: apakah solusimu sudah benar? dapatkah kamu melihat solusi yang paling mudah, dapatkah kamu mengembangkan jawabanmu untuk kasus yang lebih umum?

BAB 3. KOMPONEN KEMAMPUAN VISUAL SPASIAL DALAM PENYELESAIAN MASALAH JARAK TITIK DAN BIDANG

Krismanto (2008) menegaskan bahwa dalam melukis atau menggambar ruas garis dalam menyatakan dan menghitung jarak yang terdapat pada bangun ruang dibedakan menjadi dua kejadian khusus, yaitu

- (1) Permasalahan geometri yang diberikan tidak menyangkut bangun ruang dengan ukuran tertentu. Dalam kejadian ini, gambar dua garis yang bersifat tegak lurus dapat digambar sesuai keperluan pada umumnya. Maksud dari sesuai dengan keperluan ialah sepanjang gambarnya bertujuan untuk memperjelas arah pemecahan masalah. Hal yang terpenting pada kejadian ini ialah memberikan tanda khusus yang merepresentasikan keduanya saling tegak lurus
- (2) Permasalahan geometri yang diberikan dengan bangun ruang ukuran tertentu. Jika terdapat dua ruas garis yang berpotongan, maka letak titik potongnya terletak pada satu bidang. Hal ini sebagai akibat logis dari suatu gambar ruang yang bertalian dengan perbandingan panjang ruas garis. Adapun perbandingan ruas-ruas garis pada garis-garis yang sejajar atau yang segaris pada gambar ruang tersebut sama dengan perbandingan yang sesungguhnya. Khusus pada bidang frontal, semua ukuran sama dengan ukuran yang sesungguhnya.

Krismanto (2008) menjabarkan bahwa dalam mempelajari sudut dan jarak terdapat permasalahan. Masalah utama muncul dalam mempelajari sudut dalam ruang adalah keterampilan siswa dalam menggambar ruang dan pemahaman keruangannya. Tanpa adanya gambar yang jelas dan benar sesuai dengan tata cara menggambar, maka proses penentuan besar sudut dalam ruang siswa akan mengalami kesulitan. Apabila gambar yang dihasilkan sudah baik, pemahaman ruang khususnya menyangkut kedudukan antara dua garis merupakan kunci dan

sekaligus sumber kesulitan lainnya. Kedua permasalahan tersebut berpangkal pada hal yang serupa yaitu penentuan atau penggambaran ruas garis yang menunjukkan jarak yang dimaksud dan dalam hal menghitung jarak tersebut. Permasalahan ini lazim terjadi, dalam menghitung jarak siswa tidak selalu menggambar ruas garis yang menunjukkan jarak tersebut. Siswa tetap perlu menguasai cara menggambar ruas garis yang menunjukkan jarak antara titik, garis dan bidang.

Upaya dalam menyelesaikan masalah jarak, diperlukan penyajian awal pembelajaran yang dapat berisikan konteks masalah yang sedemikian kompleks dan tidak mudah untuk dipecahkan. Namun yang penting ialah memberikan pemahaman tentang pentingnya memahami mana yang disebut dengan jarak dan mengapa perlu dihitung, akan tetapi dalam perhitungan yang disajikan tentu tidak langsung sulit. Krismanto (2008) menjelaskan bahwa dalam pemecahan masalah dikembangkan kemampuan mencari strategi yang diantaranya adalah memecahkan masalahnya menjadi bagian-bagian yang lebih sederhana.

Dalam menyelesaikan permasalahan jarak, terdapat pengetahuan prasyarat yang harus dimiliki oleh setiap siswa. Hal ini bertujuan agar siswa mampu menempuh materi dengan baik dan benar. Krismanto (2008) menerangkan bahwa kompetensi-kompetensi dalam geometri datar dan dasar-dasar geometri ruang yang diperlukan dalam rangka menguasai persoalan jarak adalah kompetensi sebagai berikut.

- (1) Penggunaan sifat-sifat khusus yang berlaku dalam bangun-bangun datar tertentu
- (2) Penentuan hubungan kedudukan antara titik, garis dan bidang
- (3) Penentuan proyeksi titik pada sebuah garis
- (4) Penentuan proyeksi titik pada sebuah bidang
- (5) Penentuan proyeksi garis pada sebuah bidang
- (6) Penggunaan syarat garis tegak lurus bidang dan implikasi dari garis tegak lurus bidang
- (7) Penggunaan teorema Pythagoras dan teorema-teorema jarak termasuk rumus trigonometri

Krismanto (2008) juga menambahkan bahwa terdapat kendala umum yang dialami siswa dalam mempelajari bangun ruang, salah satunya ialah kurangnya siswa dalam kompetensi keruangan. Kendala umum ini berakibat pada dua dampak yang akan diterima oleh siswa. Pertama, jika ada gambar ruang, siswa kurang memahami hubungan antara titik, garis dan bidang. Kedua, jika diberikan ketentuan tentang suatu bangun ruang, siswa kurang terampil dalam menggambar bangun ruang tersebut sesuai ketentuan atau keperluannya. Dalam mengatasi dampak tersebut maka dalam pembelajaran jarak, kompetensi-kompetensi dasar tersebut perlu diulang terlebih dahulu.

Meier, dkk. (2006) mengatakan bahwa dalam pengetahuan matematika, siswa diharapkan untuk dapat mendemonstrasikan pengetahuannya mengenai konsep, prinsip dan prosedur matematika. Berpikir matematika kemudian menjadi sangat penting dalam proses belajar dan pembelajaran matematika (Stacey, 2006). Kemampuan ini diharapkan mampu untuk memecahkan masalah-masalah yang diberikan. Stacey (2006) menambahkan bahwa berpikir matematika terdiri dari *specializing* yang meliputi percobaan yang didasari dengan melihat contoh, *generalizing* yang meliputi penglihatan dari suatu bentuk dan hubungannya, *conjecturing* yang meliputi perkiraan hubungan dan hasilnya, serta *convincing* yang meliputi penemuan dan komunikasi argumentasi dari sesuatu yang dinyatakan benar. Dengan demikian dapat diketahui bahwa pada penyelesaian masalah jarak titik dan bidang dibutuhkan kemampuan yang diawali dari penemuan informasi, pengolahan informasi, dan penggunaan konsep yang telah dimiliki untuk menyelesaikan suatu masalah jarak titik dan bidang.

BAB 4. REPRODUKSI VISUAL SPASIAL

Wulf (1922) menjelaskan bahwa reproduksi mempunyai orientasi terhadap perubahan dari suatu sudut pandang tertentu. Adapun bentuk dari perubahan yang dimaksud adalah perubahan yang bertujuan untuk menajamkan dari suatu obyek tertentu atau pengubahan dalam bentuk pemberian level (*levelling*) pada suatu obyek tertentu. Secara lebih mendalam, definisi dari penajaman obyek tersebut dapat dilakukan dengan melihat dari identitas yang melekat pada obyek yang bersangkutan. Dengan kata lain dapat dilihat dari karakteristik atau ciri khas dari obyek. Sedangkan pemberian level didefinisikan sebagai cara siswa untuk memberikan kategori pada suatu objek dengan cara memisahkan objek yang didasari dengan perbedaan nilai.

Ditinjau dari jenisnya, reproduksi mempunyai tiga jenis. Wulf (1922) menyebutkan ketiga jenis tersebut, yaitu reproduksi *normalizing*, reproduksi *emphasizing*, dan reproduksi *structure*. Reproduksi *normalizing*, diartikan sebagai reproduksi yang ketika dilakukan oleh siswa masih bersifat normal. Secara aplikatif reproduksi jenis ini cenderung melakukan perubahan dengan memodifikasi dari suatu objek tertentu ke suatu objek yang bersifat umum atau sudah dikenal oleh siswa yang bersangkutan. Jenis yang kedua adalah reproduksi *emphasizing*. Jenis reproduksi ini lebih berorientasi pada penekanan dari suatu objek tertentu. Secara sederhana dapat diartikan bahwa reproduksi *emphasizing* mencari celah sampai detail, sehingga celah yang kecil tersebut dapat dijadikan sebagai bahan untuk menunjukkan variasi atau perbedaan dengan objek yang lainnya. Jenis yang ketiga adalah reproduksi *structure*. Reproduksi jenis ini lebih cenderung melihat dari struktur-struktur yang membangun suatu obyek. Sehingga dapat dikatakan sebagai jenis reproduksi yang bersifat independen. Reproduksi *structure* dapat dikatakan mempunyai tingkat pengubahan penajaman yang lebih tinggi jika dibandingkan dengan reproduksi *normalizing* dan reproduksi *emphasizing*.

Untuk melakukan reproduksi, maka diperlukan memori yang baik. Gade, dkk. (2017) menjelaskan bahwa kinerja kognitif mempunyai peranan yang penting

dalam menyediakan informasi-informasi yang ditujukan untuk memecahkan suatu masalah. Dalam reproduksi sangat erat kaitannya dengan kegiatan memanggil informasi-informasi yang telah disimpan pada otak. Sehingga memori sangat penting keberadaannya untuk proses reproduksi. Hal ini didukung oleh Oberauer (2009), Logie (2016) dan Gray, dkk (2017) yang menyatakan bahwa perangkat kognitif mempunyai kedudukan tingkat tinggi serta dijadikan sebagai landasan bagi kompetensi-kompetensi yang sarat dengan kognitif.

Marques, dkk. (2012) menjelaskan bahwa memori dapat didefinisikan sebagai rekaman, retensi, dan pengambilan pengetahuan. Berdasarkan definisi tersebut, memori dapat dijabarkan sebagai bagian yang mempunyai tugas untuk mengamankan pengetahuan-pengetahuan yang diperoleh dari pengalaman seorang siswa. Selain pengalaman yang dialami langsung, pengetahuan juga dapat diperoleh dari adanya fakta-fakta yang telah diketahui secara umum dan peristiwa-peristiwa tertentu yang harus diingat. Goetz (2007) menambahkan bahwa memori juga tetap memiliki kemampuan untuk menyimpan informasi, sementara informasi yang lain tidak digunakan. Dari pernyataan tersebut dapat diketahui bahwa memori mempunyai tanggung jawab untuk menyegarkan kembali atau pembaharuan informasi. Dengan demikian informasi yang tersimpan pada memori merupakan informasi yang terbaru. Tentunya, informasi yang dimaksud telah mengalami pengkajian secara ilmiah. Sehingga informasi yang tersimpan pada memori sah dan dapat dipertanggungjawabkan.

Fitzpatrick & Pagani (2012) menjelaskan bahwa jenis material yang disimpan pada memori, sebagian besar adalah material yang spesifik seperti verbal dan visual spasial. Selain mempunyai kapasitas untuk menyimpan, memori juga mempunyai tugas untuk mengkoordinir material melalui pembaharuan-pembaharuan secara berkelanjutan. Hal ini dapat diketahui ketika siswa menerima suatu ilmu baru yang kemudian mencoba untuk memahami, mengerjakan dan menerapkan dalam kehidupan sehari-hari berdasarkan ilmu yang telah dipelajari sebelumnya. Sebagai contoh dalam permasalahan geometri yang di dalamnya terdapat titik, garis dan bidang. Untuk menyelesaikan masalah ini, siswa akan memanggil memori-memori terkait sifat-sifat dari bangun ruang, rumus luas dan

volume serta aljabar dan Pythagoras. Ketika memori dapat mengkoordinir material terkait sifat-sifat bangun ruang, rumus luas dan volume serta aljabar dan Pythagoras, maka permasalahan geometri dapat diselesaikan dengan baik. Oleh sebab itu, *working memory* perlu dilakukan oleh siswa sejak pendidikan di taman kanak-kanak.

Lezak (2004) menjelaskan bahwa memori visual merupakan kapasitas penyimpanan informasi yang digunakan untuk mencapai tujuan adaptif. Sedangkan memori spasial merupakan kemampuan untuk mengingat objek atau dimensi tiga (Medical Dictionary, 2009). Sebagai contoh ialah mengingat kembali lokasi dari suatu objek pada suatu ruang tertentu.

Untuk meningkatkan efisiensi dari memori visual, maka diperlukan area otak yang spesifik. Untuk memanggil materi yang terdapat pada memori tersebut, diperlukan stimulus visual (Marques, dkk., 2012). Bentuk dari stimulus visual yang dimaksud ialah tidak begitu rumit. Sebagai contoh sederhana pada perhitungan jarak dari suatu titik dan titik tertentu. Stimulus yang dapat dilakukan ialah dengan cara membuat garis dengan menghubungkan ketiga titik. Berdasarkan garis yang dihubungkan, didapatkan suatu bidang. Akhirnya dengan teridentifikasinya bidang tersebut, maka siswa akan berupaya untuk memanggil memori visual untuk mengerjakan permasalahan tersebut.

Untuk mengetahui memori visual yang terdapat pada siswa, Lezak (2004) menjelaskan bahwa diperlukan respon *visuomotor* untuk mengetahui memori tersebut. Bentuk respon *visuomotor* dapat diketahui dari kegiatan siswa dalam melakukan aktivitas menggambar. Marques, dkk. (2012) menyatakan bahwa tes menggambar, membawa kesulitan tersendiri. Hal ini dapat diketahui dari hasil gambar siswa yang mengkonstruksi gambar dengan cara yang berbeda. Perbedaan tersebut berupa kegagalan interpretasi gambar. Salah satu hal yang mempengaruhi perbedaan tersebut ialah memori visual spasial yang dimiliki oleh setiap siswa. Ketika memori visual spasial siswa baik, maka siswa dapat mengerjakan masalah yang diberikan. Hal ini terjadi sebab siswa dapat memanggil informasi-informasi dari memori yang dibutuhkan untuk menjawab masalah tersebut. Sedangkan pada siswa dengan memori visual spasial yang buruk, maka dapat diketahui bahwa

akan mengalami kesulitan dalam mengkonstruksi gambar. Hal ini dikarenakan informasi-informasi yang terdapat pada memori tidak mampu untuk mengenali gambar yang diberikan.

Di dalam memecahkan masalah geometri, khususnya pada masalah jarak titik dan bidang dibutuhkan pengalaman visual spasial yang telah dimiliki oleh siswa. Pengalaman tersebut dapat membantu siswa yang bersangkutan dalam menyajikan abstraksi gambar. Abstraksi gambar yang dimaksud ialah berupa ruang, bidang, pola, pengukuran dan pemetaan (Roskawati, dkk. 2015). Ditinjau dari pembelajarannya, siswa SMA lebih ditekankan pada dimensi tiga yang didalamnya terdapat hubungan antara titik, garis, bidang dalam ruang dimensi tiga serta berbagai hal yang muncul akibat adanya hubungan tersebut. Akan tetapi, pada penyelesaiannya siswa cenderung mengalami kesulitan. Sebagai upaya untuk membantu siswa dalam menyelesaikan masalah tersebut, maka diperlukan reproduksi visual spasial pada siswa. Selanjutnya, Pam (2013) mengartikan reproduksi visual merupakan kemampuan siswa dalam menggambar ataupun membuat sesuatu yang kemudian ditampilkan secara visual.

