



**PROBABILITAS DAN NILAI EKSPEKTASI POSISI
ELEKTRON DALAM ATOM TRITIUM DENGAN
PENDEKATAN PERSAMAAN SCHRODINGER
PADA BILANGAN KUANTUM $n \leq 3$**

SKRIPSI

Oleh :

Febrianti Utami

NIM. 160210102057

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020**



**PROBABILITAS DAN NILAI EKSPEKTASI POSISI
ELEKTRON DALAM ATOM TRITIUM DENGAN
PENDEKATAN PERSAMAAN SCHRODINGER
PADA BILANGAN KUANTUM $n \leq 3$**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Fisika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh :

Febrianti Utami

NIM. 160210102057

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Bambang Supriadi, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Albertus Djoko Lesmono, M.Si.

Dosen Penguji Utama : Dr. Yushardi, S.Si, M.Si.

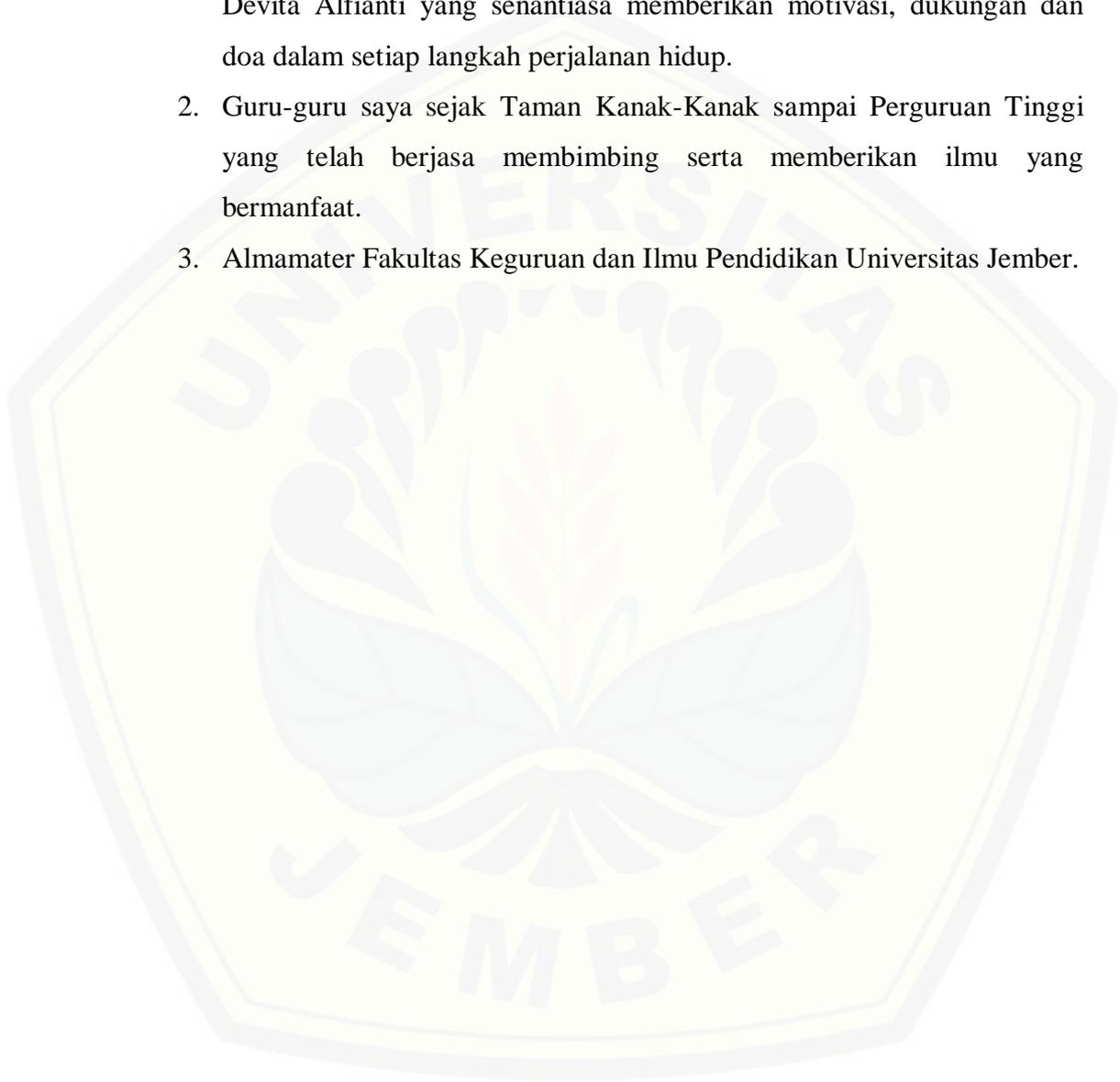
Dosen Penguji Anggota : Drs. Alex Harijanto, M.Si.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Kedua orang tua saya Bapak Jailani dan Ibu Siti Aisah serta adik saya Devita Alfianti yang senantiasa memberikan motivasi, dukungan dan doa dalam setiap langkah perjalanan hidup.
2. Guru-guru saya sejak Taman Kanak-Kanak sampai Perguruan Tinggi yang telah berjasa membimbing serta memberikan ilmu yang bermanfaat.
3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.



MOTTO

Barang siapa yang bersungguh sungguh, sesungguhnya kesungguhan tersebut
untuk kebaikan dirinya sendiri.¹



¹Departemen Agama Republik Indonesia. 2007. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung: PT. Sigma Examedia Arkanleema.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Febrianti Utami

NIM : 160210102057

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger pada Bilangan Kuantum $n \leq 3$ ” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 27 Januari 2020

Yang menyatakan,

Febrianti Utami

NIM. 160210102057

SKRIPSI

**PROBABILITAS DAN NILAI EKSPEKTASI POSISI
ELEKTRON DALAM ATOM TRITIUM DENGAN
PENDEKATAN PERSAMAAN SCHRODINGER
PADA BILANGAN KUANTUM $n \leq 3$**

Oleh

Febrianti Utami

NIM. 160210102057

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Bambang Supriadi, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Albertus Djoko Lesmono, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger pada Bilangan Kuantum $n \leq 3$ ” karya Febrianti Utami telah diuji dan disahkan pada:

Hari, tanggal : Senin, 27 Januari 2020

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim penguji

Ketua,

Drs. Bambang Supriadi, M.Sc.
NIP. 19680710 199302 1 001

Anggota I,

Dr. Yushardi, S.Si., M.Si.
NIP. 19650420 199512 1 001

Sekretaris,

Drs. Albertus Djoko L., M. Si.
NIP. 19641230 199302 1 001

Anggota II,

Drs. Alex Harijanto, M.Si.
NIP. 19641117 199103 1 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger pada Bilangan Kuantum $n \leq 3$; Febrianti Utami, 160210102057; 2019; 43 halaman; Program Studi Pendidikan Fisika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Atom tritium merupakan salah satu keluarga atom Hidrogen yang disimbolkan dengan (3_1H) dan terdiri dari inti atom yang disebut triton didalamnya tersusun atas satu proton dan dua neutron serta terdapat satu elektron yang mengelilingi inti. Meskipun keberadaan atom Tritium minim di alam karena atom ini bersifat radioaktif namun peranannya cukup penting dalam kehidupan misalnya diaplikasikan untuk menentukan umur air tanah serta sebagai bahan untuk pembuatan baterai nuklir, campuran pembuatan jam tangan militer dan pilot. Perbedaan atom Tritium dengan isotop Hidrogen lain terdapat pada massa tereduksi dari atom Tritium yang sangat kecil yaitu sebesar $9,10787809 \times 10^{-31} \text{kg}$. Hal ini dikarenakan adanya perbedaan massa yang besar pada triton dan elektron dari atom Tritium.

