



**VARIASI ROTASI PADA *CHAOS GAME* DENGAN
MEMODIFIKASI ATURANNYA**

SKRIPSI

Oleh:

**Rana Arij Afifah
NIM 161810101065**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2020**



**VARIASI ROTASI PADA *CHAOS GAME* DENGAN
MEMODIFIKASI ATURANNYA**

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar sarjana sains

Oleh:

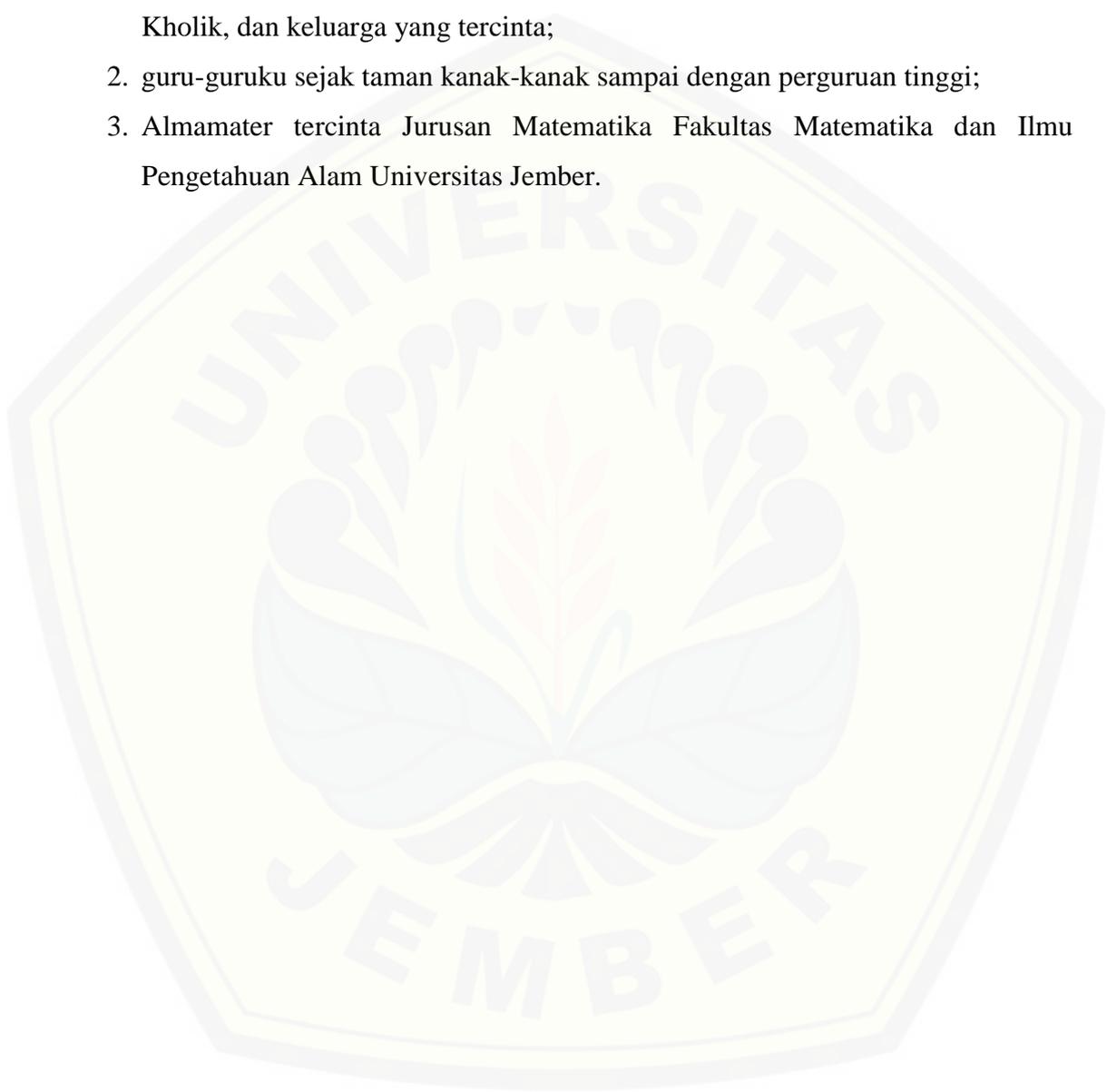
Rana Arij Afifah
NIM 161810101065

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2020

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Siti Farida dan Bapak Sumber, Ibu Sripuk dan Almarhum Bapak Abdul Kholik, dan keluarga yang tercinta;
2. guru-guruku sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
3. Almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.



MOTTO

Barang siapa yang bertakwa kepada Allah, niscaya Dia akan membukakan jalan keluar baginya.

(terjemahan Surat *At-Talaq* ayat 2) *)



*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2008. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Surabaya: Duta Ilmu Surabaya.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rana Arij Afifah

NIM : 161810101065

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul:
“Variasi Rotasi pada *Chaos Game* dengan Memodifikasi Aturannya” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Maret 2020

Yang menyatakan,

Rana Arij Afifah
NIM 161810101065

SKRIPSI

**VARIASI ROTASI PADA *CHAOS GAME* DENGAN MEMODIFIKASI
ATURANNYA**

Oleh:

Rana Arij Afifah

NIM 161810101065

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi dengan judul “Variasi Rotasi pada *Chaos Game* dengan Memodifikasi Aturannya” karya Rana Arij Afifah telah diuji dan disahkan pada:

Hari, tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Anggota I,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.
NIP. 196908281998021001

Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.
NIP. 197006061998031003

Anggota II,

Anggota III,

Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si.
NIP. 198007022003121001

Kusbudiono, S.Si., M.Si.
NIP. 197704302005011001

Mengesahkan
Dekan,

Drs. Achmad Sjaifullah M.Sc., Ph.D.
NIP. 195910091986021001

RINGKASAN

Variasi Rotasi pada *Chaos Game* dengan Memodifikasi Aturannya; Rana Arij Afifah, 161810101065; 2020: 40 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Inti dari konsep fraktal adalah adanya proses penyusunan ulang komponen-komponen yang identik, dimana memiliki kesamaan diri (*self-similarity*) dalam jumlah yang besar. Salah satu contoh fraktal yaitu segitiga Sierpinski. Segitiga Sierpinski dapat dibangkitkan dengan metode *chaos game*. Metode ini merupakan sebuah bentuk permainan dalam menggambar titik pada segitiga yang mempunyai aturan tertentu dan dilakukan berulang-ulang secara iteratif. Pada penelitian ini akan memodifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan penambahan rotasi dengan titik pusat rotasi pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan. Sudut rotasi θ akan divariasikan menjadi 36 sudut yaitu $10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$.

Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk membangkitkan *chaos game* segitiga dengan penambahan rotasi yaitu pertama menentukan tiga titik acuan yang berbentuk segitiga. Kedua menentukan titik awal yang berada di dalam segitiga. Ketiga memilih salah satu titik acuan secara *random* untuk dihubungkan dengan titik awal. Keempat menentukan titik baru yang merupakan titik tengah segmen titik baru dan titik acuan yang terpilih. Kelima titik baru dirotasi sebesar θ dengan titik pusat rotasi di titik acuan yang telah terpilih. Keenam titik yang diperoleh pada langkah kelima dijadikan sebagai titik awal. Ketujuh mengulang langkah ketiga sampai keenam sehingga menghasilkan titik-titik baru dengan iterasi yang diinginkan.

Pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi mempunyai aturan jika titik acuan yang terpilih titik bagian atas pada segitiga, maka akan dirotasi dengan titik pusat rotasi di titik acuan yang telah terpilih. Dua titik acuan sebagai titik pusat mempunyai aturan jika titik acuan yang terpilih titik sebelah kanan dan kiri bagian bawah pada segitiga, maka titik baru akan dirotasi. Tiga titik acuan sebagai titik

pusat rotasi mempunyai aturan jika titik acuan yang terpilih ketiga titik pada segitiga, maka titik baru akan dilakukan rotasi. Empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi mempunyai aturan jika titik acuan yang terpilih ketiga titik pada segitiga dan satu titik acuan tambahan di dalam segitiga, maka titik baru akan dirotasi. Lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi mempunyai aturan jika titik acuan yang terpilih ketiga titik pada segitiga dan dua titik acuan tambahan di dalam segitiga, maka titik baru akan dirotasi.

Hasil visual yang terbentuk dari memvariasikan sudut rotasi $10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$ pada satu, dua, tiga, empat, dan lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi merupakan bentuk fraktal karena memiliki sifat *self-similarity* dan kumpulan titik-titik baru yang terbentuk mengalami perputaran dengan titik pusat rotasi berdasarkan titik acuan yang terpilih dengan arah perputaran berdasarkan aturannya. Hasil visual sudut rotasi θ simetris secara visual terhadap sumbu-y dengan hasil visual sudut rotasi $360^\circ - \theta$ pada satu, tiga, empat, dan lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi. Pada dua titik acuan sebagai titik pusat rotasi diperoleh bahwa terdapat dua bagian yang simetris secara visual terhadap garis tertentu. Hasil visual sudut rotasi $\theta = 360^\circ$ pada satu, dua, dan tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi menunjukkan bahwa terdapat tiga kumpulan titik-titik baru yang mengumpul berdasarkan titik acuannya dengan bentuk menyerupai bentuk bagian terluarnya dan hasil visual ini serupa dengan segitiga Sierpinski. Hasil visual sudut rotasi $\theta = 360^\circ$ pada satu, dua, dan tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi menunjukkan bahwa terdapat tiga kumpulan titik-titik baru yang mengumpul berdasarkan titik acuannya dengan bentuk menyerupai bentuk bagian terluarnya dan hasil visual ini serupa dengan segitiga Sierpinski. Sedangkan hasil visual sudut rotasi $\theta = 360^\circ$ pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi terdapat empat kumpulan titik-titik baru dan pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi terdapat lima kumpulan titik-titik baru yang mengumpul berdasarkan titik acuannya dengan bentuk menyerupai bentuk bagian terluarnya dan hasil visual ini hampir serupa dengan segitiga Sierpinski.

PRAKATA

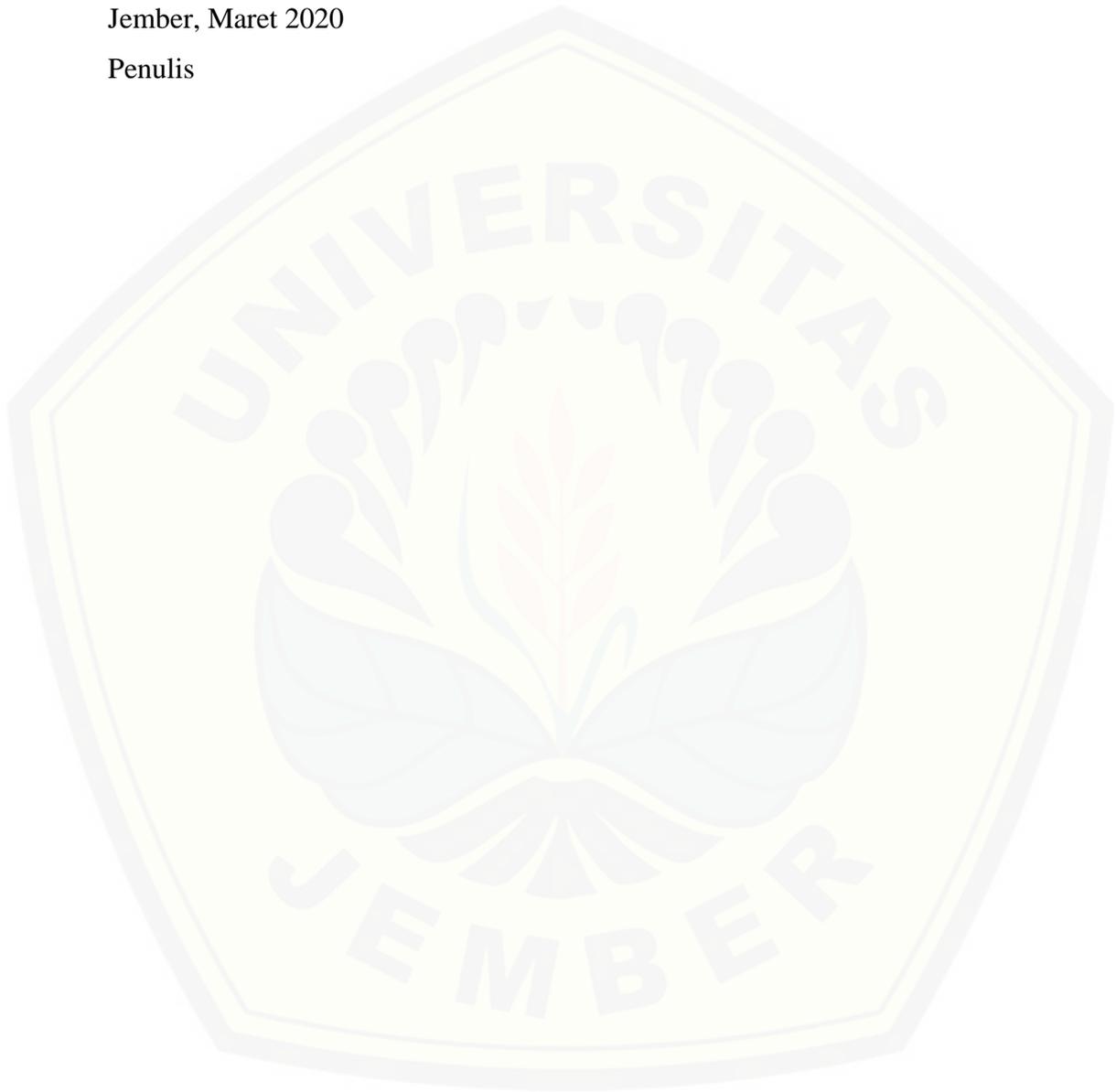
Puji syukur penulis kepada Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Variasi Rotasi pada *Chaos Game* dengan Memodifikasi Aturannya”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari perhatian, bimbingan, motivasi, dan petunjuk dari beberapa pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah ikhlas memberikan ilmu yang bermanfaat dan bersedia meluangkan waktu serta tenaga untuk membimbing penulis dengan penuh kesabaran dalam penyelesaian skripsi;
2. Bagus Juliyanto, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji I dan Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun dalam penyelesaian skripsi;
3. Ikhsanul Halikin S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan dan dukungan selama menjalani perkuliahan;
4. Seluruh dosen dan staf karyawan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
5. Ibu Siti Farida dan Bapak Sumber sekeluarga yang telah memberikan motivasi, dukungan, dan doanya demi terselesainya skripsi ini;
6. teman-teman MISDIRECTION'16 yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama masa perkuliahan;
7. teman-teman Elscience One MAN 3 Jember yang telah memberikan dukungan dan motivasi.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan berkah.