Gibson (1929) sebelumnya telah memaparkan bentuk-bentuk dari reproduksi visual spasial siswa. Bentuk tersebut adalah sebagai berikut.

- (1) Perubahan bentuk yang mengalami reproduksi merupakan hasil dari objek yang telah dikenali siswa sebelumnya.
- (2) Perubahan reproduksi terjadi akibat hasil dari analisis verbal yang telah dibuat oleh siswa.
- (3) Reproduksi dari suatu gambar ke gambar lain merupakan hasil dari pemahaman siswa yang bersangkutan.
- (4) Reproduksi dari suatu gambar tersebut dilakukan dengan cara memisahkan bidang-bidang yang dapat dibentuk dari gambar tersebut, baik dipisah secara sebagian ataupun secara keseluruhan.
- (5) Garis lengkung jauh lebih tepat untuk direproduksi sebagai garis lurus daripada sebaliknya
- (6) Reproduksi gambar yang dihasilkan, tergantung dengan persepsi siswa yang menangkap dari sudut pandang tertentu.

BAB 5. KATEGORI REPRODUKSI VISUAL SPASIAL

Ciri khas yang terdapat pada visual spasial adalah membayangkan perubahan bentuk suatu bangun ruang menjadi objek geometri, membandingkan kaitan hubungan yang logis dari unsur-unsur bangun ruang, dan menduga secara akurat bentuk suatu objek dipandang dari berbagai situasi. Secara sederhana, dapat diartikan sebagai kemampuan untuk membayangkan dan manipulasi objek.

Pada Bab 2 telah dijelaskan bahwa karakter visual spasial menurut Hass (2003) terdiri dari 4 langkah, yaitu *imaging*, *conceptualization*, *problem solving* dan *problem seeking* (pencarian pola). Akan tetapi Polya (1973), Pasmep (1989), dan Blum & Niss (1991) menyatakan bahwa menemukan pola sudah terdapat pada *problem solving*. Hal ini didukung oleh Sheffield dan Cruikshank (1996) yang menyatakan bahwa pada penyelesaian masalah didalamnya terdapat langkah menemukan pola (*look for pattern*). Musser, dkk. (2013) menambahkan bahwa tahapan penemuan pola (*pattern seeking*) sudah terintegrasi di dalam tahapan pemecahan masalah (*problem solving*). Suwito (2019) menambahkan bahwa di dalam penelitian yang telah dilakukan, terdapat satu langkah yang harus dilakukan oleh siswa sebelum menuju langkah pemecahan masalah (*problem solving*) yang kemudian disebut dengan menghubungkan langkah penggambaran (*imaging*) dan konseptualisasi (*conceptualization*) dan selanjutnya disebut sebagai langkah *connection imaging and conceptualization*. Tujuan dari langkah ini ialah untuk menyederhanakan keterangan-keterangan yang didapatkan dari langkah *imaging* dan *conceptualization*, sehingga mampu memberikan kemudahan pada langkah *problem solving*. Dengan demikian kategori reproduksi visual spasial ini, ditinjau dari 4 langkah yang terdiri dari *imaging*, *conceptualization*, *connection imaging and conceptualization* dan *problem solving*. Sehingga didapatkan tiga kategori reproduksi visual spasial, yaitu reproduksi visual spasial imitasi, kreatif dan aljabar. Berikut pembahasan dari ketiga kategori reproduksi visual spasial tersebut.

5.1. Reproduksi Visual Spasial Imitasi

Reproduksi visual spasial imitasi adalah reproduksi yang ditandai dengan suatu penalaran yang didasarkan pada pengalaman sebelumnya. Ciri dari reproduksi visual spasial imitasi adalah subjek tersebut dalam memecahkan masalah melibatkan pengalaman sebelumnya dan tidak ditemukannya usaha untuk mengubah strategi atau cara pemecahan masalahnya. Hal tersebut diperkuat oleh pendapat Bergqvist, dkk. (2008) yang menyatakan bahwa penalaran imitasi yaitu pemilihan strategi ditentukan dengan cara memanggil kembali memori yang telah tersimpan dari otak. Selain itu, subjek tersebut menggunakan suatu strategi dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang dengan mengetahui alasan dari prosedur yang digunakan.

Secara garis besar, proses pengerjaan jarak titik H ke bidang ACF dilakukan dengan empat tahapan yaitu terdiri dari kemampuan dalam menggambarkan bidang (*imaging*), konsep (*conceptualization*), *connection imaging and conceptualization* dan pemecahan masalah (*problem solving*).

5.1.1 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Ditinjau dari Penggambaran (*Imaging*)

Tahap pertama dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang ialah dengan menggambar kubus dengan baik dan benar. Penggambaran kubus akan berpengaruh terhadap penunjukan informasi, sebab soal geometri yang terdapat pada matematika cenderung mempunyai sifat yang abstrak. Hal ini didasari dengan pernyataan yang disampaikan oleh Stein (1980) yang menyebutkan bahwa objek geometri mempunyai sifat abstrak. Wujud dari abstraksi tersebut ialah siswa harus mampu menentukan garis, titik dan bidang.

Kemampuan dalam merepresentasikan jarak yang dimaksud (dalam kasus jarak titik H ke bidang ACF) harus ditunjukkan dengan benar, sehingga tahap pertama ini menjadi tahapan yang paling penting dan utama untuk diselesaikan terlebih dahulu. Hal ini dipertegas oleh Imswatama & Muhassanah (2016), bahwa hampir semua siswa mempunyai kesalahan yang sama, saat menganalisis garis

dan bidang. Kesalahan konsep yang sering terjadi akan berakibat pada kesalahan perhitungan. Hal ini senada dengan pernyataan yang disampaikan oleh Mutia (2017), bahwa kesalahan dalam memberikan keterangan pada bidang geometri akan berdampak pada kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah geometri.

Pemahaman masalah diperlukan dalam merepresentasi jarak titik dan bidang. Muljo (2018) menyebutkan bahwa dalam menganalisis masalah khususnya pada geometri, diperlukan kemampuan imajinasi yang baik. Kemampuan tersebut berguna untuk mengubah dari suatu bidang geometri atau dimensi tiga menjadi beberapa bidang dimensi dua. Adapun tujuan dari pengubahan tersebut ialah untuk mendapatkan bidang yang dapat membantu dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.

Ditinjau dari hasil penggambaran bidang tiga ke bidang ke dua, subjek yang mempunyai reproduksi visual spasial imitasi cenderung lebih rinci. Rata-rata perincian tersebut, melibatkan 2 bidang datar. Semakin rincinya bidang yang digambarkan, menunjukkan bahwa siswa tidak mampu untuk memahami konsep-konsep yang terdapat pada kubus. Hal ini dibuktikan dengan kurangnya kemampuan siswa dalam menjelaskan dan menunjukkan bidang frontal, bidang ortogonal, sudut surut dan perbandingan proyeksi dalam kubus $ABCD EFGH$. Sehingga siswa yang bersangkutan cenderung primitif. Hal ini didasari dengan pernyataan yang disampaikan oleh Cornoldi (1992) yang menyebutkan bahwa siswa yang memfokuskan gambar termasuk dalam kategori primitif, sebab siswa hanya mampu menggambarkan tanpa mengetahui definisi ataupun istilah lain pada hasil gambarnya, akan tetapi dapat memahami secara langsung proses penggambaran tersebut.

Ditinjau dari kemampuan dalam menyajikan gambar secara jelas, maka reproduksi visual spasial imitasi termasuk dalam kategori *emotionally positive images*. Hal ini didasari oleh Raspotnig (1997) yang menyatakan bahwa semakin berwarna dan kaya akan bidang, maka penunjukkan bidang yang dimaksud semakin fokus dan jelas. Tingkat kejelasan inilah yang dijadikan sebagai dasar untuk menunjukkan jarak titik dan bidang. Dengan demikian siswa yang termasuk dalam kategori ini, kemampuan reproduksi visual spasial yang baik, sebab siswa

tersebut mampu mentransformasikan berbagai bentuk melalui sudut pandang visual spasial.

5.1.2 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Ditinjau dari Konseptualisasi (*Conceptualization*)

Sumardyono (2004) menyebutkan bahwa konsep merupakan ide abstrak yang bertujuan untuk menggolongkan atau mengkategorikan dari suatu rangkaian objek. Permasalahan yang diberikan dalam bentuk verbal, akan berpotensi timbul persepsi yang salah dan berakibat juga pada hasil pengerjaan siswa.

Berdasarkan kemampuan siswa dalam menuliskan semua informasi yang digunakan dalam pengerjaan masalah jarak titik dan bidang, subjek dengan reproduksi visual spasial imitasi mampu menuliskan informasi-informasi yang penting dalam kubus. Adanya informasi tersebut, dapat menentukan jarak titik dan bidang.

Dalam menuliskan informasi ini, diperlukan kemampuan berfikir logis. Kemampuan ini ditujukan untuk meminimalisir kesalahan atau kebuntuan dalam menggunakan konsep-konsep yang diperlukan. Adapun hasil dari penggunaan konsep tersebut diwujudkan dalam bentuk gambar-gambar baru yang dilengkapi dengan keterangan yang berguna untuk menerapkan Pythagoras dan kesebangunan.

Ditinjau dari konseptualisasi, subjek dengan reproduksi visual spasial imitasi mampu membuat pengkonsepian yang tidak jauh berbeda dengan yang diajarkan oleh guru pada umumnya. Konseptualisasi yang dibangun oleh kemampuan ini mempunyai kecenderungan melibatkan banyak cara penyelesaian dan rumus yang digunakan.

5.1.3 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Ditinjau dari *Connection Imaging* and *Conceptualization*

Connection imaging and conceptualization merupakan bagian penting pada penyelesaian masalah jarak dari titik dan bidang. Kemampuan ini menitik beratkan pada kemampuan dalam menghubungkan informasi yang didapatkan

pada tahap *imaging* yang kemudian diintegrasikan dengan konsep-konsep yang telah dibentuk. Tahap *imaging* fokus terhadap kemampuan siswa yang dapat menggambar secara rinci, sedangkan pada tahap *conceptualization* fokus pada konsep yang digunakan.

Bentuk dari *connection imaging and conceptualization* ialah dilihat pada kemampuan siswa yang mampu menggambarkan bangun yang lebih lanjut disertai dengan menentukan panjang sisi-sisi yang belum diketahui. Hal ini sesuai dengan pendapat yang disampaikan oleh Wu & Rau (2019) bahwa dengan adanya kemampuan menggambar lebih lanjut dapat membantu siswa dalam membangun pengetahuan sebelumnya dengan informasi yang didapat.

Imaging yang lebih lanjut tersebut, dijadikan sebagai acuan untuk meningkatkan pengetahuan yang kompleks. Pengertian kompleks disini ialah dengan memanfaatkan kompetensi-kompetensi yang telah didapatkan oleh siswa pada pembelajaran sebelumnya. Hal ini diperjelas oleh Gagnier, dkk. (2016) dan Mason, dkk. (2013) yang mengungkapkan bahwa siswa yang mengkonstruksi gambar sendiri memiliki kemampuan yang lebih baik dari pada siswa yang hanya menyalin gambar. Reproduksi visual spasial pada kategori imitasi ditunjukkan dengan siswa saat menentukan titik perpotongan garis dan bidang. Proses tersebut diawali dengan menunjukkan perpotongan bidang dengan bidang, dimana garis tersebut terletak pada salah satu bidang tersebut. Dari perpotongan tersebut diperoleh satu garis, garis tersebut kemudian dipotongkan dengan garis yang terletak pada satu bidang untuk menghasilkan titik potong. Proses yang telah dilakukan tersebut sesuai dengan aturan-aturan pada penyelesaian geometri. Hal ini sesuai dengan pendapat yang disampaikan oleh Wirodikromo (2004) bahwa dalam menyelesaikan masalah jarak, siswa harus mampu menentukan kedudukan dan jarak yang melibatkan titik, garis dan bidang dalam ruang dimensi tiga serta kemampuan abstraksi ruang.

5.1.4 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Ditinjau dari Pemecahan Masalah (*Problem Solving*)

Pembelajaran geometri merupakan salah satu hal penting dalam bidang matematika (Kutluca, 2013). Dalam hal ini diperlukan kemampuan berpikir sebagai upaya memecahkan masalah matematika khususnya pada geometri. Ditinjau dari proses pengerjaannya, subjek 1,3, 5 dan 6 mempunyai satu cara dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang.

Kemampuan berpikir diperlukan dalam memecahkan masalah. Berdasarkan reproduksi visual spasial imitasi didapatkan beberapa temuan yang mengindikasikan siswa dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang, terdiri dari (1) siswa tidak mampu menyelesaikan masalah dengan segera, hal ini dikarenakan dengan banyaknya konsep dan bangun yang digunakan; (2) siswa menunjukkan satu cara dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang; (3) siswa tidak mampu menggagas ide lain; dan (4) siswa hanya terfokus pada informasi-informasi sederhana yang didapatkan.

5.2. Reproduksi Visual Spasial Kreatif

Reproduksi yang ditandai dengan penyelesaian yang berbeda dalam memecahkan masalah. Ciri dari reproduksi jenis ini ialah pada penyelesaian masalah dengan mengaitkan pengalaman sebelumnya serta mengolah informasi yang didapatkan untuk mengubah strategi yang digunakan selama memecahkan masalah. Menurut Bergqvist, dkk. (2008) penalaran kreatif ini cenderung mengandung hal-hal yang baru. Hal baru tersebut ditunjukkan dengan menggambarkan bangun baru yaitu limas segitiga beraturan sebagai representasi dalam menyelesaikan masalah.

5.2.1 Reproduksi Visual Spasial Kreatif Ditinjau dari Penggambaran (*Imaging*)

Penggambaran merupakan faktor terpenting dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang. Subjek dengan reproduksi visual spasial kreatif juga mampu menggambarkan kubus dengan baik dan benar. Kemampuan dalam mentransformasikan dari bentuk abstrak menuju bentuk yang nyata, wajib dimiliki oleh siswa (Muljo, 2018). Kemampuan mengubah gambar tersebut, dijadikan bahan untuk merepresentasikan jarak titik dan bidang.