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan probabilitas dan nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom Tritium dengan pendekatan persamaan schrodinger pada bilangan kuantum $n \leq 3$. Jenis penelitian ini adalah penelitian non eksperimen dengan studi literatur mengenai teori mekanika kuantum khususnya mengenai atom hidrogenik. Teori yang dikembangkan adalah probabilitas dan nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom Tritium pada bilangan kuantum $n \leq 3$. Dalam mengkaji mengenai mengenai probabilitas dan nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom Tritium menggunakan pendekatan persamaan schrodinger tidak bergantung waktu menggunakan koordinat bola. Perhitungan yang digunakan yaitu perhitungan secara analitik menggunakan pendekatan persamaan schrodinger serta perhitungan secara numerik menggunakan program simulasi MATLAB 2015a.

Hasil dari penyelesaian persamaan schrodinger pada atom Tritium akan menghasilkan fungsi gelombang pada atom Tritium. Dimana pada penelitian menggunakan fungsi gelombang radial dari atom Tritium yang sudah ternormalisasi yang digunakan mencari probabilitas dan nilai ekspektasi posisi elektron. Integral dari nilai absolute fungsi radial dari atom Tritium merepresentasikan peluang keberadaan elektron dalam atom. Besarnya probabilitas posisi elektron dalam atom Tritium dipengaruhi oleh besarnya nilai bilangan kuantum utama dan nilai bilangan kuantum azimuth. Semakin besar bilangan kuantumnya maka semakin kecil kemungkinan elektron dapat ditemukan di posisi tersebut sehingga besarnya probabilitas posisi elektron dalam atom Tritium mendekati nol. Apabila bilangan kuantum utamanya semakin kecil maka semakin besar sehingga dapat dengan mudah menemukan keberadaan elektron tersebut.

Seberapa sering elektron muncul pada suatu tempat dapat dicari melalui nilai ekspektasi. Nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium jarang ditemukan atau hampir tidak ada jika nilai bilangan kuantumnya semakin besar. Nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium dipengaruhi oleh interval posisi elektron tersebut. Saat interval posisi elektron semakin besar maka elektron akan sering muncul pada posisi dimana saja dalam atom tritium. Hal ini terjadi apabila nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium semakin besar dan menuju nilai yang hampir tetap.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah Swt. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger pada Bilangan Kuantum $n \leq 3$ ”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyatakan terima kasih kepada:

1. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember yang telah memberikan fasilitas sehingga skripsi ini dapat selesai;
2. Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes., selaku ketua jurusan Pendidikan MIPA yang telah memberikan fasilitas sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
3. Drs. Trapsilo Prihandono, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah banyak berjasa dalam kelancaran penyusunan skripsi ini;
4. Drs. Bambang Supriadi, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Utama yang telah membimbing penulis dalam segala aspek sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
5. Drs. Albertus Djoko Lesmono, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah membimbing penulis dalam segala aspek sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
6. Dr. Yushardi, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji Utama yang telah meluangkan waktu untuk memberikan saran dan kritik yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Drs. Alex Harijanto, M.Si., selaku Dosen Penguji Anggota yang telah membimbing, memberikan saran dan kritik yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini;

8. Nelly, Destya, Ridha, Ayu dan Alm. Andi selaku teman-teman satu grup di Jember yang selalu mendukung penyelesaian skripsi ini;
9. Keluarga Pendidikan Fisika angkatan 16 yang selalu memberikan motivasi dan semangat dalam penyelesaian skripsi ini;
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah memberikan kontribusi dan bantuannya demi kelancaran pengerjaan skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik serta saran dari seluruh pihak demi menyempurnakan skripsi ini, Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat. Amin.

Jember, 27 Januari 2020

Penulis

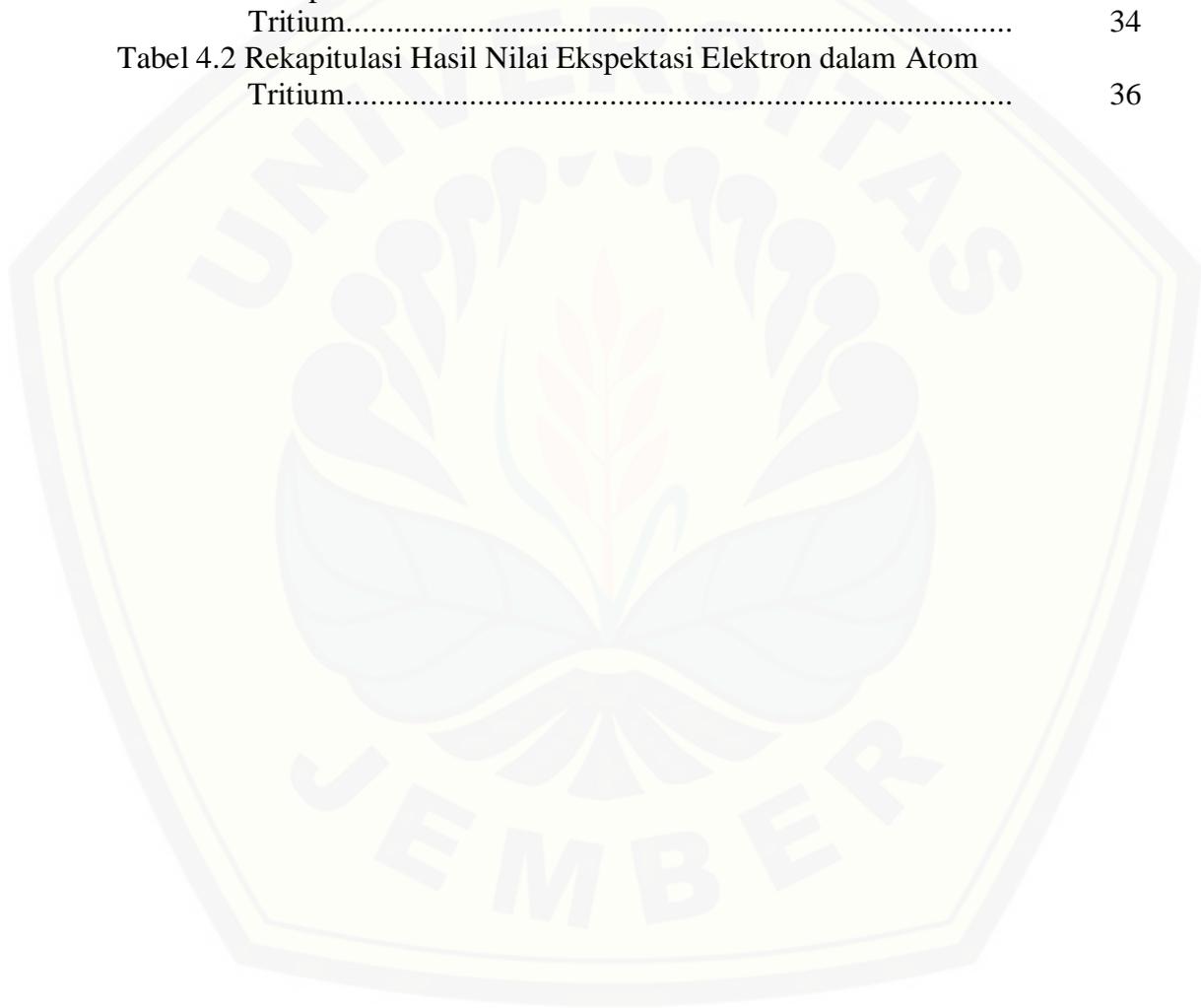
DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEEMBIMBING	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR NOTASI	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xviii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Dualisme Gelombang Partikel	6
2.2 Model Atom Bohr	7
2.3 Persamaan Schrodinger	9
2.3.1 Persamaan Schrodinger Bergantung Waktu	10
2.3.2 Persamaan Schrodinger Tak Bergantung Waktu	12
2.3.3 Persamaan Schrodinger Atom Hidrogen	13
2.4 Solusi Persamaan Schrodinger Atom Hidrogen	17
2.4.1 Solusi Radial	17
2.4.2 Solusi Azimut	18
2.4.3 Solusi Polar	18
2.4.4 Solusi Gabungan Fungsi Gelombang Atom Hidrogen	18
2.5 Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Hidrogen	19
2.5.1 Probabilitas	19
2.5.2 Nilai Harap(Ekspektasi)	20
2.6 Atom Tritium	21
2.6.1 Persamaan Schrodinger Atom Tritium	22
2.6.2 Fungsi Gelombang untuk Atom Tritium	22
2.6.3 Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium	23

