



**ANALISIS MODEL MATEMATIKA ALIRAN UDARA PADA
BRONKUS AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS
MENGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA**

SKRIPSI

Oleh :
Devi Permatasari
NIM 160210101016

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2020



**ANALISIS MODEL MATEMATIKA ALIRAN UDARA PADA
BRONKUS AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS
MENGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh :

**Devi Permatasari
NIM 160210101016**

Dosen Pembimbing 1 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
Dosen Penguji 1 : Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.
Dosen Penguji 2 : Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

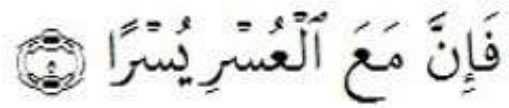
2020

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadiran Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi besar, Nabi Muhammad S.A.W., ku persembahkan sebuah rasa syukur dengan penuh kebahagiaan atas perjalanan dan perjuangan pendidikanku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Kedua orang tua saya, Ayah tersayang almarhum Sutari dan Mama tercinta Enik Purwaningsih yang telah mendoakanku sepanjang waktu dan tak pernah terputus serta selalu mendukung setiap kegiatanku dan memberikan nasihat, semangat dan motivasi sehingga aku bisa menyelesaikan pendidikanku;
2. Ibu Suparti dan Bapak Catur Hadi Prabowo serta seluruh keluarga besar yang telah memberikan banyak dukungan, semangat, dan doa selama ini;
3. Sahabatku tercinta Dianita Tussolikha, I'in Triana Agustiningtyas, Anggraini Dwi Ikhwani, Azazila Firza dan Diah Putri Madinda yang telah menjadi tempat keluh kesah serta selalu memberikan nasihat, motivasi dan semangat.

HALAMAN MOTTO



"Maka sesungguhnya beserta kesulitan itu ada kemudahan"

(Q.S. Al-Insyirah: 5)

"Saat kita memperbaiki hubungan dengan Allah, niscaya Allah akan memperbaiki segala sesuatunya untuk kita."

- Dr. Bilal Phillips-

"All our dreams can come true if we have the courage to persue them"

- Walt Disney -

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Devi Permatasari

NIM : 160210101016

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ” *Analisis Model Matematika Aliran Udara Pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis Menggunakan Metode Volume Hingga*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 17 April 2020

Yang menyatakan,

Devi Permatasari

NIM 160210101016

HALAMAN PENGANTAR

ANALISIS MODEL MATEMATIKA ALIRAN UDARA PADA
BRONKUS AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS
MENGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Devi Permatasari
NIM : 160210101016
Tempat, tanggal Lahir : Pasuruan, 25 Agustus 1998
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / Pendidikan Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP 19820529 200912 1 003

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP 19700307 199512 2 001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Model Matematika Aliran Udara Pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis Menggunakan Metode Volume Hingga telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 23 April 2020

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP 19820529 200912 1 003

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

NIP 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.

NIP 19760502 200604 2 001

Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.

NIP 19581209 198603 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Model Matematika Aliran Udara pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis Menggunakan Metode Volume Hingga; Devi Permatasari, 160210101016; 2020: 146 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Penyakit berbahaya didunia yang banyak menyebabkan kematian salah satunya adalah bronkitis. Bronkitis terdapat dua macam jenis yaitu bronkitis akut dan bronkitis kronis. Bronkitis kronis disebabkan karena adanya penebalan dinding bronkus akibat inflamasi sehingga proses bernafas akan terganggu dan ini menjadi salah satu faktor yang menyebabkan sesak nafas. Penumpukan mukus pada ruang bronkus dan paru-paru akibat proses inflamasi mengganggu jalan masuk oksigen ke dalam tubuh.

Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini dilakukan untuk mengetahui model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis, menyelesaikan model menggunakan metode volume hingga, menganalisis pengaruh ketebalan mukus dan kecepatan awal terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis, menganalisis pola kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kroni dan efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.

Langkah-langkah kegiatan penelitian meliputi penentuan model matematika kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis. Model yang terbentuk didiskritisasi QUICK sehingga diperoleh matriks global. Setelah didapatkan matriks global selanjutnya dilakukan komputasi menggunakan MATLAB. Kemudian dilakukan simulasi dengan FLUENT untuk mengetahui pola kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.

Adapun hasil penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis diperoleh sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 & \phi_w \left[(1.2 - 1.2u)\Delta y\Delta t - uv \left(\frac{\Delta y(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{x} \frac{\Delta y(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta y} \right) \right] + \\
 & \phi_e \left[- (1.2 - 1.2u)\Delta y\Delta t + uv \left(\frac{\Delta y(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{x} \frac{\Delta y(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta y} \right) \right] + \\
 & \phi_s \left[(1.2 - 1.2v)\Delta x\Delta t - uv \left(\frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{1}{x}(\Delta t)^2 + \frac{\Delta x(\Delta t)^2}{(\Delta y)^2} \right) \right] + \\
 & \phi_n \left[- (1.2 - 1.2v)\Delta x\Delta t + uv \left(\frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{1}{x}(\Delta t)^2 + \frac{\Delta x(\Delta t)^2}{(\Delta y)^2} \right) \right] = \\
 & -\varepsilon p\Delta t(\Delta y + \Delta x) - (u_x + u_y) \frac{\varepsilon v}{K} \Delta x\Delta y\Delta t + \left((v_x - u_x) + (v_y - u_y) \right) \\
 & 833.3K_f\Delta x\Delta y\Delta t + (u_x^2 + u_y^2) \frac{\varepsilon b}{K} \Delta x\Delta y\Delta t + 19.58\Delta x\Delta y\Delta t + \\
 & R(z)\Delta x\Delta y\Delta t
 \end{aligned}$$

2. Grafik hasil simulasi MATLAB pengaruh ketebalan mukus berturut turut 0.002 *m*, 0.0055 *m* dan 0.009 *m* dengan kecepatan awal yang diberikan 0.6 *m/s* pada titik domain ke-1 sebesar 0.5450 *m/s*, 0.5950 *m/s*, 0.6890 *m/s* dan naik secara signifikan hingga titik domain ke-16 sebesar 1.4369 *m/s*, 1.5954 *m/s* dan 1.7890 *m/s*. Kecepatan rata-rata aliran udara berdasarkan pengaruh ketebalan mukus adalah 1.193 *m/s*, 1.327 *m/s* dan 1.5 *m/s*. Hal ini berarti semakin besar ketebalan mukus yang dapat mengakibatkan bronkus mengalami penyempitan, maka kecepatan aliran udara yang dihasilkan pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis semakin besar.
3. Grafik hasil simulasi MATLAB pengaruh kecepatan awal berturut turut 0.2 *m/s*, 0.4 *m/s* dan 0.6 *m/s* dengan ketebalan mukus 0.0055 *m* pada titik domain ke-1 sebesar 0.7650 *m/s*, 0.8150 *m/s*, 0.9090 *m/s* dan naik secara signifikan hingga titik domain ke-16 sebesar 1.6786 *m/s*, 1.7849 *m/s* dan 1.9327 *m/s*. Kecepatan rata-rata aliran udara berdasarkan pengaruh ketebalan mukus adalah 1.429 *m/s*, 1.523 *m/s* dan 1.659 *m/s*. Hal ini berarti semakin besar kecepatan awal yang diberikan, maka kecepatan aliran udara yang dihasilkan pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis semakin besar.
4. Metode volume hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis dengan

tingkat kesalahan perhitungan error pada setiap node kurang dari 0.001.



KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Model Matematika Aliran Udara Pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis Menggunakan Metode Volume Hingga". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Penguji yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 17 April 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Kebaharuan Penelitian	5
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Analisis Model	7
2.2 Model Matematika	8
2.3 Metode Numerik	8
2.4 Fluida	9
2.5 <i>Computational Fluid Dynamics</i> (CFD)	10
2.5.1 GAMBIT	12
2.5.2 FLUENT	13
2.6 Perangkat Lunak (CFD)	14
2.7 Metode Volume Hingga	14

2.7.1	Persamaan Momentum	15
2.7.2	Persamaan Kontinuitas Massa	16
2.8	Teknik Diskritisasi QUICK (<i>Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics</i>)	17
2.9	Algoritma dan Pemrograman MATLAB	19
2.9.1	Algoritma	19
2.9.2	MATLAB	21
2.9.3	Metode Gauss Seidel	23
2.9.4	Galat atau <i>Error</i>	26
2.10	Sistem Pernafasan	27
2.10.1	Anatomi Sistem Pernafasan	28
2.11	Bronkitis	33
2.11.1	Bronkitis Akut	33
2.11.2	Bronkitis Kronis	34
2.12	Penelitian Relevan	37
BAB 3.	METODE PENELITIAN	39
3.1	Jenis Penelitian	39
3.2	Tempat Penelitian	39
3.3	Prosedur Penelitian	39
3.4	Definisi Operasional	42
3.5	Metode Pengumpulan Data	43
3.6	Analisis Data	43
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN	45
4.1	Model Matematika Aliran Udara Pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis	45
4.1.1	Pembuktian Persamaan Momentum	46
4.1.2	Pembuktian Persamaan Kontinuitas Massa	49
4.2	Penyelesaian Model Matematika Aliran Udara Pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis	51
4.3	Teknik Diskritisasi <i>Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematics</i> (QUICK)	55

4.4 Hasil Diskritisasi Model Matematika Menggunakan Metode Volume Hingga dengan Teknik Diskritisasi QUICK	58
4.5 Efektivitas Metode Volume Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i>	62
4.5.1 Tahap <i>Programming</i>	62
4.5.2 Batas <i>Error Relative</i> pada Metode Volume Hingga.....	64
4.5.3 Simulasi Pemodelan.....	65
4.6 Analisis dan Pembahasan	66
4.6.1 Komputasi MATLAB	66
4.6.2 Visualisasi Simulasi <i>Fluent</i>	71
4.6.3 Analisis Efektivitas Metode Volume Hingga pada Aliran Udara Pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis ...	80
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	81
5.1 Kesimpulan	81
5.2 Saran	82
DAFTAR PUSTAKA	83
LAMPIRAN	87
A. Matrik Penelitian	87
B. Format <i>Programming</i> MATLAB	89
C. ITERASI	98

DAFTAR GAMBAR

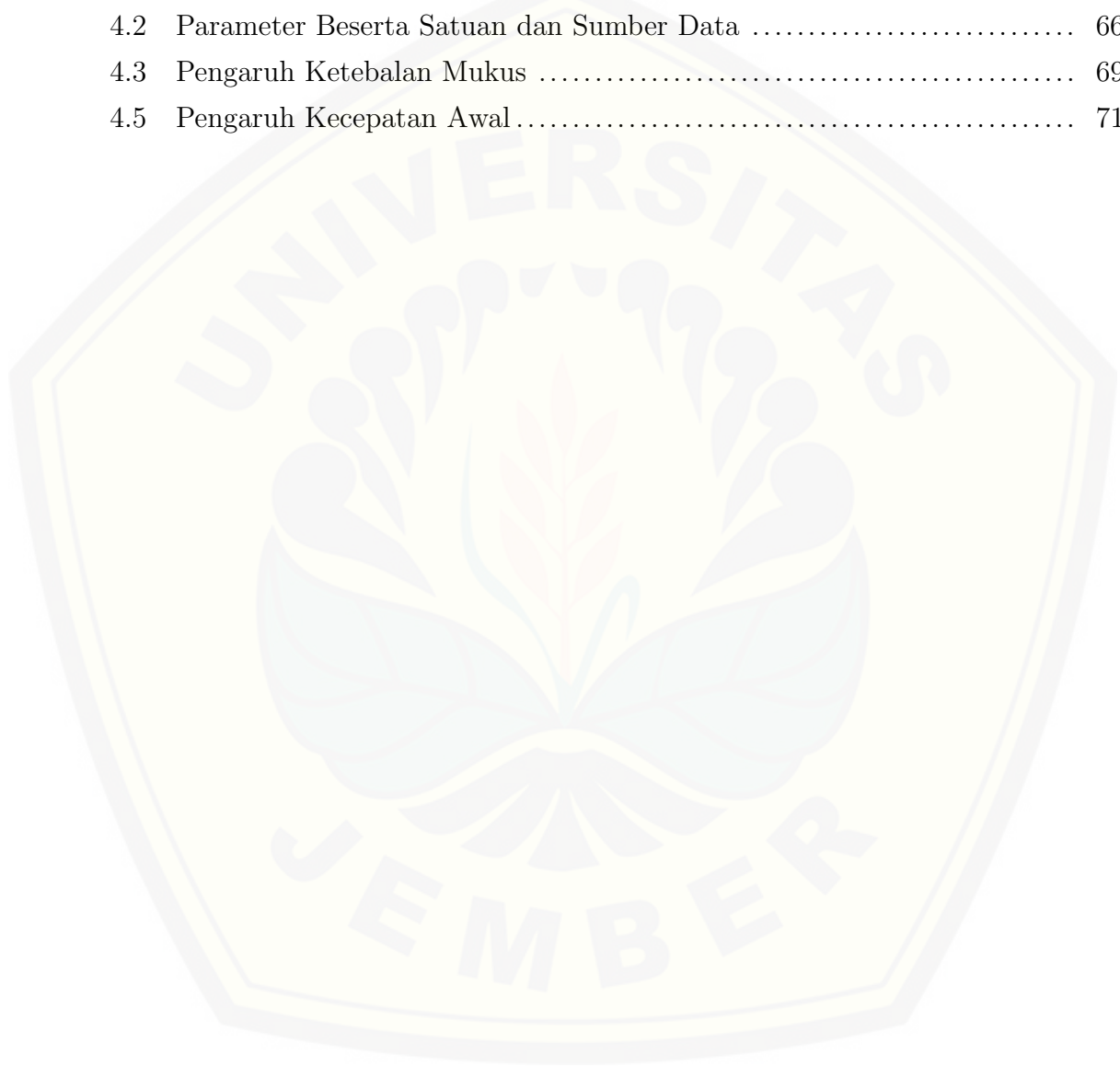
	Halaman
2.1 Tampilan GAMBIT	12
2.2 Contoh hasil FLUENT	14
2.3 Bagan volume kendali persamaan momentum.....	16
2.4 Bagan volume kendali persamaan kontinuitas massa	17
2.5 Diskritisasi QUICK.....	18
2.6 MATLAB	21
2.7 Organ sistem pernafasan	28
2.8 Bagian-bagian hidung	29
2.9 Faring dan Laring	30
2.10 Trakea	31
2.11 Bagian-bagian bronkus	32
2.12 Bagian-bagian paru-paru.....	32
2.13 Bronkitis Kronis	35
3.1 Diagram alir prosedur penelitian	41
4.1 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum	47
4.2 Bagan Volume Kendali Kontinuitas Massa	50
4.3 Skema Diskritisasi Aliran Udara Pada Bronkus	60
4.4 Grafik kecepatan aliran udara terhadap ketebalan mukus.....	67
4.5 Grafik kecepatan aliran udara berdasarkan kecepatan awal	70
4.6 Desain Geometri dalam Gambit dengan ketebalan (a) 0.002 <i>m</i> , (b) 0.0055 <i>m</i> , (c) 0.009 <i>m</i>	72
4.7 Kontur dan vektor kecepatan aliran udara pada bronkus dengan ketebalan mukus 0.002 <i>m</i>	73
4.8 Kontur dan vektor kecepatan aliran udara pada bronkus dengan ketebalan mukus 0.0055 <i>m</i>	74
4.9 Kontur dan vektor kecepatan aliran udara pada bronkus dengan ketebalan mukus 0.009 <i>m</i>	75
4.10 Kontur dan vektor kecepatan aliran udara pada bronkus dengan kecepatan awal 0.2 <i>m/s</i>	77

4.11 Kontur dan vektor kecepatan aliran udara pada bronkus dengan kecepatan awal 0.4 m/s	78
4.12 Kontur dan vektor kecepatan aliran udara pada bronkus dengan kecepatan awal 0.6 m/s	79



DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Penelitian yang Relevan.....	15
4.1 Konstanta Fisika Beserta Satuan dan Sumber Data	55
4.2 Parameter Beserta Satuan dan Sumber Data	66
4.3 Pengaruh Ketebalan Mukus	69
4.5 Pengaruh Kecepatan Awal	71



DAFTAR LAMBANG

ϕ_0	=	kecepatan
ϕ_e	=	kontrol permukaan <i>east</i> atau timur
ϕ_w	=	kontrol permukaan <i>west</i> atau barat
ϕ_n	=	kontrol permukaan <i>north</i> atau utara
ϕ_s	=	kontrol permukaan <i>south</i> atau selatan
ρ	=	massa jenis udara
ρ_p	=	massa jenis partikel
i	=	diskritisasi sumbu x
j	=	diskritisasi sumbu y
P	=	tekanan
ε	=	porositas
g_x	=	gravitasi terhadap sumbu- x
g_y	=	gravitasi terhadap sumbu- y
b	=	gaya tarik
k_f	=	gaya stokes
u	=	kecepatan fluida
u_x	=	kecepatan terhadap sumbu- x
u_y	=	kecepatan terhadap sumbu- y
v	=	kecepatan partikel
v_x	=	kecepatan partikel terhadap sumbu- x
v_y	=	kecepatan partikel terhadap sumbu- y
K	=	permeabilitas
$R(z)$	=	jari-jari pada penyempitan
$R(0)$	=	jari-jari bronkus normal
δ_s	=	perubahan ketebalan maksimum
L	=	panjang bronkus
L_0	=	panjang penyempitan

z = arah aliran

d = lokasi penyempitan

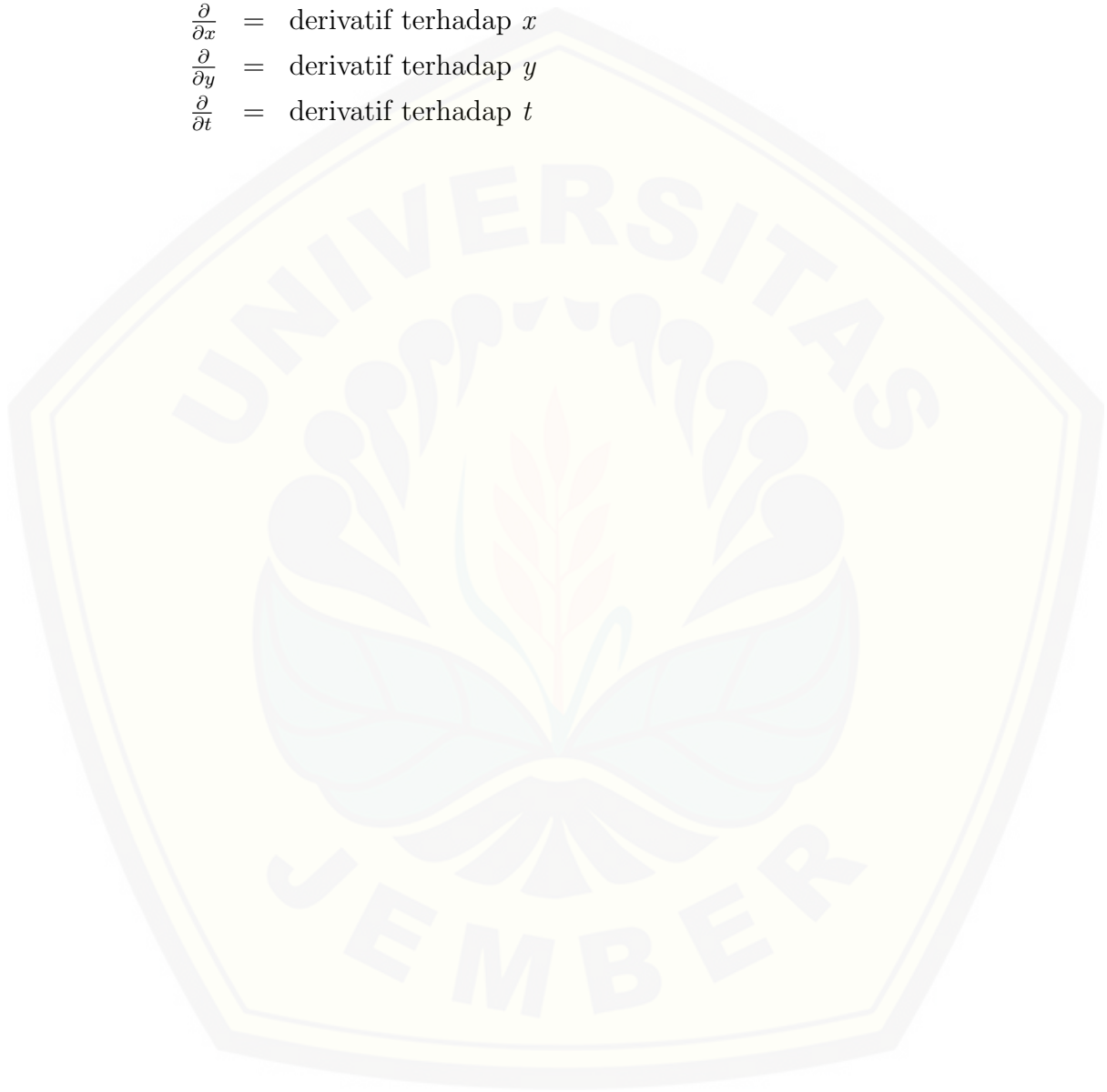
x = sumbu x

y = sumbu y

$\frac{\partial}{\partial x}$ = derivatif terhadap x

$\frac{\partial}{\partial y}$ = derivatif terhadap y

$\frac{\partial}{\partial t}$ = derivatif terhadap t



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang menjadi dasar dan memiliki peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan serta teknologi modern. Carl Friedrich Gauss mengatakan matematika sebagai "Ratunya Ilmu Pengetahuan" atau "*Mathematics As The Queen Of Science*", yang berarti sumber dari semua ilmu dan perkembangannya bergantung pada matematika. Matematika juga digunakan dalam berbagai disiplin ilmu diantaranya ilmu alam, ilmu ekonomi, dan ilmu kedokteran. Cabang matematika dalam disiplin ilmu kedokteran yaitu matematika terapan. Matematika terapan merupakan cabang matematika yang digunakan untuk mengaplikasikan matematika guna memecahkan suatu masalah yang konkret pada berbagai disiplin ilmu yang salah satunya adalah kedokteran. Kedokteran merupakan ilmu dan seni yang mempelajari tentang penyakit dan cara penyembuhannya. Seiring dengan berkembangnya zaman, banyak terjadi permasalahan dalam kehidupan sehari-hari khususnya bidang kesehatan yang berkaitan dengan komputasi dan perhitungan yang harus diselesaikan dengan menggunakan matematika.

Pada akhir 2019 wabah yang berasal dari Wuhan, provinsi Hubei, Cina, sebagai publik darurat kesehatan internasional keprihatinan pada 30 Januari 2020, oleh WHO (Wu *et al.*,2020). Penyakit akibat wabah ini secara resmi dinamai Coronavirus Disease-2019 (Covid-19, oleh WHO pada 11 Februari 2020). Covid-19 juga disebut sebagai Pneumonia Parah dengan novel Patogen pada 15 Januari 2019 oleh CDC Taiwan, Departemen Kesehatan dan dapat dilaporkan menjadi salah satu penyakit menular. Wabah penyakit Covid-19 yang sedang berlangsung saat ini terjadi di Cina menyebar dengan cepat secara global (Xiang *et al.*,2020). Covid-19 merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus, dimana virus ini akan menyebabkan gangguan pernafasan pada penderitanya. Secara medis, gejala Covid-19 terlihat dari timbulnya infeksi

seperti demam, batuk, sesak napas, dan kesulitan bernapas. Pada kondisi awal infeksi, Covid-19 menyerang sel paru-paru manusia secara cepat. Ada dua tipe sel yang diserang, yaitu sel yang menghasilkan mukus (lendir) dan sel dengan silia (memiliki struktur seperti rambut). Covid-19 menginfeksi dan membunuh sel silia, yang kemudian mengelupas dan mengisi saluran udara pasien dengan puing-puing sisa sel atau jaringan dan cairan sehingga membuat tidak optimalnya kerja organ. Selain Covid-19, penyakit lain yang menyebabkan gangguan pernafasan adalah bronkitis. Menurut WHO (*World Health Organization*) dalam *World Health Report* 2000 menyebutkan bahwa 17,4% dari seluruh kematian didunia disebabkan oleh penyakit infeksi paru, PPOK (Penyakit Paru Obstruksi Kronis), Tuberkulosis, kanker/paru/trakea/bronkus, dan asma. PPOK merupakan jenis penyakit yang berhubungan dengan bronkitis kronis. Pada saat ini, penyakit bronkitis diderita oleh sekitar 64 juta orang di dunia. Faktor utamanya yaitu merokok, virus, bakteri, polusi udara dalam ruangan/luar ruangan serta bahan kimia. Di Amerika Serikat yang terinfeksi bronkitis kronis berkisar 4,45% atau 12,1 juta jiwa dari populasi perkiraan yang digunakan 293 juta jiwa. Selanjutnya, Thailand merupakan salah satu negara yang tingkat prevalensi bronkitis kronisnya paling tinggi di ASEAN yaitu berkisar 2.885.561 jiwa dari populasi perkiraan yang digunakan sebesar 64.865.523 jiwa (WHO, 2000). SKRT 2001, asma, bronkitis kronis dan emfisema menduduki peringkat ke-3 (PMR 12,7%) sebagai penyebab angka kesakitan umum di Indonesia setelah sistem sirkulasi, infeksi, dan parasit. Penderita penyakit bronkitis kronis di Indonesia sebanyak 1,6 juta jiwa (Jamal, 2004).

