



**TRANSMITANSI PADA STRUKTUR KOMBINASI PENGHALANG  
POTENSIAL RANGKAP TIGA DAN EMPAT DENGAN  
METODE PROPAGASI MATRIKS**

**SKRIPSI**

Oleh

**Chilwatun Nasiroh**

**NIM 170210102031**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2020**



**TRANSMITANSI PADA STRUKTUR KOMBINASI PENGHALANG  
POTENSIAL RANGKAP TIGA DAN EMPAT DENGAN  
METODE PROPAGASI MATRIKS**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Fisika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

oleh

**Chilwatun Nasiroh**

**NIM 170210102031**

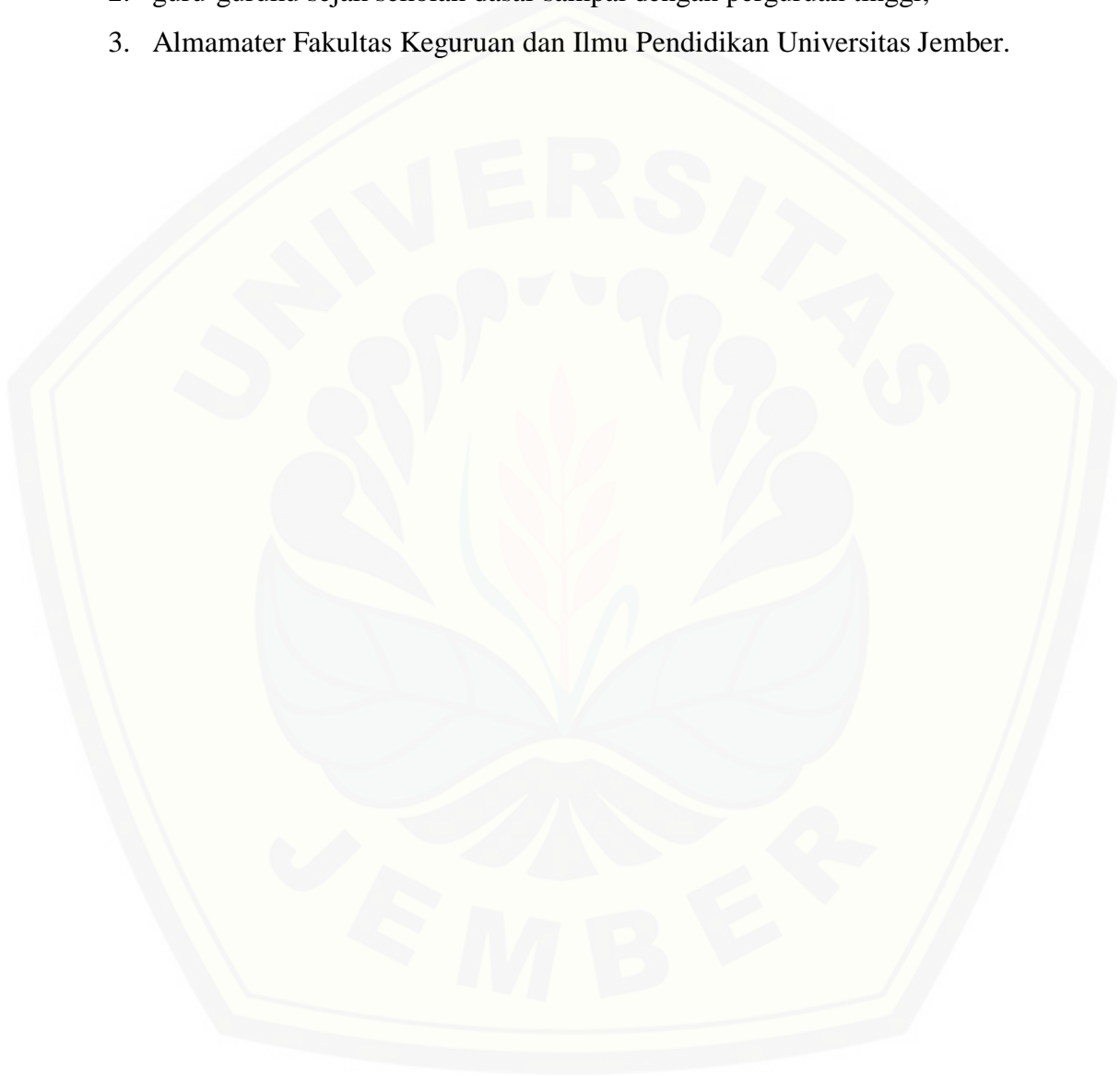
**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2020**

**PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Istilah, ayahanda M. Mesir Hambali, dan kakak-kakakku yang tercinta;
2. guru-guruku sejak sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi;
3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.



**MOTO**

Boleh jadi kamu membenci sesuatu, padahal ia amat baik bagimu, dan boleh jadi (pula) kamu menyukai sesuatu, padahal ia amat buruk bagimu. Allah mengetahui, sedang kamu tidak mengetahui.

(terjemahan Surat *Al-Baqarah* ayat 216)<sup>\*)</sup>



---

<sup>\*)</sup> Departemen Agama Republik Indonesia. 2017. *Al-Qur'anulkarim terjemahan dan 319 tafsir tematik*. Bandung: Cordoba Internasional Indonesia.

**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Chilwatun Nasiroh

NIM : 170210102031

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Transmitansi pada Struktur Kombinasi Penghalang Potensial Rangkap Tiga dan Empat dengan Metode Propagasi Matriks” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapatkan sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 21 Januari 2021

Yang menyatakan,



Chilwatun Nasiroh

NIM 170210102031

**SKRIPSI**

**TRANSMITANSI PADA STRUKTUR KOMBINASI PENGHALANG  
POTENSIAL RANGKAP TIGA DAN EMPAT DENGAN  
METODE PROPAGASI MATRIKS**

Oleh

Chilwatun Nasiroh

NIM 170210102031

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Bambang Supriadi, M.Sc

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Rif'ati Dina Handayani, S.Pd., M.Si

**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul “Transmitansi pada Struktur Kombinasi Penghalang Potensial Rangkap Tiga dan Empat dengan Metode Propagasi Matriks” karya Chilwatun Nasiroh telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal : Kamis, 04 Februari 2021

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,


Anggota I,


Drs. Bambang Supriadi, M.Sc.  
NIP 196807101993021001

Dr. Rif'ati Dina H., S.Pd., M.Si.  
NIP 198102052006042001

Anggota II,

Anggota III,

  
Dr. Yushardi, S.Si., M.Si.  
NIP 196504201995121001

  
Drs. Alex Harijanto, M.Si.  
NIP 196411171991031001

Mengesahkan  
Dekan,

Prof. Dr. Bambang Soepeno, M.Pd.  
NIP 196006121987021001

## RINGKASAN

**Transmitansi pada Penghalang Potensial Rangkap Tiga dan Empat dengan Metode Propagasi Matriks;** Chilwatun Nasiroh, 170210102031; 2020; 137 halaman; Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Efek terobosan merupakan salah satu fenomena menarik dalam mekanika kuantum yang terjadi saat partikel akan menerobos suatu penghalang yang berenergi lebih tinggi dari energi partikel tersebut. Besarnya probabilitas untuk dapat menerobos suatu penghalang meskipun energinya lebih kecil daripada energi penghalang dinyatakan dalam koefisien transmisi. Semikonduktor dapat dijadikan sebagai penghalang potensial karena celah energi yang dimilikinya. Material semikonduktor yang digunakan dalam penelitian ini antara lain AlAs (A), GaAs (B), GaSb (C), dan InP (D). Material semikonduktor disusun dengan kombinasi tertentu sehingga membentuk struktur potensial penghalang rangkap tiga dan empat dengan susunan seragam dan kombinasi. Pengaruh susunan ini dianalisis terhadap nilai koefisien transmisi dengan menggunakan metode propagasi matriks.

Pada susunan penghalang potensial seragam, ketika nilai energi potensial penghalang semakin besar maka nilai koefisien transmisi semakin kecil. Artinya, semakin sedikit elektron yang dapat menerobos penghalang karena tingginya potensial yang perlu dilewati. Pada susunan kombinasi dihasilkan nilai koefisien transmisi yang beragam yaitu dua susunan kombinasi yang berkebalikan menunjukkan nilai koefisien transmisi yang sama. Sehingga pada penghalang potensial rangkap tiga, dari enam susunan kombinasi terdapat tiga macam nilai koefisien transmisi. Pada potensial penghalang rangkap empat, sebanyak 24 susunan menghasilkan 12 variasi nilai koefisien transmisi.

Pada potensial penghalang rangkap tiga, susunan potensial penghalang seragam menghasilkan nilai koefisien transmisi maksimum yaitu 1.0000 pada susunan BBB dan CCC yang terjadi saat energi elektron berturut-turut 0.714 eV dan 0.490 eV. Sedangkan susunan kombinasi menghasilkan nilai koefisien



transmisi terbesar yaitu 0.7939 pada susunan BCA dan ACB, nilai tersebut bersesuaian saat energi elektron 1 eV. Pada potensial penghalang rangkap empat, susunan seragam CCCC dan DDDD menghasilkan nilai koefisien transmisi maksimum yaitu 1.000 yang berturut-turut terjadi saat energi elektron 0.775 eV dan 0.965 eV. Sedangkan pada susunan kombinasi menghasilkan nilai koefisien transmisi terbesar adalah ADCB dan BCDA yaitu bernilai 0.8087.



## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Transmitansi pada Struktur Kombinasi Penghalang Potensial Rangkap Tiga dan Empat dengan Metode Propagasi Matriks”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Bambang Soepeno, M.Pd selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes., selaku Ketua Jurusan Pendidikan MIPA;
3. Drs. Bambang Supriadi, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Fisika dan Dosen Pembimbing Utama yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. Drs. Alex Harijanto, M.Si., selaku Kepala Laboratorium Program Studi Pendidikan Fisika dan Dosen Penguji Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dr. Sudarti, M.Kes., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
6. Dr. Rif'ati Dina Handayani, S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota, Dr. Yushardi, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji Utama yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
7. Bapak M. Mesir Hambali dan Ibu Istilah sekeluarga yang telah memberikan motivasi dan doa demi terselesaikannya skripsi ini;
8. keluarga besar Pendidikan Fisika Angkatan 2017 yang telah memberikan bantuan dan dukungan baik dalam bentuk doa, tenaga, pikiran, dan waktu;
9. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 21 Januari 2021

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	3
<b>1.3 Tujuan Penelitian</b> .....	4
<b>1.4 Batasan Masalah</b> .....	4
<b>1.5 Manfaat Penelitian</b> .....	4
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	5
<b>2.1 Dualisme Gelombang Partikel</b> .....	5
<b>2.2 Persamaan Schrodinger</b> .....	6
2.2.1 Persamaan Schrodinger Bergantung Waktu.....	7
2.2.2 Persamaan Schrodinger Tunak.....	7
<b>2.3 Transmittansi dalam Efek Terobosan (Tunneling Effect)</b> .....	8
<b>2.4 Metode Propagasi Matriks</b> .....	11
2.4.1 Potensial Penghalang Tunggal .....	14
2.4.2 Potensial Penghalang Ganda .....	17
2.4.3 Potensial Penghalang Rangkap Tiga .....	19
<b>2.5 Bahan Semikonduktor</b> .....	21
2.5.1 Galium Arsenida (GaAs).....	22
2.5.2 Galium Antimonide (GaSb) .....	22
2.5.3 Alumunium Arsenide (AlAs).....	23
2.5.4 Indium Phospide (InP) .....	23
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	24
<b>3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian</b> .....	24
<b>3.2 Definisi Operasional</b> .....	24
<b>3.3 Langkah Penelitian</b> .....	26
3.3.1 Persiapan .....	26
3.3.2 Pengembangan Teori.....	26
3.3.3 Validasi Alat Simulasi.....	27
3.3.4 Simulasi/Pengambilan Data .....	28
3.3.5 Pembahasan.....	30

3.3.6 Kesimpulan .....	30
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	31
<b>4.1 Hasil dan Validasi</b> .....	31
4.1.1 Hasil Analitik .....	31
4.1.2 Hasil Numerik .....	31
<b>4.2 Pembahasan</b> .....	43
4.2.1 Nilai Koefisien Transmisi .....	46
4.2.2 Validasi .....	46
4.2.3 Susunan Seragam .....	46
4.2.4 Susunan Kombinasi .....	47
<b>BAB 5. PENUTUP</b> .....	51
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	51
<b>5.2 Saran</b> .....	52
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	53
<b>LAMPIRAN</b> .....	56



**DAFTAR GAMBAR**

**Gambar 2.1** Model potensial penghalang tunggal ( $E < V$ )..... 8

**Gambar 2.2** Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi  $V(x)$  secara halus oleh sebuah deret potensial tangga ..... 12

**Gambar 2.3** Model potensial penghalang tunggal ( $E < V$ )..... 15

**Gambar 2.4** Model potensial penghalang ganda ( $E < V$ ) ..... 17

**Gambar 2.5** Model potensial penghalang rangkap tiga ( $E < V$ )..... 19

**Gambar 2.7** Struktur kristal GaAs berbentuk tetrahedral ..... 22

**Gambar 3.1** Bagan Langkah Penelitian ..... 26

**Gambar 3.2** Potensial penghalang rangkap empat dan daerah propagasi..... 27

**Gambar 3.3** Model potensial penghalang rangkap tiga ..... 28

**Gambar 4.1** Grafik koefisien transmisi terhadap energi ..... 32

**Gambar 4.2** Susunan tiga penghalang seragam ..... 33

**Gambar 4.3** Koefisien transmisi susunan seragam ..... 34

**Gambar 4.4** Susunan penghalang potensial rangkap empat dan hasilnya ..... 35

**Gambar 4.5** Susunan kombinasi tiga penghalang ..... 37

**Gambar 4.6** Koefisien transmisi pada susunan tiga penghalang ..... 38

**Gambar 4.7** Susunan kombinasi penghalang potensial rangkap empat..... 40

**Gambar 4.8** Grafik koefisien trasmisi terhadap energi pada susunan kombinasi penghalang potensial rangkap empat ..... 42

**Gambar 4.9** Lattice constant GaAs (struktur tetrahedral) dalam tiga dimensi .... 44

**Gambar 4.10** Gambaran fungsi gelombang pada efek terobosan ..... 45

**Gambar 4.11** Efek terobosan pada susunan CAB..... 48

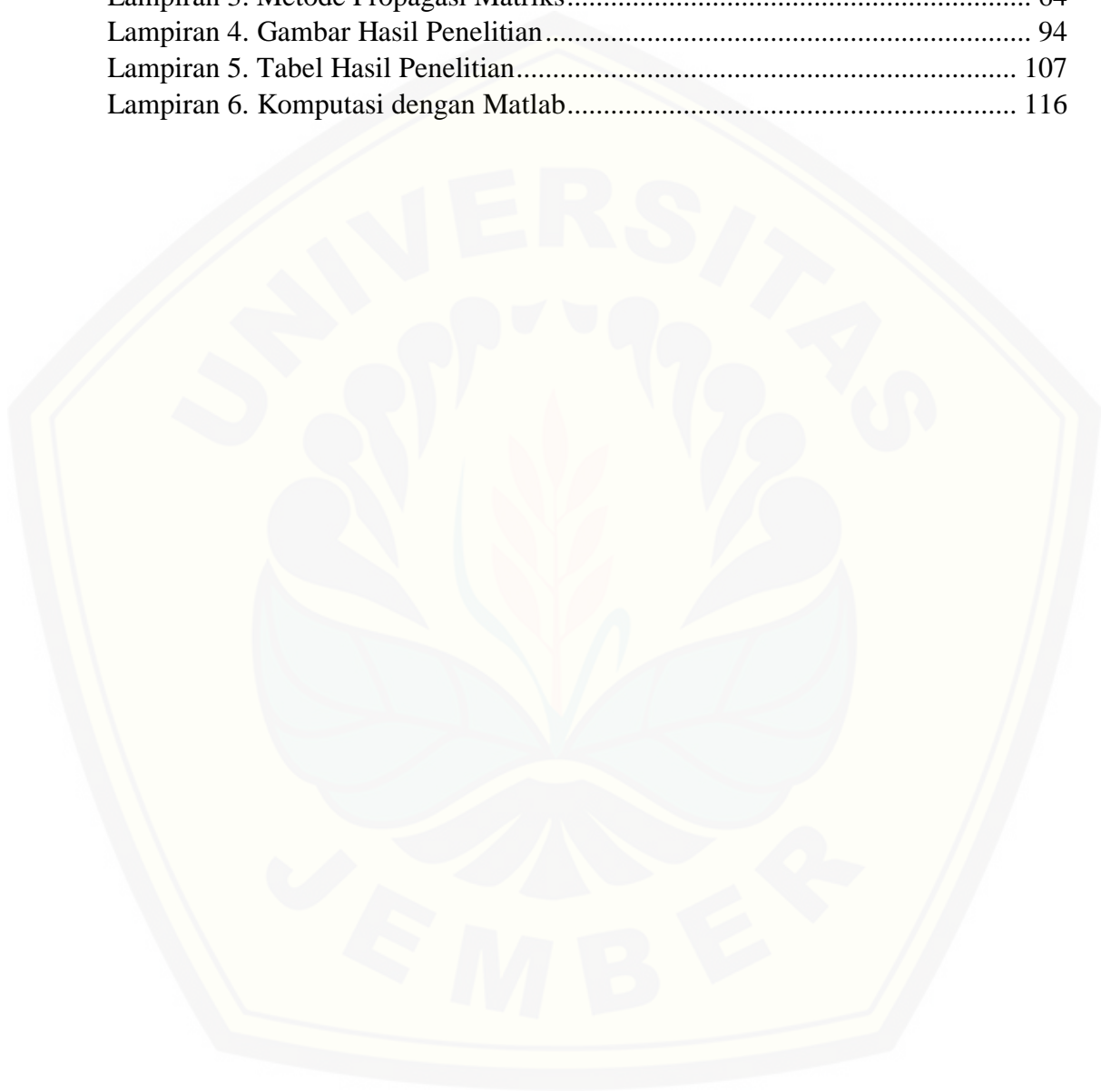
**Gambar 4.12** Efek terobosan pada susunan ADCB..... 49

**DAFTAR TABEL**

<b>Tabel 3.1</b>	Potensial penghalang dan lebar penghalang.....	24
<b>Tabel 3.2</b>	Struktur kombinasi penghalang potensial rangkap tiga .....	25
<b>Tabel 3.3</b>	Struktur kombinasi penghalang potensial rangkap empat.....	25
<b>Tabel 3.4</b>	Beberapa data hasil validasi .....	28
<b>Tabel 3.5</b>	Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga susunan seragam.....	29
<b>Tabel 3.6</b>	Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap empat susunan seragam.....	29
<b>Tabel 3.7</b>	Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga susunan kombinasi.....	29
<b>Tabel 3.8</b>	Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap empat susunan kombinasi.....	29
<b>Tabel 4.1</b>	Perbandingan beberapa data hasil rujukan dan hasil validasi .....	32
<b>Tabel 4.2</b>	Koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap tiga susunan seragam. ....	35
<b>Tabel 4.3</b>	Koefisien transmisi terbesar pada penghalang potensial rangkap empat susunan seragam. ....	36
<b>Tabel 4.4</b>	Koefisien transmisi terbesar pada penghalang potensial rangkap tiga susunan kombinasi.....	38
<b>Tabel 4.5</b>	Koefisien transmisi pada penghalang potensial rangkap empat.....	42

**DAFTAR LAMPIRAN**

Lampiran 1. Matriks Penelitian.....	56
Lampiran 2. Metode Separasi Variabel dalam Persamaan Scrodinger .....	58
Lampiran 3. Metode Propagasi Matriks.....	64
Lampiran 4. Gambar Hasil Penelitian.....	94
Lampiran 5. Tabel Hasil Penelitian.....	107
Lampiran 6. Komputasi dengan Matlab.....	116





## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Perkembangan fisika klasik dilatarbelakangi oleh fenomena alam yang dapat diamati, dijelaskan, dan diprediksi oleh manusia. Para ilmuwan terdahulu percaya bahwa seluruh fenomena alam tersebut dapat dipecahkan menggunakan mekanika Newton dan elektromagnetika. Hingga pada akhir abad ke-19, keyakinan bahwa fisika klasik dapat menjelaskan semua fenomena alam mulai berkurang ketika para ilmuwan menemukan beberapa fenomena baru yang tidak dapat dijelaskan dengan konsep fisika pada masa itu. Fenomena tersebut utamanya muncul pada obyek-obyek fisis berukuran kecil atau mikroskopik seperti partikel-partikel elementer dan atom (Sani dan Kadri, 2017:1). Sehingga untuk menjawabnya dikembangkan postulat dan hipotesis. Para ilmuwan menyadari bahwa persoalan ini bersifat mendasar sehingga perlu adanya perubahan formulasi dan konsep-konsep fisika. Hal inilah yang menjadi awal mula berkembangnya teori fisika kuantum untuk menjelaskan fenomena-fenomena yang terjadi pada skala atomik.

Salah satu fenomena menarik dalam mekanika kuantum adalah gejala penerowongan (*tunneling effect*) atau lebih dikenal dengan efek terobosan. Efek ini terjadi saat partikel akan menerobos suatu perintang yang berenergi lebih tinggi dari energi partikel tersebut. Pada kasus energi total  $E < V$ , menurut mekanika klasik partikel dengan energi  $E$  yang merambat ke kanan dan menjumpai potensial  $V$  akan dipantulkan kembali ke kiri (Sani dan Kadri, 2017:154). Namun lain halnya dengan mekanika kuantum yang menyatakan bahwa partikel dapat melalui penghalang. Kemampuan partikel untuk menembus penghalang ini disebabkan oleh sifat gelombang yang lebih berperan daripada sifat partikel (Eisnberg dan Resnick, 1985:193). Partikel memiliki probabilitas untuk dapat menerobos suatu penghalang meskipun energinya lebih kecil daripada energi penghalang. Besarnya probabilitas ini dinamakan koefisien transmisi (Eisnberg dan Resnick, 1985:196).

Koefisien transmisi dapat dianalisis dengan beberapa metode yaitu metode separasi variabel dalam persamaan Schrodinger, Propagasi Matriks, dan WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin). Dalam penelitian ini koefisien transmisi akan dianalisis dengan menggunakan metode propagasi matriks karena metode ini paling mudah digunakan pada kasus dengan jumlah penghalang yang relatif banyak. Penelitian Abdulhalim (2000:557) mengenai sifat optik sejumlah struktur berlapis-lapis menunjukkan bahwa ekspresi analitik yang diturunkan dari metode propagasi matriks lebih mudah diterapkan daripada menggunakan perhitungan langsung. Beberapa langkah yang harus dilakukan dalam menggunakan metode propagasi matriks yaitu pertama, menghitung propagasi matriks  $\hat{p}_{step}$  untuk transmisi dari fungsi gelombang sebuah partikel berenergi  $E$  yang bergerak menuju penghalang potensial tunggal. Kedua, menghitung propagasi matriks untuk fungsi gelombang diantara potensial step. Ketiga, menghitung propagasi total yang dimiliki oleh penghalang dengan cara mengalikan tiap propagasi yang dimiliki setiap potensial (Levi, 2003:168).

Penelitian mengenai efek terobosan terus dilakukan. Transmittansi elektron melalui penghalang potensial adalah topik penelitian yang menarik perhatian para peneliti di dunia dan masih dikembangkan hingga saat ini. Penelitian-penelitian sebelumnya yang pernah dilakukan antara lain Martinz dan Ramos (2016:1811) dalam penelitiannya menentukan nilai koefisien transmisi secara analitik dan numerik pada potensial penghalang rangkap tiga dengan dua sumur potensial, penelitian mengenai penghalang potensial rangkap tiga bahan GaN, SiC dan GaAs oleh Supriadi *et al.*, (2019:7) menghasilkan koefisien transmisi terbesar yaitu 0.819, dan penelitian Prastowo *et al.*, (2019:7) mengenai potensial penghalang rangkap tiga pada bahan Graphene didapatkan fenomena resonansi dengan koefisien transmisi terbesar 1,00 pada energi 0.9200 eV. Penelitian mengenai potensial penghalang rangkap empat telah dilakukan sebelumnya oleh Huda (2018:157) pada material graphene namun hanya dengan menggunakan simulasi program komputer dan didapatkan koefisien transmisi terbesar adalah 1,00 pada saat energi elektron 0,7500 eV.

Penelitian mengenai efek terobosan berkontribusi dalam perkembangan divais elektronik berskala nanometer dengan kinerja yang semakin mengagumkan. Divais elektronik menggunakan bahan semikonduktor sebagai komponen utamanya. Setiap bahan semikonduktor memiliki karakteristik yang menjadi ciri khas yaitu besarnya penghalang potensial atau *energy gap*. Material semikonduktor yang digunakan dalam penelitian ini antara lain GaAs, GaSb, AlAs, dan InP. Menurut Mikrajuddin (2010:81), GaAs merupakan material yang berpotensi untuk aplikasi divais elektronik karena memiliki struktur celah pita energi yang besarnya 1,424 eV. Material semikonduktor GaSb memiliki pita energi sebesar 0,721 eV dan memiliki mobilitas yang cukup tinggi sehingga akan menghasilkan piranti kecepatan tinggi. Sasaki *et al.*, (1980:1696) menyatakan bahwa AlAs memiliki celah pita energi yang cukup besar yaitu 2,95 eV, AlAs ini banyak diterapkan sebagai diode laser. InP memiliki konstanta kisi 0,587 nm dan celah pita energi langsung sebesar 1,29 eV sehingga juga dapat diaplikasikan untuk perangkat optoelektronik seperti dioda laser (Mikrajuddin, 2010:81). Material semikonduktor ini akan disusun dengan kombinasi tertentu sehingga membentuk struktur potensial penghalang rangkap tiga dan empat kemudian akan dianalisis pengaruh kombinasi tersebut terhadap nilai koefisien transmisi. Oleh karena itu penelitian ini berjudul **Transmitansi pada Struktur Kombinasi Penghalang Potensial Rangkap Tiga dan Empat dengan Metode Propagasi Matriks**.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diungkapkan di atas, dapat dirumuskan permasalahan yaitu:

- a. Bagaimana pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs) terhadap nilai koefisien transmisi?
- b. Berapakah nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs)?
- c. Bagaimana pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP) terhadap nilai koefisien transmisi?

- d. Berapakah nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP)?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

- a. Untuk mengetahui pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs) terhadap nilai koefisien transmisi.
- b. Untuk mengetahui nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs).
- c. Untuk mengetahui pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP) terhadap nilai koefisien transmisi.
- d. Untuk mengetahui nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP).

### 1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan-batasan dalam penelitian ini yaitu:

- a. Persamaan Schrodinger yang digunakan adalah persamaan Schrodinger tidak bergantung waktu pada koordinat kartesian.
- b. Fungsi gelombang berperilaku baik dan memenuhi syarat normalisasi.
- c. Fungsi gelombang yang digunakan adalah fungsi gelombang partikel bebas.
- d. Tinggi dan lebar potensial yang digunakan merupakan karakteristik bahan GaAs, GaSb, AlAs, dan InP.
- e. Jarak antar penghalang adalah 1 nm.
- f. Energi elektron berkisar antara  $0 \leq E \leq 1$  eV.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu:

- a. Bagi peneliti, dapat menerapkan teori yang sudah ada ke dalam permasalahan yang sedikit lebih kompleks.
- b. Bagi lembaga, dapat dijadikan referensi dalam kegiatan belajar mengajar di perkuliahan mengenai efek terobosan.

- c. Bagi peneliti lain, dapat dijadikan sebagai bahan referensi tambahan untuk dikembangkan lebih lanjut dalam penelitian yang lebih baik dan dapat dijadikan sebagai pengetahuan dalam mengembangkan teknologi semikonduktor.



## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Dualisme Gelombang Partikel

Eksperimen interferensi dan difraksi dan teori tentang cahaya sebagai gelombang yang didukung dengan teori elektromagnetik Maxwell berkembang baik hingga penghujung abad ke-19. Namun, Einstein pada 1905 menolak teori tersebut berdasarkan fenomena efek fotolistrik. Menurut Einstein, dalam fenomena tersebut cahaya harus dipandang sebagai kuantum yang disebut foton, yaitu partikel cahaya dengan energi  $E = hf$  dan momentum foton  $p$  yaitu:

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (2.1)$$

dalam hal ini,  $\lambda$  adalah panjang gelombang cahaya. Adanya momentum inilah yang mencirikan sifat partikel dari cahaya (Siregar, 2018:4-5).

Pada tahun 1924 dengan mempertimbangkan sifat simetri dari alam, Louis de Broglie mengajukan hipotesis bahwa partikel (seharusnya juga) mempunyai gelombang. Partikel dengan momentum  $p$  mempunyai panjang gelombang yang disebut panjang gelombang de Broglie yaitu:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2.2)$$

Secara formal matematis, bentuk ungkapan (2.1) dan (2.2) adalah identik, tetapi ruh, spirit, dan latar belakang atau kelahirannya berbeda. Persamaan (2.1) merupakan sifat partikel ( $p$ ) dari suatu gelombang ( $\lambda$ ), sedangkan persamaan (2.2) merupakan sifat gelombang ( $\lambda$ ) dari suatu partikel bermomentum ( $p$ ) (Purwanto, 2016:20-21).

Selanjutnya dibutuhkan suatu besaran yang mampu menampung dan merepresentasikan sifat-sifat partikel sekaligus sifat-sifat gelombang. Besaran ini dipenuhi oleh paket gelombang dimana kuantitas ini bersifat sebagai gelombang tetapi tidak menyebar, melainkan terkurung dalam ruang. Paket gelombang didekati dengan mengkombinasikan dua gelombang bidang sehingga fungsi gelombangnya dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$\Psi(x, t) = N \int \varphi(p) e^{i(px - Et)/\hbar} dp \quad (2.3)$$

dengan  $N$  merupakan konstanta normalisasi (Purwanto, 2016:31-48).

## 2.2 Persamaan Schrodinger

Persamaan Schrodinger dikenalkan oleh Erwin Schrodinger pada tahun 1926 untuk membahas tentang deskripsi gelombang partikel pada dimensi atomik yang memenuhi prinsip dan hukum fisika (Sani dan Kadri, 2017:122). Bentuk persamaan Schrodinger adalah persamaan diferensial parsial orde dua. Terdapat beberapa postulat yang harus ditaati untuk mendapatkan persamaan Schrodinger, antara lain sebagai berikut.

### a. Taat pada hukum kekekalan energi

Hukum kekekalan energi menyatakan bahwa jumlah total energi yaitu energi kinetik dan energi potensial dari suatu partikel selalu bersifat kekal. Persamaan hukum kekekalan energi dari suatu partikel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E\Psi &= K\Psi + V\Psi \\ E\Psi &= \frac{p^2}{2m}\Psi + V\Psi \end{aligned} \quad (2.4)$$

### b. Taat pada postulat de Broglie

Pemecahan secara matematis bagi sebuah partikel dengan momentum  $p$  harus berbentuk sebuah fungsi gelombang dengan panjang gelombang  $\lambda$  yang sama dengan  $h/p$ . Sehingga

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

maka energi kinetik dari gelombang de Broglie partikel bebas dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.5)$$

### c. Berkelakuan baik (berhingga, tunggal, dan bersifat kontinu)

Pemecahan persamaan Schrodinger harus memberikan informasi tentang probabilitas untuk menemukan partikelnya sebab partikel merupakan sesuatu yang nyata yang harus ada dalam suatu ruang. Fungsi gelombang harus bernilai tunggal dan berhingga sebab jika tidak maka keberadaan partikel akan lebih dari satu

kemungkinan. Fungsi gelombang harus kontinu karena jika tidak, dapat ditafsirkan sebagai rusaknya partikel sehingga hal ini tidak bisa diterima. Turunan fungsi gelombang terhadap posisi juga harus kontinu sebab terkait dengan momentum elektron sebagai gelombang. Sehingga indikator dari sifat gelombang yang berkelakuan baik yaitu fungsi gelombangnya harus memiliki sifat superposisi gelombang (Krane, 1992:172).

### 2.2.1 Persamaan Schrodinger Bergantung Waktu

Dengan mengikuti beberapa syarat tersebut, persamaan Schrodinger dapat dibentuk dengan mengambil turunan pertama dari fungsi (2.3) terhadap waktu memberikan

$$\frac{\partial \Psi_{x,t}}{\partial t} = N \int \varphi(p) (-iE/\hbar) e^{i(px-Et)/\hbar} dp$$

sesuai dengan hukum kekekalan energi pada persamaan (2.4), maka

$$\frac{\partial \Psi_{x,t}}{\partial t} = \frac{-iN}{\hbar} \int \varphi(p) \left( \frac{p^2}{2m} + V \right) e^{i(px-Et)/\hbar} dp \quad (2.6)$$

Ruas kanan persamaan (2.6) dapat ditulis sebagai

$$N \left[ \int \varphi(p) \left\{ \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{\frac{i(px-Et)}{\hbar}} \right\} dp + \int \varphi(p) \left\{ V e^{\frac{i(px-Et)}{\hbar}} \right\} dp \right]$$

sehingga

$$N \int \varphi(p) \left( \frac{p^2}{2m} \right) e^{i(px-Et)/\hbar} dp = \left( \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \right) N \int \varphi(p) e^{\frac{i(px-Et)}{\hbar}} dp$$

$$N \int \varphi(p) \left( \frac{p^2}{2m} \right) e^{i(px-Et)/\hbar} dp = \left( \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \right) \Psi_{x,t} \quad (2.7)$$

Dari persamaan (2.6) dan (2.7) diperoleh persamaan diferensial paket gelombang  $\Psi$  bagi partikel bebas

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{x,t} = \left( \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \right) \Psi_{x,t} \quad (2.8)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi_{x,t} + i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{x,t} - V \Psi_{x,t} = 0 \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) tidak lain merupakan persamaan Schrodinger satu dimensi bergantung waktu.

### 2.2.2 Persamaan Schrodinger Tunak

Dengan membandingkan persamaan (2.8) tampak adanya korespondensi antara energi  $E$  dengan operator diferensial yaitu:

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$



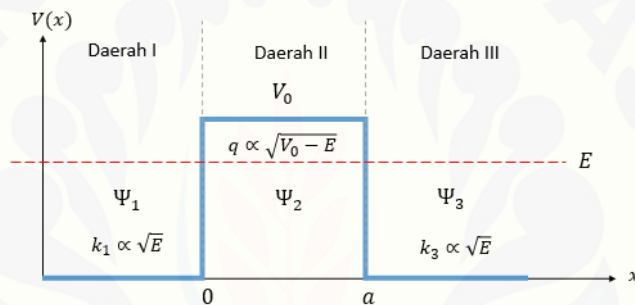
maka persamaan (2.9) dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi_x + E\Psi_x - V\Psi_x &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi_x + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)\Psi_x &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) merupakan persamaan Schrodinger satu dimensi bebas waktu (tunak).

### 2.3 Transmittansi dalam Efek Terobosan (Tunneling Effect)

Efek terobosan merupakan fenomena dalam fisika kuantum ketika partikel berenergi  $E$  menerobos daerah potensial penghalang  $V$  dengan syarat  $E < V$ .



**Gambar 2.1** Model potensial penghalang tunggal ( $E < V$ )

Pada gambar 2.1 diperlihatkan mengenai model potensial penghalang satu dimensi dengan lebar  $a$ .  $\Psi$  menyatakan fungsi gelombang partikel dengan bilangan gelombang  $k$  yang memiliki energi sebesar  $E$ . Persamaan Schrodinger satu dimensi bebas waktu untuk daerah I, II, dan III adalah:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)\Psi = 0$$

Terlihat bahwa pada daerah I atau  $x < 0$  partikel berperan sebagai partikel bebas karena partikel tidak dipengaruhi gaya apapun sehingga  $V(x) = 0$ .

Persamaan Schrodinger dapat dituliskan:

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi_1 = 0$$

atau

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} = -k_1^2 \Psi_1$$

dengan

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$$

persamaan tersebut memiliki solusi:

$$\Psi_1 = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \quad (2.11)$$

Partikel bebas tersebut kemudian bergerak dari kiri ke kanan, ketika partikel memasuki daerah  $0 \leq x \leq a$ , partikel menjumpai potensial sebesar  $V = V_0$ , sehingga persamaan Schrodinger dapat dituliskan:

$$\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} \Psi_2 = 0$$

atau

$$\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} = -k_2^2 \Psi_2$$

dengan

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V_0)}$$

karena  $V_0 > E$ , maka  $k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V_0)}$  dapat dituliskan  $k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}$

atau  $k_2 = iq$ , dengan  $q = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}$ . Persamaan di atas memiliki solusi:

$$\Psi_2 = Ce^{qx} + De^{-qx} \quad (2.12)$$

Ketika partikel berhasil menerobos hingga  $x > a$ , partikel kembali menjadi partikel bebas dengan  $V = 0$ , sehingga persamaan Schrodinger dapat dituliskan:

$$\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi_3 = 0$$

atau

$$\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x^2} = -k_3^2 \Psi_3$$

dengan

$$k_3 = k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$$

terlihat bahwa bilangan gelombang dari partikel kembali seperti semula dan memiliki solusi:

$$\Psi_3 = Fe^{ik_1x} \quad (2.13)$$

Dengan menerapkan syarat kontinuitas pada  $x = 0$  untuk  $\Psi$  dan  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  didapatkan

$$(i) \Psi_1 = \Psi_2$$

$$Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} = Ce^{qx} + De^{-qx}$$

untuk  $x = 0$

$$A + B = C + D \quad (2.14)$$

$$(ii) \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_2}{\partial x}$$

$$A(ik_1)e^{ik_1x} - B(ik_1)e^{-ik_1x} = Cqe^{qx} - Dqe^{-qx}$$

untuk  $x = 0$

$$A(ik_1) - B(ik_1) = Cq - Dq \quad (2.15)$$

kalikan pers (2.14) dengan  $(ik_1)$  dan dilanjutkan dengan eliminasi dengan pers (2.15) diperoleh

$$A = \frac{C(ik_1 + q) + D(ik_1 - q)}{2ik_1} \quad (2.16)$$

dan

$$B = \frac{C(ik_1 - q) + D(ik_1 + q)}{2ik_1} \quad (2.17)$$

Dengan menerapkan syarat kontinuitas pada  $x = a$  untuk  $\Psi$  dan  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  didapatkan

$$(i) \Psi_2 = \Psi_3$$

$$Ce^{qx} + De^{-qx} = Fe^{ik_1x}$$

untuk  $x = a$

$$Ce^{qa} + De^{-qa} = Fe^{ik_1a} \quad (2.18)$$

$$(ii) \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_3}{\partial x}$$

$$Cqe^{qx} - Dqe^{-qx} = Fik_1e^{ik_1x}$$

untuk  $x = a$

$$Cqe^{qa} - Dqe^{-qa} = Fik_1e^{ik_1a} \quad (2.19)$$

kalikan pers (2.18) dengan  $(q)$  dan dilanjutkan dengan eliminasi dengan pers (2.19) diperoleh

$$C = \frac{F(ik_1 + q)e^{ik_1a}}{2qe^{qa}} \quad (2.20)$$

dan

$$D = \frac{F(q - ik_1)e^{ik_1a}}{2qe^{-qa}} \quad (2.21)$$

Dalam efek terobosan dikenal istilah koefisien transmisi. Koefisien transmisi dapat diartikan sebagai probabilitas yang dimiliki oleh partikel untuk dapat menerobos penghalang potensial. Persamaan yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai koefisien transmisi pada efek terobosan yaitu

$$T = |t|^2 = \left| \frac{F}{A} \right|^2 \frac{v_F}{v_A} \quad (2.22)$$

Karena daerah I dan daerah III adalah sama yaitu memiliki  $V = 0$ , maka  $v_A = v_F$

sehingga  $T = \left| \frac{F}{A} \right|^2$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.20) dan (2.21) ke dalam persamaan (2.16) dan (2.17) dan sedikit matematika (secara lebih lengkap dapat dilihat pada lampiran 1.1) diperoleh:

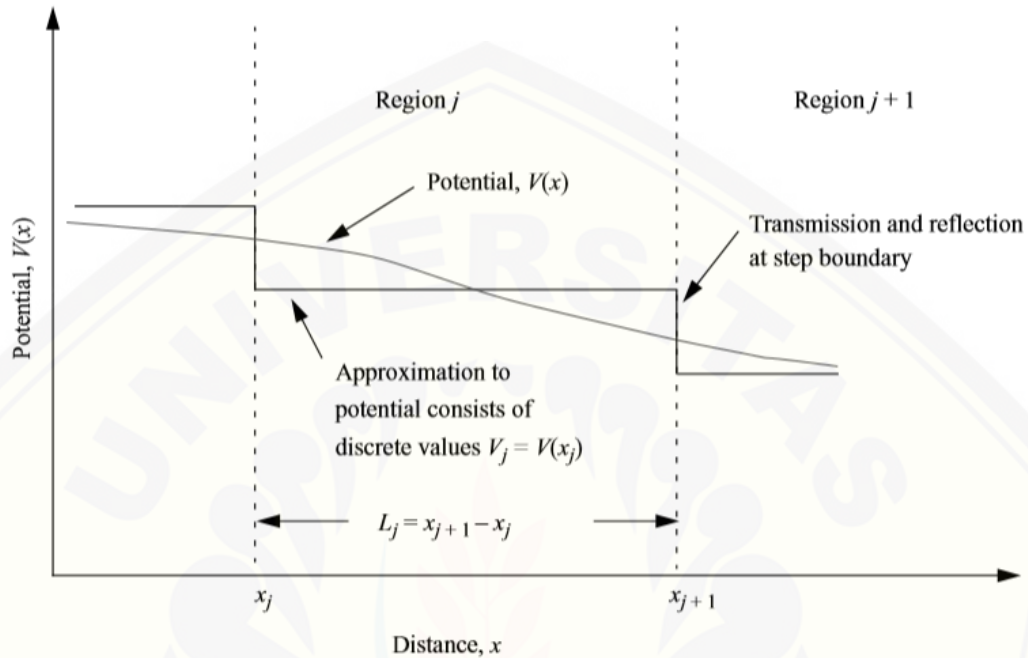
$$T = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + q^2}{2k_1q} \right)^2 \sinh^2(qL) \right)^{-1} \quad (2.23)$$

Penggunaan metode separasi variabel dalam persamaan Schrodinger untuk mencari koefisien transmisi memerlukan cara penyelesaian yang cukup panjang, terlebih jika diterapkan pada kasus potensial penghalang lebih dari satu. Oleh karena itu, akan digunakan metode yang lebih ringkas yaitu metode propagasi matriks, metode ini dapat mempermudah perhitungan pada syarat kontinuitas.

## 2.4 Metode Propagasi Matriks

Metode propagasi matriks merupakan penyebaran atau transmisi dari suatu gelombang menggunakan matriks. Metode ini dilakukan dengan membagi tinjauan menjadi dua bagian yaitu propagasi tangga ( $\hat{p}_{step}$ ) dan propagasi bebas

( $\hat{p}_{free}$ ).  $\hat{p}_{step}$  merupakan propagasi pada daerah perubahan potensial. Sedangkan  $\hat{p}_{free}$  merupakan propagasi pada daerah dengan potensial konstan. Pengerjaan dengan metode propagasi matriks dibagi dalam empat bagian sebagai berikut.



**Gambar 2.2** Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi  $V(x)$  secara halus oleh sebuah deret potensial tangga (Levi, 2003:169).

- Bagian pertama: hitung propagasi matriks  $\hat{p}_{step}$  untuk transmisi dan refleksi dan fungsi gelombang yang merepresentasikan sebuah partikel berenergi  $E$  memasuki sebuah potensial tangga. Potensial tangga yang dimaksud yaitu pada posisi  $x_{j+1}$  pada gambar 2.2. Pada daerah  $j+1$ , partikel memiliki

bilangan gelombang  $k_j = \frac{(2m(E - eV_j))^{1/2}}{\hbar}$  dan fungsi gelombang

$$\psi_j = A_j e^{ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} \quad (2.24)$$

$$\psi_{j+1} = C_{j+1} e^{ik_{j+1} x} + D_{j+1} e^{-ik_{j+1} x} \quad (2.25)$$

Dengan menerapkan syarat batas pada daerah  $j$  dan  $j+1$ . Dengan mengatur menjadi baris dan kolom, fungsi gelombang dari kiri ke kanan memiliki bentuk  $e^{ikx}$  dan dari kanan ke kiri memiliki bentuk  $e^{-ikx}$ . Untuk potensial tangga pada posisi  $x_{j+1} = 0$  maka persamaan matriksnya dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k_j & -k_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Persamaan ini dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \hat{p}_{jstep} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$\hat{p}_{jstep}$  merupakan matriks  $2 \times 2$  yang menggambarkan propagasi gelombang pada potensial tangga  $j$ , dengan nilai  $\hat{p}_{jstep}$  yaitu

$$\hat{p}_{jstep} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} & 1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} \\ 1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} & 1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

- b. Bagian kedua: hitung propagasi matriks  $\hat{p}_{free}$  untuk propagasi fungsi gelombang diantara dua potensial tangga. Propagasi yang dimaksud yaitu berada di antara posisi  $x_j$  dan  $x_{j+1}$  pada gambar 2.2. Lebar dari propagasi ini adalah  $L_j = x_{j+1} - x_j$ . Propagasi diantara potensial tangga dengan lebar potensial  $L_j$  membawa informasi mengenai fase sehingga dalam bentuk matriks yaitu

$$\begin{bmatrix} e^{ik_j L_j} & 0 \\ 0 & e^{-ik_j L_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \hat{p}_{jfree} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{jfree} = \begin{bmatrix} e^{-ik_j L_j} & 0 \\ 0 & e^{ik_j L_j} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

- c. Bagian ketiga: hitung propagasi matriks pada daerah  $j$  dengan mengalikan propagasi  $\hat{p}_{step}$  dan  $\hat{p}_{free}$  untuk mendapatkan propagasi  $\hat{p}_j$  pada gambar 2.2. Untuk menggabungkan efek dari  $\hat{p}_{step}$  dan  $\hat{p}_{free}$  dengan mengalikan dua matriks tersebut bersama-sama. Sehingga propagasi pada bagian  $j$  yang terdiri dari propagasi daerah bebas dan propagasi tangga adalah

$$\hat{p}_j = \hat{p}_{jfree} \hat{p}_{jstep} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

$$p_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{-ik_j L_j} & \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{-ik_j L_j} \\ \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{ik_j L_j} & \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{ik_j L_j} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$p_{11} = p_{22}^*$$

$$p_{21} = p_{12}^*$$

Dengan kesimetrian ini maka dapat dituliskan

$$\hat{p}_j = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12}^* & p_{11} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

- d. Bagian keempat: hitung propagasi total matriks  $\hat{p}$  untuk total potensial tangga dengan mengalikan semua propagasi tiap daerah potensial yaitu

$$\hat{P} = \hat{p}_1 \hat{p}_2 \dots \hat{p}_j \dots \hat{p}_N = \prod_{j=1}^{j=N} \hat{p}_j \quad (2.32)$$

Ketika partikel datang dari kiri, maka  $A = 1$  dan jika tidak ada partikel terpantul dari kanan maka  $D = 0$ .

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \left( \prod_{j=1}^{j=N} \hat{p}_j \right) \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{P} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}$$

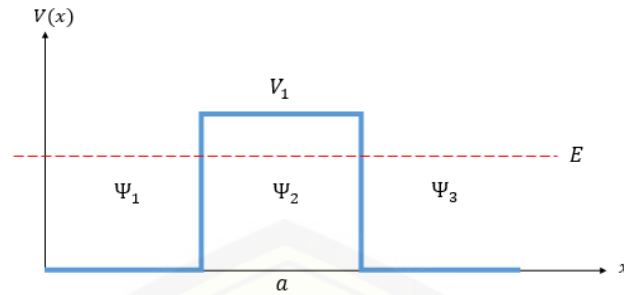
$$\begin{bmatrix} 1 \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12}^* & p_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|C|^2 = \left| \frac{1}{p_{11}} \right|^2 \quad (2.33)$$

(Levi, 2003:168).

#### 2.4.1 Potensial Penghalang Tunggal

Sebuah partikel dengan fungsi gelombang  $\Psi_1$  menerobos penghalang potensial dari sebelah kiri dengan konstanta normalisasi fungsi gelombang  $A$  digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 2.3** Model potensial penghalang tunggal ( $E < V$ )

Pada posisi  $x = 0$ , besar potensial penghalangnya adalah  $V_0$  sepanjang  $a$  dan mengalami penurunan pada  $x = a$ . Bilangan gelombang dari partikel tersebut akan berubah dari  $k_1$  pada bagian luar penghalang menjadi  $k_2$  di dalam penghalang pada daerah  $0 < x < a$ . Solusi persamaan Schrodinger untuk perubahan potensial yaitu

$$\Psi_1 = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \quad (2.34)$$

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} \quad (2.35)$$

$$\Psi_3 = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{k_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-k_2x} \quad (2.36)$$

fungsi gelombang  $\Psi_1$  dan  $\Psi_2$  saling terikat oleh syarat batas sehingga fungsi gelombangnya harus memenuhi syarat kontinuitas

$$\Psi_1|_{step} = \Psi_2|_{step}$$

dan

$$\left. \frac{d\Psi_1}{dx} \right|_{step} = \left. \frac{d\Psi_2}{dx} \right|_{step}$$

didapatkan

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (2.37)$$

dan

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} - \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_2}{ik_1} \frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{k_2}{ik_1} \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (2.38)$$

persamaan 11 dan 12 dapat ditulis kembali dalam bentuk matriks



$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Untuk mengeliminasi matriks  $2 \times 2$  pada sebelah kiri harus dikalikan dengan invers dari matriks tersebut. Sehingga persamaan (2.39) dapat ditulis kembali dengan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

dari persamaan (2.40) dapat diketahui propagasi untuk potensial step up yaitu

$$\hat{p}_{step\ up} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Propagasi pada daerah  $0 \leq x \leq a$  dapat dihitung dengan:

$$\Psi C e^{k_2 a} = \Psi F$$

$$\Psi D e^{-k_2 a} = \Psi G$$

jika dituliskan dalam bentuk matriks maka

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Sehingga propagasi pada penghalang potensial adalah

$$\hat{p}_{free} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Dengan cara yang sama ketika menghitung  $\hat{p}_{step\ up}$  dan  $\hat{p}_{step\ down}$  dapat dihitung dengan menerapkan syarat kontinuitas pada batas potensial antara  $\Psi_2$  dan  $\Psi_3$  didapatkan:

$$\hat{p}_{step\ down} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Propagasi total dari penghalang potensial tersebut adalah hasil kali dari propagasi step up, propagasi daerah diantara potensial step up dan propagasi step down.

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up} \cdot \hat{p}_{free} \cdot \hat{p}_{step\ down} \quad (2.45)$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \frac{1}{4k_1 k_2} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2 a} & (k_1 + ik_2)e^{k_2 a} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2 a} & (k_1 - ik_2)e^{k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Penjabaran persamaan (2.46) secara lengkap disajikan pada Lampiran 2, hasil akhirnya didapatkan harga

$$p_{11} = \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a)}{2k_1 k_2} + \cosh(k_2 a) \quad (2.47)$$

Koefisien transmisi pada metode propagasi matriks dinyatakan dengan

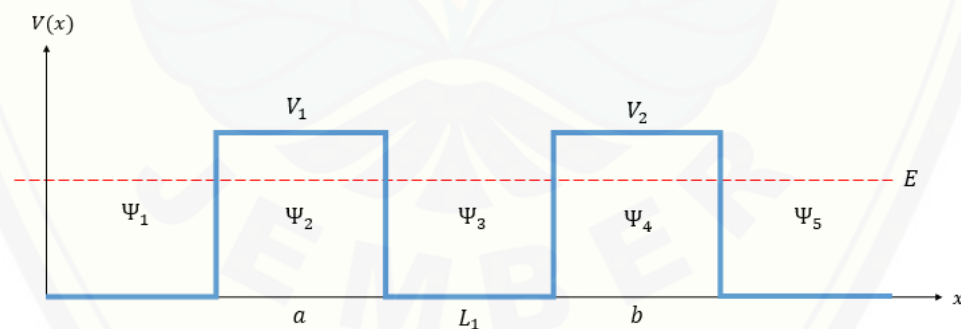
$$T = \frac{1}{|p_{11}|^2} \quad (2.48)$$

$$T = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)^{-1} \quad (2.49)$$

(Levi, 2003:182).

