



**ANALISIS BILANGAN KROMATIK *PACKING* PADA GRAF  
HASIL OPERASI *EDGE CORONA* DAN RELEVANSINYA  
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR KREATIF**

**SKRIPSI**

Oleh

**Jean Claudia Joedo**

**NIM 160210101047**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2020**



**ANALISIS BILANGAN KROMATIK *PACKING* PADA GRAF  
HASIL OPERASI *EDGE CORONA* DAN RELEVANSINYA  
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR KREATIF**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Jean Claudia Joedo**

**NIM 160210101047**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2020**

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Saya haturkan puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat dan rahmat-Nya saya dapat menyusun dan menyelesaikan penulisan skripsi ini. Tak lupa saya ucapkan banyak terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu saya dalam penyusunan skripsi ini antara lain kepada:

1. Kedua orang tuaku, Bapak Hartono Joedo dan Ibu Iva Wilantika yang telah membesarkanku dengan penuh kasih sayang, kesabaran, kepedulian, kedisiplinan, dan doa yang selalu menyertai selama ini, dan
2. Kedua adikku, Raymond Joe dan Samuel Joe Jr. yang telah memberiku semangat dan dukungan selama ini.

HALAMAN MOTTO

*"It look impossible until you do it, and than you find it is possible."*

-Evelyn Underhill-

"Tugas kita bukanlan untuk berhasil, tugas kita adalah untuk mencoba, karena di dalam mencoba itulah kita menemukan dan membangun kesempatan untuk berhasil."

-Mario Teguh-

*"Don't give up when you still have something to give. Nothing is really over until the moment you stop trying."*

-Brian Dyson-

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama."

-Slamin-

## HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Jean Claudia Joedo

NIM : 160210101047

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Analisis Bilangan Kromatik *Packing* pada Graf Hasil Operasi *Edge Corona* dan Relevansinya dengan Keterampilan Berpikir Kreatif adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 7 Januari 2020

Yang menyatakan,

Jean Claudia Joedo  
NIM. 160210101047

HALAMAN PEMBIMBINGAN

SKRIPSI

ANALISIS BILANGAN KROMATIK *PACKING* PADA GRAF  
HASIL OPERASI *EDGE CORONA* DAN RELEVANSINYA  
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR KREATIF

Oleh

Jean Claudia Joedo

NIM 160210101047

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER

2020

HALAMAN PENGAJUAN

**ANALISIS BILANGAN KROMATIK *PACKING* PADA GRAF  
HASIL OPERASI *EDGE CORONA* DAN RELEVANSINYA  
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR KREATIF**

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Jean Claudia Joedo  
NIM : 160210101047  
Tempat dan Tanggal Lahir : Bondowoso, 29 Juni 1998  
Jurusan / Program Studi : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.  
NIP. 19760502 200604 2 001



**HALAMAN PENGESAHAN**

Skripsi berjudul : Analisis Bilangan Kromatik *Packing* pada Graf Hasil Operasi *Edge Corona* dan Relevansinya dengan Keterampilan Berpikir Kreatif telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Selasa

Tanggal : 7 Januari 2020

Tempat : 35E 104 (R. Dosen P. Matematika) Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.  
NIP. 19760502 200604 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Antonius Cahya P., M.App.Sc., Ph.D.  
NIP. 19690928 199302 1 001

Drs. Toto' Bara S., M.Si.  
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004



## RINGKASAN

**Analisis Bilangan Kromatik *Packing* pada Graf Hasil Operasi *Edge Corona* dan Relevansinya dengan Keterampilan Berpikir Kreatif**; Jean Claudia Joedo, 160210101047; 2020: 107 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf merupakan salah satu ilmu yang membantu dalam mengatasi berbagai permasalahan dalam berbagai disiplin ilmu. Dalam bidang matematika, graf memiliki banyak manfaat dalam mengatasi permasalahan sosial maupun permasalahan kehidupan sehari-hari. Pewarnaan graf merupakan bagian dari pelabelan graf, dimana pelabelan yang dimaksud disini merupakan pemberian warna pada titik-titik yang ada pada batas tertentu. Dalam pewarnaan graf terdapat kasus khusus yaitu pewarnaan *packing*. Pewarnaan *packing* itu sendiri adalah pewarnaan dimana jarak titik dengan warna yang sama  $i$  harus memiliki jarak minimal  $i + 1$  dari titik sebelumnya.

Bilangan kromatik *packing*  $\chi_p$  merupakan banyaknya warna minimal dari graf dengan sembarang dua titik yang bertetangga berwarna  $i$  paling sedikit berjarak  $i + 1$  dari titik sebelumnya. Warna pada titik berupa bilangan bulat positif ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) dan diperoleh dari peletakan warna berurutan sesuai dengan ketentuan minimal jarak dengan warna yang sama dimana jika sudah tidak memungkinkan menggunakan warna tertentu dikarenakan jarak yang tidak memenuhi syarat pewarnaan *packing* maka diharuskan berganti warna yang lain.

Operasi *edge corona* ialah menggandakan graf pertama sebanyak sekali dan menggandakan graf kedua sebanyak jumlah sisi dari graf pertama, lalu setiap titik pada duplikat graf kedua dihubungkan pada titik yang bertetangga dari sisi ke- $i$  pada graf pertama. Graf yang digunakan pada penelitian ini antara lain  $P_2 \diamond P_n$ ,  $P_3 \diamond P_n$ ,  $P_4 \diamond P_n$ ,  $P_2 \diamond S_n$ ,  $P_3 \diamond S_n$ ,  $P_4 \diamond S_n$ ,  $P_2 \diamond C_n$ ,  $P_3 \diamond C_n$ , dan  $P_4 \diamond C_n$ . Dalam pengerjaan permasalahan graf, untuk menemukan sebuah solusi dibutuhkan pemikiran yang kreatif dalam mengkombinasikan baik label maupun warna agar sesuai dengan topik graf yang dikerjakan.

Dimana keterampilan berpikir kreatif memiliki beberapa aspek yang harus dipenuhi, yaitu *fluency*/keluwesan, *flexibility*/kelancaran, *originality*/orisinil, dan *elaboration*/terperinci, sehingga didapatkan hal baru yang orisinil.

Rumusan masalah penelitian ini adalah mengetahui bagaimanakah bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan bagaimana relevansi antara pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif. Kemudian, tujuan yang ingin dicapai adalah dapat menentukan bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* serta menganalisis relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif.

Pada penelitian ini digunakan metode deduktif aksiomatik dan metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) dalam menentukan nilai dari bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*. Penelitian ini menghasilkan sembilan teorema baru yaitu:

1. **Teorema 4.2.1** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_2 \diamond P_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_2 \diamond P_n) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 3$ .*
2. **Teorema 4.2.2** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_3 \diamond P_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_3 \diamond P_n) = \begin{cases} n + 3, & n \text{ ganjil} \\ n + 4, & n \text{ genap} \end{cases}$ .*
3. **Teorema 4.2.3** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_4 \diamond P_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_4 \diamond P_n) = \begin{cases} \lfloor \frac{3n}{2} \rfloor + 3, & n \text{ ganjil} \\ \lfloor \frac{3n}{2} \rfloor + 4, & n \text{ genap} \end{cases}$ .*
4. **Teorema 4.2.4** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_2 \diamond S_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_2 \diamond S_n) = 4$ .*
5. **Teorema 4.2.5** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_3 \diamond S_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_3 \diamond S_n) = 6$ .*
6. **Teorema 4.2.6** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_4 \diamond S_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_4 \diamond S_n) = 7$ .*
7. **Teorema 4.2.7** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_2 \diamond C_n$ , untuk  $n \geq 3$  adalah  $\chi_p(P_2 \diamond C_n) = \begin{cases} 5, & n \equiv 0(\text{mod } 4) \\ 6, & n \equiv 1, 2, 3(\text{mod } 4) \end{cases}$ .*

8. **Teorema 4.2.8** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_3 \diamond C_n$ , untuk  $n \geq 3$  adalah*

$$\chi_p(P_3 \diamond C_n) = \begin{cases} \lceil \frac{n}{2} \rceil + 6, & n = 3 \wedge n \equiv 0(\text{mod } 4) \\ \lceil \frac{n}{2} \rceil + 7, & n \equiv 1, 2(\text{mod } 4) \wedge n \equiv 3(\text{mod } 4), n \geq 7 \end{cases} .$$

9. **Teorema 4.2.9** *Bilangan kromatik packing dari graf  $P_4 \diamond C_n$ , untuk  $n \geq 3$  adalah  $\chi_p(P_4 \diamond C_n) = \begin{cases} \lceil \frac{3n}{2} \rceil + 4, & n \text{ genap} \\ \lceil \frac{3n}{2} \rceil + 5, & n \text{ ganjil} \end{cases} .$*

Relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif yaitu:

1. aspek *fluency*/kelancaran (mencetuskan berbagai gagasan mengenai: terminologi graf, pewarnaan *packing*, pola bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang telah diperoleh, hasil ekspansi graf yang telah menerapkan konsep pewarnaan *packing* apakah telah sesuai dengan rumus bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh, dan cara pembuktian teorema bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh),
2. aspek *flexibility*/fleksibilitas (menggunakan berbagai pernyataan mengenai: konsep dari definisi, lemma, dan teorema yang berkaitan dengan pewarnaan *packing* dan bilangan kromatik *packing*, dalam proses menemukan pola bilangan kromatik *packing* yang minimum, dan dalam proses menemukan dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing*),
3. aspek *originality*/orisinil (menemukan generalisasi pola bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, menciptakan teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh), dan
4. aspek *elaboration*/terperinci (menjelaskan secara terperinci mengenai: cara mencari kardinalitas dari graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, langkah penerapan konsep pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, pola pewarnaan *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh).

Semua tahapan dalam proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* akan dikaitkan dengan aspek keterampilan berpikir kreatif dan tolak ukur dari relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif, yaitu dengan dilakukan penilaian oleh tiga dosen ahli dalam bidang graf terhadap peneliti yakni ketiga dosen yang ada di CGANT sebagai observer. Berdasarkan hasil analisis proses observasi mengenai relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif, didapatkan bahwa aspek *fluency* sebesar 96,7 %, aspek *flexibility* sebesar 93,7 %, aspek *originality* sebesar 91,7 %, aspek *elaboration* sebesar 98,3 %, dan tingkat kreativitas sebesar 95,1 %.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Bilangan Kromatik *Packing* pada Graf Hasil Operasi *Edge Corona* dan Relevansinya dengan Keterampilan Berpikir Kreatif. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Jember;
5. Dosen Pembimbing dan Dosen Penguji yang telah meluangkan waktu dan pikiran, serta memberikan masukan dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
7. Dosen dan Karyawan FKIP Universitas Jember;
8. Teman seperjuangan riset grup graf (Intan K., Nadia A., Regina A., Regita T., dan Novi W.) serta mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika angkatan 2016 lainnya;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan dari beliau semua dicatat sebagai amal baik oleh Tuhan Yang Maha Esa dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 7 Januari 2020

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	ii
HALAMAN MOTTO .....	iii
HALAMAN PERNYATAAN .....	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN .....	v
HALAMAN PENGAJUAN .....	vi
HALAMAN PENGESAHAN .....	vii
RINGKASAN .....	viii
KATA PENGANTAR .....	xii
DAFTAR ISI .....	xiv
DAFTAR GAMBAR .....	xvi
DAFTAR TABEL .....	xvi
DAFTAR LAMBANG .....	xvii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	4
1.6 Kebaruan Penelitian .....	4
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>6</b>
2.1 Definisi dan Terminologi Graf .....	6
2.2 Operasi Graf <i>Edge Corona</i> .....	9
2.3 Pewarnaan Graf .....	11
2.4 Bilangan Kromatik <i>Packing</i> .....	12
2.5 Penelitian Sebelumnya .....	13
2.6 Konsep Dasar Matematika .....	14
2.7 Keterampilan Berpikir Kreatif .....	15
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN .....</b>	<b>18</b>
3.1 Jenis Penelitian .....	18
3.2 Metode Penelitian .....	18

3.3	Prosedur Penelitian .....	19
3.4	Observasi Awal Penelitian .....	22
3.4.1	Jenis Graf yang Diteliti .....	22
3.4.2	Contoh Observasi Awal .....	27
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN .....	29
4.1	Kardinalitas Graf .....	29
4.2	Hasil Penelitian Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf Hasil Operasi <i>Edge Corona</i> .....	31
4.3	Relevansi antara Proses Pencarian Bilangan Kromatik <i>Packing</i> dan Keterampilan Berpikir Kreatif .....	57
4.4	Pembahasan .....	58
BAB 5.	PENUTUP .....	63
5.1	Kesimpulan .....	63
5.2	Saran .....	65
DAFTAR	PUSTAKA .....	66
LAMPIRAN	.....	69
A.	Matrik Penelitian .....	69
B.	Pedoman Observasi .....	70
C.	Lembar Analisis Hasil Observasi .....	73