Bronkitis adalah istilah umum untuk terjadinya infeksi yang menyebabkan iritasi dan peradangan pada area bronkus di paru-paru. Bronkus itu sendiri merupakan pipa tabung pernapasan yang merupakan cabang dari trakea (batang tenggorok) yang membawa oksigen ke paru-paru baik kanan maupun kiri. Bronkitis terdiri dari dua jenis yaitu bronkitis akut dan bronkitis kronis. Bronkitis kronis disebabkan karena adanya penebalan dinding bronkus akibat inflamasi sehingga proses bernafas akan terganggu dan ini menjadi salah satu faktor yang menyebabkan sesak nafas. Penumpukan mukus pada ruang bronkus dan paru-paru akibat proses inflamasi mengganggu jalan masuk oksigen ke dalam tubuh. Kondisi ini dapat semakin berat terutama pada kasus penyakit

paru obstruktif kronis. Bronkitis kronis juga dapat mengakibatkan komplikasi penyakit lain seperti bronkiolitis, influenza, pneumonia, penyakit paru obstruktif kronis.

Berdasarkan fakta-fakta di atas, maka dari itu dilakukan penelitian dengan mengembangkan model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis. Penelitian sejenis yang telah dilakukan oleh Kyori *et al.* yang berjudul "Numerical Simulation of Mucus Clearance Inside Lung Airways" yang mensimulasikan tentang perilaku aliran fluida dimana dinding pada saluran udara paru-parunya terdapat mukus. Pada penelitian ini mensimulasikan tentang perilaku aliran fluida dimana dinding pada saluran udara paru-parunya terdapat mukus. Hasil yang didapat pada penelitian ini menunjukkan bahwa kecepatan aliran fluida pada saluran udara paru-paru mengalami peningkatan seiring dengan meningkatnya frekuensi pernafasan. Hasil dari model matematika yang dikembangkan berbentuk persamaan diferensial. Persamaan diferensial digunakan karena terdapat hubungan deterministik yang melibatkan beberapa besaran yang berubah secara kontinu (dapat dibuat model matematika dengan menggunakan fungsi) dan laju perubahannya (dinyatakan sebagai turunan) diketahui atau dipostulatkan. Model matematika yang telah dibentuk dapat diselesaikan dengan menggunakan metode numerik yaitu metode volume hingga. Metode volume hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk membangun suatu persamaan model matematika dengan suatu titik diskrit yang kontinu, jarak antara titik tersebut teratur membentuk suatu *grid* atau *mesh*, dimana masing-masing *grid* memiliki kontrol *face* (permukaan) dan kontrol *node* (titik). Kontrol *face* (permukaan) diubah menjadi *node* (titik) melalui teknik diskritisasi.

Metode volume hingga dapat digunakan pada bentuk benda yang tidak teratur seperti gas. Pada penelitian ini, aliran fluida yang akan diteliti adalah gas O_2 yang tergolong tidak terstruktur. Sehingga dengan menggunakan metode volume hingga akan bisa lebih mudah dalam melakukan diskritisasi untuk menentukan nilai-nilai yang akan dicari pada proses diskritisasi. Hal ini sesuai dengan penelitian Masyhudi (2019) yang menyebutkan bahwa benda yang tidak terstruktur dapat didiskritisasi dengan mudah menggunakan metode volume hingga. Metode ini juga sering digunakan karena metode ini memiliki

ketelitian yang tinggi dan bisa digunakan untuk semua kasus aliran fluida. Metode ini dapat diselesaikan secara numerik menggunakan *software* MATLAB dan FLUENT.

Dari uraian di atas maka akan dilakukan penelitian dengan mengembangkan suatu model persamaan diferensial yang dibentuk dalam dua dimensi mengenai aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis. Model persamaan yang akan dibentuk berdasarkan hukum-hukum fisika yaitu hukum momentum dan kontinuitas massa. Metode yang dikembangkan akan diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode volume hingga, sementara untuk proses analisis dan simulasi menggunakan bantuan *software* MATLAB dan FLUENT, kemudian menganalisis hasil yang diperoleh.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan dalam penelitian ini sebagai berikut :

- 1) bagaimana model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis ?
- 2) bagaimana pengaruh ketebalan mukus terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis?
- 3) bagaimana pengaruh kecepatan awal terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis?
- 4) bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis berdasarkan *error* yang didapat?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut :

- 1) proses yang dianalisis adalah kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis berdasarkan ketebalan mukus dan kecepatan awal.;
- 2) analisis dilakukan pada orang dewasa yang menderita penyakit bronkitis kronis;
- 3) persamaan model matematika yang digunakan adalah persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa;

- 4) metode penyelesaian yang digunakan adalah metode volume hingga dengan menggunakan teknik diskritisasi QUICK;
- 5) analisis yang digunakan menggunakan bantuan *software* MATLAB;
- 6) model matematika disimulasikan menggunakan FLUENT.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan latar belakang yang telah dipaparkan, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut :

- 1) untuk mengembangkan model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis;
- 2) untuk mengetahui pengaruh ketebalan mukus terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis;
- 3) untuk mengetahui pengaruh kecepatan awal terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis;
- 4) untuk mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis berdasarkan *error* yang didapat;

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut :

- 1) menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika;
- 2) menambah pengetahuan baru bagi peneliti dalam bidang kesehatan;
- 3) sebagai literatur untuk peneliti lain yang ingin melakukan penelitian sejenis atau penelitian lebih lanjut;
- 4) memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode volume hingga di program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Jember;

1.6 Kebaharuan Penelitian

Adapun kebaruan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. mengembangkan model matematika dari artikel milik Kyori *et al.* (2018). Berikut merupakan model matematika didapat dalam penelitian ini:

$$\begin{aligned}
 & \phi_w \left[(1.2 - 1.2u)\Delta y\Delta t - uv \left(\frac{\Delta y(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{x} \frac{\Delta y(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta y} \right) \right] + \\
 & \phi_e \left[- (1.2 - 1.2u)\Delta y\Delta t + uv \left(\frac{\Delta y(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{x} \frac{\Delta y(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta y} \right) \right] + \\
 & \phi_s \left[(1.2 - 1.2v)\Delta x\Delta t - uv \left(\frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{1}{x}(\Delta t)^2 + \frac{\Delta x(\Delta t)^2}{(\Delta y)^2} \right) \right] + \\
 & \phi_n \left[- (1.2 - 1.2v)\Delta x\Delta t + uv \left(\frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{1}{x}(\Delta t)^2 + \frac{\Delta x(\Delta t)^2}{(\Delta y)^2} \right) \right] = \\
 & -\varepsilon p\Delta t(\Delta y + \Delta x) - (u_x + u_y) \frac{\varepsilon v}{K} \Delta x\Delta y\Delta t + \left((v_x - u_x) + (v_y - u_y) \right) \\
 & 833.3K_f\Delta x\Delta y\Delta t + (u_x^2 + u_y^2) \frac{\varepsilon b}{K} \Delta x\Delta y\Delta t + 19.58\Delta x\Delta y\Delta t + \\
 & R(z)\Delta x\Delta y\Delta t
 \end{aligned}$$

dengan,

$$R(z) = R_0 - \frac{\delta_s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{Lo} \left(z - d - \frac{Lo}{2} \right) \right)$$

2. adanya pengaruh variabel yang berbeda dengan penelitian sebelumnya, yaitu ketebalan mukus dan kecepatan awal;
3. model matematika diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics* (QUICK).

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Model

Menurut Spradley dalam Sugiyono (2015) mengatakan bahwa analisis adalah sebuah kegiatan untuk mencari suatu pola selain itu analisis merupakan cara berpikir yang berkaitan dengan pengujian secara sistematis terhadap sesuatu untuk menentukan bagian, hubungan antar bagian dan hubungannya dengan keseluruhan. Nasution dalam Sugiyono (2015) melakukan analisis adalah pekerjaan sulit, memerlukan kerja keras. Tidak ada cara tertentu yang dapat diikuti untuk mengadakan analisis, sehingga setiap peneliti harus mencari sendiri metode yang dirasakan cocok dengan sifat penelitiannya. Model menurut Zarlis (dalam Pitriani, 2016) adalah representasi dari suatu objek, benda maupun ide-ide menjadi bentuk lain dari wujudnya. Model digunakan sebagai tiruan dari suatu benda, sistem atau peristiwa sesungguhnya yang mengandung informasi penting untuk dikaji. Menurut Setiawan (dalam Pitriani, 2016) model dibagi menjadi dua, yaitu model fisik dan model konseptual. Model fisik adalah model realisasi fisik yang dibentuk apa adanya namun berukuran kecil. Sementara model konseptual adalah model realisasi fisik yang dibentuk apa adanya namun menggunakan pernyataan atau bahasa matematika. Model matematika termasuk model konseptual.

Jadi dapat ditarik kesimpulan bahwa analisis model merupakan tahap pemahaman atas suatu model. Tahap ini mengupas hubungan antar variabel yang dilandasi oleh teori matematis untuk mendapatkan solusi. Elemen dalam analisis model yaitu :

1. formulasi masalah dengan mengidentifikasi model dan menentukan variabel yang akan diteliti;
2. pengumpulan data;
3. pengembangan model dengan menambahkan variabel yang mendukung model;
4. verifikasi model (proses menentukan apakah model simulasi merefleksikan

- model konseptual dengan tepat) dan validasi model (proses menentukan apakah model konseptual merefleksikan sistem nyata);
5. eksperimentasi dan optimisasi;
 6. implementasi dengan penggunaan model simulasi untuk pemecahan masalah pada sistem yang dimodelkan.

2.2 Model Matematika

Model matematika merupakan suatu model yang dibuat untuk meniru fenomena yang ada di alam dengan menggunakan bahasa matematika (Mahmudah, *et al.*, 2010). Pada saat ini hampir semua disiplin ilmu memanfaatkan model matematika seperti fisika, biologi, kedokteran, ilmu sosial dan politik, ekonomi, dan teknik. Menurut Pagalay dalam (Safitri, 2018) ada beberapa tahapan yang digunakan untuk membangun sebuah model yang *reliable* yaitu :

1. mengidentifikasi dari berbagai pernyataan mengenai masalah yang akan dibangun;
2. membangun suatu asumsi sebagai penyederhanaan realitas yang kompleks;
3. membuat konstruksi melalui hubungan fungsional dari model itu sendiri dengan cara membuat diagram, alur, atau persamaan matematika;
4. mencari suatu penyelesaian untuk menjawab pertanyaan yang dibangun pada tahap identifikasi;
5. memberikan pendapat atas hasil yang dicapai pada tahap analisis;
6. melakukan validasi model yang tidak hanya menginterpretasikan tetapi juga melakukan verifikasi atas keabsahan model yang telah dirancang dengan asumsi yang dibangun sebelumnya;
7. melakukan komputasi melalui "*hard system*" seperti komputer ataupun alat bantu lainnya jika hasil validasi telah memenuhi syarat.

2.3 Metode Numerik

Metode Numerik merupakan teknik penyelesaian yang dirumuskan secara matematis menggunakan operasi hitungan/aritmatik dan dilakukan secara berulang-ulang dengan bantuan komputer atau secara manual (*hand calculation*)

(Setiawan, 2016). Salah satu alasan untuk mempelajari metode numerik, adalah metode numerik merupakan metode yang sangat handal digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan jika tidak dapat diselesaikan secara analitik.

Menurut (Djojodiharjo, 2000) dalam mengerjakan metode numerik terdapat beberapa cara pendekatan, yaitu:

- a. melakukan pendekatan atau penyederhanaan pada perumusan soal sehingga dapat dipecahkan secara tepat;
- b. mengusahakan didapatkannya jawaban pendekatan dari soal yang dirumuskan secara tepat;
- c. menggabungkan kedua cara pemecahan di atas.

Pada umumnya metode numerik tidak mengutamakan diperolehnya jawaban yang eksak (tepat), tetapi menghasilkan jawaban yang mendekati nilai yang sebenarnya. Adanya kemajuan zaman mengakibatkan pelaksanaan komputasi dapat dilakukan secara cepat dan tepat dengan menggunakan teknologi komputer sehingga sangat berguna untuk menyelesaikan metode penyelesaian persoalan dengan pendekatan numerik, karena:

1. pendekatan numerik merupakan satu-satunya penyelesaian yang diperoleh secara efisien (*cost-effective*);
2. pendekatan numerik memungkinkan penyelidikan *parametric* dari berbagai persoalan bersifat abstrak yang tidak bisa dipecahkan secara eksak.

2.4 Fluida

Fluida adalah benda yang dapat mengalami perubahan bentuk secara terus menerus karena adanya gaya gesek yang bekerja. Fluida dibagi menjadi dua yaitu, fluida statis atau fluida yang diam dan fluida dinamis atau fluida yang bergerak. Fluida juga dapat diartikan zat-zat yang mampu mengalir dan yang menyesuaikan diri dengan bentuk wadah tempatnya. Bentuk fluida selalu berubah dikarenakan fluida memiliki gaya geser molekul yang dapat bergerak bebas (Fathuroya *et al.*, 2017). Bila berada dalam keseimbangan, fluida tidak dapat menahan gaya tangensial atau gaya geser. Semua fluida memiliki suatu derajat kompresibilitas dan memberikan tahanan kecil terhadap perubahan bentuk. Secara umum sifat-sifat fluida terdiri dari kerapatan (*density*),

berat jenis, gravitasi jenis (*specific gravity*), kekentalan (*viscosity*), tegangan permukaan (*surface tension*), dan kapilaritas (*capillarity*) (Suhendra, 2019). Fluida dapat digolongkan ke dalam cairan atau gas. Perbedaan-perbedaan utama antara cairan dan gas adalah:

- a. cairan praktis tak kompresibel, sedangkan gas kompresible dan seringkali harus diperlakukan demikian;
- b. cairan mengisi volume-volume tertentu dan mempunyai permukaan-permukaan bebas sedangkan gas dengan massa tertentu mengembang sampai mengisi seluruh bagian wadah tempatnya (Giles dan Soemitro, 1994).

Menurut Ghurri (2014) fluida dapat dibedakan menjadi fluida *compressible* dan *incompressible*. Fluida *compressible* atau mampu mampat adalah fluida yang densitas atau kerapatan massanya bisa berubah-ubah, densitas meningkat jika menerima tekanan, dan menurun jika mengalami ekspansi. Fluida *incompressible* atau tak mampu mampat adalah fluida yang jika dikenai tekanan perubahan kerapatan massanya sangat kecil sehingga diabaikan dan dianggap tidak bisa berubah densitasnya.

2.5 *Computational Fluid Dynamics (CFD)*

Computational Fluid Dynamics (CFD) merupakan suatu sistem atau teknologi komputer yang digunakan untuk menganalisis aliran fluida, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan matematika yang telah dimodelkan sebelumnya. Tujuan *software* CFD supaya pengguna dapat membuat virtual *prototype* dari sebuah sistem atau alat-alat yang ingin dianalisis dengan menerapkan kondisi sesuai dengan yang ada dilapangan. *Software* CFD dapat digunakan untuk menyimulasikan aliran fluida dengan pemodelan matematika.

Teori yang digunakan dalam *Computational Fluid Dynamics* biasanya fokus pada materi *science* guna untuk mengkonstruksi dan mencari solusi dari sebuah permasalahan melalui persamaan dan perkiraan yang ada. Terdapat 3 tahapan untuk mendapatkan solusi yaitu *Theoretical approach*, *Experimental approach* dan *Numerical approach*. *Theoretical approach* merupakan tahapan

penyelesaian permasalahan dengan menggunakan sebuah persamaan matematika untuk mendapatkan solusi secara analisis. *Experimental approach* merupakan tahapan percobaan yang dilakukan dengan cara mendesain suatu objek nyata dan disimulasikan melalui perangkat lunak CFD. *Numerical approach* merupakan tahapan secara komputasi dengan tujuan untuk mencari solusi akhir dari suatu permasalahan (Zikanov, 2010).

Menurut (Tuakia, 2008) *software* CFD menampilkan prediksi dari performansi keandilkan sistem yang telah didesain dengan memberikan data-data, gambar, atau kurva. Simulasi CFD terdapat tiga tahapan, yaitu:

1. *Pre-processor*

Pre-processor merupakan tahapan awal proses simulasi untuk membangun model CFD beserta menganalisisnya. Model yang telah dibuat akan diterjemahkan oleh *software* simulasi atau *solver*. Hal yang harus dilakukan peneliti yaitu mendesain model geometri yang akan dianalisis, membuat *mesh* pada model, kemudian menentukan batas (*boundary*) yang berupa *inlet*, *outlet*, dan *wall*.

2. *Solver*

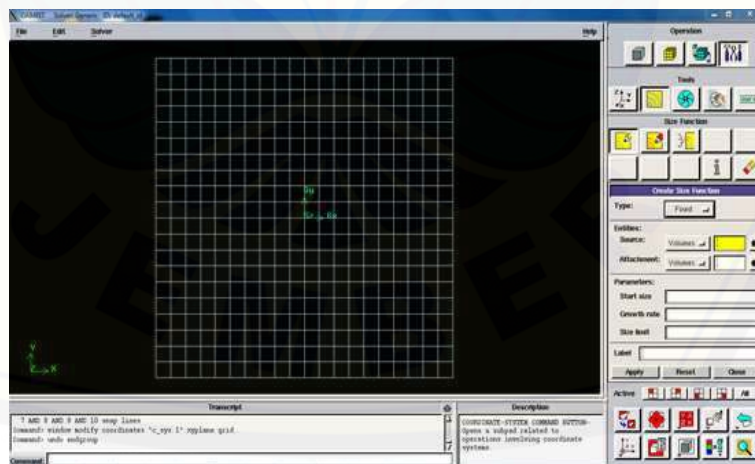
Tahapan *Solver* merupakan tahapan inti pada simulasi CFD. Pada tahapan *solver* ini penyelesaiannya menggunakan metode volume hingga yang memiliki tiga langkah yaitu melakukan aproksimasi aliran yang tidak diketahui dengan fungsi sederhana, melakukan diskritisasi dengan mensubstitusikan hasil aproksimasi ke dalam persamaan aliran yang dibangun disertai manipulasi matematik dan yang terakhir melakukan penyelesaian persamaan secara aljabar.

3. *Post-processor*

Post-processor merupakan tahapan akhir dalam simulasi CFD. Tahap ini merupakan hasil dari gabungan *post-processor* dan *solver* diinterpretasikan ke dalam bentuk kurva, gambar, vektor, animasi dengan pola warna tertentu yang menjelaskan aliran fluida.

2.5.1 GAMBIT

GAMBIT (*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*) merupakan *software pre-processor* yang digunakan untuk membuat model dan melakukan diskritisasi ruang (*meshing*) kemudian dianalisis CFD. GAMBIT sangat memudahkan proses penelitian dalam mengkonstruksikan bentuk secara geometris. GAMBIT dapat membuat model dan melakukan diskritisasi ruang (*meshing*) untuk berbagai macam bentuk dua dimensi maupun tiga dimensi, termasuk bentuk yang rumit bahkan tidak beraturan. Hal ini dikarenakan GAMBIT dapat melakukan diskritisasi ruang (*meshing*) dengan berbagai macam *mesh* seperti *mesh* heksahedral terstruktur, heksahedral tidak terstruktur, tetrahedral, piramid, dan prisma. *Meshing* pada GAMBIT juga dapat mempermudah proses penelitian ketika melakukan komputasi karena dapat melakukan partisi dan membagi sketsa dari objek yang diteliti. Tingkat ketelitian dipengaruhi dari ukuran *mesh* yang terdapat pada suatu objek, semakin kecil atau halus *mesh* yang dibuat maka hasil yang didapatkan akan semakin teliti. Namun berbanding terbalik dengan daya komputasinya yang semakin besar. Dalam penggunaan GAMBIT tahapan terakhir yang harus dilakukan yaitu menentukan jenis kondisi batas (*boundary condition*). Kemudian diskritisasi ruang (*meshing*) yang telah dibuat pada GAMBIT akan dianalisis menggunakan FLUENT.



Gambar 2.1 Tampilan GAMBIT

2.5.2 FLUENT

FLUENT merupakan *software solving* dan *post-processor* yang digunakan untuk melakukan modeling dan simulasi aliran fluida pada suatu geometri yang sederhana maupun kompleks. FLUENT ditulis dalam bahasa C agar memiliki struktur data yang efisien serta fleksibel. FLUENT dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh* yang tidak terstruktur karena menyediakan fleksibilitas *mesh* yang lengkap. FLUENT memiliki macam-macam jenis *mesh* yaitu tipe 2D (*triangular-quadrilateral*), 3D (*tetrahedral-hexahedral-pyramid wedge*) dan *mesh* campuran.

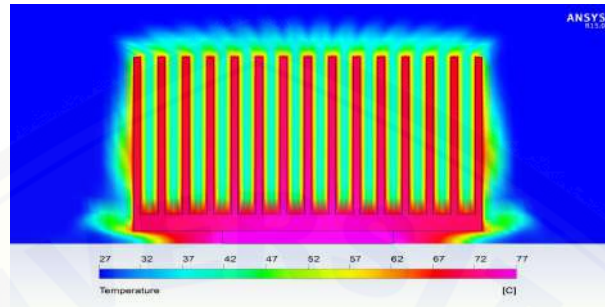
Menurut Tuakia (2008) FLUENT memiliki beberapa kelebihan, yaitu:

1. mudah untuk digunakan;
2. model yang realistik;
3. diskritisasi atau *meshing* model yang efisien dalam GAMBIT;
4. cepat dalam penyajian hasil;
5. visualisasi yang mudah untuk dimengerti.

Setelah dilakukan perencanaan untuk menganalisis CFD, langkah-langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan analisis CFD pada FLUENT, diantaranya sebagai berikut:

1. membuat geometri dan *mesh* pada model menggunakan GAMBIT;
2. memilih model yang tepat 2D atau 3D;
3. mengimpor *mesh* model dari GAMBIT;
4. melakukan pemeriksaan pada *mesh* model;
5. memilih *solver*;
6. memilih persamaan dasar yang akan digunakan dalam analisis, model yang sesuai dengan permasalahan seperti laminar, perpindahan kalor, dan lain-lain;
7. menentukan sifat material yang sesuai dengan permasalahan;
8. menentukan kondisi batas;
9. mengatur parameter kontrol solusi;
10. melakukan *initialize*;
11. melakukan perhitungan atau iterasi;
12. hasil iterasi dapat ditampilkan dalam bentuk kontur, vektor, *pathline*, dan lain-lain (Jufrianto *et al.*, 2014).

Setelah melakukan langkah-langkah di atas, FLUENT dapat menghasilkan hasil simulasi berupa gambaran yang mendekati kondisi sebenarnya. Tidak hanya itu, indikator yang dimasukkan sesuai dengan data yang diperoleh dari pengamatan peneliti. Untuk fluida peneliti bisa memasukkan suhu, kecepatan, serta tekanan yang ada pada objek sebenarnya (Tuakia, 2008).