#### 2.4.2 Potensial Penghalang Ganda

Sebuah partikel dengan fungsi gelombang  $\Psi_1$  menerobos penghalang potensial ganda dari sebelah kiri dengan konstanta normalisasi fungsi gelombang  $A$  digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 2.4** Model potensial penghalang ganda ( $E < V$ )

Solusi persamaan Schrodinger untuk perubahan potensial pada penghalang ganda yaitu:

$$\Psi_1(x) = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \quad (2.50)$$

$$\Psi_2(x) = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} \quad (2.51)$$

$$\Psi_3(x) = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \quad (2.52)$$

$$\Psi_4(x) = \frac{H}{\sqrt{k_3}} e^{k_3x} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3x} \quad (2.53)$$

$$\Psi_5(x) = \frac{J}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \quad (2.54)$$

Propagasi dari penghalang potensial ganda terdiri atas dua propagasi step up ( $\hat{p}_{step\ up\ 1}$  dan  $\hat{p}_{step\ up\ 2}$ ), dua propagasi pada penghalang potensial ( $\hat{p}_{free\ 1}$  dan  $\hat{p}_{free\ 3}$ ), satu propagasi pada celah diantara potensial step up ( $\hat{p}_{free\ 2}$ ) dan dua propagasi step down ( $\hat{p}_{step\ down\ 1}$  dan  $\hat{p}_{step\ down\ 2}$ ) dengan nilai:

$$\hat{p}_{step\ up\ 1} = \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$\hat{p}_{step\ up\ 2} = \frac{1}{2\sqrt{k_1k_3}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_3 & k_1 + ik_3 \\ k_1 + ik_3 & k_1 - ik_3 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\hat{p}_{free\ 1} = \begin{bmatrix} e^{-k_2a} & 0 \\ 0 & e^{k_2a} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$\hat{p}_{free\ 2} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_1} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\hat{p}_{free\ 3} = \begin{bmatrix} e^{-k_2b} & 0 \\ 0 & e^{k_2b} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

$$\hat{p}_{step\ down\ 1} = \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$\hat{p}_{step\ down\ 2} = \frac{1}{2\sqrt{k_1k_3}} \begin{bmatrix} k_3 + ik_1 & k_3 - ik_1 \\ k_3 - ik_1 & k_3 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Sehingga propagasi totalnya dapat dituliskan:

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 2} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2} \quad (2.62)$$

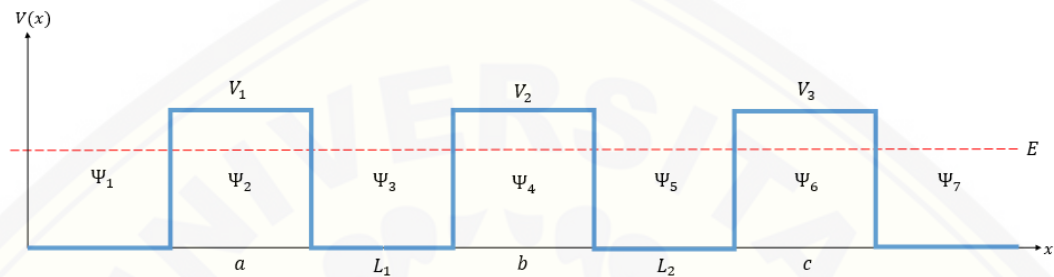
Persamaan (2.62) dijabarkan secara lengkap pada Lampiran 3, sehingga koefisien transmisi pada penghalang ganda dinyatakan dengan:

$$T = \frac{1}{|p_{11}|^2} \quad (2.63)$$

$$T = \left| \frac{t_1 t_2 e^{ik_1 L_1}}{1 - r_1 r_2 e^{i2k_1 L_1}} \right|^2 \quad (2.64)$$

### 2.4.3 Potensial Penghalang Rangkap Tiga

Sebuah partikel dengan fungsi gelombang  $\Psi_1$  menerobos penghalang potensial rangkap tiga dari sebelah kiri dengan konstanta normalisasi fungsi gelombang A digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 2.5** Model potensial penghalang rangkap tiga ( $E < V$ )

Solusi persamaan Schrodinger untuk perubahan potensial pada penghalang rangkap tiga yaitu:

$$\Psi_1(x) = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \quad (2.65)$$

$$\Psi_2(x) = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} \quad (2.66)$$

$$\Psi_3(x) = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \quad (2.67)$$

$$\Psi_4(x) = \frac{H}{\sqrt{k_3}} e^{k_3 x} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3 x} \quad (2.68)$$

$$\Psi_5(x) = \frac{J}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \quad (2.69)$$

$$\Psi_6(x) = \frac{M}{\sqrt{k_4}} e^{k_4 x} + \frac{N}{\sqrt{k_4}} e^{-k_4 x} \quad (2.70)$$

$$\Psi_7(x) = \frac{O}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{P}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \quad (2.71)$$

Propagasi dari penghalang potensial rangkap tiga terdiri atas tiga propagasi step up ( $\hat{p}_{step\ up\ 1}$ ,  $\hat{p}_{step\ up\ 2}$  dan  $\hat{p}_{step\ up\ 3}$ ), tiga propagasi pada penghalang potensial ( $\hat{p}_{free\ 1}$ ,  $\hat{p}_{free\ 3}$  dan  $\hat{p}_{free\ 5}$ ), dua propagasi pada celah

diantara potensial step up ( $\hat{p}_{free\ 2}$  dan  $\hat{p}_{free\ 4}$ ) dan tiga propagasi step down ( $\hat{p}_{step\ down\ 1}$ ,  $\hat{p}_{step\ down\ 2}$  dan  $\hat{p}_{step\ down\ 3}$ ) dengan nilai:

$$\hat{p}_{step\ up\ 1} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$\hat{p}_{step\ up\ 2} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_3 & k_1 + ik_3 \\ k_1 + ik_3 & k_1 - ik_3 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

$$\hat{p}_{step\ up\ 3} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_4 & k_1 + ik_4 \\ k_1 + ik_4 & k_1 - ik_4 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

$$\hat{p}_{free\ 1} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$\hat{p}_{free\ 2} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_1} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$\hat{p}_{free\ 3} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 b} & 0 \\ 0 & e^{k_2 b} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

$$\hat{p}_{free\ 4} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

$$\hat{p}_{free\ 5} = \begin{bmatrix} e^{-k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{k_4 c} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\hat{p}_{step\ down\ 1} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$\hat{p}_{step\ down\ 2} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} k_3 + ik_1 & k_3 - ik_1 \\ k_3 - ik_1 & k_3 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

$$\hat{p}_{step\ down\ 3} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} k_4 + ik_1 & k_4 - ik_1 \\ k_4 - ik_1 & k_4 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

Sehingga propagasi totalnya dapat dituliskan:

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 2} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 4} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 3} \cdot \hat{p}_{free\ 5} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 3} \quad (2.83)$$

Penjabaran persamaan (2.83) disajikan secara lengkap pada Lampiran 3, sehingga koefisien transmisi penghalang rangkap tiga dinyatakan:

$$T = \frac{1}{|p_{11}|^2} \quad (2.84)$$

$$T_3 = \frac{|t_1|^4 |t_2|^2}{|2r_1 r_2 \cos[k_1(L_2 - L_1)] e^{ik_1(L_1+L_2)} - 1 + r_1^2 e^{2i\{k_1(L_1+L_2)+\varepsilon\}}|^2} \quad (2.85)$$

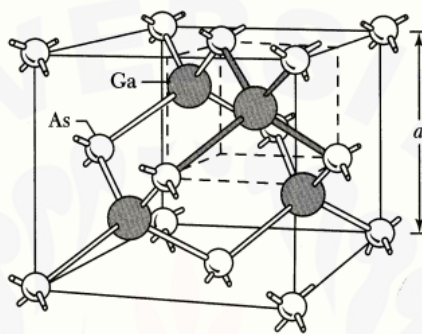
## 2.5 Bahan Semikonduktor

Semikonduktor merupakan sebuah bahan atau material yang memiliki sifat konduktivitas listrik yang berada di antara isolator dan konduktor (Sujarwata dan Marwoto, 2014:6). Pada umumnya, komponen dasar aktif elektronika seperti dioda, transistor, dan IC (*Integrated Circuit*) terbuat dari bahan semikonduktor. Pada bahan semikonduktor terdapat daerah kosong antara pita valensi dan pita konduksi yang dinamakan pita terlarang (*bandgap energy*). Jika elektron dalam bahan semikonduktor memiliki energi yang cukup tinggi maka elektron dapat melompat dari pita valensi ke pita konduksi melewati celah energi atau pita terlarang. Elektron ini meninggalkan keadaan kuantum kosong dalam pita valensi yang disebut hole. Gerakan dari elektron maupun hole pada bahan semikonduktor sama dengan gerakan dari partikel bebas, namun massanya harus diubah dengan menggunakan massa efektif dari partikel (Chen, 2005:118). Setiap bahan semikonduktor mempunyai celah energi yang berbeda-beda pada temperatur tertentu (Jorena, 2009:455).

Dalam penelitian ini, bahan semikonduktor yang digunakan adalah jenis semikonduktor paduan. Semikonduktor paduan dapat diperoleh dari unsur valensi tiga dan valensi lima sehingga disebut semikonduktor paduan III-V. Ikatan kimia terbentuk dengan peminjaman elektron oleh unsur dengan valensi lebih tinggi kepada unsur dengan valensi lebih rendah. Atom donor pada semikonduktor paduan adalah unsur dengan valensi lebih tinggi dibandingkan dengan unsur yang diganti. Atom akseptor adalah unsur dengan valensi lebih rendah dibandingkan dengan unsur yang diganti (ditempati) (Subekti, 2003). Contohnya pada semikonduktor GaAs, Arsenid (As) merupakan atom donor dan Gallium (Ga) sebagai atom akseptor. Hal ini terjadi karena atom Arsenid (As) lebih negatif daripada atom Gallium (Ga) atau Gallium (Ga) lebih positif daripada Arsenide (As). Jika dilihat dari valensinya Ga memiliki tiga elektron karena termasuk golongan III A dan As mempunyai lima elektron valensi karena termasuk golongan V A (Subekti, 2003).

### 2.5.1 Galium Arsenida (GaAs)

GaAs merupakan material yang sangat berpotensi untuk aplikasi divais elektronik maupun optoelektronik karena memiliki mobilitas elektron yang tinggi. GaAs biasanya digunakan untuk dioda laser dan transistor berkecepatan tinggi. GaAs memiliki struktur celah pita energi dengan transisi langsung (direct bandgap) sebesar 1,424 eV dengan lebar 0,565 nm (Prastowo *et al.*, 2018:2). Struktur kristal GaAs berbentuk tetrahedral sebagai berikut.



**Gambar 2.6** Struktur kristal GaAs berbentuk tetrahedral (Sze, 1985:22).

Penelitian mengenai potensial penghalang dengan material semikonduktor GaAs pernah dilakukan sebelumnya pada dua penghalang oleh Prastowo *et al.*, (2018) dan pada tiga penghalang oleh Supriadi *et al.*, (2019). Prastowo *et al.*, (2018:6) dalam penelitiannya mengenai efek terobosan pada dua penghalang (GaAs dan Pbs) menunjukkan bahwa nilai dari koefisien transmisi berbentuk sinusoidal terhadap energi. Nilai koefisien transmisi terbesar adalah 99,82% pada saat energi elektron 0,5123 eV. Supriadi *et al.*, (2019:8) dalam penelitiannya menjadikan GaAs sebagai salah satu bahan dari tiga bahan semikonduktor yang diterapkan sebagai penghalang, penelitian tersebut menunjukkan bahwa semakin besar energi yang dimiliki oleh elektron tidak menjadikan nilai koefisien transmisi semakin besar. Koefisien transmisi terbesar yang dimiliki oleh elektron untuk menerobos penghalang potensial rangkap tiga GaN, SiC, dan GaAs dalam rentang energi elektron  $0 \leq E \leq 1$  eV adalah 0,894 pada energi 0,9 eV.

### 2.5.2 Galium Antimonide (GaSb)

GaSb merupakan bahan semikonduktor paduan III-V yang memiliki celah pita langsung (*direct band gap*) dengan celah pita energi sebesar 0,721 eV pada

temperatur kamar (Milnes dan Polyakov, 1993:803) dengan lebar 0,610 nm (Sasaki *et al.*, 1980:1696). Semikonduktor paduan berbasis antimony mempunyai sifat mobilitas *carrier* yang relatif tinggi. Dengan sifat demikian, maka bahan ini menarik diterapkan dalam devais elektronik maupun optoelektronik seperti laser, detektor inframerah, sensor magnetik serta alat-alat *switch* berkecepatan tinggi (Dutta *et al.*, 1997:5822).

### 2.5.3 Alumunium Arsenide (AlAs)

AlAs merupakan bahan semikonduktor paduan III-V yang banyak diterapkan pada divais optoelektronik seperti diode laser. AlAs memiliki celah pita energi yang cukup besar yaitu sekitar 2,95 eV (Sasaki *et al.*, 1980:1696) dengan lebar 0,566 nm (Coleman, 1981:894). Dengan konstanta kisi yang mirip dengan GaAs, maka AlAs memiliki sedikit tegangan induksi yang memungkinkan tingginya mobilitas elektron berkinerja tinggi sehingga AlAs juga dapat diaplikasikan pada transistor HEMT (*High Electron Mobility Transistor*) (Adachi, 1994:251).

### 2.5.4 Indium Phospide (InP)

InP merupakan material semikonduktor paduan III-V. InP mempunyai mobilitas elektron yang tinggi (Inada *et al.*, 1981:6624) sehingga banyak digunakan untuk alat-alat elektronika bertenaga dan berfrekuensi tinggi seperti transistor bipolar heterojunction pseudomorfik yang beroperasi pada 604 GHz. InP memiliki konstanta kisi 0,587 nm dan celah pita energi langsung sebesar 1,29 eV sehingga juga dapat diaplikasikan untuk perangkat optoelektronik seperti dioda laser (Mikrajuddin, 2010:81).



## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian non eksperimen. Penelitian dilakukan dengan mengembangkan teori-teori yang telah ada sebelumnya. Penelitian dilaksanakan di Laboratorium Fisika Lanjut, Program Studi Pendidikan Fisika pada semester ganjil tahun ajaran 2020/2021.

### 3.2 Definisi Operasional

Berikut merupakan definisi operasional masing-masing variabel penelitian yang dimaksudkan agar tidak terjadi kesalahan dalam mengartikan istilah-istilah dalam penelitian.

a. Koefisien Transmisi

Koefisien transmisi merupakan probabilitas partikel untuk menerobos potensial penghalang. Koefisien transmisi bernilai antara  $0 \leq T \leq 1$ .

b. Potensial Penghalang dan Lebar Penghalang

Penghalang merupakan daerah energi potensial yang menghalangi gerak partikel ketika mencoba menerobos. Pada penelitian ini potensial penghalang satu dengan lainnya diatur sedemikian rupa sehingga memiliki jarak 1 nm. Tinggi dan lebar potensial penghalang bergantung pada bahan semikonduktor yang digunakan. Berikut merupakan material semikonduktor yang digunakan sebagai penghalang:

**Tabel 3.1** Potensial penghalang dan lebar penghalang

Material Semikonduktor	Energi Potensial	Lebar
AlAs	2.95 eV	0.566 nm
GaAs	1.424 eV	0.565 nm
GaSb	0.721 eV	0.610 nm
InP	1.29 eV	0.587 nm

c. Struktur Kombinasi Penghalang

Struktur kombinasi penghalang dimaksudkan sebagai pengorganisasian susunan material semikonduktor berdasarkan jenisnya, material

semikonduktor disusun membentuk penghalang potensial rangkap tiga dan empat dengan jenis penghalang sama (susunan seragam) dan dengan jenis penghalang berbeda atau bervariasi. Susunan-susunan yang dibentuk pada struktur tiga penghalang adalah sebagai berikut.

**Tabel 3.2** Struktur kombinasi penghalang potensial rangkap tiga

AAA	BBB	CCC
ABC	BAC	CAB
ACB	BCA	CBA

Keterangan:  
 A = AlAs  
 B = GaAs  
 C = GaSb

Sedangkan struktur empat penghalang yang dibentuk antara lain susunan-susunan sebagai berikut.

**Tabel 3.3** Struktur kombinasi penghalang potensial rangkap empat

AAAA	BBBB	CCCC	DDDD
ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

Keterangan:  
 A = AlAs  
 B = GaAs  
 C = GaSb  
 D = InP

#### d. Metode Propagasi Matriks

Metode propagasi matriks merupakan metode yang meninjau penyebaran atau transmisi dari suatu gelombang dengan menggunakan matriks. Metode ini dilakukan dengan membagi tinjauan menjadi dua bagian yaitu  $\hat{p}_{step}$  dan  $\hat{p}_{free}$ .  $\hat{p}_{step}$  merupakan propagasi pada daerah perubahan potensial. Sedangkan  $\hat{p}_{free}$  merupakan propagasi pada daerah potensial konstan. Propagasi tangga  $\hat{p}_{step}$

dibagi menjadi propagasi step up dan propagasi step down. Propagasi pada batas gelombang datang dari  $V = 0$  menuju  $V = V_j$  disebut dengan propagasi step up ( $\hat{p}_{step\ up}$ ), dan propagasi pada batas gelombang datang dari  $V = V_j$  menuju  $V = 0$  disebut dengan propagasi step down ( $\hat{p}_{step\ down}$ ). Propagasi bebas ( $\hat{p}_{free}$ ) juga dibagi menjadi dua, yaitu propagasi bebas yang berada diantara dua penghalang potensial dengan  $V = 0$  dan propagasi bebas yang berada pada penghalang potensial dengan  $V = V_0$ .

### 3.3 Langkah Penelitian



**Gambar 3.1** Bagan Langkah Penelitian

#### 3.3.1 Persiapan

Pada tahap ini peneliti mempersiapkan bahan-bahan yang digunakan sebagai literatur untuk melakukan penelitian dengan mengumpulkan buku dan jurnal berskala nasional maupun internasional serta artikel-artikel dari internet yang relevan dengan topik penelitian.

#### 3.3.2 Pengembangan Teori

Pada tahap ini peneliti mengembangkan teori dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya. Berdasarkan teori-teori yang telah ada sebelumnya, maka

untuk mendapatkan hasil yang diinginkan digunakan beberapa persamaan, yaitu perhitungan propagasi matriks pada penghalang potensial rangkap tiga adalah:

$$\hat{P} = \hat{P}_1 \cdot \hat{P}_2 \cdot \hat{P}_3$$

dan perhitungan propagasi matriks pada penghalang potensial rangkap empat adalah:

$$\hat{P} = \hat{P}_1 \cdot \hat{P}_2 \cdot \hat{P}_3 \cdot \hat{P}_4$$

dengan:

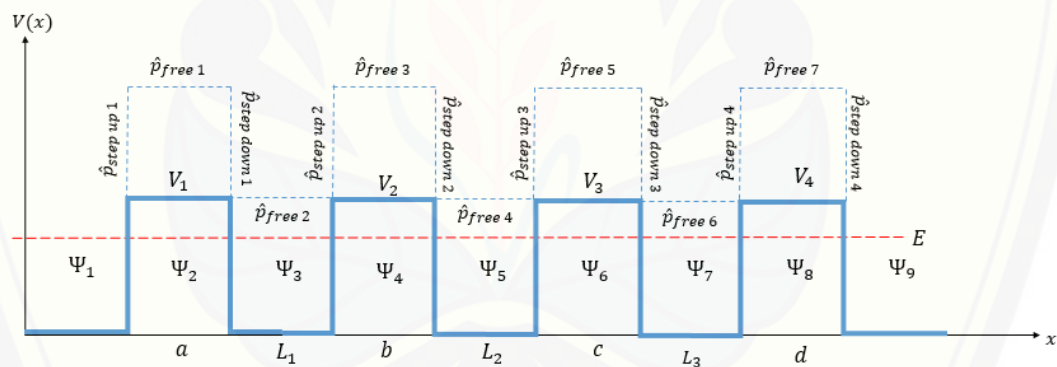
$$\hat{P}_1 = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1}$$

$$\hat{P}_2 = \hat{p}_{free\ 2} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2}$$

$$\hat{P}_3 = \hat{p}_{free\ 4} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 3} \cdot \hat{p}_{free\ 5} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 3}$$

$$\hat{P}_4 = \hat{p}_{free\ 6} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 4} \cdot \hat{p}_{free\ 7} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 4}$$

Penghalang potensial rangkap empat dan tinjauan daerah propagasinya ditunjukkan pada gambar berikut.



**Gambar 3.2** Potensial penghalang rangkap empat dan gambaran daerah propagasi

Koefisien transmisi pada metode propagasi matriks dinyatakan dengan:

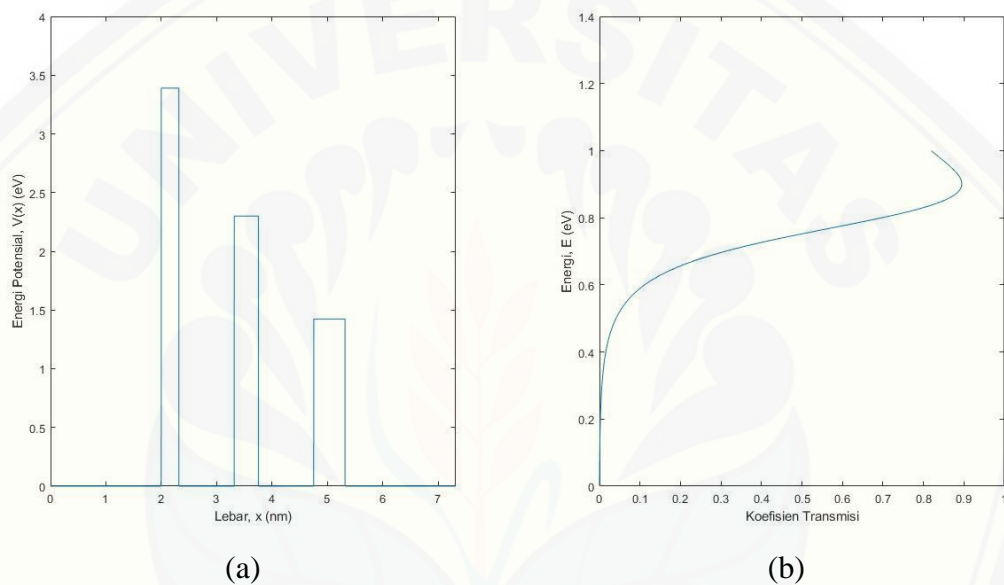
$$T = \frac{1}{|P_{11}|^2}$$

Pengembangan pada penelitian ini dilakukan secara analitik dan numerik yaitu perumusan dan perhitungan koefisien transmisi pada susunan potensial penghalang rangkap tiga dan empat.

### 3.3.3 Validasi Alat Simulasi

Pada tahap ini dibuat bahasa pemrograman yang memiliki variabel keluaran berupa grafik dari koefisien transmisi terhadap energi yang diperoleh dari hasil pengembangan sebagai bahan validasi. Grafik tersebut kemudian

dicocokkan dengan grafik yang diperoleh dari penelitian sebelumnya yang terkait. Perbandingan yang digunakan yaitu penelitian dari Supriadi *et al.*, (2019) pada efek terobosan akibat adanya penghalang potensial kotak rangkap tiga (GaN, SiC, dan GaAs). Bahasa pemrograman atau *coding* yang digunakan sebagai validasi dalam Matlab2018a disajikan pada Lampiran 6. Hasil validasi didapatkan sesuai dengan penelitian dari Supriadi *et al.*, (2019) dengan standar eror sebesar  $1.58671 \times 10^{-6}$ . Hasil validasi ditunjukkan sebagai berikut.



**Gambar 3.3** (a) Model potensial penghalang rangkap tiga (GaN, SiC, dan GaAs)  
(b) Grafik koefisien transmisi terhadap energi

Hasil simulasi di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

**Tabel 3.4** Beberapa data hasil validasi

Data	$E$ (eV)	$T$ (hasil validasi)
1	0.0025	0.0000
2	0.1350	0.0010
3	0.66	0.2075
4	0.9	0.8947
5	1	0.8190

### 3.3.4 Simulasi/Pengambilan Data

Pada tahap ini pengambilan data dilakukan menggunakan perhitungan analitik dan numerik. Perhitungan analitik berupa perhitungan koefisien transmisi

dari partikel bebas ketika mengalami efek terobosan dengan menggunakan metode propagasi matriks. Perhitungan numerik dilakukan dengan menerapkan metode propagasi matriks dalam software Matlab2018a. Adapun data untuk koefisien transmisi disajikan pada tabel sebagai berikut.

**Tabel 3.5** Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga susunan seragam

Energi Elektron (eV)	T		
	AAA	BBB	CCC
$E$ saat $T_{AAA}$ terbesar			
$E$ saat $T_{BBB}$ terbesar			
$E$ saat $T_{CCC}$ terbesar			

**Tabel 3.6** Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap empat susunan seragam

Energi Elektron (eV)	T			
	AAAA	BBBB	CCCC	DDDD
$E$ saat $T_{AAAA}$ terbesar				
$E$ saat $T_{BBBB}$ terbesar				
$E$ saat $T_{CCCC}$ terbesar				
$E$ saat $T_{DDDD}$ terbesar				

**Tabel 3.7** Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga susunan kombinasi

Energi Elektron (eV)	T					
	ABC	CBA	CAB	BAC	BCA	ACB
$E$ saat $T_{ABC}$ terbesar						
$E$ saat $T_{CBA}$ terbesar						
$E$ saat $T_{CAB}$ terbesar						
$E$ saat $T_{BAC}$ terbesar						
$E$ saat $T_{BCA}$ terbesar						
$E$ saat $T_{ACB}$ terbesar						

**Tabel 3.8** Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap empat susunan kombinasi

Energi Elektron (eV)	T					
	ABCD	ABDC	ACBD	ACDB	ADBC	ADCB
$E$ saat $T_{ABCD}$ terbesar						
$E$ saat $T_{ABDC}$ terbesar						
$E$ saat $T_{ACBD}$ terbesar						
$E$ saat $T_{ACDB}$ terbesar						
$E$ saat $T_{ADBC}$ terbesar						
$E$ saat $T_{ADCB}$ terbesar						
	BACD	BADC	BCAD	BCDA	BDAC	BDCA
$E$ saat $T_{BACD}$ terbesar						
$E$ saat $T_{BADC}$ terbesar						
$E$ saat $T_{BCAD}$ terbesar						
$E$ saat $T_{BCDA}$ terbesar						
$E$ saat $T_{BDAC}$ terbesar						

$E$  saat  $T_{BDCA}$  terbesar

---

CABD	CADB	CBAD	CBDA	CDAB	CDBA
------	------	------	------	------	------

---

$E$  saat  $T_{CABD}$  terbesar

$E$  saat  $T_{CADB}$  terbesar

$E$  saat  $T_{CBAD}$  terbesar

$E$  saat  $T_{CBDA}$  terbesar

$E$  saat  $T_{CDAB}$  terbesar

$E$  saat  $T_{CDBA}$  terbesar

---

DABC	DACB	DBAC	DBCA	DCAB	DCBA
------	------	------	------	------	------

---

$E$  saat  $T_{DABC}$  terbesar

$E$  saat  $T_{DACB}$  terbesar

$E$  saat  $T_{DBAC}$  terbesar

$E$  saat  $T_{DBCA}$  terbesar

$E$  saat  $T_{DCAB}$  terbesar

$E$  saat  $T_{DCBA}$  terbesar

### 3.3.5 Pembahasan

Hasil dari perhitungan selanjutnya akan dijelaskan secara rinci mengenai pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap tiga terhadap koefisien transmisi dari partikel bebas serta nilai koefisien transmisi pada penghalang potensial rangkap empat.

### 3.3.6 Kesimpulan

Hasil dari pembahasan selanjutnya ditarik kesimpulan untuk menjawab rumusan masalah penelitian.

## BAB 5. PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

5.1.1 Pada susunan penghalang potensial rangkap tiga dibagi menjadi susunan seragam dan kombinasi. Pada penghalang potensial seragam terlihat bahwa ketika nilai energi potensial penghalang semakin besar maka nilai koefisien transmisi semakin kecil. Artinya, semakin sedikit elektron yang dapat menerobos penghalang karena tingginya potensial yang perlu dilewati. Pada susunan kombinasi terdapat tiga macam nilai koefisien transmisi dari enam susunan kombinasi. Dimana dua susunan kombinasi yang berkebalikan menunjukkan nilai koefisien transmisi yang sama. Yaitu nilai koefisien transmisi dari ABC identik dengan CBA, CAB identik dengan BAC, dan BCA identik dengan ACB.

5.1.2 Pada potensial penghalang rangkap tiga, susunan potensial penghalang seragam menghasilkan nilai koefisien transmisi terbesar yaitu 1.0000 pada susunan CCC ketika energi elektron 0.49 eV. Sedangkan susunan kombinasi menghasilkan nilai koefisien transmisi terbesar yaitu 0.7939 pada susunan BCA dan ACB, nilai tersebut bersesuaian saat energi elektron 1 eV.

5.1.3 Pada susunan penghalang potensial rangkap empat dibagi menjadi susunan seragam dan kombinasi. Pada penghalang potensial seragam terlihat bahwa ketika nilai energi potensial penghalang semakin besar maka nilai koefisien transmisi semakin kecil. Artinya, semakin sedikit elektron yang dapat menerobos penghalang karena tingginya potensial yang perlu dilewati. Pada susunan kombinasi, sebanyak 24 susunan menghasilkan 12 variasi nilai koefisien transmisi. Susunan yang berbeda menghasilkan nilai koefisien transmisi yang berbeda, kecuali untuk susunan yang berkebalikan menghasilkan nilai koefisien transmisi yang sama persis pada tiap energinya.

5.1.4 Pada potensial penghalang rangkap empat, susunan seragam CCCC dan DDDD menghasilkan nilai koefisien transmisi maksimum berturut-turut terjadi saat energi elektron 0.775 eV dan 0.965 eV. Sedangkan pada susunan



kombinasi menghasilkan nilai koefisien transmisi terbesar adalah ADCB dan BCDA yaitu bernilai 0.8087. Jika dianalisis, susunan ADCB dan BCDA. Susunan ini memiliki nilai koefisien yang cukup besar dibandingkan susunan lain karena letak 3 potensial perintang yang ketinggian potensialnya cukup simetris saling berdekatan. Susunan perintang ini menimbulkan terjadinya resonansi sehingga probabilitas elektron untuk melewatinya semakin besar. Namun probabilitas ini tidak dapat mencapai maksimum dikarenakan elektron harus kembali melewati perintang yang potensialnya tinggi.

## 5.2 Saran

Dalam penelitian ini, penghalang potensial yang digunakan terdiri atas tiga dan empat penghalang. Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah potensial penghalang dikembangkan hingga membentuk deret dan efek terobosan ditinjau dalam dua dimensi.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Abdulhalim, I. 2000. Analytic Propagation Matrix Method for Anisotropic Magneto-optic Layered Media. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2(6):557-564.
- Adachi, Sadao. 1994. *GaAs and Related Materials: Bulk Semiconducting and Superlattice Properties*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte.Ltd.
- Bracken, Paul. 2016. Dynamic Resonant Tunneling. *Research Advances in Quantum Dynamics*. 10.5772/61561 (Chapter 3).
- Chen, Gang. 2005. *Nanoscale Energy Transport and Conversion: A Parallel Treatment of Electrons, Molecules, Phonons, and Photons*. Oxford: Oxford University Press.
- Coleman, J. J., P. D. Dapkus, N. Holonyak Jr., dan W. D. Laidig. 1981. Devicequality epitaxial AlAs by metalorganicchemical vapor deposition. *Applied Physics Letters*. 38(11):894-896.
- Dutta, P. S., Bhat, H. L., dan Kumar, V. 1997. The Physics and Technology of Gallium Antimonide: An Emerging Optoelectronic Material. *Journal of Applied Physics*. 81(9): 5821-5870.
- Eisnberg, R. M., dan Resnick, R. 1985. *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles Second Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Griffith, J. David. 2005. *Introduction Quantum Mechanics: Second Edition*. Reed College, United States of America: Pearson Prentice Hall.
- Huda, M. K. 2018. Analisis Efek Terobosan Empat Perintang pada Graphene. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Fisika 2018*, Jember: 25 November 2018. ISSN: 2527-5917, 3(2): 153-158.
- Inada, T., Taka, S., dan Yamamoto, Y. 1981. Acceptor implantation in Fe-doped, semi-insulating indium phosphide. *Journal of Applied Physics*. 52(11): 6623-6629.
- Jorena. 2009. Menentukan Energi Gap Semikonduktor Silikon Melalui Pengukuran Resistansi Bahan pada Suhu Beragam. *Jurnal Penelitian Sains*. 12(1):1-3.
- Krane, K. S. *Fisika Modern*. Terjemahan oleh Wospakrik H. J dan Niksolihin S. 1992. Jakarta: UIP.