2.6.1 Solusi Perhitungan Jari-Jari Atom Tritium	23
2.7 Bilangan Kuantum	23
2.7.1 Bilangan Kuantum Utama	24
2.7.2 Bilangan Kuantum Azimut	24
2.7.3 Bilangan Kuantum Magnetik	25
BAB 3. METODE PENELITIAN.....	26
3.1 Jenis, Waktu, dan Tempat Penelitian	26
3.2 Definisi Operasional	26
3.2.1 Fungsi Gelombang Atom Tritium	26
3.2.2 Probabilitas Elektron dalam Atom Tritium	26
3.2.3 Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium	27
3.2.4 Pendekatan Persamaan Schrodinger	27
3.2.5 Bilangan Kuantum	27
3.3 Langkah Penelitian.....	28
3.3.1 Persiapan	28
3.3.2 Pengembangan Teori	29
3.3.3 Validasi Hasil Pengembangan Teori	29
3.3.4 Hasil	31
3.3.5 Pembahasan	33
3.3.6 Kesimpulan.....	33
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	34
4.1 Hasil Penelitian	34
4.1.1 Probabilitas Posisi Elektron dalam Atom Tritium....	34
4.1.2 Grafik Rapat Probabilitas Radial Atom Tritium	35
4.1.3 Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium	35
4.2 Pembahasan	36
BAB 5. PENUTUP	42
5.1 Kesimpulan	42
5.2 Saran	42
DAFTAR PUSTAKA	44
LAMPIRAN	47

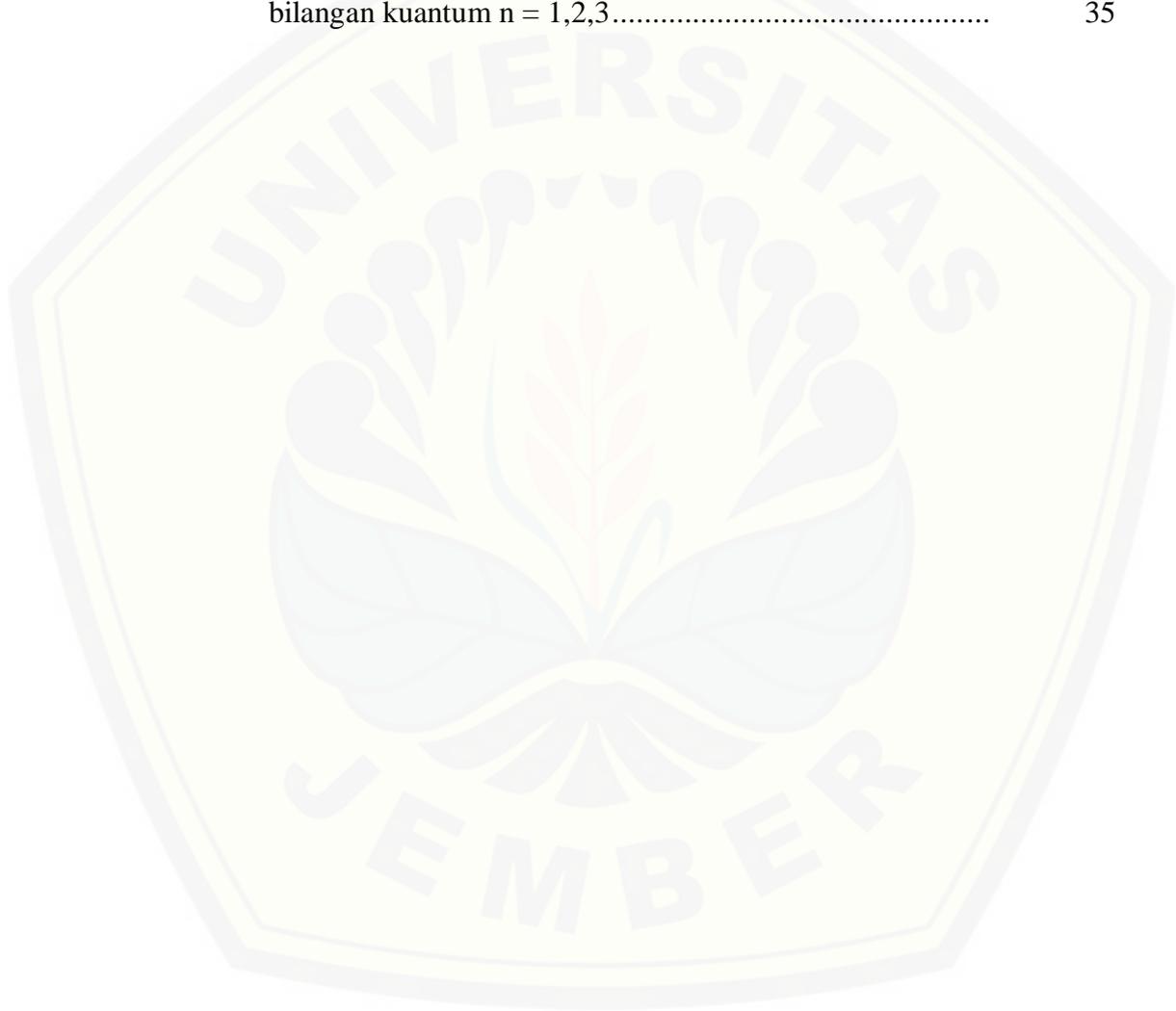
DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Notasi Simbol Keadaan Atomik.....	25
Tabel 3.1 Validasi Probabilitas Elektron dalam Atom Deuterium.....	30
Tabel 3.2 Validasi Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Deuterium..	30
Tabel 3.3 Hasil Probabilitas Elektron dalam Atom Tritium	32
Tabel 3.4 Hasil Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium	32
Tabel 4.1 Rekapitulasi Hasil Probabilitas Elektron dalam Atom Tritium.....	34
Tabel 4.2 Rekapitulasi Hasil Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium.....	36



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Koordinat Bola: jari jari r , sudut polar θ , sudut azimut ϕ .	14
Gambar 3.1 Bagan Langkah-Langkah Penelitian.....	28
Gambar 3.2 Grafik rapat probabilitas radial atom hidrogen dari buku teks untuk bilangan kuantum $n = 1,2,3$	31
Gambar 4.1 Grafik rapat probabilitas radial atom Tritium untuk bilangan kuantum $n = 1,2,3$	35



DAFTAR NOTASI

λ = Panjang gelombang de Broglie

h = Ketetapan Planck ($6,627 \times 10^{-34} \text{ J.s.}$)

\hbar = Ketetapan Planck ($\hbar = \frac{h}{2\pi} \text{ J.s.}$)

P = Probabilitas

p = Momentum partikel

v = Cepat rambat gelombang de Broglie

f = Frekuensi gelombang de Broglie

k = Bilangan gelombang yang menggambarkan arah rambat gelombang

ω = Kecepatan sudut atau frekuensi sudut

E = Energi total sistem atau energi eksitasi

K = Energi kinetik partikel

V dan $V(x)$ = Energi potensial partikel sebagai fungsi posisi

ψ = Fungsi gelombang

$\psi(r, \theta, \phi)$ = Fungsi gelombang gabungan atom Tritium

μ = Massa tereduksi

F_s = Gaya sentrifugal

F_e = Gaya elektrostatis

$\frac{\partial}{\partial x}$ = Operator differensial pertama dari suatu fungsi terhadap variabel posisi x