Gambar 2.2 Contoh hasil FLUENT
(Sumber : www.computationalfluidynamics.com.au)

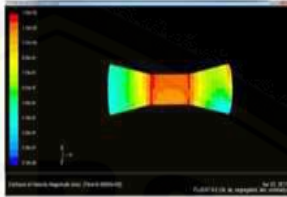
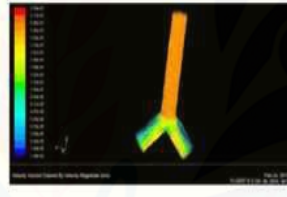
2.6 Perangkat Lunak (CFD)

Contoh penggunaan CFD dengan menggunakan *software* GAMBIT dan FLUENT yang relevan dengan penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 2.1:

2.7 Metode Volume Hingga

Metode volume hingga adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pada pemodelan matematika dengan suatu titik diskrit yang kontinu dan jarak antara titik tersebut teratur membentuk suatu *grid* atau *mesh*. Menurut Apsley (dalam Niam, 2011), pada masalah aliran fluida dan aerodinamik sangat sesuai menggunakan metode volume hingga karena dapat digunakan pada bentuk benda yang tidak teratur sehingga benda akan menjadi lebih mudah untuk didiskritisasi. Pada penelitian ini, penyelesaian pemodelan matematika yang diteliti menggunakan metode volume hingga karena aliran fluida yang digunakan berupa gas atau udara. Aliran fluida dapat dibangun dengan persamaan matematika menggunakan rumus-rumus fisika seperti hukum kontinuitas massa, kekekalan energi, dan persamaan momentum. Dalam penelitian ini dibangun suatu persamaan matematika yaitu persamaan momentum dan kontinuitas massa.

Tabel 2.1 Penelitian yang Relevan

No	Model Matematika	Simulasi CFD	Publikasi
1.	$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho v \phi_y}{\partial y} =$ $-\frac{\partial P}{\partial y} + \rho \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right)$ <p>dimana</p> $p = \frac{Q8\eta l}{\pi r^4}$		<p>Aisyah, S. 2017. <i>Analisis Numerik Aliran Udara pada Penyempitan Saluran Pernapasan Akibat Penyakit Gondok Menggunakan Metode Elemen Hingga Sebagai Monograf</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
2.	$(\phi_e(\rho - \rho u) - \phi_s(\rho - \rho u))\Delta y +$ $(\phi_s(\rho - \rho v) - \phi_e(\rho - \rho v))\Delta x =$ $-P\Delta x - P\Delta y + (f_x + f_y)\Delta x\Delta y +$ $\mu \left(\frac{u\Delta y}{\Delta x} + \frac{u\Delta x}{\Delta y} \right) + \mu \left(\frac{v\Delta y}{\Delta x} + \frac{v\Delta x}{\Delta y} \right)$		<p>Saputra, A. S. H. 2017. <i>Analisis Sirkulasi Udara Pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>

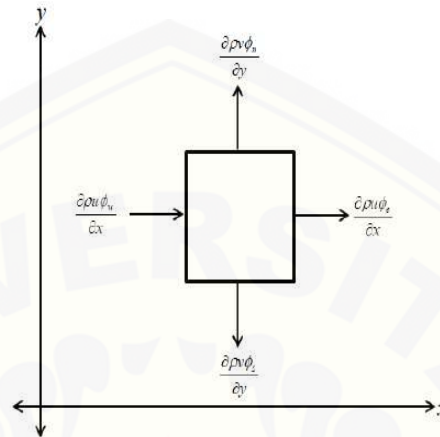
2.7.1 Persamaan Momentum

Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekekalan momentum akibat penurunan persamaan differensial gerak fluida yang ditinjau dari volume keunsuran atau sistem keunsuran (White *et al.*, 1986). Berdasarkan hukum kekekalan momentum maka rumus umum dari persamaan momentum adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = \sum F \tag{2.1}$$

Karena objek yang diamati tidak terlihat yaitu berupa gas, maka *pure rate* = *input* - *output*.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [\text{input-output}] = \sum F \quad (2.2)$$



Gambar 2.3 Bagan volume kendali persamaan momentum

Fluks momentum terjadi di keempat sisi seperti pada Gambar 2.3 yaitu dua masuk dan dua keluar. F adalah gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali yaitu *pressure*/tekanan (P), gravitasi (g), dan gaya kekentalan (μ).

2.7.2 Persamaan Kontinuitas Massa

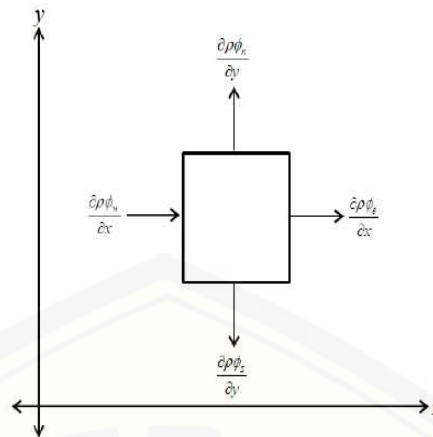
Semua persamaan differensial dasar gerak fluida dapat diturunkan dengan meninjau sebuah volume keunsuran atau suatu sistem keunsuran (White *et al.*, 1986).

Persamaan massa dibentuk berdasarkan hukum kekekalan massa dengan bentuk umum persamaan massa adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [\text{pure rate}] = \sum F \quad (2.3)$$

Karena objek yang diamati tidak terlihat yaitu berupa gas, maka *pure rate* = *input* - *output*.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [\text{input-output}] = \sum F \quad (2.4)$$

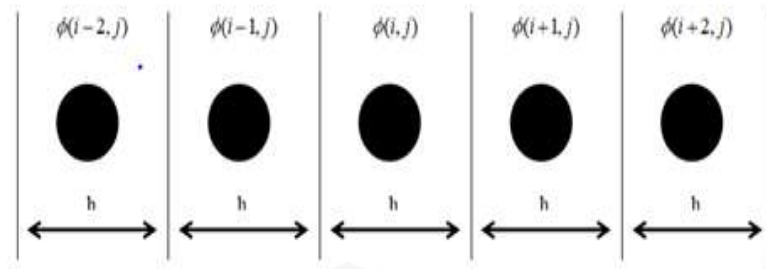


Gambar 2.4 Bagan volume kendali persamaan kontinuitas massa

2.8 Teknik Diskritisasi QUICK (*Quadratic Upwind Interpolation Confective Kinematics*)

Melalui diskritisasi akan didapatkan solusi numerik pada tiap-tiap persamaan. Pada penelitian ini teknik diskritisasi yang digunakan adalah teknik diskritisasi QUICK. Bentuk geometris dari aliran fluida akan dibentuk *grid* dalam masing-masing domain. *Grid* yang dibentuk pada domain dapat berupa *grid* yang berstruktur atau yang tidak berstruktur, ataupun *grid* dalam koordinat kartesius atau *grid non* kartesius. Pada masing-masing *grid* memiliki dua kontrol yaitu, kontrol titik (*node*) dan kontrol bidang (*face*). Kontrol *node* untuk dua dimensi terdiri dari W, E, N, dan S, sementara untuk kontrol *face* terdiri dari w, e, n, dan s. Diskritisasi menggunakan metode QUICK supaya dapat merubah nilai pada *node* dan *face*. Dalam penelitian ini dibuat model matematika dua dimensi aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis sehingga kontrol *node* adalah $\phi_W, \phi_E, \phi_S, \phi_N$ dan kontrol *face* adalah $\phi_w, \phi_e, \phi_s, \phi_n$. Teknik diskritisasi menggunakan metode QUICK untuk merubah nilai pada bidang menjadi nilai pada titik, di ilustrasikan seperti pada gambar 2.5. QUICK *scheme* pada Apsley (dalam Fatahillah, 2014), untuk kecepatan lebih besar dari nol adalah:

$$\phi_n(i, j) = \phi(i, j) + g_1(\phi(i+1, j) - \phi(i, j)) + g_2(\phi(i, j) - \phi(i-1, j)) \quad (2.5)$$



Gambar 2.5 Diskritisasi QUICK
(Sumber : Fatahillah, 2011)

dengan bobot g_1 :

$$g_1 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i, j) - \phi(i-1, j)]}{[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)][\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)]} = \frac{(\frac{1}{2}h)(\frac{3}{2}h)}{(h)(2h)} = \frac{3}{8} \quad (2.6)$$

dan bobot untuk g_2 :

$$g_2 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i+1, j) - \phi(i, j)]}{[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)][\phi(i+1, j) - \phi(i-1, j)]} = \frac{(\frac{1}{2}h)(\frac{1}{2}h)}{(h)(2h)} = \frac{1}{8} \quad (2.7)$$

Substitusikan nilai g_1 dan g_2 , sehingga diperoleh rumus untuk $\phi_n(i, j)$:

$$\begin{aligned} \phi_w(i, j) &= \phi(i-1, j) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + g_2[\phi(i-1, j) - \\ &\quad \phi(i-2, j)] \\ &= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i-1, j) - \\ &\quad \phi(i-2, j)] \\ &= -\frac{1}{8}\phi(i-2, j) + \frac{3}{4}\phi(i-1, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dengan cara yang sama, diperoleh nilai $\phi_s(i, j)$, $\phi_e(i, j)$, $\phi_w(i, j)$ yaitu:

$$\begin{aligned}
\phi_s(i, j) &= \phi(i, j - 1) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)] + g_2[\phi(i, j - 1) - \\
&\quad \phi(i, j - 2)] \\
&= \phi(i, j - 1) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j - 1) - \\
&\quad \phi(i, j - 2)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i, j - 2) + \frac{3}{4}\phi(i, j - 1) + \frac{3}{8}\phi(i, j)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
\phi_e(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i - 1, j)] \\
&= \phi(i, j) + \frac{3}{8}[\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i - 1, j)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i - 1, j) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i + 1, j)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
\phi_n(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i, j + 1) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)] \\
&= \phi(i - 1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j + 1) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j - 1)] \\
&= -\frac{1}{8}\phi(i, j - 1) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j + 1)
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Keterangan:

g_1 = gaya permukaan 1,

g_2 = gaya permukaan 2,

i = diskritisasi pada sumbu x,

j = diskritisasi pada sumbu y,

ϕ_n = kontrol permukaan *north* atau utara,

ϕ_s = kontrol permukaan *south* atau selatan,

ϕ_e = kontrol permukaan *east* atau timur,

ϕ_w = kontrol permukaan *west* atau barat.

2.9 Algoritma dan Pemrograman MATLAB

2.9.1 Algoritma

Algoritma adalah sekumpulan langkah terperinci yang dituangkan ke dalam program sehingga bisa diproses dalam komputer bertujuan untuk menyelesaikan suatu masalah (Kadir, 2013). Menurut Saniman (dalam Amirullah, 2019) program merupakan perwujudan atau implementasi dari

algoritma yang ditulis dengan bahasa pemrograman. kegiatan menulis program disebut dengan pemrograman atau *programming*.

Menurut Knuth *et al.* (dalam Kadir, 2013), terdapat lima ciri-ciri penting yang harus dimiliki oleh suatu algoritma, yaitu sebagai berikut:

- a. *Finiteness*
menyatakan suatu algoritma harus berakhir jika telah memproses sejumlah langkah dalam semua kondisi.
- b. *Definiteness*
menyatakan setiap langkah harus dinyatakan dengan jelas sehingga tidak menimbulkan arti yang lain.
- c. Masukan
merupakan suatu besaran sebelum algoritma diproses yang telah diberikan diawal. Umumnya setiap algoritma memiliki satu atau beberapa masukan, tetapi tidak menutup kemungkinan algoritma tidak memiliki masukan.
- d. Keluaran
merupakan besaran yang ada hubungannya dengan masukan. Pada setiap algoritma dapat memiliki satu atau banyak keluaran.
- e. Efektifitas
semua operasi yang dilakukan oleh algoritma harus bersifat sederhana dan dapat dikerjakan dengan waktu terbatas sehingga dapat bersifat efektif.

Penulisan algoritma terdapat 3 cara yang umum digunakan, yaitu sebagai berikut:

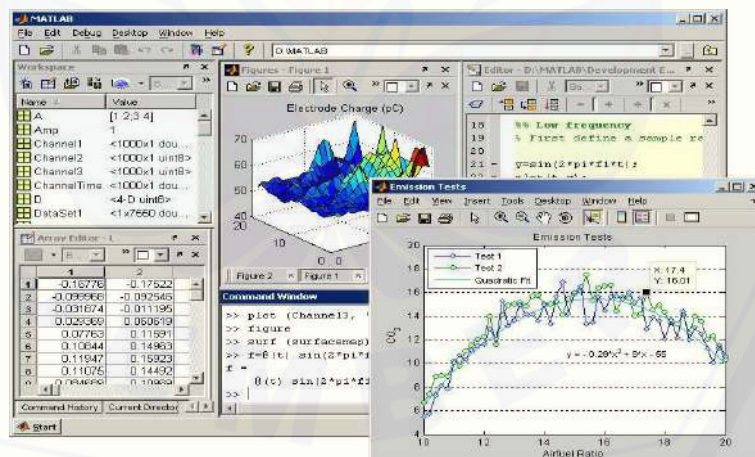
1. notasi penulisan algoritma dapat menggunakan bahasa deskriptif dengan cara menuliskan perintah dalam bentuk kalimat deskriptif menggunakan bahasa yang jelas. Notasi bahasa deskriptif yaitu bahasa Inggris tetapi dapat dimodifikasi menggunakan bahasa Indonesia.
2. *Pseudocode* merupakan cara penulisan algoritma yang menyerupai bahasa pemrograman tingkat tinggi namun ditulis sederhana dengan bahasa baku supaya mudah untuk dipahami oleh manusia.
3. menggunakan diagram alir *Flowchart* merupakan cara penulisan algoritma dengan menggunakan gambar atau bagan yang memperlihatkan urutan atau langkah-langkah dari suatu program. Manfaat menggunakan *flowchart* yaitu

memudahkan dalam melakukan pengecekan bagian yang terlupakan dalam analisis masalah (Barakbah *et al.*, 2013).

2.9.2 MATLAB

MATLAB (*Matrix Laboratory*) merupakan bahasa tingkat tinggi yang interaktif dan memungkinkan penggunaannya untuk melakukan komputasi secara terus menerus. Pada saat ini MATLAB telah berkembang menjadi sebuah lingkungan pemrograman yang cukup canggih dimana terdapat fungsi *built-in* sehingga dapat melakukan pengelolaan sinyal, aljabar linier, kalkulasi matematis dan lainnya. Hal yang dapat dilakukan MATLAB yaitu mengintegrasikan komputasi, visualisasi, dan pemrograman. Penggunaan MATLAB meliputi berbagai bidang, sebagai berikut:

- matematika dan komputasi;
- pembentukan algoritma akuisi data;
- pemodelan, simulasi, dan pembuatan *prototype*;
- analisis data, eksplorasi, dan visualisasi grafik;
- keilmuan dan bidang rekayasa.



Gambar 2.6 MATLAB
(Sumber : www.hec.nasa.gov)

MATLAB pada lingkungan perguruan tinggi digunakan sebagai alat pembelajaran untuk tahap pengenalan dan pengembangan dalam menyajikan

materi matematika, teknik, dan sains. Sementara MATLAB menurut Sahid (dalam Syahroh, 2019) dalam industri merupakan salah satu alat yang digunakan untuk melakukan penelitian, pengembangan, dan analisis. Terdapat beberapa macam *window* yang penting pada tampilan utama MATLAB, diantaranya yaitu:

a. *Command Window*

merupakan tampilan utama MATLAB dan akan terbuka ketika MATLAB dijalankan. Pada *command window* semua perintah MATLAB dapat dituliskan kemudian dieksekusi (commands). Dalam menuliskan ekspresi MATLAB pada *command window* pengguna harus menuliskan terlebih dahulu tanda *prompt* ($>>$). Namun jika *software* MATLAB yang digunakan menggunakan merupakan versi baru, pengguna tidak perlu menuliskan tanda *prompt* karena akan muncul secara otomatis.

b. *Command History*

merupakan tempat untuk menampilkan perintah yang pernah diketikkan pada *command window* oleh pengguna. Pada *command history* juga berisikan informasi perintah apa saja yang telah dijalankan sebelumnya.

c. *Work Space*

merupakan tempat yang digunakan sebagai penyimpanan variabel masukan beserta hasilnya. Semua variabel yang telah dibuat seperti nama variabel, ukuran, jumlah *byte* bahkan *class* akan ditampilkan oleh *workspace*.

Menurut Marwan (2017) MATLAB memiliki tiga jenis format data, yaitu:

1. skalar merupakan suatu bilangan tunggal;
2. vektor merupakan kumpulan bilangan yang tersusun satu dimensi. Dalam MATLAB vektor biasanya berupa vektor baris atau vektor kolom;
3. matriks merupakan kumpulan bilangan yang disusun dalam segiempat dua dimensi. Format matriks pada MATLAB diartikan dengan jumlah baris dan kolom. Pada MATLAB pengguna dapat membentuk matriks berdimensi tiga atau lebih.

MATLAB memiliki kekurangan dan kelebihan. kekurangan pada MATLAB yaitu tidak dapat membaca satuan yang digunakan. Sementara kelebihan MATLAB diantaranya yaitu:

1. mampu mengintegrasikan kemampuan komputasi, visualisasi, dan pemograman;
2. kemampuan grafis yang cukup handal, salah satunya yaitu kualitas menggambar grafik 3 dimensi;
3. ukuran file, baik FIG-file maupun M-file yang dihasilkan relatif kecil (Pusadan,2014);
4. MATLAB dapat dihubungkan dengan aplikasi bahasa pemograman seperti C,Java, NET, dan Microsoft Excel (Tjolleng, 2017).

2.9.3 Metode Gauss Seidel

Penyelesaian suatu sistem persamaan linier biasanya meggunakan dua metode yaitu metode langsung dan tidak langsung atau iteratif. Metode langsung merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan linier dalam langkah berhingga, seperti metode invers, eliminasi Gauss, dan dekomposisi LU. Sementara metode tak langsung atau iteratif merupakan metode yang diawali dari suatu hampiran penyelesaian awal kemudian memperbaiki hampiran dalam tak berhingga dengan langkah konvergen, seperti iterasi Jacobi, iterasi Gauss Seidell, dan iterasi SOR.

Suatu sistem persamaan linier dapat dituliskan dengan bentuk $AX = B$ dengan A merupakan matriks koefisien dari x , X merupakan matriks variabel sistem persamaan, dan B merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem $AX=B$ dan Q adalah matriks *non-singular* dapat dituliskan dalam bentuk:

$$AX = B \quad (2.12)$$

$$(Q - A)X + AX = (Q - A)X + B$$

$$QX = (Q - A)X + B \quad (2.13)$$

selanjutnya dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- k :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)$$

Sebuah matriks A dapat dituliskan dalam bentuk $A = L + D + U$, dengan L adalah matriks segitiga bawah, D adalah matriks diagonal, dan U adalah matriks segitiga atas. Pada iterasi Gauss-Seidel dipilih $Q = D + L$, tetapi pada iterasi

SOR dipilih $Q = \frac{1}{\omega}D + L$ dengan ω adalah faktor skala. Sehingga Persamaan

$$\begin{aligned} QX^{(k)} &= (Q - A)X^{(k-1)} + B \\ \left(\frac{1}{\omega}D + L\right) X^{(k)} &= \left(\frac{1}{\omega}D + L - A\right) X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D + D + L - A\right) X^{(k-1)} + B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D - U\right) X^{(k-1)} + B \\ \omega D^{-1} \left(\frac{1}{\omega}DX^{(k)}\right) &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D - U\right) X^{(k-1)} + B \right] \\ X^{(k)} &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\frac{1}{\omega}D - D - U\right) X^{(k-1)} + B \right] \\ X^{(k)} &= -\omega D^{-1}LX^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1}U) X^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\ X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1}LX^{(k)} - \omega D^{-1}UX^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\ X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1} (LX^{(k)} + UX^{(k-1)} - B) \quad (2.15) \end{aligned}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan n persamaan dan n variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (2.16)$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai x_1 sampai x_n seperti berikut:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n) \\
x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n) \\
x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n) \\
&\vdots \\
x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1})
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Pada iterasi Gauss-Seidel nilai x_1 yang telah diperoleh dimasukkan kedalam x_2 yang akan dicari, karena nilai x_1 yang diperoleh lebih dekat dengan nilai eksak. Selanjutnya untuk mencari nilai x_3 maka tinggal memasukkan nilai x_1 dan x_2 yang telah diperoleh. Dan seterusnya sampai diperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Berikut contoh langkah-langkah penyelesaiannya:

o iterasi ke-1

$$\begin{aligned}
x_1^1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0 - \cdots - a_{1n}x_n^0) \\
x_2^1 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^1 - a_{23}x_3^0 - \cdots - a_{2n}x_n^0) \\
x_3^1 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^1 - a_{32}x_2^1 - \cdots - a_{3n}x_n^0) \\
&\vdots \\
x_n^1 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^1 - a_{n2}x_2^1 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^1)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

o iterasi ke-2

$$\begin{aligned}
x_1^2 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^1 - a_{13}x_3^1 - \cdots - a_{1n}x_n^1) \\
x_2^2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^2 - a_{23}x_3^1 - \cdots - a_{2n}x_n^1) \\
x_3^2 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^2 - a_{32}x_2^2 - \cdots - a_{3n}x_n^1) \\
&\vdots \\
x_n^2 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^2 - a_{n2}x_2^2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^2)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

o dan seterusnya sampai langkah k .

Sehingga untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi Gauss-Seidel dengan

langkah $k = 1, 2, 3, \dots$ adalah,

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.20)$$

Sedangkan untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi SOR dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ untuk langkah k adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x_i^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad (2.21)$$

(Anton, 1987).

Pada Persamaan (2.15) dan Persamaan (2.21), untuk $\omega = 1$ akan diperoleh metode Gauss-Seidel. Metode Gauss-Seidel inilah yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang muncul dalam penyelesaian numerik dari persamaan diferensial parsial tertentu.

2.9.4 Galat atau *Error*

Dalam menyelesaikan komputasi numerik biasanya memuat galat. Galat atau yang biasa disebut *error* adalah selisih antara nilai sebenarnya dengan nilai hasil perhitungan menggunakan metode numerik. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode numerik merupakan hasil dari proses iterasi untuk mendekati nilai yang sebenarnya. Keefektifan metode numerik dapat dilihat dari nilai galat yang dihasilkan, apabila nilai galat yang dihasilkan kecil maka dapat dikatakan metode numerik tersebut efektif, namun apabila nilai galat yang dihasilkan semakin besar maka dapat dikatakan metode numerik tersebut kurang efektif atau terdapat kesalahan saat dilakukan perhitungan. Menurut (Pujiyanta, 2007) ada beberapa macam galat diantaranya yaitu:

1. galat percobaan, terjadi karena kesalahan dalam mengasumsikan data atau memberikan data;
2. pembulatan (*rounding*), terjadi karena penentuan jumlah angka dibelakang koma;
3. galat pemotongan, terjadi karena untuk angka pecahan nilai diambil sebagai angka pecahan yang dinormalisir;
4. galat pemrograman;

5. galat mesin, terjadi karena kecerobohan manusia dalam melakukan perhitungan aritmatika;
6. perambatan galat, terjadi karena 2 atau lebih nilai variabel yang dioperasikan.

Kesalahan numerik yang pasti terjadi menurut (Juliana, *et al.*, 2011), yaitu:

a) Kesalahan Pemenggalan (*chopping error*)

kesalahan pemenggalan terjadi karena pemotongan digit angka.

b) Kesalahan Pemotongan (*truncation error*)

Kesalahan pemotongan merupakan kesalahan yang dihasilkan dari penggunaan suatu pendekatan sebagai pengganti prosedur matematika eksak. Penurunan rumus pada metode numerik menggunakan proses iterasi yang tak terhingga, sehingga jumlah iterasi tidak terbatas atau sampai ke- n . Galat pemotongan akan semakin kecil apabila nilai n diperbesar, namun jumlah proses perhitungannya semakin banyak.

c) Kesalahan Pembulatan (*round-off error*)

Kesalahan pembulatan timbul jika angka-angka hasil pembulatan digunakan untuk menyatakan angka signifikan. Kesalahan ini terjadi karena komputer atau kalkulator hanya mampu menyimpan sejumlah angka tertentu yaitu sampai 14 angka signifikan. Hampir semua proses perhitungan dalam metode numerik menggunakan bilangan real. Adanya pembulatan galat dikarenakan penyajian bilangan real yang panjangnya tak terhingga dan tidak bisa disajikan secara tepat.