- Levi, A. F. J. 2003. *Applied Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Martinz, S. D. G., dan Ramos, T. V. 2016. Double Quantum Well Triple Barrier Structures: Analytical and Numerical Results. *Canadian Journal of Physics*. 94(11): 1180-1188.
- Mikrajuddin, A. 2010. *Karakterisasi Nanomaterial*. Bandung: CV Rezeki Putera.
- Milnes, A. G., dan Polyakov, A. Y. 1993. Gallium Antimonide Device Related Properties. *Solid-State Electronics*. 36(6): 803-818.
- Neamen, D. A. 2011. *Semiconductor Physics and Devices*. New York: McGraw-Hill Education.
- Prastowo, S. H. B., B. Supriadi, Z. R. Ridlo, dan T. Prihandono. 2018. Tunneling Effect on Double Potential Barriers GaAs and PbS. *Journal of Physics: Conference Series*. 1008(1): 1-7.
- Prastowo, S. H. B., B. Supriadi, Z. R. Ridlo, M. K. Huda, W. Bariroh, dan U. Sholihah. 2019. Theoretical Analysis Quantum Tunneling Three Potential Barriers to The Schrodinger Equation in Graphene. *Journal of Physics: Conference Series*. 1211(1): 1-9.
- Purwanto, A. 2016. *Fisika Kuantum Edisi 2 Revisi*. Yogyakarta: Penerbit Gava Media.
- Sani, R., dan M. Kadri. 2017. *Fisika Kuantum*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Sasaki, A., M. Nishiuma, dan Y. Takeda. 1980. Energy Band Structure and Lattice Constant Chart of III-V Mixed Semiconductors, and AlGaSb/AlGaAsSb Semiconductor Lasers on GaSb Substrates. *Japanese Journal of Applied Physics*. 19(9):1695-1702.
- Siregar, R. E. 2018. *Fisika Kuantum*. Jatinangor: Universitas Padjajaran Press.
- Subekti, A. 2003. *Diktat Kuliah Semikonduktor*. Jember: FMIPA UNEJ.
- Sujarwata dan Marwoto, P. 2014. *Karakterisasi Film Tipis Teori, Penerapan dan Analisis Hasil Deposisi Film Tipis*. Yogyakarta: Deepublish.
- Supriadi, B., Z. R. Ridlo, Yushardi, C. I. W. Nugroho, J. Arsanti, dan S. Septiana. 2019. Tunneling Effect on Triple Potential Barriers GaN, SiC and GaAs. *Journal of Physics: Conference Series*. 1211(1): 1-8.

Sze, S. M. 1985. *Semiconductor Devices (Physics and Technology)*. New York: John Wiley & Sons.



## LAMPIRAN

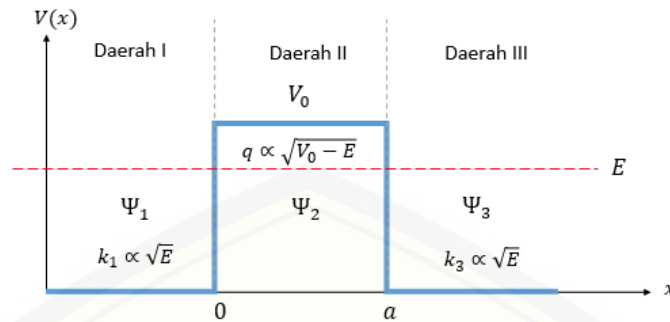
### Lampiran 1. Matriks Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Tujuan	Variabel	Teknik Pengambilan Data	Metode Penelitian
Transmitansi Pada Struktur Kombinasi Penghalang Potensial Rangkap Tiga Dan Empat Dengan Metode Propagasi Matriks	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bagaimana pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs) terhadap nilai koefisien transmisi?</li> <li>2. Berapakah nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs)?</li> <li>3. Bagaimana pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP) terhadap nilai koefisien transmisi?</li> <li>4. Berapakah nilai</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Untuk mengetahui pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs) terhadap nilai koefisien transmisi.</li> <li>2. Untuk mengetahui nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap tiga (GaAs, GaSb, dan AlAs).</li> <li>3. Untuk mengetahui pengaruh susunan kombinasi potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP) terhadap nilai koefisien transmisi.</li> <li>4. Untuk mengetahui</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Variabel bebas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Susunan potensial penghalang</li> <li>- Jumlah penghalang</li> <li>- Energi elektron</li> </ul> </li> <li>2. Variabel terikat: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Koefisien transmisi</li> </ul> </li> <li>3. Variabel kontrol: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fungsi gelombang</li> <li>- Lebar celah antar penghalang</li> </ul> </li> </ol>	Secara numerik menggunakan metode propagasi matriks dalam Matlab 2018a dan secara analitik menggunakan metode propagasi matriks	Jenis penelitian ini adalah penelitian non eksperimen

	koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP)?	nilai koefisien transmisi terbesar pada potensial penghalang rangkap empat (GaAs, GaSb, AlAs, dan InP).			
--	---	---	--	--	--



## Lampiran 2. Metode Separasi Variabel dalam Persamaan Scrodinger



Kasus  $E < V$

$$V = \begin{cases} 0 & \text{untuk } x < 0 \text{ dan } x > a \\ V_0 & \text{untuk } 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

Persamaan Schrodinger satu dimensi bebas waktu untuk daerah I, II dan III adalah

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \Psi = 0$$

Untuk daerah I atau  $x < 0$ , didapatkan bahwa  $V = 0$ , sehingga persamaan Schrodinger dapat dituliskan

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi_1 = 0$$

Atau

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} = -k_1^2 \Psi_1$$

dengan

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$$

persamaan tersebut memiliki solusi:

$$\Psi_1 = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x}$$

Untuk daerah II atau  $0 \leq x \leq a$ , didapatkan bahwa  $V = V_0$  sehingga persamaan Schrodinger dapat dituliskan

$$\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} \Psi_2 = 0$$

atau

$$\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} = -k_2^2 \Psi_2$$

dengan

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V_0)}$$

karena  $V_0 > E$ , maka  $k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V_0)}$  dapat dituliskan  $k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}$

atau  $k_2 = iq$ , dengan  $q = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}$ . Persamaan di atas memiliki solusi:

$$\Psi_2 = Ce^{qx} + De^{-qx}$$

Untuk daerah III atau  $x > a$ , didapatkan bahwa  $V = 0$ , sehingga persamaan Schrodinger dapat dituliskan:

$$\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi_3 = 0$$

atau

$$\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial x^2} = -k_3^2 \Psi_3$$

dengan

$$k_3 = k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$$

terlihat bahwa bilangan gelombang dari partikel kembali seperti semula dan memiliki solusi:

$$\Psi_3 = Fe^{ik_1x}$$

Dengan menerapkan syarat kontinuitas pada  $x = 0$  untuk  $\Psi$  dan  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$

didapatkan

$$(iii) \Psi_1 = \Psi_2$$

$$Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} = Ce^{qx} + De^{-qx}$$

untuk  $x = 0$

$$A + B = C + D$$

$$A(ik_1) + B(ik_1) = C(ik_1) - D(ik_1)$$

$$(iv) \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_2}{\partial x}$$

$$A(ik_1)e^{ik_1x} - B(ik_1)e^{-ik_1x} = Cqe^{qx} - Dqe^{-qx}$$

untuk  $x = 0$

$$A(ik_1) - B(ik_1) = Cq - Dq$$

Eliminasi:



$$\begin{aligned}
 A(ik_1) + B(ik_1) &= C(ik_1) - D(ik_1) \\
 \frac{A(ik_1) - B(ik_1) = Cq - Dq}{2ik_1A = C(ik_1 + q) + D(ik_1 - q)} &+ \\
 A &= \frac{C(ik_1 + q) + D(ik_1 - q)}{2ik_1}
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 A(ik_1) + B(ik_1) &= C(ik_1) - D(ik_1) \\
 \frac{A(ik_1) - B(ik_1) = Cq - Dq}{2ik_1B = C(ik_1 - q) + D(ik_1 + q)} &- \\
 B &= \frac{C(ik_1 - q) + D(ik_1 + q)}{2ik_1}
 \end{aligned}$$

Dengan menerapkan syarat kontinuitas pada  $x = a$  untuk  $\Psi$  dan  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  didapatkan

$$(iii) \Psi_2 = \Psi_3$$

$$Ce^{qx} + De^{-qx} = Fe^{ik_1x}$$

untuk  $x = a$

$$Ce^{qa} + De^{-qa} = Fe^{ik_1a}$$

$$Cqe^{qa} + Dqe^{-qa} = Fqe^{ik_1a}$$

$$(iv) \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_3}{\partial x}$$

$$Cqe^{qx} - Dqe^{-qx} = Fik_1e^{ik_1x}$$

untuk  $x = a$

$$Cqe^{qa} - Dqe^{-qa} = Fik_1e^{ik_1a}$$

Eliminasi:

$$\begin{aligned}
 Cqe^{qa} + Dqe^{-qa} &= Fqe^{ik_1a} \\
 Cqe^{qa} - Dqe^{-qa} &= Fik_1e^{ik_1a} \\
 \frac{2Cqe^{qa} = F(ik_1 + q)e^{ik_1a}}{2Cqe^{qa} = F(ik_1 + q)e^{ik_1a}} &+
 \end{aligned}$$

$$C = \frac{F(ik_1 + q)e^{ik_1a}}{2qe^{qa}}$$

dan

$$\begin{aligned}
 Cqe^{qa} + Dqe^{-qa} &= Fqe^{ik_1a} \\
 \frac{Cqe^{qa} - Dqe^{-qa} = Fik_1e^{ik_1a}}{2Dqe^{-qa} = F(q - ik_1)e^{ik_1a}} &-
 \end{aligned}$$

$$D = \frac{F(q - ik_1)e^{ik_1a}}{2qe^{-qa}}$$

Koefisien transmisi didefinisikan:

$$T = |t|^2 = \left| \frac{F}{A} \right|^2 \frac{v_F}{v_A}$$

Karena daerah I dan daerah III adalah sama yaitu memiliki  $V = 0$  maka  $v_A = v_F$  sehingga

$$T = \left| \frac{F}{A} \right|^2$$

Substitusi

$$\begin{aligned} A &= \frac{C(ik_1 + q) + D(ik_1 - q)}{2ik_1} \\ A &= \frac{\left( \frac{F(ik_1 + q)e^{ik_1a}}{2qe^{qa}} \right) (ik_1 + q) + \left( \frac{F(q - ik_1)e^{ik_1a}}{2qe^{-qa}} \right) (ik_1 - q)}{2ik_1} \\ A &= \frac{F\{(ik_1 + q)e^{ik_1a}(ik_1 + q)e^{-qa} + (q - ik_1)e^{ik_1a}(ik_1 - q)e^{qa}\}}{4iqk_1} \\ A &= \frac{F\{(ik_1 + q)(ik_1 + q)e^{-qa} + (q - ik_1)(ik_1 - q)e^{qa}\}}{4iqk_1e^{-ik_1a}} \\ \frac{A}{F} &= \frac{\{(ik_1 + q)(ik_1 + q)e^{-qa} + (q - ik_1)(ik_1 - q)e^{qa}\}}{4iqk_1e^{-ik_1a}} \\ \frac{F}{A} &= \frac{4iqk_1e^{-ik_1a}}{(ik_1 + q)(ik_1 + q)e^{-qa} + (q - ik_1)(ik_1 - q)e^{qa}} \\ \frac{F}{A} &= \frac{4iqk_1e^{-ik_1a}}{(-k_1^2 + 2iqk_1 + q^2)e^{-qa} + (k_1^2 + 2iqk_1 - q^2)e^{qa}} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan:

$$e^{-a} = \cosh(a) - \sinh(a)$$

$$e^a = \cosh(a) + \sinh(a)$$

Didapatkan:

$$\frac{F}{A}$$

$$= \frac{4iqk_1e^{-ik_1a}}{(-k_1^2 + 2iqk_1 + q^2)(\cosh(qa) - \sinh(qa)) + (k_1^2 + 2iqk_1 - q^2)(\cosh(qa) + \sinh(qa))}$$

$$\begin{aligned}\frac{F}{A} &= \frac{4iqk_1 e^{-ik_1 a}}{2k_1^2 \sinh(qa) + 4iqk_1 \cosh(qa) - 2q^2 \sinh(qa)} \\ \frac{F}{A} &= \frac{2iqk_1 e^{-ik_1 a}}{k_1^2 \sinh(qa) + 2iqk_1 \cosh(qa) - q^2 \sinh(qa)} \\ \frac{F}{A} &= \left\{ \frac{k_1^2 \sinh(qa) + 2iqk_1 \cosh(qa) - q^2 \sinh(qa)}{2iqk_1 e^{-ik_1 a}} \right\}^{-1} \\ \frac{F}{A} &= \left\{ \left( \frac{2iqk_1 \cosh(qa)}{2iqk_1 e^{-ik_1 a}} \right) + \left( \frac{(k_1^2 - q^2) \sinh(qa)}{2iqk_1 e^{-ik_1 a}} \right) \right\}^{-1} \\ \frac{F}{A} &= \left\{ \cosh(qa) + \frac{(k_1^2 - q^2)}{2iqk_1} \sinh(qa) \right\}^{-1} e^{-ik_1 a}\end{aligned}$$

Jadi koefisien transmisinya adalah

$$\begin{aligned}T &= \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \left( \frac{F}{A} \right) \left( \frac{F}{A} \right)^* \\ T &= \left\{ \left[ \cosh(qa) + \frac{(k_1^2 - q^2)}{2iqk_1} \sinh(qa) \right]^{-1} e^{-ik_1 a} \right\} \left\{ \left[ \cosh(qa) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(k_1^2 - q^2)}{2iqk_1} \sinh(qa) \right]^{-1} e^{ik_1 a} \right\} \\ T &= \left\{ \cosh^2(qa) + \frac{(k_1^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4q^2 k_1^2} \right\}^{-1}\end{aligned}$$

Catatan:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

Didapatkan:

$$\begin{aligned}T &= \left\{ 1 + \sinh^2(qa) + \frac{(k_1^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4q^2 k_1^2} \right\}^{-1} \\ T &= \left\{ 1 + \frac{4q^2 k_1^2 + (k_1^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4q^2 k_1^2} \right\}^{-1} \\ T &= \left\{ 1 + \frac{k_1^4 + q^4 + 2q^2 k_1^2 \sinh^2(qa)}{4q^2 k_1^2} \right\}^{-1}\end{aligned}$$

$$T = \left\{ 1 + \frac{(k_1^2 + q^2)^2}{4q^2k_1^2} \sinh^2(qa) \right\}^{-1}$$

$$T = \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{(k_1^2 + q^2)^2}{4q^2k_1^2} \sinh^2(qa) \right\}}$$



### Lampiran 3. Metode Propagasi Matriks

Diketahui solusi persamaan Schrodinger untuk perubahan potensial yaitu:

$$\Psi_1(x) = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}$$

$$\Psi_2(x) = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x}$$

$$\Psi_3(x) = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}$$

$$\Psi_4(x) = \frac{H}{\sqrt{k_3}} e^{k_3x} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} e^{-k_3x}$$

$$\Psi_5(x) = \frac{J}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}$$

$$\Psi_6(x) = \frac{M}{\sqrt{k_4}} e^{k_4x} + \frac{N}{\sqrt{k_4}} e^{-k_4x}$$

$$\Psi_7(x) = \frac{O}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{Q}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}$$

$$\Psi_8(x) = \frac{S}{\sqrt{k_5}} e^{k_5x} + \frac{U}{\sqrt{k_5}} e^{-k_5x}$$

$$\Psi_9(x) = \frac{V}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{W}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}$$

#### 1. Propagasi pada Batas Potensial Step-Up

##### a. Syarat kontinuitas pada batas potensial pertama

$$\Psi_1|_{step} = \Psi_2|_{step}$$

$$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (1)$$

dan

$$\left. \frac{d\Psi_1}{dx} \right|_{step} = \left. \frac{d\Psi_2}{dx} \right|_{step}$$

$$\Psi_1'(0) = \Psi_2'(0)$$

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} - \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_2}{ik_1} \frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{k_2}{ik_1} \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ubah persamaan (3) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ up\ 1} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (4)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (3) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

Persamaan (3) dapat ditulis kembali dengan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Berdasarkan persamaan (4) dan (6) didapatkan  $\hat{p}_{step\ up\ 1}$

$$\hat{p}_{step\ up\ 1} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{step\ up\ 1} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \quad (7)$$

**b. Syarat kontinuitas pada batas potensial ketiga**

$$\begin{aligned} \Psi_3|_{step} &= \Psi_4|_{step} \\ \Psi_3(0) &= \Psi_4(0) \\ \frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} &= \frac{H}{\sqrt{k_3}} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} \end{aligned} \quad (8)$$

dan

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_3}{dx}|_{step} &= \frac{d\Psi_4}{dx}|_{step} \\ \Psi_3'(0) &= \Psi_4'(0) \\ ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} &= k_3 \frac{H}{\sqrt{k_3}} - k_3 \frac{I}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{F}{\sqrt{k_1}} - \frac{G}{\sqrt{k_1}} &= \frac{k_3}{ik_1} \frac{H}{\sqrt{k_3}} - \frac{k_3}{ik_1} \frac{I}{\sqrt{k_3}} \end{aligned} \quad (9)$$

Persamaan (8) dan (9) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_3}{ik_1} & -\frac{k_3}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ubah persamaan (10) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ up\ 2} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \quad (11)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (10) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

Persamaan (10) dapat ditulis kembali dengan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 \\ ik_1 & ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 \\ ik_1 & ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

Berdasarkan persamaan (11) dan (13) didapatkan  $\hat{p}_{step\ up\ 2}$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{step\ up\ 2} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 \\ ik_1 & ik_1 \end{bmatrix} \\ \hat{p}_{step\ up\ 2} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_3}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_3}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_3}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_3}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

### c. Syarat kontinuitas pada batas potensial kelima

$$\begin{aligned} \Psi_5|_{step} &= \Psi_6|_{step} \\ \Psi_5(0) &= \Psi_6(0) \\ \frac{J}{\sqrt{k_1}} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} &= \frac{M}{\sqrt{k_4}} + \frac{N}{\sqrt{k_4}} \end{aligned} \quad (15)$$

dan

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_5}{dx}|_{step} &= \frac{d\Psi_6}{dx}|_{step} \\ \Psi_5'(0) &= \Psi_6'(0) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 ik_1 \frac{J}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{L}{\sqrt{k_1}} &= k_4 \frac{M}{\sqrt{k_4}} - k_4 \frac{N}{\sqrt{k_4}} \\
 \frac{J}{\sqrt{k_1}} - \frac{L}{\sqrt{k_1}} &= \frac{k_4}{ik_1} \frac{M}{\sqrt{k_4}} - \frac{k_4}{ik_1} \frac{N}{\sqrt{k_4}}
 \end{aligned} \tag{16}$$

Persamaan (15) dan (16) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \tag{17}$$

Ubah persamaan (17) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ up\ 3} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \tag{18}$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (17) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{19}$$

Persamaan (17) dapat ditulis kembali dengan:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Berdasarkan persamaan (18) dan (20) didapatkan  $\hat{p}_{step\ up\ 2}$

$$\hat{p}_{step\ up\ 3} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{step\ up\ 3} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_4}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_4}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_4}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_4}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \quad (21)$$

**d. Syarat kontinuitas pada batas potensial ketujuh**

$$\Psi_7|_{step} = \Psi_8|_{step}$$

$$\Psi_7(0) = \Psi_8(0)$$

$$\frac{O}{\sqrt{k_1}} + \frac{Q}{\sqrt{k_1}} = \frac{S}{\sqrt{k_5}} + \frac{U}{\sqrt{k_5}} \quad (22)$$

dan

$$\frac{d\Psi_7}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_8}{dx}|_{step}$$

$$\Psi_7'(0) = \Psi_8'(0)$$

$$ik_1 \frac{O}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{Q}{\sqrt{k_1}} = k_5 \frac{S}{\sqrt{k_5}} - k_5 \frac{U}{\sqrt{k_5}}$$

$$\frac{O}{\sqrt{k_1}} - \frac{Q}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_5}{ik_1} \frac{S}{\sqrt{k_5}} - \frac{k_5}{ik_1} \frac{U}{\sqrt{k_5}} \quad (23)$$

Persamaan (22) dan (23) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} \quad (24)$$

Ubah persamaan (24) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ up\ 4} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} \quad (25)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (24) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

Persamaan (24) dapat ditulis kembali dengan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} k_5 & -\frac{1}{ik_1} \\ ik_1 & k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} k_5 & -\frac{1}{ik_1} \\ ik_1 & k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

Berdasarkan persamaan (25) dan (27) didapatkan  $\hat{p}_{step\ up\ 4}$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{step\ up\ 4} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} k_5 & -\frac{1}{ik_1} \\ ik_1 & k_5 \end{bmatrix} \\ \hat{p}_{step\ up\ 4} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_5}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_5}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_5}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_5}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_5}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

## 2. Propagasi pada Penghalang Potensial

### a. Propagasi pada daerah potensial $V = V_1$ selebar $a$

$$\Psi C e^{k_2 a} = \Psi F \quad (29)$$

$$\Psi D e^{-k_2 a} = \Psi G \quad (30)$$

Persamaan (29) dan (30) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (31)$$

Ubah persamaan (31) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{p}_{free\ 1} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (32)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (31) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 a} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 a} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 a} \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

Persamaan (31) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

Berdasarkan persamaan (32) dan (34) didapatkan

$$\hat{p}_{free\ 1} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \quad (35)$$

#### b. Propagasi pada daerah potensial $V = V_2$ selebar $b$

$$\Psi_H e^{k_3 b} = \Psi_J \quad (36)$$

$$\Psi_I e^{-k_3 b} = \Psi_L \quad (37)$$

Persamaan (36) dan (37) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} \quad (38)$$

Ubah persamaan (38) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \hat{p}_{free\ 3} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} \quad (39)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (38) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 b} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 b} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 b} \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} e^{-k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{k_3 b} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

Persamaan (38) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{bmatrix} e^{k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{-k_3 b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{k_3 b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} \quad (41)$$

Berdasarkan persamaan (39) dan (41) didapatkan

$$\hat{p}_{free\ 3} = \begin{bmatrix} e^{-k_3 b} & 0 \\ 0 & e^{k_3 b} \end{bmatrix} \quad (42)$$

**c. Propagasi pada daerah potensial  $V = V_3$  selebar  $c$**

$$\Psi M e^{k_4 c} = \Psi O \quad (43)$$

$$\Psi N e^{-k_4 c} = \Psi Q \quad (44)$$

Persamaan (43) dan (44) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{-k_4 c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} \quad (45)$$

Ubah persamaan (45) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \hat{p}_{free\ 5} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} \quad (46)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (45) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{-k_4 c} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} e^{k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{-k_4 c} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{-k_4 c} \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} e^{-k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{k_4 c} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (47)$$

Persamaan (45) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{-k_4 c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{-k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{k_4 c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (48)$$

Berdasarkan persamaan (46) dan (48) didapatkan

$$\hat{p}_{free\ 5} = \begin{bmatrix} e^{-k_4 c} & 0 \\ 0 & e^{k_4 c} \end{bmatrix} \quad (49)$$

**d. Propagasi pada daerah potensial  $V = V_4$  selebar  $d$**

$$\Psi S e^{k_5 d} = \Psi V \quad (50)$$

$$\Psi U e^{-k_5 d} = \Psi W \quad (51)$$

Persamaan (50) dan (51) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{-k_5 d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \quad (52)$$

Ubah persamaan (52) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} = \hat{p}_{free 7} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \quad (53)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (52) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{-k_5 d} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} e^{k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{-k_5 d} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{-k_5 d} \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} e^{-k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{k_5 d} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (54)$$

Persamaan (52) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{-k_5 d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{-k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{k_5 d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (55)$$

Berdasarkan persamaan (53) dan (55) didapatkan

$$\hat{p}_{free 7} = \begin{bmatrix} e^{-k_5 d} & 0 \\ 0 & e^{k_5 d} \end{bmatrix} \quad (56)$$

### 3. Propagasi pada celah diantara penghalang potensial

#### a. Menentukan propagasi pada daerah potensial $V = 0$ eV selebar $L_1$

$$\Psi F e^{ik_1 L_1} = \Psi H \quad (57)$$

$$\Psi G e^{ik_1 L_1} = \Psi I \quad (58)$$

Persamaan (57) dan (58) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1 L_1} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \quad (59)$$

Ubah persamaan (59) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \hat{p}_{free 2} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \quad (60)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (59) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_1} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_1} \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

Persamaan (59) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (62)$$

Berdasarkan persamaan (60) dan (62) didapatkan

$$\hat{p}_{free\ 2} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_1} \end{bmatrix} \quad (63)$$

#### b. Menentukan propagasi pada daerah potensial $V = 0$ eV selebar $L_2$

$$\Psi_J e^{ik_1L_2} = \Psi_M \quad (64)$$

$$\Psi_L e^{ik_1L_2} = \Psi_N \quad (65)$$

Persamaan (64) dan (65) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \quad (66)$$

Ubah persamaan (66) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} = \hat{p}_{free\ 4} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \quad (67)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (66) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_2} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_2} \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (68)$$

Persamaan (66) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (69)$$

Berdasarkan persamaan (67) dan (69) didapatkan

$$\hat{p}_{free\ 4} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_2} \end{bmatrix} \quad (70)$$

**c. Menentukan propagasi pada daerah potensial  $V = 0$  eV selebar  $L_3$**

$$\Psi O e^{ik_1L_3} = \Psi S \quad (71)$$

$$\Psi Q e^{ik_1L_3} = \Psi U \quad (72)$$

Persamaan (71) dan (72) dituliskan kembali dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} \quad (73)$$

Ubah persamaan (73) ke dalam bentuk umum

$$\begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} = \hat{p}_{free\ 6} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} \quad (74)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada persamaan (73) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_3} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_3} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_3} \end{bmatrix} \quad (75)$$

Persamaan (73) dapat dituliskan kembali dengan

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} \quad (76)$$

Berdasarkan persamaan (74) dan (76) didapatkan

$$\hat{p}_{free\ 6} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_3} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_3} \end{bmatrix} \quad (77)$$

**4. Propagasi pada batas potensial step down**

**a. Syarat kontinuitas pada batas potensial kedua**

$$\Psi_2|_{step} = \Psi_3|_{step}$$

$$\Psi_2(0) = \Psi_3(0)$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} \quad (78)$$

dan



$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_2}{dx}\Big|_{step} &= \frac{d\Psi_3}{dx}\Big|_{step} \\ \Psi_2'(0) &= \Psi_3'(0) \\ k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{k_2}{ik_1\sqrt{k_2}} \frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{k_2}{ik_1\sqrt{k_2}} \frac{D}{\sqrt{k_2}} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} - \frac{G}{\sqrt{k_1}}\end{aligned}\quad (79)$$

Persamaan (78) dan (79) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}\quad (80)$$

Ubah persamaan (80) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ down\ 1} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}\quad (81)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (80) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_2}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (82)$$