$\frac{\partial}{\partial y}$ = Operator differensial pertama dari suatu fungsi terhadap variabel posisi y

$\frac{\partial}{\partial z}$ = Operator differensial pertama dari suatu fungsi terhadap variabel posisi z

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ = Operator differensial orde dua dari suatu fungsi terhadap variabel posisi x

$\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ = Operator differensial orde dua dari suatu fungsi terhadap variabel posisi y

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ = Operator differensial orde dua dari suatu fungsi terhadap variabel posisi z

r_c = Posisi elektron dalam atom

r = Jari-jari atom

∇^2 = Operator Laplacian

$R, R_{nl}(r)$ = Fungsi gelombang radial

θ dan ϕ = Besaran sudut polar dan sudut azimut

Θ dan Φ = Fungsi gelombang polar dan fungsi gelombang azimut

$\langle r \rangle$ = Nilai harap atau ekspektasi

2_1D = Simbol untuk atom deuterium

1_1H = Simbol untuk atom hidrogen

3_1T = Simbol untuk atom tritium

ϵ_0 = Permittivitas hampa

e = Muatan elektron

n = Bilangan kuantum utama

l = Bilangan kuantum azimut

m = Bilangan kuantum magnetik

α = Konstanta struktur halus

a_0 = Jari-jari bohr untuk atom tritium

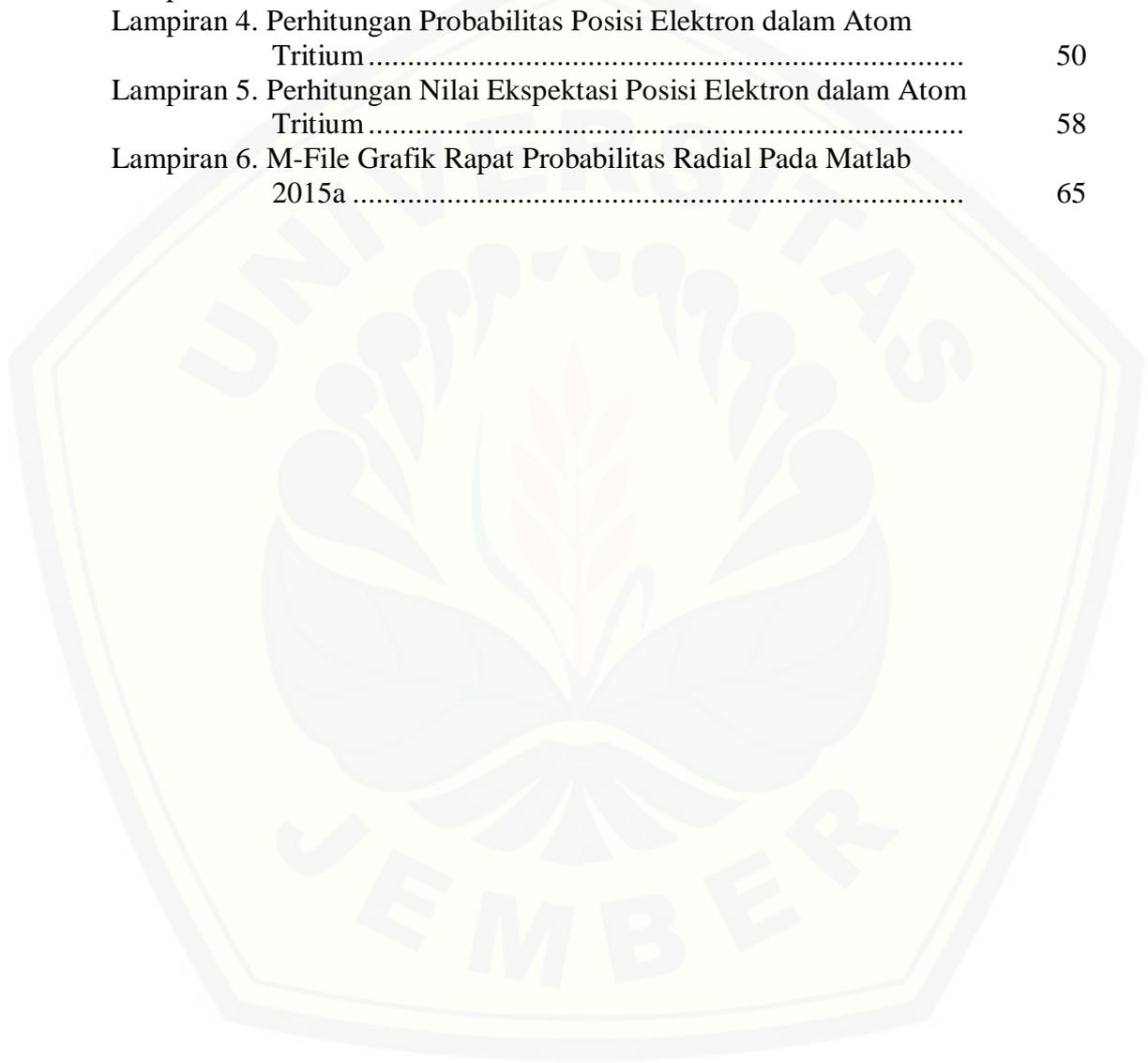
\int = Simbol untuk integral

L = Momentum angular



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Matriks Penelitian	47
Lampiran 2. Fungsi Gelombang Atom Tritium untuk $n = 1,2,3$	48
Lampiran 3. Massa Tereduksi dan Jari-Jari Atom Tritium	49
Lampiran 4. Perhitungan Probabilitas Posisi Elektron dalam Atom Tritium	50
Lampiran 5. Perhitungan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium	58
Lampiran 6. M-File Grafik Rapat Probabilitas Radial Pada Matlab 2015a	65



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu fisika terus mengalami perkembangan yang ditandai dengan adanya penemuan-penemuan baru. Peristiwa fisika yang terjadi pada suatu materi dalam teori fisika klasik hanya dapat ditinjau secara makroskopik, hal ini menjadi awal mula terjadinya krisis teori fisika klasik yang tidak mampu menjelaskan peristiwa yang terjadi pada suatu materi yang bentuknya sangat kecil atau bersifat mikroskopik. Fenomena fisis yang muncul pada pada akhir abad kesembilan belas seperti hal hal yang berkaitan dengan teori-teori mekanika, elektromagnetik dan termodinamika ini tidak lagi dapat dijelaskan dengan teori fisika klasik. Hal inilah yang menjadi dasar lahirnya teori baru yang dikenal dengan teori mekanika kuantum.

Munculnya teori mekanika kuantum untuk menjelaskan keterkaitan antara gelombang dan partikel. Teori mekanika kuantum menunjukkan bahwa dalam lingkup mikroskopik, partikel juga harus mematuhi hukum-hukum yang berlaku bagi gelombang. Terdapat beberapa percobaan untuk membuktikan sifat partikel dari gelombang(dualisme gelombang partikel) diantaranya melalui eksperimen efek fotolistrik dan efek Compton. Pada tahun 1924 ilmuwan asal Perancis, Louis de Broglie mengusulkan hipotesis dimana seluruh materi menunjukkan sifat seperti gelombang dan panjang gelombang materi yang diamati dengan momentumnya saling berkaitan. Keterkaitan keduanya dapat dilihat dari persamaan $\lambda = \frac{h}{p}$ atau lebih dikenal dengan panjang gelombang de Broglie.