Jember, Maret 2020

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Fraktal	4
2.2 Chaos Game	4
2.3 Rotasi	7
2.3.1 Rotasi Berpusat di Titik $O(0,0)$	7
2.3.2 Rotasi Berpusat di Titik $O(x_0, y_0)$	7
BAB 3. METODE PENELITIAN	10
3.1 Modifikasi Aturan Chaos Game Segitiga dengan Variasi Rotasi	10
3.2 Simulasi Program MATLAB	14
3.3 Analisis Hasil	15

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Satu Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi.....	16
4.2 Dua Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi	20
4.3 Tiga Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi.....	25
4.4 Empat Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi.....	28
4.5 Lima Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi	33
BAB 5. PENUTUP	39
5.1 Kesimpulan.....	39
5.2 Saran	39
DAFTAR PUSTAKA.....	40
LAMPIRAN	41

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Segitiga Sierpinski	5
2.2 Segitiga Sierpinski dengan rotasi	6
2.3 Film fraktal	6
2.4 Rotasi berlawanan arah jaum jam sebesar θ	7
2.5 Rotasi searah jarum jam sebesar θ	8
3.1 Skema penelitian.....	10
3.2 Segitiga dengan tiga titik acuan.....	11
3.3 Penentuan titik awal.....	11
3.4 Titik acuan terpilih.....	11
3.5 Titik baru Q_1	12
3.6 Rotasi titik baru Q_1	12
3.7 Satu titik acuan tambahan.....	14
3.8 Dua titik acuan tambahan	14
4.1 Titik acuan terpilih pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi	16
4.2 Tiga titik acuan dan satu titik awal	17
4.3 Hasil visual pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi dengan sudut rotasi sebesar $\theta = 10^\circ$	17
4.4 <i>Self-similarity</i> pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi	18
4.5 Hasil visual $\theta = 10^\circ$ simetris terhadap sumbu-y dengan hasil visual $\theta = 350^\circ$ pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	19
4.6 Hasil visual pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	20
4.7 Titik acuan terpilih pada dua titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	21
4.8 Hasil visual pada dua titik acuan sebagai titik pusat rotasi dengan sudut rotasi sebesar $\theta = 10^\circ$	22
4.9 <i>Self-similarity</i> pada dua titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	23
4.10 Bagian A_1 simetris secara visual dengan bagian B_2 terhadap garis tertentu	23

4.11 Hasil visual pada dua titik acuan sebagai titik pusat rotasi	24
4.12 Titik acuan terpilih pada tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi	25
4.13 Hasil visual pada tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi dengan sudut rotasi sebesar $\theta = 10^\circ$	26
4.14 <i>Self-similarity</i> pada tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	26
4.15 Hasil visual $\theta = 10^\circ$ simetris terhadap sumbu- y dengan hasil visual $\theta = 350^\circ$ pada tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi	27
4.16 Hasil visual pada tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi	28
4.17 Titik acuan terpilih pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	29
4.18 Empat titik acuan dan satu titik awal.....	30
4.19 Hasil visual pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi dengan sudut rotasi sebesar $\theta = 10^\circ$	30
4.20 <i>Self-similarity</i> pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi.....	31
4.21 Hasil visual $\theta = 10^\circ$ simetris terhadap sumbu- y dengan hasil visual $\theta = 350^\circ$ pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi	31
4.22 Hasil visual pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi	33
4.23 Titik acuan yang terpilih pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi	34
4.24 Lima titik acuan dan satu titik awal.....	35
4.25 Hasil visual pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi dengan sudut rotasi sebesar $\theta = 10^\circ$	35
4.26 <i>Self-similarity</i> pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi	36
4.27 Hasil visual $\theta = 10^\circ$ simetris terhadap sumbu- y dengan hasil visual $\theta = 350^\circ$ pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi	36
4.28 Hasil visual pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi	38

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Satu Titik Acuan sebagai Titik Pusat	
Rotasi.....	41
B. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Dua Titik Acuan sebagai Titik Pusat	
Rotasi.....	44
C. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Tiga Titik Acuan sebagai Titik Pusat	
Rotasi.....	47
D. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Empat Titik Acuan sebagai Titik Pusat	
Rotasi.....	50
E. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Lima Titik Acuan sebagai Titik Pusat	
Rotasi.....	53
F. <i>Script</i> Program Satu Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi.....	56
G. <i>Script</i> Program Dua Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi	57
H. <i>Script</i> Program Tiga Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi	58
I. <i>Script</i> Program Empat Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi	59
J. <i>Script</i> Program Lima Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi	60

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Fraktal merupakan salah satu kajian dalam ilmu matematika yang mempelajari bentuk-bentuk geometri. Fraktal dibagi menjadi dua jenis yaitu fraktal alami dan fraktal buatan. Fraktal alami adalah fraktal yang dibentuk secara alami oleh alam. Contoh fraktal alami diantaranya yaitu petir, lembaran akrilik, brokoli, garis pantai, pohon, dan daun pakis. Sedangkan fraktal buatan adalah fraktal yang dibentuk dari sebuah aturan tertentu dengan proses iterasi yang tidak terbatas sehingga menghasilkan bentuk fraktal yang jelas. Contoh fraktal buatan diantaranya yaitu kurva Koch, himpunan Julia, himpunan Mandelbrot, debu Cantor, himpunan Cantor, kurva naga, fungsi Weierstrass, dan segitiga Sierpinski.

Segitiga Sierpinski merupakan fraktal linier yang memiliki keserupaan diri yang identik dari satu iterasi ke iterasi selanjutnya (Purnomo, 2014). Segitiga Sierpinski dapat dibangkitkan dengan metode *chaos game*. Metode ini merupakan sebuah bentuk permainan dalam menggambar titik pada segitiga yang mempunyai aturan tertentu dan dilakukan berulang-ulang secara iteratif. Adapun langkah-langkah untuk membangkitkan *chaos game* segitiga yaitu pertama menentukan tiga titik acuan, kedua pilih titik awal di dalam segitiga, ketiga letakkan titik baru di tengah-tengah antara titik awal dan titik acuan yang telah dipilih secara *random*, keempat jadikan titik baru yang diperoleh dari langkah ketiga menjadi titik awal, dan ulangi langkah ketiga sehingga titik-titik baru yang diperoleh akan membentuk segitiga Sierpinski. Jika titik baru tersebut dilakukan dengan iterasi kecil, maka yang terbentuk hanyalah kumpulan titik yang kacau (*chaos*). Sebaliknya, jika hal tersebut dilakukan dengan iterasi yang besar, maka bentuk segitiga Sierpinski akan semakin jelas.

Devaney (2003) membahas tentang modifikasi segitiga Sierpinski dengan variasi rotasi yang membentuk film fraktal. Segitiga Sierpinski pada *chaos game* dapat dimodifikasi pada bagian rasio kompresi, rotasi, dan lokasi titik acuan. Rasio kompresi adalah faktor yang digunakan untuk membatasi jarak antara titik awal dan titik acuan. Rotasi adalah perputaran titik pada sumbu yang tetap. Sedangkan lokasi

titik acuan adalah letak kordinat titik acuan. Contohnya yaitu segitiga mempunyai tiga titik acuan. Ratna (2018) melakukan modifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan penambahan satu titik sembarang di dalam segitiga. Hasil yang diperoleh yaitu penambahan satu titik sembarang tersebut akan menghasilkan empat segitiga Sierpinski. Larasati (2019) dalam penelitiannya membahas tentang pembentuk *chaos game* segiempat yang dirotasi sudutnya menggunakan transformasi affine dengan rasio kompresi dua. Pada penelitian tersebut dilakukan untuk menganalisis apakah *chaos game* segiempat yang divariasikan rotasinya dengan menggunakan aturan tertentu akan tetap membentuk fraktal seperti segitiga Sierpinski. Hasil dari penelitian tersebut adalah semua variasi rotasinya menghasilkan objek fraktal untuk aturan *random*.

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, penelitian ini akan membahas tentang variasi rotasi pada *chaos game* segitiga dengan memodifikasi aturannya. Modifikasi aturan *chaos game* segitiga pada penelitian ini yaitu berupa penambahan rotasi sebesar θ dengan titik pusat rotasi pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan. Sudut rotasi θ akan divariasikan menjadi 36 sudut yaitu sudut $10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$. Hasil visual dari memodifikasi aturan *chaos game* tersebut dapat diketahui dengan bantuan program. Program akan dibuat menggunakan *software* MATLAB. Selanjutnya akan dilakukan analisis hasil visual dari memodifikasi aturan *chaos game* segitiga tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana hasil visual dari memvariasikan rotasi pada *chaos game* segitiga dengan memodifikasi aturannya yang berupa penambahan rotasi dengan pusat rotasi pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui hasil visual dari memvariasikan rotasi pada *chaos game* segitiga dengan memodifikasi aturannya yang berupa penambahan rotasi dengan pusat rotasi pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan.

1.4 Manfaat

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah mendapatkan informasi tentang pengembangan *chaos game* yang berupa hasil visual dari memvariasikan rotasi pada *chaos game* segitiga dengan memodifikasi aturannya yang berupa penambahan rotasi dengan pusat rotasi pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan, serta dapat digunakan sebagai referensi pada penelitian berikutnya.



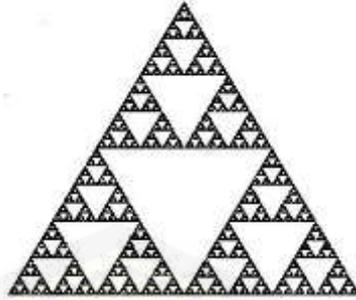
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fraktal

Fraktal adalah kumpulan pola-pola geometris baik yang terdapat di alam maupun yang berupa visualisasi model matematis dimana pola tersebut diulang berkali-kali dengan skala yang semakin kecil. Benoit Mandelbrot pada tahun 1975 telah membuat istilah fraktal yang artinya patah, rusak, atau tidak teratur. Inti dari konsep fraktal adalah adanya proses penyusunan ulang komponen-komponen yang identik, dimana memiliki kesamaan diri (*self-similarity*) dalam jumlah yang besar. Berdasarkan sifatnya, fraktal secara umum dikategorikan menjadi tiga bentuk yaitu fraktal *self-similarity*, fraktal acak (stokastik), dan fraktal *self affine*. Fraktal *self-similarity* adalah fraktal potongan kecil bagiannya memiliki bentuk yang sama persis dengan bentuk keseluruhannya. Fraktal acak adalah fraktal yang dibangkitkan oleh generator yang bersifat stokastik, sehingga sifat fraktalnya tidaklah *self-similar*. Sedangkan fraktal *self affine* adalah fraktal yang memiliki simetri dilatasi anisotropik, artinya bentuk potongan bagian kecilnya menyerupai namun tidak sama dengan bentuk keseluruhan (Sampurno dan Irfana, 2016).

2.2 Chaos Game

Chaos game dapat digunakan untuk membangkitkan segitiga sierpinski. Segitiga sierpinski adalah fraktal linier artinya fraktal yang mempunyai bentuk geometris yang identik pada skala berapapun sampai tak hingga dan memiliki keserupaan diri yang identik sampai pada iterasi tak hingga (Purnomo, 2014). Langkah-langkah membangkitkan segitiga Sierpinski menggunakan *chaos game* yaitu pertama menentukan tiga titik acuan sehingga membentuk segitiga. Kedua menentukan titik awal yang berada di dalam segitiga. Ketiga memilih salah satu dari tiga titik acuan secara *random* untuk dihubungkan dengan titik awal. Keempat menentukan titik baru yang berjarak setengah jarak dari titik awal ke titik acuan yang telah terpilih. Kelima menjadikan titik baru sebagai titik awal. Keenam mengulangi langkah ketiga sampai kelima sehingga menghasilkan segitiga Sierpinski yang ditunjukkan pada Gambar 2.1 sebagai berikut.



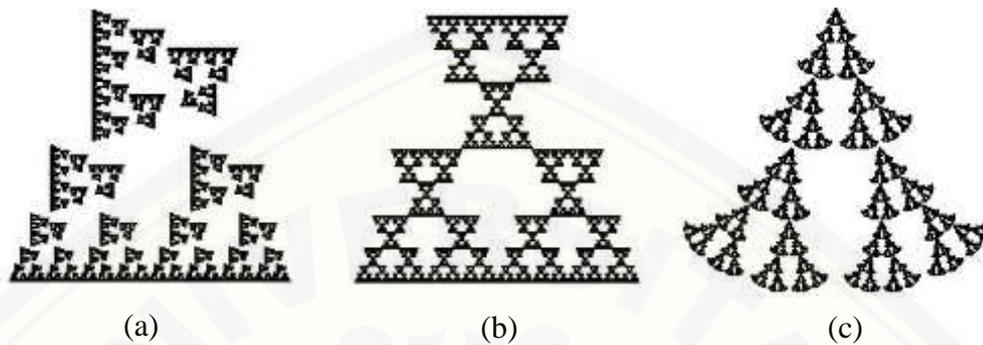
Gambar 2.1 Segitiga Sierpinski (Sumber: Devaney, 2003)

Yunaning (2018) telah mengkaji aturan *non-random chaos game* pada segitiga. Hasil yang diperoleh adalah jika titik acuan dipilih secara *non-random*, maka titik-titik baru yang dihasilkan tidak menghasilkan bentuk fraktal. Kumpulan titik bentukan aturan *non-random* tersebut akan konvergen di titik koordinat tertentu. Letak titik awal yang berada di dalam atau di luar segitiga akan menghasilkan kumpulan titik-titik baru yang berada di dalam segitiga pada iterasi selanjutnya (Purnomo dkk, 2016).

Dikara (2019) telah melakukan modifikasi *chaos game* menggunakan empat titik acuan yang berbentuk poligon *convex*. Hasil visual yang dipe roleh yaitu terdapat empat kumpulan titik-titik baru disekitar titik acuannya. Keempat kumpulan titik-titik baru tersebut memiliki bentuk yang serupa dengan bentuk bagian terluarnya yaitu berbentuk poligon *convex*.

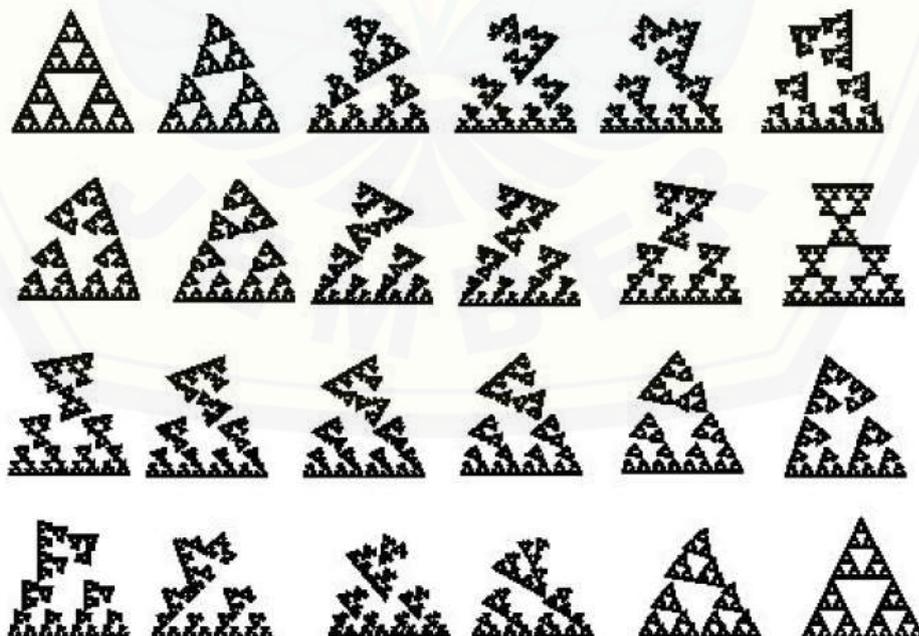
Devaney (2003) juga telah membahas tentang modifikasi aturan *chaos game* pembangkitan segitiga Sierpinski dengan menambahkan transformasi geometri yang berupa rotasi. Titik yang akan dilakukan rotasi adalah titik baru. Hasil dari memodifikasi aturan *chaos game* tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.2. Aturan *chaos game*-nya adalah jika titik acuan yang terpilih adalah titik acuan bagian atas, maka titik baru akan dilakukan rotasi sebesar 90° searah jarum jam dengan titik pusat rotasi di titik acuan bagian atas tersebut dan hasilnya ditunjukkan pada Gambar 2.2 (a). Sedangkan untuk rotasi sebesar 180° ditunjukkan pada Gambar 2.2 (b). Gambar 2.2 (c) mempunyai aturan jika titik acuan yang terpilih adalah titik paling bawah sebelah kiri, maka titik baru akan dilakukan rotasi sebesar 20° searah jarum jam dengan pusat rotasi titik acuan yang terpilih tersebut. Jika titik acuan

yang terpilih adalah titik paling bawah sebelah kanan, maka akan dilakukan rotasi sebesar 20° berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi titik acuan yang telah terpilih tersebut. Sedangkan jika titik acuan yang terpilih adalah titik acuan bagian atas, maka tidak akan dilakukan rotasi.



(a) Rotasi 90° ; (b) Rotasi 180° ; (c) Rotasi 20°
Gambar 2.2 Segitiga Sierpinski dengan rotasi (Sumber: Devaney, 2003)

Chaos game tidak hanya digunakan untuk membentuk segitiga Sierpinski, tetapi juga dapat digunakan untuk membuat bentuk yang lain dan tetap memiliki sifat fraktal. Caranya adalah dengan memvariasikan lokasi titik acuan, rotasi, dan rasio kompresi (Devaney, 2003). Variasi tersebut akan menghasilkan film fraktal yang ditunjukkan pada Gambar 2.3 sebagai berikut.



Gambar 2.3 Film fraktal (Sumber: Devaney, 2003)

2.3 Rotasi

Rotasi adalah perputaran benda pada suatu sumbu yang tetap. Adapun penjelasan mengenai rotasi yang berpusat di titik $O(0,0)$ dan rotasi yang berpusat di titik $O(x_0, y_0)$ adalah sebagai berikut.