Persamaan (80) dapat ditulis kembali dengan:

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -\frac{1}{k_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (83)$$

Berdasarkan persamaan (81) dan (83) didapatkan  $\hat{p}_{step\ down\ 1}$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{step\ down\ 1} &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -\frac{1}{k_2} \end{bmatrix} \\ \hat{p}_{step\ down\ 1} &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (84)$$

**e. Syarat kontinuitas pada batas potensial keempat**

$$\begin{aligned} \Psi_4|_{step} &= \Psi_5|_{step} \\ \Psi_4(0) &= \Psi_5(0) \\ \frac{H}{\sqrt{k_3}} + \frac{I}{\sqrt{k_3}} &= \frac{J}{\sqrt{k_1}} + \frac{L}{\sqrt{k_1}} \end{aligned} \quad (85)$$

dan

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_4}{dx}|_{step} &= \frac{d\Psi_5}{dx}|_{step} \\ \Psi_4'(0) &= \Psi_5'(0) \\ k_3 \frac{H}{\sqrt{k_3}} - k_3 \frac{I}{\sqrt{k_3}} &= ik_1 \frac{J}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{L}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{k_3}{ik_1} \frac{H}{\sqrt{k_3}} - \frac{k_3}{ik_1} \frac{I}{\sqrt{k_3}} &= \frac{J}{\sqrt{k_1}} - \frac{L}{\sqrt{k_1}} \end{aligned} \quad (86)$$

Persamaan (85) dan (86) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -\frac{1}{k_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} \quad (87)$$

Ubah persamaan (87) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ down\ 2} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} \quad (88)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (87) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_2}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_3}} & \frac{1}{\sqrt{k_3}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_3}} & -\frac{1}{\sqrt{k_3}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_3}{2\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{89}$$

Persamaan (87) dapat ditulis kembali dengan:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_3} & \frac{1}{k_3} \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} H \\ I \end{bmatrix} &= \frac{k_3}{2\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_3} & \frac{1}{k_3} \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ L \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{90}$$

Berdasarkan persamaan (88) dan (90) didapatkan  $\hat{p}_{step\ down\ 2}$

$$\begin{aligned}
\hat{p}_{step\ down\ 2} &= \frac{k_3}{2\sqrt{k_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_3} & \frac{1}{k_3} \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \\
\hat{p}_{step\ down\ 2} &= \frac{k_3}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_3}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_3}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_3}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_3}\right) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{91}$$

#### f. Syarat kontinuitas pada batas potensial keenam

$$\begin{aligned}
\Psi_6|_{step} &= \Psi_7|_{step} \\
\Psi_6(0) &= \Psi_7(0) \\
\frac{M}{\sqrt{k_4}} + \frac{N}{\sqrt{k_4}} &= \frac{O}{\sqrt{k_1}} + \frac{Q}{\sqrt{k_1}}
\end{aligned} \tag{92}$$

dan

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_6}{dx}\Big|_{step} &= \frac{d\Psi_7}{dx}\Big|_{step} \\ \Psi_6'(0) &= \Psi_7'(0) \\ k_4 \frac{M}{\sqrt{k_4}} - k_4 \frac{N}{\sqrt{k_4}} &= ik_1 \frac{O}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{Q}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{k_4}{ik_1} \frac{M}{\sqrt{k_4}} - \frac{k_4}{ik_1} \frac{N}{\sqrt{k_4}} &= \frac{O}{\sqrt{k_1}} - \frac{Q}{\sqrt{k_1}}\end{aligned}\quad (93)$$

Persamaan (92) dan (93) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix}\quad (94)$$

Ubah persamaan (94) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ down\ 3} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix}\quad (95)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (94) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_4}} & \frac{1}{\sqrt{k_4}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_4}} & -\frac{1}{\sqrt{k_4}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_4}} & \frac{1}{\sqrt{k_4}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_4}} & -\frac{1}{\sqrt{k_4}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_4}} & \frac{1}{\sqrt{k_4}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_4}} & -\frac{1}{\sqrt{k_4}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_4}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_4}} & -\frac{1}{\sqrt{k_4}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_4}} & \frac{1}{\sqrt{k_4}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_4}} & \frac{1}{\sqrt{k_4}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_4}} & -\frac{1}{\sqrt{k_4}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_4}{2\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (96)$$

Persamaan (94) dapat ditulis kembali dengan:

$$\frac{1}{\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \frac{k_4}{2\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ Q \end{bmatrix} \quad (97)$$

Berdasarkan persamaan (95) dan (97) didapatkan  $\hat{p}_{step\ down\ 3}$

$$\begin{aligned} \hat{p}_{step\ down\ 3} &= \frac{k_4}{2\sqrt{k_4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \\ \hat{p}_{step\ down\ 3} &= \frac{k_4}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_4}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_4}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_4}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_4}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (98)$$

**g. Syarat kontinuitas pada batas potensial kedelapan**

$$\begin{aligned} \Psi_8|_{step} &= \Psi_9|_{step} \\ \Psi_8(0) &= \Psi_9(0) \\ \frac{S}{\sqrt{k_5}} + \frac{U}{\sqrt{k_5}} &= \frac{V}{\sqrt{k_1}} + \frac{W}{\sqrt{k_1}} \end{aligned} \quad (99)$$

dan

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_8}{dx}|_{step} &= \frac{d\Psi_9}{dx}|_{step} \\ \Psi_8'(0) &= \Psi_9'(0) \\ k_5 \frac{S}{\sqrt{k_5}} - k_5 \frac{U}{\sqrt{k_5}} &= ik_1 \frac{V}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{W}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{k_5}{ik_1} \frac{S}{\sqrt{k_5}} - \frac{k_5}{ik_1} \frac{U}{\sqrt{k_5}} &= \frac{V}{\sqrt{k_1}} - \frac{W}{\sqrt{k_1}} \end{aligned} \quad (100)$$

Persamaan (99) dan (100) dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\frac{1}{\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \quad (101)$$

Ubah persamaan (101) ke dalam bentuk umum:

$$\begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} = \hat{p}_{step\ down\ 4} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \quad (102)$$

Eliminasi matriks  $2 \times 2$  pada ruas kiri persamaan (101) dengan mengalikan inversnya pada ruas kanan:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_5}} & \frac{1}{\sqrt{k_5}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_5}} & -\frac{1}{\sqrt{k_5}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_5}} & \frac{1}{\sqrt{k_5}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_5}} & -\frac{1}{\sqrt{k_5}} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_5}} & \frac{1}{\sqrt{k_5}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_5}} & -\frac{1}{\sqrt{k_5}} \end{bmatrix}^{-1} &= -\frac{k_5}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_5}} & -\frac{1}{\sqrt{k_5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_5}} & \frac{1}{\sqrt{k_5}} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_5}} & \frac{1}{\sqrt{k_5}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_5}} & -\frac{1}{\sqrt{k_5}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{k_5}{2\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{103}$$

Persamaan (101) dapat ditulis kembali dengan:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k_5} \\ ik_1 & -\frac{ik_1}{k_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} S \\ U \end{bmatrix} &= \frac{k_5}{2\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k_5} \\ ik_1 & -\frac{ik_1}{k_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{104}$$

Berdasarkan persamaan (102) dan (104) didapatkan  $\hat{p}_{step\ down\ 4}$

$$\begin{aligned}
 \hat{p}_{step\ down\ 4} &= \frac{k_5}{2\sqrt{k_5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k_5} \\ ik_1 & -\frac{ik_1}{k_5} \end{bmatrix} \\
 \hat{p}_{step\ down\ 4} &= \frac{k_5}{2\sqrt{k_1 k_5}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_5}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_5}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_5}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_5}\right) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{105}$$

## 5. Propagasi Total Penghalang Potensial

### a. Penghalang Potensial Tunggal

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up} \cdot \hat{p}_{free} \cdot \hat{p}_{step\ down}$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{4k_1k_2} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2a} & (k_1 + ik_2)e^{k_2a} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2a} & (k_1 - ik_2)e^{k_2a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

Dengan  $\hat{p}_{11}$  adalah

$$\begin{aligned} \hat{p}_{11} &= \frac{(k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2a} + (k_1 + ik_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2a}}{4k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{(k_1k_2 + ik_1^2 - ik_2^2 + k_1k_2)e^{-k_2a} + (k_1k_2 - ik_1^2 + ik_2^2 + k_1k_2)e^{k_2a}}{4k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{(ik_1^2 - ik_2^2 + 2k_1k_2)e^{-k_2a} + (-ik_1^2 + ik_2^2 + 2k_1k_2)e^{k_2a}}{4k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{(ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2a} + (-ik_1^2 + ik_2^2)e^{k_2a} + 2k_1k_2(e^{-k_2a} + e^{k_2a})}{4k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{i(k_1^2 - k_2^2)(e^{-k_2a} - e^{k_2a}) + 2k_1k_2(e^{-k_2a} + e^{k_2a})}{4k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{-i2(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 4k_1k_2 \cosh(k_2a)}{4k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2k_1k_2 \cosh(k_2a)}{2k_1k_2} \\ \hat{p}_{11} &= \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2} + \cosh(k_2a) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Koefisien transmisi pada penghalang tunggal dengan metode propagasi matriks dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{|\hat{p}_{11}|^2} \quad (2.38) \\ \hat{p}_{11}^* &= \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2} + \cosh(k_2a) \\ \hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^* &= \frac{-i^2(k_1^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2} + \cosh^2(k_2a) \\ \hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^* &= \left( \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{2k_1k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2a) + 1 + \sinh^2(k_2a) \\ \hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^* &= \left( 1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh^2(k_2a) + 4k_1^2k_2^2 \sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2} \right) \end{aligned}$$

$$\hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^* = \left( 1 + \frac{\sinh^2(k_2 a) (k_1^4 - k_1^2 k_2^2 - k_1^2 k_2^2 + k_2^4 + 4k_1^2 k_2^2)}{4k_1^2 k_2^2} \right)$$

$$\hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^* = \left( 1 + \frac{\sinh^2(k_2 a) (k_1^4 + k_2^4 + 2k_1^2 k_2^2)}{4k_1^2 k_2^2} \right)$$

$$\hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^* = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)$$

sehingga

$$T_1 = \frac{1}{|\hat{p}_{11} \cdot \hat{p}_{11}^*|}$$

$$T_1 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)^{-1}$$

### b. Pemisalan dalam Metode Propagasi Matriks

Pada penghalang tunggal diketahui:

$$\hat{p} = \frac{1}{4k_1 k_2} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2 a} & (k_1 + ik_2)e^{k_2 a} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2 a} & (k_1 - ik_2)e^{k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix}$$

Dengan  $\hat{p}_{11}$  adalah

$$\hat{p}_{11} = \frac{(k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2 a} + (k_1 + ik_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{(k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2 + k_1 k_2)e^{-k_2 a} + (k_1 k_2 - ik_1^2 + ik_2^2 + k_1 k_2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{(ik_1^2 - ik_2^2 + 2k_1 k_2)e^{-k_2 a} + (-ik_1^2 + ik_2^2 + 2k_1 k_2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{(ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2 a} + (-ik_1^2 + ik_2^2)e^{k_2 a} + 2k_1 k_2(e^{-k_2 a} + e^{k_2 a})}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{i(k_1^2 - k_2^2)(e^{-k_2 a} - e^{k_2 a}) + 2k_1 k_2(e^{-k_2 a} + e^{k_2 a})}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{-i2(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a) + 4k_1 k_2 \cosh(k_2 a)}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a) + 2k_1 k_2 \cosh(k_2 a)}{2k_1 k_2}$$

Dengan  $\hat{p}_{12}$  adalah



$$\hat{p}_{12} = \frac{(k_1 - ik_2)(k_2 - ik_1)e^{-k_2 a} + (k_1 + ik_2)(k_2 + ik_1)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{(k_1 k_2 - ik_1^2 - ik_2^2 - ik_1 k_2)e^{-k_2 a} + (k_1 k_2 + ik_1^2 + ik_2^2 - ik_1 k_2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{(-ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2 a} + (ik_1^2 + ik_2^2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{-i(k_1^2 + k_2^2)(e^{-k_2 a} - e^{k_2 a})}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{i2(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{2k_1 k_2}$$

Dengan  $\hat{p}_{21}$  adalah

$$\hat{p}_{21} = \frac{(k_1 + ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2 a} + (k_1 - ik_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{21} = \frac{(k_1 k_2 + ik_1^2 + ik_2^2 - ik_1 k_2)e^{-k_2 a} + (k_1 k_2 - ik_1^2 - ik_2^2 - ik_1 k_2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{21} = \frac{(ik_1^2 + ik_2^2)e^{-k_2 a} + (-ik_1^2 - ik_2^2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{21} = \frac{i(k_1^2 + k_2^2)(e^{-k_2 a} - e^{k_2 a})}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{21} = \frac{-i2(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{21} = \frac{-i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{2k_1 k_2}$$

Dengan  $\hat{p}_{22}$  adalah

$$\hat{p}_{22} = \frac{(k_1 + ik_2)(k_2 - ik_1)e^{-k_2 a} + (k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{(k_1 k_2 - ik_1^2 + ik_2^2 + k_1 k_2)e^{-k_2 a} + (k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2 + k_1 k_2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{(-ik_1^2 + ik_2^2 + 2k_1 k_2)e^{-k_2 a} + (ik_1^2 - ik_2^2 + 2k_1 k_2)e^{k_2 a}}{4k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{(-ik_1^2 + ik_2^2)e^{-k_2a} + (ik_1^2 - ik_2^2)e^{k_2a} + 2k_1k_2(e^{-k_2a} + e^{k_2a})}{4k_1k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{-i(k_1^2 - k_2^2)(e^{-k_2a} - e^{k_2a}) + 2k_1k_2(e^{-k_2a} + e^{k_2a})}{4k_1k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{i2(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 4k_1k_2 \cosh(k_2a)}{4k_1k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2k_1k_2 \cosh(k_2a)}{2k_1k_2}$$

Sehingga didapat:

$$\hat{p}_{11} = \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2k_1k_2 \cosh(k_2a)}{2k_1k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2}$$

$$\hat{p}_{21} = \frac{-i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2}$$

$$\hat{p}_{22} = \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2k_1k_2 \cosh(k_2a)}{2k_1k_2}$$

**Pemisalan  $\hat{p}_{11}$ ,  $\hat{p}_{12}$ ,  $\hat{p}_{21}$ , dan  $\hat{p}_{22}$ .**

$$1. \quad t_1 = \frac{1}{\hat{p}_{11}}$$

$$2. \quad t_1^* = \frac{1}{\hat{p}_{22}}$$

$$3. \quad r_1 = \frac{\hat{p}_{21}}{\hat{p}_{11}}$$

$$r_1 = \frac{\hat{p}_{21}}{\frac{1}{t_1}}$$

$$\frac{r_1}{t_1} = \hat{p}_{21}$$

$$4. \quad \hat{p}_{12} = \hat{p}_{21}^*$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{r_1^*}{t_1^*}$$

$$\hat{p}_{12} = -\frac{r_1}{t_1}$$

**Pembuktian:**

Dengan menyamakan hasil pada transmisi untuk potensial penghalang tunggal didapat:

$$t_1 = \frac{1}{\hat{p}_{11}} = \frac{2k_1k_2}{2k_1k_2 \cosh(k_2a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}$$

Setelah itu didefinisikan  $r_1$

$$r_1 = \frac{\hat{p}_{21}}{\hat{p}_{11}}$$

$$r_1 = \frac{\frac{-i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2}}{\frac{2k_1k_2 \cosh(k_2a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2}}$$

$$r_1 = \frac{-i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2 \cosh(k_2a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2ik_1k_2 \cosh(k_2a) + (k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2ik_1k_2 \cosh(k_2a)}$$

Pendefinisian  $\hat{p}_{21}$ :

$$\frac{r_1}{t_1} = \frac{\frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2ik_1k_2 \cosh(k_2a)}}{\frac{2k_1k_2}{2k_1k_2 \cosh(k_2a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}}$$

$$\frac{r_1}{t_1} = \frac{\frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2ik_1k_2 \cosh(k_2a)}}{2ik_1k_2}$$

$$\frac{r_1}{t_1} = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}$$

$$\frac{r_1}{t_1} = \frac{-i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{2k_1k_2}$$

$$\frac{r_1}{t_1} = \hat{p}_{21}$$

Pendefinisian  $\hat{p}_{12}$ :

Diketahui bahwa  $\hat{p}_{12} = \hat{p}_{21}^*$  sehingga:

$$\hat{p}_{12} = \frac{r_1^*}{t_1^*}$$

$$\hat{p}_{12} = \frac{i(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{2k_1 k_2}$$

$$\hat{p}_{12} = -\frac{r_1}{t_1}$$

Sehingga dapat didefinisikan:

$$t_1 = \frac{2k_1 k_2}{2k_1 k_2 \cosh(k_2 a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a)}$$

$$t_2 = \frac{2k_1 k_3}{2k_1 k_3 \cosh(k_3 b) - i(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3 b)}$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a) + 2ik_1 k_2 \cosh(k_2 a)}$$

$$r_2 = \frac{(k_1^2 + k_3^2) \sinh(k_3 b)}{(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3 b) + 2ik_1 k_3 \cosh(k_3 b)}$$

Propagasi matriks dapat ditulis:

$$\hat{P}_n = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_n} & -\frac{r_n}{t_n} \\ \frac{r_n}{t_n} & \frac{1}{t_n^*} \end{bmatrix}$$

### c. Penghalang Potensial Ganda

Sehingga propagasi total pada potensial penghalang ganda dapat dituliskan:

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 2} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2}$$

dengan

$$\hat{P}_1 = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1}$$

$$\hat{P}_{celah\ 1} = \hat{p}_{free\ 2}$$

$$\hat{P}_2 = \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2}$$

Sehingga dapat ditulis

$$\hat{P} = \hat{P}_1 \cdot \hat{P}_{\text{celah 1}} \cdot \hat{P}_2$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_1} & -\frac{r_1}{t_1} \\ \frac{r_1}{t_1} & \frac{1}{t_1^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_2} & -\frac{r_2}{t_2} \\ \frac{r_2}{t_2} & \frac{1}{t_2^*} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_1} e^{-ik_1 L_1} & -\frac{r_1}{t_1} e^{ik_1 L_1} \\ \frac{r_1}{t_1} e^{-ik_1 L_1} & \frac{1}{t_1^*} e^{ik_1 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_2} & -\frac{r_2}{t_2} \\ \frac{r_2}{t_2} & \frac{1}{t_2^*} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} - \frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{ik_1 L_1} \right) & \left( -\frac{r_2}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} - \frac{r_1}{t_1 t_2^*} e^{ik_1 L_1} \right) \\ \left( \frac{r_1}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} + \frac{r_2}{t_1^* t_2} e^{ik_1 L_1} \right) & \left( -\frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} + \frac{1}{t_1^* t_2^*} e^{ik_1 L_1} \right) \end{bmatrix}$$

Sehingga didapat

$$\hat{p}_{11} = \frac{1}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} - \frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{ik_1 L_1}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{e^{-ik_1 L_1} - r_1 r_2 e^{ik_1 L_1}}{t_1 t_2}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{1 - r_1 r_2 e^{i2k_1 L_1}}{t_1 t_2 e^{ik_1 L_1}}$$

$$t = \frac{1}{\hat{p}_{11}} = \frac{t_1 t_2 e^{ik_1 L_1}}{1 - r_1 r_2 e^{i2k_1 L_1}}$$

Sehingga dapat dihitung

$$T_2 = \frac{1}{|\hat{p}_{11}|^2}$$

$$T_2 = \frac{|t_1|^2 |t_2|^2}{|1 - r_1 r_2 e^{i2k_1 L_1}|^2}$$

$$T_2 = \frac{T_1 |t_2|^2}{|1 - r_1 r_2 e^{i2k_1 L_1}|^2}$$

Dengan

$$T_1 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)^{-1}$$

$$|t_2|^2 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_3^2}{2k_1k_3} \right)^2 \sinh^2(k_3b) \right)^{-1}$$

$$t_1 = \frac{2k_1k_2}{2k_1k_2 \cosh(k_2a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}$$

$$t_2 = \frac{2k_1k_3}{2k_1k_3 \cosh(k_3b) - i(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3b)}$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2ik_1k_2 \cosh(k_2a)}$$

$$r_2 = \frac{(k_1^2 + k_3^2) \sinh(k_3b)}{(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3b) + 2ik_1k_3 \cosh(k_3b)}$$

#### d. Penghalang Potensial Rangkap Tiga

Propagasi total pada potensial penghalang rangkap tiga dapat dituliskan:

$$\hat{P} = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 2} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2} \\ \cdot \hat{p}_{free\ 4} \cdot \hat{p}_{step\ up\ 3} \cdot \hat{p}_{free\ 5} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 3}$$

dengan

$$\hat{P}_1 = \hat{p}_{step\ up\ 1} \cdot \hat{p}_{free\ 1} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 1}$$

$$\hat{P}_{celah\ 1} = \hat{p}_{free\ 2}$$

$$\hat{P}_2 = \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2}$$

$$\hat{P}_{celah\ 2} = \hat{p}_{free\ 4}$$

$$\hat{P}_3 = \hat{p}_{step\ up\ 3} \cdot \hat{p}_{free\ 5} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 3}$$

Sehingga

$$\hat{P} = \hat{P}_1 \cdot \hat{P}_{celah\ 1} \cdot \hat{P}_2 \cdot \hat{P}_{celah\ 2} \cdot \hat{P}_3$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_1} & -\frac{r_1}{t_1} \\ \frac{r_1}{t_1} & \frac{1}{t_1^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_2} & -\frac{r_2}{t_2} \\ \frac{r_2}{t_2} & \frac{1}{t_2^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_3} & -\frac{r_3}{t_3} \\ \frac{r_3}{t_3} & \frac{1}{t_3^*} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_1} e^{-ik_1L_1} & -\frac{r_1}{t_1} e^{ik_1L_1} \\ \frac{r_1}{t_1} e^{-ik_1L_1} & \frac{1}{t_1^*} e^{ik_1L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_2} & -\frac{r_2}{t_2} \\ \frac{r_2}{t_2} & \frac{1}{t_2^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_3} & -\frac{r_3}{t_3} \\ \frac{r_3}{t_3} & \frac{1}{t_3^*} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} - \frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{ik_1 L_1} \right) & \left( -\frac{r_2}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} - \frac{r_1}{t_1 t_2^*} e^{ik_1 L_1} \right) \\ \left( \frac{r_1}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} + \frac{r_2}{t_1^* t_2} e^{ik_1 L_1} \right) & \left( -\frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{-ik_1 L_1} + \frac{1}{t_1^* t_2^*} e^{ik_1 L_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_3} & -\frac{r_3}{t_3} \\ \frac{r_3}{t_3} & \frac{1}{t_3^*} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{t_1 t_2} e^{-ik_1(L_1+L_2)} - \frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{-ik_1(L_2-L_1)} \right) & \left( -\frac{r_2}{t_1 t_2} e^{ik_1(L_2-L_1)} - \frac{r_1}{t_1 t_2^*} e^{ik_1(L_1+L_2)} \right) \\ \left( \frac{r_1}{t_1 t_2} e^{-ik_1(L_1+L_2)} + \frac{r_2}{t_1^* t_2} e^{-ik_1(L_2-L_1)} \right) & \left( -\frac{r_1 r_2}{t_1 t_2} e^{ik_1(L_2-L_1)} + \frac{1}{t_1^* t_2^*} e^{ik_1(L_1+L_2)} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_3} & -\frac{r_3}{t_3} \\ \frac{r_3}{t_3} & \frac{1}{t_3^*} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapat

$$\hat{p}_{11} = \frac{1}{t_1 t_2 t_3} e^{-ik_1(L_1+L_2)} - \frac{r_1 r_2}{t_1 t_2 t_3} e^{-ik_1(L_2-L_1)} - \frac{r_2 r_3}{t_1 t_2 t_3} e^{ik_1(L_2-L_1)} - \frac{r_1 r_3}{t_1 t_2^* t_3} e^{ik_1(L_1+L_2)}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{\left( e^{-ik_1(L_1+L_2)} - r_1 r_2 e^{-ik_1(L_2-L_1)} - r_2 r_3 e^{ik_1(L_2-L_1)} - \frac{r_1 r_3 t_2}{t_2^*} e^{ik_1(L_1+L_2)} \right)}{t_1 t_2 t_3}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{\left( 1 - (r_1 r_2 e^{-ik_1(L_2-L_1)}) e^{ik_1(L_1+L_2)} - (r_2 r_3 e^{ik_1(L_2-L_1)}) e^{ik_1(L_1+L_2)} - \frac{r_1 r_3 t_2}{t_2^*} e^{i2k_1(L_1+L_2)} \right)}{(t_1 t_2 t_3) e^{ik_1(L_1+L_2)}}$$

$$\hat{p}_{11} = \frac{\left( 1 - (r_1 r_2 e^{-ik_1(L_2-L_1)} + r_2 r_3 e^{ik_1(L_2-L_1)}) e^{ik_1(L_1+L_2)} - \frac{r_1 r_3 t_2}{t_2^*} e^{i2k_1(L_1+L_2)} \right)}{(t_1 t_2 t_3) e^{ik_1(L_1+L_2)}}$$

Dimana

$$r_1 r_2 e^{-ik_1(L_2-L_1)} = r_1 r_2 (\cos[k_1(L_2-L_1)] - i \sin[k_1(L_2-L_1)])$$

$$r_2 r_3 e^{ik_1(L_2-L_1)} = r_2 r_3 (\cos[k_1(L_2-L_1)] + i \sin[k_1(L_2-L_1)])$$

$$\begin{aligned} r_1 r_2 e^{-ik_1(L_2-L_1)} + r_2 r_3 e^{ik_1(L_2-L_1)} \\ = (r_1 r_2 + r_2 r_3) \cos[k_1(L_2-L_1)] + i(-r_1 r_2 \\ + r_2 r_3) \sin[k_1(L_2-L_1)] \end{aligned}$$

Maka

Koefisien transmisi didefinisikan

$$T_3 = \frac{1}{|\hat{p}_{11}|^2}$$

$$T_3 = \frac{T_1 |t_2|^2 |t_3|^2}{\left| 1 - (\alpha + i\beta) e^{ik_1(L_1+L_2)} - \frac{r_1 r_3 t_2}{t_2^*} e^{i2k_1(L_1+L_2)} \right|^2}$$

Dengan

$$\alpha = (r_1 r_2 + r_2 r_3) \cos[k_1(L_2 - L_1)]$$

$$\beta = (-r_1 r_2 + r_2 r_3) \sin[k_1(L_2 - L_1)]$$

$$t_1 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)^{-1}$$

$$|t_2|^2 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_3^2}{2k_1 k_3} \right)^2 \sinh^2(k_3 b) \right)^{-1}$$

$$|t_3|^2 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_4^2}{2k_1 k_4} \right)^2 \sinh^2(k_4 c) \right)^{-1}$$

$$t_1 = \frac{2k_1 k_2}{2k_1 k_2 \cosh(k_2 a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a)}$$

$$t_2 = \frac{2k_1 k_3}{2k_1 k_3 \cosh(k_3 b) - i(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3 b)}$$

$$t_3 = \frac{2k_1 k_4}{2k_1 k_4 \cosh(k_4 c) - i(k_1^2 - k_4^2) \sinh(k_4 c)}$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2 a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a) + 2ik_1 k_2 \cosh(k_2 a)}$$

$$r_2 = \frac{(k_1^2 + k_3^2) \sinh(k_3 b)}{(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3 b) + 2ik_1 k_3 \cosh(k_3 b)}$$

$$r_3 = \frac{(k_1^2 + k_4^2) \sinh(k_4 c)}{(k_1^2 - k_4^2) \sinh(k_4 c) + 2ik_1 k_4 \cosh(k_4 c)}$$