Ditinjau dari kemampuan dalam merepresentasikan jarak, diperlukan pemahaman terkait konsep geometri. Ketidakmampuan siswa terhadap konsep geometri berdampak pada penyelesaian masalah jarak. Hal ini diperlukan, sebab siswa dengan penguasaan geometri yang rendah berakibat pada rendahnya kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah geometri (Sulistyaningsih, dkk. 2016). Di sisi lain, Mutia (2017) juga menyebutkan bahwa kesalahan dalam memberikan keterangan pada bidang geometri akan berpengaruh terhadap penyelesaian geometri.

Dalam memahami masalah, subjek dengan reproduksi visual spasial kreatif mempunyai kemampuan imajinasi yang lebih baik jika dibandingkan dengan subjek reproduksi visual spasial imitasi. Hal ini didasari dengan penggambaran yang langsung fokus terhadap jarak yang ditanyakan. Dengan demikian, siswa dengan reproduksi visual spasial kreatif melibatkan banyak gambar dapat diminimalisir, sehingga masuk dalam kategori tidak primitif (Cornoldi dkk., 1992). Di sisi lain, siswa yang bersangkutan juga memahami definisi atau istilah dari hasil yang didapatkan.

Berdasarkan kemampuan dalam menyajikan gambar, maka kategori reproduksi visual spasial kreatif termasuk dalam kategori *emotionally negative images*. Raspotnig (1997) menjelaskan bahwa apabila dengan melibatkan sedikit gambar, siswa sudah mampu menunjukkan gambar secara jelas. Diperlukan satu gambar untuk membantu siswa dalam merepresentasikan jarak satu titik dan

bidang. Dengan representasi jarak yang telah didapatkan, subjek mampu menentukan langkah selanjutnya ke tahap *conceptualization*.

5.2.2 Reproduksi Visual Spasial Kreatif Ditinjau dari Konseptualisasi (*Conceptualization*)

Sucipto & Mauliddin (2016) menyatakan bahwa ketidakpahaman siswa terhadap konsep-konsep yang dipelajari, akan menyebabkan siswa yang bersangkutan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan. Dampak dari kesulitan tersebut akan menurunkan hasil belajar siswa.

Ditinjau dari kemampuan siswa dalam menuliskan semua informasi yang dapat digunakan sebagai modal dalam pengerjaan masalah jarak titik dan bidang, subjek dengan kategori reproduksi visual spasial kreatif mampu menuliskan informasi-informasi yang penting. Mutia (2017) menegaskan bahwa dengan mempelajari geometri, siswa dapat menumbuhkan dan mengembangkan kemampuannya dalam berfikir logis. Hal ini dapat diketahui dari penentuan tinggi limas sebagai representasi jarak titik dan bidang yang telah dikerjakan oleh subjek dengan kategori reproduksi visual spasial kreatif. Kemampuan dalam mengkaitkan informasi tersebut menjadi penting, sebab dijadikan sebagai penentu pengerjaan selanjutnya. Apabila dalam tahap ini, kecerdasan logis matematis siswa kurang maka siswa akan mengalami kekeliruan pada hasil akhir.

Kecerdasan logis matematis sangat diperlukan pada proses konseptualisasi (*conceptualization*). Muljo (2018) menjelaskan bahwa kecerdasan logis matematis merupakan kemampuan siswa dalam berpikir, khususnya dalam melakukan penalaran ataupun perhitungan. Kecerdasan ini sangat membantu siswa dalam menerjemahkan soal matematika. Hasil dari terjemahan inilah yang dapat digunakan untuk mengenali pola-pola dari suatu bidang termasuk susunannya.

Konseptualisasi yang dibangun oleh subjek dengan kategori reproduksi visual spasial kreatif mempunyai kecenderungan untuk langsung fokus terhadap permasalahan yang diberikan, yaitu jarak titik H ke bidang ACF. Proses yang dilaluinya dengan menggambar bangun limas segitiga beraturan. Tinggi pada

limas segitiga beraturan tersebut bersesuaian dengan jarak titik dan bidang. Selain itu kategori ini juga mengaitkan dengan konsep titik berat segitiga serta merangkum semua informasi yang diperlukan untuk menentukan hasil jarak titik dan bidang.

5.2.3 Reproduksi Visual Spasial Kreatif Ditinjau dari *Connection Imaging* and *Conceptualization*

Kategori reproduksi visual spasial kreatif menjadikan *connection imaging* and *conceptualization* menjadi kemampuan yang penting dalam menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang. Perbedaan mendasar dari kategori reproduksi visual spasial imitasi dengan kreatif ialah terletak pada tahap kemampuan *imaging* dan *conceptualization*.

Pada tahap *imaging*, siswa dengan kategori reproduksi visual spasial kreatif melakukan abstraksi gambar bentuk bangun ruang yang lain yaitu bangun limas segitiga beraturan. Melalui abstraksi tersebut, siswa dengan kategori ini lebih tertuju pada penyelesaian masalah dibandingkan dengan siswa dengan kategori reproduksi visual spasial imitasi. Hal ini didukung oleh pendapat yang disampaikan oleh Wu & Rau (2019), bahwa dengan adanya kemampuan menggambar lebih lanjut dapat membantu siswa dalam membangun pengetahuan sebelumnya dengan informasi yang didapat.

Informasi tersebut kemudian dihadapkan dengan *conceptualization* yang kuat, sehingga pengerjaan masalah jarak dari titik dan bidang dapat diselesaikan. Hal tersebut didasari dengan adanya kemampuan siswa untuk menggunakan titik berat dari bidang, Pythagoras dan kekekalan luas segitiga. Penggunaan rumus tersebut muncul sebagai akibat dari gambar limas yang telah dikonstruksi oleh siswa yang bersangkutan. Hal ini didukung oleh Gagnier, dkk. (2016) dan Mason, dkk. (2013) yang mengungkapkan bahwa siswa yang mengkonstruksi gambar sendiri memiliki kemampuan yang lebih baik dari pada siswa yang hanya menyalin gambar.

Wirodikromo (2004) menjelaskan bahwa dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang, siswa harus mengetahui kedudukan dan jarak yang melibatkan titik, garis dan bidang dalam ruang dimensi tiga serta kemampuan abstraksi ruang. Hal ini ditunjukkan dengan kemampuan siswa dalam menghubungkan titik H , A , C dan F . Titik-titik tersebut dihubungkan sehingga membentuk limas segitiga beraturan. Tinggi dari limas segitiga beraturan tersebut bersesuaian dengan jarak titik H ke bidang ACF .

5.2.4 Reproduksi Visual Spasial Kreatif Ditinjau dari Pemecahan Masalah (*Problem Solving*)

Kutluca (2013) menjelaskan bahwa pembelajaran geometri dijadikan sebagai salah satu hal yang penting pada matematika, hal ini didasari dengan adanya banyak topik yang mendukung atau mengukur kemampuan siswa dalam memecahkan masalah. Dengan demikian diperlukan kemampuan berpikir dalam memecahkan masalah geometri. Subjek dengan kategori reproduksi visual spasial kreatif mempunyai kemampuan berpikir yang lebih baik. Hal ini didasari dengan kemampuan subjek yang bersangkutan dalam mengupayakan cara lain dalam menjawab soal jarak satu titik dan bidang.

Kemampuan berpikir memang sangat diperlukan. Hal ini didukung dengan pernyataan yang disampaikan oleh Muljo (2018), bahwa dalam memecahkan masalah matematika, setidaknya terdapat tiga aspek yang harus dimiliki oleh siswa yaitu (1) pemikiran-pemikiran kreatif yang bertujuan untuk memastikan jawaban yang dihasilkan benar atau salah dari beberapa cara yang dilakukan; (2) kemampuan dalam menafsirkan dan menyelesaikan masalah; dan (3) kemampuan komunikasi matematika.

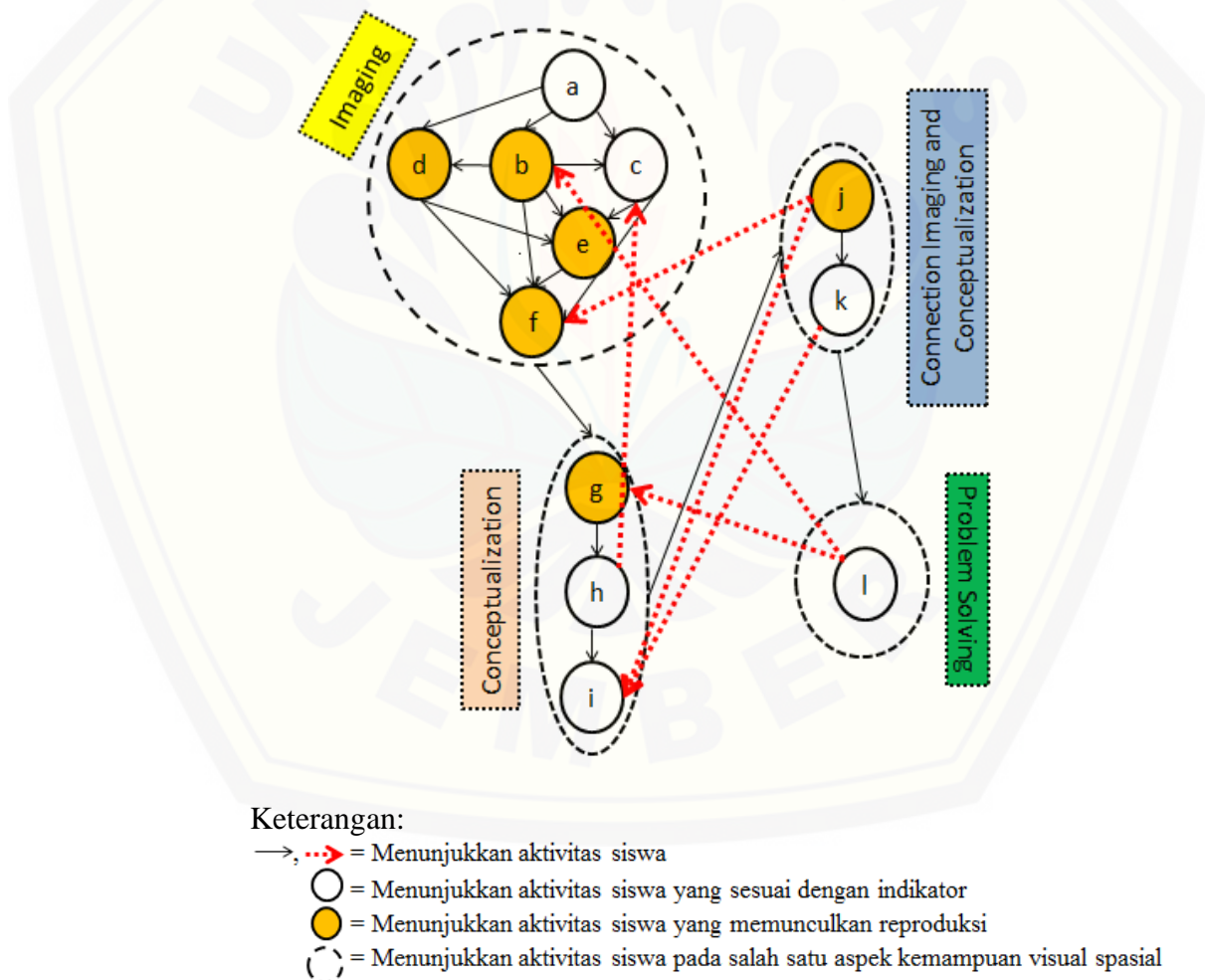
Reproduksi visual spasial kreatif ini jika ditinjau dari pemecahan masalah ialah termasuk dalam kategori berpikir kreatif. Hal ini ditunjukkan dengan kemampuannya dalam menyelesaikan permasalahan jarak titik dan bidang. Rahmatina, dkk. (2014) menegaskan bahwa dibutuhkan berpikir kreatif dalam

menyelesaikan soal-soal matematika. Bentuk dari berpikir kreatif tersebut terdiri dari kemampuan siswa dalam mengemukakan ide-ide dalam menganalisis dan menyelesaikan soal. Di sisi lain, Sukmadinata (2005) juga menambahkan bahwa berpikir kreatif juga dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam membuat kombinasi baru yang didasari dengan data, informasi dan unsur yang ada. Melalui data tersebut, siswa dengan kemampuan berpikir kreatif dapat menemukan banyak kemungkinan jawaban terhadap suatu masalah yang diberikan. Selain itu, berpikir kreatif juga dapat dilihat dari kelancaran, keluwesan dan orisinalitas dalam berpikir serta mengelaborasi dari suatu ide. Berdasarkan proses pengerjaannya, subjek dengan kategori reproduksi visual spasial kreatif mampu menghasilkan cara yang baru, orisinal dan efisien. Dengan demikian indikator-indikator tersebut masuk dalam kategori kemampuan ini.

Muljo (2018) memaparkan bahwa berpikir lancar merupakan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah dengan cepat, berpikir luwes merupakan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dengan melibatkan beberapa cara dengan hasil akhir yang sama, berpikir orisinal merupakan kemampuan siswa dalam menggagas ide atau cara baru dalam menyelesaikan masalah yang diberikan, dan kemampuan elaborasi merupakan kemampuan siswa dalam menjabarkan informasi-informasi sederhana yang telah didapat menjadi informasi yang kompleks.

BAB 6. SKEMA BERPIKIR VISUAL SPASIAL

Pada Bab ini akan dibahas skema berpikir visual spasial siswa dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang. Skema berpikir tersebut didasari dengan adanya empat tahapan yang terdiri dari imaging, conceptualization, connection imaging and conceptualization dan problem solving. berikut akan dibahas perbedaan skema berpikir dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang.