2.3.1 Rotasi Berpusat di Titik $O(0,0)$

Titik $A(x, y)$ akan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ dengan pusat rotasi di titik $O(0,0)$. Hasil rotasinya adalah titik $A'(x', y')$. Adapun rumus rotasinya adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

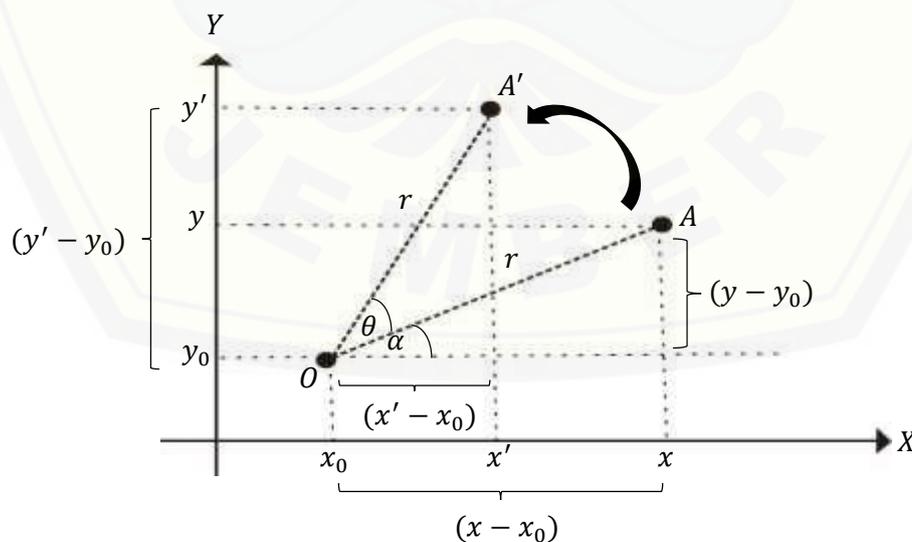
Sedangkan rumus titik $A(x, y)$ yang dirotasi searah jarum jam sebesar θ adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.3.2 Rotasi Berpusat di Titik $O(x_0, y_0)$

a. Rotasi Berlawanan Arah Jarum Jam

Titik $A(x, y)$ akan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ dengan pusat rotasi di titik $O(x_0, y_0)$. Hasil rotasinya adalah titik $A'(x', y')$. Adapun rumus rotasinya adalah sebagai berikut.



Gambar 2.4 Rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ

Nilai x dan y dalam koordinat polar adalah sebagai berikut.

$$x - x_0 = r \cos(\alpha)$$

$$y - y_0 = r \sin(\alpha)$$

Nilai x' dan y' dalam koordinat polar adalah sebagai berikut.

$$x' - x_0 = r \cos(\alpha + \theta) = r(\cos(\alpha) \cos(\theta) - \sin(\alpha) \sin(\theta))$$

$$= r \cos(\alpha) \cos(\theta) - r \sin(\alpha) \sin(\theta)$$

$$= (x - x_0) \cos(\theta) - (y - y_0) \sin(\theta)$$

$$y' - y_0 = r \sin(\alpha + \theta) = r(\sin(\alpha) \cos(\theta) + \cos(\alpha) \sin(\theta))$$

$$= r \sin(\alpha) \cos(\theta) + r \cos(\alpha) \sin(\theta)$$

$$= (y - y_0) \cos(\theta) + (x - x_0) \sin(\theta)$$

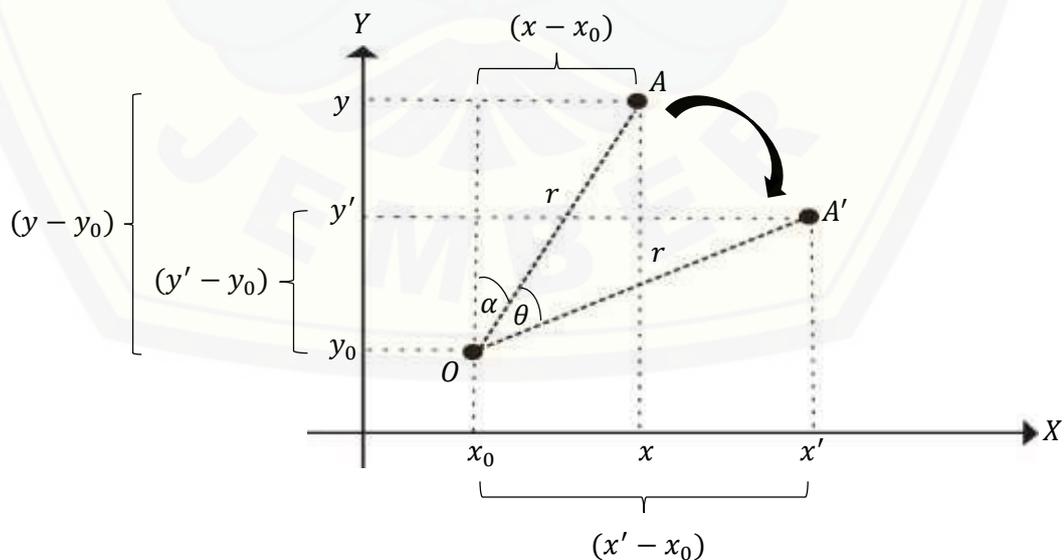
Rumus rotasi dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

b. Rotasi Searah Jarum Jam

Titik $A(x, y)$ akan dilakukan rotasi searah jarum jam sebesar θ dengan pusat rotasi di titik $O(x_0, y_0)$. Hasil rotasinya adalah titik $A'(x', y')$. Adapun rumus rotasinya adalah sebagai berikut.



Gambar 2.5 Rotasi searah jarum jam sebesar θ

Nilai x dan y dalam koordinat polar adalah sebagai berikut.

$$x - x_0 = r \sin(\alpha)$$

$$y - y_0 = r \cos(\alpha)$$

Nilai x' dan y' dalam koordinat polar adalah sebagai berikut.

$$x' - x_0 = r \sin(\alpha + \theta) = r(\sin(\alpha) \cos(\theta) + \cos(\alpha) \sin(\theta))$$

$$= r \sin(\alpha) \cos(\theta) + r \cos(\alpha) \sin(\theta)$$

$$= (x - x_0) \cos(\theta) + (y - y_0) \sin(\theta)$$

$$y' - y_0 = r \cos(\alpha + \theta) = r(\cos(\alpha) \cos(\theta) - \sin(\alpha) \sin(\theta))$$

$$= r \cos(\alpha) \cos(\theta) - r \sin(\alpha) \sin(\theta)$$

$$= (y - y_0) \cos(\theta) - (x - x_0) \sin(\theta)$$

Rumus rotasi dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut.

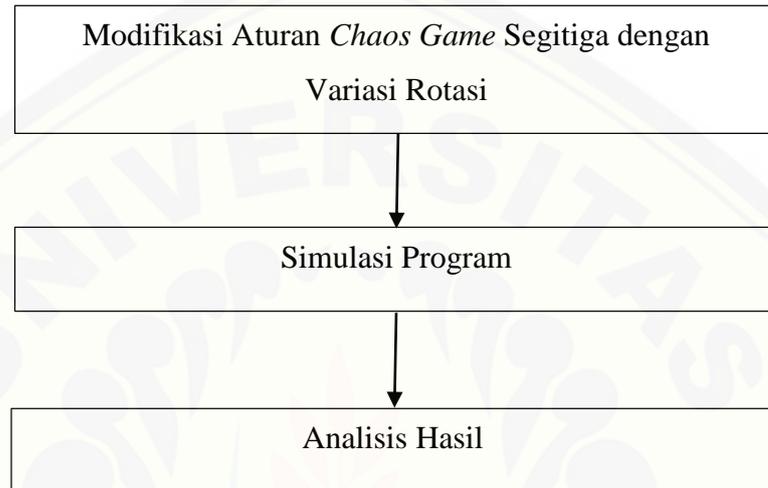
$$\begin{bmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

(Kusno, 2003).

BAB 3. METODE PENELITIAN

Skema penelitian tentang modifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan penambahan rotasi sebesar θ yang sudut rotasinya akan divariasikan ditunjukkan pada Gambar 3.1 sebagai berikut.



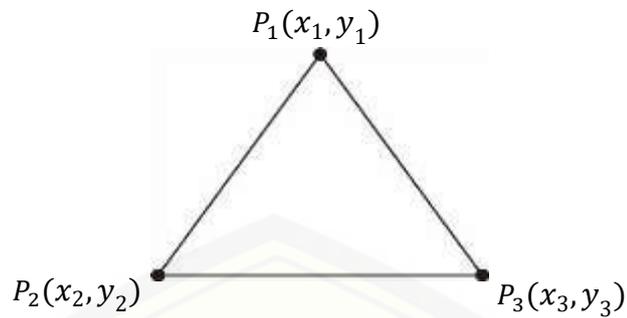
Gambar 3.1 Skema penelitian

Adapun penjelasan dari skema penelitian diatas adalah sebagai berikut.

3.1 Modifikasi Aturan *Chaos Game* Segitiga dengan Variasi Rotasi

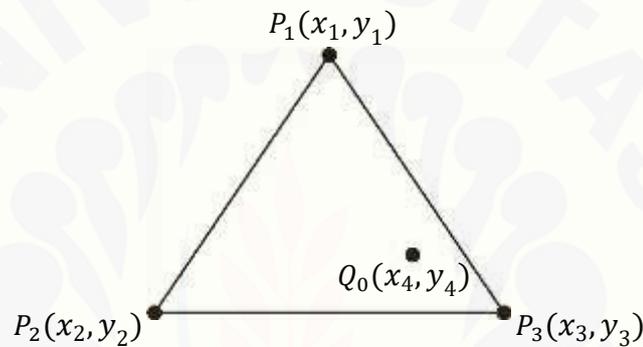
Modifikasi aturan *chaos game* pada penelitian ini adalah penambahan variasi rotasi sebesar θ pada aturan pembangkitan *chaos game* dengan titik pusat rotasi terletak pada titik tertentu. Titik tertentu tersebut adalah titik pusat rotasi yang terletak pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan. Variasi sudut rotasi θ yang akan digunakan yaitu terdapat 36 sudut yaitu $10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$. Langkah-langkah dalam membangkitkan *chaos game* segitiga dengan memodifikasi aturan yang berupa penambahan rotasi pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

- Menentukan tiga titik acuan yaitu titik $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, dan $P_3(x_3, y_3)$ sehingga membentuk segitiga yang ditunjukkan pada Gambar 3.2.



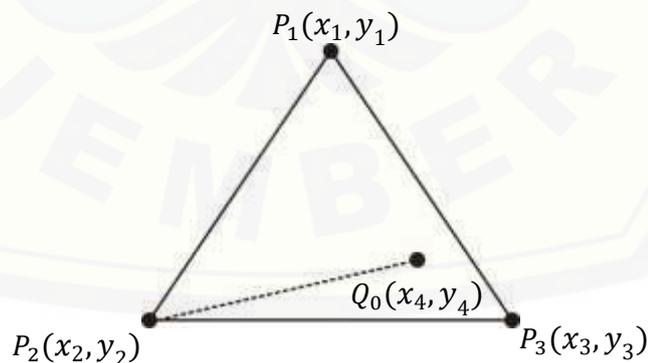
Gambar 3.2 Segitiga dengan tiga titik acuan

- b. Menentukan titik awal $Q_0(x_4, y_4)$ yang berada di dalam segitiga dan ditunjukkan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Penentuan titik awal

- c. Memilih salah satu titik acuan secara *random* untuk dihubungkan dengan titik awal $Q_0(x_4, y_4)$. Misalkan titik acuan yang terpilih adalah titik $P_2(x_2, y_2)$ yang ditunjukkan pada Gambar 3.4.



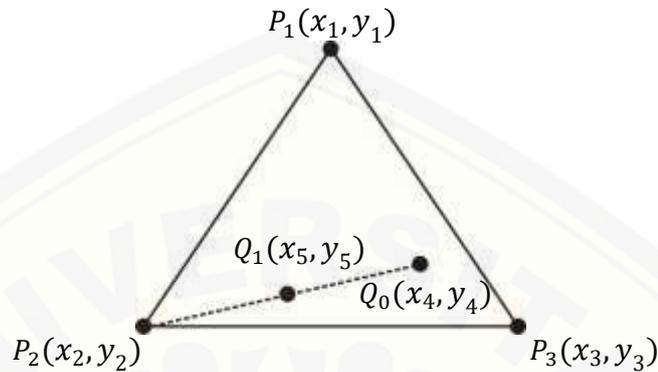
Gambar 3.4 Titik acuan terpilih

- d. Menentukan titik baru $Q_1(x_5, y_5)$ yang merupakan titik tengah segmen $\overline{Q_0P_2}$. Adapun rumus untuk menentukan nilai x_5 dan y_5 adalah sebagai berikut.

$$x_5 = \frac{x_4 + x_2}{2} \quad (3.1)$$

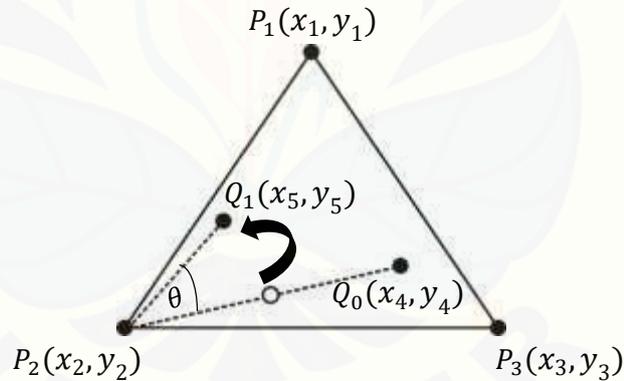
$$y_5 = \frac{y_4 + y_2}{2} \quad (3.2)$$

Titik baru $Q_1(x_5, y_5)$ ditunjukkan pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Titik baru Q_1

- e. Titik baru $Q_1(x_5, y_5)$ dilakukan rotasi sebesar θ misalkan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam dengan titik pusat rotasi yaitu titik acuan yang terpilih dan ditunjukkan pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6 Rotasi titik baru Q_1

- f. Titik yang diperoleh pada langkah ke-e dijadikan sebagai titik awal.
g. Mengulang langkah ke-c sampai langkah ke-f sehingga menghasilkan titik-titik baru dengan iterasi yang diinginkan.

Sedangkan modifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan penambahan rotasi dibagi menjadi lima macam berdasarkan banyaknya titik acuan yang akan menjadi pusat rotasi yaitu sebagai berikut.

a. Satu Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

Misalkan satu titik acuan yang akan menjadi pusat rotasi adalah titik $P_1(x_1, y_1)$. Aturan yang digunakan pada satu titik acuan sebagai titik pusat rotasi adalah jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_1(x_1, y_1)$, maka titik baru akan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ dengan titik pusat rotasi terletak di titik $P_1(x_1, y_1)$. Jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_2(x_2, y_2)$ atau titik $P_3(x_3, y_3)$, maka titik baru tidak dilakukan rotasi (Devaney, 2003).

b. Dua Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

Misalkan dua titik acuan yang akan menjadi pusat rotasi adalah titik acuan $P_2(x_2, y_2)$ dan $P_3(x_3, y_3)$. Aturan yang digunakan pada dua titik acuan sebagai pusat rotasi adalah jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_1(x_1, y_1)$, maka titik baru tidak akan dilakukan rotasi. Jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_2(x_2, y_2)$, maka titik baru akan dilakukan rotasi searah jarum jam sebesar θ dengan titik pusat rotasi di titik acuan yang terpilih tersebut. Sedangkan, jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_3(x_3, y_3)$, maka titik baru akan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ dengan titik pusat rotasi di titik acuan yang terpilih tersebut (Devaney, 2003).