### e. Penghalang Potensial Rangkap Empat

Propagasi total pada potensial penghalang rangkap empat dapat dituliskan:

$$\hat{P} = \hat{P}_1 \cdot \hat{P}_{celah 1} \cdot \hat{P}_2 \cdot \hat{P}_{celah 2} \cdot \hat{P}_3 \cdot \hat{P}_{celah 3} \cdot \hat{P}_4$$

dengan

$$\hat{P}_1 = \hat{p}_{step up 1} \cdot \hat{p}_{free 1} \cdot \hat{p}_{step down 1}$$

$$\hat{P}_{celah 1} = \hat{p}_{free 2}$$



$$\hat{P}_2 = \hat{p}_{step\ up\ 2} \cdot \hat{p}_{free\ 3} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 2}$$

$$\hat{P}_{celah\ 2} = \hat{p}_{free\ 4}$$

$$\hat{P}_3 = \hat{p}_{step\ up\ 3} \cdot \hat{p}_{free\ 5} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 3}$$

$$\hat{P}_{celah\ 3} = \hat{p}_{free\ 6}$$

$$\hat{P}_4 = \hat{p}_{step\ up\ 4} \cdot \hat{p}_{free\ 7} \cdot \hat{p}_{step\ down\ 4}$$

sehingga

$\hat{p}$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{t_1} & -\frac{r_1}{t_1} \\ \frac{r_1}{t_1} & \frac{1}{t_1^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_2} & -\frac{r_2}{t_2} \\ \frac{r_2}{t_2} & \frac{1}{t_2^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_3} & -\frac{r_3}{t_3} \\ \frac{r_3}{t_3} & \frac{1}{t_3^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_3} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_4} & -\frac{r_4}{t_4} \\ \frac{r_4}{t_4} & \frac{1}{t_4^*} \end{bmatrix}$$

$\hat{p}$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{t_1} e^{-ik_1 L_1} & -\frac{r_1}{t_1} e^{ik_1 L_1} \\ \frac{r_1}{t_1} e^{-ik_1 L_1} & \frac{1}{t_1^*} e^{ik_1 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_2} & -\frac{r_2}{t_2} \\ \frac{r_2}{t_2} & \frac{1}{t_2^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_3} & -\frac{r_3}{t_3} \\ \frac{r_3}{t_3} & \frac{1}{t_3^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_3} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_4} & -\frac{r_4}{t_4} \\ \frac{r_4}{t_4} & \frac{1}{t_4^*} \end{bmatrix}$$

$$T_4 = \frac{|t_1|^2 |t_2|^2 |t_3|^2 |t_4|^2}{\left| 1 - [\alpha + i\beta] e^{ik_1(L_1+L_2+L_3)} - \frac{r_1 r_4 t_2 t_3}{t_2^* t_3^*} e^{i2k_1(L_1+L_2+L_3)} \right|^2}$$

$$T_4 = \frac{T_1 |t_2|^2 |t_3|^2 |t_4|^2}{\left| 1 - [\alpha + i\beta] e^{ik_1(L_1+L_2+L_3)} - \frac{r_1 r_4 t_2 t_3}{t_2^* t_3^*} e^{i2k_1(L_1+L_2+L_3)} \right|^2}$$

Dengan

$$\alpha = \left( r_2 \left( r_1 + \frac{r_4 t_3}{t_3^*} \right) \cos k_1(-L_1 + L_2 + L_3) + r_2 r_3 (1 - r_1 r_4) \cos k_1(-L_1 + L_2 - L_3) \right. \\ \left. + r_3 \left( r_4 + \frac{r_1 t_2}{t_2^*} \right) \cos k_1(L_1 + L_2 - L_3) \right)$$

$$\beta = \left( r_2 \left( -r_1 + \frac{r_4 t_3}{t_3^*} \right) \sin k_1(-L_1 + L_2 + L_3) + r_2 r_3 (1 + r_1 r_4) \sin k_1(-L_1 + L_2 - L_3) \right. \\ \left. + r_3 \left( -r_4 + \frac{r_1 t_2}{t_2^*} \right) \sin k_1(L_1 + L_2 - L_3) \right)$$

$$T_1 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)^{-1}$$

$$|t_2|^2 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_3^2}{2k_1 k_3} \right)^2 \sinh^2(k_3 b) \right)^{-1}$$

$$|t_3|^2 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_4^2}{2k_1k_4} \right)^2 \sinh^2(k_4c) \right)^{-1}$$

$$|t_4|^2 = \left( 1 + \left( \frac{k_1^2 + k_5^2}{2k_1k_5} \right)^2 \sinh^2(k_5d) \right)^{-1}$$

$$t_1 = \frac{2k_1k_2}{2k_1k_2 \cosh(k_2a) - i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a)}$$

$$t_2 = \frac{2k_1k_3}{2k_1k_3 \cosh(k_3b) - i(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3b)}$$

$$t_3 = \frac{2k_1k_4}{2k_1k_4 \cosh(k_4c) - i(k_1^2 - k_4^2) \sinh(k_4c)}$$

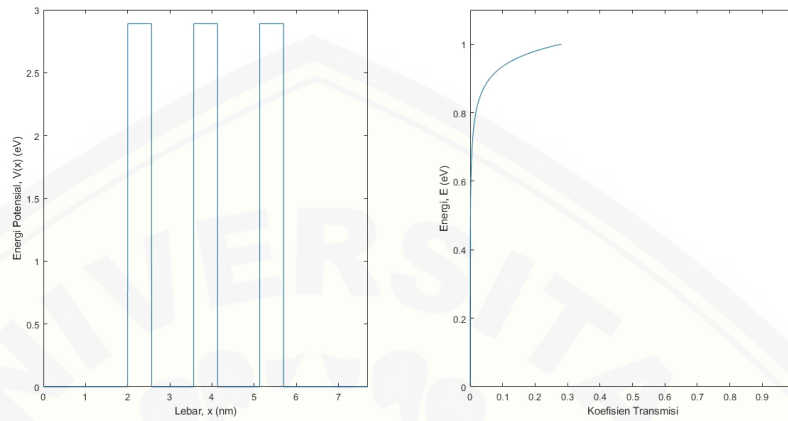
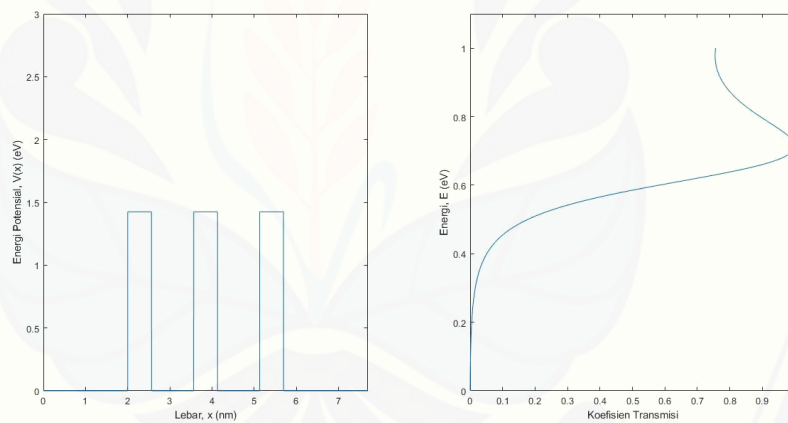
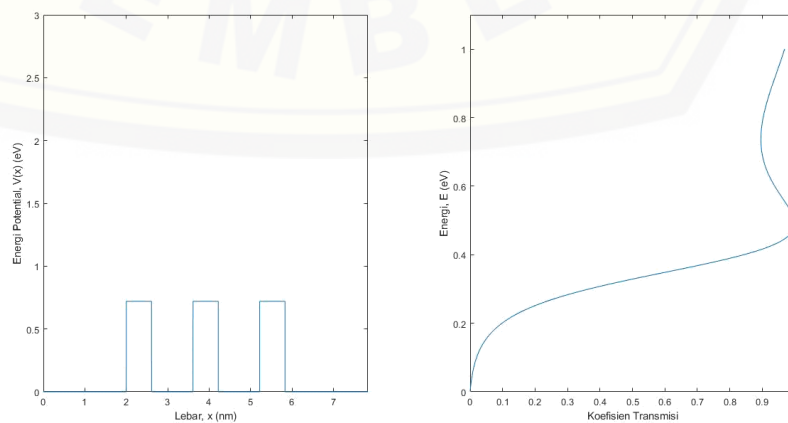
$$t_4 = \frac{2k_1k_5}{2k_1k_5 \cosh(k_5d) - i(k_1^2 - k_5^2) \sinh(k_5d)}$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 + k_2^2) \sinh(k_2a)}{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2a) + 2ik_1k_2 \cosh(k_2a)}$$

$$r_2 = \frac{(k_1^2 + k_3^2) \sinh(k_3b)}{(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3b) + 2ik_1k_3 \cosh(k_3b)}$$

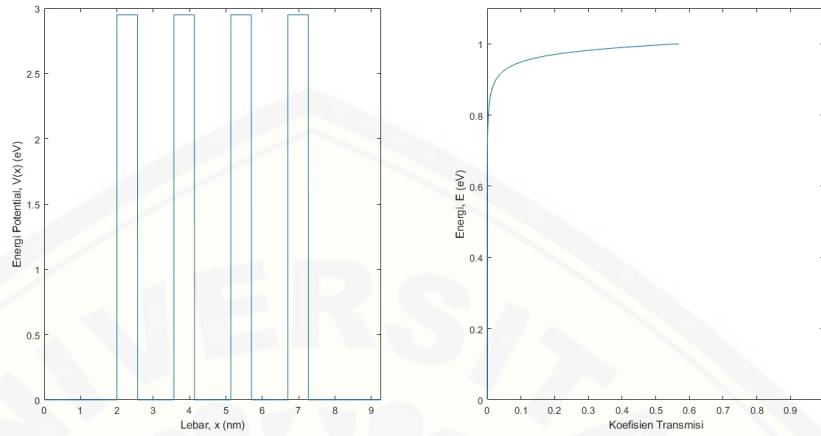
$$r_3 = \frac{(k_1^2 + k_4^2) \sinh(k_4c)}{(k_1^2 - k_4^2) \sinh(k_4c) + 2ik_1k_4 \cosh(k_4c)}$$

$$r_4 = \frac{(k_1^2 + k_5^2) \sinh(k_5d)}{(k_1^2 - k_5^2) \sinh(k_5d) + 2ik_1k_5 \cosh(k_5d)}$$

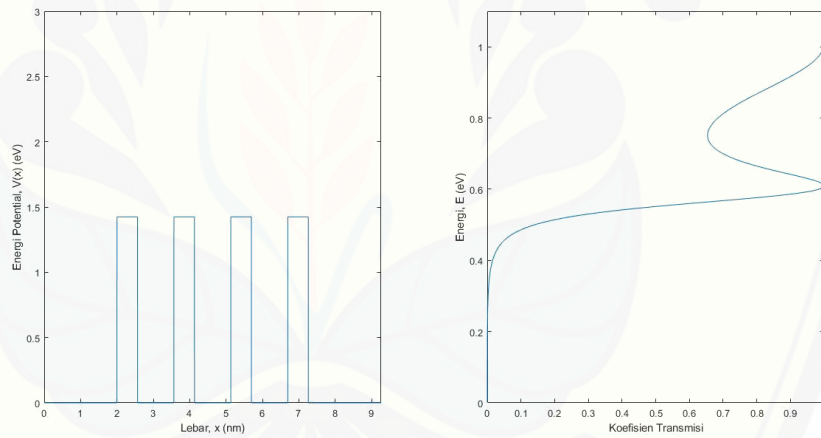
**Lampiran 4. Gambar Hasil Penelitian****1. Potensial penghalang rangkap tiga susunan seragam****a. AAA****b. BBB****c. CCC**