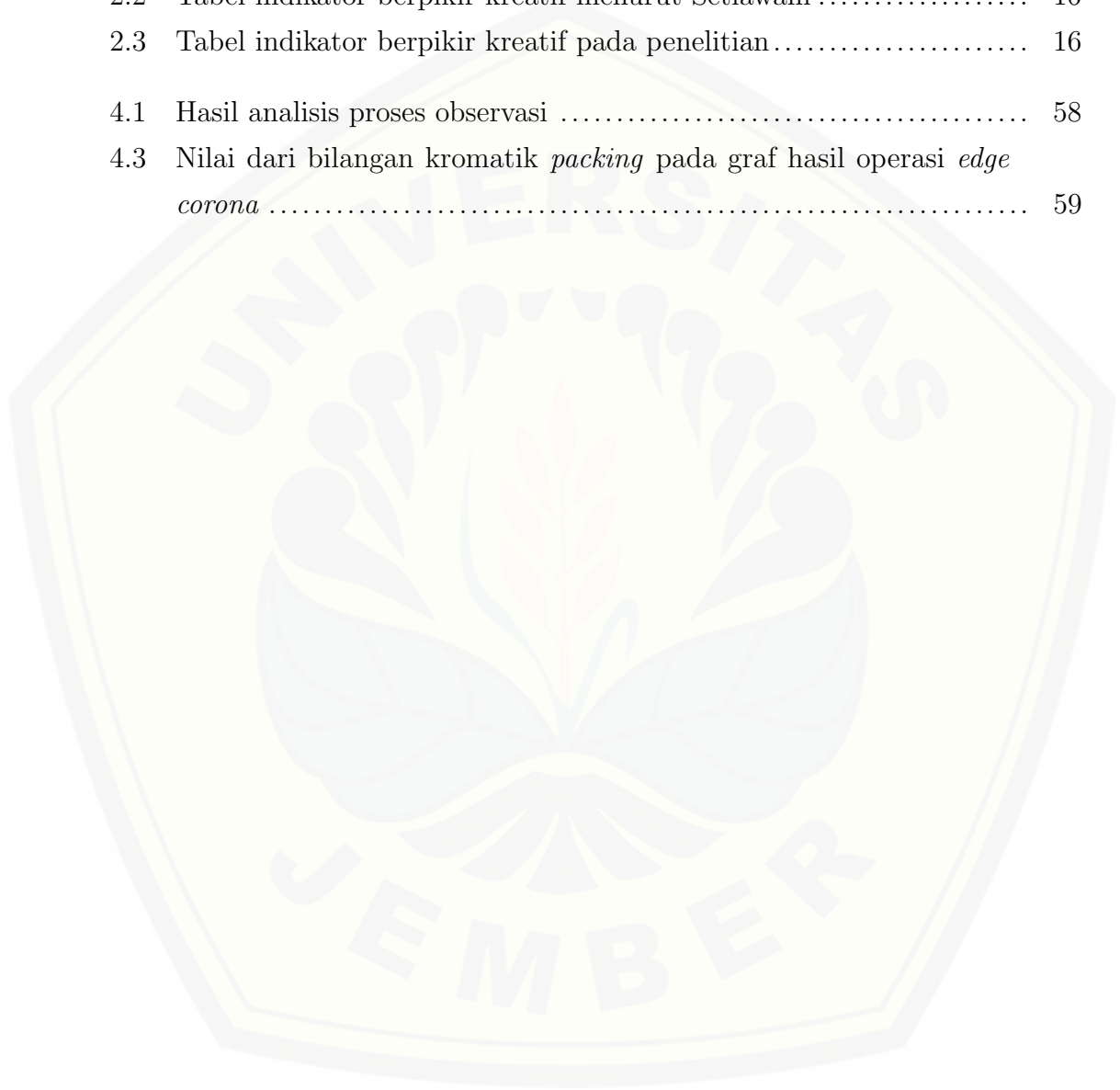


DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 (a) Jembatan Konigberg (b) Representasi Euler .....	6
2.2 Graf $G$ .....	7
2.3 Subgraf dari graf $G$ .....	8
2.4 Graf lintasan, $P_5$ .....	8
2.5 Graf lingkaran, $C_5$ .....	8
2.6 Graf bintang, $S_8$ .....	9
2.7 (a) Graf $C_4$ (b) Graf $P_3$ (c) $C_4 \odot P_3$ .....	10
2.8 (a) Graf $C_4$ (b) Graf $P_3$ (c) $C_4 \diamond P_3$ .....	10
2.9 (a) Pewarnaan Titik (b) Pewarnaan Sisi (c) Pewarnaan Wilayah....	12
2.10 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_7$ .....	13
3.1 Alur Penelitian .....	19
3.2 Graf $P_2 \diamond P_n$ .....	23
3.3 Graf $P_3 \diamond P_n$ .....	23
3.4 Graf $P_4 \diamond P_n$ .....	24
3.5 Graf $P_2 \diamond S_n$ .....	24
3.6 Graf $P_3 \diamond S_n$ .....	25
3.7 Graf $P_4 \diamond S_n$ .....	25
3.8 Graf $P_2 \diamond C_n$ .....	26
3.9 Graf $P_3 \diamond C_n$ .....	27
3.10 Graf $P_4 \diamond C_n$ .....	27
3.11 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_2 \diamond P_{10}$ .....	28
4.1 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_2 \diamond P_{10}$ .....	33
4.2 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_3 \diamond P_6$ .....	36
4.3 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_4 \diamond P_4$ .....	40
4.4 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_2 \diamond S_7$ .....	42
4.5 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_3 \diamond S_5$ .....	44
4.6 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_4 \diamond S_5$ .....	46
4.7 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_2 \diamond C_8$ .....	50
4.8 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_3 \diamond C_8$ .....	53
4.9 Pewarnaan <i>Packing</i> pada Graf $P_4 \diamond C_8$ .....	57

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Hasil penelitian tentang pewarnaan <i>packing</i> .....	13
2.2 Tabel indikator berpikir kreatif menurut Setiawani .....	16
2.3 Tabel indikator berpikir kreatif pada penelitian.....	16
4.1 Hasil analisis proses observasi .....	58
4.3 Nilai dari bilangan kromatik <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> .....	59



DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf $G$
$H$	=	Graf $H$
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf $G$
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf $G$
$ V(G) $	=	Order dari graf $G$ atau banyaknya titik pada graf $G$
$ E(G) $	=	Banyaknya sisi pada graf $G$
$u_n$	=	Titik $u$ ke- $n$ dari suatu graf $G$
$v_n$	=	Titik $v$ ke- $n$ dari suatu graf $G$
$(u, v)$	=	Sisi yang dihubungkan oleh titik pangkal $u$ dan titik ujung $v$
$d(v)$	=	Derajat titik $v$ pada graf $G$
$\delta(u, v)$	=	Jarak dari titik $u$ ke $v$
$C_n$	=	Graf lingkaran ( <i>cycle graph</i> ) dengan $n$ titik
$P_n$	=	Graf lintasan ( <i>path graph</i> ) dengan $n$ titik
$S_n$	=	Graf bintang ( <i>star graph</i> ) dengan $n$ titik
$\odot$	=	Simbol operasi <i>corona</i>
$\diamond$	=	Simbol operasi <i>edge corona</i>
$\Theta$	=	Simbol operasi <i>comb</i>
$c(x_i)$	=	Pewarnaan pada titik $x_i$
$c(y_j)$	=	Pewarnaan pada titik $y_j$
$\chi(G)$	=	Bilangan kromatik dari pewarnaan pada graf $G$
$\chi_p(G)$	=	Bilangan kromatik dari pewarnaan <i>packing</i> pada graf $G$
$\chi_p(H)$	=	Bilangan kromatik dari pewarnaan <i>packing</i> pada graf $H$

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu ilmu yang membantu dalam mengatasi berbagai permasalahan dalam berbagai disiplin ilmu. Dalam bidang matematika, graf memiliki banyak manfaat dalam mengatasi permasalahan sosial maupun permasalahan kehidupan sehari-hari. Kegunaan dari graf adalah untuk merepresentasikan berbagai objek diskrit dan hubungan yang dimiliki antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf ialah menyatakan suatu objek sebagai sebuah titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis.

Pewarnaan graf merupakan bagian dari pelabelan graf, dimana pelabelan yang dimaksud disini merupakan pemberian warna pada titik-titik yang ada pada batas tertentu. Ada tiga macam pewarnaan graf, yaitu pertama, pewarnaan titik dimana titik yang saling berdekatan dibuat sedemikian hingga tidak memiliki warna yang sama, kedua, pewarnaan sisi dimana sisi yang saling berdekatan dibuat sedemikian hingga tidak memiliki warna yang sama, dan ketiga, pewarnaan bidang dimana bidang yang saling berdekatan dibuat sedemikian hingga tidak memiliki warna yang sama.

Salah satu contoh sederhana pemanfaatan dari pewarnaan graf yaitu mengatur agar warna setiap wilayah yang berdekatan di suatu peta agar tidak ada yang sama dan ada juga masalah membuat jadwal dari beberapa orang agar tidak memiliki jadwal di waktu yang bersamaan ketika akan mengikuti beberapa mata kuliah sekaligus. Pengaturan warna lampu lalu lintas yang harus hidup di perempatan jalan untuk mencegah terjadinya kecelakaan juga merupakan manfaat dari pewarnaan graf. Terdapat aplikasi dari pewarnaan khusus graf yaitu tentang peletakan dua atau lebih stasiun radio yang sedang melakukan siaran dengan frekuensi yang sama harus memiliki jarak tertentu, dan permasalahan area penetapan frekuensi dalam jaringan nirkabel. Dari beberapa contoh diatas dapat diketahui bahwa ada banyak sekali manfaat dari mempelajari pewarnaan graf.

Dalam pewarnaan graf terdapat kasus khusus yaitu pewarnaan *packing*. Pewarnaan *packing* itu sendiri adalah pewarnaan dimana jarak titik dengan

warna yang sama  $i$  harus memiliki jarak minimal  $i + 1$  dari titik sebelumnya. Beberapa peneliti yang melakukan penelitian tentang pewarnaan *packing* antara lain Finbow dan Rall (2010) membuktikan bilangan kromatik *packing* graf planar triangular lattice. William dan Roy (2013) menemukan bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi comb, graf tangga sirkular, graf windmill, dan graf uniform theta. Roy (2017) mendapatkan bilangan kromatik *packing* graf kipas tertentu dan keluarga graf roda. Selanjutnya, Rajalakshmi dan Venkatachalam (2018) menemukan bilangan kromatik *packing* untuk *middle*, *line*, *total* dan *central* dari graf double roda. Dafik dkk. (*preprint*) meneliti tentang pewarnaan *packing* pada graf buku beserta dengan operasinya. Demikian juga Alfarisi dkk. (*preprint*) yang menemukan bilangan kromatik *packing* pada graf jahangir.

Operasi graf merupakan gabungan dari dua graf yang dioperasikan menggunakan jenis operasi tertentu yang nantinya akan menghasilkan graf yang berbeda dari graf asalnya. Pada penelitian ini, operasi graf yang digunakan ialah operasi *edge corona*. Operasi *edge corona* ialah menggandakan graf pertama sebanyak sekali dan menggandakan graf kedua sebanyak jumlah sisi dari graf pertama, lalu setiap titik pada duplikat graf kedua dihubungkan pada titik yang bertetangga dari sisi ke- $i$  pada graf pertama. Beberapa peneliti yang melakukan penelitian tentang operasi *edge corona* antara lain Hou dan Shiu (2010) meneliti tentang spektrum dari dua graf hasil operasi *edge corona*. Chitra dkk. (2015) menemukan bilangan *sparing* dari graf hasil operasi *edge corona*. Slamun dkk. (2016) menemukan generalisasi dari *local metric dimension* dari graf hasil operasi *edge corona*. Abdolhosseinzadeh (2017) menemukan rumus generalisasi operasi *edge corona* pada sembarang graf. Demikian juga Dafik dkk. (2019) meneliti tentang dimensi partisi dari graf hasil operasi *edge corona* antara graf lintasan dan lingkaran.

Dalam pengerjaan permasalahan graf, untuk menemukan sebuah solusi dibutuhkan pemikiran yang kreatif dalam mengkombinasikan baik label maupun warna agar sesuai dengan topik graf yang dikerjakan. Dimana keterampilan berpikir kreatif memiliki beberapa aspek yang harus dipenuhi, yaitu *fluency*/keluwesan, *flexibility*/kelancaran, *originality*/orisinil, dan *elaboration*/terperinci, sehingga didapatkan hal baru yang orisinil. Oleh



karena itu, peneliti ingin melihat bagaimana relevansi antara keterampilan berpikir kreatif dalam pengerjaan sebuah permasalahan graf.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, peneliti tertarik untuk menganalisis bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*. Langkah awal yang dilakukan peneliti yaitu menentukan himpunan titik dan sisi pada graf hasil operasi *edge corona* yang akan diteliti. Kemudian menentukan himpunan titik dengan warna paling sedikit yang sesuai dengan syarat pewarnaan *packing* dan mencari bilangan kromatik *packing* (*packing chromatic number*) dengan jumlah warna yang minimal dari graf hasil operasi *edge corona*. Dan terakhir, peneliti akan menganalisis relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif. Berdasarkan latar belakang tersebut, peneliti mengambil judul "Analisis Bilangan Kromatik *Packing* pada Graf Hasil Operasi *Edge Corona* dan Relevansinya dengan Keterampilan Berpikir Kreatif".