2.10 Sistem Pernafasan

Pernafasan atau respirasi merupakan peristiwa menghirup udara dari luar yang mengandung oksigen dan menghembuskan udara yang mengandung karbondioksida sebagai sisa oksidasi. Respirasi dibagi menjadi dua yaitu respirasi internal atau seluler respirasi atau respirasi dalam dan respirasi eksternal atau pernafasan luar. Menurut cahyono (2017), jumlah udara yang dihirup pada saat respirasi normal sebanyak 0,5 liter atau ± 500 ml. Siklus respirasi normal sebanyak 14-20 kali/menit.

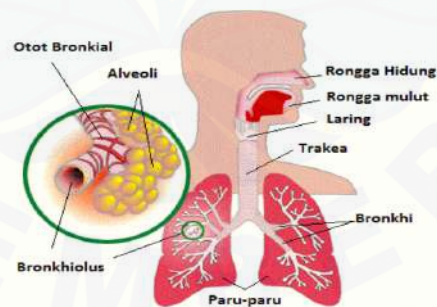
1. Respirasi eksternal merupakan proses pertukaran gas oksigen dan karbondioksida di paru-paru, kapiler pulmoner dengan lingkungan luar.

Pertukaran gas ini terjadi akibat adanya perbedaan tekanan dan konsentrasi antara udara lingkungan dengan paru-paru. Pada respirasi eksternal melibatkan kegiatan-kegiatan berikut:

- a. pertukaran udara dari luar dengan udara alveoli melalui aksi mekanik yang disebut ventilasi;
 - b. pertukaran oksigen dan karbondioksida antara alveoli dengan kapiler pulmoner melalui proses difusi;
 - c. pengangkutan oksigen dan karbondioksida dari paru-paru keseluruh tubuh dan sebaliknya oleh darah.
2. Respirasi internal merupakan proses pemanfaatan oksigen dalam sel yang terjadi di mitokondria untuk metabolisme serta memproduksi karbondioksida. Proses pertukaran gas yang terjadi pada respirasi interna hampir sama dengan respirasi eksterna. Terdapat adanya peranan difusi antara kapiler sistemik dengan jaringan, karena (PO_2) jaringan selalu lebih rendah dari arteri sistemik dengan perbandingan 40 mmHg dan 104 mmHg. Sedangkan karbondioksida bergerak dengan cepat ke aliran vena dan kembali ke jantung (Mustikawati, 2017)

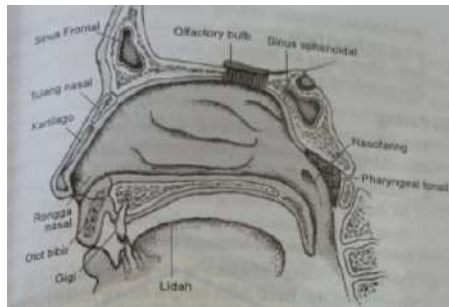
2.10.1 Anatomi Sistem Pernafasan

Organ-organ yang terdapat pada sistem pernafasan, diantaranya sebagai berikut.



Gambar 2.7 Organ sistem pernafasan
(sumber : www.dokumen.tips)

1. Hidung



Gambar 2.8 Bagian-bagian hidung
(sumber : Tarwoto, *et al.*, 2018)

Hidung adalah organ utama pada saluran pernafasan yang berhubungan langsung dengan dunia luar dan berfungsi sebagai jalan masuk dan keluarnya udara melalui proses pernafasan. Struktur hidung dikelompokkan menjadi dua yaitu hidung bagian luar atau eksterna dan hidung bagian dalam atau interna atau rongga nasal. Hidung bagian luar tersusun oleh tulang-tulang rawan (kartilago hialin) yang dilapisi oleh kulit serta mengandung banyak kelenjar sebacea. Pada hidung luar bagian belakang terdapat dua lubang yaitu eksternal nares atau nostril. Lubang hidung ini berhubungan dengan rongga hidung/hidung bagian dalam yang disebut *vestibulum*. Epitel *vestibulum* hidung pada bagian luar mengandung banyak rambut-rambut yang berfungsi sebagai filtrasi udara. Sedangkan pada hidung bagian dalam diselaputi oleh epitel berlapis semu bersilia, bersel goblet yang mengandung banyak kelenjar. Kedua rongga hidung dipisahkan oleh septum nasi. Pada bagian depan septum tersusun oleh tulang rawan *vomer* dan tulang etmoid, sedangkan pada dinding bagian lateral rongga hidung terdapat tiga tonjolan yang disebut *konka nasalis*. Terdapat 3 *konka nasalis* yaitu *konka superior*, *media* dan *inferior*. Udara yang masuk ke rongga hidung akan melalui sela-sela khonka untuk dihangatkan melalui kapiler-kapiler khonka dan dilembabkan oleh lendir yang dihasilkan oleh sel goblet. Pada bagian atap rongga hidung terdapat daerah alfaktorius yang merupakan reseptor dari saraf penciuman atau *nervus alfaktorius*. Rongga hidung dikelilingi oleh sinus paranasi yang terdapat pada *frontalis*, *sphenoidalis*, *etmoidalis* dan *maksilaris* yang berperan dalam penyesuaian suhu udara dan memberikan efek resonan

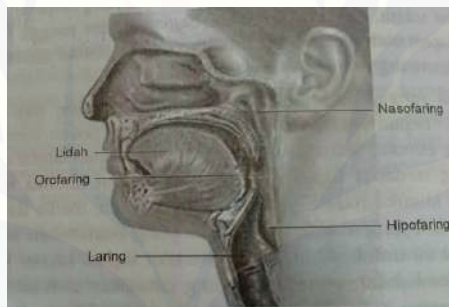
suara.

2. Faring

Faring terletak diantara rongga hidung bagian lateral dengan laring, dibelakang rongga mulut. Faring terbagi atas 3 bagian, yaitu.

- a. Nasofaring merupakan faring bagian atas yang berhubungan dengan rongga hidung bagian dalam. Pada bagian ini terdapat muara tuba eustachi yang berfungsi untuk menyeimbangkan tekanan udara pada membran timpani.
- b. Orofaring terletak dibelakang rongga mulut yang berada diantara langit-langit lunak dan dasar lidah sampai tulang hyoid. Pada bagian ini terdapat beberapa *tonsil* yaitu *tonsil palatine*, faringeal dan *tonsil lingual*.
- c. Laringofaring merupakan bagian laring bawah dari faring yang terletak diantara tulang hyoid dan laring. Pada bagian ini terdapat pertemuan antara saluran pernafasan dan saluran pencernaan.

3. Laring



Gambar 2.9 Faring dan Laring
(sumber : Tarwoto, *et al.*, 2018)

Laring atau kotak suara merupakan saluran pernafasan yang terletak diantara orofaring dan trakea. Pada daerah superior terdapat tulang hioid epiglottis yang dapat membuka dan menutup. Laring memiliki tiga tulang rawan besar yaitu tulang rawan tiroid, tulang rawan krikoid dan tulang rawan epiglottis. Tulang rawan tiroid merupakan tulang rawan yang paling besar dan terletak di depan laring dan membentuk seperti huruf U yang biasa disebut *Laringeal Prominen* atau *Adam's Apple* atau jakun. Laring dilapisi oleh membran epitel berlapis pipih yang dapat menahan getaran pada saat bersuara. Pada bagian ini terdapat lipatan-lipatan yang disebut pita suara sejati (*vocal fold*)

dan lipatan sebelah atas disebut pita suara palsu (*ventricular fold*). Untuk menghasilkan suara pita suara dapat bergetar atau menegang. Fungsi dari laring adalah sebagai jalan untuk masuknya udara, membersihkan jalan masuknya makanan ke esofagus dan sebagai produksi suara.

4. Trakea



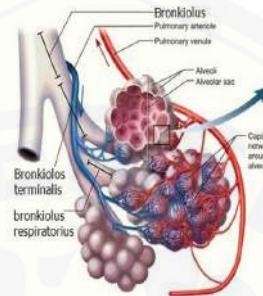
Gambar 2.10 Trakea
(sumber : www.informazone.com)

Trakea merupakan organ tabung yang berada diantara laring sampai dengan puncak paru-paru. Panjang trakea sekitar 10-12 cm, setinggi servikal 6 sampai dengan torakal 5. Pada ujung trakea memiliki 2 cabang yaitu kanan dan kiri yang disebut bronkus primer. Karina merupakan daerah persimpangan bronkus kanan dan kiri. Pada daerah ini sangat sensitif terhadap benda asing yang masuk sehingga refleks batuk. Trakea tersusun atas 15-20 cincin kartilago berbentuk huruf C yang berfungsi untuk mempertahankan lumen trakea untuk tetap terbuka. Trakea dilapisi oleh mukosa dan jaringan submukosa dan *adventitia*. Epitel mukosa mengandung sel-sel goblet yang memproduksi *mucus* dan epitel yang bersilia yang berfungsi untuk menyapu partikel yang lolos dari hidung. Lapisan submukosa merupakan lapisan dibawah mukosa yang terdiri dari jaringan konektif dan mengandung kelenjar seromukus untuk memproduksi *mucus*. Sedangkan pada lapisan luarnya disebut lapisan *adventitia* yang tersusun oleh jaringan konektif.

5. Bronkus

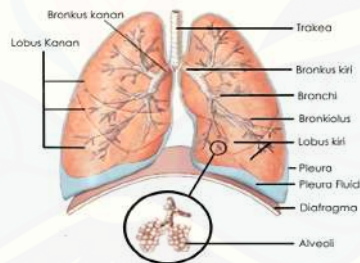
Bronkus merupakan percabangan dari trakea ke paru-paru kanan dan

paru-paru kiri. Bronkus sebelah kanan lebih pendek dan diameternya lebih besar, sementara untuk bronkus sebelah kiri lebih horizontal, lebih panjang dan lebih sempit. Pada bronkus primer kanan bercabang menjadi 3 bronkus sekunder atau bronkus lobaris untuk bronkus kiri bercabang menjadi 2 bronkus sekunder. Selanjutnya bronkus sekunder bercabang menjadi bronkus tersier, bronkiolus, bronkiolus terminal, bronkiolus respiratori sampai pada alveolus.



Gambar 2.11 Bagian-bagian bronkus
(sumber : www.sekolahan.co.id)

6. Paru-paru



Gambar 2.12 Bagian-bagian paru-paru
(sumber : www.freedomsiana.com)

Paru-paru terletak pada rongga dada bagian atas, pada dibagian samping dibatasi oleh otot dan rusuk sementara dibagian bawah dibatasi oleh diafragma yang berotot kuat. Paru-paru terbagi atas dua bagian yaitu paru-paru kanan yang terdiri atas 3 lobus diantaranya lobus atas, tengah dan bawah. Lobus-lobus tersebut dibatasi oleh fisura horizontal dan obliq. Paru-paru dibungkus oleh dua selaput tipis yang disebut pleura. Selaput

bagian dalam yang langsung menyelaputi paru-paru disebut pleura dalam (*pleura visceralis*), sementara selaput yang menyelaputi rongga dada yang bersebelahan dengan tulang rusuk disebut pleura luar (*pleura parietalis*). Antara selaput luar dan selaput dalam terdapat rongga yang berisi cairan pleura yang berasal dari plasma darah yang masuk secara eksudasi dan berfungsi sebagai pelumas paru-paru. Dinding rongga pleura bersifat permeabel terhadap air dan zat-zat lain.

6. Alveolus

Alveoli (jamak alveolus) merupakan bagian terminal pada cabang-cabang bronkus yang bertanggung jawab akan struktur paru-paru yang menyerupai kantong kecil terbuka pada salah satu sisinya. Setiap alveoli mengandung satu lapisan sel epitelia skuamosa dan disekeliling dindingnya terdapat kapiler tempat pertukaran oksigen dan karbondioksida (Tarwoto *et al.*, 2018).

2.11 Bronkitis

Bronkitis berasal dari bronchus (saluran napas) dan itis artinya menunjukkan adanya suatu peradangan. Bisa disimpulkan bronkitis merupakan suatu gejala penyakit pernapasan. Bronkitis adalah istilah umum untuk terjadinya infeksi yang menyebabkan iritasi dan peradangan pada area bronkus di paru-paru. Bronkitis biasanya lebih sering disebabkan oleh virus seperti rhinovirus, *Respiratory Syncytial Virus* (RSV), virus influenza, virus para influenza, dan *Coxsackie* virus. Ada 2 jenis bronkitis yaitu bronkitis akut dan kronis (Muttaqin, 2008).

2.11.1 Bronkitis Akut

Bronkitis akut adalah radang membran bronki yang penyebab utamanya adalah infeksi virus, namun juga dapat disebabkan oleh infeksi bakteri atau akibat iritasi benda - benda asing (Soedarto, 2010). Bronkitis akut adalah kondisi umum yang disebabkan oleh infeksi dan inhalasi yang mengakibatkan inflamasi lapisan mukosa percabangan trakeobronkial. Penyebab infeksi paling umum dari bronkitis akut mencakup virus influenza, adenovirus, rinovirus, dan organisme *Mycoplasma pneumoniae*. Bronkitis menyebabkan sekret mukus

berlebihan, bronkus membesar, disfungsi silia yang menghambat aliran udara ekspirasi. Gejala bronkitis akut adalah batuk, dengan sedikit mukus purulen. Mungkin ada ronkhi kering (mengi). Mukus pada penyakit bronkitis akut ini akan menghilang seiring dengan proses penyembuhan pada pasien (Jan Tambayong, 2000). Bronkitis akut cukup sering terjadi karena merupakan kelanjutan dari pilek atau jenis infeksi lain pada saluran pernapasan. Gejala bronkitis jenis ini biasanya akan membaik dalam waktu 7 sampai 10 hari tanpa komplikasi.

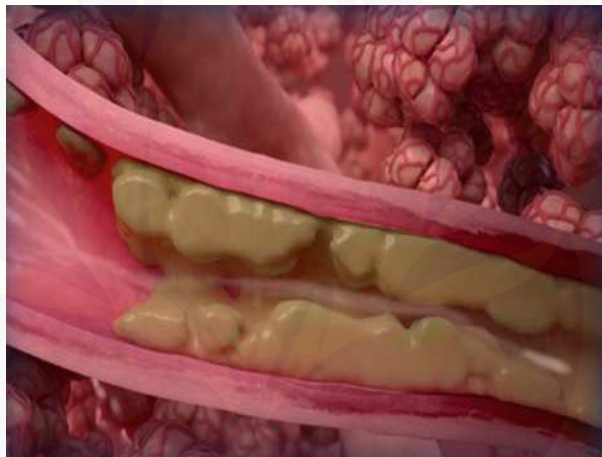
Bronkitis akut pada bayi dan anak yang biasanya bersama juga dengan trakeitis, merupakan penyakit infeksi saluran napas akut (ISNA) bawah yang sering dijumpai. Penyebab utama penyakit ini adalah virus. Batuk merupakan gejala yang menonjol dan karena batuk berhubungan dengan ISNA atas, berarti bahwa peradangan tersebut meliputi laring, trakea dan bronkus. Gangguan ini sering juga disebut laringotrakeobronkitis akut atau croup dan sering mengenai anak sampai umur 3 tahun dengan gejala suara serak, stridor dan napas berbunyi (Ngastisyah, 2005).

2.11.2 Bronkitis Kronis

Bronkitis kronis adalah bentuk peradangan yang lama dan berkesinambungan akibat serangan berulang bronkitis akut atau penyakit-penyakit umum kronis, dan ditandai dengan batuk, ekspektorasi, dan perubahan sekunder jaringan paru (Company, 2000). Bronkitis kronis didefinisikan sebagai adanya batuk produktif yang berlangsung 3 bulan dalam satu tahun selama 2 tahun berturut-turut. Sekresi yang menumpuk dalam bronkus mengganggu pernapasan yang efektif. Merokok atau pemaparan terhadap terhadap polusi adalah penyebab utama bronkitis kronis. Pasien dengan bronkitis kronis lebih rentan terhadap infeksi saluran pernapasan bawah. Kisaran infeksi virus, bakteri, dan mikoplasma dapat menyebabkan episode bronkitis akut.

Kelainan pada bronkitis kronis ditandai oleh hipersekresi bronkus secara terus menerus. Bronkitis kronis merupakan suatu gangguan klinis yang ditandai oleh pembentukan mukus yang berlebihan dalam bronkus dan bermanifestasi sebagai batuk kronis dan pembentukan sputum selama sedikitnya 3 bulan dalam

setahun sekurang-kurangnya dalam 2 tahun berturut-turut. Karena iritasi yang konstan ini, kelenjar-kelenjar yang mensekresi lendir dan sel-sel globet meningkat jumlahnya, fungsi silia menurun, dan lebih banyak lendir yang dihasilkan dan akibatnya bronkus menjadi menyempit dan tersumbat. Alveoli yang berdekatan dengan bronkus dapat menjadi rusak dan membentuk fibrosis, mengakibatkan perubahan fungsi makrofag alveolar, yang berperan penting dalam menghancurkan partikel asing termasuk bakteri. Pasien kemudian menjadi lebih rentan terhadap infeksi pernapasan. Penyempitan bronkus lebih lanjut terjadi sebagai akibat perubahan *fibrotic* yang terjadi dalam jalan napas. Batuk produktif, kronis pada bulan-bulan musim dingin adalah tanda dini dari bronkitis kronis. Batuk mungkin dapat diperburuk oleh cuaca yang dingin, lembab, dan iritan paru. Pasien biasanya mempunyai riwayat merokok dan sering mengalami infeksi pernapasan (Smeltzer dan Bare, 2001).



Gambar 2.13 Bronkitis Kronis
(sumber : www.galatherapeutics.com)

Pada manusia normal bronkus berdiameter 2-2.6 cm (Djojodibroto, 2009). Bronkus terbagi menjadi dua yaitu bronkus utama kanan dan bronkus utama kiri. Panjang bronkus utama kanan lebih pendek daripada panjang bronkus utama kiri. Panjang bronkus utama kanan sekitar 2-5 cm dengan 6-8 cincin tulang rawan. Sedangkan panjang bronkus utama kiri kira-kira 5 cm dengan 9-12 cincin tulang rawan (Probst *et al.*, 2006; Elstad dan Smith, 2009). Ukuran ketebalan mukus pada penyakit bronkitis kronis ini berkisar antara 0.001-0.01 cm.

Berikut model matematika pada aliran udara di bronkus akibat penyakit

bronkitis dimana untuk persamaan kontinuitas dan massa merupakan model dari Kyori *et al.* dan untuk rumus tambahan ketebalan menggunakan rumus yang digunakan oleh sufyan.

1. Persamaan Kontinuitas Massa

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \rho \phi_w}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \rho \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \rho \phi_s}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.22)$$

2. Persamaan Momentum

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho u \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_w}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \rho v \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \rho v \phi_s}{\partial y} \right) = -\varepsilon \frac{\partial P}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial P}{\partial y} + \\ & u \left(\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + \left(\frac{1}{x} \right) \frac{\partial \phi_0}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} \right) + \left(-\frac{\varepsilon v}{K} u_x + k_f \frac{\rho_p}{\rho_a} (v_x - u_x) - \frac{\varepsilon b}{K} u_x^2 \right) + \\ & g_x \left(\frac{\rho_p - \rho_a}{\rho_p} \right) + v \left(\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + \left(\frac{1}{x} \right) \frac{\partial \phi_0}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} \right) + \\ & \left(-\frac{\varepsilon v}{K} u_y + k_f \frac{\rho_p}{\rho_a} (v_y - u_y) - \frac{\varepsilon b}{K} u_y^2 \right) + g_y \left(\frac{\rho_p - \rho_a}{\rho_p} \right) + R(z) \end{aligned} \quad (2.23)$$

dimana,

$$R(z) = R_0 - \frac{\delta_s}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left(z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \quad (2.24)$$

dengan :

$R(z)$ = Jari-jari pada penyempitan

$R(0)$ = Jari-jari bronkus normal

δ_s = Perubahan ketebalan maksimum

L = Panjang Bronkus

L_0 = Panjang Penyempitan

z = Arah aliran

d = Lokasi Penyempitan

2.12 Penelitian Relevan

Penelitian sejenis yang telah dilakukan oleh Jyoti Kori *et al.*(2018) yang berjudul "*Numerical Simulation of Mucus Clearance Inside Lung Airways*". Pada penelitian ini mensimulasikan tentang perilaku aliran fluida dimana dinding pada saluran udara paru-parunya terdapat mukus. Hasil yang didapat pada penelitian ini menunjukkan menunjukkan bahwa kecepatan aliran fluida pada saluran udara paru-paru mengalami peningkatan seiring dengan meningkatnya frekuensi pernafasan. Penelitian relevan yang dilakukan oleh Putra (2017) yang berjudul "*Analisis numerik aliran darah pada penyempitan pembuluh darah arteri menggunakan metode volume hingga*" mengenai ketebalan bercak gumpalan lemak didapatkan hasil bahwa semakin tebal bercak gumpalan lemak maka peningkatan kecepatan aliran darah juga semakin besar. Sementara pada penelitian yang dilakukan oleh Jong *et al.*(2017) yang berjudul "*Aging effects on airflow dynamics and lung function in human*" didapatkan hasil hambatan yang terdapat pada bronkus dapat menyebabkan diameter bronkus menjadi lebih kecil dari yang semestinya dapat mengakibatkan kecepatan aliran udaranya semakin besar. Model matematika yang dibentuk pada penelitian ini memodifikasi dari penelitian yang dilakukan oleh Kori *et al.* dan Putra. Pada penelitian tersebut tidak diketahui ukuran ketebalan mukus yang digunakan. Penyakit yang dapat menyebabkan terbentuknya mukus yaitu bronkitis. Peradangan pada penyakit bronkitis kronis ini menyebabkan terbentuknya mukus lengket pada saluran pernafasan yang akan terus mengendap selama bertahun-tahun dan akan terus bertambah ketebalannya tergantung pola hidup penderitanya. Hal ini berbeda dengan penyakit bronkitis akut dimana mukus dapat menghilang selama beberapa hari sampai seminggu. Maka dari itu dipilih penyakit bronkitis kronis ini dikarenakan penyakit ini dapat menyebabkan mukus lengket mengendap sampai bertahun tahun sehingga dapat membahayakan nyawa penderitanya. Maka pembaharuan yang dilakukan pada penelitian ini yaitu dengan menggunakan pengaruh tiga ketebalan mukus yang berbeda, pengaruh pada kecepatan awal yang digunakan dan saluran udara yang terdapat mukus yaitu bronkus karena pada penyakit bronkitis kronis. Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini akan dibahas mengenai kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana pengaruh ketebalan mukus dan kecepatan awal yang diberikan pada penyakit bronkitis kronis. Penelitian ini menggunakan metode volume hingga dengan pendekatan diskritisasi QUICK dalam penyelesaian model matematika. Proses analisis dan simulasi model matematika tersebut berbantuan software MATLAB dan FLUENT.



BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Berdasarkan jenisnya, penelitian ini merupakan jenis penelitian simulasi. Penelitian simulasi merupakan jenis penelitian yang dilakukan untuk mengetahui gambaran dari suatu sistem dengan sederhana yang akan diterapkan manipulasi atau pengendalian untuk mendapatkan pengaruh yang mirip dengan keadaan sebenarnya. Hal yang akan dilakukan yaitu pengujian konsep atau hipotesis awal kemudian pembuatan kajian lebih dalam serta kesimpulan tentang fenomena yang diamati. Pada penelitian ini, disimulasikan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis yang dipengaruhi oleh kecepatan awal dan ketebalan mukus yang ada pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis berdasarkan data yang telah dikumpulkan. Permasalahan ini diselesaikan dalam bentuk model matematika menggunakan metode volume hingga sehingga di dapatkan hasil atau data-data yang diperoleh mendekati keadaan sebenarnya.

3.2 Tempat Penelitian

Tempat penelitian merupakan tempat yang menjadi pusat pelaksana kegiatan atau penelitian. Pada penelitian ini, penyelesaian numerik dan pemodelan *Computational Fluid Dynamics* dilakukan di Laboratorium Matematika Gedung III FKIP Universitas Jember yang telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung, seperti dengan adanya komputer yang dilengkapi *software* MATLAB untuk penyelesaian numerik dan FLUENT untuk simulasi pemodelan serta berbagai sumber lainnya.