Hubungan dualisme gelombang partikel dapat dijelaskan dengan perhitungan matematis menggunakan persamaan differensial orde dua yang berfungsi untuk mendeskripsikan gelombang partikel yang berada pada dimensi atomik dan memenuhi prinsip dan hukum fisika yang berlakudan dikenal sebagai persamaan Schrodinger. Persamaan Schrodinger menghasilkan solusi analitik kompleks berupa fungsi gelombang yang bernilai tunggal, berhingga dan bernilai kontinu. Fungsi gelombang dan energi suatu sistem partikel dapat ditentukan dengan penyelesaian persamaan schrodinger yang akan memberikan hasil berupa

deskripsi mengenai perilaku sekelompok partikel (Suparmi *et al*, 2018: 43). Fungsi gelombang dalam suatu sistem partikel dengan menggunakan separasi variabel dapat menghasilkan dua buah solusi diantaranya yaitu fungsi gelombang radial dan fungsi gelombang angular. Fungsi gelombang radial bergantung pada bilangan kuantum utama (n) dan bilangan kuantum orbital (l). Fungsi gelombang angular terdiri dari fungsi polar dan fungsi azimut.

Informasi mengenai perilaku dari suatu partikel dapat dicari melalui prinsip ketidakpastian Heisenberg. Prinsip ketidakpastian Heisenberg menjelaskan bahwa tidak mungkin dapat mengukur posisi dan momentum secara bersamaan dengan hasil yang pasti untuk partikel yang sangat kecil semacam elektron. Akibat dari prinsip ketidakpastian ini muncul teori kemungkinan untuk teori atom. Kemungkinan yang dimaksud adalah kedudukan dan kecepatan partikel dalam atom. Probabilitas untuk menentukan seberapa besar peluang menemukan partikel dalam sebuah tempat dapat dicari dengan menggunakan kuadrat fungsi gelombang. Suatu fungsi gelombang akan memiliki makna jika nilai probabilitasnya tinggi agar nilai probabilitasnya tinggi maka fungsi gelombang tersebut harus sudah ternormalisasi. Informasi mengenai kedudukan partikel dapat dicari melalui harga ekspektasi dengan menggunakan fungsi gelombang ψ dengan menganggap bahwa elektron berada sepanjang sumbu x (Beiser, 1990: 175). Harga ekspektasi posisi elektron dalam suatu atom menunjukkan nilai rata-rata atau seberapa sering elektron muncul dalam sebuah tempat.

Beberapa penelitian sebelumnya yang membahas tentang atom, antara lain Handayani (2005) yang mengatakan bahwa fungsi gelombang atom hidrogen merupakan kuantitas kompleks yang terdiri atas bagian radial dan bagian angular serta distribusi rapat probabilitas menggambarkan penyebaran kedudukan elektron dalam atom. Yusron *et al* (2007) menyimpulkan bahwa probabilitas untuk menemukan elektron di ruang antar proton pada molekul H_2^+ bergantung pada jarak antar proton. Ries (2012) menjelaskan bahwa dalam atom Hidrogen, jarak antara elektron dan proton selalu sangat kecil dan mekanika kuantum memungkinkan untuk menghitung spasial distribusi kerapatan elektron yang tepat;

Hermanto (2016) menyatakan bahwa penyelesaian persamaan Schrodinger pada atom berelektron tunggal dapat dipisahkan menjadi dua buah solusi persamaan yang bergantung jari-jari dan persamaan yang bergantung sudut; Fuadah *et al* (2018) tentang “Solusi Persamaan Schrodinger Atom Deuterium dengan Bilangan Kuantum $n = 4$ ” menjelaskan bahwa Fungsi gelombang atom Deuterium terdiri dari 2 fungsi yakni fungsi radial dan fungsi angular dimana fungsi radial bergantung pada variabel yang merupakan jari-jari atom.

Kenyataan bahwa berdasarkan penelitian sebelumnya dapat mengetahui informasi mengenai perilaku partikel dalam atom menjadikan dasar peneliti untuk melakukan penelitian serupa namun pada atom yang masih tergolong isotop Hidrogen yaitu Tritium. Meskipun minimnya keberadaan atom Tritium di alam namun atom Tritium memiliki peranan yang sangat penting yaitu dapat digunakan untuk pembuatan baterai nuklir dan dapat dimanfaatkan dalam campuran pembuatan jam tangan militer dan pilot sebagai sumber cahaya. Penelitian tentang atom Tritium telah dilakukan oleh Prastowo *et al* (2018) tentang “Pengaruh Medan Elektrostatis Terhadap Spektrum Energi Tritium Pada Keadaan Tereksitasi Pertama Dalam Keadaan Relativistik” yang menyatakan bahwa atom tritium memiliki perhitungan tingkat energi dan fungsi gelombang yang mirip dengan atom hidrogen. Maka peneliti juga tertarik untuk mengkaji mengenai atom tritium agar dapat mencari probabilitas dan nilai ekspektasi untuk menentukan keberadaan partikel didalamnya. Oleh karena itu perlu dilakukan penelitian dengan judul “Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron dalam Atom Tritium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger pada Bilangan Kuantum $n \leq 3$ ”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian yang telah dipaparkan maka dapat dirumuskan beberapa permasalahan antara lain :

- a. Bagaimana probabilitas posisi elektron dalam atom tritium pada bilangan kuantum $n \leq 3$?

- b. Bagaimana nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium pada bilangan kuantum $n \leq 3$?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari permasalahan diatas, adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

- Menentukan probabilitas posisi elektron dalam atom tritium pada bilangan kuantum $n \leq 3$.
- Menentukan nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium pada bilangan kuantum $n \leq 3$.

1.4 Batasan Masalah

Agar penulis dalam penelitian ini lebih terfokus dan dapat menjawab permasalahan yang telah dipaparkan diatas maka batasan-batasan pada penelitian ini sebagai berikut :

- Bilangan kuantum yang digunakan adalah bilangan kuantum utama ($n \leq 3$).
- Atom yang digunakan adalah atom tritium (3_1H).
- Probabilitas dan nilai ekspektasi menggunakan fungsi gelombang radial atom tritium yang sudah dinormalisasi.
- Diasumsikan bahwa atom Tritium mirip dengan atom Hidrogen hanya terdapat perbedaan pada massa tereduksi dan jari-jarinya saja.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini, antara lain :

- Bagi peneliti, dapat menambah pemahaman, pengetahuan, wawasan dan pengalaman tentang fisika kuantum khususnya yang mengkaji probabilitas dan nilai ekspektasi pada atom hidrogenik dengan menggunakan persamaan Schrodinger.
- Bagi pembaca, dapat dijadikan sebagai sumber acuan dan referensi untuk mempelajari fisika kuantum tentang atom hidrogenik dan probabilitas serta

nilai ekspektasi baik dalam pembelajaran maupun penelitian yang lebih lanjut dengan tema serupa.

- c. Bagi lembaga, dapat memberikan sumbangan penelitian dan tambahan bahan referensi dalam pembelajaran mata kuliah fisika kuantum dengan pokok bahasan atom berelektron tunggal atau atom hidrogenik.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Dualisme Gelombang Partikel

Pada era mekanika kuantum munculnya penemuan-penemuan baru mengenai radiasi benda hitam, efek fotolistrik dan efek Compton memberikan pernyataan baru dimana partikel-partikel mikroskopik, foton, dan elektron tidak lagi sama dengan partikel dan gelombang yang ada pada teori klasik. Hasil temuan ini mengisyaratkan bahwa pada tinjauan mikroskopik secara alami akan menunjukkan bahwa gelombang elektromagnetik dapat berperilaku sebagai partikel (Zettili, 2009: 26). Pada tahun 1924, Louis de Broglie mengusulkan sebuah hipotesis dimana setiap partikel yang bergerak secara bersamaan akan didampangi oleh gelombang yang mempresentasikan perilaku gelombang partikel. Semua partikel yang bergerak dengan momentum p didampangi oleh suatu gelombang yang memiliki panjang gelombang λ dimana keduanya memiliki keterkaitan satu sama lain. Hubungan antara panjang gelombang λ dan momentum p dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2.1)$$

(Krane, 2012: 103).