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

- 1) Bagaimanakah bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*?
- 2) Bagaimana relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini akan dibatasi pada beberapa graf sederhana yang dioperasi menggunakan operasi *edge corona* ( $\diamond$ ). Graf sederhana yang dioperasi menggunakan operasi *edge corona* pada penelitian ini adalah graf lintasan (*path graph*), graf lingkaran (*cycle graph*), dan graf bintang (*star graph*). Jadi, graf yang digunakan pada penelitian ini antara lain  $P_2 \diamond P_n$ ,  $P_3 \diamond P_n$ ,  $P_4 \diamond P_n$ ,  $P_2 \diamond S_n$ ,  $P_3 \diamond S_n$ ,  $P_4 \diamond S_n$ ,  $P_2 \diamond C_n$ ,  $P_3 \diamond C_n$ , dan  $P_4 \diamond C_n$ . Peneliti membatasi graf yang akan diteliti sebanyak sembilan graf seperti yang disebut diatas, dikarenakan terdapat beberapa

graf yang tidak ditemukan generalisasi bilangan kromatik *packing*-nya, sehingga menyebabkan permasalahan tersebut menjadi masalah terbuka dari penelitian ini.

#### 1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang diatas, maka tujuan dari penelitian ini adalah

- 1) Menentukan bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*.
- 2) Menganalisis relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif.

#### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini antara lain:

- 1) menambah wawasan dan pengetahuan baru mengenai bilangan kromatik *packing* dan keterampilan berpikir kreatif.
- 2) hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberi kontribusi terhadap perkembangan pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam masalah bilangan kromatik *packing*, serta dalam bidang pendidikan, khususnya dalam masalah keterampilan berpikir kreatif.
- 3) memberikan motivasi pada peneliti lainnya untuk melakukan penelitian tentang bilangan kromatik *packing* pada graf lainnya dan relevansinya dengan keterampilan berpikir yang lain.
- 4) hasil dari penelitian ini diharapkan dapat menjadi pedoman untuk penelitian selanjutnya.

#### 1.6 Kebaruan Penelitian

Kebaruan penelitian ini adalah pengembangan topik mengenai bilangan kromatik *packing*. Berdasarkan latar belakang, peneliti tertarik untuk menganalisis bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*. Hal ini dikarenakan bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* belum ada yang meneliti, sehingga nantinya diharapkan melalui penelitian ini akan didapatkan pembaruan pada topik bilangan kromatik *packing*. Pada penelitian ini hanya dibatasi pada beberapa graf



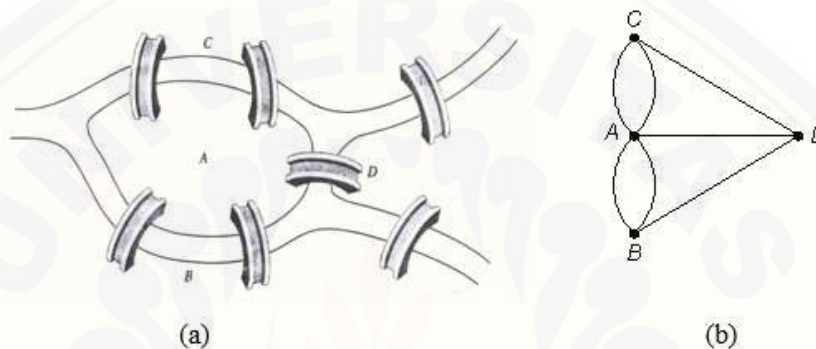
seederhana yang dioperasi menggunakan operasi *edge corona* ( $\diamond$ ). Graf sederhana yang dioperasi menggunakan operasi *edge corona* pada penelitian ini adalah graf lintasan (*path graph*), graf lingkaran (*cycle graph*), dan graf bintang (*star graph*). Jadi, graf yang akan diteliti oleh peneliti antara lain  $P_2 \diamond P_n$ ,  $P_3 \diamond P_n$ ,  $P_4 \diamond P_n$ ,  $P_2 \diamond S_n$ ,  $P_3 \diamond S_n$ ,  $P_4 \diamond S_n$ ,  $P_2 \diamond C_n$ ,  $P_3 \diamond C_n$ , dan  $P_4 \diamond C_n$ . Peneliti juga akan menganalisis tentang relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif, dimana masih belum ada yang meneliti tentang analisis berpikir kreatif pada topik bilangan kromatik *packing*.



## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Definisi dan Terminologi Graf

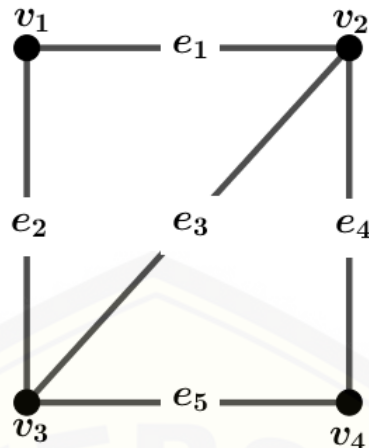
Teori graf pertama kali dikenal melalui sebuah permasalahan tentang jembatan *Königsberg* (Gambar 2.1(a)) yang dipecahkan oleh ahli matematika Swiss, Leonhard Euler. Permasalahannya ialah bagaimana cara agar seseorang dapat melintasi seluruh jembatan (ada 7) untuk mengelilingi dua pulau dan sebuah sungai tanpa melewati jembatan untuk kedua kalinya.



Gambar 2.1 (a) Jembatan Konigberg (b) Representasi Euler

Euler berpendapat bahwa tidak terdapat jalan untuk memecahkan masalah tersebut karena bentuk susunan dari jembatan. Lalu dari permasalahan tersebut, Euler merepresentasikan pulau serta daerah seberang sungai sebagai titik dan jembatan-jembatan sebagai sisi yang menghubungkan masing-masing titik seperti pada Gambar 2.1(b).

Sebuah graf  $G$  merupakan pasangan himpunan  $(V(G), E(G))$ , dimana  $V(G) = v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$  adalah himpunan tak kosong dari elemen yang disebut titik atau simpul atau *vertex* dan  $E(G) = e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut dari  $V$  yang disebut sisi atau rusuk atau *edge* (Hartsfield dan Ringel, 1990:16). Dari definisi tersebut sebuah graf dapat terbentuk apabila terdapat minimal satu titik dan tidak harus memiliki sebuah sisi. Graf yang hanya terdiri dari titik saja, tanpa sisi dinamakan sebagai graf kosong (*empty graph*). Banyaknya titik pada graf  $G$  disebut *order* dari  $G$ , sedangkan banyaknya sisi pada graf  $G$  disebut *size* dari  $G$  (Chartrand dkk., 1993).

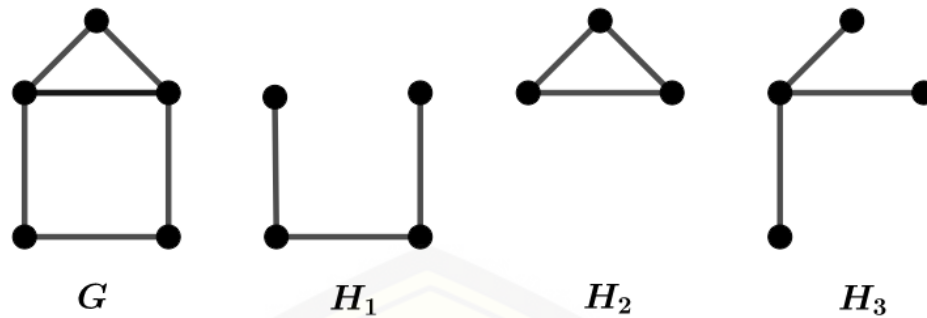
Gambar 2.2 Graf  $G$ 

Pada umumnya, *order* dari graf  $G$  disimbolkan dengan  $|V(G)|$ , *size* dari graf  $G$  disimbolkan dengan  $|E(G)|$ . Graf  $G$  pada Gambar 2.2 merupakan salah satu contoh dari graf yang terdiri atas  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ , dan  $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ , dimana graf  $G$  memiliki *order* 4 dan *size* 5.

Suatu sisi  $e = (u, v)$  dikatakan menghubungkan titik  $u$  dan  $v$ . Jika  $e = (u, v)$  adalah sisi pada graf  $G$  maka titik  $u$  dan  $v$  disebut bertetangga atau *adjacent*, sedangkan titik  $u$  dengan  $e$  atau titik  $v$  dengan  $e$  disebut bersisian atau *incident* (Chartrand dan Lesniak, 1996). Contoh dari titik yang bertetangga pada Gambar 2.2 yaitu  $v_1$  dan  $v_2$ ,  $v_3$  dan  $v_4$ , dan lain-lain. Derajat atau *degree* (notasi:  $d(v)$ ) pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan titik tersebut (Munir, 2010). Contoh dari derajat pada Gambar 2. 2 yaitu  $v_1$  dan  $v_4$  berderajat 2,  $v_2$  dan  $v_3$  berderajat 3.

Subgraf dari graf  $G$  adalah graf  $H$  dimana setiap titik pada graf  $H$  termasuk titik dari graf  $G$  dan setiap sisi pada graf  $H$  juga termasuk sisi dari graf  $G$  (Hartsfield dan Ringel, 1990:22). Dengan kata lain,  $V(H) \subseteq V(G)$  dan  $E(H) \subseteq E(G)$ . Contoh dari subgraf dapat dilihat pada Gambar 2.3

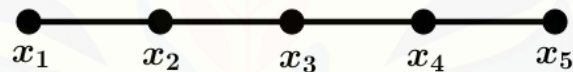
Jalan/*walk* adalah deretan sisi-sisi yang membentuk sambungan tak terputus pada suatu graf  $G$ . Jika jalan tersebut tidak mempunyai pengulangan sisi atau tidak mengandung sisi yang berulang maka jalan tersebut disebut jalur/*trail* (Adiwijaya, 2016). Sedangkan apabila jalur tersebut tidak memiliki sisi yang berulang maka jalur ini disebut lintasan/*path*. Menurut Slamain (dalam Tanti W., 2015) jarak atau *distance* ( $\delta(u, v)$ ) merupakan panjang lintasan minimum dari titik  $u$  ke titik  $v$ .

Gambar 2.3 Subgraf dari graf  $G$ 

Graf sederhana khusus (Agustini, 2018) adalah graf yang memiliki keunikan (tidak isomorfis dengan graf lainnya) dan memiliki karakteristik yang berbentuk khusus (dapat diperluas sampai order  $n$  dan simetris). Berikut beberapa contoh graf sederhana khusus:

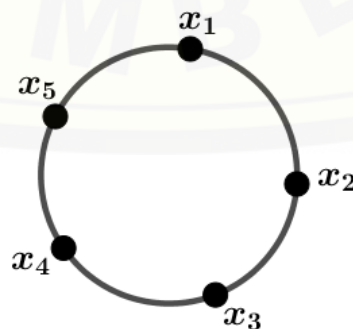
1. Graf lintasan (*path graph*)

Graf lintasan adalah jalur yang tidak melakukan pengulangan simpul. Graf lintasan dinotasikan dengan  $P_n$  dimana  $n \geq 2$ . Jumlah titik dari graf lintasan ialah  $n$  sedangkan jumlah sisinya adalah  $n - 1$ . Contoh dari graf lintasan dapat dilihat pada Gambar 2.4

Gambar 2.4 Graf lintasan,  $P_5$ 

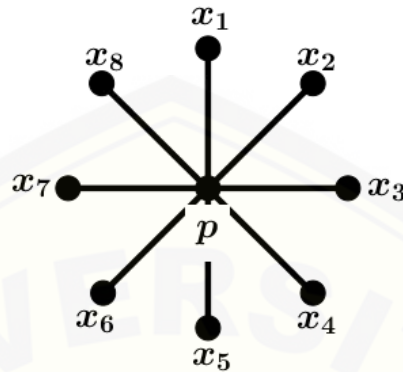
2. Graf lingkaran (*cycle graph*)

Graf lingkaran adalah graf lintasan yang berawalan dan berakhir pada titik yang sama (Adiwijaya, 2016). Graf lingkaran dinotasikan dengan  $C_n$  dimana  $n \geq 3$  (Harary, 1969). Jumlah titik dan sisi dari graf lingkaran ialah  $n$ . Contoh dari graf lingkaran dapat dilihat pada Gambar 2.5

Gambar 2.5 Graf lingkaran,  $C_5$

### 3. Graf bintang (*star graph*)

Graf bintang ( $S_n$ ) adalah graf sederhana yang setiap titik yang berbeda terhubung pada satu titik pusat. Contoh dari graf bintang dapat dilihat pada Gambar 2.6



Gambar 2.6 Graf bintang,  $S_8$

## 2.2 Operasi Graf *Edge Corona*

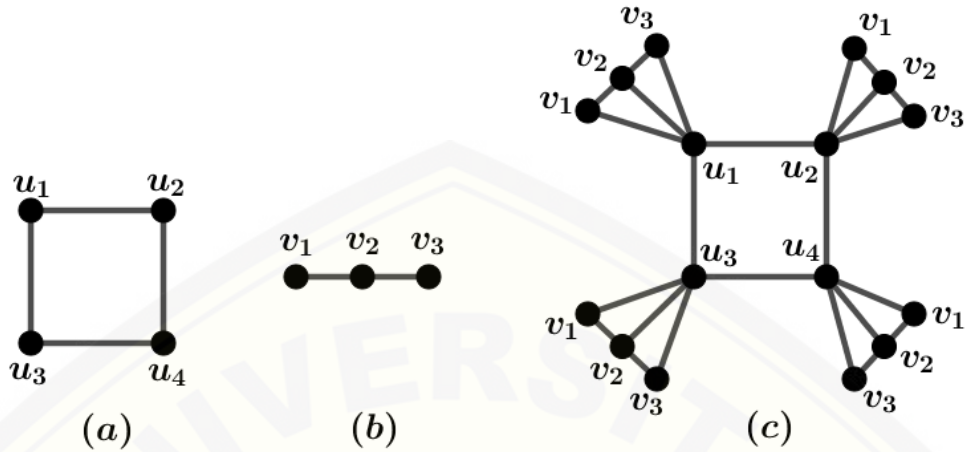
Operasi graf merupakan gabungan dari dua graf yang dioperasikan menggunakan jenis operasi tertentu yang nantinya akan menghasilkan graf yang berbeda dari graf asalnya. Pada penelitian ini, operasi graf yang digunakan ialah operasi *edge corona* ( $\diamond$ ). Dimana untuk mempelajari operasi *edge corona* terlebih dahulu mempelajari operasi *corona* ( $\odot$ ).