**2. Potensial penghalang rangkap empat susunan seragam**

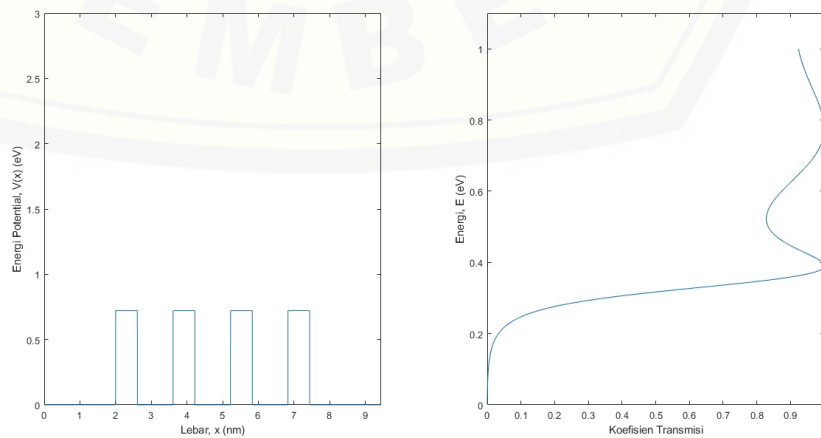
**a. AAAA**



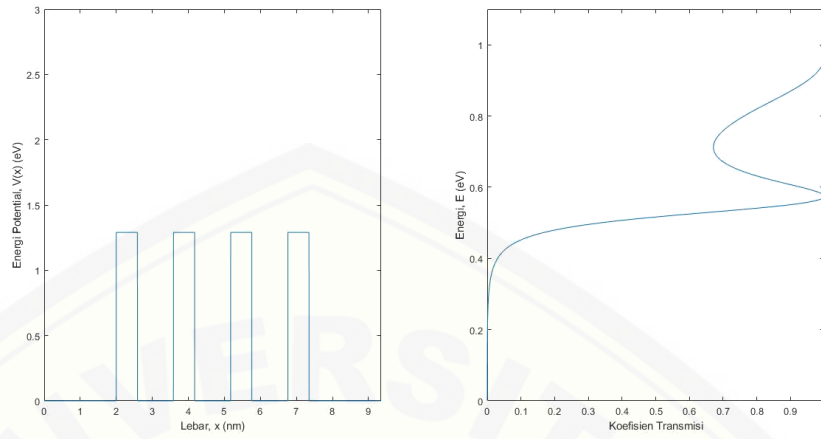
**b. BBBB**



**c. CCCC**

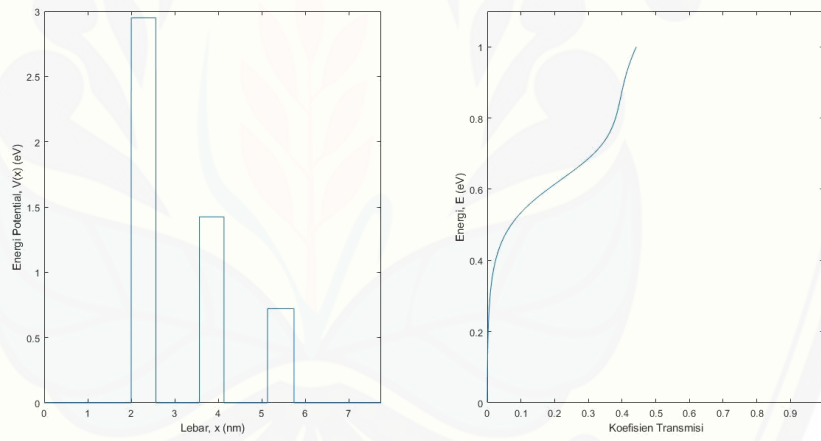


d. DDDD

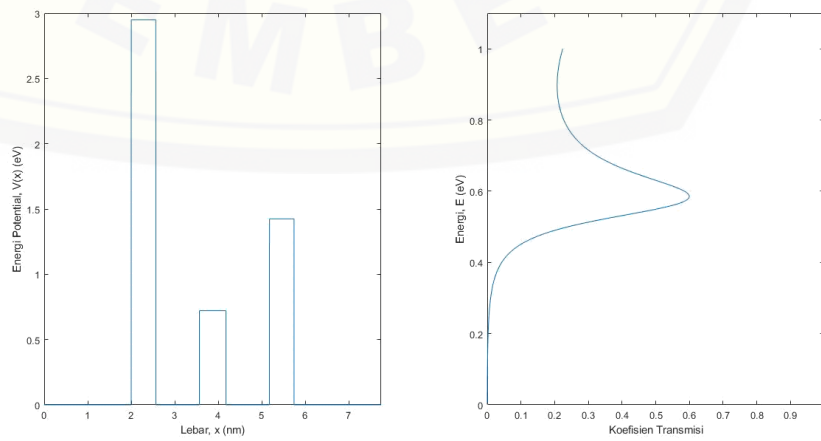


3. Potensial penghalang rangkap tiga susunan kombinasi

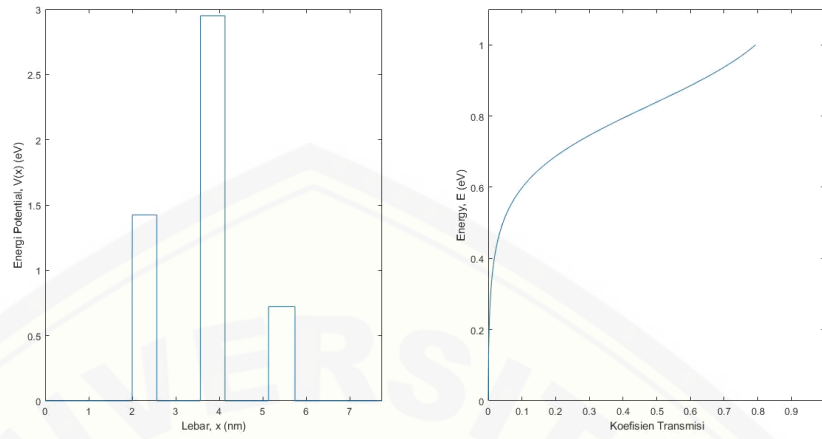
a. ABC



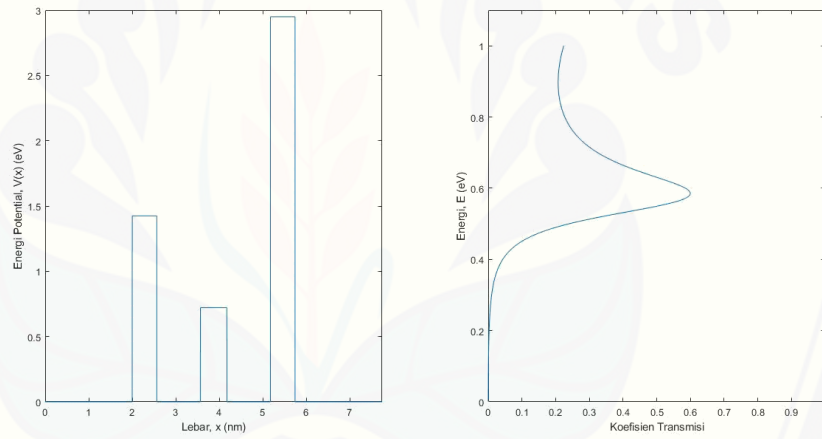
b. ACB



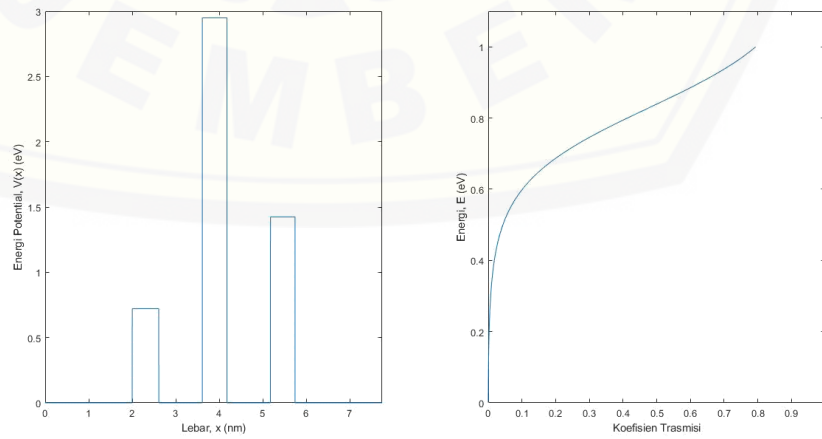
c. BAC



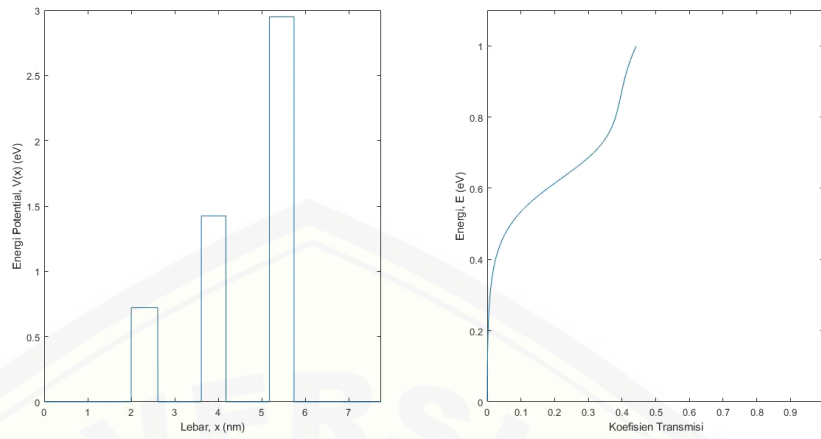
d. BCA



e. CAB

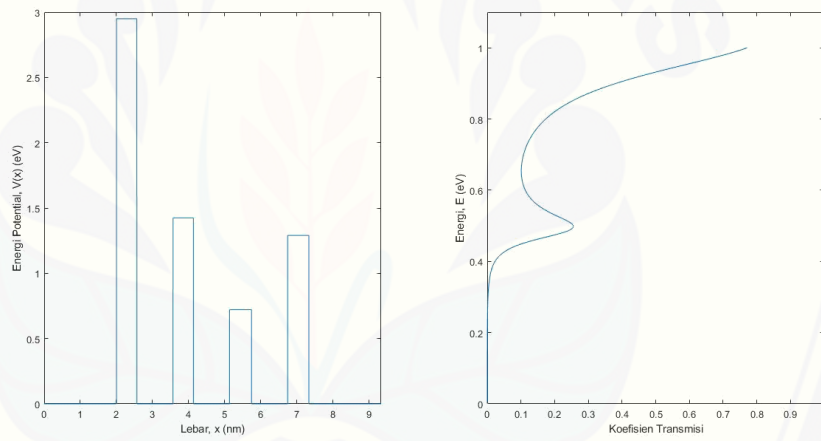


f. CBA

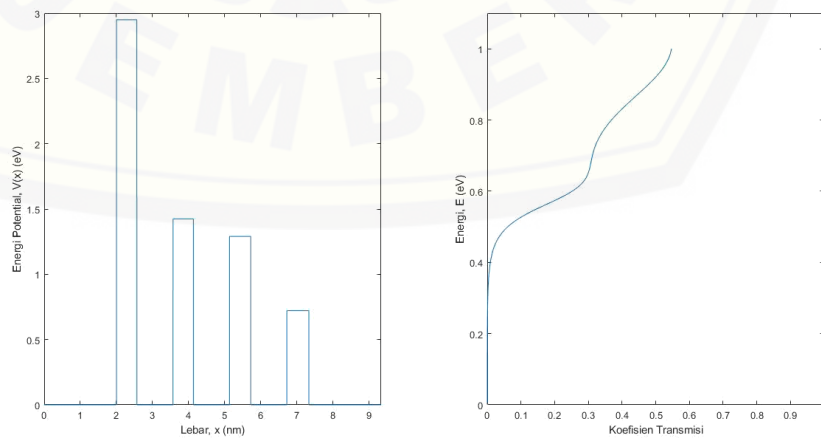


**4. Potensial penghalang rangkap empat susunan kombinasi**

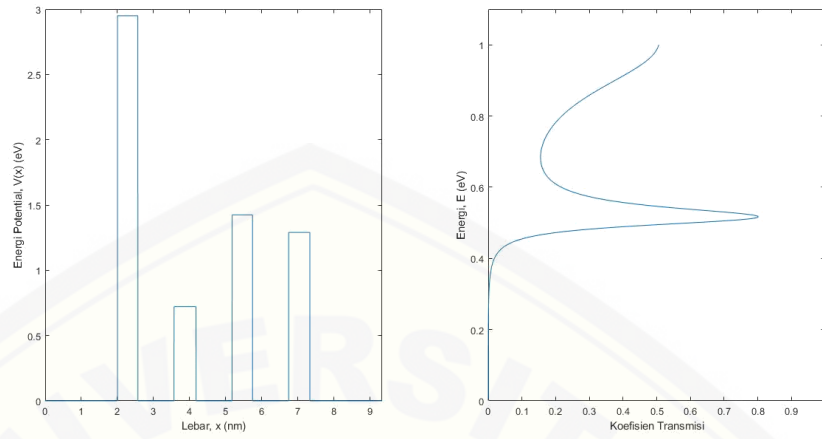
a. ABCD



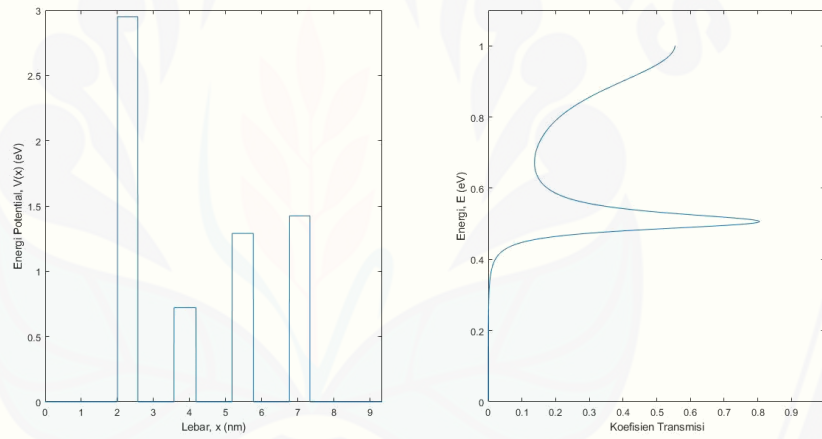
b. ABDC



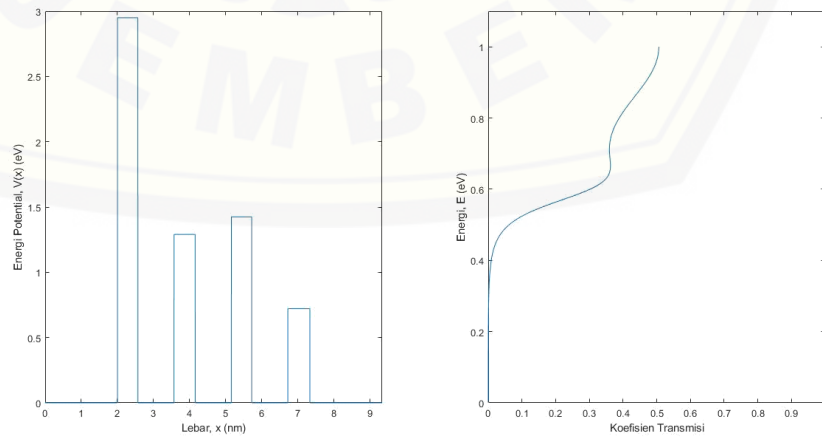
c. ACBD



d. ACDB

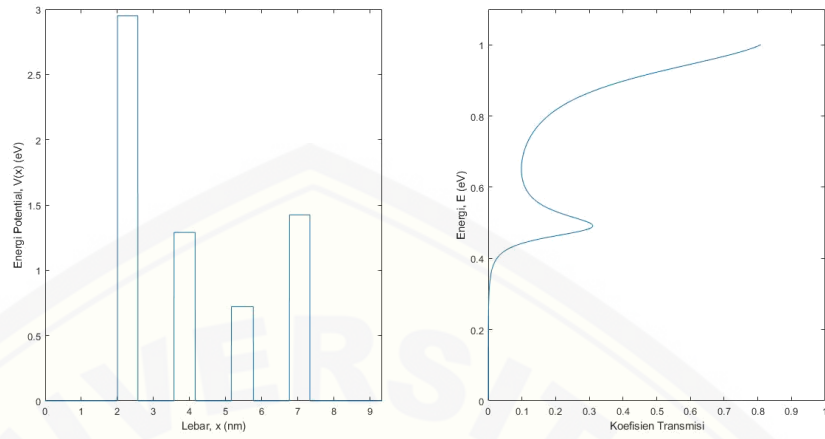


e. ADBC

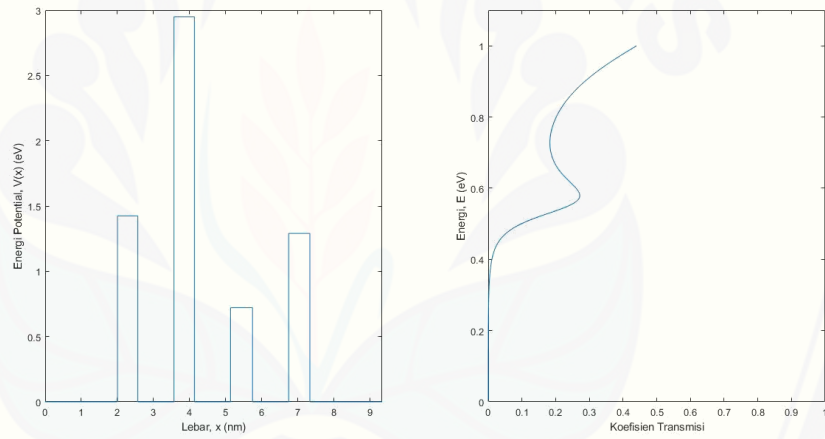




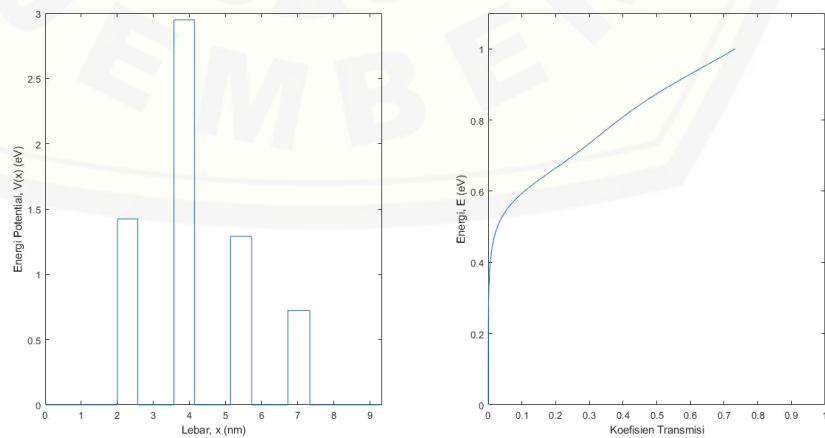
f. ADCB



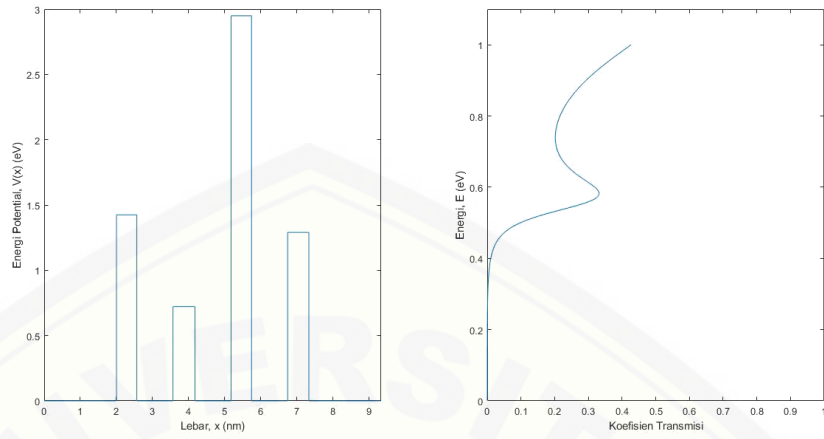
g. BACD



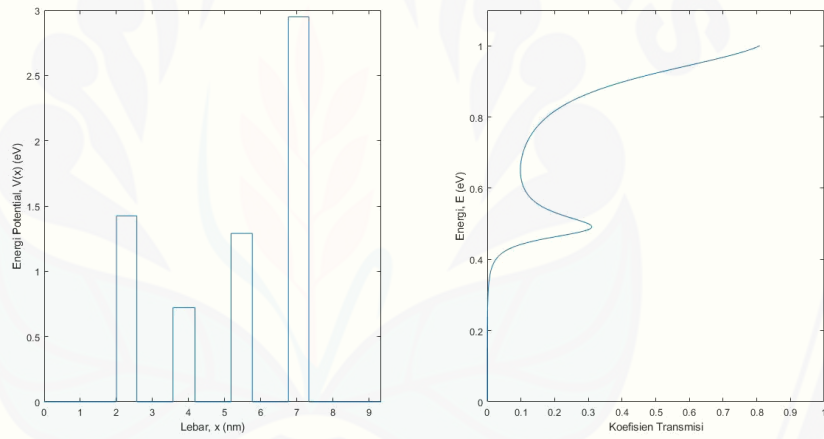
h. BADC



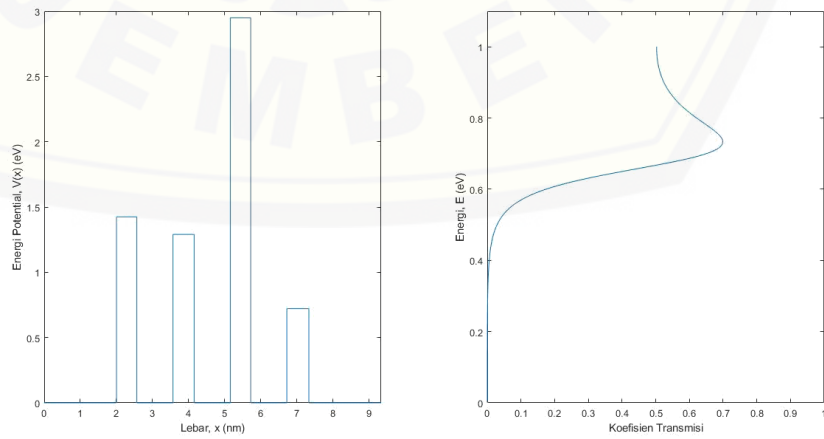
i. BCAD



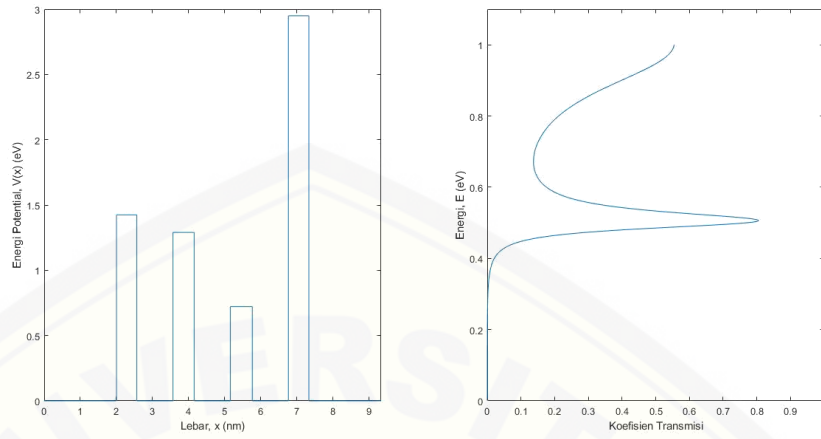
j. BCDA



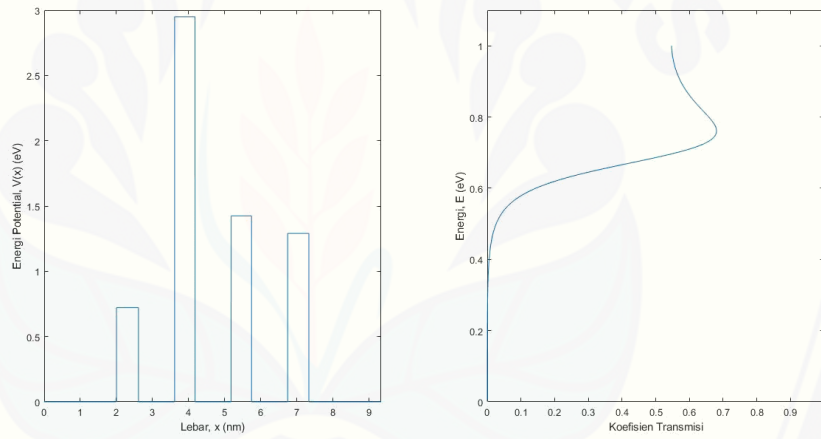
k. BDAC



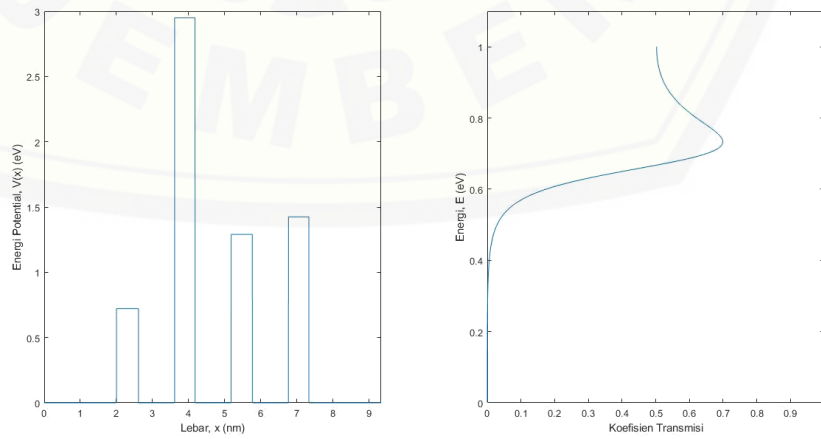
l. BDCA



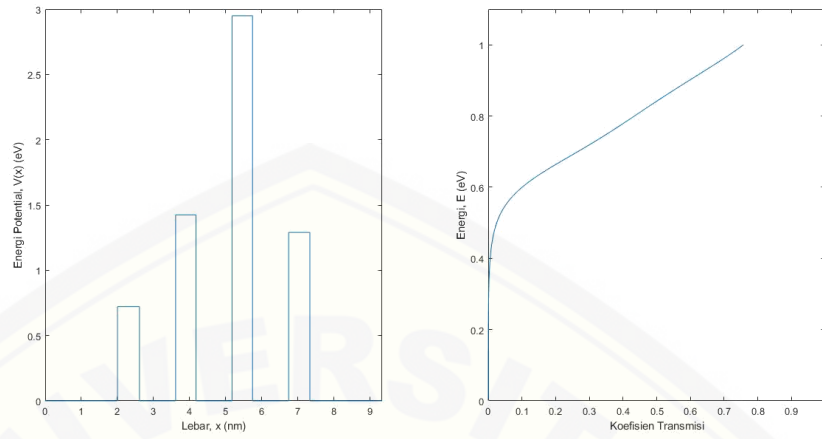
m. CABD



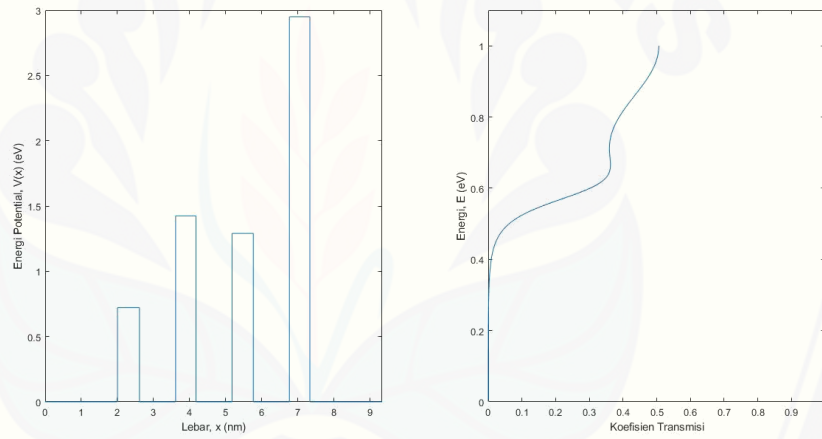
n. CADB



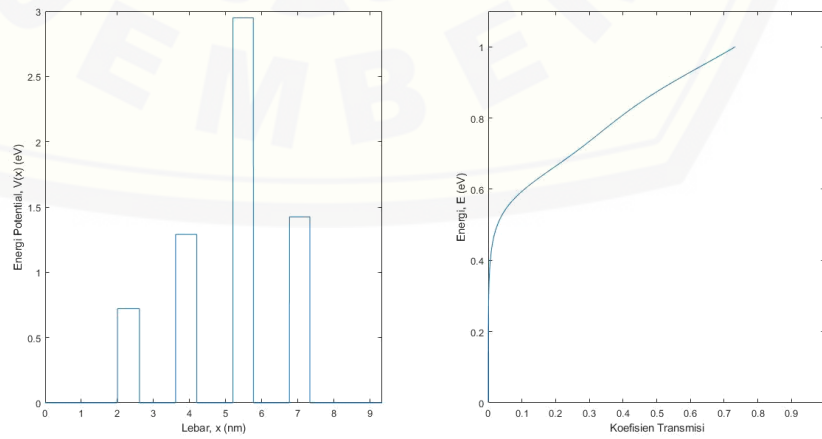
o. CBAD



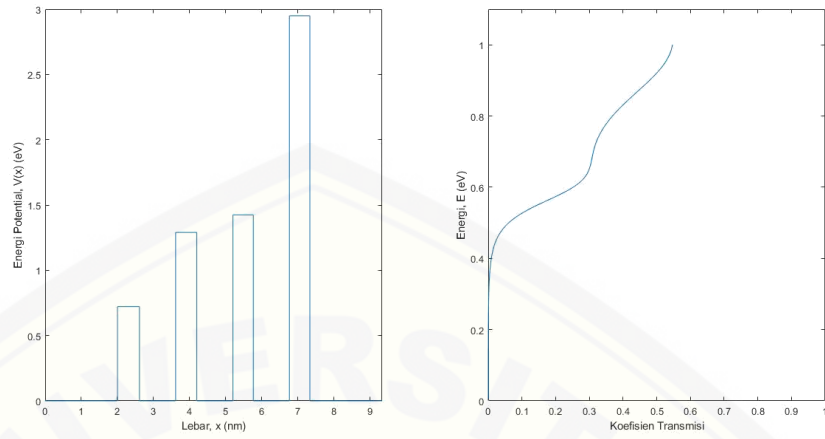
p. CBDA



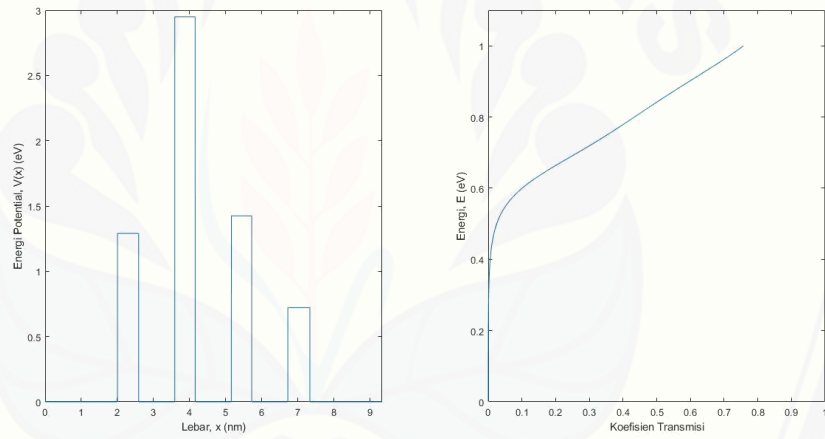
q. CDAB



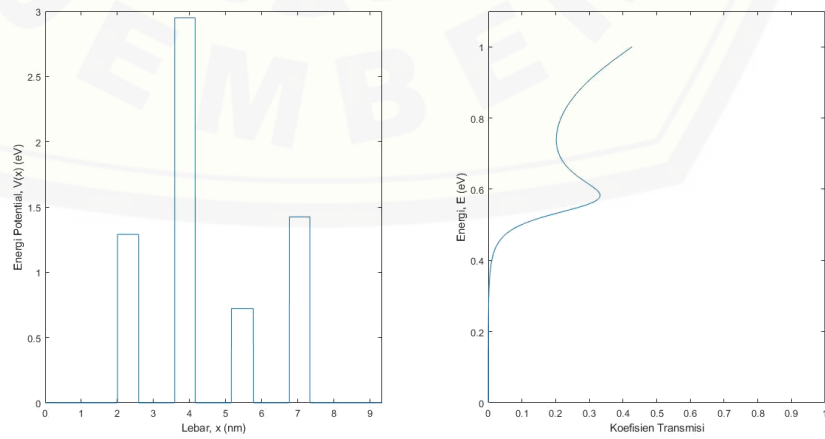
r. CDBA



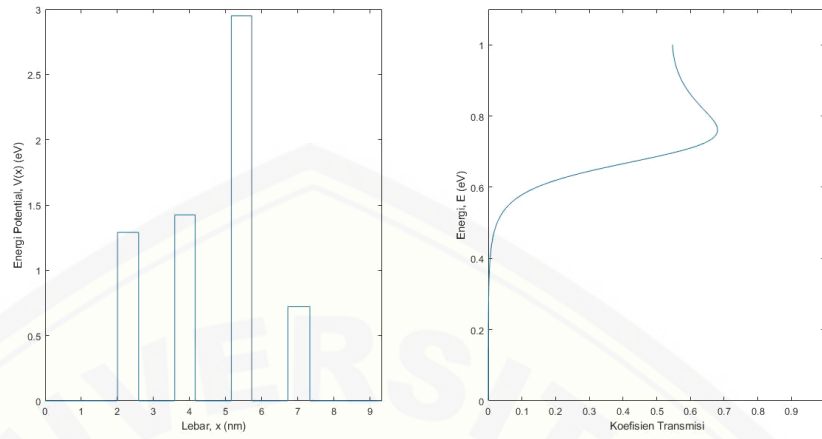
s. DABC



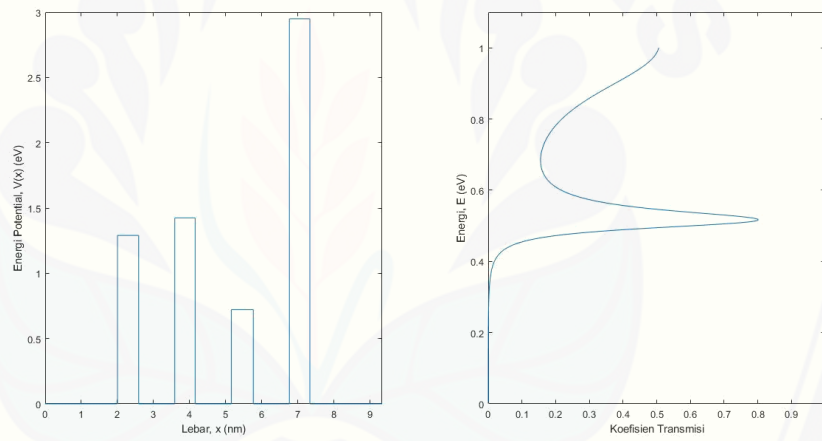
t. DACB



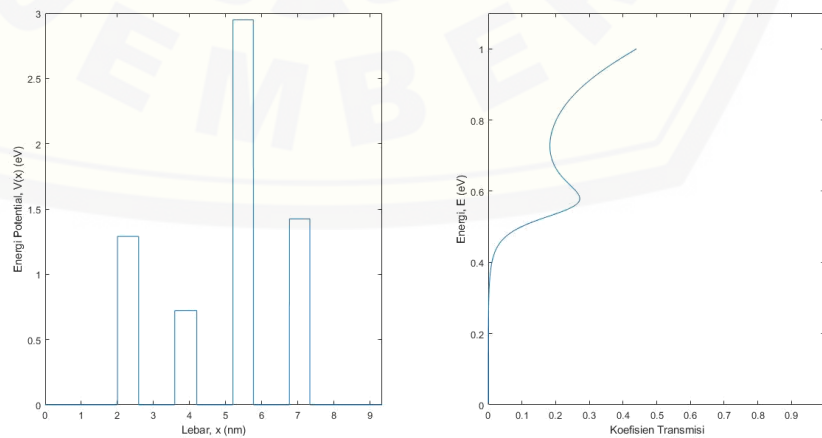
u. DBAC



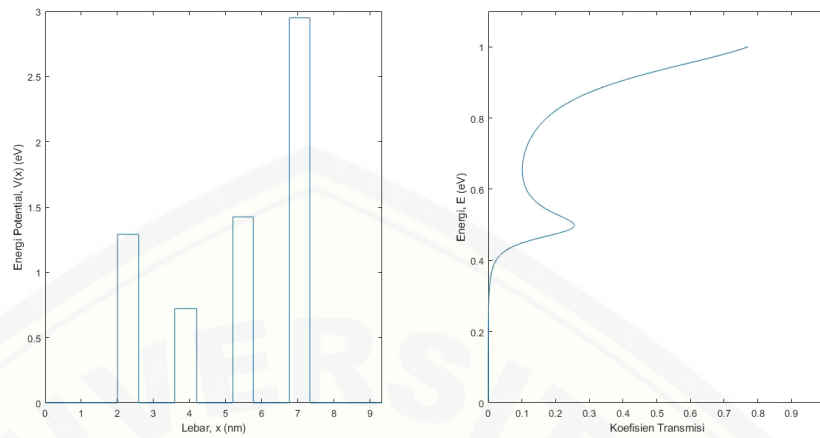
v. DBCA



w. DCAB



## x. DCBA



### Lampiran 5. Tabel Hasil Penelitian

**Tabel 1.** Perbandingan beberapa data hasil rujukan dan hasil validasi

$E(eV)$	$T$ (hasil rujukan)	$T$ (hasil validasi)
<b>*0.0025</b>	<b><math>9.9090 \times 10^{-6}</math></b>	<b>0.0000</b>
0.025	0.0001	0.0001
0.05	0.0002	0.0002
0.075	0.0004	0.0004
0.1	0.0006	0.0006
0.125	0.0009	0.0009
0.15	0.0013	0.0013
0.175	0.0017	0.0017
0.2	0.0022	0.0022
0.225	0.0029	0.0029
0.25	0.0037	0.0037
0.275	0.0048	0.0048
0.3	0.0061	0.0061
0.325	0.0077	0.0077
0.35	0.0097	0.0097
0.375	0.0123	0.0123
0.4	0.0156	0.0156
0.425	0.0198	0.0198
0.45	0.0251	0.0251
0.475	0.0319	0.0319
0.5	0.0408	0.0408
0.525	0.0522	0.0522
0.55	0.067	0.067
0.575	0.0863	0.0863
0.6	0.1115	0.1115
0.625	0.1444	0.1444
0.65	0.1871	0.1871
0.675	0.2419	0.2419
0.7	0.3109	0.3109
0.725	0.3947	0.3947
0.75	0.4916	0.4916
0.775	0.5959	0.5959
0.8	0.6974	0.6974
0.825	0.7846	0.7846
0.85	0.8479	0.8479
0.875	0.8837	0.8837
0.9	<b>0.8947</b>	<b>0.8947</b>
0.925	0.8873	0.8873
0.95	0.8685	0.8685
0.975	0.8443	0.8443
1	0.819	0.819

\*energi elektron pada saat terjadi perbedaan nilai koefisien transmisi (error)

Perhitungan standar eror adalah sebagai berikut.



$$SE = \sqrt{\frac{\sum(T - T')^2}{n - 2}}$$

Keterangan:

$SE$  = standar eror

$T$  = koefisien transmisi hasil simulasi peneliti

$T'$  = koefisien transmisi hasil rujukan

$n$  = banyak data

Sehingga dapat dihitung

$$SE = \sqrt{\frac{\sum(0 - 0.000009909)^2}{41 - 2}} = 1.58671 \times 10^{-6}$$

**Tabel 2.** Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga susunan seragam

Energi Elektron (eV)	$T$ pada susunan seragam		
	AAA	BBB	CCC
0	0	0	0.0001
0.025	0	0.0002	0.0027
0.05	0	0.0004	0.0065
0.075	0	0.0008	0.012
0.1	0	0.0012	0.0198
0.125	0	0.0018	0.0308
0.15	0	0.0025	0.0462
0.175	0.0001	0.0035	0.0679
0.2	0.0001	0.0048	0.098
0.225	0.0001	0.0065	0.1369
0.25	0.0001	0.0087	0.1835
0.275	0.0001	0.0117	0.2711
0.3	0.0002	0.0157	0.3665
0.325	0.0002	0.021	0.481
0.35	0.0003	0.0281	0.6077
0.375	0.0003	0.0378	0.7335
0.4	0.0004	0.0511	0.843
0.425	0.0005	0.0692	0.9246
0.45	0.0006	0.0943	0.9746
0.475	0.0008	0.1291	0.9968
<b>*0.490</b>	0.0009	0.1561	<b>1.0000</b>
0.5	0.001	0.1773	0.999
0.525	0.0012	0.2433	0.9889
0.55	0.0016	0.332	0.973
0.575	0.0019	0.4459	0.9553
0.6	0.0024	0.5819	0.9385

0.625	0.003	0.7266	0.924
0.65	0.0038	0.8569	0.9125
0.675	0.0048	0.9495	0.904
0.7	0.0061	0.9942	0.8987
<b>*0.714</b>	0.0070	<b>1.0000</b>	0.8969
0.725	0.0078	0.9968	0.8961
0.75	0.0102	0.9721	0.8962
0.775	0.0133	0.9344	0.8986
0.8	0.0175	0.8939	0.9029
0.825	0.0234	0.8561	0.9088
0.85	0.0317	0.8239	0.9159
0.875	0.0436	0.7981	0.9241
0.9	0.0609	0.7787	0.9329
0.925	0.0866	0.7654	0.9421
0.95	0.1259	0.7576	0.9513
0.975	0.1866	0.7547	0.9603
1	<b>0.2809</b>	0.7564	0.9688

\*nilai energi pada saat koefisien transmisi susunan mencapai nilai terbesar

**Tabel 3.** Koefisien transmisi pada penghalang potensial rangkap empat susunan seragam

Energi Elektron (eV)	<i>T</i> pada susunan seragam			
	AAAA	BBBB	CCCC	DDDD
0	0	0	0	0
0.025	0	0	0.0003	0
0.05	0	0	0.0009	0
0.075	0	0.0001	0.0018	0.0001
0.1	0	0.0001	0.0034	0.0001
0.125	0	0.0001	0.0061	0.0002
0.15	0	0.0002	0.0108	0.0003
0.175	0	0.0003	0.019	0.0005
0.2	0	0.0005	0.0334	0.0008
0.225	0	0.0008	0.0594	0.0012
0.25	0	0.0012	0.1072	0.0018
0.275	0	0.0017	0.1951	0.0028
0.3	0	0.0026	0.3495	0.0044
0.325	0	0.004	0.5825	0.0069
0.35	0	0.0062	0.8322	0.0111
0.375	0	0.0098	0.9786	0.0182
0.4	0	0.0158	0.9944	0.0306
0.425	0	0.0259	0.9478	0.0531

0.45	0	0.0439	0.8945	0.0955
0.475	0	0.0771	0.8553	0.178
0.5	0.0001	0.1405	0.8339	0.337
0.525	0.0001	0.2631	0.8283	0.6037
0.55	0.0001	0.4848	0.8353	0.8925
0.575	0.0001	0.7863	0.8516	0.9999
0.6	0.0002	0.9847	0.8744	0.931
0.625	0.0002	0.9695	0.9005	0.8247
0.65	0.0003	0.8622	0.9271	0.7433
0.675	0.0005	0.7643	0.9518	0.6948
0.7	0.0007	0.6994	0.9725	0.6735
0.725	0.001	0.6647	0.9878	0.6737
0.75	0.0015	0.6539	0.9969	0.6908
0.775	0.0022	0.6617	<b>1.000</b>	0.7215
0.8	0.0034	0.6847	0.9978	0.7625
0.825	0.0054	0.7199	0.9914	0.8105
0.85	0.0088	0.7644	0.982	0.8612
0.875	0.0148	0.8149	0.971	0.9098
0.9	0.0263	0.8671	0.9595	0.9512
0.925	0.0501	0.916	0.9484	0.9812
0.95	0.1038	0.9566	0.9384	0.9973
<b>*0.965</b>	0.1688	0.9753	0.9332	<b>1.0000</b>
0.975	0.2381	0.9849	0.93	0.9991
1	<b>0.5688</b>	<b>0.9986</b>	0.9236	0.9886