Persamaan di atas merupakan panjang gelombang de Broglie, dengan h menyatakan konstanta Planck yang besarnya $6,627 \times 10^{-34} \text{ J.s}$. Kecepatan gelombang de Broglie dapat dituliskan :

$$v = \lambda f \quad (2.2)$$

Konsep dualisme cahaya ini berlaku untuk partikel mikroskopis seperti atom ataupun inti atom.

Sebuah gelombang akan membawa sejumlah energi dari suatu tempat ke tempat yang lainnya ketika merambat. Jika gelombang tersebut dimisalkan sebagai partikel bebas maka solusi untuk memecahkan aspek partikel dan gelombang pada suatu materi telah dijelaskan dengan tepat dalam teori mekanika kuantum. Fungsi gelombang ψ adalah kuantitas kompleks yang memberi karakteristik gelombang de Broglie. Harga fungsi gelombang ψ tidak memiliki

arti fisis secara langsung melainkan akan memberikan informasi secara fisis mengenai partikel tersebut yang memiliki gerak tak terbatas dan kuadrat dari harga mutlak fungsi gelombangnya $|\psi|^2$ biasa disebut dengan kerapatan peluang (P) yang dapat diamati besarnya. Dimana kerapatan probabilitas $P(\mathbf{r})$ menyatakan kemungkinan suatu partikel semacam elektron dapat dijumpai pada posisi tertentu dalam sebuah atom.

2.2 Model Atom Bohr

Model atom Bohr menggambarkan model atom yang seperti planet tata surya dimana inti atom layaknya seperti matahari sebagai pusat dan diluarnya dikelilingi oleh elektron-elektron yang bergerak dalam lintasan. Tahun 1913 Niels Bohr mengemukakan mengenai prinsip atom hidrogen. Dimana Bohr menjelaskan sifat spektral atom hidrogen dapat ditunjukkan secara akurat melalui empat postulat berikut ini :

- Elektron bergerak dalam suatu lintasan edar berbentuk lingkaran mengelilingi inti atom.
- Lintasan edar elektron yang diijinkan hanya lintasan yang memiliki harga momentum sudut elektron adalah kelipatan bulat dari $\frac{h}{2\pi}$, yaitu:
$$L = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}, \text{ dimana } n \text{ adalah bilangan bulat positif.}$$
- Dalam lintasan edar elektron yang diijinkan, elektron tidak memancarkan energi.
- Elektron mampu bertransisi atau melakukan perpindahan dari kulit pertama menuju kulit yang lain dengan memancarkan dan menyerap energi foton (Sukardjo, 2004: 465-466).

Hubungan antara gaya elektrostatis antara proton dan elektron dengan gaya sentripetal elektron dapat dituliskan sebagai berikut:

- Gaya sentrifugal: $F_s = \frac{mv^2}{r}$, dimana m menyatakan massa elektron, sedangkan v menunjukkan kecepatan elektron dan r merupakan jari-jari orbit elektron.

- b. Gaya elektrostatis : $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$, dimana e menunjukkan muatan elementer elektron (Wiyatmo, 2010: 13).

Maka persamaannya akan menjadi:

$$F_{coulumb} = F_{sentrifugal}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (2.3)$$

apabila kedua ruas persamaan diatas dikalikan dengan m maka akan menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m^2 v^2}{r}$$

$$m^2 v^2 = \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.4)$$

karena nilai kuantisasi momentum angular adalah $L = n\hbar = mvr$, maka nilai dari momentum dapat dituliskan seperti persamaan berikut ini :

$$mvr = n\hbar \quad (2.5)$$

jika kedua ruas dikuadratkan maka akan meghasilkan:

$$(mvr)^2 = (n\hbar)^2$$

$$(mv)^2 = \frac{n^2 \hbar^2}{r^2} \quad (2.6)$$

subtitusi persamaan (2.4) ke persamaan (2.6) maka akan mendapatkan persamaan berikut:

$$\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{n^2 \hbar^2}{r^2}$$

$$r^2 = \frac{4\pi\epsilon_0 r n^2 \hbar^2}{me^2} \quad (2.7)$$

Sehingga didapatkan nilai dari jari-jari atom Bohr yaitu:

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2} \quad (2.8)$$

(Levi, 2003: 80-81).

2.3 Persamaan Schrodinger

Konsep dualisme gelombang partikel merujuk pada munculnya konsep baru mengenai dunia mikroskopik. Persamaan differensial orde dua yang dapat

memberikan informasi mengenai perilaku gelombang dari sebuah partikel dinamakan persamaan Schrodinger. Persamaan Schrodinger ini ditemukan oleh ahli fisika asal Austria yaitu Erwin Schrodinger. Pada tahun 1926, Schrodinger mengajukan sebuah persamaan untuk menentukan fungsi gelombang dari sembarang sistem. Banyak cara yang dapat digunakan untuk menyatakan persamaan schrodinger ini diantaranya dengan memasukkan kebergantungan fungsi gelombang terhadap waktu dan memperluasnya ke dimensi yang lebih tinggi (Atkins, 1996: 321).

Pemecahan persamaan Schrodinger harus memenuhi kriteria dan patuh pada 3 syarat berikut:

a. Sesuai dengan hukum Kekekalan energi

Hukum kekekalan energi merupakan jumlah energi total yang berasal dari penjumlahan energi kinetik dan energi potensial dari suatu partikel bersifat kekal. Persamaan hukum kekekalan energi secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut:

$$K + V = E \quad (2.9)$$

persamaan diatas untuk keadaan relativistik dengan K , V , dan E berturut-turut menyatakan energi kinetik, energi potensial dan energi total. Energi total dalam fisika kuantum dibatasi oleh keadaan non-relativistik dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\frac{p^2}{2m} + V = E \quad (2.10)$$

dimana p menyatakan momentum partikel dan m menyatakan massa suatu partikel. V menyatakan energi potensial yang dapat direpresentasikan sebagai energi yang dimiliki benda karena kedudukannya. Dalam sistem atom, energi potensial timbul karena ada gaya elektrostatis dan gaya coloumb antara elektron dengan inti atom(Ashby, 1970: 166). E menyatakan jumlah energi kinetik dan energi potensial bukan energi massa relativistiknya.

b. Tidak melanggar asas terhadap hipotesa de Broglie

Semua bentuk persamaan differensial harus taat asas terhadap hipotesa de Broglie. Secara matematis untuk menyelesaikan persamaan bagi seluruh

partikel dengan momentum p , solusinya harus berbentuk fungsi gelombang dengan panjang gelombang $\lambda = \frac{h}{p}$ dan variabel h menyatakan konstanta planck yang besarnya $6,627 \times 10^{-34} \text{ J.s}$. Dengan menggunakan $p = \hbar k$ dimana k adalah bilangan gelombang, maka dapat dituliskan energi kinetik dari gelombang de Broglie sebagai berikut:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.11)$$

c. Bernilai linier dan tunggal

Fungsi gelombang harus berkelakuan baik agar dapat memberikan informasi mengenai probabilitas untuk menemukan partikelnya. Walaupun probabilitas dapat berubah terus-menerus secara kontinu dan partikelnya akan menghilang dari satu titik kemudian muncul kembali ke titik selanjutnya, tetapi fungsi gelombangnya harus bernilai tunggal. Tidak boleh ada dua kemungkinan menemukan partikel di suatu titik yang sama. Sebuah fungsi gelombang dikatakan bernilai linier apabila fungsi gelombang tersebut memiliki sifat superposisi gelombang (Krane, 2012: 141).