3.3 Prosedur Penelitian

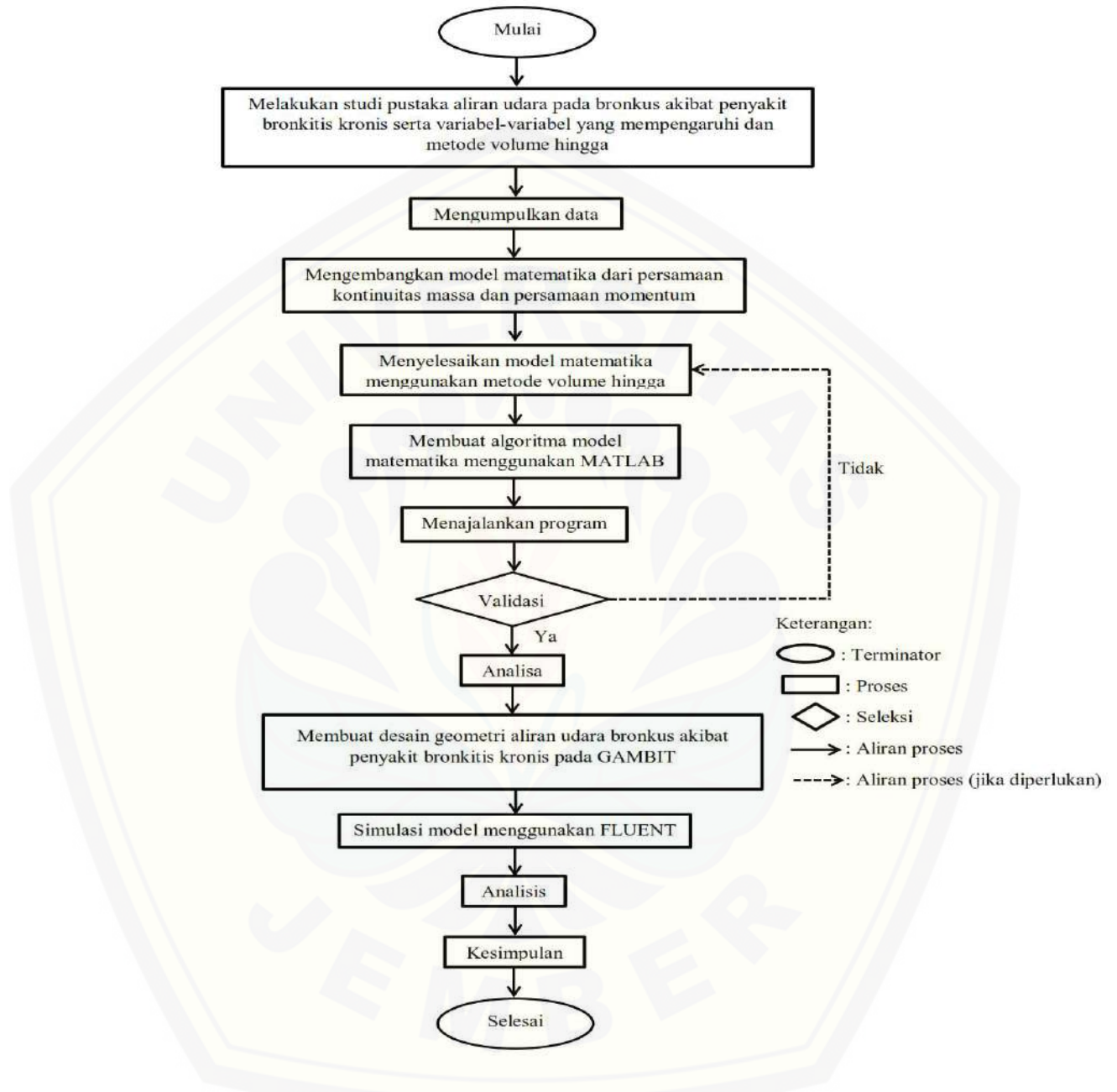
Suatu penelitian akan memperoleh hasil yang optimal dari data-data yang akan dianalisis membutuhkan prosedur atau serangkaian kegiatan yang dilakukan secara terencana dan sistematis untuk mencapai suatu kesimpulan sesuai dengan

tujuan penelitian. Prosedur penelitian dibagi menjadi dua bagian yaitu rancangan penelitian dan teknik penelitian.

Sudjana (dalam Putra, 2017) mengatakan rancangan penelitian merupakan susunan rencana yang menggambarkan apa yang akan diteliti serta bagaimana pelaksanaannya. Sementara teknik penelitian merupakan tahapan yang dilakukan oleh peneliti sampai didapatkan suatu data yang akan dianalisis hingga mencapai kesimpulan akhir dalam penyelesaian model matematika dengan metode numerik.

Teknik penelitian pada aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis, dapat diuraikan sebagai berikut:

1. melakukan studi pustaka yang berkaitan dengan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis serta variabel-variabel yang mempengaruhi dan metode volume hingga;
2. mengumpulkan data, data yang digunakan merupakan data simulasi diantaranya yaitu panjang dan diameter bronkus pada orang dewasa, ketebalan mukus pada penderita penyakit bronkitis kronis;
3. mengembangkan model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis menggunakan metode volume hingga;
4. menyelesaikan model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis menggunakan metode volume hingga;
5. membuat algoritma dari model matematika menggunakan MATLAB;
6. menjalankan program;
7. menganalisis algoritma kecepatan aliran udara pada pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis;
8. membuat desain geometri aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis dengan menggunakan GAMBIT;
9. simulasi menggunakan FLUENT;
10. menganalisis hasil dari penyimulasian model dengan FLUENT; dan
11. memberikan kesimpulan dari data yang dihasilkan. Secara umum, langkah-langkah penelitian dapat dilihat pada Gambar (3.1).



Gambar 3.1 Diagram alir prosedur penelitian

3.4 Definisi Operasional

Untuk menghindari salah penafsiran, maka didefinisikan beberapa istilah yang perlu untuk dipahami, yaitu:

1. Model matematika merupakan hasil gambaran dari suatu permasalahan yang berada didunia nyata atau fenomena/kejadian alam yang direpresentasikan dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan matematika akan menggambarkan relasi antara variabel dan parameter yang dapat mempengaruhi fenomena/kejadian alam dalam sistem. Pada penelitian ini yang dimodelkan adalah aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis dan model matematika yang digunakan merupakan pengembangan dari model matematika sebelumnya;
2. bronkus merupakan percabangan dari trakea ke paru-paru kanan dan paru-paru kiri. Bronkus sebelah kanan lebih pendek dan diameternya lebih besar, sementara untuk bronkus sebelah kiri lebih horizontal, lebih panjang dan lebih sempit;
3. bronkitis kronis merupakan suatu gangguan klinis yang ditandai oleh pembentukan mukus yang berlebihan dalam bronkus;
4. Diskritisasi adalah memecah domain atau daerah perhitungan menjadi beberapa daerah-daerah kecil yang disebut dengan *grid*, *mesh* atau *cell*;
5. metode volume hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk membangun suatu persamaan model matematika dengan suatu titik diskrit yang kontinu, jarak antara titik tersebut teratur membentuk suatu *grid* atau *mesh*, dimana masing-masing *grid* memiliki kontrol *face* (permukaan) dan kontrol *node* (titik). Kontrol *face* (permukaan) diubah menjadi *node* (titik) melalui teknik diskritisasi;
6. *Computational Fluids Dynamics* (CFD) merupakan ilmu yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisis aliran fluida, perpindahan panas, dan fenomena terkait seperti reaksi kimia dengan simulasi berbasis komputer. CFD menampilkan prediksi dari performansi keandiln sistem yang telah didesain dengan memberikan data-data, gambar, atau kurva. *Software* yang digunakan dalam CFD yaitu MATLAB, GAMBIT, dan FLUENT. *Software* MATLAB digunakan untuk menampilkan

grafik hubungan antar variabel yang terkait, GAMBIT digunakan untuk menampilkan bentuk geometri aliran udara dan FLUENT digunakan untuk mensimulasikan aliran udara yang dihasilkan.

3.5 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data merupakan suatu cara yang dilakukan pada penelitian ini untuk memperoleh data yang dibutuhkan dalam rangka mencapai tujuan penelitian. Dalam penelitian ini metode pengumpulan data yang digunakan menggunakan metode dokumenter. Data penelitian yang dikumpulkan berupa fakta-fakta mengenai objek yang diteliti. Metode atau teknik dokumenter adalah teknik pengumpulan data dan informasi dengan melakukan pencarian dan penemuan bukti-bukti. Metode dokumenter ini merupakan metode pengumpulan data yang didapatkan dari sumber nonmanusia (Affuddin dan Saebani, 2012). Sumber nonmanusia yang dimaksud seperti catatan, foto, dan rekaman video/suara.

Pada penelitian ini data yang dibutuhkan yaitu panjang dan diameter bronkus pada orang dewasa, ketebalan mukus pada penderita penyakit bronkitis kronis. Data tersebut diperoleh dengan mempelajari sumber-sumber bacaan yang relevan seperti buku, jurnal ilmiah, dan catatan dari internet mengenai aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.

3.6 Analisis Data

Analisis data adalah suatu tahapan yang sangat penting dalam penelitian, karena menjadi tahapan akhir untuk menghasilkan kesimpulan dalam penelitian. Data yang diperoleh selanjutnya akan diolah, kemudian dianalisis secara sistematis dan logis sesuai dengan tahapan pada rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Ketepatan dalam proses analisis sangat menentukan keakuratan dalam pengambilan kesimpulan, maka dari itu proses analisis data tidak dapat diabaikan dalam proses penelitian. Kesalahan saat melakukan analisis dapat berakibat fatal terhadap kesimpulan yang akan dihasilkan, hal ini akan memberikan dampak buruk terhadap penggunaan dan penerapan hasil penelitian.

Setelah memodelkan matematika aliran udara pada bronkus akibat

penyakit bronkitis kronis, langkah selanjutnya yaitu menyelesaikan dengan menggunakan metode volume hingga. Kemudian, didiskritisasi dengan menggunakan teknik QUICK. Dengan metode diskritisasi QUICK, akan didapatkan matriks yang menyatakan persamaan dari setiap kontrol volume dan akan diselesaikan secara numerik yang konvergen. Penyelesaian ini mendekati penyelesaian eksak dari persamaan differensialnya. Apabila dalam perhitungan MATLAB mendapatkan *error* yang kecil antara perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya maka hasil yang didapatkan peneliti benar. Akan tetapi jika didapatkan hasil *error* yang besar pada perhitungan MATLAB dari nilai sebenarnya maka akan dicari kesalahan saat memodelkan dan divalidasi ulang dari proses penurunan rumus sampai penyelesaian menggunakan MATLAB hingga didapatkan hasil yang benar.

Pada penelitian ini *error* yang digunakan adalah *error* relatif. Nilai batasan untuk *error* adalah 0,001. *Error* 0,01 ini merupakan akurasi yang baik, karena kesalahan tersebut hanya 1 persen sehingga menandakan kesalahan yang dilakukan termasuk kecil. Model matematika aliran fluida dinamis pada aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis disimulasikan dengan *software* FLUENT, sehingga dapat dilihat dengan jelas bagaimana aliran udara yang terjadi pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model matematika kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis adalah persamaan yang dinyatakan berdasarkan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa yang diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi QUICK. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\begin{aligned} & \phi_w \left[(1.2 - 1.2u)\Delta y\Delta t - uv \left(\frac{\Delta y(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{x} \frac{\Delta y(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta y} \right) \right] + \\ & \phi_e \left[-(1.2 - 1.2u)\Delta y\Delta t + uv \left(\frac{\Delta y(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{x} \frac{\Delta y(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta y} \right) \right] + \\ & \phi_s \left[(1.2 - 1.2v)\Delta x\Delta t - uv \left(\frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{1}{x}(\Delta t)^2 + \frac{\Delta x(\Delta t)^2}{(\Delta y)^2} \right) \right] + \\ & \phi_n \left[-(1.2 - 1.2v)\Delta x\Delta t + uv \left(\frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} + \frac{1}{x}(\Delta t)^2 + \frac{\Delta x(\Delta t)^2}{(\Delta y)^2} \right) \right] = \\ & -\varepsilon p\Delta t(\Delta y + \Delta x) - (u_x + u_y) \frac{\varepsilon v}{K} \Delta x\Delta y\Delta t + \left((v_x - u_x) + (v_y - u_y) \right) \\ & 833.3K_f\Delta x\Delta y\Delta t + (u_x^2 + u_y^2) \frac{\varepsilon b}{K} \Delta x\Delta y\Delta t + 19.58\Delta x\Delta y\Delta t + \\ & R(z)\Delta x\Delta y\Delta t \end{aligned}$$

2. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan rata-rata kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis yang dipengaruhi oleh ketebalan mukus sebesar 0.002 m, 0.0055 m, dan 0.009 m berturut-turut sebesar 1.034 m/s , 1.082 m/s, dan 1.124 m/s.

3. Hasil simulasi MATLAB dan FLUENT menunjukkan rata-rata kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis yang dipengaruhi oleh kecepatan awal sebesar 0.2 m/s , 0.4 m/s , dan 0.6 m/s berturut-turut sebesar 1.193 m , 1.327 m , dan 1.5 m .
4. Metode volume hingga merupakan metode yang efektif untuk menganalisis kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis dengan tingkat kesalahan perhitungan error pada setiap node kurang dari 0.001.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis model matematika aliran udara pada bronkus kronis akibat penyakit bronkitis:

1. Model matematika kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis dapat dikembangkan dengan faktor-faktor lain yang mempengaruhi seperti adanya penebalan dinding bronkus.
2. Simulasi kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis dapat dilakukan dengan bantuan *software* simulasi selain MATLAB dan FLUENT.
3. Bagi peneliti lain yang akan meneliti aliran fluida gas dapat menggunakan metode volume hingga karena metode ini terbukti efektif dengan tingkat kesalahan perhitungan error pada setiap node kurang dari 0.001.

DAFTAR PUSTAKA

- Afifuddin, B. A. Saebani. 2012. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Pustaka Setia.
- Amirullah, I. 2019. Analisis Numerik Aliran Darah pada Pengidap Penyakit Arteri Koroner Akibat Pemasangan *STENT* Menggunakan Metode Elemen Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK. *Skripsi*. Jember: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.
- Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- Barakbah, R. A., T. Karlita., dan A. S. Ahsan. 2013. *Logika dan Algoritma*. Surabaya: Politeknik Elektronika Negeri Surabaya.
- Djojodibroto, D. 2009. *Respirologi (Respiratory Medicine)*. Jakarta: EGC Pustaka Utama.
- Djojodihardjo, H. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Fatahillah, A. 2011. *Mathematical Modelling Computational Fluid Dynamics*. Jember: FKIP Universitas Jember.
- Fatahillah, A. 2014. Analisis numerik profil sedimentasi pasir pada pertemuan dua sungai berbantuan *software* FLUENT. *KadikMa*. 5(3):35-40.
- Ghurri, A. 2014. *Dasar-dasar Mekanika Fluida*. Bali: Jurusan Teknik Mesin-Universitas Udayana.
- Giles, R. V. 1962. *Theory and Problems of Fluid Mechanics and Hydraulics*. Second Edition. New York. McGraw Hill. Terjemahan oleh H.W. Soemitro. 1994. *Mekanika fluida dan hidraulika:seri buku schaum teori dan*

soal-soal. Jakarta: Erlangga.

Hasan, J. P. 2018. Analisis Numerik Aliran Darah Pada Arteri Karotis Akibat Pemasangan *STENT* Menggunakan Metode Elemen Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK. *Skripsi*. Jember: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika*. Jember: Pena Salsabila.

Jamal, S. 2004. Deskripsi Penyakit Sistem Sirkulasi: Penyebab Kematian Utama di Indonesia. Cermin Dunia Kedokteran.

Jufrianto, Martin, A., dan Nasruddin. 2014. Simulasi CFD ang storage dengan metana sebagai adsorbat dan karbon aktif sebagai adsorbennya. *Jom FTEKNIK*. 1(2):4.

Kadir, A. 2013. *Pengenalan Algoritma Pendekatan Secara Visual dan Interaktif Menggunakan RAPTOR*. Yogyakarta: Andi.

Kori, J., dan Pratibha. 2018. *Numerical Simulation of Mucus Clearance Inside Lung Airways*. *Journal of Applied Fluid Mechanics*. 5(11):1163-1171.

Mahmudah, U., Sugiyarto, dan Safih, L. 2010. Pemodelan matematika pada modifikasi *sample selection model*. *South East Asian Conference on Mathematics and Its Applications*, ISBN: 978-979-96152-5-1.

Marwan, 2017. *Belajar Mudah MATLAB Beserta Aplikasinya*. Yogyakarta: Andi.

Mustikawati, 2017. *Anatomi dan Fisiologi Untuk Keperawatan, Ringkasan dan Latihan Soal*. Jakarta Timur: Trans Info Media.

- Muttaqin, A. 2008. Asuhan Keperawatan Klien dengan Gangguan Sistem Persarafan. Jakarta: Salemba Medika.
- Niam, A. G. 2011. Simulasi Distribusi Suhu dan Pola Pergerakan Udara pada Rumah Tanaman Tipe Standard Peak Berventilasi Mekanis Menggunakan CFD (*Computation Fluid Dynamics*). *Tesis*. Bogor: Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor.
- Pitriani. 2016. Kemampuan pemodelan matematika dalam *Realistic Mathematics Education* (RME) . *JES-MAT*. 2:65-81.
- Probst,R., Grevers,G., Iro,H. 2006. *Basic Anatomy and Physiology of the Ear*. *In:Basic Otolaryngology, A Step By Step Learning Guide*. Thieme.
- Pujiyanta, A. 2007. *Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Yogyakarta: Graha Ilmu
- Putra, A. S. H. 2017. Analisis Sirkulasi Udara Pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga. *Skripsi*. Jember: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember
- Rasmawati, N. L. M., dan T. Aryasa. 2017. Terapi Inhalasi . *Makalah Orasi Ilmiah*. Bali: Kepaniteraan Klinik Madya Bagian/Smf Ilmu Anestesi dan Terapi Intensif.
- Safitri, N. 2018. Analisis Numerik Aliran Darah Pada Katup Aorta Akibat *Aortic Stenosis* Menggunakan Metode Elemen Hingga Untuk Mengasah Kemampuan TCK. *Skripsi*. Jember: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.
- Samsudin, Usman, dan Selviana. 2017. Aplikasi Sistem Pakar Diagnosa Penyakit Pernapasan Menggunakan Metode *Case-Based Reasoning* . *Jurnal IPTEKS Terapan*. 11(i3):272-282.

- Smith, M, E., Elstad. 2009. *M. Mitomycin C and the endoscopic treatment of laryngotracheal stenosis: are two applications better than one?*
- Smeltzer, S. C., Bare, B. G. 2001. Buku Ajar Keperawatan Medikal-Bedah Brunner dan Suddarth. Vol. 2. E/8. Jakarta: EGC.
- Syahroh, R. 2019. Analisis Model Matematika Perpindahan Panas pada Ruang Pembakaran di dalam Boiler Menggunakan Metode Volume Hingga Untuk Mengasah Kemampuan *Technological Content Knowledge*. *Skripsi*. Jember: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.
- Setiawan, Agus. 2016. *Analisis Numerik*. Diklat. Tangerang selatan: Program Studi Teknik Sipil.
- Tarwoto, R. Aryani., dan Wartonah. 2018. *Anatomi dan Fisiologi Untuk Mahasiswa Keperawatan*. Jakarta Timur: Trans Info Media
- Tuakia, F. 2008. Dasar-dasar CFD menggunakan FLUENT. Bandung: Informatika.
- World Health Organization (WHO). 2000. Occupational Health. World Health Organization: Geneva.
- White, F. M. 1986. *Fluid Mechanics*. Second Edition. New York. McGraw Hill. Terjemahan oleh M. Hariandja. 1988. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga.
- Wu, *et al.* 2020. The outbreak of COVID-19: An overview. *Journal of the Chinese Medical Association*. vol. 83. no. 3. pp. 217-220.
- Xiang *et al.* 2020. Timely research papers about COVID-19 in China. *The Lancet*. Vol. 395. no. 10225. pp. 684-685.

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
Analisis Model Matematika Aliran Udara pada Bronkus Akibat Penyakit Bronkitis Kronis Menggunakan Metode Volume Hingga	<p>1. Bagaimana model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis?</p> <p>2. Bagaimana pengaruh ketebalan mukus terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis?</p> <p>3. Bagaimana pengaruh kecepatan terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat</p>	<p>1. ketebalan mukus</p> <p>2. kecepatan awal</p>	<p>1. Menentukan model matematika aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis. obat aerosol.</p> <p>2. Menganalisis pengaruh ketebalan mukus terhadap kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.</p> <p>3. Menganalisis pengaruh kecepatan awal terhadap kecepatan aliran</p>	<p>Kori, J., dan Pratibha. 2018. Numerical Simulation of Mucus Clearance inside Lung Airways. Journal of Applied Fluid Mechanics. 5(11):1163-1171.</p>	<p>Metode Simulasi</p>

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
	<p>penyakit bronkitis kronis?</p> <p>4. Bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis berdasarkan <i>error</i> yang didapat?</p>		<p>udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis.</p> <p>4. Mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis masalah kecepatan aliran udara pada bronkus akibat penyakit bronkitis kronis berdasarkan <i>error</i> yang didapat.</p>		

LAMPIRAN B. FORMAT *PROGRAMMING* MATLABB.1 Format *Programming* Simulasi Kecepatan Aliran Udara Pada Bronkus di pengaruhi oleh Ketebalan Mukus Menggunakan Metode *Gauss Seidel*

```

clear all;
clc;
disp('=====');
disp('    SIMULASI PROGRAM KECEPATAN ALIRAN UDARA PADA    ');
disp('    BRONKUS AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS        ');
disp('    DIPENGARUHI OLEH KETEBALAN MUKUS                ');
disp('    MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL                    ');
disp('    OLEH : DEVI PERMATASARI                           ');
disp('    160210101016                                     ');
disp('=====');
%TAHAP INPUT
m=16;
n=1;
s1=0.002;      %ketebalan gumpalan mukus 1 (m)
s2=0.009;      %ketebalan gumpalan mukus 2 (m);
ds=(s2-s1)/2;  %interval ketebalan
xall_plot=[];
tol=0.001;     %toleransi
N=10;          %batas maksimum iterasi
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=1.8;
%TAHAP INISIALISASI
deltax=0.000005889;
deltay=0.00001999;
deltat=0.000999;
ux=0.4;        %kecepatan udara terhadap sumbu x
uy=0.9;        %kecepatan udara terhadap sumbu y
vx=1.3;        %kecepatan partikel terhadap sumbu x

```

```

vy=0.15;          %kecepatan partikel terhadap sumbu y
u=ux;
v=vx;
x=2.9;
pi=22/7;
b=0.009;          %gaya tarik
kf=1.42*10(-6);   %gaya stokes
epsilon=0.6;      %porositas
k=0.007;          %permeabilitas
D=0.009;
l=0.01;
r=0.9;
z=2;
d=2;
miuf=1.8*(10(-5)); %viskositas udara (Ns/m2)
p=(8*miuf*D*l)/(pi*(r4));
Xall_plot=[];
for s=s1:ds:s2;
c=cos(2*pi/l); p=z-d-l/2;
R=1-s/2*(1+cos(2*pi*p/l)); %ketebalan jari-jari mukus
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN MATRIKS
A =((-1/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)+(1/8*u*v)*(((deltay*deltat
*deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
+((deltat*deltat)/deltay)));
B =((7/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)-(7/8*u*v)*(((deltay*deltat
*deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
+((deltat*deltat)/deltay)));
C =((-3/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)+(3/8*u*v)*(((deltay*deltat
*deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
+((deltat*deltat)/deltay)))-(3/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)
+(3/8*u*v)*(((deltat*deltat)/deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)
+((deltax*deltat*deltat)/deltay*deltay));

```

```

D =((-3/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)+(3/8*u*v)*(((deltay*deltat
    *deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
    +((deltat*deltat)/deltay)));
E =(-1/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)+(1/8*u*v)*(((deltat*deltat)
    /deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)+((deltax*deltat*deltat)/deltay
    *deltay));
F =(7/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)-(7/8*u*v)*(((deltat*deltat)
    /deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)+((deltax*deltat*deltat)/deltay
    *deltay));
G =(-3/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)+(3/8*u*v)*(((deltat*deltat)
    /deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)+((deltax*deltat*deltat)/deltay
    *deltay));
H =-epsilon*p*((deltay*deltat)+(deltax*deltat))-((epsilon*v)/k)
    *(ux+uy))*(deltax*deltay*deltat)+((833.3*kf)*((vx-ux)
    +(vy-uy))*(deltax*deltay*deltat)-((epsilon*b/k)*((ux*ux)
    +(uy*uy))*(deltax*deltay*deltat)+(19.58)
    *(deltax*deltay*deltat)+Rz;
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:(m^2*n^2)-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;