Misalnya terdapat dua graf, yaitu  $G_1$  dan  $G_2$ . Apabila kedua graf tersebut dioperasikan menggunakan operasi *corona*, maka graf hasil operasinya didapatkan dengan cara mengambil sebuah duplikat dari graf  $G_1$  dan duplikat graf  $G_2$  sebanyak titik dari graf  $G_1$ , lalu setiap titik pada duplikat ke- $i$  dari graf  $G_2$  dihubungkan dengan titik ke- $i$  pada graf  $G_1$ , dimana  $i = 1, 2, 3, \dots, |G_1|$  (Yeh dan Gutman, 1994). Contoh graf hasil operasi *corona* dapat dilihat pada Gambar 2.7

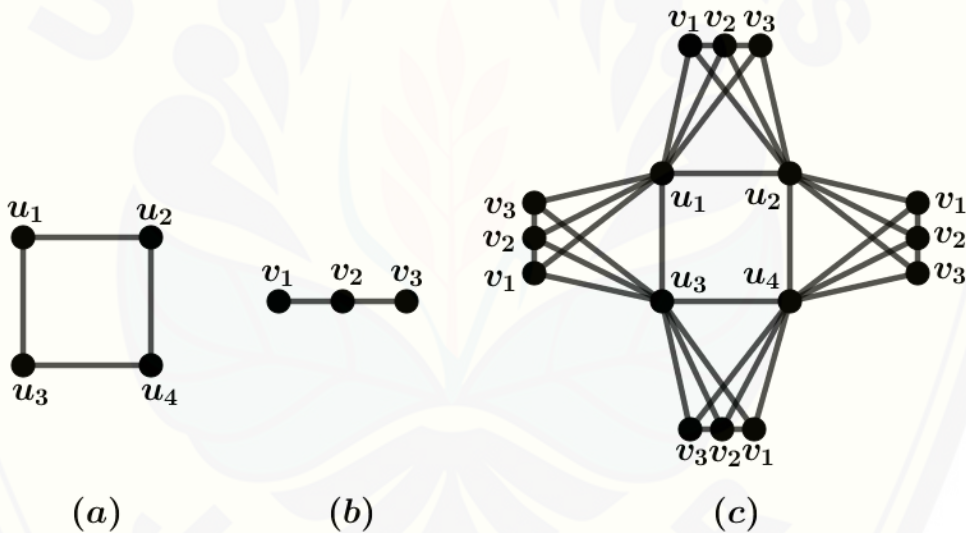
Sedangkan untuk mencari graf hasil operasi *edge corona* ialah dengan cara memisalkan bahwa terdapat dua graf, yaitu  $G_1$  dan  $G_2$ , dimana kedua graf tersebut merupakan dua graf dengan himpunan *disjoin*, dengan titik yaitu  $n_1$  dan  $n_2$ , serta sisi yaitu  $m_1$  dan  $m_2$  dan secara berturut-turut. Graf hasil operasi *edge corona* dari  $G_1$  dan  $G_2$  didefinisikan sebagai graf baru yang didapatkan dengan cara menduplikat graf  $G_1$  sebanyak sebanyak sekali dan menduplikat graf  $G_2$  sebanyak sisi dari graf  $G_1$  atau  $m_1$ , lalu setiap titik pada duplikat graf  $G_2$  dihubungkan pada titik yang bertetangga dari sisi ke- $i$  pada graf  $G_1$  (Hou



dan Shui, 2010). Contoh graf hasil operasi *edge corona* dapat dilihat pada Gambar 2.8



Gambar 2.7 (a) Graf  $C_4$  (b) Graf  $P_3$  (c)  $C_4 \odot P_3$



Gambar 2.8 (a) Graf  $C_4$  (b) Graf  $P_3$  (c)  $C_4 \diamond P_3$

Beberapa peneliti yang melakukan penelitian tentang operasi *edge corona* antara lain Hou dan Shiu (2010) meneliti tentang spektrum dari dua graf hasil operasi *edge corona*. Chithra dkk. (2015) menemukan bilangan *sparing* dari graf hasil operasi *edge corona*. Rinurwati dkk. (2016) menemukan generalisasi dari *local metric dimension* dari graf hasil operasi *edge corona*. Abdolhosseinzadeh dan Rahbarnia (2017) menemukan rumus generalisasi operasi *edge corona* pada sembarang graf. Demikian juga Dafik dkk. (2019) meneliti tentang dimensi partisi dari graf hasil operasi *edge*

*corona* antara graf lintasan dan lingkaran dan masih banyak lagi hasil penelitian yang meneliti tentang operasi *edge corona*.

### 2.3 Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf adalah kasus khusus dari pelabelan graf, dimana pelabelan yang di maksud disini merupakan pemberian warna pada titik-titik yang ada pada batas tertentu (Dafik dkk., 2019b). Warna yang digunakan pada pewarnaan graf berupa himpunan bilangan bulat positif, seperti  $\{1, 2, \dots, k\}$ . Pada pewarnaan graf terdapat istilah bilangan kromatik  $\chi(G)$ . Apabila terdapat sebuah graf  $G$  yang memiliki  $k$  warna, maka bilangan kromatik yang dimaksud merupakan bilangan  $k$  atau jumlah warna minimum/terkecil pada graf  $G$  sedemikian hingga dua titik/sisi/wilayah yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama (Hartsfield dan Ringel, 1990:33). Ada tiga macam pewarnaan graf, yaitu:

1. Pewarnaan Titik (*Vertex Coloring*)

Diberikan graf  $G$ , pewarnaan titik dari  $G$  didefinisikan sebagai pemberian warna pada setiap titik dari  $G$  dimana titik yang saling berdekatan dibuat sedemikian hingga tidak memiliki warna yang sama (Hartsfield dan Ringel, 1990:33). Contoh pewarnaan titik dapat dilihat pada Gambar 2.9 (a)

2. Pewarnaan Sisi (*Edge Coloring*)

Diberikan graf  $G$ , pewarnaan sisi dari  $G$  didefinisikan sebagai pemberian warna pada setiap sisi dari  $G$  dimana sisi yang bertetangga dibuat sedemikian hingga tidak memiliki warna yang sama (Hartsfield dan Ringel, 1990:33). Contoh pewarnaan sisi dapat dilihat pada Gambar 2.9 (b)

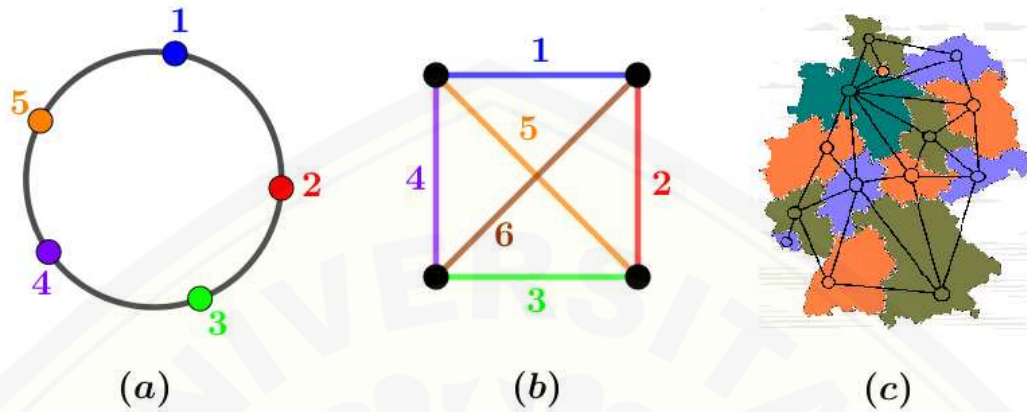
3. Pewarnaan Wilayah (*Face Coloring*)

Pewarnaan wilayah tidak jauh berbeda dengan pewarnaan titik maupun sisi, dimana wilayah yang saling berdekatan dibuat sedemikian hingga tidak memiliki warna yang sama. Aplikasi dari pewarnaan wilayah ialah pemberian warna pada peta. Contoh pewarnaan wilayah dapat dilihat pada Gambar 2.9 (c)

Salah satu contoh sederhana pemanfaatan dari pewarnaan graf yaitu mengatur agar warna setiap wilayah yang berdekatan di suatu peta agar tidak ada yang sama dan ada juga masalah membuat jadwal dari beberapa orang agar tidak memiliki jadwal di waktu yang bersamaan ketika akan mengikuti



beberapa mata kuliah sekaligus. Pengaturan warna lampu lalu lintas yang harus hidup di perempatan jalan untuk mencegah terjadinya kecelakaan juga merupakan manfaat dari pewarnaan graf. Dari beberapa contoh diatas dapat diketahui bahwa ada banyak sekali manfaat dari mempelajari pewarnaan graf.



Gambar 2.9 (a) Pewarnaan Titik (b) Pewarnaan Sisi (c) Pewarnaan Wilayah

## 2.4 Bilangan Kromatik *Packing*

Dalam pewarnaan graf terdapat kasus khusus yaitu pewarnaan *packing*. Jika graf  $G$  adalah graf terhubung dan  $\delta(u, v)$  merupakan jarak antara titik  $u$  dan  $v$  di graf  $G$ , maka yang dimaksud dengan sebuah  $k$ -pewarnaan *packing* dari graf  $G$  merupakan satu pemetaan  $\pi : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$  sedemikian sehingga sembarang dua titik yang bertetangga berwarna  $i$  paling sedikit berjarak  $i + 1$  dari titik sebelumnya (Rajalakshmi dan Venkatachalam, 2018). Definisi dari  $k$ -pewarnaan itu sendiri ialah sebuah pewarnaan graf yang menggunakan warna sejumlah  $k$  sedemikian hingga  $k \leq n$ , akan tetapi tidak menutup kemungkinan bahwa nantinya terdapat graf yang memiliki  $k = n$ , dimana  $k$  merupakan jumlah warna pada graf dan  $n$  merupakan jumlah titik dalam graf.

Menurut Brešar dkk. (2007), bilangan kromatik *packing* yang dinotasikan dengan  $\chi_p(G)$  adalah bilangan bulat terkecil  $k$  dari graf  $G$  yang mempunyai  $k$ -pewarnaan *packing*. Konsep pewarnaan *packing* pertama kali ditemukan oleh Goddard dkk. (2008) mengenai permasalahan area penetapan frekuensi dalam jaringan nirkabel (*wireless network*) dengan nama pewarnaan siaran (*broadcast coloring*). Contoh sederhana dari pewarnaan *packing*, misalnya pada graf lintasan dengan 7 titik ( $P_7$ ) yang dapat dilihat pada Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Pewarnaan *Packing* pada Graf  $P_7$

Beberapa peneliti yang melakukan penelitian tentang pewarnaan *packing* antara lain Finbow dan Rall (2010) membuktikan bilangan kromatik *packing* graf planar triangular lattice. William dan Roy (2013) menemukan bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi comb, graf tangga sirkular, graf windmill, dan graf uniform theta. Roy (2017) mendapatkan bilangan kromatik *packing* graf kipas tertentu dan keluarga graf roda. Selanjutnya, Rajalakhmi dan Venkatachalam (2018) menemukan bilangan kromatik *packing* untuk *middle*, *line*, *total* dan *central* dari graf double roda. Dafik dkk. (*preprint*) meneliti tentang pewarnaan *packing* pada graf buku beserta dengan operasinya. Demikian juga Alfarisi dkk. (*preprint*) yang menemukan bilangan kromatik *packing* pada graf jahangir dan masih banyak lagi hasil penelitian yang meneliti tentang pewarnaan *packing*.