2.3.1 Persamaan Schrodinger Bergantung Waktu

Berdasarkan ciri dan karakteristik dari fungsi gelombang persamaan Schrodinger dapat dibagi menjadi dua yaitu, persamaan schrodinger bergantung waktu dan persamaan schrodinger tak bergantung waktu. Persamaan Schrodinger tak bergantung waktu dapat diperoleh dari persamaan gelombang datar yang merambat ke sumbu x yaitu melalui persamaan:

$$\psi(x, t) = A e^{-i\omega(t - \frac{x}{v})} \quad (2.12)$$

dengan mensubstitusikan $\omega = \frac{E}{\hbar}$ dan $E = p v$, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= A e^{-i\frac{E}{\hbar}(t - \frac{x}{v})} \\ \psi(x, t) &= A e^{\frac{-i}{\hbar}(Et - px)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Jika mengambil turunan pertama persamaan (2.13) terhadap waktu (t) maka akan menghasilkan persamaan Schrodinger bergantung waktu sebagai berikut:

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \psi(\mathbf{x}, t)$$

$$E\psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2.14)$$

karena energi total dalam persamaan diatas merupakan penjumlahan dari energi kinetik K dan energi potensial V maka dapat dituliskan:

$$(K + V)\psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2.15)$$

karena hubungan energi kinetik dan momentum adalah $K = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$ maka persamaan diatas dapat ditulis menjadi:

$$\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V\right)\psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2.16)$$

suku pertama persamaan diatas setara dengan

$$\frac{\mathbf{p}^2}{2m}\psi(\mathbf{x}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{x}, t) \quad (2.17)$$

dimana operator Laplacian ∇^2 dapat dituliskan melalui persamaan:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.18)$$

kemudian substitusi persamaan (2.20) kedalam persamaan (2.19) sehingga diperoleh :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)\psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (2.19)$$

Persamaan diatas merupakan persamaan Schrodinger bergantung waktu pada kasus tiga dimensi (Juwono, 2017: 43-44). Persamaan Schrodinger untuk kasus satu dimensi dapat ditulis sebagai berikut:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V\psi(x, t) \quad (2.20)$$

2.3.2 Persamaan Schrodinger Tak Bergantung Waktu

Umumnya dalam banyak situasi energi potensial pada persamaan Schrodinger tidak bergantung terhadap waktu. Persamaan Schrodinger tak bergantung waktu merupakan persamaan Schrodinger yang energi potensial (V) tidak bergantung pada waktu melainkan bergantung pada posisi elektron didalam atom(r) (Beiser, 1990: 141-150). Sehingga dalam hal ini yang menjadi fokus utamanya yaitu keberadaan elektron dalam selang waktu yang cukup panjang

bukan terfokus pada keberadaan elektron dari waktu ke waktu. Persamaan Schrodinger dalam kasus satu dimensi dapat diperoleh dengan meniadakan kebergantungan terhadap waktu pada fungsi gelombangnya. Persamaan Schrodinger tak bergantung waktu dapat diselesaikan dengan cara meninjau kembali fungsi gelombangnya dan diuraikan terhadap variabel x dan t sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\psi(x, t) &= Ae^{\frac{-i}{\hbar}(Et-px)} \\ &= Ae^{\frac{-iEt+ipx}{\hbar}} \\ &= Ae^{\frac{ipx}{\hbar}} e^{\frac{-iEt}{\hbar}}\end{aligned}\quad (2.21)$$

dengan membuat pemisalan untuk untuk $\psi(x) = Ae^{\frac{ipx}{\hbar}}$ maka diperoleh:

$$\psi(x, t) = \psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}} \quad (2.22)$$

kemudian substitusikan persamaan (2.22) ke persamaan (2.20) maka akan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V\psi(x, t) \\ i\hbar \frac{\partial \psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}}}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}}}{\partial x^2} + V\psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}} \\ i\hbar \frac{iE}{\hbar} \psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} e^{\frac{-iEt}{\hbar}} + V\psi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}}\end{aligned}\quad (2.23)$$

kemudian masing-masing ruas dibagi dengan $e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$ maka akan menghasilkan:

$$\begin{aligned}E\psi(x) &= -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V\psi(x) \\ \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + (E - V(x))\psi(x) &= 0\end{aligned}\quad (2.24)$$

(Liboff, 2003: 187).

Persamaan diatas merupakan bentuk umum persamaan Schrodinger tak bergantung waktu untuk partikel yang bermassa m dan bergerak di satu dimensi dalam medan potensial (V). Jika partikel bergerak dalam arah tiga dimensi maka dapat dituliskan persamaannya seperti berikut:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2 \psi(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi(x,y,z)}{\partial z^2} \right\} + (E - V(x))\psi(x,y,z) = 0$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} \psi_{(x,y,z)} + (E - V(x))\psi_{(x,y,z)} = 0 \quad (2.25)$$

(Beiser, 1990: 176).

2.3.3 Persamaan Schrodinger Atom Hidrogen

Atom hidrogen merupakan atom yang paling sederhana karena hanya memiliki satu proton yang terletak dalam inti dan satu elektron yang berputar mengelilingi inti. Hidrogen memiliki massa elektron yang lebih kecil dibandingkan massa protonnya dengan perbandingan $m_p = 1836 m_e$. Dimana massa proton sebesar $1,672649 \times 10^{-27}$ kg sedangkan massa elektron sebesar $9,10953 \times 10^{-31}$ kg. Maka persamaan Schrodinger untuk atom hidrogen dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\left(\frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right) \psi = E\psi \quad (2.26)$$

dengan $V(\mathbf{r})$ merupakan interaksi energi antara inti(proton) dan elektron yang diberikan oleh formulasi Coulomb yang dapat dituliskan :

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (2.27)$$

(Purwanto, 2016: 136).

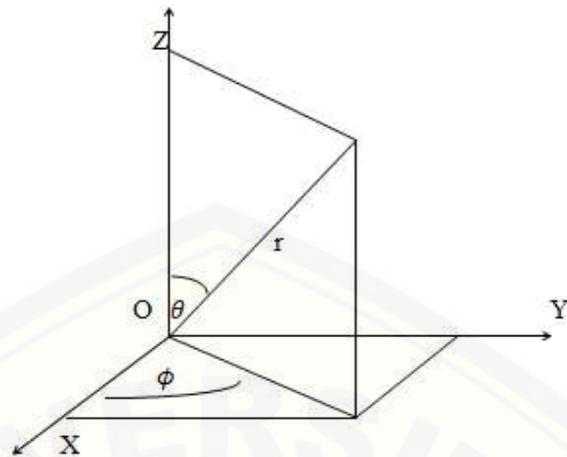
Persamaan Schrodinger untuk atom berelektron tunggal seperti hidrogen dapat diselesaikan dengan menganggap atom berbentuk simetri bola, sehingga persamaannya menggunakan persamaan Schrodinger dalam bentuk koordinat bola(tiga dimensi).

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \right] \psi = E\psi \quad (2.28)$$

agar lebih mudah untuk menganalisisnya maka ∇^2 dalam koordinat bola sebagai operator laplace dapat dituliskan seperti berikut:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (2.29)$$

(Supriadi *et al*, 2018: 2).