```

```

%pendefinisian untuk i,j-1
    K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
    K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G;; K;
%pendefinisian konstanta
    L(1:(m*n),1)=H;
%PENGGERJAAN MATRIKS
R=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:m*n;
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
X1(i)=S/K(i,i);
end
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reeller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
if(error<tol)|(reeller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error = ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reeller)]);
R;
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end
%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'rp','MarkerEdgeColor',
'K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain')

```



```

ylabel('Kecepatan aliran udara (m/s)')
title('SIMULASI KECEPATAN ALIRAN UDARA PADA BRONKUS
AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS')
legend(strcat('Ketebalan mukus = ',num2str((s1:ds:s2)'),'m'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');

```

B.2 Format *Programming* Simulasi Kecepatan Aliran Udara Pada Bronkus di pengaruhi oleh Kecepatan Awal dengan Menggunakan Metode *Gauss Seidel*

```

clear all;
clc;
disp('=====');
disp('    SIMULASI PROGRAM KECEPATAN ALIRAN UDARA PADA    ');
disp('    BRONKUS AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS        ');
disp('    DIPENGARUHI OLEH KECEPATAN AWAL                  ');
disp('    MENGGUNAKAN METODE GAUSS SEIDEL                     ');
disp('    OLEH : DEVI PERMATASARI                           ');
disp('    160210101016                                     ');
disp('=====');
%TAHAP INPUT
m=16;
n=1;
c1=0.2;          %kecepatan awal 1 (m/s)
c2=1;           %kecepatan awal 2 (m/s)
dc=(c2-c1)/2;   %interval Kecepatan awal (m/s)
xall_plot=[];
tol=0.001;      %toleransi
N=10;           %batas maksimum iterasi
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=1.8;

```

```

%TAHAP INISIALISASI
deltax=0.000005889;
deltay=0.00001999;
deltat=0.000999;
ux=0.169;           %kecepatan udara terhadap sumbu x
uy=0.9;            %kecepatan udara terhadap sumbu y
vx=1.3;           %kecepatan partikel terhadap sumbu x
vy=0.15;          %kecepatan partikel terhadap sumbu y
u=ux;
v=vx;
x=2.9;
pi=22/7;
b=0.009;           %gaya tarik
kf=1.42*10(-6);    %gaya stokes
epsilon=0.6;       %porositas
k=0.007;           %permeabilitas
D=0.009;
l=0.01;
r=0.9;
z=2;
d=2;
miuf=1.8*(10(-5)); %viskositas udara (Ns/m2)
s=0.002;           %ketebalan mukus
c=cos(2*pi/l);
p=z-d-l/2;
Rz=1-s/2*(1+cos(2*pi*p/l)); %jari-jari
Xall_plot=[];
for c=c1:dc:c2;
p=(8*miuf*D*l)/(pi*(r4));
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN MATRIKS
A =((-1/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)+(1/8*u*v)*(((deltay*deltat
    *deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)

```

```

+((deltat*deltat)/deltay));
B =((7/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)-(7/8*u*v)*(((deltay*deltat
*deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
+((deltat*deltat)/deltay)));
C =((-3/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)+(3/8*u*v)*(((deltay*deltat
*deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
+((deltat*deltat)/deltay)))-(3/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)
+(3/8*u*v)*(((deltat*deltat)/deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)
+((deltax*deltat*deltat)/deltay*deltay));
D =((-3/8)*(1.2-1.2*u)*(deltay*deltat)+(3/8*u*v)*(((deltay*deltat
*deltat)/deltax*deltax)+(1/x)*((deltat*deltat*deltay)/deltax)
+((deltat*deltat)/deltay)));
E =(-1/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)+(1/8*u*v)*(((deltat*deltat)
/deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)+((deltax*deltat*deltat)/deltay
*deltay));
F = (7/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)-(7/8*u*v)*(((deltat*deltat)
/deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)+((deltax*deltat*deltat)/deltay
*deltay));
G =(-3/8)*(1.2-1.2*v)*(deltax*deltat)+(3/8*u*v)*(((deltat*deltat)
/deltax)+(1/x)*(deltat*deltat)+((deltax*deltat*deltat)/deltay
*deltay));
H =-epsilon*p*((deltay*deltat)+(deltax*deltat))-((epsilon*v)/k)
*(ux+uy))*(deltax*deltay*deltat)+((833.3*kf)*((vx-ux)
+(vy-uy))*(deltax*deltay*deltat))-((epsilon*b/k)*((ux*ux)
+(uy*uy))*(deltax*deltay*deltat)+(19.58)
*(deltax*deltay*deltat)+Rz;
%TAHAP PEMBANGUNAN MATRIK
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefisian untuk i-1,j

```

```

K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=C;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:(m^2*n^2)-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m^2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G;; K;
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=H;
%PENGGERJAAN MATRIKS
R=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:m*n;
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:m*n)*X0(i+1:m*n);
X1(i)=S/K(i,i);
end
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
if(error<tol)|(reller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error = ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);