### 2.5 Penelitian Sebelumnya

Penelitian sebelumnya tentang konsep pewarnaan *packing* antara lain:

Tabel 2.1: Hasil penelitian tentang pewarnaan *packing*

Graf	Hasil $\chi_p(G)$	Keterangan
Graf Pohon	$\chi_p(T_k) = 3, k \geq 2$	Brěsar dkk,2006.
Graf Lintasan	$\chi_p(P_n) = \begin{cases} 2, & 2 \leq n \leq 3 \\ 3, & n \geq 4 \end{cases}$	Goddard dkk, 2008.
Graf Lingkaran	$\chi_p(C_n) = \begin{cases} 3, & n = 0, 3(mod)4 \\ 4, & n \text{ lainnya} \end{cases}$	Goddard dkk, 2008.
Graf Bintang	$\chi_p(S_n) = 2$	Goddard dkk, 2008.
Graf Hasil Operasi <i>Comb</i>	$\chi_p(P_n \Theta K_l) \leq 5, n \geq 8$	William dan Roy, 2013.
Graf Hexagonal Lattice	$\chi_p(H) = 7$	Korže dan Vesel, 2014
<i>Middle</i> Roda Ganda	$\chi_p(L(DW_n)) = 3n + 1, n \geq 3$	Rajalakhmi dan Venkatachalam, 2018
<i>Line</i> Roda Ganda	$\chi_p(L(DW_n)) = 3n + 1, n \geq 3$	Rajalakhmi dan Venkatachalam, 2018

Graf	Hasil $\chi_p(G)$	Keterangan
<i>Total</i> Roda Ganda	$\chi_p(T(DW_n)) = \begin{cases} 5n, & n \text{ ganjil} \\ 5n + 1, & n \text{ genap} \end{cases}$	Rajalakhmi dan Venkatachalam, 2018
<i>Central</i> Roda Ganda	$\chi_p(C(DW_n)) = \begin{cases} \frac{7n+3}{2}, & n \text{ ganjil} \\ \frac{7n+4}{2}, & n \text{ genap} \end{cases}$	Rajalakhmi dan Venkatachalam, 2018
Graf Buku	$\chi_p(B_n) = n + 2$	Dafik dkk, <i>preprint</i>
<i>Middle</i> Buku	$\chi_p(M(B_n)) = 2n + 3$	Dafik dkk, <i>preprint</i>
<i>Line</i> Buku	$\chi_p(L(B_n)) = 2n + 1$	Dafik dkk, <i>preprint</i>
<i>Total</i> Buku	$\chi_p(T(B_n)) \leq 2n + 5$	Dafik dkk, <i>preprint</i>
<i>Central</i> Buku	$\chi_p(C(B_n)) = 2n + 3$	Dafik dkk, <i>preprint</i>

Berdasarkan penelitian sebelumnya yang tercantum pada Tabel 2.1, peneliti tertarik untuk menganalisis bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang masih belum ada yang meneliti.

## 2.6 Konsep Dasar Matematika

Konsep dasar matematika diperlukan untuk mempelajari teori graf. Konsep-konsep tersebut antara lain:

### 1. Fungsi lantai/*floor*

Fungsi lantai/*floor* menetapkan sebuah bilangan real  $x$  menjadi bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan  $x$  (Rosen, 2012:149). Nilai dari fungsi lantai/*floor* dari  $x$  dilambangkan dengan  $\lfloor x \rfloor$ . Dengan kata lain, fungsi lantai/*floor* membulatkan  $x$  kebawah. Contoh:  $\lfloor \frac{1}{2} \rfloor = 0$ ,  $\lfloor \frac{-1}{2} \rfloor = -1$ , dan lainnya.

### 2. Fungsi atap/*ceiling*

Fungsi atap/*ceiling* menetapkan sebuah bilangan real  $x$  menjadi bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan  $x$  (Rosen, 2012:149). Nilai dari fungsi atap/*ceiling* dari  $x$  dilambangkan dengan  $\lceil x \rceil$ . Dengan kata lain, fungsi atap/*ceiling* membulatkan  $x$  keatas. Contoh:  $\lceil \frac{1}{2} \rceil = 1$ ,  $\lceil \frac{-1}{2} \rceil = 0$ , dan lainnya.

### 3. Fungsi modulo / modulus

Fungsi modulo adalah fungsi sisa hasil bagi. Fungsi modulo dinotasikan dengan  $a \bmod b$ , yang merupakan sisa pembagian ketika bilangan bulat  $a$

dibagi dengan bilangan bulat  $b$  (Rosen, 2012:240). Contoh:  $25(\text{mod})7 = 4$ ,  $15(\text{mod})4 = 3$ , dan lainnya.

## 2.7 Keterampilan Berpikir Kreatif

Sebuah pemikiran yang menghasilkan hal yang baru dan bersifat orisinal merupakan pengertian dari berpikir kreatif (Krulik dan Rudnick A, 1995:3). Kreativitas merupakan sebutan untuk berpikir kreatif. Menurut Bergström (dalam Helsinki dan Pehkonen, 1997) kreativitas berarti kinerja dimana seorang individu menghasilkan sesuatu yang baru dan tidak dapat diprediksi.

*Torrance Tests of Creative Thinking* (TTCT) merupakan sebuah acuan yang sering digunakan untuk menilai tingkat berpikir kreatif yang dimiliki oleh anak-anak maupun orang dewasa (Silver, 1997). Dalam TTCT terdapat tiga komponen yang digunakan untuk menilai kreativitas seorang individu, yaitu *fluency* atau kelancaran, *flexibility* atau fleksibilitas, dan *novelty* atau kebaruan. *Fluency* mengacu pada banyaknya ide yang dapat dihasilkan sebagai respon dari suatu perintah. *Flexibility* mengacu pada perubahan sudut pandang yang dapat menghasilkan ide baru sebagai respon dari suatu perintah. *Novelty* mengacu pada kebaruan ide orisinal yang didapatkan sebagai respon dari suatu perintah.

Balka (dalam Silver, 1997) mengadaptasi tiga aspek TTCT (*fluency*, *flexibility*, dan *novelty*) dalam konteks matematika, sehingga pengertian dari tiga aspek TTCT menjadi berubah. *Fluency* mengacu pada banyaknya ide yang dapat menghasilkan jawaban dari pertanyaan yang diberikan. *Flexibility* mengacu pada berbagai cara yang digunakan untuk mendapat jawaban dari pertanyaan yang diberikan. *Novelty* mengacu pada penemuan cara baru untuk menghasilkan solusi dari suatu pertanyaan.

Setiawani (dalam Agustini, 2018) mengemukakan empat aspek dalam berpikir kreatif yaitu *fluency*/keluwesan, *flexibility*/kelancaran, *originality*/orisinal, dan *elaboration*/terperinci. Aspek dan indikator tersebut diuraikan dalam Tabel 2.2



Tabel 2.2: Tabel indikator berpikir kreatif menurut Setiawani

Aspek	Indikator
<i>Fluency</i> / Kelancaran	Memberikan beragam gagasan yang tepat terhadap situasi matematis yang diberikan untuk pemecahan masalah.
<i>Flexibility</i> / Fleksibilitas	Menggunakan beragam strategi solusi masalah, atau memberikan beragam contoh atau pernyataan yang terkait konsep atau situasi matematis tertentu.
<i>Originality</i> / Orisinil	Mampu menggunakan strategi yang bersifat baru atau tidak biasa dalam menentukan solusi masalah atau memberikan contoh atau pernyataan baru yang tidak biasa.
<i>Elaboration</i> / Terperinci	Menjelaskan secara terperinci dan teratur terhadap prosedur matematis, solusi jawaban atau situasi matematis tertentu dengan menggunakan konsep, representasi, istilah atau notasi matematis yang sesuai.

Berdasarkan uraian dan keterkaitan diatas, dalam penelitian ini akan menggunakan aspek dan indikator yang dikemukakan oleh Setiawani yang telah penulis sesuaikan dengan penelitian yang akan dilakukan, seperti pada Tabel 2.3

Tabel 2.3: Tabel indikator berpikir kreatif pada penelitian

Aspek	Pengembangan Indikator
<i>Fluency</i> / Kelancaran	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mencetuskan berbagai gagasan mengenai terminologi graf</li> <li>• Mencetuskan berbagai gagasan mengenai pewarnaan <i>packing</i></li> <li>• Mencetuskan berbagai gagasan mengenai pola bilangan kromatik <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang telah diperoleh</li> <li>• Mampu mencetuskan berbagai gagasan mengenai hasil ekspansi graf yang telah menerapkan konsep pewarnaan <i>packing</i> apakah telah sesuai dengan rumus bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diperoleh</li> <li>• Mencetuskan berbagai gagasan mengenai cara pembuktian teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diperoleh</li> </ul>
<i>Flexibility</i> / Fleksibilitas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan berbagai pernyataan mengenai konsep dari definisi, lemma, dan teorema yang berkaitan dengan</li> </ul>

Aspek	Pengembangan Indikator
<i>Originality /</i> Orisinil	<p data-bbox="552 331 1209 365">pewarnaan <i>packing</i> dan bilangan kromatik <i>packing</i></p> <ul data-bbox="552 376 1370 645" style="list-style-type: none"> <li data-bbox="552 376 1370 454">• Menggunakan berbagai pernyataan dalam proses menemukan pola bilangan kromatik <i>packing</i> yang minimum</li> <li data-bbox="552 465 1370 544">• Menggunakan berbagai pernyataan dalam proses menemukan teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diteliti</li> <li data-bbox="552 555 1370 633">• Menggunakan berbagai pernyataan dalam proses pembuktian teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diteliti</li> </ul> <hr/> <ul data-bbox="552 656 1370 925" style="list-style-type: none"> <li data-bbox="552 656 1370 734">• Menemukan generalisasi pola bilangan kromatik <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diperoleh</li> <li data-bbox="552 745 1370 824">• Menciptakan teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang diperoleh</li> <li data-bbox="552 835 1370 925">• Membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang diperoleh</li> </ul>
<i>Elaboration /</i> Terperinci	<ul data-bbox="552 943 1370 1536" style="list-style-type: none"> <li data-bbox="552 943 1370 1021">• Menjelaskan secara terperinci mengenai cara mencari kardinalitas dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti</li> <li data-bbox="552 1032 1370 1155">• Menjelaskan secara terperinci mengenai langkah penerapan konsep pewarnaan <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti</li> <li data-bbox="552 1167 1370 1256">• Menjelaskan secara terperinci mengenai pola pewarnaan <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti</li> <li data-bbox="552 1267 1370 1391">• Menjelaskan secara terperinci mengenai teorema bilangan kromatik <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diperoleh</li> <li data-bbox="552 1402 1370 1536">• Menjelaskan secara terperinci dalam membuktikan kebenaran dari teorema bilangan kromatik <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti</li> </ul>



## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah penelitian eksploratif, dimana penelitian eksploratif merupakan penelitian yang bertujuan untuk menemukan hal-hal baru yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasilnya dapat digunakan sebagai dasar untuk penelitian selanjutnya. Penelitian ini termasuk dalam penelitian eksploratif dikarenakan tujuan dari penelitian ini ialah agar suatu topik yang diangkat pada penelitian ini dapat lebih dikenal oleh masyarakat luas, memberikan gambaran dasar dari topik yang diteliti, mengembangkan gagasan dan teori yang bersifat dapat diubah, membuka kemungkinan adanya penelitian lanjutan mengenai topik bahasan, serta menentukan arah dan teknik yang akan digunakan dalam penelitian selanjutnya.

### 3.2 Metode Penelitian

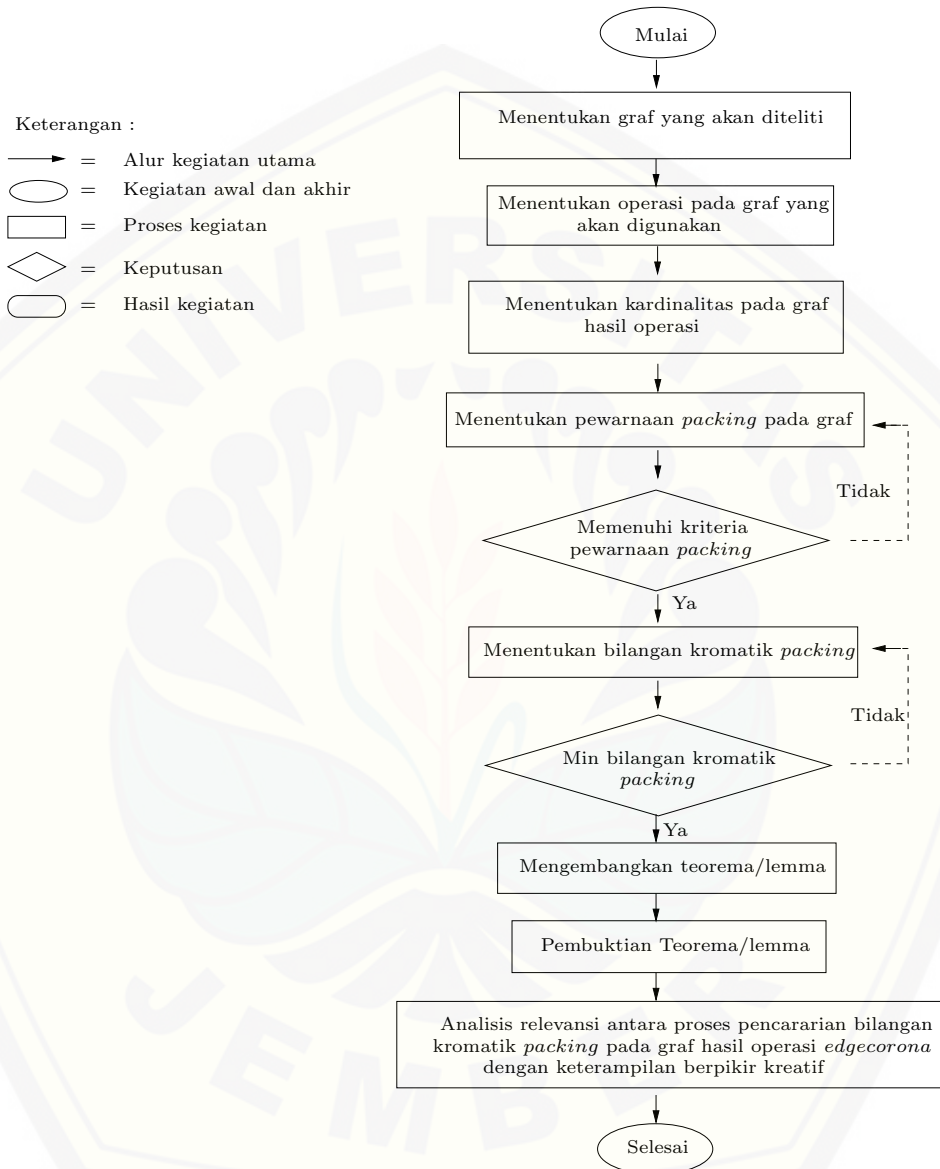
Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik dan metode pendeteksi pola (*pattern recognition*), berikut penjelasan dari setiap metode.