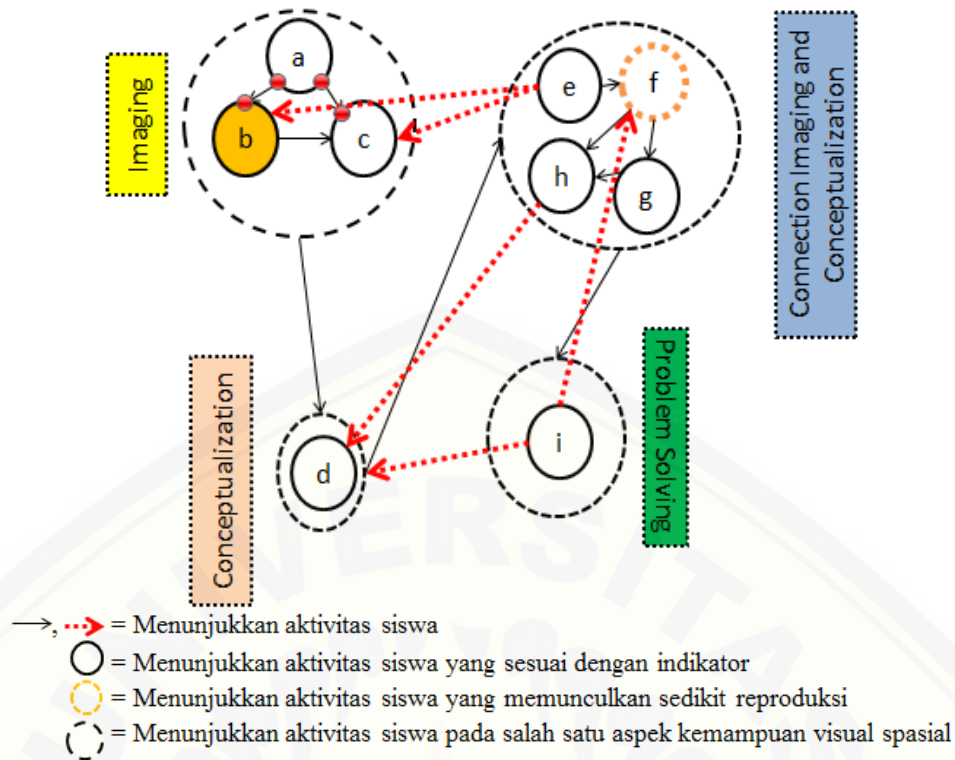
Gambar 3. Skema Reproduksi Visual Spasial Imitasi

Gambar 4.34 menjelaskan bahwa reproduksi visual spasial imitasi terlihat saat subjek menjelaskan titik potong antara \overline{HB} dan bidang ACF . Subjek dengan kategori reproduksi visual spasial imitasi menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang, tahap reproduksi terdapat saat menggambar bidang ACF , menggambar bidang $BDHF$, menentukan perpotongan bidang $BDHF$ dan bidang ACF di F dan O , menentukan perpotongan \overline{HB} dan \overline{FO} di X , menggambar segitiga BOF dan menyatakan \overline{HX} sebagai representasi jarak yang dicari.

Berikut penjelasan dari kode yang terdapat pada skema Reproduksi visual spasial Imitasi.

Tabel 1. Keterangan Kode Skema Reproduksi Visual Spasial Imitasi

Kode	Aspek kemampuan visual spasial	Aktivitas siswa dalam memecahkan masalah jarak titik dan garis
a		Menggambar kubus
b		Menggambar bidang ACF
c		Menghubungkan titik H dan titik B
d	Imaging	Menggambar bidang $BDHF$
e		Menentukan perpotongan bidang $BDHF$ dan bidang ACF di F dan O (O adalah perpotongan \overline{AC} dan \overline{BD})
f		Menentukan perpotongan \overline{HB} dan \overline{FO} di X
g		Menyatakan \overline{HX} sebagai representasi jarak yang dicari
h	Conceptualization	Menentukan panjang \overline{HB} dengan Pythagoras
i		Menentukan panjang \overline{BO} dengan Pythagoras
j	Connection Imaging and Conceptualization	Menggambar segitiga BOF
k		Menggunakan kesebangunan atau hukum kekekalan luas untuk menentukan panjang \overline{BX}
l	Problem Solving	menentukan panjang \overline{HX} , $HX = HB - BX$



Gambar 4. Skema reproduksi Visual Spasial Aljabar

Berdasarkan skema tersebut, terlihat bahwa siswa ketika menyelesaikan masalah, memiliki kecenderungan melakukan reproduksi aljabar. Hal tersebut terlihat pada penyelesaian masalah lebih menekankan proses aljabar. Hal ini dapat ditunjukkan dengan kegiatan siswa dalam menentukan jarak titik dan bidang melalui penentuan panjang garis berat segitiga.

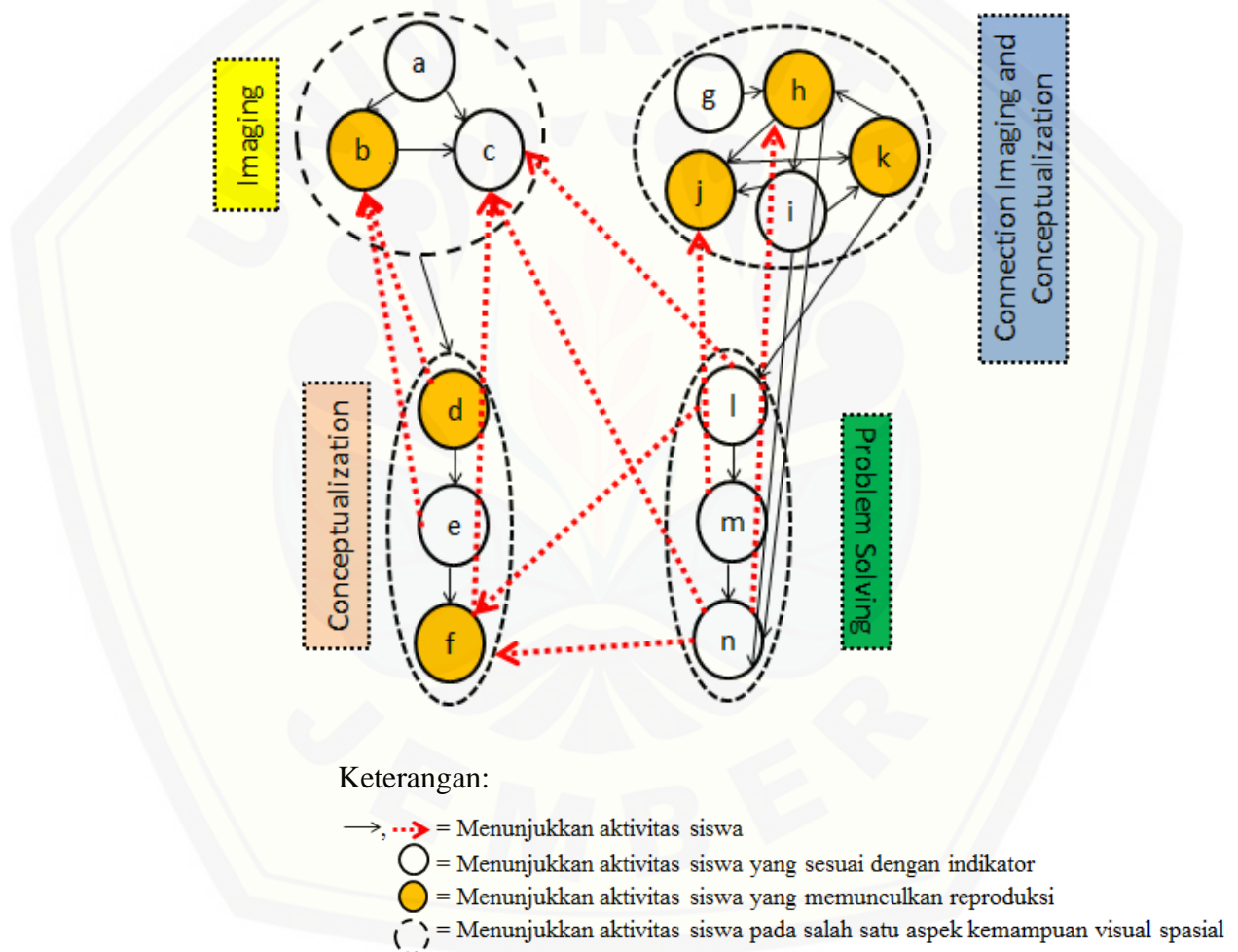
Berikut penjelasan dari kode yang terdapat pada skema reproduksi visual spasial aljabar

Tabel 2. Keterangan Kode Skema reproduksi Visual Spasial Aljabar

Kode	Aspek kemampuan visual spasial	Aktivitas siswa dalam memecahkan masalah jarak titik dan garis
a		Menggambar kubus
b	<i>Imaging</i>	Menggambar bidang ACF
c		Menentukan titik berat segitiga ACF yaitu Z
d	<i>Conceptualization</i>	Menyatakan \overline{HZ} sebagai representasi jarak yang dicari
e	<i>Connection Imaging and Conceptualization</i>	Menentukan titik tengah AC dan BD yaitu di X
f	<i>Connection Imaging and Conceptualization</i>	Menggambar segitiga HXF

g	Menentukan panjang sisi segitiga HXF dengan Pythagoras
h	Menentukan panjang HF dengan Pythagoras
i	Menentukan panjang HZ dengan kekekalan luas segitiga

Berikut disajikan skema reproduksi visual spasial kreatif, hal ini didasari dari penyelesaian masalah dengan melakukan strategi yang berbeda serta strategi yang digunakan logis dan berbeda dengan strategi yang dilakukan oleh subjek lain.



Gambar 5. Skema Reproduksi Visual Spasial Kreatif

Berikut penjelasan dari kode yang terdapat pada skema reproduksi visual spasial kreatif.

Tabel 3. Keterangan Kode Skema Reproduksi Visual Spasial Kreatif

Kode	Aspek kemampuan visual spasial	Aktivitas siswa dalam memecahkan masalah jarak titik dan garis
a	Imaging	Menggambar kubus
b		Menggambar bidang ACF
c		Menghubungkan titik H dan B
d		Menyatakan segitiga ACF sebagai segitiga sama sisi
e	Conceptualization	Menentukan panjang segitiga ACF
f	Connection Imaging and Conceptualization	Menyatakan \overline{HY} sebagai representasi jarak yang dicari
g		Menentukan panjang \overline{FX} (X perpotongan \overline{AC} dan \overline{BD}) dengan Pythagoras
h		Menggambar segitiga HYF (Y titik berat segitiga ACF)
i		Mencari panjang \overline{HB}
j		Menggambar segitiga FBX
k		Menggambar limas segitiga beraturan $HACF$
l		Menentukan panjang \overline{HY} dengan Pythagoras
m		Menentukan panjang \overline{BY} dengan kekekalan luas segitiga
n	$HY = HB - BY$	

Reproduksi visual spasial kreatif, terlihat ketika subjek menyatakan bahwa jarak \overline{HB} ke ACF , sebagai representasi tinggi dari limas segitiga beraturan. Siswa dapat menggambar limas $HACF$ untuk mencari tinggi \overline{HX} . \overline{HX} merupakan representasi jarak \overline{HB} ke ACF .

Subjek dikategorikan ke dalam reproduksi visual spasial imitasi, reproduksi visual spasial aljabar dan reproduksi visual spasial kreatif disajikan pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Kategori reproduksi Visual Spasial Berdasarkan 4 Aspek

Aspek Kategori	Penggambaran (<i>Imaging</i>)	Konseptualisasi (<i>Conceptualization</i>)	<i>Connection Imaging and Conceptualization</i>	Pemecahan Masalah (<i>Problem Solving</i>)
Subjek dikategorikan reproduksi visual spasial imitasi	<ol style="list-style-type: none"> 1. menggambar kubus $ABCD.EFGH$ 2. menggambar bidang ACF pada kubus $ABCDEFGH$ 3. menghubungkan titik H dan titik B 4. menggambar bidang $BDHF$ 5. menentukan perpotongan bidang $BDHF$ dan bidang ACF di F dan O (O adalah perpotongan \overline{AC} dan \overline{BD}) 6. menentukan perpotongan \overline{HB} dan \overline{FO} di X 	<ol style="list-style-type: none"> 1. menyatakan \overline{HX} sebagai representasi jarak yang dicari 2. menentukan panjang \overline{HB} dengan Pythagoras 3. menentukan panjang \overline{BO} dengan Pythagoras 	<ol style="list-style-type: none"> 1. menggambar segitiga BOF 2. menggunakan kesebangunan atau hukum kekekalan luas untuk menentukan panjang \overline{BX} 	<ol style="list-style-type: none"> 1. menentukan panjang $\overline{HX}, HX = HB - BX$

Aspek Kategori	Penggambaran (<i>Imaging</i>)	Konseptualisasi (<i>Conceptualization</i>)	<i>Connection Imaging and Conceptualization</i>		Pemecahan Masalah (<i>Problem Solving</i>)	
Subjek dikategorikan reproduksi visual spasial aljabar	<ol style="list-style-type: none"> menggambar kubus $ABCD.EFGH$ menggambar bidang ACF pada kubus $ABCEFGH$ menggambar titik berat segitiga ACF yaitu Z 	<ol style="list-style-type: none"> menyatakan \overline{HZ} sebagai representasi jarak yang dicari 	<ol style="list-style-type: none"> menentukan titik tengah \overline{AC} dan \overline{BD} yaitu di X menggambar segitiga HXF menentukan panjang sisi segitiga HXF dengan Pythagoras menentukan panjang HF dengan Pythagoras 	<ol style="list-style-type: none"> menentukan HZ dengan kekekalan luas segitiga 		
Subjek dikategorikan reproduksi visual spasial kreatif	<ol style="list-style-type: none"> menggambar kubus $ABCD.EFGH$ menggambar bidang ACF pada kubus $ABCEFGH$ menghubungkan titik H dan B menggambar bidang ACF 	<ol style="list-style-type: none"> menyatakan segitiga ACF sebagai segitiga sama sisi menentukan panjang segitiga ACF menyatakan \overline{HY} sebagai representasi jarak yang dicari 	<ol style="list-style-type: none"> menentukan panjang \overline{FX} (X perpotongan \overline{AC} dan \overline{BD}) dengan Pythagoras Menggambar limas $HACF$ menggambar segitiga HXY (Y titik berat segitiga ACF) 	<ol style="list-style-type: none"> mencari panjang \overline{HB} menggambar segitiga FBX 	<ol style="list-style-type: none"> menentukan panjang \overline{HY} dengan Pythagoras 	<ol style="list-style-type: none"> menentukan panjang \overline{BY} dengan kekekalan luas segitiga $HY = HB - BY$

Dengan diketahuinya macam-macam reproduksi visual spasial siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang, maka akan diberikan penjelasan sebagai berikut.

a) Reproduksi visual spasial imitasi

Reproduksi visual spasial imitasi merupakan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang diawali dengan menggambar secara detail informasi yang diketahui. Siswa menggambar dan memberi nama dengan jelas, selanjutnya menganalisis gambar dengan jelas untuk mendapatkan gambaran yang jelas dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang ini. Selanjutnya siswa fokus dengan apa yang diketahui dalam memecahkan masalah jarak titik dan bidang. Dalam menggambarkan bangun yang jelas, hal ini mengakibatkan siswa hanya memberikan satu cara untuk menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang, dengan tidak memberikan alternatif cara yang berbeda.

Reproduksi visual spasial imitasi dilakukan subjek bertujuan untuk menentukan jarak pada titik berat ACF ke B . Diperlukan beberapa tahapan kemampuan untuk menentukan panjang tersebut, yaitu dengan melibatkan beberapa rumus dan segitiga untuk melengkapi informasi yang dibutuhkan dan diakhiri dengan pengurangan dari panjang \overline{HB} dengan panjang titik berat ACF ke titik B .