```

```
R;
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end
%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:),1:m*n,Xall_plot(:,:),'rp',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain')
ylabel('Kecepatan aliran udara (m/s)')
title('SIMULASI KECEPATAN ALIRAN UDARA PADA BRONKUS
AKIBAT PENYAKIT BRONKITIS KRONIS')
legend(strcat('Kecepatan Awal =',num2str((c1:dc:c2)'),'m/s'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```


LAMPIRAN C1. ITERASI GAUSS SEIDEL

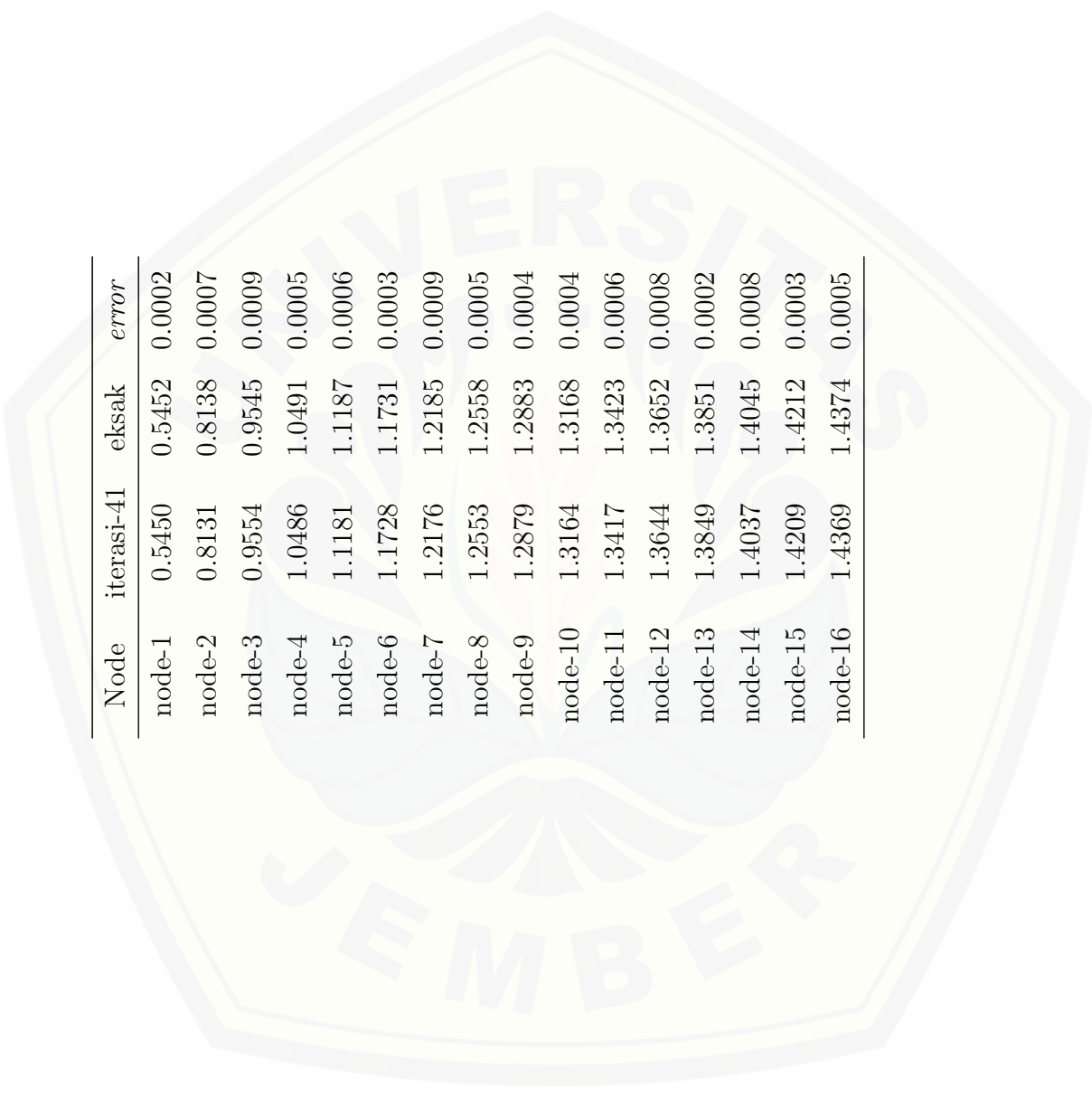
Tabel iterasi kecepatan aliran udara pada bronkus terhadap ketebalan mukus 0.002 m dengan toleransi 0.001.

Node	iterasi-1	iterasi-2	iterasi-3	iterasi-4	iterasi-5	iterasi-6	iterasi-7	iterasi-8	iterasi-9	iterasi-10
node-1	0.4000	0.4009	0.4024	0.4033	0.4122	0.4169	0.4206	0.4223	0.4298	0.4310
node-2	0.5450	0.5552	0.5650	0.5746	0.5840	0.5931	0.6019	0.6105	0.6189	0.6271
node-3	0.8131	0.8176	0.8220	0.8264	0.8307	0.8350	0.8391	0.8433	0.8473	0.8514
node-4	0.9545	0.9573	0.9601	0.9628	0.9655	0.9682	0.9709	0.9735	0.9761	0.9787
node-5	1.0486	1.0505	1.0525	1.0545	1.0564	1.0583	1.0602	1.0621	1.0640	1.0659
node-6	1.1181	1.1196	1.1211	1.1226	1.1241	1.1256	1.1271	1.1285	1.1300	1.1315
node-7	1.1728	1.1740	1.1752	1.1764	1.1776	1.1788	1.1800	1.1812	1.1824	1.1836
node-8	1.2176	1.2186	1.2196	1.2206	1.2216	1.2226	1.2236	1.2246	1.2256	1.2266
node-9	1.2553	1.2562	1.2571	1.2579	1.2588	1.2596	1.2605	1.2614	1.2622	1.2630
node-10	1.2879	1.2886	1.2894	1.2901	1.2909	1.2916	1.2924	1.2931	1.2938	1.2946
node-11	1.3164	1.3170	1.3177	1.3184	1.3190	1.3197	1.3203	1.3210	1.3217	1.3223
node-12	1.3417	1.3423	1.3429	1.3435	1.3440	1.3446	1.3452	1.3458	1.3464	1.3470
node-13	1.3644	1.3649	1.3654	1.3660	1.3665	1.3671	1.3676	1.3681	1.3686	1.3692
node-14	1.3849	1.3854	1.3859	1.3864	1.3869	1.3874	1.3879	1.3883	1.3888	1.3893
node-15	1.4037	1.4042	1.4046	1.4050	1.4055	1.4059	1.4064	1.4068	1.4073	1.4077
node-16	1.4209	1.4214	1.4218	1.4222	1.4226	1.4230	1.4234	1.4238	1.4242	1.4246

Node	iterasi-11	iterasi-12	iterasi-13	iterasi-14	iterasi-15	iterasi-16	iterasi-17	iterasi-18	iterasi-19	iterasi-20
node-1	0.4317	0.4326	0.4345	0.4352	0.4379	0.4386	0.4398	0.4461	0.4517	0.4525
node-2	0.6351	0.6430	0.6506	0.6581	0.6654	0.6725	0.6795	0.6864	0.6931	0.6996
node-3	0.8553	0.8592	0.8631	0.8669	0.8707	0.8744	0.8780	0.8817	0.8853	0.8888
node-4	0.9812	0.9838	0.9863	0.9887	0.9912	0.9937	0.9961	0.9985	1.0009	1.0032
node-5	1.0677	1.0696	1.0714	1.0732	1.0750	1.0768	1.0786	1.0804	1.0821	1.0839
node-6	1.1329	1.1343	1.1358	1.1372	1.1386	1.1400	1.1414	1.1428	1.1442	1.1455
node-7	1.1847	1.1859	1.1871	1.1882	1.1894	1.1905	1.1917	1.1928	1.1939	1.1951
node-8	1.2276	1.2285	1.2295	1.2305	1.2315	1.2324	1.2334	1.2343	1.2353	1.2362
node-9	1.2639	1.2647	1.2656	1.2664	1.2672	1.2681	1.2689	1.2697	1.2705	1.2713
node-10	1.2953	1.2961	1.2968	1.2975	1.2982	1.2990	1.2997	1.3004	1.3011	1.3018
node-11	1.3230	1.3236	1.3243	1.3249	1.3255	1.3262	1.3268	1.3275	1.3281	1.3287
node-12	1.3476	1.3481	1.3487	1.3493	1.3499	1.3505	1.3510	1.3516	1.3522	1.3527
node-13	1.3697	1.3702	1.3708	1.3713	1.3718	1.3723	1.3728	1.3734	1.3739	1.3744
node-14	1.3898	1.3903	1.3907	1.3912	1.3917	1.3922	1.3926	1.3931	1.3936	1.3941
node-15	1.4082	1.4086	1.4090	1.4095	1.4099	1.4103	1.4108	1.4112	1.4116	1.4121
node-16	1.4250	1.4254	1.4259	1.4263	1.4267	1.4271	1.4275	1.4279	1.4283	1.4287

Node	iterasi-21	iterasi-22	iterasi-23	iterasi-24	iterasi-25	iterasi-26	iterasi-27	iterasi-28	iterasi-29	iterasi-30
node-1	0.4530	0.4599	0.4809	0.4813	0.4818	0.4839	0.4849	0.4882	0.4951	0.4960
node-2	0.7061	0.7124	0.7186	0.7246	0.7306	0.7364	0.7422	0.7478	0.7533	0.7588
node-3	0.8923	0.8957	0.8992	0.9025	0.9059	0.9092	0.9124	0.9156	0.9188	0.9220
node-4	1.0056	1.0079	1.0102	1.0125	1.0147	1.0170	1.0192	1.0214	1.0236	1.0258
node-5	1.0856	1.0873	1.0891	1.0908	1.0924	1.0941	1.0958	1.0974	1.0991	1.1007
node-6	1.1469	1.1483	1.1496	1.1510	1.1523	1.1536	1.1549	1.1563	1.1576	1.1589
node-7	1.1962	1.1973	1.1984	1.1995	1.2006	1.2017	1.2028	1.2039	1.2050	1.2060
node-8	1.2372	1.2381	1.2391	1.2400	1.2409	1.2418	1.2428	1.2437	1.2446	1.2455
node-9	1.2722	1.2730	1.2738	1.2746	1.2754	1.2762	1.2770	1.2778	1.2786	1.2794
node-10	1.3026	1.3033	1.3040	1.3047	1.3054	1.3061	1.3068	1.3075	1.3082	1.3089
node-11	1.3294	1.3300	1.3306	1.3313	1.3319	1.3325	1.3331	1.3338	1.3344	1.3350
node-12	1.3533	1.3539	1.3544	1.3550	1.3556	1.3561	1.3567	1.3572	1.3578	1.3584
node-13	1.3749	1.3754	1.3759	1.3764	1.3769	1.3775	1.3780	1.3785	1.3790	1.3795
node-14	1.3945	1.3950	1.3955	1.3959	1.3964	1.3969	1.3973	1.3978	1.3982	1.3987
node-15	1.4125	1.4129	1.4134	1.4138	1.4142	1.4146	1.4151	1.4155	1.4159	1.4163
node-16	1.4291	1.4295	1.4299	1.4303	1.4306	1.4310	1.4314	1.4318	1.4322	1.4326

Node	iterasi-31	iterasi-32	iterasi-33	iterasi-34	iterasi-35	iterasi-36	iterasi-37	iterasi-38	iterasi-39	iterasi-40
node-1	0.4964	0.4983	0.4985	0.4990	0.4991	0.5000	0.5013	0.5193	0.5226	0.5420
node-2	0.7641	0.7694	0.7746	0.7797	0.7847	0.7896	0.7945	0.7992	0.8039	0.8086
node-3	0.9251	0.9282	0.9312	0.9343	0.9372	0.9402	0.9431	0.9460	0.9489	0.9517
node-4	1.0279	1.0301	1.0322	1.0343	1.0364	1.0384	1.0405	1.0425	1.0446	1.0466
node-5	1.1024	1.1040	1.1056	1.1072	1.1088	1.1103	1.1119	1.1135	1.1150	1.1166
node-6	1.1602	1.1615	1.1627	1.1640	1.1653	1.1665	1.1678	1.1690	1.1703	1.1715
node-7	1.2071	1.2082	1.2092	1.2103	1.2113	1.2124	1.2134	1.2145	1.2155	1.2165
node-8	1.2464	1.2473	1.2482	1.2491	1.2500	1.2509	1.2518	1.2527	1.2536	1.2544
node-9	1.2801	1.2809	1.2817	1.2825	1.2833	1.2840	1.2848	1.2856	1.2863	1.2871
node-10	1.3096	1.3103	1.3109	1.3116	1.3123	1.3130	1.3137	1.3143	1.3150	1.3157
node-11	1.3356	1.3362	1.3368	1.3374	1.3380	1.3387	1.3393	1.3399	1.3405	1.3411
node-12	1.3589	1.3595	1.3600	1.3606	1.3611	1.3617	1.3622	1.3627	1.3633	1.3638
node-13	1.3800	1.3805	1.3810	1.3815	1.3820	1.3825	1.3830	1.3835	1.3840	1.3844
node-14	1.4330	1.4334	1.4338	1.4342	1.4346	1.4349	1.4353	1.4357	1.4361	1.4033
node-15	1.4168	1.4172	1.4176	1.4180	1.4184	1.4189	1.4193	1.4197	1.4201	1.4205
node-16	1.4330	1.4334	1.4338	1.4342	1.4346	1.4349	1.4353	1.4357	1.4361	1.4365



Node	iterasi-41	eksak	error
node-1	0.5450	0.5452	0.0002
node-2	0.8131	0.8138	0.0007
node-3	0.9554	0.9545	0.0009
node-4	1.0486	1.0491	0.0005
node-5	1.1181	1.1187	0.0006
node-6	1.1728	1.1731	0.0003
node-7	1.2176	1.2185	0.0009
node-8	1.2553	1.2558	0.0005
node-9	1.2879	1.2883	0.0004
node-10	1.3164	1.3168	0.0004
node-11	1.3417	1.3423	0.0006
node-12	1.3644	1.3652	0.0008
node-13	1.3849	1.3851	0.0002
node-14	1.4037	1.4045	0.0008
node-15	1.4209	1.4212	0.0003
node-16	1.4369	1.4374	0.0005

LAMPIRAN C2. ITERASI GAUSS SEIDEL

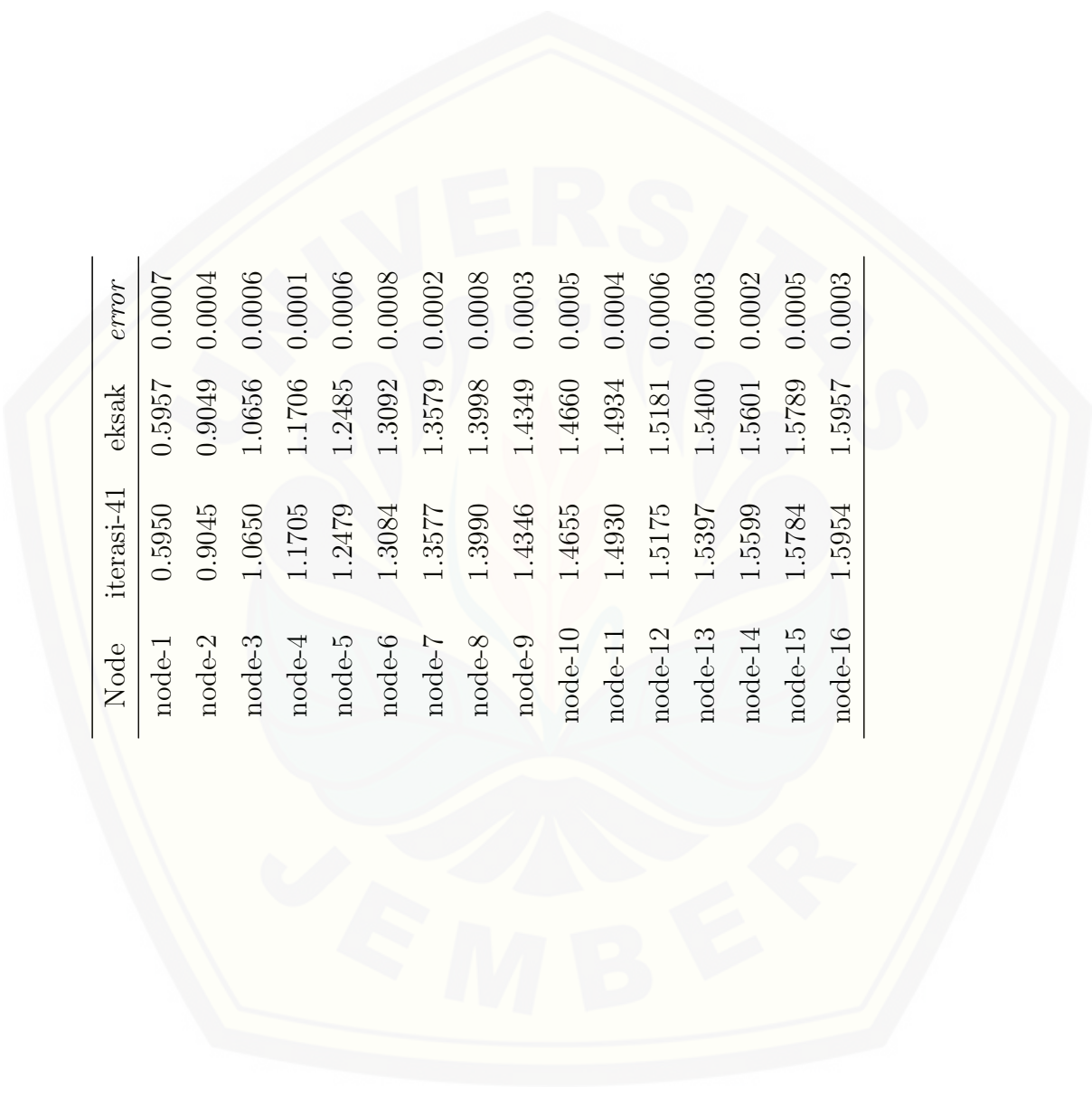
Tabel iterasi kecepatan aliran udara pada bronkus terhadap ketebalan mukus 0.0055 m dengan toleransi 0.001.

Node	iterasi-1	iterasi-2	iterasi-3	iterasi-4	iterasi-5	iterasi-6	iterasi-7	iterasi-8	iterasi-9	iterasi-10
node-1	0.4000	0.4005	0.4011	0.4030	0.4049	0.4218	0.4255	0.4425	0.4800	0.4837
node-2	0.5950	0.6069	0.6184	0.6295	0.6404	0.6510	0.6612	0.6713	0.6810	0.6905
node-3	0.9045	0.9096	0.9147	0.9197	0.9246	0.9294	0.9342	0.9389	0.9435	0.9481
node-4	1.0650	1.0681	1.0712	1.0743	1.0773	1.0804	1.0833	1.0863	1.0892	1.0921
node-5	1.1705	1.1727	1.1749	1.1771	1.1792	1.1814	1.1835	1.1856	1.1877	1.1898
node-6	1.2479	1.2496	1.2512	1.2529	1.2546	1.2562	1.2579	1.2595	1.2611	1.2627
node-7	1.3084	1.3097	1.3111	1.3124	1.3137	1.3151	1.3164	1.3177	1.3190	1.3203
node-8	1.3577	1.3588	1.3599	1.3610	1.3621	1.3632	1.3643	1.3654	1.3665	1.3676
node-9	1.3990	1.4000	1.4009	1.4019	1.4028	1.4038	1.4047	1.4056	1.4066	1.4075
node-10	1.4346	1.4354	1.4362	1.4370	1.4378	1.4387	1.4395	1.4403	1.4411	1.4419
node-11	1.4655	1.4663	1.4670	1.4677	1.4684	1.4692	1.4699	1.4706	1.4713	1.4720
node-12	1.4930	1.4936	1.4943	1.4949	1.4956	1.4962	1.4968	1.4975	1.4981	1.4987
node-13	1.5175	1.5181	1.5187	1.5193	1.5198	1.5204	1.5210	1.5216	1.5221	1.5227
node-14	1.5397	1.5402	1.5408	1.5413	1.5418	1.5423	1.5428	1.5434	1.5439	1.5444
node-15	1.5599	1.5604	1.5608	1.5613	1.5618	1.5623	1.5628	1.5632	1.5637	1.5642
node-16	1.5784	1.5788	1.5793	1.5797	1.5802	1.5806	1.5810	1.5815	1.5819	1.5823

Node	iterasi-11	iterasi-12	iterasi-13	iterasi-14	iterasi-15	iterasi-16	iterasi-17	iterasi-18	iterasi-19	iterasi-20
node-1	0.4925	0.4982	0.4989	0.5007	0.5015	0.5023	0.5034	0.5039	0.5060	0.5068
node-2	0.6998	0.7089	0.7177	0.7263	0.7348	0.7430	0.7511	0.7590	0.7667	0.7743
node-3	0.9526	0.9571	0.9614	0.9658	0.9700	0.9743	0.9784	0.9825	0.9866	0.9906
node-4	1.0950	1.0979	1.1007	1.1035	1.1062	1.1090	1.1117	1.1144	1.1171	1.1197
node-5	1.1919	1.1939	1.1960	1.1980	1.2000	1.2020	1.2040	1.2060	1.2079	1.2099
node-6	1.2643	1.2659	1.2675	1.2691	1.2706	1.2722	1.2737	1.2752	1.2768	1.2783
node-7	1.3216	1.3229	1.3242	1.3254	1.3267	1.3280	1.3292	1.3305	1.3317	1.3329
node-8	1.3687	1.3697	1.3708	1.3719	1.3729	1.3740	1.3750	1.3761	1.3771	1.3782
node-9	1.4084	1.4093	1.4102	1.4112	1.4121	1.4130	1.4139	1.4148	1.4157	1.4165
node-10	1.4427	1.4435	1.4443	1.4451	1.4459	1.4466	1.4474	1.4482	1.4490	1.4498
node-11	1.4727	1.4734	1.4741	1.4748	1.4755	1.4762	1.4769	1.4776	1.4783	1.4790
node-12	1.4994	1.5000	1.5006	1.5012	1.5019	1.5025	1.5031	1.5037	1.5043	1.5050
node-13	1.5233	1.5238	1.5244	1.5250	1.5255	1.5261	1.5267	1.5272	1.5278	1.5283
node-14	1.5449	1.5454	1.5459	1.5465	1.5470	1.5475	1.5480	1.5485	1.5490	1.5495
node-15	1.5647	1.5651	1.5656	1.5661	1.5665	1.5670	1.5675	1.5679	1.5684	1.5689
node-16	1.5828	1.5832	1.5836	1.5841	1.5845	1.5849	1.5854	1.5858	1.5862	1.5867

Node	iterasi-21	iterasi-22	iterasi-23	iterasi-24	iterasi-25	iterasi-26	iterasi-27	iterasi-28	iterasi-29	iterasi-30
node-1	0.5073	0.5082	0.5083	0.5323	0.5358	0.5568	0.5577	0.5586	0.5595	0.5694
node-2	0.7817	0.7890	0.7961	0.8031	0.8100	0.8167	0.8233	0.8297	0.8361	0.8423
node-3	0.9946	0.9985	1.0024	1.0062	1.0100	1.0137	1.0174	1.0210	1.0246	1.0282
node-4	1.1223	1.1249	1.1275	1.1301	1.1326	1.1351	1.1376	1.1401	1.1425	1.1450
node-5	1.2118	1.2137	1.2156	1.2175	1.2194	1.2213	1.2231	1.2250	1.2268	1.2286
node-6	1.2798	1.2813	1.2828	1.2843	1.2858	1.2872	1.2887	1.2902	1.2916	1.2930
node-7	1.3342	1.3354	1.3366	1.3378	1.3390	1.3403	1.3414	1.3426	1.3438	1.3450
node-8	1.3792	1.3802	1.3813	1.3823	1.3833	1.3843	1.3853	1.3863	1.3873	1.3883
node-9	1.4174	1.4183	1.4192	1.4201	1.4210	1.4218	1.4227	1.4236	1.4244	1.4253
node-10	1.4505	1.4513	1.4521	1.4529	1.4536	1.4544	1.4551	1.4559	1.4567	1.4574
node-11	1.4797	1.4803	1.4810	1.4817	1.4824	1.4831	1.4837	1.4844	1.4851	1.4857
node-12	1.5056	1.5062	1.5068	1.5074	1.5080	1.5086	1.5092	1.5098	1.5104	1.5110
node-13	1.5289	1.5294	1.5300	1.5305	1.5311	1.5316	1.5322	1.5327	1.5333	1.5338
node-14	1.5500	1.5505	1.5510	1.5515	1.5520	1.5525	1.5530	1.5535	1.5540	1.5545
node-15	1.5693	1.5698	1.5703	1.5707	1.5712	1.5716	1.5721	1.5725	1.5730	1.5735
node-16	1.5871	1.5875	1.5879	1.5884	1.5888	1.5892	1.5896	1.5900	1.5905	1.5909

Node	iterasi-31	iterasi-32	iterasi-33	iterasi-34	iterasi-35	iterasi-36	iterasi-37	iterasi-38	iterasi-39	iterasi-40
node-1	0.5748	0.5757	0.5849	0.5854	0.5855	0.5904	0.5917	0.5930	0.5943	0.5947
node-2	0.8485	0.8545	0.8604	0.8663	0.8720	0.8776	0.8832	0.8886	0.8940	0.8993
node-3	1.0317	1.0352	1.0387	1.0421	1.0455	1.0488	1.0521	1.0554	1.0586	1.0618
node-4	1.1474	1.1498	1.1522	1.1545	1.1569	1.1592	1.1615	1.1638	1.1660	1.1683
node-5	1.2304	1.2322	1.2340	1.2358	1.2375	1.2393	1.2410	1.2428	1.2445	1.2462
node-6	1.2945	1.2959	1.2973	1.2987	1.3001	1.3015	1.3029	1.3043	1.3056	1.3070
node-7	1.3462	1.3474	1.3485	1.3497	1.3508	1.3520	1.3531	1.3543	1.3554	1.3565
node-8	1.3893	1.3903	1.3913	1.3923	1.3933	1.3942	1.3952	1.3962	1.3971	1.3981
node-9	1.4261	1.4270	1.4278	1.4287	1.4295	1.4304	1.4312	1.4321	1.4329	1.4337
node-10	1.4582	1.4589	1.4597	1.4604	1.4611	1.4619	1.4626	1.4634	1.4641	1.4648
node-11	1.4864	1.4871	1.4877	1.4884	1.4891	1.4897	1.4904	1.4910	1.4917	1.4923
node-12	1.5116	1.5122	1.5128	1.5134	1.5140	1.5146	1.5152	1.5158	1.5164	1.5169
node-13	1.5344	1.5349	1.5354	1.5360	1.5365	1.5370	1.5376	1.5381	1.5386	1.5392
node-14	1.5550	1.5555	1.5560	1.5565	1.5570	1.5575	1.5579	1.5584	1.5589	1.5594
node-15	1.5739	1.5744	1.5748	1.5753	1.5757	1.5762	1.5766	1.5771	1.5775	1.5779
node-16	1.5913	1.5917	1.5921	1.5926	1.5930	1.5934	1.5938	1.5942	1.5946	1.5950



Node	iterasi-41	eksak	error
node-1	0.5950	0.5957	0.0007
node-2	0.9045	0.9049	0.0004
node-3	1.0650	1.0656	0.0006
node-4	1.1705	1.1706	0.0001
node-5	1.2479	1.2485	0.0006
node-6	1.3084	1.3092	0.0008
node-7	1.3577	1.3579	0.0002
node-8	1.3990	1.3998	0.0008
node-9	1.4346	1.4349	0.0003
node-10	1.4655	1.4660	0.0005
node-11	1.4930	1.4934	0.0004
node-12	1.5175	1.5181	0.0006
node-13	1.5397	1.5400	0.0003
node-14	1.5599	1.5601	0.0002
node-15	1.5784	1.5789	0.0005
node-16	1.5954	1.5957	0.0003

LAMPIRAN C3. ITERASI GAUSS SEIDEL

Tabel iterasi kecepatan aliran udara pada bronkus terhadap ketebalan mukus 0.009 m dengan toleransi 0.001.

Node	iterasi-1	iterasi-2	iterasi-3	iterasi-4	iterasi-5	iterasi-6	iterasi-7	iterasi-8	iterasi-9	iterasi-10
node-1	0.4000	0.4005	0.4030	0.4120	0.4209	0.4246	0.4263	0.4433	0.4808	0.4815
node-2	0.6890	0.7025	0.7157	0.7284	0.7408	0.7528	0.7645	0.7759	0.7870	0.7978
node-3	1.0390	1.0448	1.0504	1.0560	1.0615	1.0669	1.0722	1.0774	1.0826	1.0877
node-4	1.2174	1.2208	1.2243	1.2276	1.2310	1.2343	1.2376	1.2409	1.2441	1.2473
node-5	1.3334	1.3358	1.3382	1.3406	1.3429	1.3453	1.3476	1.3499	1.3522	1.3545
node-6	1.4178	1.4196	1.4214	1.4232	1.4250	1.4268	1.4286	1.4304	1.4321	1.4339
node-7	1.4833	1.4848	1.4862	1.4877	1.4891	1.4906	1.4920	1.4934	1.4948	1.4962
node-8	1.5365	1.5377	1.5389	1.5401	1.5413	1.5424	1.5436	1.5448	1.5460	1.5471
node-9	1.5809	1.5819	1.5829	1.5839	1.5849	1.5859	1.5869	1.5879	1.5889	1.5899
node-10	1.6188	1.6197	1.6206	1.6215	1.6223	1.6232	1.6241	1.6249	1.6258	1.6266
node-11	1.6518	1.6526	1.6534	1.6542	1.6549	1.6557	1.6564	1.6572	1.6580	1.6587
node-12	1.6810	1.6817	1.6823	1.6830	1.6837	1.6844	1.6851	1.6857	1.6864	1.6871
node-13	1.7070	1.7076	1.7082	1.7088	1.7094	1.7100	1.7106	1.7112	1.7118	1.7124
node-14	1.7304	1.7309	1.7315	1.7321	1.7326	1.7332	1.7337	1.7343	1.7348	1.7354
node-15	1.7517	1.7522	1.7527	1.7532	1.7537	1.7542	1.7547	1.7552	1.7557	1.7562
node-16	1.7711	1.7716	1.7720	1.7725	1.7730	1.7734	1.7739	1.7743	1.7748	1.7753

Node	iterasi-11	iterasi-12	iterasi-13	iterasi-14	iterasi-15	iterasi-16	iterasi-17	iterasi-18	iterasi-19	iterasi-20
node-1	0.4892	0.4962	0.4969	0.4976	0.5003	0.5030	0.5087	0.5150	0.5216	0.5294
node-2	0.8084	0.8186	0.8287	0.8385	0.8480	0.8574	0.8665	0.8754	0.8842	0.8927
node-3	1.0927	1.0977	1.1026	1.1074	1.1121	1.1168	1.1215	1.1260	1.1305	1.1350
node-4	1.2505	1.2536	1.2567	1.2598	1.2628	1.2659	1.2689	1.2718	1.2748	1.2777
node-5	1.3568	1.3590	1.3612	1.3635	1.3656	1.3678	1.3700	1.3721	1.3743	1.3764
node-6	1.4356	1.4373	1.4390	1.4408	1.4424	1.4441	1.4458	1.4475	1.4491	1.4508
node-7	1.4976	1.4990	1.5004	1.5017	1.5031	1.5045	1.5058	1.5072	1.5085	1.5098
node-8	1.5483	1.5494	1.5506	1.5517	1.5529	1.5540	1.5551	1.5563	1.5574	1.5585
node-9	1.5909	1.5919	1.5929	1.5938	1.5948	1.5958	1.5967	1.5977	1.5986	1.5996
node-10	1.6275	1.6284	1.6292	1.6300	1.6309	1.6317	1.6326	1.6334	1.6342	1.6351
node-11	1.6595	1.6602	1.6610	1.6617	1.6624	1.6632	1.6639	1.6647	1.6654	1.6661
node-12	1.6877	1.6884	1.6891	1.6897	1.6904	1.6911	1.6917	1.6924	1.6930	1.6937
node-13	1.7131	1.7136	1.7142	1.7148	1.7154	1.7160	1.7166	1.7172	1.7178	1.7184
node-14	1.7359	1.7364	1.7370	1.7375	1.7381	1.7386	1.7391	1.7397	1.7402	1.7407
node-15	1.7567	1.7572	1.7577	1.7582	1.7587	1.7592	1.7596	1.7601	1.7606	1.7611
node-16	1.7757	1.7762	1.7766	1.7771	1.7775	1.7780	1.7784	1.7789	1.7793	1.7798

Node	iterasi-21	iterasi-22	iterasi-23	iterasi-24	iterasi-25	iterasi-26	iterasi-27	iterasi-28	iterasi-29	iterasi-30
node-1	0.5389	0.5418	0.5628	0.5868	0.6118	0.6139	0.6149	0.6182	0.6251	0.6350
node-2	0.9011	0.9093	0.9173	0.9252	0.9329	0.9405	0.9479	0.9552	0.9623	0.9693
node-3	1.1394	1.1438	1.1480	1.1523	1.1565	1.1606	1.1647	1.1687	1.1727	1.1767
node-4	1.2806	1.2834	1.2863	1.2891	1.2918	1.2946	1.2973	1.3001	1.3027	1.3054
node-5	1.3785	1.3806	1.3827	1.3847	1.3868	1.3888	1.3908	1.3928	1.3948	1.3968
node-6	1.4524	1.4540	1.4557	1.4573	1.4589	1.4605	1.4620	1.4636	1.4652	1.4667
node-7	1.5112	1.5125	1.5138	1.5151	1.5164	1.5177	1.5190	1.5203	1.5216	1.5228
node-8	1.5596	1.5607	1.5618	1.5629	1.5640	1.5651	1.5662	1.5672	1.5683	1.5694
node-9	1.6005	1.6015	1.6024	1.6034	1.6043	1.6052	1.6062	1.6071	1.6080	1.6089
node-10	1.6359	1.6367	1.6375	1.6383	1.6392	1.6400	1.6408	1.6416	1.6424	1.6432
node-11	1.6668	1.6676	1.6683	1.6690	1.6697	1.6705	1.6712	1.6719	1.6726	1.6733
node-12	1.6943	1.6950	1.6956	1.6963	1.6969	1.6976	1.6982	1.6988	1.6995	1.7001
node-13	1.7190	1.7196	1.7201	1.7207	1.7213	1.7219	1.7225	1.7230	1.7236	1.7242
node-14	1.7413	1.7418	1.7423	1.7429	1.7434	1.7439	1.7444	1.7450	1.7455	1.7460
node-15	1.7616	1.7621	1.7626	1.7630	1.7635	1.7640	1.7645	1.7650	1.7654	1.7659
node-16	1.7802	1.7807	1.7811	1.7816	1.7820	1.7825	1.7829	1.7833	1.7838	1.7842

Node	iterasi-31	iterasi-32	iterasi-33	iterasi-34	iterasi-35	iterasi-36	iterasi-37	iterasi-38	iterasi-39	iterasi-40
node-1	0.6404	0.6423	0.6425	0.6430	0.6431	0.6440	0.6453	0.6633	0.6666	0.6860
node-2	0.9762	0.9830	0.9897	0.9962	1.0026	1.0089	1.0152	1.0213	1.0273	1.0332
node-3	1.1806	1.1845	1.1883	1.1921	1.1958	1.1995	1.2031	1.2067	1.2103	1.2139
node-4	1.3081	1.3107	1.3133	1.3159	1.3184	1.3210	1.3235	1.3260	1.3285	1.3309
node-5	1.3988	1.4007	1.4027	1.4046	1.4065	1.4084	1.4103	1.4122	1.4141	1.4159
node-6	1.4683	1.4698	1.4714	1.4729	1.4744	1.4759	1.4774	1.4789	1.4804	1.4819
node-7	1.5241	1.5254	1.5266	1.5279	1.5291	1.5304	1.5316	1.5328	1.5340	1.5353
node-8	1.5704	1.5715	1.5726	1.5736	1.5747	1.5757	1.5768	1.5778	1.5788	1.5798
node-9	1.6099	1.6108	1.6117	1.6126	1.6135	1.6144	1.6153	1.6162	1.6171	1.6179
node-10	1.6440	1.6448	1.6456	1.6464	1.6472	1.6480	1.6487	1.6495	1.6503	1.6511
node-11	1.6740	1.6747	1.6754	1.6761	1.6768	1.6775	1.6782	1.6789	1.6796	1.6803
node-12	1.7007	1.7014	1.7020	1.7026	1.7033	1.7039	1.7045	1.7051	1.7057	1.7064
node-13	1.7248	1.7253	1.7259	1.7265	1.7270	1.7276	1.7282	1.7287	1.7293	1.7298
node-14	1.7465	1.7470	1.7476	1.7481	1.7486	1.7491	1.7496	1.7501	1.7506	1.7512
node-15	1.7664	1.7669	1.7674	1.7678	1.7683	1.7688	1.7692	1.7697	1.7702	1.7706
node-16	1.7847	1.7851	1.7855	1.7860	1.7864	1.7868	0.7873	1.7877	1.7881	1.7886

Node	iterasi-41	eksak	error
node-1	0.6890	0.6896	0.0001
node-2	1.0390	1.0394	0.0004
node-3	1.2174	1.2176	0.0002
node-4	1.3334	1.3342	0.0008
node-5	1.4178	1.4181	0.0003
node-6	1.4833	1.4838	0.0005
node-7	1.5365	1.5371	0.0006