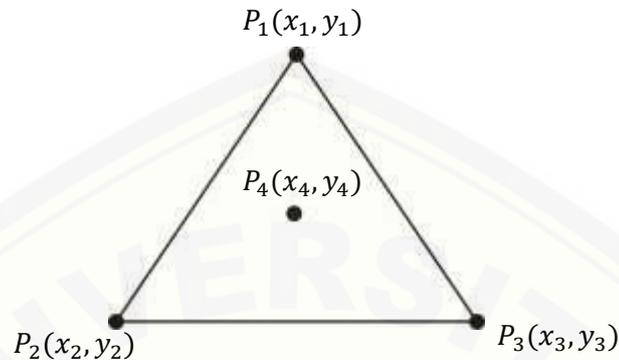
c. Tiga Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

Misalkan tiga titik acuan yang akan menjadi pusat rotasi yaitu titik acuan $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, dan $P_3(x_3, y_3)$. Aturan yang digunakan pada tiga titik acuan sebagai pusat rotasi adalah jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, atau $P_3(x_3, y_3)$, maka titik baru akan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ dengan titik pusat rotasi berdasarkan titik acuan yang telah terpilih tersebut.

d. Empat Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

Misalkan empat titik acuan yang akan menjadi pusat rotasi adalah titik acuan $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ dan satu titik acuan tambahan $P_4(x_4, y_4)$ yang berada di dalam segitiga. Titik-titik tersebut ditunjukkan pada Gambar 3.7. Aturan yang digunakan pada empat titik acuan sebagai pusat rotasi yaitu jika titik acuan

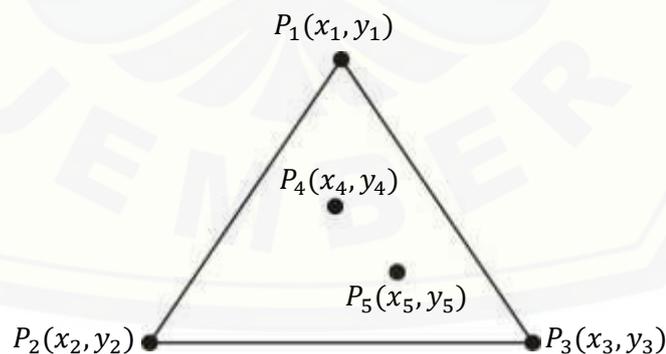
yang terpilih adalah titik $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ atau $P_4(x_4, y_4)$, maka titik baru akan dilakukan rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar θ dengan pusat rotasi di titik acuan yang telah terpilih tersebut.



Gambar 3.7 Satu titik acuan tambahan

e. Lima Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

Misalkan lima titik acuan yang akan menjadi pusat rotasi adalah tiga titik acuan $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ dan dua titik acuan tambahan yaitu berupa titik $P_4(x_4, y_4)$ dan $P_5(x_5, y_5)$ yang berada di dalam segitiga ditunjukkan pada Gambar 3.8. Aturan yang digunakan pada lima titik acuan sebagai sudut rotasi yaitu jika titik acuan yang terpilih adalah titik $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$, $P_4(x_4, y_4)$, atau $P_5(x_5, y_5)$, maka titik baru akan dilakukan rotasi sebesar θ berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi di titik acuan yang terpilih tersebut.



Gambar 3.8 Dua titik acuan tambahan

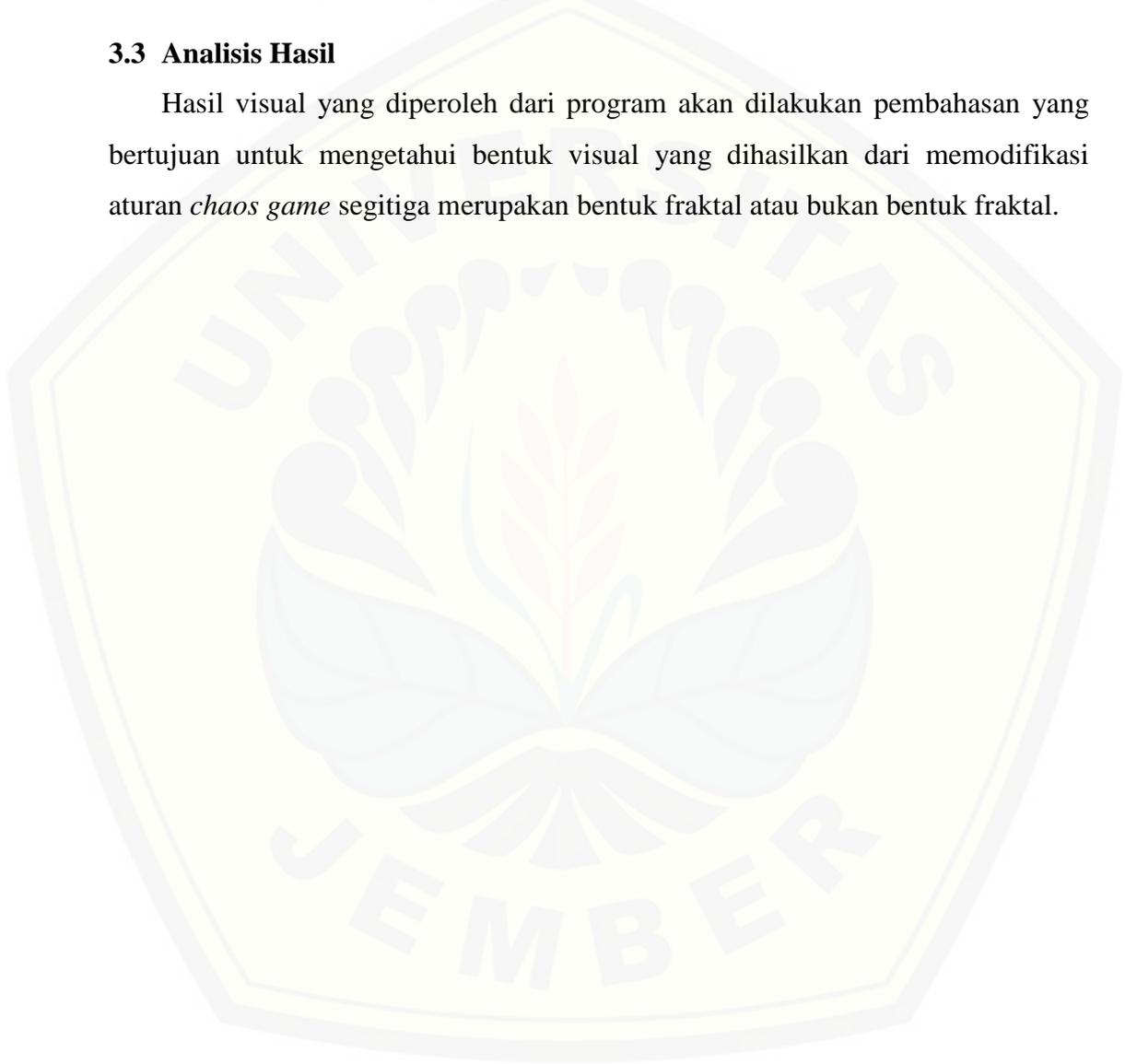
3.2 Simulasi Program MATLAB

Pada penelitian ini akan menggunakan *software* MATLAB R2016b untuk membuat program. Program ini yang nantinya akan digunakan untuk mengetahui

hasil visual dari memodifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan titik pusat rotasi pada satu titik acuan, dua titik acuan, tiga titik acuan, empat titik acuan, dan lima titik acuan. *Script* program berisi tiga titik acuan yang membentuk segitiga dan titik acuan tambahan, titik awal dan titik baru. Program ini dijalankan dengan proses *running* dan terdapat 5 *script* program.

3.3 Analisis Hasil

Hasil visual yang diperoleh dari program akan dilakukan pembahasan yang bertujuan untuk mengetahui bentuk visual yang dihasilkan dari memodifikasi aturan *chaos game* segitiga merupakan bentuk fraktal atau bukan bentuk fraktal.



BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang diperoleh dari memodifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan memvariasikan sudut rotasi pada satu, dua, tiga, empat, dan lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi adalah sebagai berikut.

1. Hasil visual yang terbentuk dari memvariasikan sudut rotasi $10^\circ, 20^\circ, \dots, 360^\circ$ pada satu, dua, tiga, empat, dan lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi merupakan bentuk fraktal karena memiliki sifat *self-similarity* dan kumpulan titik-titik baru yang terbentuk mengalami perputaran dengan titik pusat rotasi berdasarkan titik acuan yang terpilih dengan arah perputaran berdasarkan aturannya.
2. Hasil visual sudut rotasi θ simetris secara visual terhadap sumbu-y dengan hasil visual sudut rotasi $360^\circ - \theta$ pada satu, tiga, empat, dan lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi.
3. Pada dua titik acuan sebagai titik pusat rotasi diperoleh bahwa terdapat dua bagian yang simetris secara visual terhadap garis tertentu.
4. Hasil visual sudut rotasi $\theta = 360^\circ$ pada satu, dua, dan tiga titik acuan sebagai titik pusat rotasi menunjukkan bahwa terdapat tiga kumpulan titik-titik baru yang mengumpulkan berdasarkan titik acuannya dengan bentuk menyerupai bentuk bagian terluarnya dan hasil visual ini serupa dengan segitiga Sierpinski.
5. Hasil visual sudut rotasi $\theta = 360^\circ$ pada empat titik acuan sebagai titik pusat rotasi terdapat empat kumpulan titik-titik baru dan pada lima titik acuan sebagai titik pusat rotasi terdapat lima kumpulan titik-titik baru yang mengumpul berdasarkan titik acuannya dengan bentuk menyerupai bentuk bagian terluarnya dan hasil visual ini hampir serupa dengan segitiga Sierpinski.

5.2 Saran

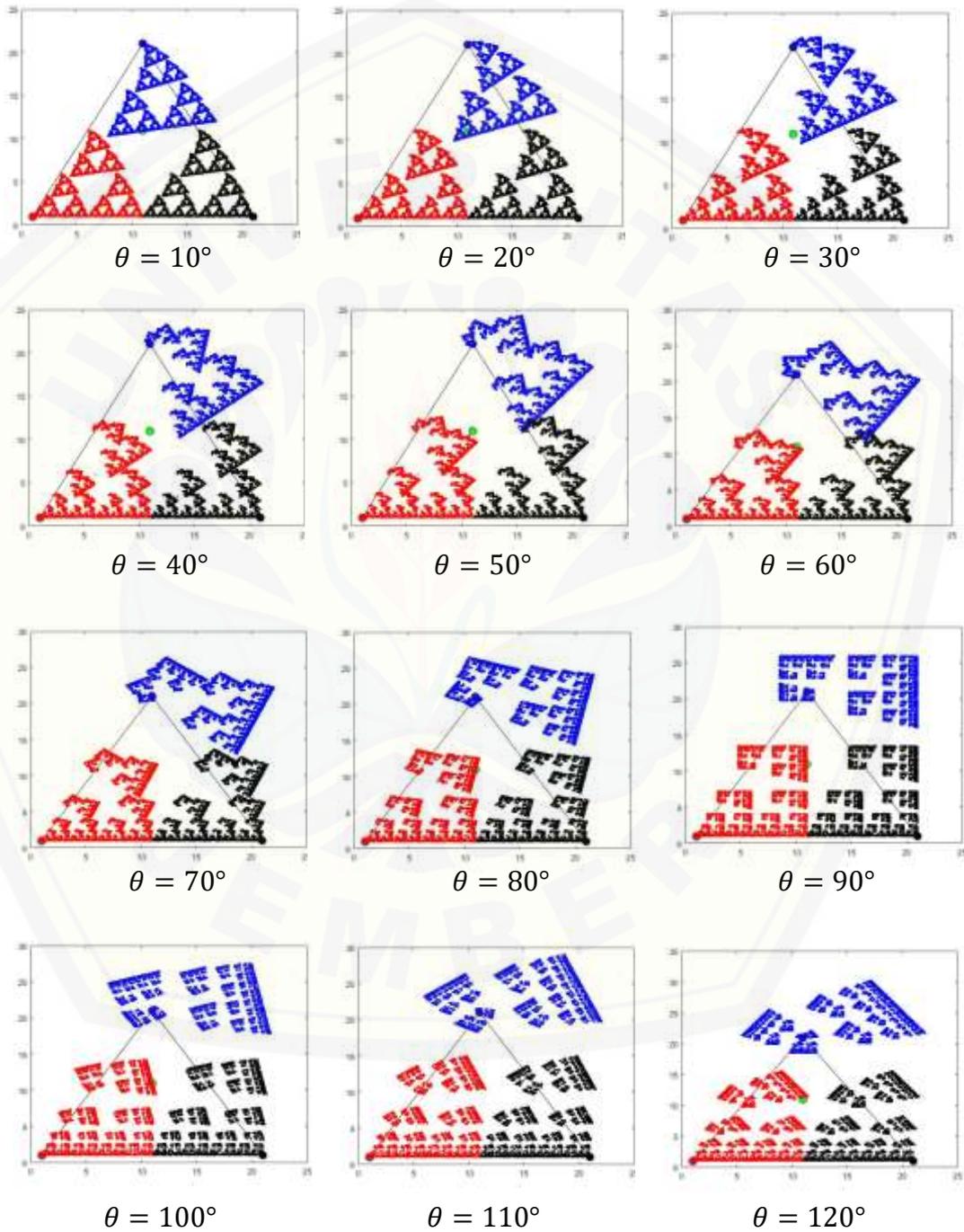
Saran bagi penelitian selanjutnya adalah memodifikasi aturan *chaos game* segitiga dengan keadaan awal terdapat dua segitiga, tiga segitiga, n segitiga atau mengombinasikannya dengan bentuk dasar geometri yang lainnya.

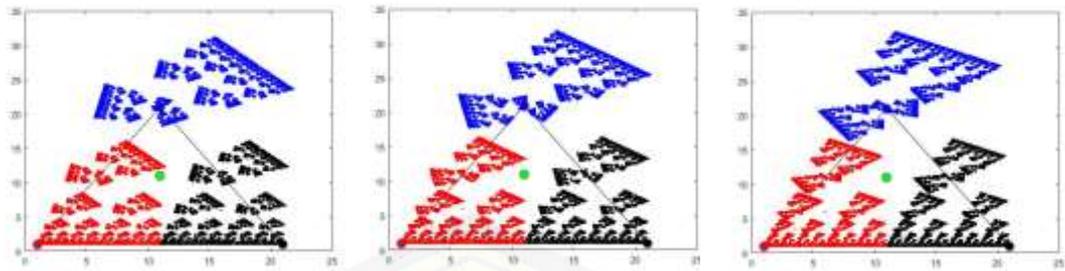
DAFTAR PUSTAKA

- Devaney, R.L. 2003. *Fractal Patterns and Chaos Games*. Boston: Department of Mathematics Boston University.
- Dikara, N.A. 2019. Modifikasi *Chaos Game* dengan Titik Acuan Membentuk Poligon *Non-Convex*. *Skripsi*. Jember: Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Kusno. 2003. *Geometri Rancang Bangun Tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Larasati, I. 2019. Modifikasi *Chaos Game* dengan Variasi Rotasi pada Segiempat. *Skripsi*. Jember: Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Purnomo, K. D. 2014. Pembangkitan Segitiga Sierpinski dengan Transformasi Affine Berbasis beberapa benda geometris. *Prosiding Seminar Nasional Matematika*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember. Hal: 365-375.
- Purnomo, K. D., Rere F. A., dan Kusno. 2016. Kajian Pembentukan Segitiga Sierpinski pada Masalah Chaos Game dengan Memanfaatkan Transformasi Affine. *Jurnal Matematika* Vol. 6 No. 2: 86-92.
- Ratna, E. N. 2018. Modifikasi Aturan *Chaos Game* dengan Memanfaatkan Titik Berat Segitiga. *Skripsi*. Jember: Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Sampurno, J. dan Irfana Diah Faryuni. 2016. *Metode Analisis Fraktal*. Yogyakarta: Deepublish.
- Yunaning, F. 2018. Kajian Aturan Non-Random *Chaos Game* pada Segitiga. *Skripsi*. Jember: Fakultas MIPA Universitas Jember.