\*nilai energi pada saat koefisien transmisi susunan mencapai nilai terbesar

**Tabel 4.** Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga susunan kombinasi

Energi Elektron (eV)	$T$ pada susunan kombinasi					
	ABC	ACB	BAC	BCA	CAB	CBA
0	0	0	0	0	0	0
0.025	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.05	0.0003	0.0002	0.0003	0.0002	0.0003	0.0003
0.075	0.0004	0.0004	0.0005	0.0004	0.0005	0.0004
0.1	0.0007	0.0006	0.0008	0.0006	0.0008	0.0007
0.125	0.001	0.0009	0.0011	0.0009	0.0011	0.001
0.15	0.0014	0.0013	0.0015	0.0013	0.0015	0.0014
0.175	0.002	0.0019	0.002	0.0019	0.002	0.002
0.2	0.0027	0.0026	0.0026	0.0026	0.0026	0.0027
0.225	0.0036	0.0037	0.0034	0.0037	0.0034	0.0036
0.25	0.0048	0.0051	0.0044	0.0051	0.0044	0.0048

0.275	0.0063	0.0071	0.0057	0.0071	0.0057	0.0063
0.3	0.0083	0.01	0.0072	0.01	0.0072	0.0083
0.325	0.011	0.0141	0.0091	0.0141	0.0091	0.011
0.35	0.0144	0.0201	0.0114	0.0201	0.0114	0.0144
0.375	0.0188	0.0291	0.0144	0.0291	0.0144	0.0188
0.4	0.0246	0.0429	0.018	0.0429	0.018	0.0246
0.425	0.0322	0.0642	0.0225	0.0642	0.0225	0.0322
0.45	0.0421	0.0983	0.0281	0.0983	0.0281	0.0421
0.475	0.0548	0.153	0.035	0.153	0.035	0.0548
0.5	0.0711	0.2395	0.0435	0.2395	0.0435	0.0711
0.525	0.0915	0.3638	0.0539	0.3638	0.0539	0.0915
0.55	0.1166	0.5032	0.0667	0.5032	0.0667	0.1166
0.575	0.1464	0.5914	0.0824	0.5914	0.0824	0.1464
<b>*0.585</b>	0.1594	0.0896	<b>0.5996</b>	0.0896	<b>0.5996</b>	0.1594
0.6	0.1801	0.5848	0.1014	0.5848	0.1014	0.1801
0.625	0.2163	0.5178	0.1242	0.5178	0.1242	0.2163
0.65	0.2526	0.4401	0.1513	0.4401	0.1513	0.2526
0.675	0.2866	0.3743	0.1833	0.3743	0.1833	0.2866
0.7	0.316	0.3241	0.2202	0.3241	0.2202	0.316
0.725	0.3398	0.2872	0.2621	0.2872	0.2621	0.3398
0.75	0.358	0.2603	0.3088	0.2603	0.3088	0.358
0.775	0.3712	0.2408	0.3595	0.2408	0.3595	0.3712
0.8	0.3808	0.227	0.4133	0.227	0.4133	0.3808
0.825	0.3881	0.2175	0.4687	0.2175	0.4687	0.3881
0.85	0.3941	0.2115	0.5243	0.2115	0.5243	0.3941
0.875	0.3998	0.2083	0.5786	0.2083	0.5786	0.3998
0.9	0.406	0.2074	0.6302	0.2074	0.6302	0.406
0.925	0.413	0.2087	0.6781	0.2087	0.6781	0.413
0.95	0.4213	0.2119	0.7216	0.2119	0.7216	0.4213
0.975	0.4311	0.217	0.7602	0.217	0.7602	0.4311
1	<b>0.4425</b>	<b>0.2239</b>	0.7939	<b>0.2239</b>	0.7939	<b>0.4425</b>

\*nilai energi pada saat koefisien transmisi susunan mencapai nilai terbesar

**Tabel 5.** Koefisien transmisi pada penghalang potensial rangkap empat susunan kombinasi

Energi Elektron (eV)	<i>T</i> pada susunan kombinasi					
	ABCD	ABDC	ACBD	ACDB	ADBC	ADCB
0	0	0	0	0	0	0
0.025	0	0	0	0	0	0
0.05	0	0	0	0	0	0
0.075	0	0	0	0	0	0
0.1	0	0.0001	0	0	0.0001	0

0.125	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.15	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.175	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.2	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
0.225	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.25	0.0008	0.0007	0.0008	0.0008	0.0007	0.0008
0.275	0.0014	0.0011	0.0012	0.0012	0.0011	0.0014
0.3	0.0022	0.0016	0.0019	0.002	0.0016	0.0023
0.325	0.0037	0.0025	0.0032	0.0034	0.0024	0.0039
0.35	0.0065	0.0038	0.0055	0.0059	0.0037	0.0068
0.375	0.0119	0.0058	0.0097	0.0107	0.0057	0.0128
0.4	0.0231	0.0091	0.0181	0.0208	0.0089	0.0256
0.425	0.0479	0.0144	0.0369	0.0444	0.0141	0.0559
0.45	0.104	0.0231	0.0841	0.1095	0.0228	0.1309
0.475	0.2025	0.0375	0.2229	0.32	0.0374	0.266
0.5	0.2551	0.0607	0.6035	0.7695	0.0618	0.3
<b>*0.506</b>	0.2502	0.0681	0.7100	<b>0.8054</b>	0.0697	0.2837
<b>*0.518</b>	0.2284	0.0851	<b>0.8009</b>	0.7082	0.0885	0.2434
0.525	0.2125	0.0966	0.7589	0.6081	0.1014	0.2205
0.55	0.1621	0.1563	0.4621	0.3424	0.1605	0.1596
0.575	0.1304	0.2028	0.2932	0.2271	0.234	0.1263
0.6	0.1129	0.2521	0.2165	0.1755	0.3021	0.109
0.625	0.1041	0.2838	0.1797	0.1508	0.3448	0.1008
0.65	0.1011	0.2993	0.1621	0.1398	0.3608	0.0984
0.675	0.1025	0.3065	0.1556	0.1373	0.3622	0.1003
0.7	0.1077	0.3121	0.1565	0.1409	0.3601	0.1062
0.725	0.1167	0.3199	0.1634	0.1499	0.3603	0.116
0.75	0.1301	0.3317	0.176	0.1644	0.365	0.1303
0.775	0.1485	0.348	0.1941	0.1847	0.3747	0.1502
0.8	0.1735	0.3688	0.2184	0.2118	0.3887	0.1771
0.825	0.2068	0.3935	0.2491	0.2466	0.4063	0.2134
0.85	0.2507	0.4212	0.2863	0.2898	0.4261	0.2618
0.875	0.3083	0.4502	0.3294	0.341	0.4467	0.3257
0.9	0.382	0.4786	0.3762	0.398	0.4662	0.4079
0.925	0.4728	0.5041	0.4225	0.4556	0.4829	0.5087
0.95	0.577	0.5248	0.4761	0.506	0.4956	0.6216
0.975	0.683	0.5391	0.4918	0.5407	0.5035	0.7299
1	<b>0.7711</b>	<b>0.5466</b>	0.5058	0.5547	<b>0.5064</b>	<b>0.8087</b>

Energi Elektron (eV)	T pada susunan kombinasi					
	BACD	BADC	BCAD	BCDA	BDAC	BDCA
0	0	0	0	0	0	0
0.025	0	0	0	0	0	0

0.05	0	0	0	0	0	0
0.075	0	0	0	0	0	0
0.1	0.0001	0.0001	0.0001	0	0.0001	0
0.125	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.15	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.175	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.2	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
0.225	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005
0.25	0.0007	0.0007	0.0007	0.0008	0.0006	0.0008
0.275	0.0011	0.001	0.0011	0.0014	0.0009	0.0012
0.3	0.0017	0.0014	0.0017	0.0023	0.0013	0.002
0.325	0.0026	0.002	0.0026	0.0039	0.0019	0.0034
0.35	0.0041	0.0029	0.004	0.0068	0.0028	0.0059
0.375	0.0066	0.0042	0.0064	0.0128	0.004	0.0107
0.4	0.0107	0.0061	0.0104	0.0256	0.0058	0.0208
0.425	0.018	0.0089	0.0174	0.0559	0.0085	0.0444
0.45	0.0311	0.013	0.03	0.1309	0.0127	0.1095
0.475	0.055	0.0188	0.0537	0.266	0.0191	0.32
0.5	0.098	0.0274	0.0981	0.3	0.029	0.7695
<b>*0.506</b>	0.1120	0.0299	0.1132	0.2837	0.0321	<b>0.8054</b>
0.525	0.1651	0.0395	0.1744	0.2205	0.0447	0.6081
0.55	0.2372	0.0564	0.2712	0.1596	0.0699	0.3424
0.575	0.271	0.0789	0.3289	0.1263	0.1104	0.2271
0.6	0.2603	0.1073	0.3192	0.109	0.1745	0.1755
0.625	0.2341	0.1409	0.2817	0.1008	0.2713	0.1508
0.65	0.2108	0.1778	0.2474	0.0984	0.4015	0.1398
0.675	0.1949	0.2155	0.2236	0.1003	0.5427	0.1373
0.7	0.186	0.2523	0.2094	0.1062	0.6507	0.1409
0.725	0.183	0.2873	0.2028	0.116	0.6966	0.1499
<b>*0.733</b>	0.1831	0.2981	0.2021	0.1200	<b>0.6991</b>	0.1539
0.75	0.1849	0.3208	0.2023	0.1303	0.6904	0.1644
0.775	0.1913	0.3539	0.2068	0.1502	0.6587	0.1847
0.8	0.2018	0.3877	0.2158	0.1771	0.6213	0.2118
0.825	0.2165	0.4233	0.229	0.2134	0.5875	0.2466
0.85	0.2354	0.4614	0.2464	0.2618	0.5602	0.2898
0.875	0.2587	0.5025	0.2678	0.3257	0.5394	0.341
0.9	0.2866	0.5463	0.2932	0.4079	0.5243	0.398
0.925	0.3191	0.5924	0.3223	0.5087	0.5139	0.4556
0.95	0.356	0.6398	0.3548	0.6216	0.5073	0.506
0.975	0.3968	0.6872	0.39	0.7299	0.5037	0.5407
<b>1</b>	<b>0.4404</b>	<b>0.7329</b>	<b>0.4267</b>	<b>0.8087</b>	0.5026	0.5547

Energi

*T* pada susunan kombinasi

Elektron (eV)	CABD	CADB	CBAD	CBDA	CDAB	CDBA
0	0	0	0	0	0	0
0.025	0	0	0	0	0	0
0.05	0	0	0	0	0	0
0.075	0	0	0	0	0	0
0.1	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.125	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.15	0.0001	0.0001	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001
0.175	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.2	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
0.225	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.25	0.0006	0.0006	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007
0.275	0.0009	0.0009	0.001	0.0011	0.001	0.0011
0.3	0.0013	0.0013	0.0014	0.0016	0.0014	0.0016
0.325	0.0019	0.0019	0.002	0.0024	0.002	0.0025
0.35	0.0027	0.0028	0.0028	0.0037	0.0029	0.0038
0.375	0.0039	0.004	0.004	0.0057	0.0042	0.0058
0.4	0.0056	0.0058	0.0058	0.0089	0.0061	0.0091
0.425	0.0081	0.0085	0.0083	0.0141	0.0089	0.0144
0.45	0.0119	0.0127	0.012	0.0228	0.013	0.0231
0.475	0.0177	0.0191	0.0174	0.0374	0.0188	0.0375
0.5	0.0264	0.029	0.0251	0.0618	0.0274	0.0607
0.525	0.0399	0.0447	0.0361	0.1014	0.0395	0.0966
0.55	0.061	0.0699	0.0516	0.1605	0.0564	0.1563
0.575	0.0937	0.1104	0.0728	0.234	0.0789	0.2028
0.6	0.1443	0.1745	0.1007	0.3021	0.1073	0.2521
0.625	0.2195	0.2713	0.1354	0.3448	0.1409	0.2838
0.65	0.3227	0.4015	0.176	0.3608	0.1778	0.2993
0.675	0.4456	0.5427	0.2203	0.3622	0.2155	0.3065
0.7	0.5625	0.6507	0.2659	0.3601	0.2523	0.3121
0.725	0.6434	0.6966	0.3105	0.3603	0.2873	0.3199
<b>*0.733</b>	0.6592	<b>0.6991</b>	0.3244	0.3613	0.2981	0.3232
0.75	0.6777	0.6904	0.3532	0.365	0.3208	0.3317
<b>*0.76</b>	<b>0.6805</b>	0.6794	0.3697	0.3683	0.3341	0.3376
0.775	0.6765	0.6587	0.3941	0.3747	0.3539	0.348
0.8	0.6573	0.6213	0.4338	0.3887	0.3877	0.3688
0.825	0.6327	0.5875	0.4734	0.4063	0.4233	0.3935
0.85	0.6093	0.5602	0.5136	0.4261	0.4614	0.4212
0.875	0.5895	0.5394	0.5546	0.4467	0.5025	0.4502
0.9	0.574	0.5243	0.5965	0.4662	0.5463	0.4786
0.925	0.5625	0.5139	0.6388	0.4829	0.5924	0.5041
0.95	0.5545	0.5073	0.6804	0.4956	0.6398	0.5248

0.975	0.5494	0.5037	0.7204	0.5035	0.6872	0.5391
1	0.5467	0.5026	<b>0.7575</b>	<b>0.5064</b>	<b>0.7329</b>	<b>0.5466</b>
Energi Elektron (eV)	T pada susunan kombinasi					
	DABC	DACB	DBAC	DBCA	DCAB	DCBA
0	0	0	0	0	0	0
0.025	0	0	0	0	0	0
0.05	0	0	0	0	0	0
0.075	0	0	0	0	0	0
0.1	0.0001	0.0001	0.0001	0	0.0001	0
0.125	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.15	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.175	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.2	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
0.225	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005
0.25	0.0007	0.0007	0.0006	0.0008	0.0007	0.0008
0.275	0.001	0.0011	0.0009	0.0012	0.0011	0.0014
0.3	0.0014	0.0017	0.0013	0.0019	0.0017	0.0022
0.325	0.002	0.0026	0.0019	0.0032	0.0026	0.0037
0.35	0.0028	0.004	0.0027	0.0055	0.0041	0.0065
0.375	0.004	0.0064	0.0039	0.0097	0.0066	0.0119
0.4	0.0058	0.0104	0.0056	0.0181	0.0107	0.0231
0.425	0.0083	0.0174	0.0081	0.0369	0.018	0.0479
0.45	0.012	0.03	0.0119	0.0841	0.0311	0.104
0.475	0.0174	0.0537	0.0177	0.2229	0.055	0.2025
0.5	0.0251	0.0981	0.0264	0.6035	0.098	0.2551
<b>*0.518</b>	0.0326	0.1496	0.0355	<b>0.8009</b>	0.1442	0.2284
0.525	0.0361	0.1744	0.0399	0.7589	0.1651	0.2125
0.55	0.0516	0.2712	0.061	0.4621	0.2372	0.1621
0.575	0.0728	0.3289	0.0937	0.2932	0.271	0.1304
0.6	0.1007	0.3192	0.1443	0.2165	0.2603	0.1129
0.625	0.1354	0.2817	0.2195	0.1797	0.2341	0.1041
0.65	0.176	0.2474	0.3227	0.1621	0.2108	0.1011
0.675	0.2203	0.2236	0.4456	0.1556	0.1949	0.1025
0.7	0.2659	0.2094	0.5625	0.1565	0.186	0.1077
0.725	0.3105	0.2028	0.6434	0.1634	0.183	0.1167
0.75	0.3532	0.2023	0.6777	0.176	0.1849	0.1301
<b>*0.76</b>	0.3697	0.2035	<b>0.6805</b>	0.1825	0.1870	0.1368
0.775	0.3941	0.2068	0.6765	0.1941	0.1913	0.1485
0.8	0.4338	0.2158	0.6573	0.2184	0.2018	0.1735
0.825	0.4734	0.229	0.6327	0.2491	0.2165	0.2068
0.85	0.5136	0.2464	0.6093	0.2863	0.2354	0.2507
0.875	0.5546	0.2678	0.5895	0.3294	0.2587	0.3083

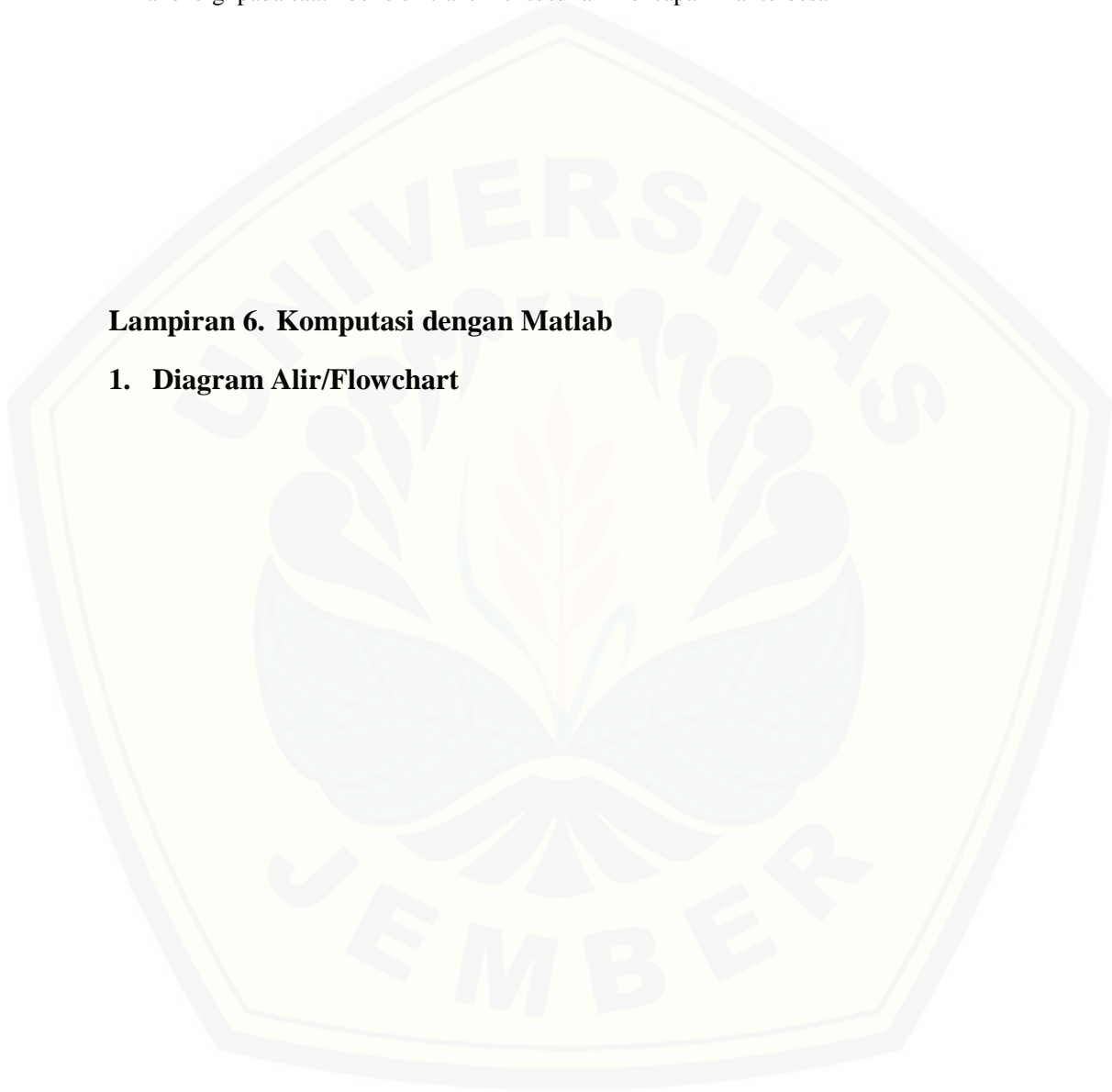


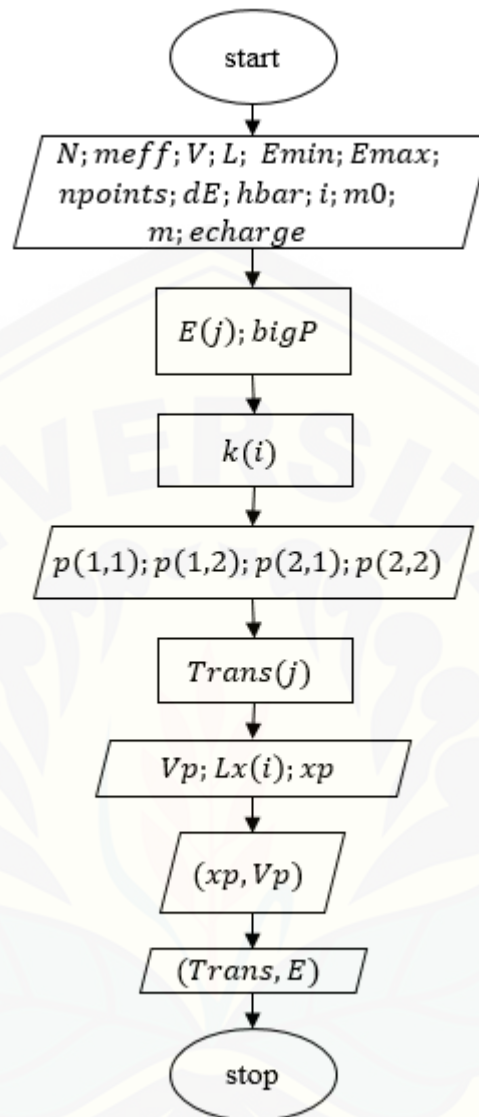
0.9	0.5965	0.2932	0.574	0.3762	0.2866	0.382
0.925	0.6388	0.3223	0.5625	0.4225	0.3191	0.4728
0.95	0.6804	0.3548	0.5545	0.4761	0.356	0.577
0.975	0.7204	0.39	0.5494	0.4918	0.3968	0.683
<b>1</b>	<b>0.7575</b>	<b>0.4267</b>	0.5467	0.5058	<b>0.4404</b>	<b>0.7711</b>

\*nilai energi pada saat koefisien transmisi susunan mencapai nilai terbesar

## Lampiran 6. Komputasi dengan Matlab

### 1. Diagram Alir/Flowchart





## 2. Validasi Matlab Penghalang Potensial Rangkap Tiga

```

clear
clf;
% validasi
% Chilwatun Nasiroh (170210102031)

% mengatur lebar dan tinggi potensial
N=8; % banyaknya daerah potensial
meff=0.07; % massa efektif elektron
V1=3.39; % potensial penghalang GaN
V2=2.3; % potensial penghalang SiC
V3=1.424; % potensial penghalang GaAs
a=0.3189; % lebar penghalang GaN
b=0.43596; % lebar penghalang SiC
c=0.565; % lebar penghalang GaAs
L1=1; % lebar celah antar penghalang
L2=1; % lebar celah antar penghalang
  
```

```

L=[1,1,a,L1,b,L2,c,2]*1e-9;      % himpunan lebar penghalang dan
lebar celah
V=[0,0,V1,0,V2,0,V3,0];        % himpunan potensial

Emin=pi*1e-5;                   % energi minimum elektron (pi*1e-5 untuk
menghindari pembagian oleh nol)
Emax=1;                         % energi maksimum elektron (eV)
npoints=1000;                   % jumlah energi yang diplot
dE=Emax/npoints;                % rentang energi
hbar=1.0545715e-34;             % konstanta Planck (Js)
eye=complex(0.,1.);             % akar -1
m0=9.109382e-31;                % massa diam elektron (kg)
m=meff*m0;                       % massa efektif elektron (kg)
echarge=1.602176e-19;           % muatan elektron (C)

for j=1:npoints
    E(j)=dE*j+Emin;
    bigP=[1,0;0,1];             % nilai matriks bigP
    for i=1:N
        k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar; % bilangan
gelombang pada tiap daerah pada potensial V(j)
    end
    % Persamaan matriks
    for n=1:(N-1)
        p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        bigP=bigP*p;
    end
    Trans(j)=(abs(1/bigP(1,1)))^2 % Probabilitas transmisi
end

figure(1);                       % plot potensial
Vp=[V;V];Vp=Vp(:);              % potensial
dx=1e-12;                        % rentang jarak pada plot potensial
Lx(1)=1.e-9;                     % besar tiap titik jarak (m)
for i=1:N
    for j=2:i
        Lx(i)=L(j)+Lx(j-1); % Lebar, x
    end
end

% penggambaran lebar daerah tiap potensial
xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-
dx,Lx(4),Lx(5)-dx,Lx(5),Lx(6)-dx,Lx(6),Lx(7)-
dx,Lx(7),Lx(8)]*1e9;
% penggambaran lebar dan tinggi potensial
subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,xp(16),0,4]),xlabel('Lebar, x
(nm)'),ylabel('Energi Potensial, V(x) (eV)');
% hubungan antara energi dan koefisien transmisi
subplot(1,2,2),plot(Trans,E),axis([0,1,0,1.4]),xlabel('Koefisien
Transmisi'),ylabel('Energi, E (eV)');

```

### 3. Penghalang Potensial Rangkap Empat

```

clear
clf;

% Chilwatun Nasiroh (170210102031)

% mengatur lebar dan tinggi potensial
N=10;           % banyaknya daerah potensial
meff=0.07;      % massa efektif elektron
V1=1.424;      % potensial penghalang GaAs
V2=1.424;      % potensial penghalang GaAs
V3=1.424;      % potensial penghalang GaAs
V4=1.424;      % potensial penghalang GaAs
a=0.565;       % lebar penghalang GaAs
b=0.565;       % lebar penghalang GaAs
c=0.565;       % lebar penghalang GaAs
d=0.565;       % lebar penghalang GaAs
L1=1;          % lebar celah antar penghalang
L2=1;          % lebar celah antar penghalang
L3=1;          % lebar celah antar penghalang

L=[1,1,a,L1,b,L2,c,L3,d,2]*1e-9; % himpunan lebar penghalang
dan lebar celah
V=[0,0,V1,0,V2,0,V3,0,V4,0];     % himpunan potensial

Emin=pi*1e-5; % energi minimum elektron (pi*1e-5 untuk
menghindari pembagian oleh nol)
Emax=1;       % energi maksimum elektron (eV)
npoints=1000; % jumlah energi yang diplot
dE=Emax/npoints; % rentang energi
hbar=1.0545715e-34; % konstanta Planck (Js)
eye=complex(0.,1.); % akar -1
m0=9.109382e-31; % massa diam elektron (kg)
m=meff*m0; % massa efektif elektron (kg)
echarge=1.602176e-19; % muatan elektron (C)

for j=1:npoints
    E(j)=dE*j+Emin;
    bigP=[1,0;0,1]; % nilai matriks bigP

% Persamaan matriks
    for i=1:N
        k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar; % bilangan
gelombang pada tiap daerah pada potensial V(j)
    end
    for n=1:(N-1)
        p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        bigP=bigP*p;
    end
end

```

```
Trans(j)=(abs(1/bigP(1,1)))^2 % Probabilitas transmisi
end

figure(1); % plot potensial
Vp=[V;V];Vp=Vp(:); % potensial
dx=1e-12; % rentang jarak pada plot potensial
Lx(1)=1.e-9; % besar tiap titik jarak (m)
for i=1:N
    for j=2:i
        Lx(i)=L(j)+Lx(j-1); % Lebar, x
    end
end

% penggambaran lebar daerah tiap potensial
xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-
dx,Lx(4),Lx(5)-dx,Lx(5),Lx(6)-dx,Lx(6),Lx(7)-dx,Lx(7),Lx(8)-
dx,Lx(8),Lx(9)-dx,Lx(9),Lx(10)]*1e9;
% penggambaran lebar dan tinggi potensial
subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,xp(20),0,3]),xlabel('Lebar, x
(nm)'),ylabel('Energi Potential, V(x) (eV)');
% hubungan antara energi dan koefisien transmisi
subplot(1,2,2),plot(Trans,E),axis([0,1,0,1.1]),xlabel('Koefisien
Transmisi'),ylabel('Energi, E (eV)');
```