Reproduksi visual spasial imitasi ini ditandai dengan suatu penalaran yang didasarkan pada pengalaman sebelumnya. Subjek tidak melakukan usaha untuk mengubah memori yang telah tersimpan. Hal tersebut terlihat ketika subjek menjelaskan proses penentuan perpotongan \overline{HB} dan bidang ACF .

b) Reproduksi visual spasial aljabar

Reproduksi visual spasial aljabar merupakan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah jarak titik fokus dengan apa yang dicari. Siswa langsung melakukan perhitungan jarak titik dan bidang tanpa melalui pertolongan ruas garis yang lain. Alur penyelesaian ini fokus dalam

memanfaatkan bidang yang dibentuk terhadap jarak dari suatu titik yang ditanyakan.

Alur penyelesaian ini cenderung fokus ke permasalahan jarak yang ditanyakan. Hal ini ditunjukkan dengan melibatkan persamaan luas segitiga, sehingga tidak ada pengerjaan lanjutan seperti perhitungan dari panjang \overline{HB} dengan panjang dari titik berat ACF ke titik B .

c) Reproduksi visual spasial kreatif

Reproduksi visual spasial kreatif merupakan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah jarak titik dan bidang melalui strategi yang berbeda dengan subjek lainnya. Strategi tersebut memuat langkah-langkah baru pada suatu penyelesaian masalah.

Reproduksi visual spasial kreatif merupakan penalaran siswa SMA yang melakukan perhitungan jarak titik dan bidang dengan cara melakukan penggunaan yang berbeda untuk menyelesaikan masalah. Penggunaan tersebut terlihat ketika menyatakan \overline{HX} sebagai tinggi dari suatu limas segitiga beraturan. Siswa dengan kategori ini menyatakan bahwa \overline{HX} sebagai tinggi dari suatu limas merupakan kesesuaian \overline{HX} sebagai jarak dari titik H ke ACF .

Berdasarkan tiga temuan tersebut, diketahui perbedaan-perbedaan dalam reproduksi visual spasial siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang. Oleh sebab itu, diberikan Tabel 5 untuk memudahkan perbedaan tersebut.

Tabel 5. Perbedaan Strategi Penyelesaian Masalah yang dilakukan pada Setiap Kategori

	Reproduksi Visual Spasial Imitasi	Reproduksi Visual Spasial Subjek 2	Reproduksi Visual Spasial Kreatif
Langkah 1	Mencari panjang \overline{BY} untuk mengetahui panjang \overline{HB}	Langsung mencari panjang \overline{HY} , tanpa mencari panjang \overline{BY}	Mencari panjang \overline{BY} untuk mengetahui panjang \overline{HB}
Langkah 2	$HY = HB - BY$		Langsung mencari panjang \overline{HY}
Langkah 3			$HY = HB - BY$

Siswa dikatakan memiliki reproduksi visual spasial imitasi jika ia menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang, strategi yang digunakan untuk menyelesaikan jarak melalui tahapan gambar yang detail dan langkah pengerjaannya tidak langsung pada jarak yang ditanyakan. Pada kategori reproduksi visual spasial imitasi, siswa memiliki aspek *imaging* yang baik. Siswa dikategorikan memiliki reproduksi visual spasial aljabar apabila dalam menyelesaikan jarak titik bidang langsung fokus pada jarak yang dicari tanpa melalui proses penggambaran yang detail tetapi menggunakan penerapan aljabar. Pada kategori reproduksi visual spasial aljabar, siswa memiliki aspek *conceptualization* yang baik. Siswa dikategorikan memiliki reproduksi visual spasial kreatif apabila subjek dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang melalui tahapan gambar yang detail dan menggunakan strategi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah melalui dua langkah yaitu, fokus pada jarak yang ditanyakan dan pengerjaan yang tidak langsung untuk menentukan jarak yang akan dicari. Pada kategori reproduksi visual spasial kreatif, siswa memiliki aspek *imaging* dan *conceptualization* yang baik. Ketiga kategori memiliki kesamaan, yaitu langkah awal dalam menyelesaikan masalah jarak titik dan bidang dengan aktifitas menggambar.

Berikut disajikan perbedaan reproduksi visual spasial imitasi dan kreatif.

Tabel 6. Perbedaan Penalaran Reproduksi Visual Spasial Imitasi dan Kreatif

Reproduksi Visual Spasial Imitasi	Reproduksi Visual Spasial Kreatif
Penalaran berdasarkan pada pengalaman sebelumnya dan tidak ada usaha untuk mengubahnya	Penalaran yang mengandung hal-hal baru yang dilakukan oleh subjek
Penalaran ini berdasarkan memori dan algoritma yang digunakan	Melakukan penggunaan penyelesaian yang berbeda
	Argumentasi yang mendukung strategi logis

BAB 7. APLIKASI REPRODUKSI VISUAL SPASIAL PADA MASALAH JARAK TITIK DAN BIDANG

Bab ini akan membahas kemampuan-kemampuan siswa dalam mengaplikasikan reproduksi visual spasial imitasi, kreatif dan aljabar. Aplikasi tersebut dilengkapi dengan hasil pekerjaan siswa yang ditinjau dari *imaging*, *conceptualization*, *connection imaging and conceptualization* dan *problem solving*. Khusus untuk siswa yang menerapkan reproduksi visual spasial imitasi, dibagi menjadi empat tipe yang terdiri dari reproduksi visual spasial imitasi tipe 1, tipe 2, tipe 3 dan tipe 4. Pada reproduksi visual spasial kreatif dan aljabar hanya terdapat 1 tipe. Berikut disajikan tabel tahapan siswa dalam menerapkan reproduksi visual spasial untuk memecahkan masalah jarak titik dan bidang.

Tabel 7. Ringkasan Data Keenam Subjek dalam Menyelesaikan Masalah Jarak Titik dan Bidang

	Siswa Imitasi Tipe 1	Siswa Imitasi Tipe 2	Siswa Imitasi Tipe 3	Siswa Imitasi Tipe 4	Siswa Kreatif	Siswa Aljabar
<i>Imaging</i>	Menggambar dan menamai kubus dengan benar	Menggambar dan menamai kubus dengan benar	Menggambar kubus tidak benar tetapi menamainya benar	Menggambar dan menamai kubus dengan benar	Menggambar kubus dan menamai kubus tidak sesuai kaidah yang benar, tetapi penamaan kubus konsisten	Menggambar dan menamai kubus dengan benar
	Menandai ruas garis yang bersesuaian dengan jarak dari titik H ke bidang ACF	Menandai ruas garis yang bersesuaian dengan jarak dari titik H ke bidang ACF	Menandai ruas garis yang bersesuaian dengan jarak dari titik H ke bidang ACF	Menandai ruas garis yang bersesuaian dengan jarak dari titik H ke bidang ACF	Mengetahui jarak yang akan dicari tetapi tidak menandai jarak yang dimaksud	Menandai ruas garis yang bersesuaian dengan jarak dari titik H ke bidang ACF
<i>Conceptualization</i>	Membedakan antara tinggi dan jarak, ruas garis yang menghubungkan H ke bidang ACF	tidak menjelaskan pengertian jarak	Mengaitkan bahwa ruas garis dari H ke ACF merupakan tinggi dari H ke ACF	Mengaitkan bahwa ruas garis dari H ke ACF merupakan tinggi dari H ke ACF	Mengaitkan bahwa ruas garis dari H ke ACF merupakan tinggi dari H ke ACF	Mengaitkan bahwa ruas garis dari H ke ACF merupakan tinggi dari H ke ACF
	Mengaitkan Pythagoras dan perbandingan luas segitiga untuk menyelesaikan masalah titik dan bidang	Mengaitkan Pythagoras dan kesebangunan untuk menyelesaikan masalah titik dan bidang	Mengaitkan Pythagoras dan kesebangunan untuk menyelesaikan masalah titik dan bidang	Mengaitkan Pythagoras dan perbandingan luas segitiga untuk menyelesaikan masalah titik dan bidang	Mengaitkan Pythagoras , titik berat dan perbandingan luas segitiga untuk menyelesaikan masalah titik dan bidang	Mengaitkan Pythagoras , konruenan , titik berat untuk menyelesaikan masalah titik dan bidang
<i>Problem Solving</i>	Mengetahui panjang rusuk , panjang diagonal sisi , panjang diagonal ruang untuk menyelesaikan masalah jarak dari	Mengetahui sisi-sisi yang digunakan untuk konsep Pythagoras dan sisi yang bersesuaian pada segitiga yang sebangun untuk	Mengetahui sisi-sisi yang digunakan untuk konsep Pythagoras dan sisi yang bersesuaian pada segitiga yang sebangun untuk	mengetahui perbandingan sisi yang digunakan untuk menghitung perbandingan luas	Mengetahui panjang rusuk kubus , tinggi X ke alas dan mencari panjang HZ untuk menyelesaikan masalah jarak dari	Mengetahui panjang sisi segitiga HFX

	Siswa Imitasi Tipe 1	Siswa Imitasi Tipe 2	Siswa Imitasi Tipe 3	Siswa Imitasi Tipe 4	Siswa Kreatif	Siswa Aljabar
	titik dan bidang	menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang	menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang		titik dan bidang	
	Menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang	Menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang	Menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang	Menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang	Menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang	Menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah jarak dari titik dan bidang
	Menentukan jarak dari titik dan bidang dengan perbandingan luas segitiga	Menentukan jarak dari titik dan bidang dengan kesebangunan perbandingan luas segitiga	Menentukan jarak dari titik dan bidang dengan kesebangunan dan titik berat	Menentukan jarak dari titik dan bidang dengan perbandingan luas segitiga	Menentukan jarak dari titik dan bidang dengan perbandingan luas segitiga	Menentukan jarak dari titik dan bidang dengan Pythagoras, kesebangunan, titik berat dan menduga jaraknya 2/3 dari panjang diagonal ruang
	Melihat segitiga <i>OBF</i> apakah benar siku-siku di <i>B</i> atau <i>O</i>	Melihat sisi bersesuaian ketiga menuliskan dua segitiga yang sebangun	melihat segitiga <i>FOB</i> dimana letak siku-sikunya.	Melihat titik <i>OMF</i> , melihat apakah $HM = HB - MB$	Melihat perhitungan <i>XBF</i> dan <i>XDH</i> dan panjang <i>HX</i> dan <i>FX</i>	Melihat bagian sisi segitiga sama sisi yang menggunakan garis berat, letak siku-sikunya dan perhitungan panjang sisinya

7.1. Aplikasi Reproduksi Visual Spasial Imitasi pada Masalah Jarak Titik dan Bidang

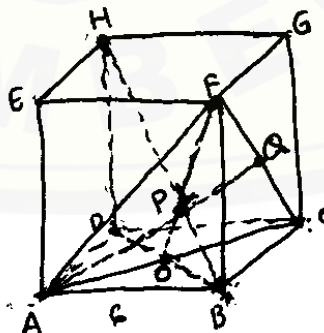
Reproduksi visual spasial imitasi menitik beratkan pada kemampuan siswa dalam melakukan penalaran yang didasarkan pada pengalaman sebelumnya. Pada aplikasinya, siswa yang mempunyai reproduksi visual spasial imitasi terdiri dari empat tipe. Berikut keempat tipe reproduksi visual spasial imitasi.

7.1.1 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Tipe 1

Berdasarkan indikator penggambaran (*imaging*), kemampuan dalam menjelaskan bidang frontal, bidang ortogonal, sudut surut dan perbandingan proyeksi dalam menggambar kubus $ABCD EFGH$ tidak mengalami hambatan.

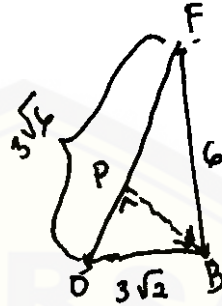
Ditinjau dari proses menggambar kubus, siswa dapat menjelaskan proses menggambar kubus $ABCD EFGH$. Penyebutan pada setiap titik pojok yang terdapat pada kubus $ABCD EFGH$ diawali dari bidang alas kubus $ABCD$ dan bidang atas $EFGH$.

Berdasarkan titik yang telah diketahui, maka selanjutnya ialah menunjukkan bidang ACF melalui garis bantu yang menghubungkan bidang ACF . Siswa dalam menentukan jarak titik dan bidang dengan garis bantu yang menghubungkan titik F dengan titik tengah diagonal sisi \overline{AC} dan diberi nama O . Perpotongan antara \overline{HB} dan \overline{FO} diberi nama dengan titik P seperti Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Gambar Kubus $ABCD EFGH$ Siswa

Siswa menerapkan kesebangunan serta Pythagoras untuk menentukan panjang diagonal sisi. Ditinjau dari proses pengerjaannya, siswa menguraikan dengan cara menggambar segitiga OBF seperti Gambar 7 berikut.



Gambar 7. Segitiga OBF yang didapatkan Siswa

Sisi-sisi yang terdapat pada segitiga OBF yang didapatkan seperti Gambar 4.2 dijadikan sebagai acuan untuk mengimplementasikan rumus Pythagoras yang bertujuan untuk menentukan panjang diagonal sisi. Adapun perhitungannya seperti Gambar 8 berikut.

$$\begin{aligned}
 BD &= \sqrt{AB^2 + AD^2} & OF &= \sqrt{OB^2 + BF^2} \\
 &= \sqrt{6^2 + 6^2} & &= \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 6^2} \\
 &= \sqrt{36 + 36} & &= \sqrt{18 + 36} \\
 &= \sqrt{72} & &= \sqrt{54} \\
 &= 6\sqrt{2} & &= \sqrt{9 \times 6} \\
 OB &= \frac{1}{2} BD & &= 3\sqrt{6} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} & & \\
 &= 3\sqrt{2} & &
 \end{aligned}$$

Gambar 8. Penerapan Rumus Pythagoras

Penentuan jarak titik dan bidang, dilakukan dengan cara menggambar secara langsung. Penentuan jarak melalui cara tersebut lebih efektif, jika dibandingkan dengan membayangkan. Penentuan jarak selanjutnya didapatkan

dari perbandingan luas segitiga dengan memanfaatkan Gambar 9, sehingga didapatkan perhitungan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= L_2 \\
 \frac{1}{2} \cdot OB \cdot BF &= \frac{1}{2} \cdot OP \cdot BP \\
 \cancel{\frac{1}{2}} \cdot 6 &= \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{3} \cdot BP \\
 BP &= \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\
 &= \frac{6\sqrt{3}}{3} \\
 \boxed{BP} &= \boxed{2\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

Gambar 9. Perbandingan Luas Segitiga Siswa

Adapun hasil akhir yang didapatkan setelah mengetahui nilai \overline{BP} ialah sebagai berikut.