LAMPIRAN

A. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Satu Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

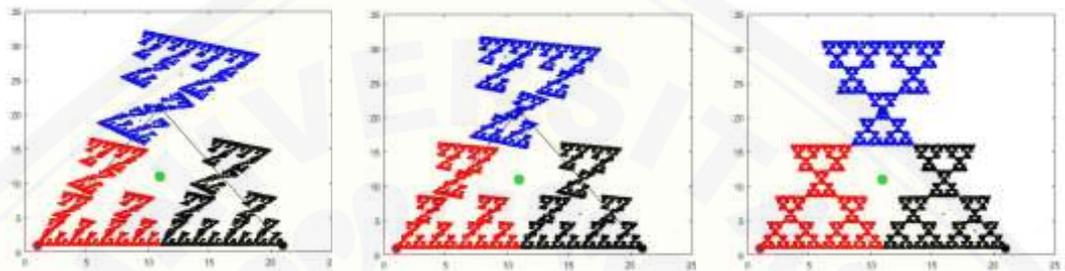




$\theta = 130^\circ$

$\theta = 140^\circ$

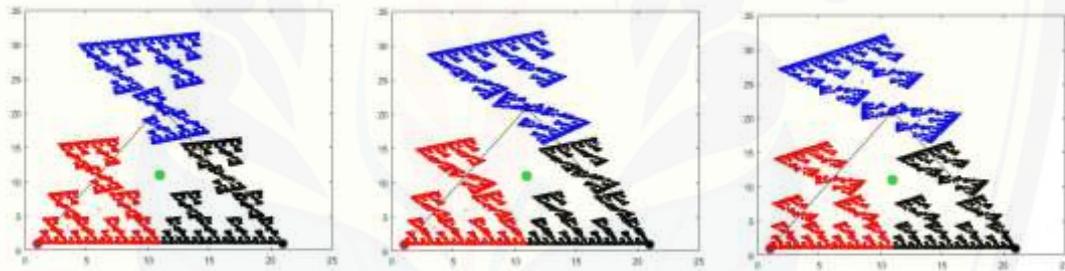
$\theta = 150^\circ$



$\theta = 160^\circ$

$\theta = 170^\circ$

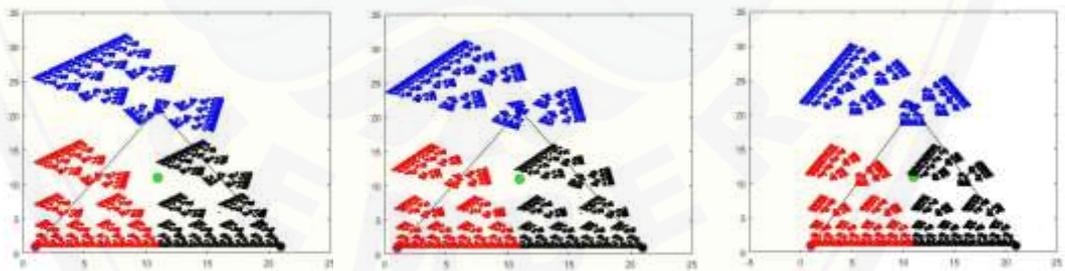
$\theta = 180^\circ$



$\theta = 190^\circ$

$\theta = 200^\circ$

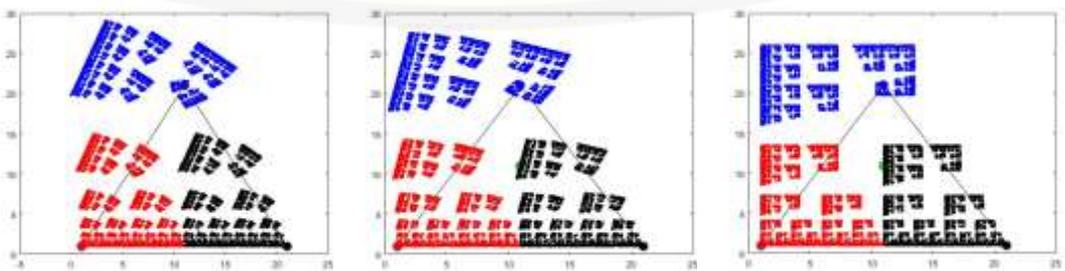
$\theta = 210^\circ$



$\theta = 220^\circ$

$\theta = 230^\circ$

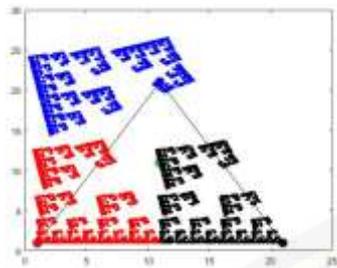
$\theta = 240^\circ$



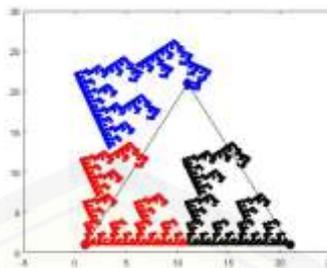
$\theta = 250^\circ$

$\theta = 260^\circ$

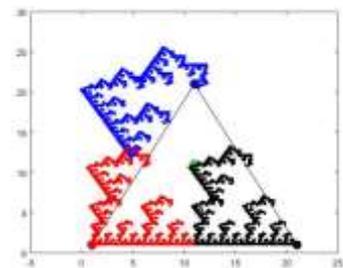
$\theta = 270^\circ$



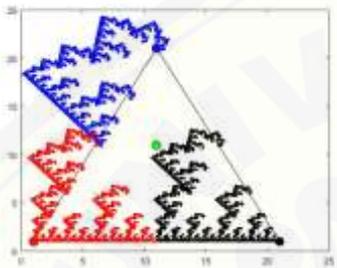
$\theta = 280^\circ$



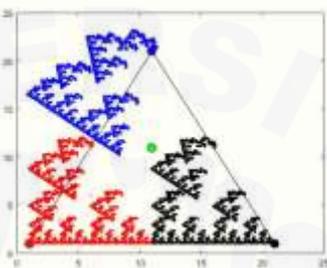
$\theta = 290^\circ$



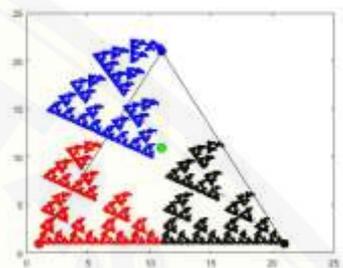
$\theta = 300^\circ$



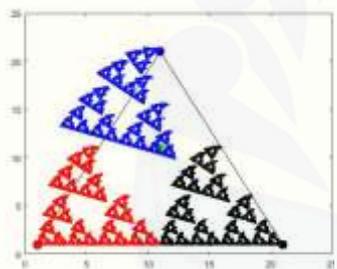
$\theta = 310^\circ$



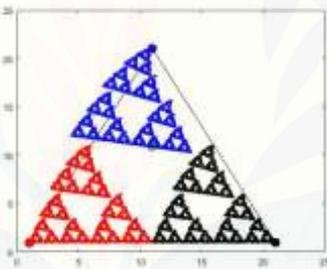
$\theta = 320^\circ$



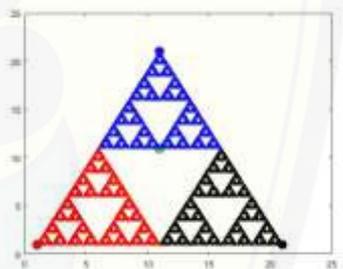
$\theta = 330^\circ$



$\theta = 340^\circ$

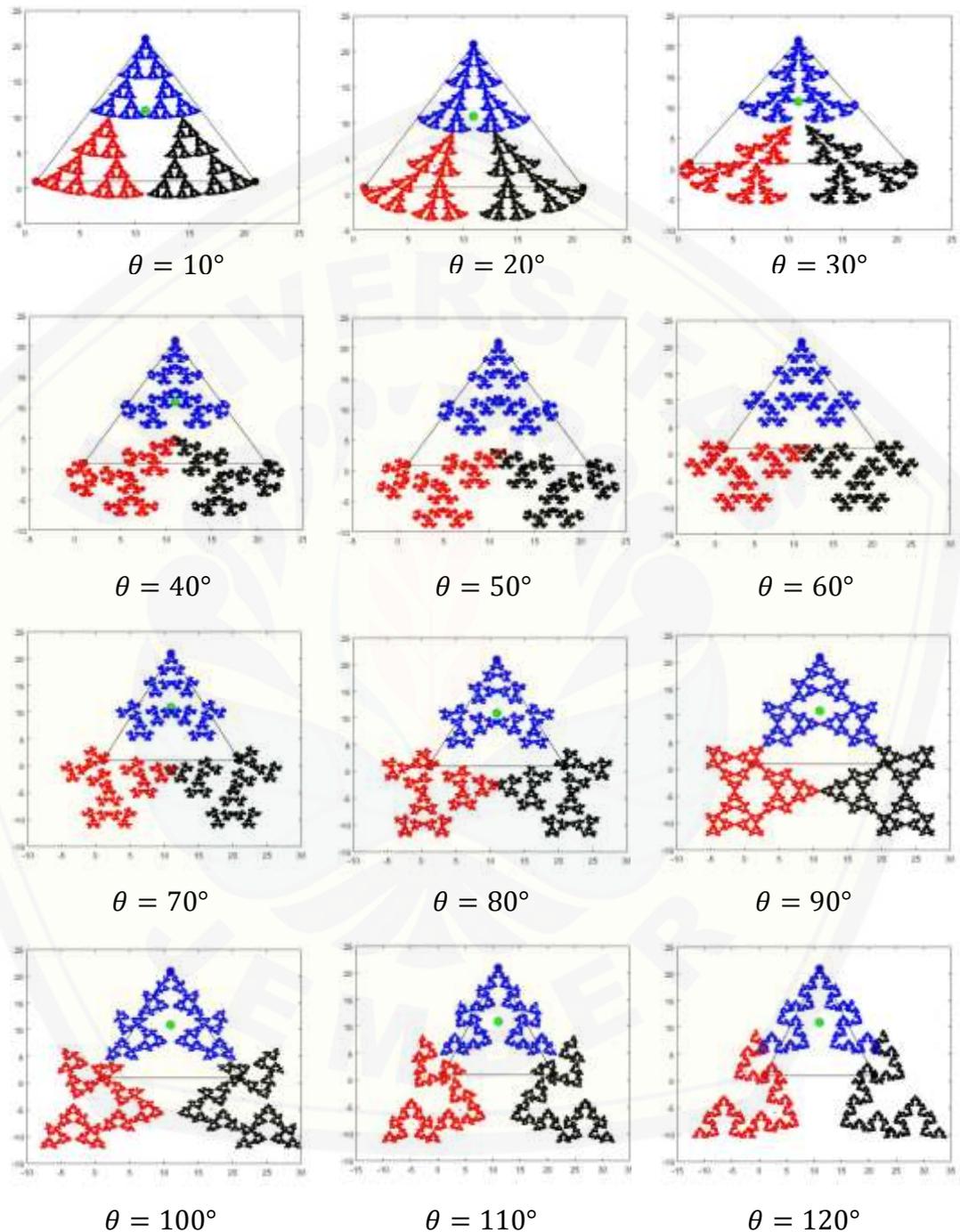


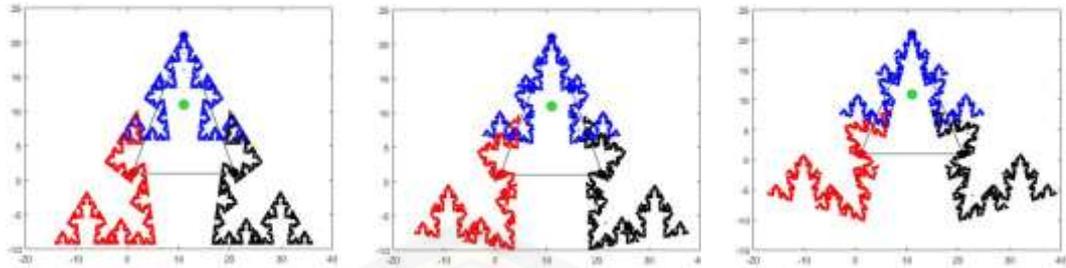
$\theta = 350^\circ$



$\theta = 360^\circ$

B. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Dua Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