1. Metode deduktif aksiomatik adalah metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*.
2. Metode pendeteksi pola (*pattern recognition*) digunakan untuk mencari pola dan bilangan kromatik *packing* seminimum mungkin dalam pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona*.

Pada penelitian ini juga menggunakan empat aspek dalam keterampilan berpikir kreatif, yaitu *fluency*/kelancaran, *flexibility*/fleksibilitas, *originality*/orisinil, dan *elaboration*/terperinci dengan indikator yang telah ditentukan oleh peneliti. Keempat aspek tersebut akan dilihat pada setiap tahapan penelitian yang akan dilakukan, mulai dari menentukan graf yang akan diteliti, sampai nantinya didapatkan teorema baru.

### 3.3 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang dilakukan dalam menentukan bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* diilustrasikan pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Alur Penelitian

Adapun penjelasan dari prosedur penelitian untuk menentukan bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* adalah sebagai berikut:

1. menetapkan beberapa graf dasar yang digunakan, yaitu graf lintasan, lingkaran, dan bintang.

2. mengidentifikasi graf dasar yang dioperasi menggunakan *edge corona*.
3. mendefinisikan graf hasil operasi *edge corona* pada penelitian ini diantaranya yaitu graf graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , dan graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ .
4. menentukan kardinalitas dari graf operasi *edge corona* pada penelitian ini diantaranya yaitu graf graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , dan graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ .
5. menentukan bilangan kromatik *packing* pada graf operasi *edge corona* untuk  $n$  tertentu pada penelitian ini diantaranya yaitu graf graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , dan graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ .
6. menentukan bagaimana pola bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh.
7. mengkaji ulang apakah bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh sudah minimal.
8. memformulasikan rumus dari bilangan kromatik *packing* pada graf operasi *edge corona* pada penelitian ini. nantinya akan didapatkan sembilan rumus dari graf yang diteliti (graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan

$n = 3$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , dan graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ ).

9. membuat teorema/lemma mengenai bilangan kromatik *packing* pada graf operasi *edge corona* pada penelitian ini. nantinya akan didapatkan sembilan teorema baru yaitu teorema tentang bilangan kromatik *packing* untuk graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 4$  dengan graf bintang  $n \geq 2$ , graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ , dan graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$ .
10. membuktikan kebenaran dari teorema/lemma yang telah diperoleh.
11. menganalisis relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dengan keterampilan berpikir kreatif yaitu dengan dilakukan penilaian oleh tiga dosen ahli dalam bidang graf terhadap peneliti yakni ketiga dosen yang ada di CGANT sebagai observer dengan pedoman aspek keterampilan berpikir kreatif sebagai berikut:
  - a. aspek *fluency*/kelancaran (mencetuskan berbagai gagasan mengenai: terminologi graf, pewarnaan *packing*, pola bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang telah diperoleh, hasil ekspansi graf yang telah menerapkan konsep pewarnaan *packing* apakah telah sesuai dengan rumus bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh, dan cara pembuktian teorema bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh),
  - b. aspek *flexibility*/fleksibilitas (menggunakan berbagai pernyataan mengenai: konsep dari definisi, lemma, dan teorema yang berkaitan dengan pewarnaan *packing* dan bilangan kromatik *packing*, dalam proses menemukan pola bilangan kromatik *packing* yang minimum, dan dalam proses menemukan dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing*),
  - c. aspek *originality*/orisinil (menemukan generalisasi pola bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, menciptakan teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi

*edge corona* yang diperoleh, dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh), dan

- d. aspek *elaboration*/terperinci (menjelaskan secara terperinci mengenai: cara mencari kardinalitas dari graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, langkah penerapan konsep pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, pola pewarnaan *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh).

### 3.4 Observasi Awal Penelitian

Sebelum dilakukan penelitian, peneliti harus menentukan graf apa saja yang akan diteliti dan melakukan observasi awal. Hal ini dilakukan untuk menentukan batasan permasalahan yang akan dibahas dan untuk menduga bilangan kromatik *packing* yang dimiliki oleh suatu graf.

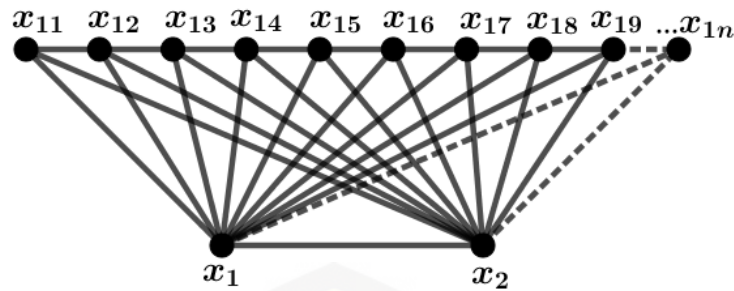
#### 3.4.1 Jenis Graf yang Diteliti

Jenis graf yang diteliti oleh peneliti ialah graf sederhana yang dioperasikan menggunakan operasi *edge corona*. Graf sederhana yang dioperasikan menggunakan operasi *edge corona* pada penelitian ini adalah graf lintasan (*path graph*) graf lingkaran (*cycle graph*), dan graf bintang (*star graph*). Jenis graf tersebut antara lain:

1. Graf  $P_2 \diamond P_n$

Graf  $P_2 \diamond P_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_2 \diamond P_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq 2\} \cup \{x_{ij}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_2 \diamond P_n) = \{x_i x_{ij}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_{ij} x_{ij+1}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n-1\} \cup \{x_1 x_2\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_2 \diamond P_n$  adalah  $n + 2$  dan  $3n$ . Contoh graf  $P_2 \diamond P_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.2

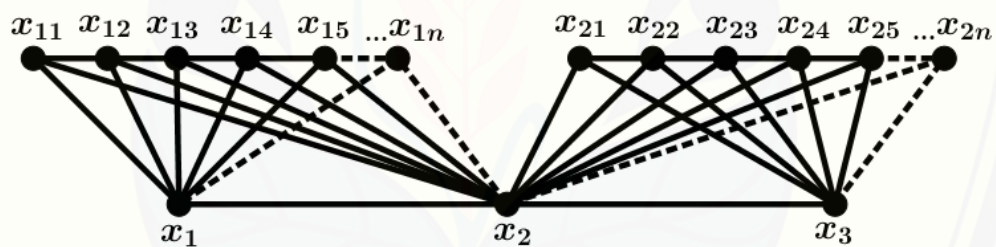




Gambar 3.2 Graf  $P_2 \diamond P_n$

2. Graf  $P_3 \diamond P_n$

Graf  $P_3 \diamond P_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_3 \diamond P_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq 3\} \cup \{x_{ij}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_3 \diamond P_n) = \{x_i x_{ij}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_{ij} x_{ij+1}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n-1\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 2\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_3 \diamond P_n$  adalah  $2n + 3$  dan  $6n$ . Contoh graf  $P_3 \diamond P_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.3

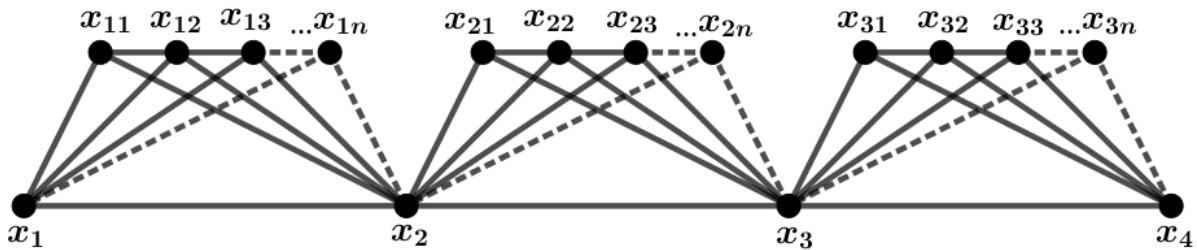


Gambar 3.3 Graf  $P_3 \diamond P_n$

3. Graf  $P_4 \diamond P_n$

Graf  $P_4 \diamond P_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lintasan  $n \geq 2$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_4 \diamond P_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq 4\} \cup \{x_{ij}; 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_4 \diamond P_n) = \{x_i x_{ij}; 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_{ij} x_{ij+1}; 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq n-1\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 3\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_4 \diamond P_n$  adalah  $3n + 4$  dan  $9n$ . Contoh graf  $P_4 \diamond P_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.4

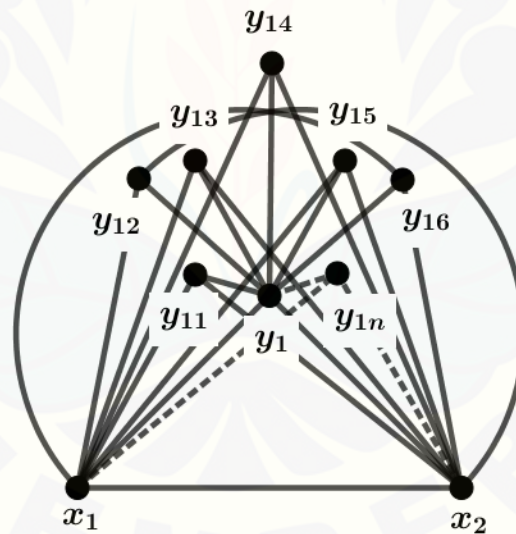




Gambar 3.4 Graf  $P_4 \diamond P_n$

4. Graf  $P_2 \diamond S_n$

Graf  $P_2 \diamond S_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 2$  dengan graf bintang  $n \geq 2$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_2 \diamond S_n) = \{x_k; 1 \leq k \leq 2\} \cup \{y_1\} \cup \{y_{1j}; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_2 \diamond S_n) = \{x_k y_1; 1 \leq k \leq 2\} \cup \{x_1 x_2\} \cup \{x_k y_{1j}; 1 \leq k \leq 2; 1 \leq j \leq n\} \cup \{y_1 y_{1j}; 1 \leq j \leq n\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_2 \diamond S_n$  adalah  $n + 3$  dan  $3n + 1$ . Contoh graf  $P_2 \diamond S_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.5

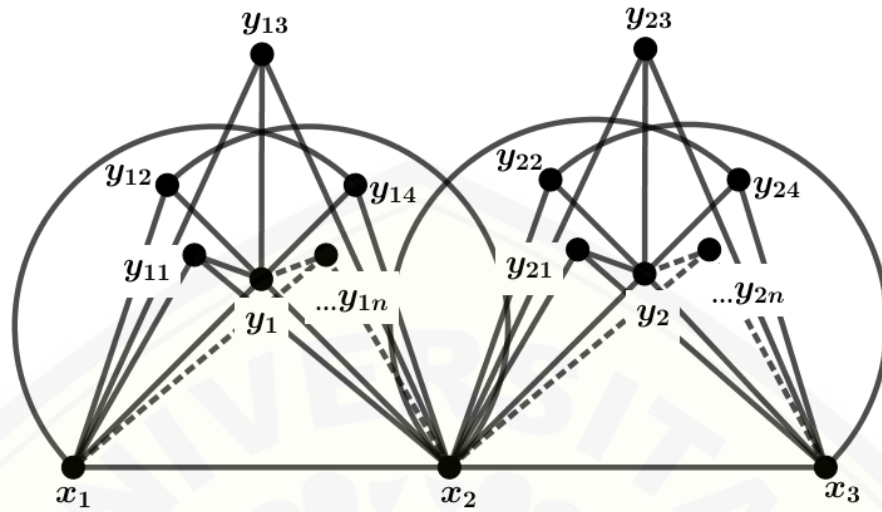


Gambar 3.5 Graf  $P_2 \diamond S_n$

5. Graf  $P_3 \diamond S_n$

Graf  $P_3 \diamond S_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 3$  dengan graf bintang  $n \geq 2$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_3 \diamond S_n) = \{x_k; 1 \leq k \leq 3\} \cup \{y_i; 1 \leq i \leq 2\} \cup \{y_{ij}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_3 \diamond S_n) = \{x_k y_i; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq k \leq 3\} \cup \{x_k x_{k+1}; 1 \leq k \leq 2\} \cup \{x_k y_{ij}; 1 \leq k \leq 3; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\} \cup \{y_i y_{ij}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari

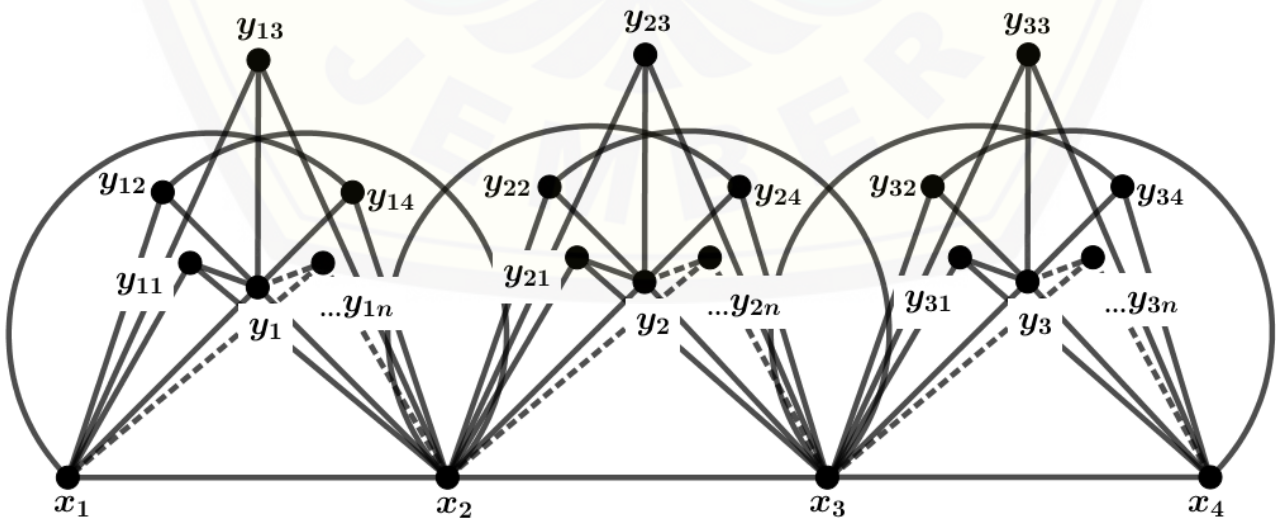
graf  $P_3 \diamond S_n$  adalah  $2n + 5$  dan  $6n + 6$ . Contoh graf  $P_3 \diamond S_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.6



Gambar 3.6 Graf  $P_3 \diamond S_n$

6. Graf  $P_4 \diamond S_n$

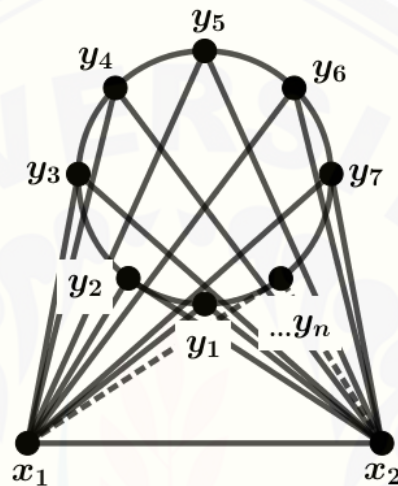
Graf  $P_4 \diamond S_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 4$  dengan graf bintang  $n \geq 2$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_4 \diamond S_n) = \{x_k; 1 \leq k \leq 4\} \cup \{y_i; 1 \leq i \leq 3\} \cup \{y_{ij}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_4 \diamond S_n) = \{x_k x_{k+1}; 1 \leq k \leq 3\} \cup \{x_k y_i; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq k \leq 4\} \cup \{x_k y_{ij}; 1 \leq k \leq 4; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\} \cup \{y_i y_{ij}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_4 \diamond S_n$  adalah  $3n + 7$  dan  $9n + 9$ . Contoh graf  $P_4 \diamond S_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.7



Gambar 3.7 Graf  $P_4 \diamond S_n$

7. Graf  $P_2 \diamond C_n$

Graf  $P_2 \diamond C_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 2$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_2 \diamond C_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq 2\} \cup \{y_j; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_2 \diamond C_n) = \{x_i y_j; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_1 x_2\} \cup \{y_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq n - 1\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_2 \diamond C_n$  adalah  $n + 2$  dan  $3n + 1$ . Contoh graf  $P_2 \diamond C_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.8



Gambar 3.8 Graf  $P_2 \diamond C_n$

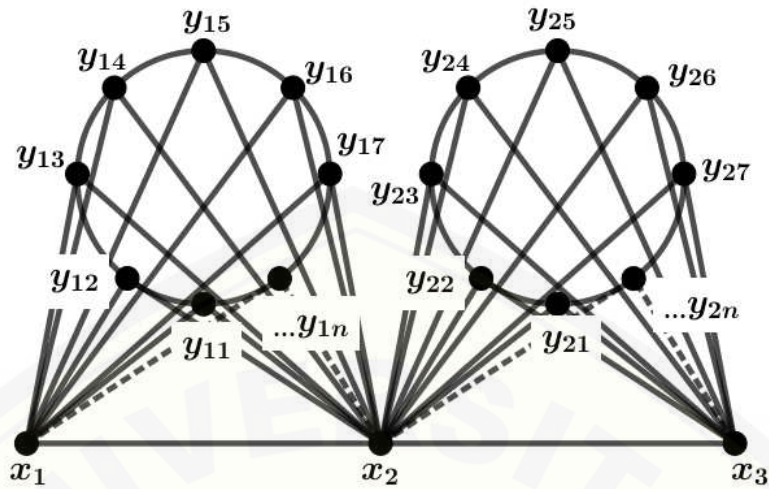
8. Graf  $P_3 \diamond C_n$

Graf  $P_3 \diamond C_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 3$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_3 \diamond C_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq 3\} \cup \{y_{ij}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_3 \diamond C_n) = \{x_i y_{ij}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 2\} \cup \{y_{ij} y_{ij+1}; 1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq n - 1\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_3 \diamond C_n$  adalah  $2n + 3$  dan  $6n + 2$ . Contoh graf  $P_3 \diamond C_n$  dapat dilihat pada Gambar 3.9

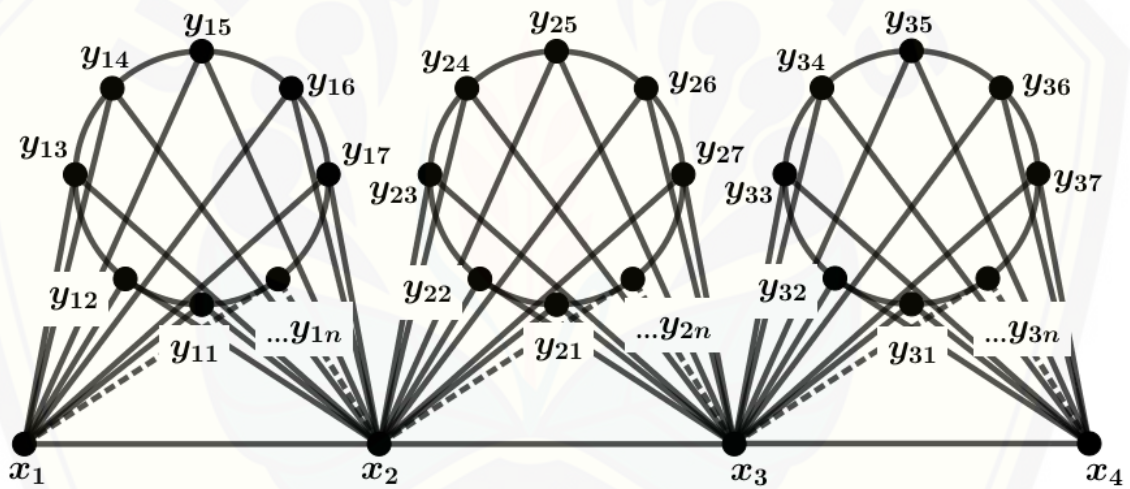
9. Graf  $P_4 \diamond C_n$

Graf  $P_4 \diamond C_n$  adalah sebuah graf hasil operasi antara graf lintasan  $n = 4$  dengan graf lingkaran  $n \geq 3$  yang memiliki himpunan titik  $V(P_4 \diamond C_n) = \{x_i; 1 \leq i \leq 4\} \cup \{y_{ij}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(P_4 \diamond C_n) = \{x_i y_{ij}; 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq n\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 3\} \cup \{y_{ij} y_{ij+1}; 1 \leq i \leq 3; 1 \leq j \leq n - 1\}$ . Dari himpunan titik dan sisi, akan didapatkan bahwa *order* dan *size* dari graf  $P_4 \diamond C_n$  adalah  $3n + 4$  dan  $9n + 3$ . Contoh graf  $P_4 \diamond C_n$

dapat dilihat pada Gambar 3.10



Gambar 3.9 Graf  $P_3 \diamond C_n$



Gambar 3.10 Graf  $P_4 \diamond C_n$

### 3.4.2 Contoh Observasi Awal

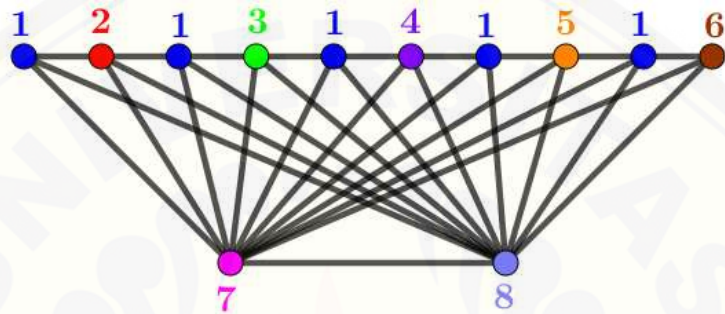
Sebelum penelitian lanjutan pada semua graf yang akan diteliti, telah dilakukan observasi awal pada salah satu graf yaitu graf  $P_2 \diamond P_n$ . Hal ini dilakukan untuk menduga hasil penerapan konsep pewarnaan *packing* pada graf, serta menentukan pola warnanya. Setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan pola bilangan kromatik *packing* pada graf  $P_2 \diamond P_n$ . Langkah-langkah pada observasi awal adalah sebagai berikut:

1. mengingat istilah-istilah dalam graf dan mengenali graf  $P_2 \diamond P_n$ .
2. mendefinisikan graf  $P_2 \diamond P_n$ .
3. menentukan kardinalitas dari graf  $P_2 \diamond P_n$ .



4. menerapkan konsep pewarnaan *packing* pada graf  $P_2 \diamond P_n$ .
5. menentukan pola dari pewarnaan *packing* yang telah diperoleh.
6. mengkaji kembali apakah pola yang didapat sudah minimal dan sesuai dengan konsep pewarnaan *packing*.
7. memformulasikan rumus dari bilangan kromatik *packing* pada graf  $P_2 \diamond P_n$ .

Tahapan dan hasil observasi awal pewarnaan *packing* pada graf  $P_2 \diamond P_n$  ditunjukkan pada Gambar 3.11



Gambar 3.11 Pewarnaan *Packing* pada Graf  $P_2 \diamond P_{10}$

Berdasarkan tahapan pewarnaan *packing* yang telah dilakukan pada observasi awal, peneliti telah bilangan kromatik *packing* pada graf  $P_2 \diamond P_n$  yaitu  $\chi_p(P_2 \diamond P_{10}) = 8$ , sehingga peneliti dapat melanjutkan observasi untuk menentukan bilangan kromatik *packing* pada graf  $P_2 \diamond P_n$  untuk  $n$  sembarang. Observasi selanjutnya akan mengikuti tahap-tahap dari observasi awal.



## BAB 5. PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa terdapat sembilan teorema baru pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yaitu:

a. Bilangan kromatik pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_2 \diamond P_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_2 \diamond P_n) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 3$ .

2. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_3 \diamond P_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_3 \diamond P_n) = \begin{cases} n + 3, & n \text{ ganjil} \\ n + 4, & n \text{ genap} \end{cases}$ .

3. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_4 \diamond P_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_4 \diamond P_n) = \begin{cases} \lfloor \frac{3n}{2} \rfloor + 3, & n \text{ ganjil} \\ \lfloor \frac{3n}{2} \rfloor + 4, & n \text{ genap} \end{cases}$ .

4. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_2 \diamond S_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_2 \diamond S_n) = 4$ .

5. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_3 \diamond S_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_3 \diamond S_n) = 6$ .

6. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_4 \diamond S_n$ , untuk  $n \geq 2$  adalah  $\chi_p(P_4 \diamond S_n) = 7$ .

7. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_2 \diamond C_n$ , untuk  $n \geq 3$  adalah  $\chi_p(P_2 \diamond C_n) = \begin{cases} 5, & n \equiv 0(\text{mod } 4) \\ 6, & n \equiv 1, 2, 3(\text{mod } 4) \end{cases}$ .

8. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_3 \diamond C_n$ , untuk  $n \geq 3$  adalah  $\chi_p(P_3 \diamond C_n) = \begin{cases} \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 6, & n = 3 \wedge n \equiv 0(\text{mod } 4) \\ \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 7, & n \equiv 1, 2(\text{mod } 4) \wedge n \equiv 3(\text{mod } 4), n \geq 7 \end{cases}$ .

9. Bilangan kromatik *packing* dari graf  $P_4 \diamond C_n$ , untuk  $n \geq 3$  adalah  $\chi_p(P_4 \diamond C_n) = \begin{cases} \lfloor \frac{3n}{2} \rfloor + 4, & n \text{ genap} \\ \lfloor \frac{3n}{2} \rfloor + 5, & n \text{ ganjil} \end{cases}$ .