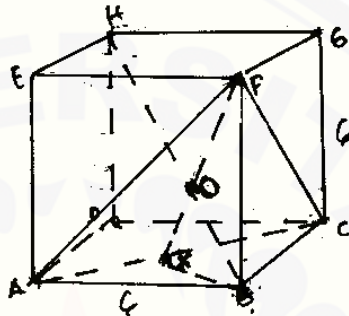
$$\begin{aligned}
 HB &= \sqrt{BP^2 + HD^2} \\
 &= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} \\
 &= \sqrt{12 + 36} \\
 &= \sqrt{48} \\
 HB &= \sqrt{16 \times 3} \\
 \boxed{HB} &= \boxed{4\sqrt{3}} \\
 HP &= HB - BP \\
 &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\
 HP &= 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Gambar 10. Hasil Akhir Penentuan Jarak titik dan bidang Subjek 1

7.1.2 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Tipe 2

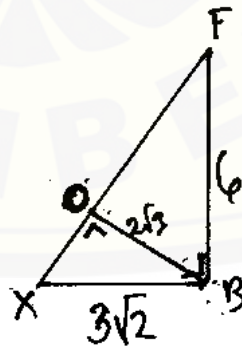
Siswa pada tipe ini dapat menggambar kubus dengan baik. Hal ini disebabkan dalam proses penggambarannya, siswa menggunakan penggaris sehingga garis dan ukuran yang dihasilkan terlihat lebih jelas dan baik. Proses penyebutan nama diawali dari bidang kubus bagian alas $ABCD$ dan bidang kubus bagian atas $EFGH$.

Subjek 3 menggambar bidang ACF dengan cara menghubungkan titik A , C dan F . Untuk menentukan jarak yang ditanyakan, langkah pertama yang dilakukan siswa ialah dengan menuliskan nama X pada diagonal sisi \overline{AC} . Langkah kedua dengan menghubungkan titik H dan titik B serta titik F dan titik X . Langkah terakhir ialah menuliskan nama O pada titik potong yang dihasilkan, sehingga dengan garis bantu yang dimanfaatkan tersebut, sehingga didapatkan representasi jarak yang ditanyakan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 11. berikut.



Gambar 11. Gambar Kubus $ABCD EFGH$

Berdasarkan Gambar xx, selanjutnya siswa menggambar segitiga FBX dari kubus $ABCD EFGH$. Siswa menggambar segitiga FBX dijadikan sebagai representasi awal dalam menentukan jarak titik H terhadap bidang ACF melalui perhitungan panjang \overline{BO} . Berikut gambarnya.



Gambar 12. Segitiga FBX yang didapatkan

Segitiga FBX seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13, dapat memudahkan siswa untuk menggunakan rumus Pythagoras dalam menentukan panjang \overline{XF} yang belum teridentifikasi pada segitiga FBX . Berikut perhitungan panjang \overline{XF} .

$$\begin{aligned} XF &= \sqrt{6^2 + (3\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{36 + 18} \\ &= \sqrt{54} \\ &= 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

Gambar 13. Perhitungan \overline{XF} melalui Penerapan Rumus Pythagoras

Panjang \overline{XF} yang telah diketahui, selanjutnya digunakan untuk menentukan panjang \overline{BO} . Adapun cara yang dapat digunakan ialah dengan mengimplementasikan kesebangunan dari dua segitiga yang terdapat dalam segitiga FBX seperti perhitungan berikut.

$$\frac{BO}{FB} = \frac{BX}{FX}$$

$$\frac{BO}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{6}\sqrt{3}}$$

$$BO\sqrt{3} = 6$$

$$BO = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$BO = 2\sqrt{3}$$

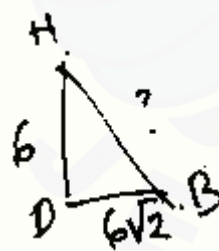
Gambar 14. Perhitungan panjang \overline{BO} melalui Penerapan Kesebangunan

Berikut pekerjaan siswa dalam mencari panjang Panjang \overline{BO} melalui kekekalan luas segitiga.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6 &= \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{6} \cdot BO \\ 9\sqrt{2} &= 3\sqrt{6} \cdot BO \\ \frac{9\sqrt{2}}{3\sqrt{6}} &= BO \\ \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{6}} &= BO \\ \frac{6}{\sqrt{3}} &= BO \\ \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} &= BO \\ \frac{6\sqrt{3}}{3} &= BO \\ BO &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Gambar 15. Perhitungan Panjang \overline{BO} melalui Kekekalan Luas Segitiga oleh

Adapun proses pengerjaan dari penentuan jarak titik dan bidang dilakukan dengan menggambar segitiga BDH yang kemudian diproses lebih lanjut dengan menerapkan Pythagoras sehingga didapatkan dari jarak titik H ke bidang ACF melalui pengurangan panjang \overline{HB} terhadap panjang \overline{BO} . Berikut proses pengerjaan siswa.



(a)

$$\begin{aligned} HB &= \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{36 + 72} \\ &= \sqrt{108} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} HO &= HB - BO \\ HO &= 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ HO &= 4\sqrt{3} // \end{aligned}$$

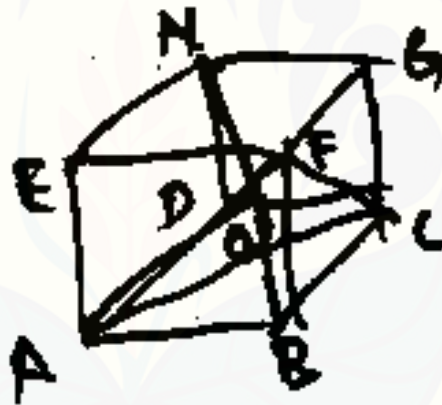
(c)

Gambar 16. Perhitungan Jarak Titik H ke Bidang ACF (a) Segitiga BDH (b) Proses Perhitungan panjang \overline{HB} melalui Pythagoras (c) Perhitungan panjang \overline{HO}

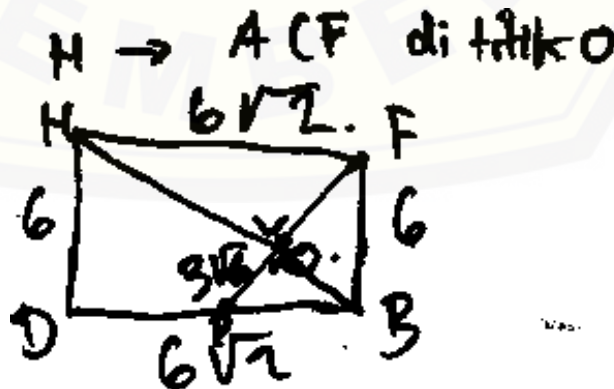
7.1.3 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Tipe 3

Ditinjau dari kubus $ABCD EFGH$, hasil gambar siswa berbeda dengan hasil gambar kubus oleh siswa-siswa sebelumnya. Seluruh garis yang membentuk kubus tersebut, dibuat dengan garis. Dari segi pemberian nama huruf pada setiap titik kubus, sama dengan siswa tipe 1 dan 3 yaitu dimulai dari bidang alas kubus $ABCD$ dan bidang atas $EFGH$.

Siswa menunjukkan posisi bidang ACF dengan titik H . Pada titik tengah diagonal sisi \overline{AC} , siswa memberi nama P . Langkah selanjutnya, siswa menghubungkan titik H dan titik B , sehingga didapatkan titik perpotongan yang kemudian disebut sebagai O . Berikut tampilan dari representasi jarak suatu titik dan bidang tampak pada Gambar 17 berikut.



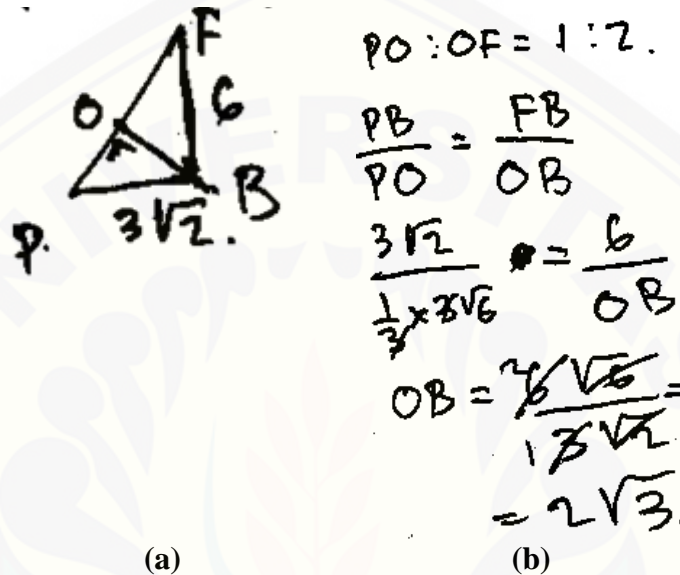
Gambar 17. Gambar Kubus $ABCD EFGH$



Gambar 18. Gambar Bidang $DBHF$ sebagai Representasi Jarak Titik H ke Bidang ACF

Gambar 18 menunjukkan siswa menggambar persegi panjang $DBHF$ yang merupakan representasi jarak yang ditanyakan, yaitu jarak H dan O atau titik berat dari bidang ACF .

Siswa menuliskan semua informasi yang didapatkan untuk menentukan jarak titik dan bidang ditunjukkan dengan pemahamannya tentang kesebangunan segitiga.



Gambar 19. Penerapan Kesebangunan (a) Segitiga BFP dan (b) Perhitungan Panjang OB

Gambar 19 menunjukkan bahwa siswa menuliskan informasi yang digunakan untuk memecahkan masalah jarak titik dan bidang. Dalam menghubungkan informasi yang diketahui dengan konsep-konsep yang diperlukan dalam menentukan jarak titik dan bidang, tidak hanya terpaku pada cara yang telah dikerjakan. Siswa juga menemukan cara tercepat untuk mendapatkan jarak titik dan bidang dengan menentukan panjang \overline{HO} secara langsung.

Proses penentuan jarak titik dan bidang, dilakukan dengan cara menggambar bangun kubus dan segitiga. Siswa menyebutkan apabila tidak digambar secara langsung atau membayangkan saja, nanti akan berdampak pada posisi penamaan dan posisi garis dan bidang ACF . Berikut hasil pengerjaan siswa dalam menentukan jarak yang dimaksud.

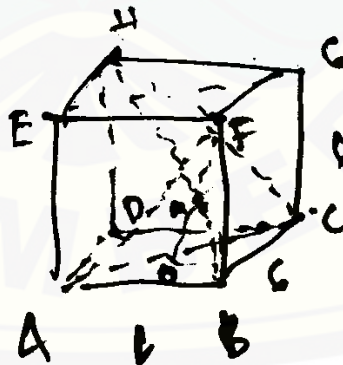
$$\begin{aligned}
 HB &= 6\sqrt{3}. \\
 HO &= HB - BO \\
 &= 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\
 &= 4\sqrt{3} \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

Gambar 20. Penentuan Panjang \overline{HB} sebagai Jarak titik H ke Bidang ACF

7.1.4 Reproduksi Visual Spasial Imitasi Tipe 4

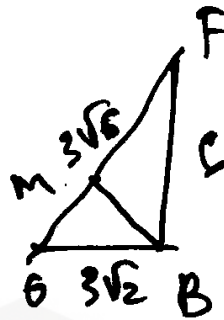
Kubus $ABCD EFGH$ yang digambar oleh siswa sama dengan siswa tipe 1 dan 2. Pemberian nama titik pojok juga sama yaitu diawali dari bidang alas kubus $ABCD$ dan pada bidang atas kubus $EFGH$.

Penggambaran bidang ACF juga dapat ditunjukkan dengan baik, melalui penggunaan titik-titik yang telah diketahui. Pada diagonal sisi \overline{AC} dituliskan dengan memberi nama O , kemudian menghubungkan titik H dan titik B . Adapun titik perpotongan yang dihasilkan, selanjutnya memberi nama berupa huruf M . Dengan demikian representasi jarak titik dan bidang dapat teridentifikasi seperti Gambar 21 berikut.



Gambar 21. Gambar Kubus $ABCD EFGH$

Siswa dapat menguraikan segitiga OBF dari kubus $ABCD EFGH$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 22 berikut.



Gambar 22. Segitiga OBF yang didapatkan

Adapun proses pengerjaan siswa dalam menghubungkan informasi ialah seperti yang ditunjukkan pada Gambar 23..

$$\begin{aligned}
 FO &= \sqrt{6^2 + (3\sqrt{2})^2} \\
 &= \sqrt{36 + 9 \cdot 2} \\
 &= \sqrt{36 + 18} \\
 &= \sqrt{54} \\
 &= \sqrt{9 \cdot 6} \\
 &= 3\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Gambar 23. Perhitungan panjang \overline{FO} melalui Pythagoras oleh Subjek 6

Siswa dalam menentukan jarak titik dan bidang, dilakukan dengan cara menggambar bidang yang dimaksud secara langsung. Adapun perhitungan nilai jarak titik H ke bidang ACF dengan menggunakan perbandingan seperti Gambar 24 berikut.

$$\begin{aligned}
 LOBF &= LOBF & HM &= HB - MB \\
 \frac{1}{2} \cdot OB \cdot FB &= \frac{1}{2} \cdot OF \cdot MB & &= 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\
 \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 6 &= \frac{1}{2} \sqrt{6} \cdot MB & &= 4\sqrt{3} \\
 MB &= \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} \\
 &= \frac{6\sqrt{12}}{6} \\
 &= \sqrt{12} \\
 &= \sqrt{4 \cdot 3} \\
 &= 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

(a) (b)

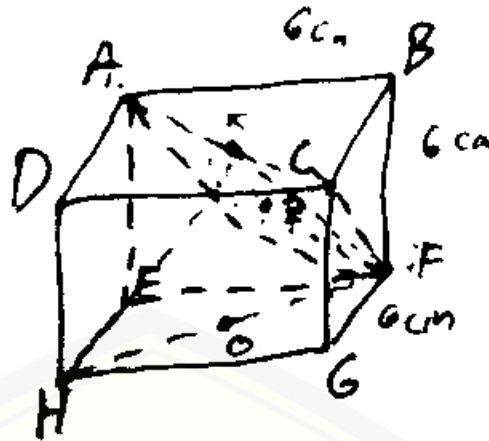
Gambar 24. Penentuan Jarak Titik H ke Bidang ACF
 (a) Perhitungan melalui Persamaan Luas Segitiga dan (b) Jarak Titik H ke Bidang ACF

7.2. Aplikasi Reproduksi Visual Spasial Kreatif pada Masalah Jarak Titik dan Bidang

Reproduksi visual spasial kreatif menitik beratkan pada kemampuan dalam mereproduksi yang ditandai dengan penyelesaian yang berbeda dalam memecahkan masalah. Pada aplikasinya, siswa yang mempunyai reproduksi visual spasial kreatif hanya memiliki satu tipe.