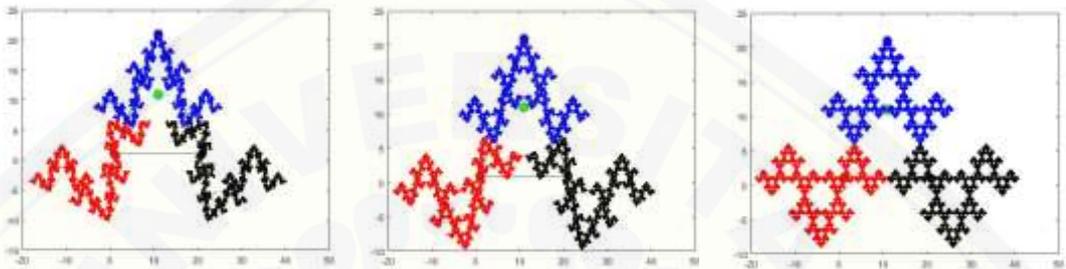




$\theta = 130^\circ$

$\theta = 140^\circ$

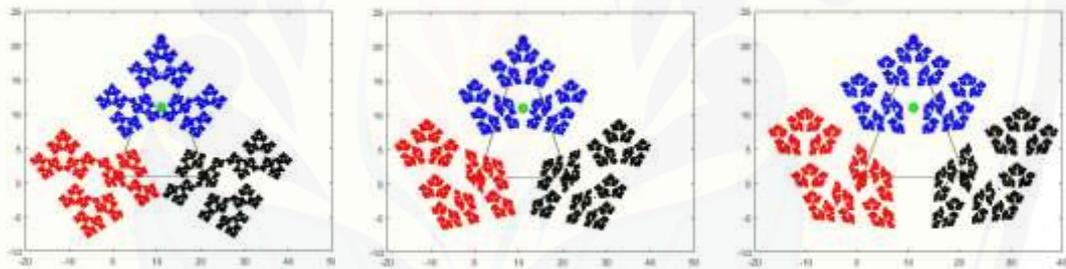
$\theta = 150^\circ$



$\theta = 160^\circ$

$\theta = 170^\circ$

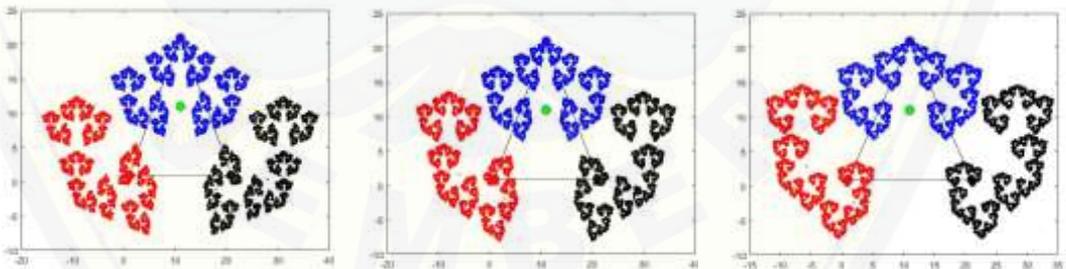
$\theta = 180^\circ$



$\theta = 190^\circ$

$\theta = 200^\circ$

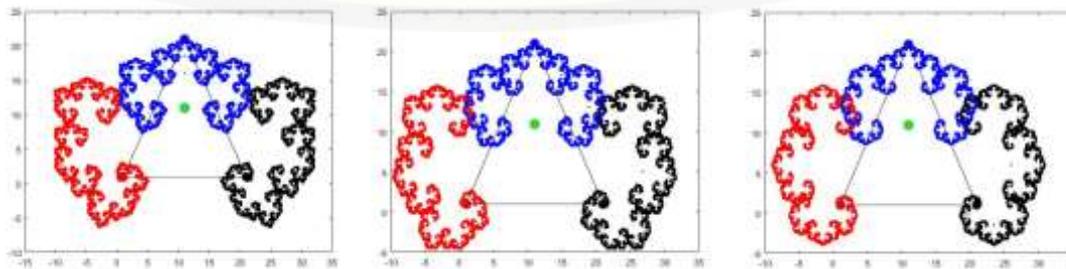
$\theta = 210^\circ$



$\theta = 220^\circ$

$\theta = 230^\circ$

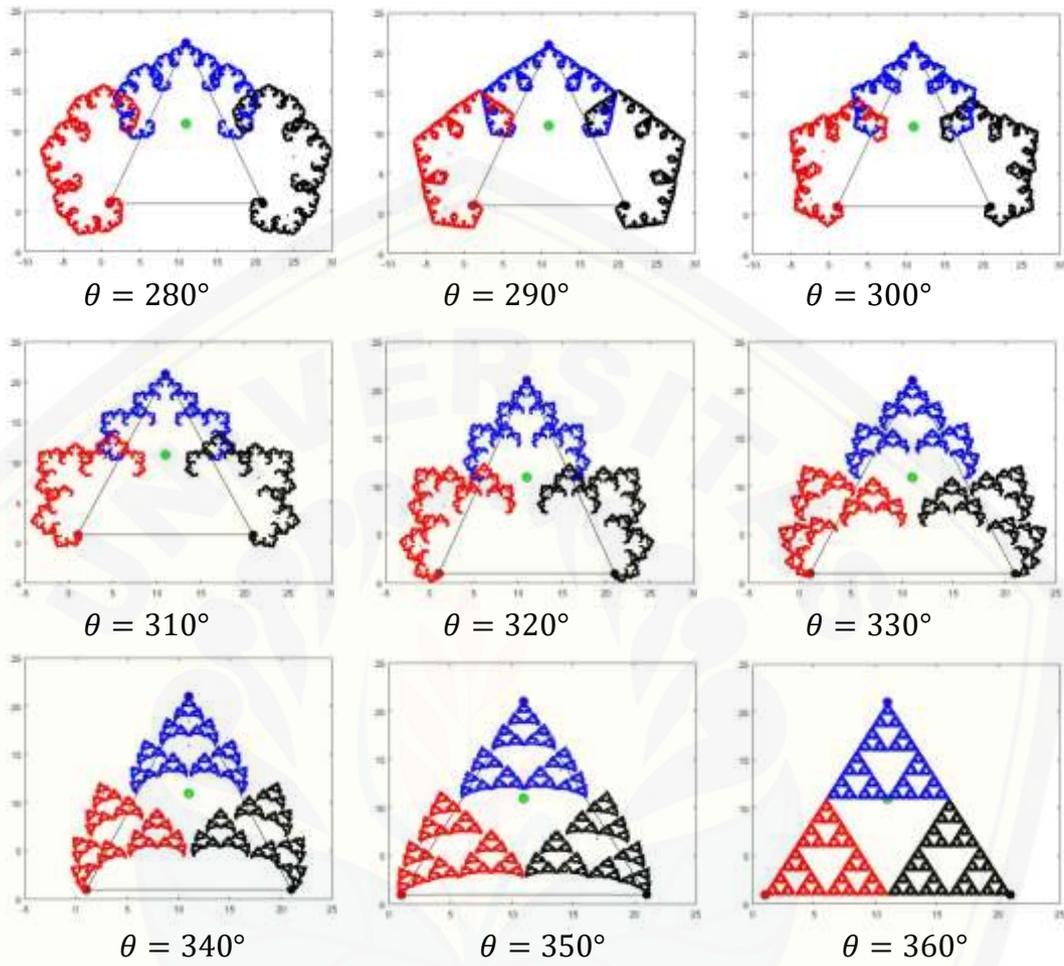
$\theta = 240^\circ$



$\theta = 250^\circ$

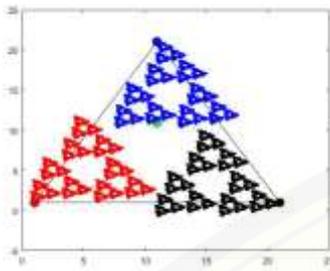
$\theta = 260^\circ$

$\theta = 270^\circ$

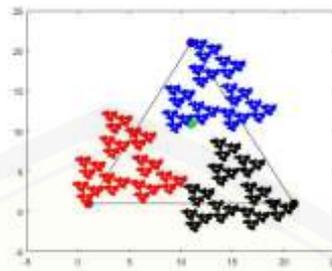


C. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Tiga Titik Acuan sebagai Titik Pusat