node-8	1.5809	1.5815	0.0006
node-9	1.6188	1.6191	0.0003
node-10	1.6518	1.6519	0.0001
node-11	1.6810	1.6815	0.0005
node-12	1.7070	1.7073	0.0003
node-13	1.7304	1.7306	0.0002
node-14	1.7517	1.7524	0.0007
node-15	1.7711	1.7720	0.0009
node-16	1.7890	1.7891	0.0001

LAMPIRAN C4. ITERASI GAUSS SEIDEL

Tabel iterasi kecepatan aliran udara pada bronkus terhadap kecepatan awal 0.2 m/s dengan toleransi 0.001.

Node	iterasi-1	iterasi-2	iterasi-3	iterasi-4	iterasi-5	iterasi-6	iterasi-7	iterasi-8	iterasi-9	iterasi-10
node-1	0.2000	0.2085	0.2110	0.2200	0.2289	0.2426	0.2463	0.2633	0.3008	0.3015
node-2	0.7650	0.7755	0.7857	0.7956	0.8052	0.8146	0.8237	0.8326	0.8413	0.8497
node-3	1.0412	1.0458	1.0504	1.0549	1.0593	1.0636	1.0679	1.0722	1.0764	1.0805
node-4	1.1864	1.1893	1.1921	1.1949	1.1977	1.2004	1.2031	1.2058	1.2085	1.2111
node-5	1.2827	1.2848	1.2868	1.2888	1.2908	1.2927	1.2947	1.2966	1.2985	1.3005
node-6	1.3538	1.3554	1.3569	1.3585	1.3600	1.3615	1.3630	1.3645	1.3660	1.3675
node-7	1.4097	1.4110	1.4122	1.4134	1.4147	1.4159	1.4171	1.4183	1.4195	1.4207
node-8	1.4554	1.4565	1.4575	1.4585	1.4596	1.4606	1.4616	1.4626	1.4636	1.4646
node-9	1.4939	1.4948	1.4957	1.4966	1.4975	1.4983	1.4992	1.5001	1.5010	1.5018
node-10	1.5271	1.5279	1.5286	1.5294	1.5302	1.5309	1.5317	1.5324	1.5332	1.5339
node-11	1.5561	1.5568	1.5575	1.5582	1.5588	1.5595	1.5602	1.5608	1.5615	1.5622
node-12	1.5819	1.5825	1.5831	1.5837	1.5843	1.5849	1.5855	1.5861	1.5867	1.5873
node-13	1.6050	1.6055	1.6061	1.6066	1.6072	1.6077	1.6082	1.6088	1.6093	1.6098
node-14	1.6259	1.6264	1.6269	1.6274	1.6279	1.6284	1.6288	1.6293	1.6298	1.6303
node-15	1.6449	1.6454	1.6459	1.6463	1.6468	1.6472	1.6477	1.6481	1.6486	1.6490
node-16	1.6625	1.6629	1.6633	1.6637	1.6641	1.6645	1.6650	1.6654	1.6658	1.6662

Node	iterasi-11	iterasi-12	iterasi-13	iterasi-14	iterasi-15	iterasi-16	iterasi-17	iterasi-18	iterasi-19	iterasi-20
node-1	0.3092	0.3149	0.3156	0.3163	0.3190	0.3217	0.5807	0.5870	0.5936	0.6014
node-2	0.8580	0.8661	0.8739	0.8816	0.8891	0.8965	0.9037	0.9108	0.9177	0.9244
node-3	1.0846	1.0886	1.0925	1.0965	1.1003	1.1041	1.1079	1.1116	1.1153	1.1189
node-4	1.2137	1.2163	1.2189	1.2215	1.2240	1.2265	1.2290	1.2314	1.2339	1.2363
node-5	1.3024	1.3042	1.3061	1.3080	1.3098	1.3117	1.3135	1.3153	1.3171	1.3189
node-6	1.3690	1.3705	1.3719	1.3734	1.3748	1.3762	1.3777	1.3791	1.3805	1.3819
node-7	1.4219	1.4231	1.4243	1.4255	1.4267	1.4278	1.4290	1.4302	1.4313	1.4325
node-8	1.4656	1.4666	1.4676	1.4686	1.4696	1.4706	1.4716	1.4725	1.4735	1.4745
node-9	1.5027	1.5035	1.5044	1.5052	1.5061	1.5069	1.5078	1.5086	1.5094	1.5103
node-10	1.5347	1.5354	1.5362	1.5369	1.5377	1.5384	1.5391	1.5399	1.5406	1.5413
node-11	1.5628	1.5635	1.5642	1.5648	1.5655	1.5661	1.5668	1.5674	1.5681	1.5687
node-12	1.5879	1.5885	1.5891	1.5896	1.5902	1.5908	1.5914	1.5920	1.5926	1.5931
node-13	1.6104	1.6109	1.6115	1.6120	1.6125	1.6130	1.6136	1.6141	1.6146	1.6151
node-14	1.6308	1.6313	1.6318	1.6323	1.6327	1.6332	1.6337	1.6342	1.6347	1.6351
node-15	1.6495	1.6499	1.6504	1.6508	1.6512	1.6517	1.6521	1.6526	1.6530	1.6534
node-16	1.6666	1.6670	1.6674	1.6678	1.6683	1.6687	1.6691	1.6695	1.6699	1.6703

Node	iterasi-21	iterasi-22	iterasi-23	iterasi-24	iterasi-25	iterasi-26	iterasi-27	iterasi-28	iterasi-29	iterasi-30
node-1	0.6109	0.6178	0.6388	0.6628	0.6878	0.6899	0.6909	0.6942	0.7011	0.7110
node-2	0.9310	0.9375	0.9439	0.9502	0.9563	0.9623	0.9682	0.9740	0.9797	0.9853
node-3	1.1225	1.1261	1.1296	1.1330	1.1365	1.1398	1.1432	1.1465	1.1498	1.1530
node-4	1.2387	1.2411	1.2434	1.2458	1.2481	1.2504	1.2527	1.2549	1.2572	1.2594
node-5	1.3206	1.3224	1.3242	1.3259	1.3276	1.3293	1.3311	1.3327	1.3344	1.3361
node-6	1.3833	1.3847	1.3861	1.3874	1.3888	1.3902	1.3915	1.3929	1.3942	1.3955
node-7	1.4336	1.4348	1.4359	1.4370	1.4381	1.4392	1.4404	1.4415	1.4426	1.4437
node-8	1.4754	1.4764	1.4774	1.4783	1.4793	1.4802	1.4811	1.4821	1.4830	1.4839
node-9	1.5111	1.5119	1.5127	1.5136	1.5144	1.5152	1.5160	1.5168	1.5176	1.5184
node-10	1.5421	1.5428	1.5435	1.5442	1.5449	1.5457	1.5464	1.5471	1.5478	1.5485
node-11	1.5694	1.5700	1.5706	1.5713	1.5719	1.5726	1.5732	1.5738	1.5744	1.5751
node-12	1.5937	1.5943	1.5949	1.5954	1.5960	1.5966	1.5972	1.5977	1.5983	1.5989
node-13	1.6157	1.6162	1.6167	1.6172	1.6178	1.6183	1.6188	1.6193	1.6198	1.6203
node-14	1.6356	1.6361	1.6366	1.6370	1.6375	1.6380	1.6385	1.6389	1.6394	1.6399
node-15	1.6539	1.6543	1.6548	1.6552	1.6556	1.6561	1.6565	1.6569	1.6574	1.6578
node-16	1.6707	1.6711	1.6715	1.6719	1.6723	1.6727	1.6731	1.6735	1.6739	1.6743

Node	iterasi-31	iterasi-32	iterasi-33	iterasi-34	iterasi-35	iterasi-36	iterasi-37	iterasi-38	iterasi-39	iterasi-40
node-1	0.7164	0.7183	0.7185	0.7190	0.7191	0.7200	0.7213	0.7393	0.7426	0.7620
node-2	0.9908	0.9962	1.0016	1.0068	1.0120	1.0170	1.0220	1.0269	1.0318	1.0365
node-3	1.1562	1.1594	1.1625	1.1656	1.1687	1.1717	1.1747	1.1777	1.1806	1.1835
node-4	1.2616	1.2638	1.2659	1.2681	1.2702	1.2724	1.2745	1.2766	1.2786	1.2807
node-5	1.3378	1.3394	1.3411	1.3427	1.3443	1.3459	1.3475	1.3491	1.3507	1.3523
node-6	1.3968	1.3982	1.3995	1.4008	1.4021	1.4034	1.4046	1.4059	1.4072	1.4084
node-7	1.4448	1.4458	1.4469	1.4480	1.4491	1.4501	1.4512	1.4523	1.4533	1.4544
node-8	1.4849	1.4858	1.4867	1.4876	1.4885	1.4894	1.4904	1.4913	1.4922	1.4930
node-9	1.5192	1.5200	1.5208	1.5216	1.5224	1.5232	1.5240	1.5248	1.5255	1.5263
node-10	1.5492	1.5499	1.5506	1.5513	1.5520	1.5527	1.5534	1.5541	1.5548	1.5554
node-11	1.5757	1.5763	1.5769	1.5776	1.5782	1.5788	1.5794	1.5800	1.5807	1.5813
node-12	1.5994	1.6000	1.6005	1.6011	1.6017	1.6022	1.6028	1.6033	1.6039	1.6044
node-13	1.6208	1.6213	1.6219	1.6224	1.6229	1.6234	1.6239	1.6244	1.6249	1.6254
node-14	1.6403	1.6408	1.6413	1.6417	1.6422	1.6427	1.6431	1.6436	1.6440	1.6445
node-15	1.6582	1.6586	1.6591	1.6595	1.6599	1.6603	1.6608	1.6612	1.6616	1.6620
node-16	1.6747	1.6751	1.6755	1.6759	1.6763	1.6767	1.6771	1.6775	1.6778	1.6782

Node	iterasi-41	eksak	error
node-1	0.7650	0.7653	0.0003
node-2	1.0412	1.0421	0.0009
node-3	1.1864	1.1866	0.0002
node-4	1.2827	1.2833	0.0006
node-5	1.3538	1.3543	0.0005
node-6	1.4097	1.4099	0.0002
node-7	1.4554	1.4562	0.0008
node-8	1.4939	1.4945	0.0006
node-9	1.5271	1.5274	0.0003
node-10	1.5561	1.5565	0.0004
node-11	1.5819	1.5825	0.0006
node-12	1.6050	1.6052	0.0002
node-13	1.6259	1.6267	0.0008
node-14	1.6449	1.6452	0.0003
node-15	1.6625	1.6630	0.0005
node-16	1.6786	1.6787	0.0001

LAMPIRAN C5. ITERASI GAUSS SEIDEL

Tabel iterasi kecepatan aliran udara pada bronkus terhadap kecepatan awal 0.4 m/s dengan toleransi 0.001.

Node	iterasi-1	iterasi-2	iterasi-3	iterasi-4	iterasi-5	iterasi-6	iterasi-7	iterasi-8	iterasi-9	iterasi-10
node-1	0.4000	0.4085	0.4114	0.4133	0.4222	0.4359	0.4396	0.4566	0.4941	0.4978
node-2	0.8150	0.8264	0.8374	0.8481	0.8585	0.8687	0.8785	0.8881	0.8975	0.9067
node-3	1.1126	1.1175	1.1224	1.1272	1.1320	1.1366	1.1412	1.1458	1.1502	1.1546
node-4	1.2676	1.2707	1.2737	1.2767	1.2796	1.2825	1.2854	1.2883	1.2911	1.2939
node-5	1.3699	1.3721	1.3742	1.3763	1.3784	1.3805	1.3826	1.3846	1.3867	1.3887
node-6	1.4451	1.4468	1.4484	1.4500	1.4516	1.4532	1.4548	1.4564	1.4580	1.4595
node-7	1.5040	1.5053	1.5066	1.5079	1.5092	1.5105	1.5118	1.5131	1.5144	1.5156
node-8	1.5521	1.5532	1.5542	1.5553	1.5564	1.5575	1.5586	1.5596	1.5607	1.5617
node-9	1.5925	1.5934	1.5943	1.5952	1.5962	1.5971	1.5980	1.5989	1.5998	1.6007
node-10	1.6272	1.6280	1.6288	1.6296	1.6304	1.6312	1.6320	1.6328	1.6335	1.6343
node-11	1.6575	1.6582	1.6589	1.6596	1.6603	1.6610	1.6617	1.6624	1.6631	1.6638
node-12	1.6843	1.6850	1.6856	1.6862	1.6869	1.6875	1.6881	1.6887	1.6894	1.6900
node-13	1.7084	1.7090	1.7095	1.7101	1.7107	1.7112	1.7118	1.7124	1.7129	1.7135
node-14	1.7301	1.7307	1.7312	1.7317	1.7322	1.7327	1.7332	1.7337	1.7343	1.7348
node-15	1.7500	1.7504	1.7509	1.7514	1.7518	1.7523	1.7528	1.7532	1.7537	1.7542
node-16	1.7681	1.7686	1.7690	1.7694	1.7699	1.7703	1.7707	1.7712	1.7716	1.7720

Node	iterasi-11	iterasi-12	iterasi-13	iterasi-14	iterasi-15	iterasi-16	iterasi-17	iterasi-18	iterasi-19	iterasi-20
node-1	0.5055	0.5112	0.5129	0.5187	0.5246	0.5324	0.6032	0.6127	0.6218	0.6296
node-2	0.9156	0.9243	0.9328	0.9411	0.9492	0.9571	0.9649	0.9725	0.9799	0.9872
node-3	1.1590	1.1633	1.1675	1.1717	1.1758	1.1799	1.1839	1.1879	1.1918	1.1957
node-4	1.2967	1.2995	1.3022	1.3049	1.3076	1.3103	1.3129	1.3155	1.3181	1.3207
node-5	1.3907	1.3927	1.3947	1.3967	1.3986	1.4006	1.4025	1.4044	1.4063	1.4082
node-6	1.4611	1.4627	1.4642	1.4657	1.4672	1.4688	1.4703	1.4718	1.4732	1.4747
node-7	1.5169	1.5181	1.5194	1.5206	1.5219	1.5231	1.5243	1.5255	1.5267	1.5280
node-8	1.5628	1.5638	1.5649	1.5659	1.5670	1.5680	1.5690	1.5700	1.5711	1.5721
node-9	1.6016	1.6025	1.6034	1.6043	1.6052	1.6061	1.6069	1.6078	1.6087	1.6096
node-10	1.6351	1.6359	1.6367	1.6374	1.6382	1.6390	1.6398	1.6405	1.6413	1.6420
node-11	1.6645	1.6652	1.6659	1.6666	1.6672	1.6679	1.6686	1.6693	1.6700	1.6706
node-12	1.6906	1.6912	1.6918	1.6924	1.6931	1.6937	1.6943	1.6949	1.6955	1.6961
node-13	1.7140	1.7146	1.7151	1.7157	1.7163	1.7168	1.7174	1.7179	1.7184	1.7190
node-14	1.7353	1.7358	1.7363	1.7368	1.7373	1.7378	1.7383	1.7388	1.7393	1.7398
node-15	1.7546	1.7551	1.7556	1.7560	1.7565	1.7569	1.7574	1.7579	1.7583	1.7588
node-16	1.7724	1.7729	1.7733	1.7737	1.7741	1.7746	1.7750	1.7754	1.7758	1.7762

Node	iterasi-21	iterasi-22	iterasi-23	iterasi-24	iterasi-25	iterasi-26	iterasi-27	iterasi-28	iterasi-29	iterasi-30
node-1	0.6391	0.6460	0.6670	0.6910	0.7160	0.7370	0.7409	0.7442	0.7511	0.7610
node-2	0.9943	1.0013	1.0082	1.0149	1.0215	1.0279	1.0343	1.0405	1.0466	1.0527
node-3	1.1996	1.2033	1.2071	1.2108	1.2144	1.2180	1.2216	1.2251	1.2286	1.2321
node-4	1.3232	1.3257	1.3282	1.3307	1.3332	1.3356	1.3380	1.3404	1.3428	1.3452
node-5	1.4101	1.4119	1.4138	1.4156	1.4174	1.4193	1.4211	1.4228	1.4246	1.4264
node-6	1.4762	1.4777	1.4791	1.4806	1.4820	1.4834	1.4848	1.4863	1.4877	1.4891
node-7	1.5292	1.5304	1.5315	1.5327	1.5339	1.5351	1.5362	1.5374	1.5386	1.5397
node-8	1.5731	1.5741	1.5751	1.5761	1.5771	1.5781	1.5791	1.5800	1.5810	1.5820
node-9	1.6104	1.6113	1.6122	1.6130	1.6139	1.6147	1.6156	1.6164	1.6173	1.6181
node-10	1.6428	1.6436	1.6443	1.6451	1.6458	1.6466	1.6473	1.6480	1.6488	1.6495
node-11	1.6713	1.6720	1.6726	1.6733	1.6740	1.6746	1.6753	1.6759	1.6766	1.6773
node-12	1.6967	1.6973	1.6979	1.6985	1.6991	1.6997	1.7003	1.7009	1.7014	1.7020
node-13	1.7195	1.7201	1.7206	1.7212	1.7217	1.7222	1.7228	1.7233	1.7238	1.7244
node-14	1.7403	1.7408	1.7413	1.7418	1.7422	1.7427	1.7432	1.7437	1.7442	1.7447
node-15	1.7592	1.7597	1.7601	1.7606	1.7610	1.7615	1.7619	1.7624	1.7628	1.7633
node-16	1.7767	1.7771	1.7775	1.7779	1.7783	1.7788	1.7792	1.7796	1.7800	1.7804

Node	iterasi-31	iterasi-32	iterasi-33	iterasi-34	iterasi-35	iterasi-36	iterasi-37	iterasi-38	iterasi-39	iterasi-40
node-1	0.7664	0.7683	0.7685	0.7690	0.7691	0.7700	0.7713	0.7893	0.7926	0.8120
node-2	1.0586	1.0644	1.0701	1.0757	1.0812	1.0867	1.0920	1.0973	1.1025	1.1076
node-3	1.2355	1.2388	1.2422	1.2455	1.2488	1.2520	1.2552	1.2583	1.2615	1.2646
node-4	1.3475	1.3498	1.3521	1.3544	1.3567	1.3589	1.3612	1.3634	1.3656	1.3678
node-5	1.4282	1.4299	1.4316	1.4334	1.4351	1.4368	1.4385	1.4401	1.4418	1.4435
node-6	1.4905	1.4919	1.4932	1.4946	1.4960	1.4973	1.4987	1.5000	1.5014	1.5027
node-7	1.5409	1.5420	1.5431	1.5443	1.5454	1.5465	1.5476	1.5488	1.5499	1.5510
node-8	1.5830	1.5839	1.5849	1.5858	1.5868	1.5878	1.5887	1.5896	1.5906	1.5915
node-9	1.6189	1.6198	1.6206	1.6214	1.6223	1.6231	1.6239	1.6247	1.6255	1.6263
node-10	1.6503	1.6510	1.6517	1.6524	1.6532	1.6539	1.6546	1.6553	1.6561	1.6568
node-11	1.6779	1.6786	1.6792	1.6799	1.6805	1.6812	1.6818	1.6824	1.6831	1.6837
node-12	1.7026	1.7032	1.7038	1.7044	1.7049	1.7055	1.7061	1.7067	1.7073	1.7078
node-13	1.7249	1.7254	1.7260	1.7265	1.7270	1.7275	1.7281	1.7286	1.7291	1.7296
node-14	1.7452	1.7457	1.7461	1.7466	1.7471	1.7476	1.7481	1.7485	1.7490	1.7495
node-15	1.7637	1.7642	1.7646	1.7651	1.7655	1.7659	1.7664	1.7668	1.7673	1.7677
node-16	1.7808	1.7812	1.7816	1.7820	1.7825	1.7829	1.7833	1.7837	1.7841	1.7845

Node	iterasi-41	eksak	error
node-1	0.8150	0.8151	0.0001
node-2	1.1126	1.1129	0.0003
node-3	1.2676	1.2681	0.0005
node-4	1.3699	1.3700	0.0001
node-5	1.4451	1.4454	0.0003
node-6	1.5040	1.5042	0.0002
node-7	1.5521	1.5528	0.0007
node-8	1.5925	1.5934	0.0009
node-9	1.6272	1.6274	0.0002
node-10	1.6575	1.6582	0.0007
node-11	1.6843	1.6852	0.0009
node-12	1.7084	1.7085	0.0001
node-13	1.7301	1.7307	0.0006
node-14	1.7500	1.7504	0.0004
node-15	1.7681	1.7686	0.0005
node-16	1.7849	1.7852	0.0003

LAMPIRAN C6. ITERASI GAUSS SEIDEL

Tabel iterasi kecepatan aliran udara pada bronkus terhadap kecepatan awal 0.6 m/s dengan toleransi 0.001.

Node	iterasi-1	iterasi-2	iterasi-3	iterasi-4	iterasi-5	iterasi-6	iterasi-7	iterasi-8	iterasi-9	iterasi-10
node-1	0.6000	0.6085	0.6110	0.6200	0.6289	0.6426	0.6463	0.6633	0.7008	0.7015
node-2	0.9090	0.9212	0.9331	0.9446	0.9558	0.9667	0.9773	0.9877	0.9977	1.0075
node-3	1.2277	1.2330	1.2382	1.2433	1.2484	1.2533	1.2582	1.2630	1.2678	1.2725
node-4	1.3923	1.3955	1.3987	1.4019	1.4050	1.4081	1.4111	1.4142	1.4172	1.4201
node-5	1.5003	1.5026	1.5048	1.5070	1.5092	1.5114	1.5136	1.5158	1.5179	1.5201
node-6	1.5794	1.5811	1.5828	1.5845	1.5862	1.5879	1.5895	1.5912	1.5928	1.5945
node-7	1.6411	1.6424	1.6438	1.6452	1.6465	1.6479	1.6492	1.6505	1.6450	1.6461
node-8	1.6913	1.6924	1.6935	1.6947	1.6958	1.6969	1.6980	1.6992	1.7003	1.7014
node-9	1.7334	1.7343	1.7353	1.7363	1.7372	1.7382	1.7391	1.7401	1.7410	1.7420
node-10	1.7695	1.7703	1.7712	1.7720	1.7728	1.7736	1.7745	1.7753	1.7761	1.7769
node-11	1.8010	1.8017	1.8024	1.8032	1.8039	1.8046	1.8054	1.8061	1.8068	1.8075
node-12	1.8288	1.8295	1.8301	1.8308	1.8314	1.8321	1.8327	1.8334	1.8340	1.8347
node-13	1.8537	1.8543	1.8549	1.8555	1.8561	1.8567	1.8572	1.8578	1.8584	1.8590
node-14	1.8762	1.8768	1.8773	1.8778	1.8783	1.8789	1.8794	1.8799	1.8805	1.8810
node-15	1.8967	1.8972	1.8976	1.8981	1.8986	1.8991	1.8996	1.9001	1.9006	1.9010
node-16	1.9154	1.9159	1.9163	1.9168	1.9172	1.9176	1.9181	1.9185	1.9190	1.9194

Node	iterasi-11	iterasi-12	iterasi-13	iterasi-14	iterasi-15	iterasi-16	iterasi-17	iterasi-18	iterasi-19	iterasi-20
node-1	0.7092	0.7149	0.7156	0.7163	0.7190	0.7217	0.7247	0.7310	0.7376	0.7457
node-2	1.0171	1.0264	1.0356	1.0444	1.0531	1.0616	1.0700	1.0781	1.0861	1.0938
node-3	1.2771	1.2817	1.2862	1.2906	1.2950	1.2993	1.3036	1.3078	1.3120	1.3161
node-4	1.4231	1.4260	1.4289	1.4317	1.4346	1.4374	1.4402	1.4429	1.4457	1.4484
node-5	1.5222	1.5243	1.5264	1.5284	1.5305	1.5325	1.5346	1.5366	1.5386	1.5406
node-6	1.5961	1.5977	1.5993	1.6010	1.6025	1.6041	1.6057	1.6073	1.6088	1.6104
node-7	1.6545	1.6558	1.6571	1.6584	1.6597	1.6610	1.6623	1.6636	1.6648	1.6661
node-8	1.7025	1.7036	1.7046	1.7057	1.7068	1.7079	1.7089	1.7100	1.7111	1.7121
node-9	1.7429	1.7438	1.7448	1.7457	1.7466	1.7475	1.7485	1.7494	1.7503	1.7512
node-10	1.7777	1.7786	1.7794	1.7802	1.7810	1.7818	1.7826	1.7834	1.7842	1.7849
node-11	1.8082	1.8090	1.8097	1.8104	1.8111	1.8118	1.8125	1.8132	1.8139	1.8146
node-12	1.8353	1.8359	1.8366	1.8372	1.8378	1.8385	1.8391	1.8397	1.8404	1.8410
node-13	1.8596	1.8601	1.8607	1.8613	1.8619	1.8624	1.8630	1.8636	1.8641	1.8647
node-14	1.8815	1.8820	1.8826	1.8831	1.8836	1.8841	1.8846	1.8851	1.8857	1.8862
node-15	1.9015	1.9020	1.9025	1.9029	1.9034	1.9039	1.9044	1.9048	1.9053	1.9058
node-16	1.9199	1.9203	1.9207	1.9212	1.9216	1.9221	1.9225	1.9229	1.9234	1.9238

Node	iterasi-21	iterasi-22	iterasi-23	iterasi-24	iterasi-25	iterasi-26	iterasi-27	iterasi-28	iterasi-29	iterasi-30
node-1	0.7549	0.7618	0.7828	0.8068	0.8318	0.8339	0.8349	0.8382	0.8451	0.8550
node-2	1.1015	1.1090	1.1163	1.1235	1.1305	1.1374	1.1442	1.1509	1.1574	1.1638
node-3	1.3202	1.3242	1.3282	1.3321	1.3360	1.3398	1.3436	1.3473	1.3510	1.3547
node-4	1.4511	1.4537	1.5640	1.4590	1.4616	1.4641	1.4667	1.4692	1.4717	1.4742
node-5	1.5425	1.5445	1.4640	1.5484	1.5503	1.5522	1.5541	1.5560	1.5578	1.5597
node-6	1.6119	1.6135	1.6150	1.6165	1.6180	1.6195	1.6210	1.6225	1.6239	1.6254
node-7	1.6673	1.6686	1.6698	1.6711	1.6723	1.6735	1.6748	1.6760	1.6772	1.6784
node-8	1.7132	1.7142	1.7153	1.7163	1.7174	1.7184	1.7194	1.7204	1.7215	1.7225
node-9	1.7521	1.7530	1.7539	1.7548	1.7557	1.7565	1.7574	1.7583	1.7592	1.7601
node-10	1.7857	1.7865	1.7873	1.7881	1.7889	1.7896	1.7904	1.7912	1.7919	1.7927
node-11	1.8153	1.8160	1.8167	1.8174	1.8181	1.8188	1.8194	1.8201	1.8208	1.8215
node-12	1.8416	1.8422	1.8429	1.8435	1.8441	1.8447	1.8453	1.8459	1.8465	1.8471
node-13	1.8652	1.8658	1.8664	1.8669	1.8675	1.8680	1.8686	1.8691	1.8697	1.8702
node-14	1.8867	1.8872	1.8877	1.8882	1.8887	1.8892	1.8897	1.8902	1.8907	1.8912
node-15	1.9062	1.9067	1.9072	1.9076	1.9081	1.9086	1.9090	1.9095	1.9100	1.9104
node-16	1.9242	1.9247	1.9251	1.9255	1.9259	1.9264	1.9268	1.9272	1.9276	1.9281

Node	iterasi-31	iterasi-32	iterasi-33	iterasi-34	iterasi-35	iterasi-36	iterasi-37	iterasi-38	iterasi-39	iterasi-40
node-1	0.86040	0.8623	0.86250	0.8630	0.8631	0.8640	0.8653	0.8833	0.8866	0.9060
node-2	1.1702	1.1764	1.1824	1.1884	1.1943	1.2001	1.2058	1.2114	1.2170	1.2224
node-3	1.3583	1.3618	1.3654	1.3689	1.3723	1.3758	1.3791	1.3825	1.3858	1.3891
node-4	1.4767	1.4791	1.4816	1.4840	1.4864	1.4887	1.4911	1.4934	1.4957	1.4980
node-5	1.5615	1.5634	1.5652	1.5670	1.5688	1.5706	1.5724	1.5741	1.5759	1.5776
node-6	1.6269	1.6283	1.6298	1.6312	1.6326	1.6341	1.6355	1.6369	1.6383	1.6397
node-7	1.6796	1.6808	1.6820	1.6831	1.6843	1.6855	1.6867	1.6878	1.6890	1.6901
node-8	1.7235	1.7245	1.7255	1.7265	1.7275	1.7285	1.7295	1.7304	1.7314	1.7324
node-9	1.7609	1.7618	1.7627	1.7635	1.7644	1.7652	1.7661	1.7669	1.7678	1.7686
node-10	1.7935	1.7942	1.7950	1.7957	1.7965	1.7973	1.7980	1.7987	1.7995	1.8002
node-11	1.8222	1.8228	1.8235	1.8242	1.8248	1.8255	1.8262	1.8268	1.8275	1.8282
node-12	1.8477	1.8484	1.8490	1.8496	1.8502	1.8508	1.8514	1.8520	1.8525	1.8531
node-13	1.8708	1.8713	1.8719	1.8724	1.8730	1.8735	1.8741	1.8746	1.8751	1.8757
node-14	1.8917	1.8922	1.8927	1.8932	1.8937	1.8942	1.8947	1.8952	1.8957	1.8962
node-15	1.9109	1.9113	1.9118	1.9122	1.9127	1.9132	1.9136	1.9141	1.9145	1.9150
node-16	1.9285	1.9289	1.9293	1.9298	1.9302	1.9306	1.9310	1.9314	1.9319	1.9323

Node	iterasi-41	eksak	error
node-1	0.9090	0.9094	0.0004
node-2	1.2277	1.2278	0.0001
node-3	1.3923	1.3927	0.0004
node-4	1.5003	1.5007	0.0004
node-5	1.5794	1.5800	0.0006
node-6	1.6411	1.6413	0.0002
node-7	1.6913	1.6919	0.0006
node-8	1.7334	1.7342	0.0008
node-9	1.7695	1.7701	0.0006
node-10	1.8010	1.8013	0.0003
node-11	1.8288	1.8291	0.0003
node-12	1.8537	1.8543	0.0006
node-13	1.8762	1.8765	0.0003
node-14	1.8967	1.8968	0.0001
node-15	1.9154	1.9159	0.0005
node-16	1.9327	1.9334	0.0007