Siswa pada kategori ini mempunyai keunikan dalam menggambar kubus $ABCD EFGH$. Dalam penamaan kubus $ABCD EFGH$ dimulai dari bidang atap $ABCD$ dan bidang alas $EFGH$.

Berdasarkan titik yang telah diketahui, siswa selanjutnya menggambar bidang ACF . Selanjutnya untuk menunjukkan representasi jarak titik H dan bidang ACF , siswa terlebih dahulu menuliskan nama berupa huruf X pada titik tengah diagonal sisi \overline{AC} serta memberi nama berupa huruf O pada titik tengah diagonal sisi \overline{HF} . Representasi jarak titik H kebidang ACF dengan menghubungkan titik H dan titik X , titik H dan titik F serta menuliskan keterangan berupa huruf Z tepat di tengah \overline{XF} . Adapun hasil representasi jarak yang dimaksud, ditunjukkan pada Gambar 25 berikut.



Gambar 25. Representasi Jarak Titik H ke Bidang ACF

Selanjutnya perhitungan siswa dalam menggunakan Pythagoras adalah seperti Gambar 26 berikut.

$$\begin{aligned}
 x_H = x_F &= \sqrt{BF^2 + FB^2} \\
 &= \sqrt{6^2 + (3\sqrt{2})^2} \\
 &= \sqrt{36 + 18} \\
 &= \sqrt{54} \\
 &= 3\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Gambar 26. Perhitungan Panjang XF Menggunakan Pythagoras

Kedua segitiga baru tersebut dapat menunjukkan hubungan informasi terkait konsep yang diperlukan untuk memecahkan masalah jarak titik dan bidang yaitu dengan melakukan perhitungan, melalui perbandingan kedua luas segitiga sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 L_{\Delta 1} &= L_{\Delta 2} \\
 \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 &= \frac{1}{2} \cdot H_2 \cdot 8 \\
 \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2} &= \frac{1}{2} \cdot H_2 \cdot 8\sqrt{3} \\
 12 &= H_2 \cdot \sqrt{3} \\
 \frac{12}{\sqrt{3}} &= H_2 \\
 \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= H_2 \\
 H_2 &= \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

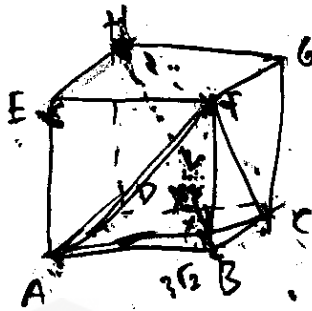
Gambar 27. Perbandingan Luas Segitiga

Cara yang dilakukan oleh siswa untuk menentukan jarak titik dan bidang ialah cara tercepat.

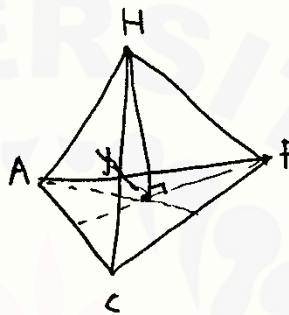
7.3. Aplikasi Reproduksi Visual Spasial Aljabar pada Masalah Jarak Titik dan Bidang

Reproduksi visual spasial aljabar menitik beratkan pada kemampuan dalam mereproduksi langsung fokus pada jarak yang dicari tanpa melalui proses penggambaran yang detail tetapi lebih banyak menggunakan penerapan aljabar. Pada aplikasinya, siswa yang mempunyai reproduksi visual spasial aljabar hanya memiliki satu tipe.

Siswa dalam menggambar kubus $ABCD EFGH$ sama dengan ketiga subjek sebelumnya. Penamaan titik pojok $ABCD EFGH$ yaitu dari bidang alas $ABCD$ dan bidang atas $EFGH$. Sehingga, siswa dapat menghubungkan titik A , C dan F . Setelah terbentuknya bidang ACF , selanjutnya menghubungkan titik H dan titik B . Titik perpotongan yang dihasilkan dari garis yang dihubungkan dari titik H dan bidang ACF disebut titik X . Berikut ruas garis yang dijadikan sebagai representasi jarak suatu titik dan bidang.

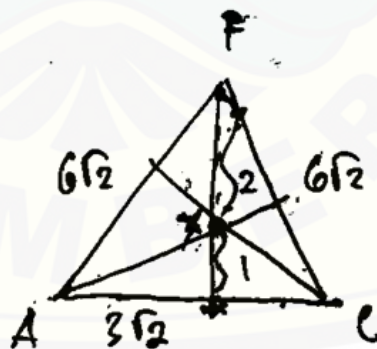


Gambar 28. Gambar Kubus $ABCD EFGH$



Gambar 29. Gambar Limas Segitiga Beraturan

Ditinjau dari proses pengerjaannya, berikut segitiga ACF yang digambar oleh siswa.



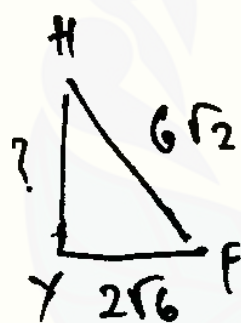
Gambar 30. Segitiga ACF yang didapatkan

Siswa menggunakan rumus Pythagoras dalam menentukan panjang \overline{FX} sebagai langkah awal dalam representasi jarak titik H ke bidang ACF . Adapun perhitungannya ditunjukkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} FX &= \sqrt{72 - 18} \\ &= \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

Gambar 31. Penerapan Rumus Pythagoras dalam Menentukan Panjang \overline{FX}

Adapun penentuan jarak titik dan bidang, dilakukan dengan cara menggambar kubus dan segitiga. Siswa menyebutkan jika dilakukan dengan cara membayangkan, maka akan kesulitan dalam menentukan jarak titik dan bidang. Siswa menggunakan rumus Pythagoras untuk mencari jarak titik H dan bidang ACF , seperti yang ditunjukkan pada Gambar 32 berikut.



(a)

$$\begin{aligned} HY &= \sqrt{72 - 24} \\ &= \sqrt{48} = \underline{\underline{4\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

(b)

Gambar 32. Perhitungan Panjang \overline{HY} Sebagai Representasi Jarak yang Ditanyakan (a) Segitiga HFY dan (b) Perhitungan Panjang \overline{HY} melalui Pythagoras

DAFTAR RUJUKAN

- Afgani D, J. 2011. *Analisis Kurikulum Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Alias, M., Black, Black, T. R., & Gray, D. E. 2002. Effect of Instruction on Spatial Visualization Ability in Civil Engineering Students. *International Education Journal*, III(1), 1–12.
- Arcat. 2014. Peningkatkan Kemampuan Spasial Siswa SMP Melalui Model Kooperatif STAD Berbantuan Wingeom, 3(1), 68–73.
- Badan, Penelitian, Pengembangan, & Kemdikbud. 2013. *Kompetensi Dasar SMA dan MA (Dokumen Kurikulum 2013)*. Jakarta: Kemdikbud.
- Badger, M., Sangwin, C., & Hawkes, T. 2012. *Teaching Problem-Solving in Undergraduate Mathematics*. Brimingham: University of Brimingham.
- Barke, H. D., & Engida, T. 2001. Structural Chemistry and Spatial Ability in Different Cultures. *Research and Practice in Europe*, 2(3), 227–239.
- Battista, M. T. 1990. Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 47–60.
- Bergqvist, T., Lithner, J., & Sumpter, L. 2008. Upper secondary students' task reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(1), 1–12.
- Blum, W., & Niss, M. 1991. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 37-68.
- Bolton, S. 2011. Decoding Visual Thinking. Naver Workshop, visualising Creative Strategies. Retrieved October 10, 2018, from <http://issuu.com/gpbr/docs/decodingvisualthinking>
- Bostrom, N., & Sandberg, A. 2009. Cognitive enhancement: methods, ethics, regulatory challenges. *Science and Engineering Ethics*, 15(3), 311–341.

- Brito-Marques, P. R. de, Cabral-Filho, J. E., & Miranda², R. M. 2012. Visual reproduction test in normal elderly Influence of schooling and visual task complexity. *Dement Neuropsychol*, 6(2), 91–96.
- Budiarto, M. T. 2000. Pembelajaran Geometri dan Berpikir Geometri. In *Prosiding Seminar Nasional Matematika “ Peran Matematika Memasuki Milenium III.”*
- Clements, D. H. 1998. *Geometric and spatial thinking in young children*, State University of New York at Buffalo. United States: U.S. Departmen of Education
- Clements, D. H., & Battista, M. T. 1992. “*Geometry and Spatial Reasoning*”. In *D. A. Grouws (Ed.) Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Collier, C. P. 1998. Mathematis Teaching in the middle school. *Geometry*, 3(4).1-12
- Cornoldi, C., De Beni, R., Cavedon, A., Mazzoni, G., Giusberti, F., & Marucci, F. (1992). How can a vivid image be described? Characteristics influencing vividness judgments and the relationship between vividness and memory. *Journal of Mental Imagery*, 16, 89–108.
- Coxeter, H. S. M. 1969. *Introduction to geometry*. New York: Wiley.
- Creswell, J. W. 2012. *Educational Research*. Pearson: Boston.
- D’Augustine, C., & Smith, S. W. 1992. *Teaching Elementary Scholl Mathematic*. Boston: Harpe Collins Publisher Inc.
- Davis, P., & Anderson, J. 1979. Nonanalytic aspects of mathematics and their implication for research and education. *SIAM Review*, 21(1), 112–127.
- Dictionary, M. 2009. spatial memory. Retrieved from <https://medical-dictionary.thefreedictionary.com/spatial+memory>
- Dreyfus, T. 1991. On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. In *Proceedings of the 15th Annual Meeting of the*

International Group for the Psychology of Mathematics Education 1 (p. 33–48.).

Dwirahayu, G. 2013. *Pengaruh Strategi Pembelajaran Eksploratif terhadap Peningkatan kemampuan Visualisasi, Pemahaman Konsep Geometri, dan Karakter Siswa*. Disertasi tidak diterbitkan, Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia

Ekanayake, M. B., Brown, C., & Chinnappan, M. 2003. Development of a Web-Based Learning Tool to Enhance Formal Deductive Thinking in Geometry. In *Proceedings of the 26th Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 302–308). Geelong: VIC: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Fajar, U. H., Wardhani, S. I., & Asrori, R. M. 2015. Komunikasi Matematika Berdasarkan Teori van Hiele pada Mata Kuliah Geometri Ditinjau dari Gaya Belajar Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika. *Cendekia*, 9(2), 159–170.

Fajri, E. M., Zul, & Senja, R. A. 2003. *Kamus Lengkap Bahasa Indonesia*. Jakarta: DhifaPublisher.

Fiantika, F. R. 2017. Representation Elements of Spatial Thinking. The 3rd International Conference on Mathematics, Science and Education. *IOP Journal of Physics*, 824(1), 012056.

Fitri, N. 2017. *Profil Kemampuan Spasial Siswa SMA dalam Memecahkan Masalah Geometri Ditinjau dari Gaya Belajar*. Disertasi tidak diterbitkan. Aceh: UIN Ar-Raniry Banda Aceh.

Fitzpatrick, C., & Pagani, L. S. 2012. toddler working memory skills predict kindergarten school readiness. *Intelligence*, 40, 205–212.

Gade, M., Zoelch, C., & Seitz-Stein, K. 2017. Training of visual-spatial Working memory in preschool children. *Advances in Cognitive Psychology*, 13(2), 177–187. <https://doi.org/10.5709/acp-0217-7>

Gagnier, K. M., Atit, K., Ormand, C. J., & Shipley, T. F. 2016. Comprehending

- diagrams: sketching to support spatial reasoning. *Topics in Cognitive Science*, 1–19.
- Ge, Xun & Land. S.M., 2004. A Conceptual Framework for Scaffolding III-Structured Problem solving Processes Using Question Prompts and Peer Interactions; *ETR&D*: Vol. 52 (2) pp 5-22
- Giaquinto. 2007. *Visual Thinking in Mathematics An epistemological study*. New York: Oxford University Press.
- Gibson, J. J. 1929. The reproduction of visually perceived forms. *Journal of Experimental Psychology*, 12(1). 15-30
- Goetz, C.G. 2007. *Textbook of clinical neurology. 3a ed.* Philadelphia: Saunders Elsevier.
- Gray, S., Green, S., Alt, M., Hogan, T., Kuo, T., Brinkley, S., & Cowan, N.(2017). the structure of working memory in young children and its relation to intelligence. *Journal of Memory and Language*, 92, 183–201. <https://doi.org/doi: 10.1016/j.jml.2016.06.004>
- Greeno, J.G. 1978. Natures of Problem Solving Abilities. Dalam W.K. Estes (ed) *Handbook of Learning and Cognitive Processes. Volume 5. Human Information Processing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Guay, R., & McDaniel, E. 1977. The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(3), 211–215.
- Gutierrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. 1991. An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 237–251.
- Guzel, N., & Sener, E. 2009. High school students' spatial ability and creativity in geometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 1763–1766.
- Haciomeroglu, E. S. 2016. Object-spatial visualization and verbal cognitive styles, and their relation to cognitive abilities and mathematical performance.

Kuram ve Uygulamada Egitim Bilimleri, 16(3), 987–1003.
<https://doi.org/10.12738/estp.2016.3.0429>

Hamzah, A., & Muhlissarini. 2014. *Perencanaan dan Strategi Pembelajaran Matematika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Hannafin, R. D., Mary, P., Truxaw, Jennifer, R. V., & Yingjie, L. 2008. *Effects of Spatial Ability and Instructional Program on Geometry Achievement*. Connecticut: University of Connecticut.

Harmony, J., & Theis, R. 2012. Pengaruh Kemampuan Spasial terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VII SMP Negeri 9 Kota Jambi. *EDUMATICA Jurnal Pendidikan Matematika*, 1-11

Hass, S. C. 2003. Algebra for gifted visual-spasial learners. *Gifted Education Communicator*, 34(1), 30–34.

Hegarty, M., & Waller, D. 2004. A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence*, 32(2), 175–191.

Henjes, L. M. 2007. The use of think-aloud strategies to solve word problems. *Summative Projects for MA Degree*, 11.

Hidayat, F. A., Zubaidah, R., & Mirza, A. 2015. Analisis Tahap Berpikir Geometri Siswa Berdasarkan Teori Van Hiele Ditinjau Dari Gaya Kognitif di SMP. *Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran*, 4(12), 11-25

Hoffer, A. 1981. Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74, 11–18.

Hollebrands, K. F. 2003. High School students' understanding of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behaviour*, 22, 55–72.