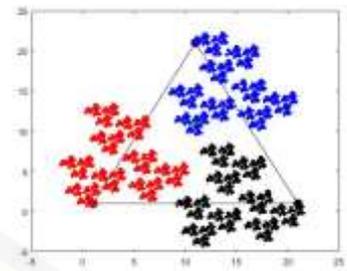
Rotasi



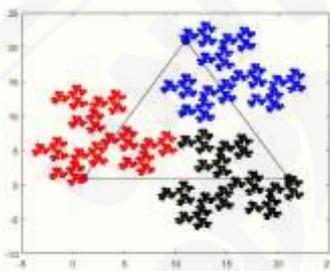
$\theta = 10^\circ$



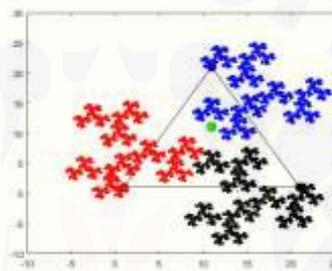
$\theta = 20^\circ$



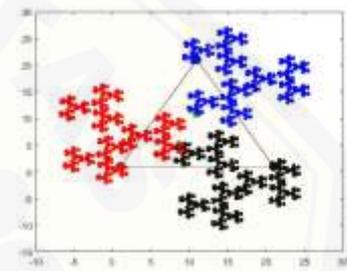
$\theta = 30^\circ$



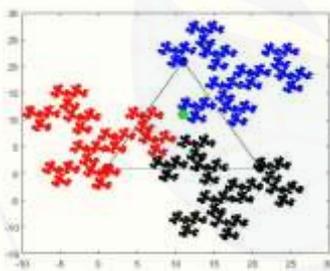
$\theta = 40^\circ$



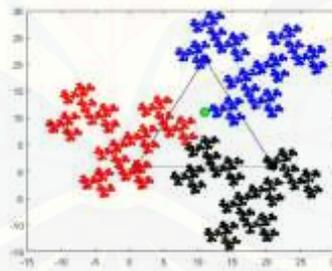
$\theta = 50^\circ$



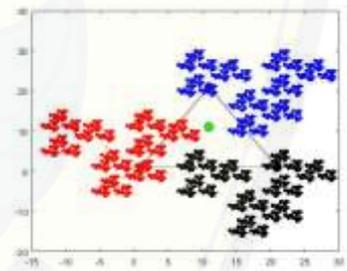
$\theta = 60^\circ$



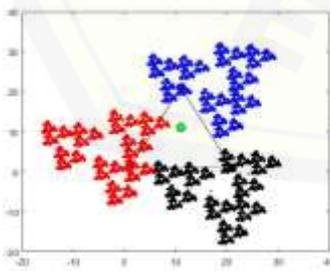
$\theta = 70^\circ$



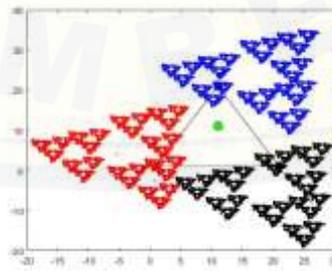
$\theta = 80^\circ$



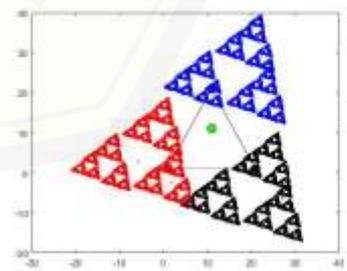
$\theta = 90^\circ$



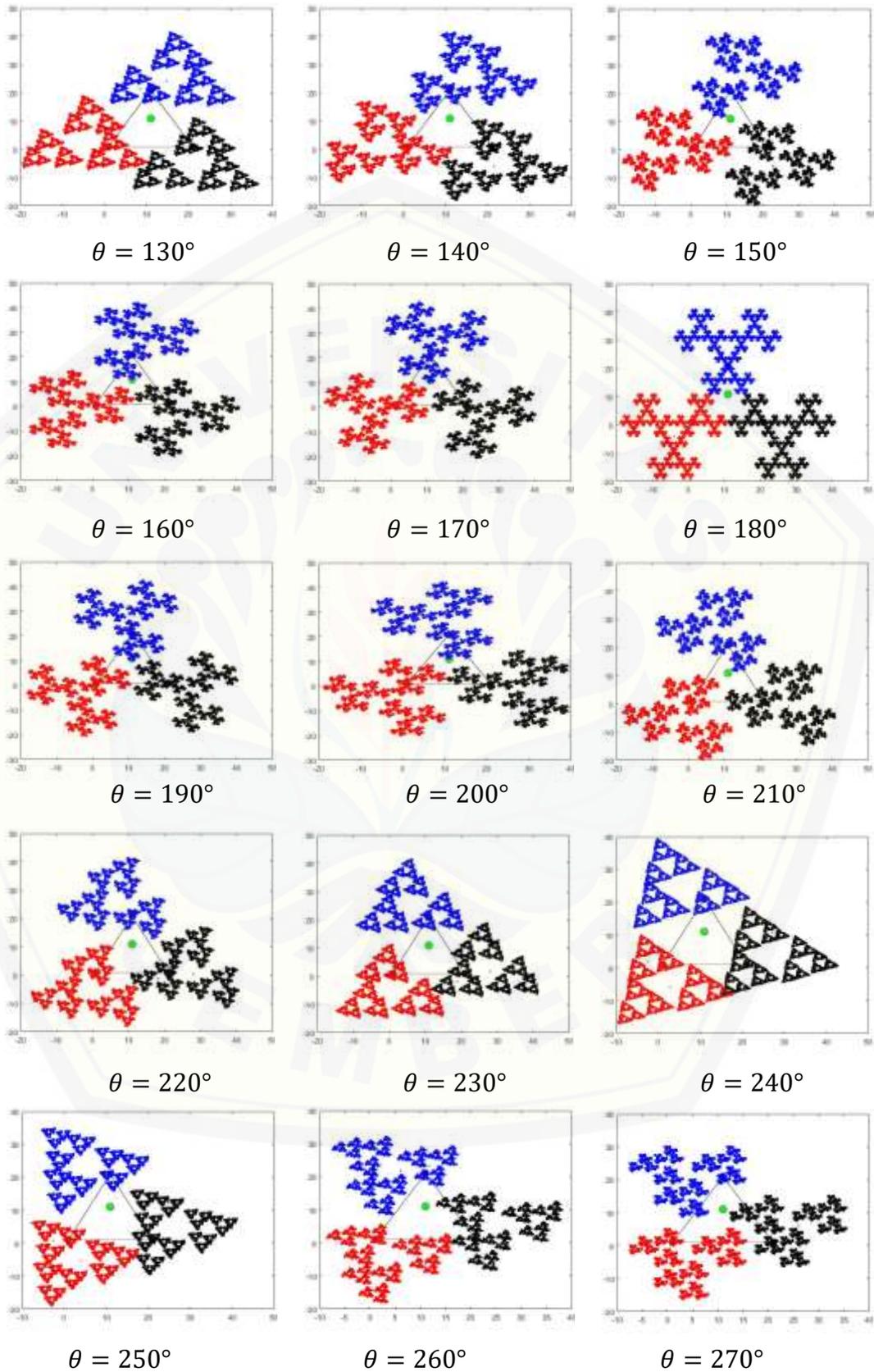
$\theta = 100^\circ$

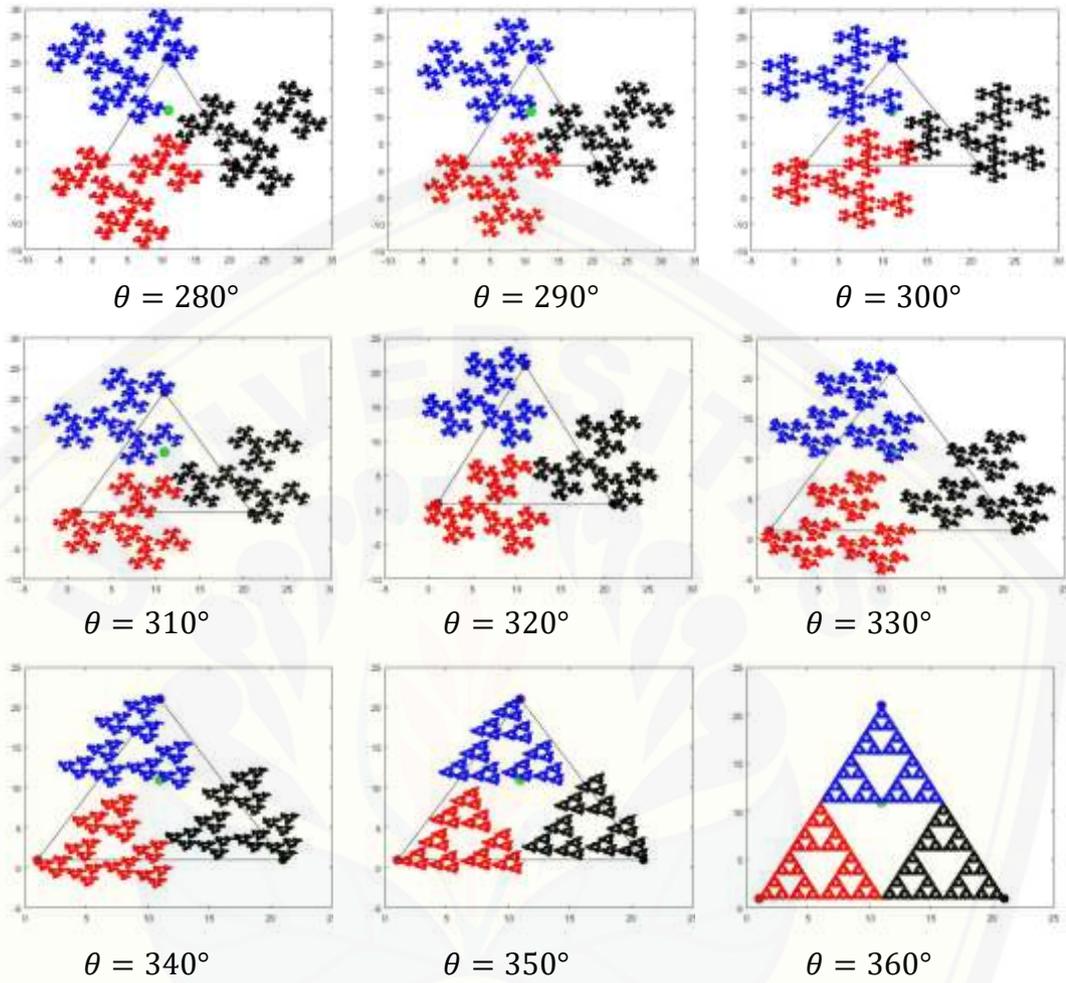


$\theta = 110^\circ$

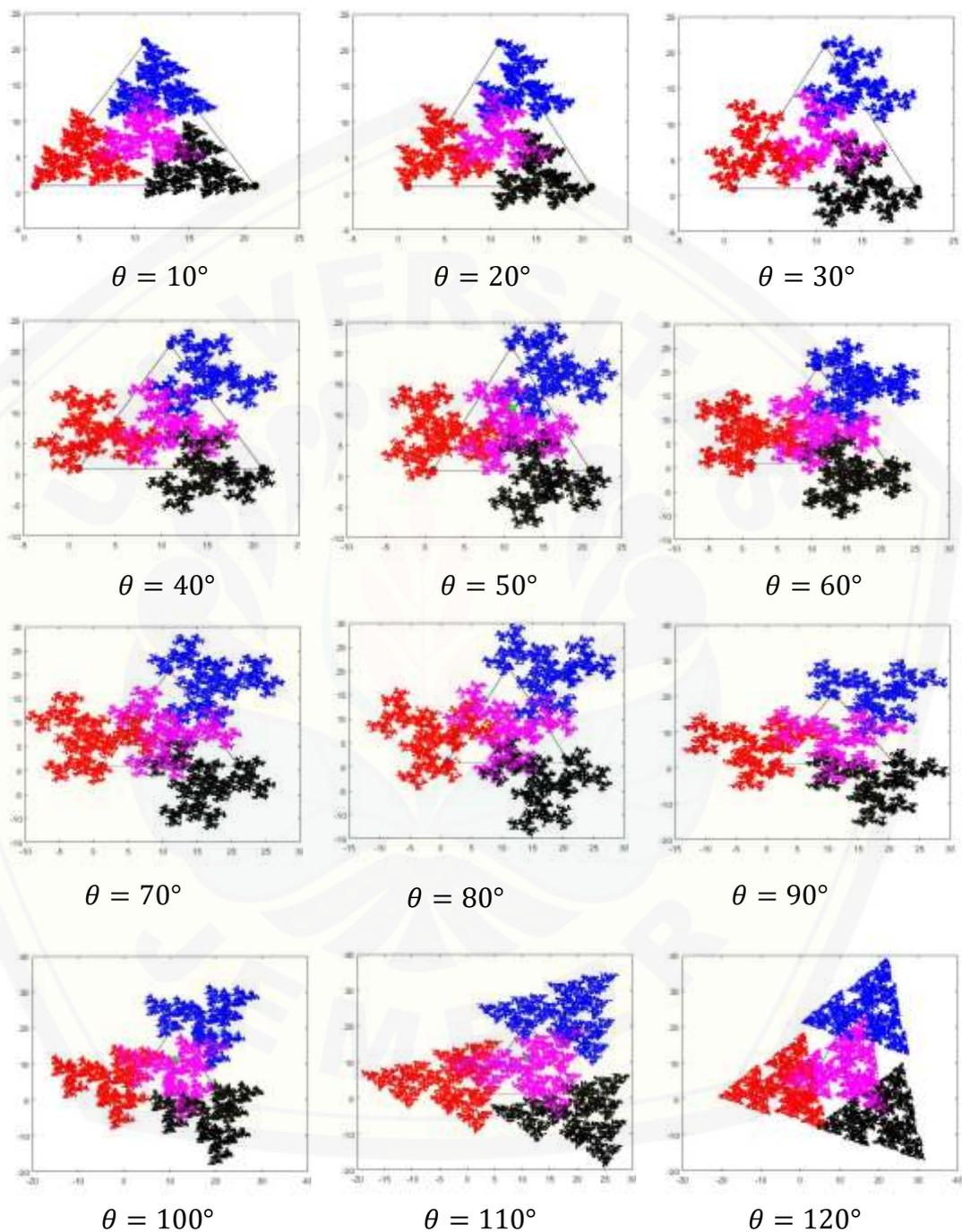


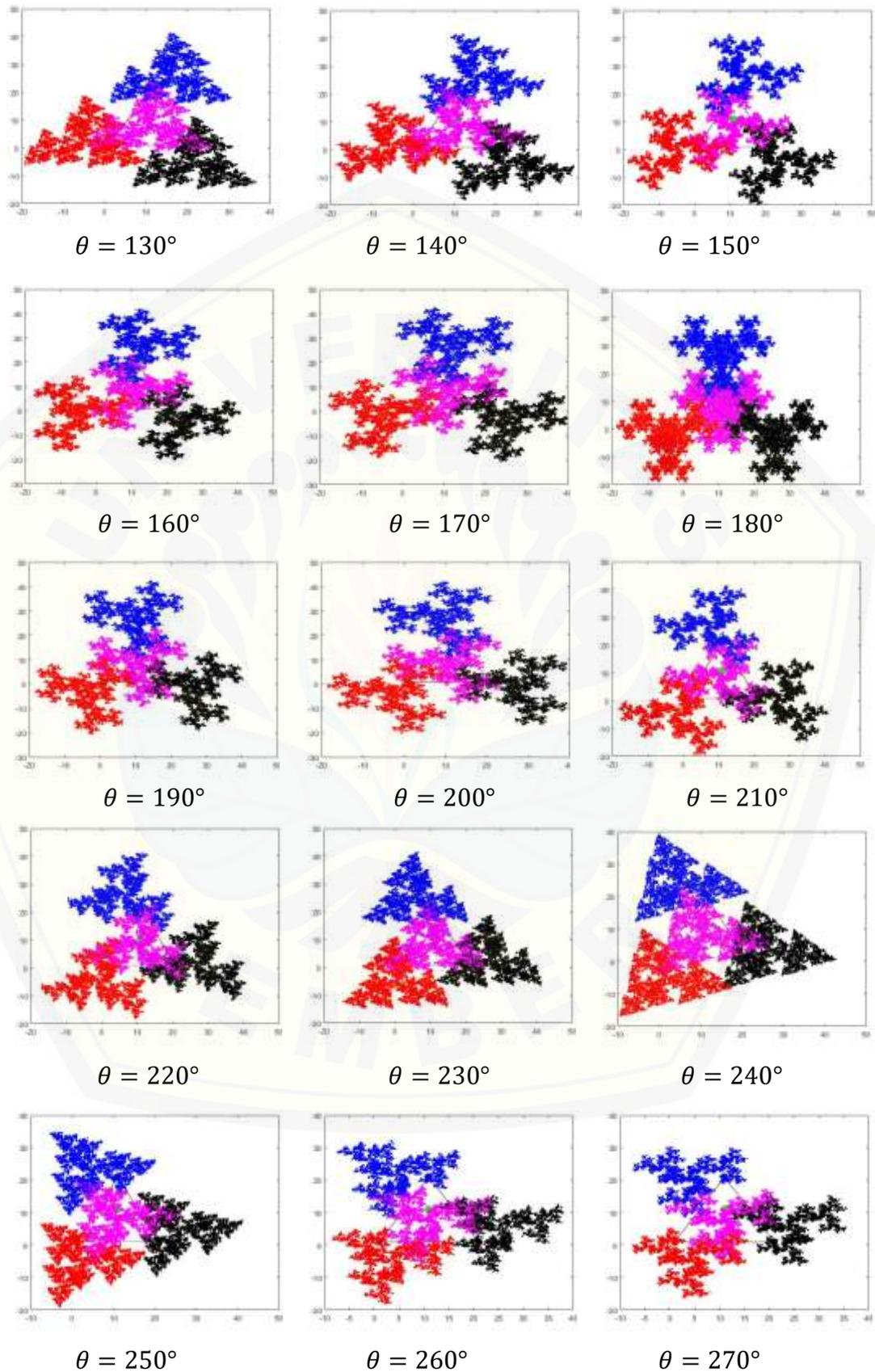
$\theta = 120^\circ$

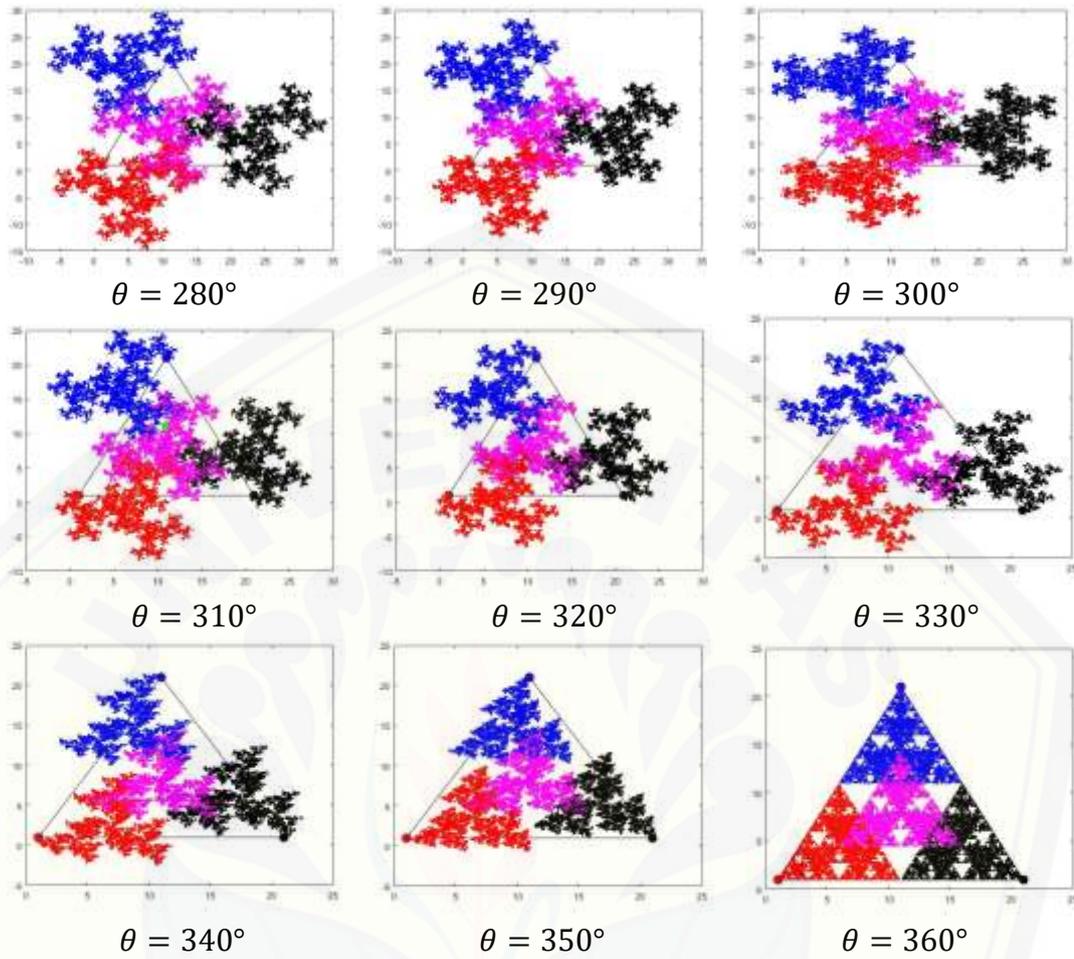




D. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Empat Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi

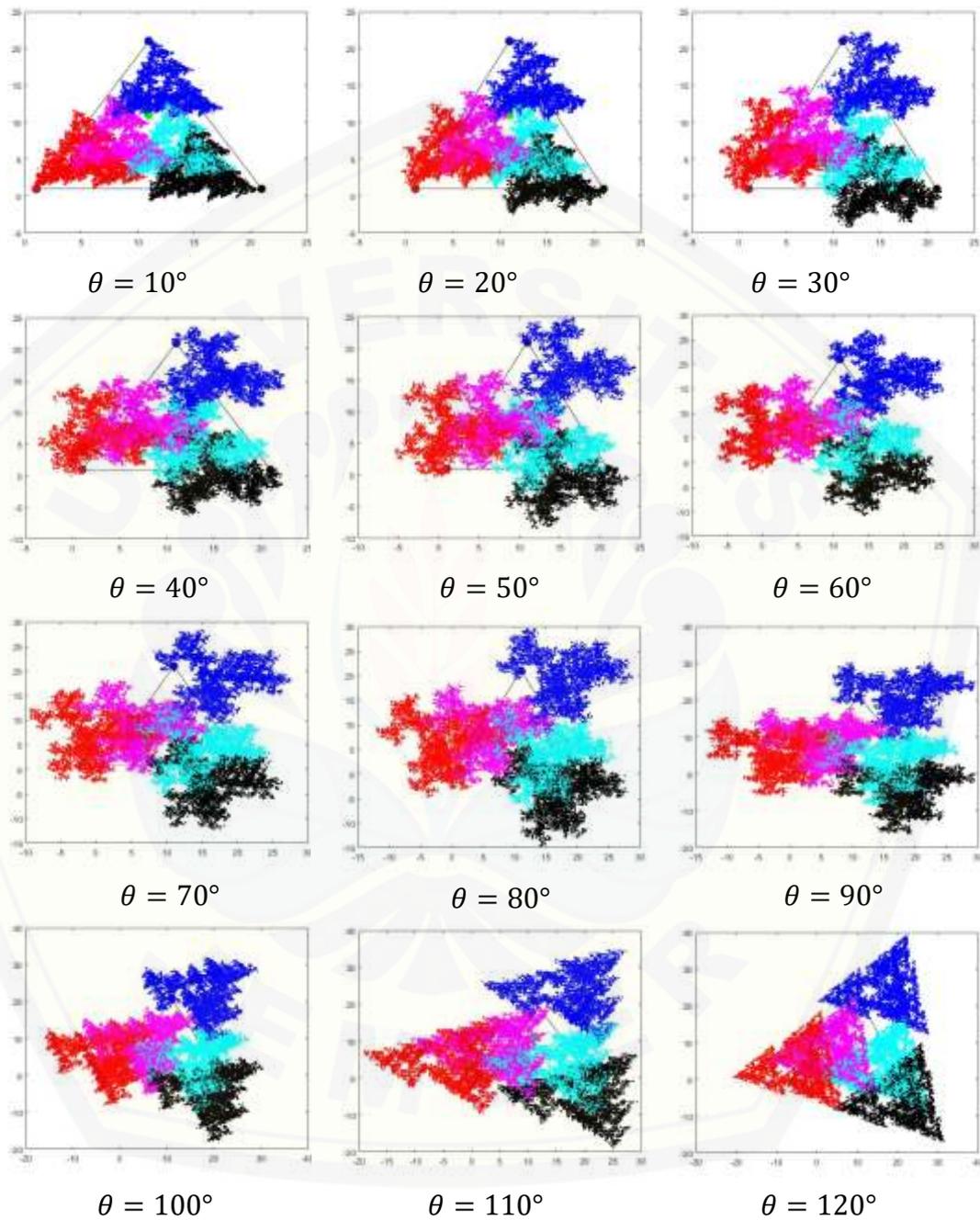


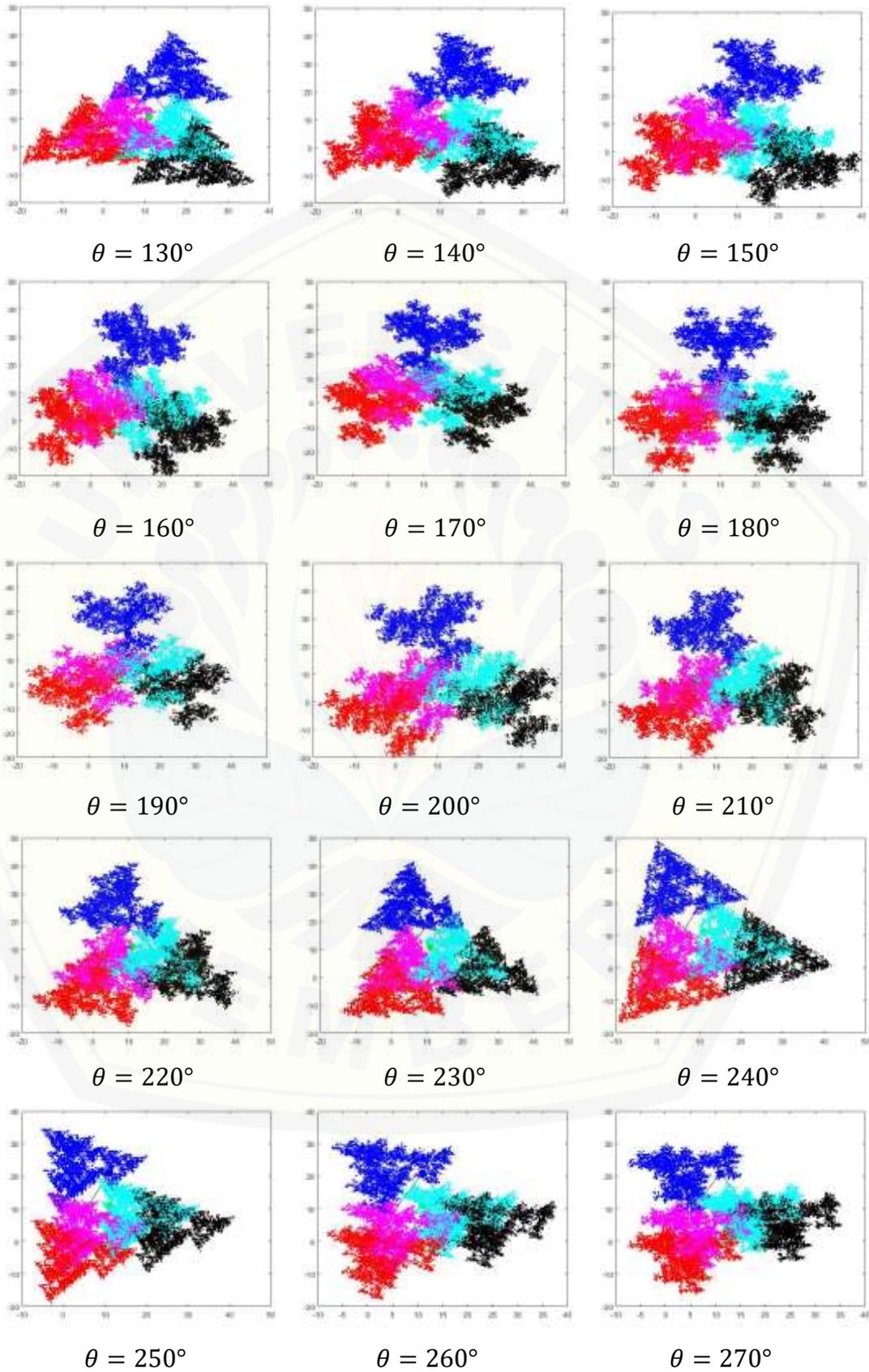


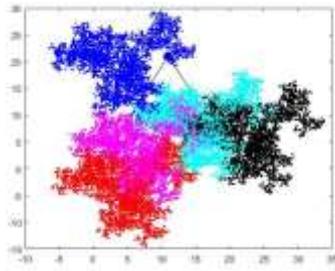


JEMBER

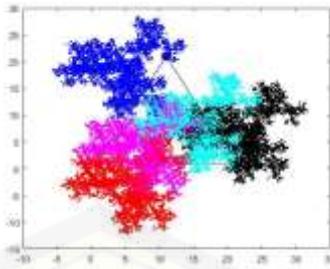
E. Hasil Visual Variasi Rotasi pada Lima Titik Acuan sebagai Titik Pusat Rotasi