- b. Relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif, dimana terdapat empat aspek keterampilan berpikir kreatif yaitu:
1. aspek *fluency*/kelancaran (mencetuskan berbagai gagasan mengenai: terminologi graf, pewarnaan *packing*, pola bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang telah diperoleh, hasil ekspansi graf yang telah menerapkan konsep pewarnaan *packing* apakah telah sesuai dengan rumus bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh, dan cara pembuktian teorema bilangan kromatik *packing* yang telah diperoleh),
  2. aspek *flexibility*/fleksibilitas (menggunakan berbagai pernyataan mengenai: konsep dari definisi, lemma, dan teorema yang berkaitan dengan pewarnaan *packing* dan bilangan kromatik *packing*, dalam proses menemukan pola bilangan kromatik *packing* yang minimum, dan dalam proses menemukan dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing*),
  3. aspek *originality*/orisinil (menemukan generalisasi pola bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, menciptakan teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh), dan
  4. aspek *elaboration*/terperinci (menjelaskan secara terperinci mengenai: cara mencari kardinalitas dari graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, langkah penerapan konsep pewarnaan *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, pola pewarnaan *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diteliti, teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh, dan membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik *packing* dari graf hasil operasi *edge corona* yang diperoleh).

Kemudian semua tahapan dalam proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* akan dikaitkan dengan aspek keterampilan berpikir kreatif yang telah dijabarkan diatas dan tolak ukur dari relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing*

pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif, yaitu dengan dilakukan penilaian oleh tiga dosen ahli dalam bidang graf terhadap peneliti yakni ketiga dosen yang ada di CGANT sebagai observer. Berdasarkan hasil analisis proses observasi mengenai relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif, didapatkan bahwa aspek *fluency* sebesar 96,7 %, aspek *flexibility* sebesar 93,7 %, aspek *originality* sebesar 91,7 %, aspek *elaboration* sebesar 98,3 %, dan tingkat kreativitas sebesar 95,1 %.

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian terdapat beberapa graf yang masih belum ditemukan nilai dari bilangan kromatik *packing*-nya dan sulit untuk menemukan generalisasi rumusnya sehingga peneliti memiliki beberapa masalah terbuka sebagai berikut:

**Masalah terbuka 5.2.1.** *Bagaimanakah bilangan kromatik packing  $\chi_p$  untuk  $P_m \diamond P_n$ , untuk  $m, n$  titik?*

**Masalah terbuka 5.2.2.** *Bagaimanakah bilangan kromatik packing  $\chi_p$  untuk  $P_m \diamond S_n$ , untuk  $m, n$  titik?*

**Masalah terbuka 5.2.3.** *Bagaimanakah bilangan kromatik packing  $\chi_p$  untuk  $P_m \diamond C_n$ , untuk  $m, n$  titik?*

**Masalah terbuka 5.2.4.** *Bagaimanakah bilangan kromatik packing dari graf hasil operasi *edge corona* jika dikomutatifkan, apakah nantinya akan didapatkan bilangan kromatik packing yang sama?*

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdolhosseinzadeh, I. R. dan F. Rahbarnia. 2017. On Generalized Edge Corona Product of Graphs. *Combinatorics (Math.CO)*: 1-10.
- Adiwijaya. 2016. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya*. Bandung: Alfabeta.
- Agustini, D. D. 2018. Pewarnaan Sisi  $R$ -Dinamis Pada Graf Hasil Operasi *Comb Product* Graf *Related Wheel* Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Kreatif. *Skripsi*. Universitas Jember: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pengetahuan Universitas Jember.
- Alfarisi, R., A. I. Kristiana, dan M. I. Utoyo. tanpa tahun. Bilangan Kromatik *Packing* pada Graf Jahangir. *preprint*.
- Brešar, B., S. Klavžar, dan D. F. Rall. 2007. On The Packing Chromatic Number of Cartesian Products, Hexagonal Lattice, and Trees. *Discrete Applied Mathematics*. 155(17):2303-2311.
- Chartrand, G., Gary, dan O. R. Oellerman. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory*. New York: Mc Graw-Hill.
- Chartrand, G. dan L. Lesniak. 1996. *Graphs and Digraphs Third Edition*. California: Chapman and Hall/CRC.
- Chithra, K. P., K. A. Germina, dan N. K. Sudev. 2015. On The Sparing Number of The Edge Corona of Graphs. *International Journal of Computer Applications*. 118(1):1-5.
- Dafik, R. Alfarisi, R. Adawiyah, R. M. Prihandini, E. R. Albirri, dan I. H. Agustin. 2019a. On The Partition Dimension of Edge Corona Product of Path and Cycle. *Journal of Physics: Conference Series*. 1211:1-11.
- Dafik, A. Indah Kristiana, M. I. Utoyo, Slamim, R. Alfarisi, I. Hesti Agustin, dan M. Venkatachalam. 2019b. Local Irregularity Vertex Coloring of Graphs. *International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)*. 10(4):451-461.
- Dafik, A. I. Kristiana, K. Rajalakshmi, M. Venkatachalam, I. H. Agustin, dan M. Barani. tanpa tahun. On Packing Coloring of Graphs and Its

Operation. *preprint*.

Finbow, A. S. dan D. F. Rall. 2010. On The Packing Chromatic Number of Some Lattices. *Discrete Applied Mathematics*. 158(12):1224-1228.

Goddard, W., S. M. Hedetniemi, S. T. Hedetniemi, J. M. Harris, dan D. F. Rall. 2008. Broadcast Chromatic Numbers of Graphs. *Ars Combinatoria*. 86:33-49.

Harary, F. 1969. *Graph Theory*. Philippines: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Hartsfield, N. dan G. Ringel. 1990. *Pearls in Graph Theory A Comprehensive Introduction*. New York: Academic Press, Inc.

Helsinki dan E. Pehkonen. 1997. The State of Art in Mathematical Creativity. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*. 29(3):63-67.

Hou, Y. dan W.-C. Shui. 2010. The Spectrum of The Edge Corona of Two Graphs. *Electronic Journal of Linear Algebra*. 20:586-594.

Korže, D. dan A. Vesel. 2014. On The Packing Chromatic Number of Square and Hexagonal Lattice. *Ars Mathematica Contemporanea*. 7(1):13-22.

Krulik, S. dan J. Rudnick A. 1995. *The New Souercebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*. Needhamheights, Massachusetts: Allyn and bacon.

Munir, R. 2010. *Matematika Diskrit*. Edisi Ketiga. Bandung: Informatika Bandung.

Rajalakshmi, K. dan M. Venkatachalam. 2018. On Packing Coloring of Double Wheel Graph Families. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 119(17):685-692.

Rinurwati, Slamini, dan H. Suprajitno. 2016. General Results of Local Metric Dimensions of Edge-Corona of Graphs. *International Mathematical Forum*. 11(16):793-799.

Rosen, K. H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Applications Seventh Edition*. New York: Mc Graw-Hill.



- Roy, S. 2017. Packing Chromatic Number of Certain Fan and Wheel Related Graphs. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*. 14(1):63-69.
- Silver, E. A. 1997. Fostering Creativity Through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*. 29(3):75-80.
- Tanti Windartini. 2015. Nilai Ketakteraturan Jarak dari Famili Graf Roda. *Tesis*. Universitas Jember: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.
- William, A. dan S. Roy. 2013. Packing Chromatic Number of Certain Graphs. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 87(6):731-739.
- Yeh, Y. N. dan I. Gutman. 1994. On The Sum of All Distances in Composite Graphs. *Discrete Mathematics*. 135(1-3):359-365.

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Latar Masalah	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian	Metode Penelitian
Analisis Bilangan Kromatik <i>Packing</i> pada Graf Hasil Operasi <i>Edge Corona</i> dan Relevansinya dengan Keterampilan Berpikir Kreatif	<p>1. Teori graf</p> <p>2. Operasi graf</p> <p>3. Pewarnaan graf</p> <p>4. Pewarnaan <i>Packing</i></p> <p>5. Penelitian terkait</p> <p>6. Berpikir kreatif</p> <p>7. Relevansi antara penelitian dengan keterampilan berpikir kreatif</p>	<p>1. Bagaimana nilai dari bilangan kromatik <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i>?</p> <p>2. Bagaimana relevansi antara pewarnaan <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> dengan keterampilan berpikir kreatif?</p>	<p>1. Graf lintasan, lingkaran, dan bintang</p> <p>2. Operasi <i>edge corona</i></p> <p>3. Pewarnaan <i>packing</i></p> <p>3. Keterampilan berpikir kreatif</p>	<p>1. Untuk menentukan nilai dari bilangan kromatik <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i>.</p> <p>2. Untuk mengetahui relevansi antara pewarnaan <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> dengan keterampilan berpikir kreatif.</p>	<p>Kepustakaan</p>	<p>Penelitian eksploratif</p>	<p>1. Metode deduktif aksiomatik</p> <p>2. Metode pendeteksi pola</p>

LAMPIRAN B. Pedoman Observasi

PEDOMAN OBSERVASI  
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : JEAN CLAUDIA JOEDO  
NIM : 160210101047  
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS BILANGAN KROMATIK *PACKING*  
PADA GRAF HASIL OPERASI *EDGE CORONA*  
DAN RELEVANSINYA DENGAN KETERAM-  
PILAN BERPIKIR KREATIF

Petunjuk.

- a) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
- b) Keterangan:
- 1: Peneliti TIDAK mampu memenuhi indikator yang diberikan;;
  - 2: Peneliti mampu memenuhi indikator akan tetapi KURANG BAIK;
  - 3: Peneliti mampu memenuhi indikator akan tetapi BAIK;
  - 4: Peneliti mampu memenuhi indikator akan tetapi SANGAT BAIK;

Aspek Kreatif	Indikator	Nilai			
		1	2	3	4
Fluency/ Kelancaran	Peneliti mampu mencetuskan berbagai gagasan mengenai terminologi graf.				
	Peneliti mampu mencetuskan berbagai gagasan mengenai pewarnaan <i>packing</i> dan bilangan kromatik <i>packing</i> .				
	Peneliti mampu mencetuskan berbagai gagasan mengenai pola bilangan kromatik <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang telah diperoleh.				
	Peneliti mampu mencetuskan berbagai gagasan mengenai hasil ekspansi graf yang telah menerapkan konsep pewarnaan <i>packing</i> apakah telah sesuai dengan rumus bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diperoleh.				
	Peneliti mampu mencetuskan berbagai gagasan mengenai cara pembuktian teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diperoleh				

Aspek Kreatif	Indikator	Nilai			
		1	2	3	4
<i>Flexibility/</i> Fleksibilitas	Peneliti mampu menggunakan berbagai pernyataan mengenai konsep dari definisi, lemma, dan teorema yang berkaitan dengan pewarnaan <i>packing</i> dan bilangan kromatik <i>packing</i> .				
	Peneliti mampu menggunakan berbagai pernyataan dalam proses menemukan pola bilangan kromatik <i>packing</i> yang minimum.				
	Peneliti mampu menggunakan berbagai dalam proses menemukan teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diteliti.				
	Peneliti mampu menggunakan berbagai pernyataan dalam proses pembuktian teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang telah diteliti.				
<i>Originality/</i> Orisinil	Peneliti mampu menemukan generalisasi pola bilangan kromatik <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diperoleh.				
	Peneliti mampu menciptakan teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang diperoleh.				
	Peneliti mampu membuktikan kebenaran teorema bilangan kromatik <i>packing</i> yang diperoleh.				
<i>Elaboration/</i> Terperinci	Peneliti mampu menjelaskan secara terperinci mengenai cara mencari kardinalitas dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti.				
	Peneliti mampu menjelaskan secara terperinci mengenai langkah penerapan konsep pewarnaan <i>packing</i> pada graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti.				
	Peneliti mampu menjelaskan secara terperinci mengenai pola pewarnaan <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti.				

Aspek Kreatif	Indikator	Nilai			
		1	2	3	4
	Peneliti mampu menjelaskan secara secara terperinci mengenai teorema bilangan kromatik <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti.				
	Peneliti mampu menjelaskan secara secara terperinci dalam membuktikan kebenaran dari teorema bilangan kromatik <i>packing</i> dari graf hasil operasi <i>edge corona</i> yang diteliti.				

IDENTITAS OBSERVER

NAMA : .....

NIP : .....

Jember, .....

Observer

(.....)



LAMPIRAN C. Lembar Analisis Hasil Observasi

Hasil analisis proses observasi oleh observer dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek Kreatif	Indikator	Penilaian Observer ke-			$\sum I_i$	$\bar{A}_i$	Persentase Aspek	Tingkat Kreativitas
		1	2	3				
<i>Fluency</i>	1a							
	1b							
	1c							
	1d							
	1e							
<i>Flexibility</i>	2a							
	2b							
	2c							
	2d							
<i>Originality</i>	3a							
	3b							
	3c							
<i>Elaboration</i>	4a							
	4b							
	4c							
	4d							
	4e							

Berdasarkan hasil analisis proses observasi mengenai relevansi antara proses pencarian bilangan kromatik *packing* pada graf hasil operasi *edge corona* dan keterampilan berpikir kreatif, didapatkan bahwa aspek *fluency* sebesar ... %, aspek *flexibility* sebesar ... %, aspek *originality* sebesar ... %, aspek *elaboration* sebesar ... %, dan tingkat kreativitas sebesar ... %