Horgan, J. 1993. The death of proof. *Scientific American*, 269, 92–103.

Idris, N. 2009. The Impact of Using Geometers' Sketchpad on Malaysian Students' Achievement and Van Hiele Geometric Thinking. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 94–107.

Ikhsanudin. 2014. Pengaruh Penggunaan Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD

Berbantuan Wingeom Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Geometri Siswa SMA. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 3(1), 31-51

Imswatama, A., & Muhassanah, N. 2016. Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri analitik bidang materi garis dan lingkaran. *Suska Journal of Mathematics Education*, 2(1), 1–12.

Karakus, F., & Aydin, B. 2017. The Effects of Computer Algebra System on Undergraduate Students' Spatial Visualization Skills in a Calculus Course. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 5(3), 54–69. Retrieved from <http://ezproxy.lib.uconn.edu/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=eric&AN=EJ1150411&site=ehost-live>

Karakuş, F., & Peker, M. 2015. The effects of dynamic geometry software and physical manipulatives on pre-service primary teachers' van Hiele levels and spatial abilities. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 6(3), 338–365.

Kemdikbud, B. 2013. Survei Internasional PISA (Programme for International Student Assessment).

Kenedy, L. M., & Tipss, S. 1994. *Guiding Children Learning Of Mathematics*. New York: West Publishing Company.

Kösa, T. 2016a. Effects of using dynamic mathematics software on pre-service mathematics teachers spatial visualization skills: The case of spatial analytic geometry. *Educational Research and Reviews*, 11(7), 449–458.

Kösa, T. 2016b. The effect of using dynamic mathematics software: Cross section and visualization. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 23(4), 121–128.

Kosko, K. W., & Wilkins, J. L. 2011. Communicating quantitative literacy: An examination of openended assessment items in TIMSS, NALS, IALS, and PISA. *Numeracy*, 4(2), 3-11.

- Krisyanto. 2008. *Pembelajaran Sudut dan Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga*. Yogyakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan Matematika.
- Kusnadi, D., Tahmir, S., & Minggu, I. 2014. Implementasi Kurikulum 2013 dalam Pembelajaran Matematika di SMA Negeri 1 Makassar. *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 2(1), 123–135.
- Kutluca, T. 2013. The Effect of Geometry Instruction with Dynamic Geometry Software; GeoGebra on van Hiele Geometry Understanding Levels of Students. *Global Science Research Journals*, 1(1), 1–10.
- Lasantha. 2013. *Psychological Review*, (Online), (<http://psiko-info/2011/06/berpikir-dalam-psikologi.html>), diakses 12 Februari 2019
- Lezak, M. D., Howieson, D. B., Loring, D. W., & Fischer, J. S. 2004. *Neuropsychological assessment. Fourth edition*. Oxford: Oxford University Press.
- Linn, M., & Petersen, A. 1985. Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A metaanalysis. *Child Development*, 56, 1479–1498.
- Logie, R. H. 2016. retiring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 69, 2093–2109. <https://doi.org/doi:10.1080/17470218.2015.1136657>
- Maier, P. H. 1998. Spatial geometry and spatial ability: How to make solid geometry solid? In *Conference of Didactics of Mathematics 1996* (pp. 63–75).
- Mariana, I. 2016. *Profil Berpikir Geometri Mahasiswa Pendidikan Matematika Angkatan 2015 Berkemampuan Tinggi Berdasarkan Teori Van Hiele*. Disertasi tidak diterbitkan. Salatiga: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UKSW
- Marsound, D. 2005. *Improving Math Education in Elementary School : A Short Book for Teachers*. Oregon: University of Oregon.

- Mason, L., Lowe, R., & Tornatora, M. C. 2013. Self-generated drawings for supporting comprehension of a complex animation. *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 211–224.
- Meier, S. L., Rich, B. S., & Cady, J. 2006. Teachers' use of rubrics to score nontraditional tasks: factors related to discrepancies in scoring. *Assessment in Education*, 13(1), 69–95.
- Meng, C. C. 2009. Enhancing Students' Geometric Thinking Through Phase-Based Instruction Using Geometer's Sketchpad: a Case Study. *Jurnal Pendidik Dan Pendidikan*, 24, 89–107.
- Mohler, J. L. 2010. The Visual Spatial Sytem: Cognition & Perception. Retrieved October 8, 2018, from <http://www.hpcg.purdue.edu/bbene/classes/CGT581-8/Lectures/CGT581805-perc2.pdf>
- Muljo, A. 2018. Korelasi Kecerdasan Visual Spasial Dan Kecerdasan Logis Matematis Dengan Kemampuan Berpikir Kreatif Di SMA Negeri 1 Kejuruan Muda. *Vicratina: Jurnal Pendidikan Islam*, 2(2), 47–56.
- Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. 2012. *TIMSS 2011 international results in mathematics*. United States: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Musser, G. L., Peterson, B. E., & Burger, W. F. 2013. *Mathematics for Elementary Teachers, Binder Ready Version: A Contemporary Approach*. Wiley.
- Mutia, M. 2017. Analisis kesulitan siswa SMP dalam memahami konsep kubus balok dan alternatif pemecahannya. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 10(1), 83–102.
- N., & Pam, M.S. 2013. Visual Reproduction. Retrieved May 22, 2019, from <https://psychologydictionary.org/visual-reproduction/>
- National Academy of Science. 2006. *Learning to think Spatially*. Washington DC: The National Academics Press.

- NCTM. 2000. *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM. 2009. *Focus in high School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. VA: NCTM.
- Nemeth, B. 2007. Measurement of the development of Spatial ability by mental cutting tes. *Journal Annales Mathematicae et Informaticae*, 3(4), 123–128.
- Noparit, T. 2014. Developing Instruction Based on Open Approach and Its Impact on Levels of Geometric Thinking and Geometric Achievement of Eighth - Grade Students. *South African Journal of Education*, 34(2), 34-45
- Oberauer, K. 2009. design for a working memory. *Psychology of Learning and Motivation*, 51, 45–100. [https://doi.org/doi: 10.1016/s0079- 7421\(09\)51002-X](https://doi.org/doi: 10.1016/s0079- 7421(09)51002-X)
- Olkun, S. 2003. Making connections: Improving spatial abilities with engineering drawing activities. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 40(8), 54-70
- Øystein, H. P. 2011. What Characterises High Achieving Students' Mathematical Reasoning? *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics*, 193–215. Brill Sense.
- Panaoura, G., & Gagatsis, A. 2009. The Geometrical Reasoning of Primary And Secondary School Students. In *Proceeding of CRME 6, January 28th- February 1st 2009*, 6, 746–756.
- Pasmep.1989. *Solve It, Problem Solving in Mathematics III*. Perth: Curtin University of Technology
- Patsiomitou, S. 2008. The development of students geometrical thinking through transformational processes and interaction techniques in a dynamic geometry environment. *Issues in Informing Science and Information Technology journal*, 5, 353-393.
- Peressini, D., & Webb, N. 1999. *Analyzing mathematical reasoning in students'*

responses across multiple performance assessment tasks. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12/Lee V. Stiff. Virginia USA: NCTM.

Pittalis, M., Mousalides, N., & Christon, C. 2009. Students' 3D Geometry Thinking Profiles. In *Proceedings of CERME 6, January 28th-February 1st 2009*.

Polya, G.1973. *How to Solve It (2nd Ed)*. USA: Princeton University Press

Rabab'h, B., & Veloo, A. 2015. Spatial visualization as mediating between mathematics learning strategy and mathematics achievement among 8th grade students. *International Education Studies*, 8(5), 1–11. <https://doi.org/10.5539/ies.v8n5p1>

Rafi, A., Samsudin, & K, A. 2007. The Relationships of Spatial Experience, Previous Mathematics Achievement, and Gender with Perceived Ability in Learning Engineering Drawing. *Journal of Technology Education*, XVIII(2), 53–67.

Rahman, B. 2012. *Pembelajaran geometri dengan Wingeom untuk meningkatkan kemampuan spasial dan penalaran matematis siswa*. (Doctoral dissertation, Universitas Pendidikan Indonesia).

Rahmatina, S., Sumarmo, U., & Johar, R. 2014. Tingkat Berpikir Kreatif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif Reflektif dan Impulsif. *Jurnal Didaktik Matematika*, 1(1), 54-67

Raspotnig, M. A. 1997. Subcomponents of imagery and their influence on emotional memories. *Journal of Mental Imagery*, 21, 135–146.

Ristontowi. 2013. *Kemampuan Spasial Siswa melalui Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia dengan Media Geogebra*. In *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Universitas Negeri Yogyakarta.

Roskawati, Ikhsan, M., & Juandi, D. 2015. Analisis Penguasaan Siswa Sekolah Menengah Atas pada Materi Geometri. *Jurnal Didaktik Matematika*, 2(1), 1-12

- Ruseffendi, H. 2010. *Perkembangan Pendidikan Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Saad, S., & Davis, G. 1997. Spatial abilities, van Hiele levels and language used in three dimensional geometry. In International Group for Mathematics Education (Ed.). In *Proceedings of the 21st conference* (pp. 104–111). Karlsruhe, Germany: International Group for Mathematics Education.
- Schackow, J. B., & Thompson, 2005. High school students' attitudes toward mathematics. *Academic Exchange Quarterly*, 9(3), 12-19.
- Seng, S., & Chan, B. 2000. *Spatial Ability and Mathematical Performance: Gender Differences in an Elementary School*. Educational Resources Information Center.
- Setyabudhi, W. 2003. *Langkah Awal Menuju ke Olimpiade Matematika*. Jakarta: Ricardo.
- Sheffield, L. J. dan Cruikshank, D. E. 1996. *Teaching and Learning; Elementary and Middle School*. New Jersey: Prentice Hall, Inc
- Silver, M. S. S. E. A., & Stein, M. K. 2005 *Improving Instruction in Geometry and Measurement Using Cases to Transform Mathematics Teaching and Learning volume 3*. New York: Teacher College Press.
- Soedjadi, R. 2000. *Kiat pendidikan matematika di Indonesia: konstataasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Stacey, K. 2006. What is Mathematical Thinking and Why is it important? Retrieved September 11, 2015, from http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/KayeStacey.pdf
- Stein, E. I. 1980. *Fundamentals of mathematics (Seventh Edition)*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Steinberg, R.J. 1999. *Cognitive Psychology. Second Edition*. Philadelphia: Harcourt

Brace College Publishers.

- Strong, S., & Roger, S. 2002. Spatial Visualization: Fundamentals and Trends in Engineering Graphics. *Journal of Industrial Technology*, XVIII(1), 1–6.
- Subini, N. 2011. *Rahasia gaya belajar orang besar*. Jakarta: Buku Kita.
- Sucipto, L., & Mauliddin, M. 2016. Analisis kesulitan belajar mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), 197–211.
- Suherman, E. 2003. *Strategi pembelajaran matematika kontemporer*. JICA.
- Sukmadinata, N. S. 2005. *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.
- Sulasmono, B. S. 2012. Problem solving: Signifikansi, pengertian, dan ragamnya. *Satya Widya*, 28(2), 155-166.
- Sumardiyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implementasinya Terhadap Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Depdiknas.
- Sumarni, S., & Prayitno, A. T. 2016 Kemampuan Visual-Spatial Thinking dalam Geometri Ruang Mahasiswa Universitas Kuningan. *JES-MAT (Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika)*, 2(2), 1- 14
- Sunzuma, G., Masocha, M., & Zezekwa, N. 2013. Secondary School Students' Attitudes towards their Learning of Geometry: A Survey of Bindura Urban. *Greener Journal of Educational Research*, 3(8), 402–410.
- Surya, E. 2011. *Visual Thinking dalam Memaksimalkan Pembelajaran Matematika Siswa dapat Membangun Karakter Bangsa*. UNIMED.
- Sword, L., & Director, G. 2005. The power of visual thinking. *Gifted and Creative Services Australia*, Retrieved April, 26, 2013.
- Tambunan, S. M. 2010. Hubungan antara kemampuan spasial dengan prestasi belajar matematika. *Hubs-Asia*, 9(2), 10-21
- Titus, S., & Horsman, E. 2009. Characterizing and improving spatial visualization

- skills. *Journal of Geoscience Education*, 57(4), 242–254.
- Travers, K. J., Dalton, L. C., & anda Layton, K. P. (1987). *Geometry*. River Forest, Illinois: Laidlaw Brothers Publisher.
- Ulfatin, N. 2014. *Metode Penelitian Kualitatif Di Bidang Pendidikan, Teori Dan Aplikasinya*. Malang: Bayumedia.
- Uttal, D. H., Miller, D. I., & Newcombe, N. S. 2013. Exploring and enhancing spatial thinking links to achievement in science, technology, engineering, and mathematics. *Current Directions in Psychological Science*, 22(5), 367–373.
- Van de Walle, J. A. 2001. *Geometric Thinking and Geometric Concepts. In Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, 4th ed.* Boston: Allyn and Bacon.
- Wilhelm, O., & Engle, R. W. 2004. *Handbook of understanding and measuring intelligence*. Washington DC: Sage Publications.
- Wirodikromo, S. 2004. *Matematika untuk SMA Kelas X*. Jakarta: Erlangga.
- Wu, S. P. W., & Rau, M. A. 2019. How Students Learn Content in Science , Technology , Engineering , and Mathematics (STEM) Through Drawing Activities. *Educational Psychology Review*.
- Wulf, P. 1922. Ueber die Veranderung von Vomellungen (Gedachtnis und Gestalt). *Psychol. Fortch.*, 1, 333–373.
- Yilmaz, H. B. 2009. on the development and measurement of spatial ability. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2), 83–96.
- Zhukovskiy, V. & Pivovarov, D. V. 2008. The Nature of Visual Thinking. *Journal of Serbian Federal University*.

RIWAYAT HIDUP



Abi Suwito dilahirkan di Blitar, pada tahun 1985. Setelah lulus dari Sekolah Dasar Sananwetan VI pada tahun 1997, ia meneruskan pendidikan di SMPN 1 Blitar dan lulus tahun 2000. Lulus dari SMAN 1 Blitar tahun 2003 dan melanjutkan pendidikan di jurusan pendidikan matematika UM lulus tahun 2007. Tahun 2007 ia mulai aktif menjadi dosen di STKIP PGRI Blitar.

Tahun 2012 ia lulus pada Program Magister Pendidikan Matematika UNS. Di tahun yang sama, ia diterima menjadi dosen di Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember. Pada tahun 2019 ia meraih gelar Doktor di Program Studi S3 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang.

Penerbit:

Bentara Pustaka

Redaksi:

Jalan Mayjen Panjaitan VIII No. 52 Kota Malang

Email: bentrapustaka@gmail.com

Instagram: @Bentara_Pustaka

ISBN 978-602-53440-5-3



9 786025 344053