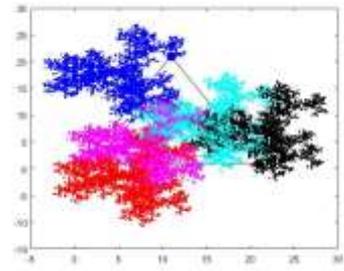




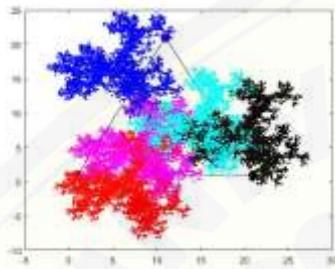
$\theta = 280^\circ$



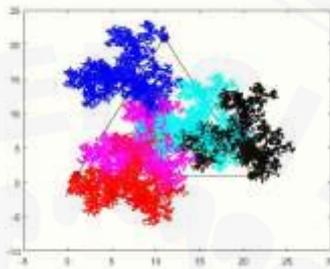
$\theta = 290^\circ$



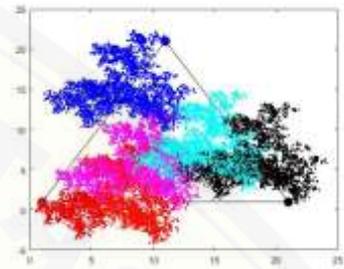
$\theta = 300^\circ$



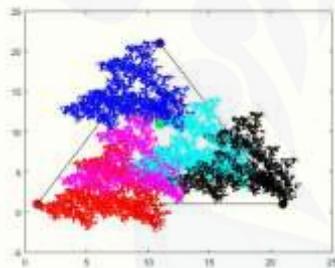
$\theta = 310^\circ$



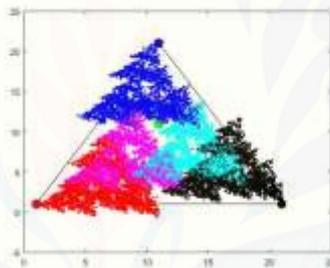
$\theta = 320^\circ$



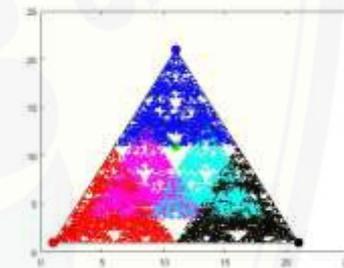
$\theta = 330^\circ$



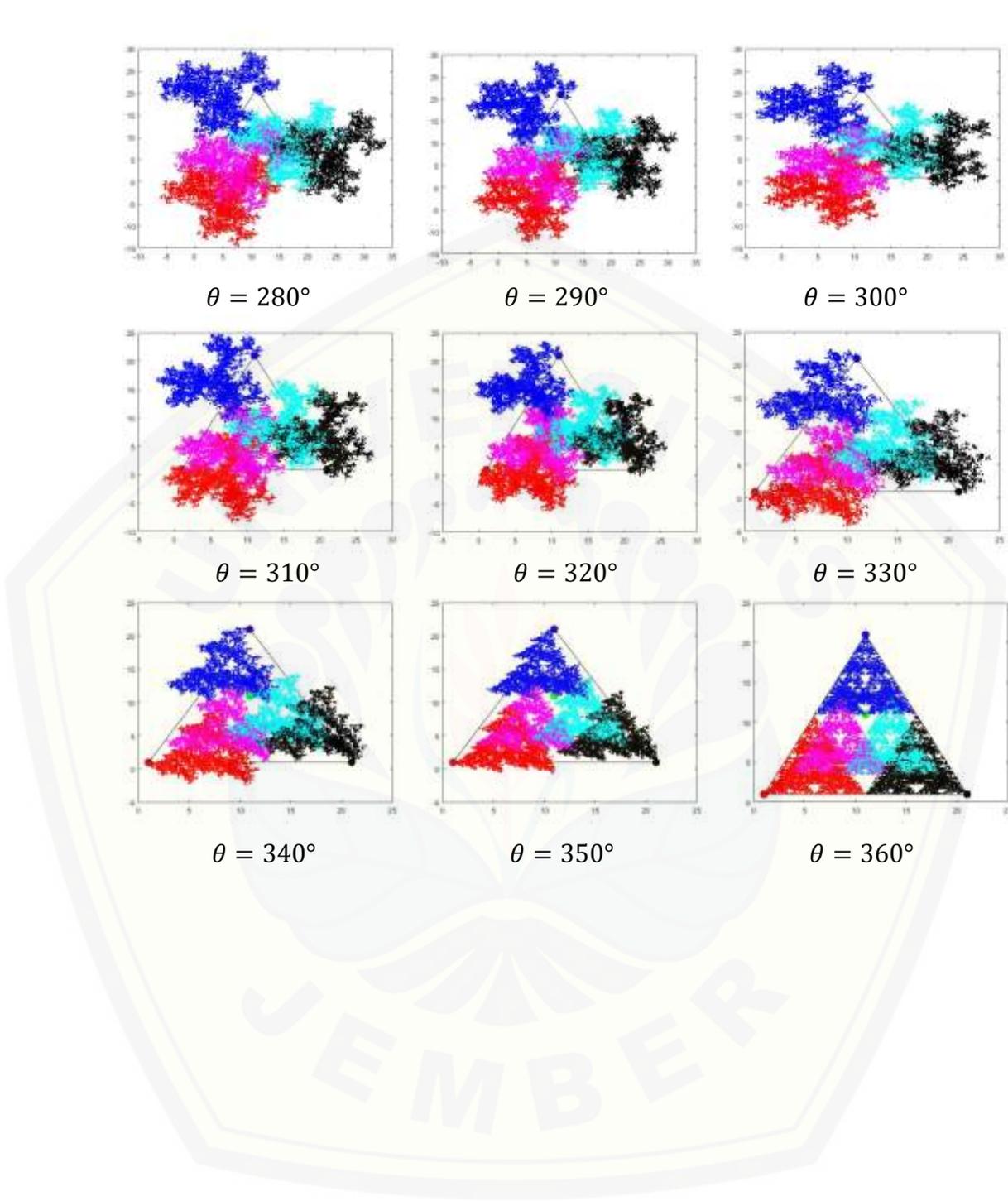
$\theta = 340^\circ$



$\theta = 350^\circ$



$\theta = 360^\circ$



F. Script Program Satu Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi

```

clear; clc; clf
%Tiga Titik Acuan
A1x=[1,11,21];
A1y=[1,21,1];
%Garis Segitiga
x=[1 11 21 1]; y=[1 21 1 1];
%Titik Awal
A2x(1)=11;
A2y(1)=11;
%Sudut Rotasi
t=(10*pi)/180;
%Iterasi
n=15000;
%Ploting
plot(A1x(1),A1y(1),'o','MarkerFaceColor','r','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(2),A1y(2),'o','MarkerFaceColor','b','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(3),A1y(3),'o','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',10)
hold on
plot(A2x(1),A2y(1),'o','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10)
hold on
plot(x,y,'k')
hold on
%Titik-titik Baru
for i=2:n
    p=ceil(rand*3);%p adalah bilangan random dengan pembulatan
    ke atas
    if p==1
        A2x(i)=(A2x(i-1)+A1x(1))/2;
        A2y(i)=(A2y(i-1)+A1y(1))/2;
        plot(A2x(i),A2y(i),'r.')
    elseif p==2
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-A1x(2))*cos(t)-
        (((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*sin(t)+A1x(2);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-
        A1x(2))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*cos(t)+A1y(2);
        plot(A2x(i),A2y(i),'b.')
    elseif p==3
        A2x(i)=(A2x(i-1)+A1x(3))/2;
        A2y(i)=(A2y(i-1)+A1y(3))/2;
        plot(A2x(i),A2y(i),'k.')
    end
end
pause(1e-100)
end

```

G. Script Program Dua Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi

```

clear; clc; clf
%Tiga Titik Acuan
A1x=[1,11,21];
A1y=[1,21,1];
%Garis Segitiga
x=[1 11 21 1]; y=[1 21 1 1];
%Titik Awal
A2x(1)=11;
A2y(1)=11;
%Sudut Rotasi
t=(10*pi)/180;
%Iterasi
n=15000;
%Ploting
plot(A1x(1),A1y(1),'o','MarkerFaceColor','r','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(2),A1y(2),'o','MarkerFaceColor','b','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(3),A1y(3),'o','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',10)
hold on
plot(A2x(1),A2y(1),'o','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10)
hold on
plot(x,y,'k')
hold on
%Titik-titik Baru
for i=2:n
    p=ceil(rand*3); %p adalah bilangan random dengan pembulatan
    ke atas
    if p==1
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*cos(t)+(((A2y(i-
        1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*sin(t)+A1x(1);
        A2y(i)=(-1)*(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-
        A1x(1))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*cos(t)+A1y(1);
        plot(A2x(i),A2y(i),'r.')
    elseif p==2
        A2x(i)=(A2x(i-1)+A1x(2))/2;
        A2y(i)=(A2y(i-1)+A1y(2))/2;
        plot(A2x(i),A2y(i),'b.')
    elseif p==3
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-A1x(3))*cos(t)-
        (((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*sin(t)+A1x(3);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-
        A1x(3))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*cos(t)+A1y(3);
        plot(A2x(i),A2y(i),'k.')
    end
    pause(1e-100)
end
end

```

H. Script Program Tiga Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi

```

clear; clc; clf
%Tiga Titik Acuan
A1x=[1,11,21];
A1y=[1,21,1];
%Garis Segitiga
x=[1 11 21 1]; y=[1 21 1 1];
%Titik Awal
A2x(1)=11;
A2y(1)=11;
%Sudut Rotasi
t=(10*pi)/180;
%Iterasi
n=15000;
%Ploting
plot(A1x(1),A1y(1),'o','MarkerFaceColor','r','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(2),A1y(2),'o','MarkerFaceColor','b','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(3),A1y(3),'o','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',10)
hold on
plot(A2x(1),A2y(1),'o','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10)
hold on
plot(x,y,'k')
hold on
%Titik-titik Baru
for i=2:n
    p=ceil(rand*3);%p adalah bilangan random dengan pembulatan
    ke atas
    if p==1
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*sin(t)+A1x(1);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*cos(t)+A1y(1);
        plot(A2x(i),A2y(i),'r.')
    elseif p==2
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-A1x(2))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*sin(t)+A1x(2);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-A1x(2))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*cos(t)+A1y(2);
        plot(A2x(i),A2y(i),'b.')
    elseif p==3
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-A1x(3))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*sin(t)+A1x(3);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-A1x(3))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*cos(t)+A1y(3);
        plot(A2x(i),A2y(i),'k.')
    end
    pause(1e-100)
end
end

```

I. Script Program Empat Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi

```

clear; clc; clf
%Tiga Titik Acuan dan Satu Titik Acuan Tambahan
A1x=[1,11,21,11];
A1y=[1,21,1,8];
%Garis Segitiga
x=[1 11 21 1]; y=[1 21 1 1];
%Titik Awal
A2x(1)=11;
A2y(1)=11;
t=(10*pi)/180; %Sudut Rotasi
n=20000; %Iterasi
%Ploting
plot(A1x(1),A1y(1),'o','MarkerFaceColor','r','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(2),A1y(2),'o','MarkerFaceColor','b','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(3),A1y(3),'o','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(4),A1y(4),'o','MarkerFaceColor','m','MarkerSize',10)
hold on
plot(A2x(1),A2y(1),'o','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10)
hold on
plot(x,y,'k')
hold on
%Titik-titik Baru
for i=2:n
    p=ceil(rand*4);%p bilangan random dengan pembulatan ke atas
    if p==1
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*sin(t)+A1x(1);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*cos(t)+A1y(1);
        plot(A2x(i),A2y(i),'r.')
    elseif p==2
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-A1x(2))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*sin(t)+A1x(2);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-A1x(2))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*cos(t)+A1y(2);
        plot(A2x(i),A2y(i),'b.')
    elseif p==3
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-A1x(3))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*sin(t)+A1x(3);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-A1x(3))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*cos(t)+A1y(3);
        plot(A2x(i),A2y(i),'k.')
    elseif p==4
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(4))/2)-A1x(4))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(4))/2)-A1y(4))*sin(t)+A1x(4);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(4))/2)-A1x(4))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(4))/2)-A1y(4))*cos(t)+A1y(4);
        plot(A2x(i),A2y(i),'m.')
    end
    pause(1e-100)
end
end

```

J. Script Program Lima Titik Acuan sebagai Pusat Rotasi

```

clear; clc; clf
%tTiga Titik Acuan dan Dua Titik Acuan Tambahan
A1x=[1,11,21,6,16];
A1y=[1,21,1,6,6];
%Garis Segitiga
x=[1 11 21 1]; y=[1 21 1 1];
%Titik Awal
A2x(1)=11;
A2y(1)=11;
%Sudut Rotasi
t=(10*pi)/180;
%Iterasi
n=25000;
%Ploting
plot(A1x(1),A1y(1),'o','MarkerFaceColor','r','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(2),A1y(2),'o','MarkerFaceColor','b','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(3),A1y(3),'o','MarkerFaceColor','k','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(4),A1y(4),'o','MarkerFaceColor','m','MarkerSize',10)
hold on
plot(A1x(5),A1y(5),'o','MarkerFaceColor','c','MarkerSize',10)
hold on
plot(A2x(1),A2y(1),'o','MarkerFaceColor','g','MarkerSize',10)
hold on
plot(x,y,'k')
hold on
%Titik-titik Baru
for i=2:n
    p=ceil(rand*5);%p adalah bilangan random dengan pembulatan
    ke atas
    if p==1
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*cos(t)-(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*sin(t)+A1x(1);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(1))/2)-A1x(1))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(1))/2)-A1y(1))*cos(t)+A1y(1);
        plot(A2x(i),A2y(i),'r.')
    elseif p==2
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-A1x(2))*cos(t)-
        (((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*sin(t)+A1x(2);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(2))/2)-
        A1x(2))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(2))/2)-A1y(2))*cos(t)+A1y(2);
        plot(A2x(i),A2y(i),'b.')
    elseif p==3
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-A1x(3))*cos(t)-
        (((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*sin(t)+A1x(3);
        A2y(i)=(((A2x(i-1)+A1x(3))/2)-
        A1x(3))*sin(t)+(((A2y(i-1)+A1y(3))/2)-A1y(3))*cos(t)+A1y(3);
        plot(A2x(i),A2y(i),'k.')
    elseif p==4
        A2x(i)=(((A2x(i-1)+A1x(4))/2)-A1x(4))*cos(t)-
        (((A2y(i-1)+A1y(4))/2)-A1y(4))*sin(t)+A1x(4);

```

```
        A2y(i) = (((A2x(i-1)+A1x(4))/2) -  
A1x(4)) * sin(t) + (((A2y(i-1)+A1y(4))/2) - A1y(4)) * cos(t) + A1y(4);  
        plot(A2x(i), A2y(i), 'm.')
```

elseif p==5

```
        A2x(i) = (((A2x(i-1)+A1x(5))/2) - A1x(5)) * cos(t) -  
(((A2y(i-1)+A1y(5))/2) - A1y(5)) * sin(t) + A1x(5);  
        A2y(i) = (((A2x(i-1)+A1x(5))/2) -  
A1x(5)) * sin(t) + (((A2y(i-1)+A1y(5))/2) - A1y(5)) * cos(t) + A1y(5);  
        plot(A2x(i), A2y(i), 'c.')
```

end

```
    pause(1e-100)  
end
```