Gambar 2.1 Koordinat Bola : jari jari r , sudut polar θ , sudut azimut ϕ

Persamaan (2.28) berada dalam sistem koordinat bola (r, θ, ϕ) , variabel r merupakan persamaan radial, θ merupakan persamaan polar dan ϕ merupakan persamaan azimut. Maka persamaan tersebut akan menghasilkan pemecahan dengan menggunakan separasi variabel atau dengan memisahkan variabel-variabelnya. Substitusi persamaan (2.29) ke persamaan (2.28) maka akan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \psi_{(r, \theta, \phi)} + (E - V) \psi_{(r, \theta, \phi)} = 0 \quad (2.30)$$

karena atom Hidrogen terdiri dari sistem 2 partikel dengan gaya sentral maka persamaan diatas dapat ditulis kembali menjadi :

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r_c^2} \left[\frac{\partial}{\partial r_c} \left(r_c^2 \frac{\partial}{\partial r_c} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \psi_{(r, \theta, \phi)} + (E - V) \psi_{(r, \theta, \phi)} = 0 \quad (2.31)$$

dengan μ merupakan massa tereduksi untuk atom hidrogen yang dinyatakan sebagai :

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m_e m_p}{m_e + m_p} \\ &= \frac{m_e m_p}{m_p} \end{aligned}$$

$$= m_e \quad (2.32)$$

kemudian r_c adalah posisi pusat massa sistem yang dinyatakan sebagai berikut :

$$r_c = \frac{(r_1 m_1 + r_2 m_2)}{m_1 + m_2} \quad (2.33)$$

solusi untuk persamaan (2.30) akan terpisahkan menjadi sebagai berikut :

$$\psi_{(r,\theta,\phi)} = R(r)Y(\theta, \phi) \quad (2.34)$$

Dimana $R(r)$ merupakan fungsi gelombang radial dan $Y(\theta, \phi)$ merupakan $\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ disebut dengan fungsi gelombang angular.

(Krane, 2012: 203).

Fungsi gelombang atom hidrogen merupakan kuantitas kompleks terdiri dari bagian radial dan bagian angular. Persamaan gelombang pada bagian radial merupakan persamaan gelombang yang merambat secara radial atau menyebar dari pusat atom hidrogen menuju ke segala arah. Persamaan ini juga bergantung pada jarak r dari pusat atom hidrogen (Idris-Bey and Al-Hashimi, 2018: 157). Persamaan radial untuk atom hidrogen dapat diperoleh dengan cara mensubstitusi persamaan (2.24) ke dalam persamaan (2.30) maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\left[\frac{1}{r_c^2} \frac{\partial}{\partial r_c} \left(r_c^2 \frac{\partial R}{\partial r_c} Y \right) + \frac{1}{r_c^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} R \right) + \frac{1}{r_c^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} R \right] + \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - V) R Y = 0 \quad (2.35)$$

persamaan diatas kemudian dibagi dengan RY kemudian dikalikan dengan r_c^2 , maka akan menghasilkan persamaan sebagai berikut :

$$\left[\left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r_c} \left(r_c^2 \frac{\partial R}{\partial r_c} \right) + \frac{2\mu r_c^2}{\hbar^2} (E - V) \right] + \left[\frac{1}{Y \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{Y \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} \right] \right] = 0 \quad (2.36)$$

(Griffith, 2005: 133)

persamaan diatas terdiri dari dua suku yang masing-masing sukunya harus bernilai konstan. Suku pertama pada persamaan tersebut bergantung pada arah radial (R) sedangkan suku keduanya bergantung pada arah angular (Y). Nilai konstanta pemisah dari persamaan diatas adalah $l(l + 1)$. Sehingga persamaan (2.36) dapat dipisahkan menjadi dua bentuk persamaan .

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r_c} \left(r_c^2 \frac{\partial R}{\partial r_c} \right) + \frac{2\mu r_c^2}{\hbar^2} (E - V) = l(l + 1) \quad (2.37)$$

persamaan diatas merupakan persamaan radial untuk atom hidrogen.

Persamaan gelombang pada bagian angular merupakan persamaan gelombang yang merambat secara angular atau berotasi dan bergantung pada sudut baik sudut polar θ maupun sudut azimuth ϕ . Persamaan angular untuk atom hidrogen sama dengan persamaan angular pada koordinat bola. Hal ini dikarenakan persamaan angular tidak mengandung fungsi atau operator yang belum diketahui seperti $V(r)$ pada persamaan radial. Berdasarkan persamaan (2.36) juga dapat dipisahkan menjadi persamaan angular yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\frac{1}{Y \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{Y \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} = -l(l+1) \quad (2.38)$$

Persamaan angular diatas terdiri dari persamaan polar dan persamaan azimuth. Sehingga persamaan diatas dapat dituliskan :

$$Y(\theta, \phi) = \Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (2.39)$$

kemudian substitusikan persamaan (2.42) ke dalam persamaan (2.41) sehingga akan menghasilkan persamaan sebagai berikut :

$$\frac{\Phi}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\Theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = -\Theta\Phi l(l+1) \quad (2.40)$$

kemudian kalikan persamaan diatas dengan $\frac{\sin^2 \theta}{\Theta\Phi}$, sehingga akan menjadi persamaan berikut :

$$\left(\frac{1}{\theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + l(l+1) \sin^2 \theta \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} \quad (2.41)$$

persamaan diatas terdiri atas 2 suku yang bergantung pada sudut polar dan bergantung pada sudut azimuth. Agar solusi dari persamaan yang diberikan memiliki makna fisis maka pisahkan kedua suku dari persamaan (2.41) dan tetapkan masing-masing bagian sama dengan konstanta m^2 . Sehingga akan diperoleh persamaan berikut untuk suku yang pertama :

$$\frac{\sin \theta}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + l(l+1) \sin^2 \theta = m^2 \quad (2.42)$$

kalikan persamaan diatas dengan $\frac{\Theta}{\sin^2 \theta}$, maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \left(l(l+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right) \Theta = 0 \quad (2.43)$$

sedangkan untuk suku kedua pada persamaan (2.41) dapat dituliskan :

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = -m^2$$

$$\frac{d^2 \phi}{d\phi^2} + m^2 \phi = 0 \quad (2.44)$$

Persamaan (2.43) merupakan persamaan polar untuk atom hidrogen dan persamaan (2.44) merupakan persamaan azimuth untuk atom hidrogen. Dengan demikian persamaan Schrodinger untuk atom Hidrogen dapat dipisah menjadi tiga persamaan differensial biasa yang selanjutnya dapat dijabarkan melalui solusi persamaan radial, azimuth dan polar (Purwanto, 2016: 125-126).

2.4 Solusi Persamaan Schrodinger untuk Atom Hidrogen

Fungsi dari persamaan Schrodinger untuk atom Hidrogen juga dapat dikatakan sebagai solusi persamaan Schrodinger untuk atom berelektron tunggal. Solusi ini didapatkan dengan menggunakan metode separasi variabel sehingga menghasilkan tiga buah solusi yaitu solusi radial, azimuth, dan polar.

2.4.1 Solusi Radial

Persamaan radial menunjukkan gerak secara radial atau menyebar dari pusat atom hidrogen menuju ke segala arah. Solusi radial untuk atom hidrogen dapat dituliskan sebagai berikut :

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na_0}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n((n+l)!)} \left(\frac{2r}{na_0}\right)^l e^{-\frac{r}{na_0}} L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right)} \quad (2.45)$$

(Singh, 2009: 237).

Persamaan (2.47) bergantung pada nilai bilangan kuantum utama n dan bilangan kuantum azimuth l .

2.4.2 Solusi Azimut

Persamaan azimuth merupakan persamaan yang menunjukkan gerak angular (rotasi) pada sumbu z atau sudut (ϕ) dengan sudut rotasi bernilai 0 sampai

2π (Sugiyono, 2016: 410). Solusi azimut untuk atom hidrogen dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\Phi_m(\phi) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{\pm im\phi} \quad (2.46)$$

Bilangan Kuantum m disebut sebagai bilangan kuantum magnetik(Purwanto, 2006: 157). Dengan setiap m merupakan bilangan bulat yakni $m= 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ (Griffiths, 2005: 125).

2.4.3 Solusi Polar

Persamaan polar menggambarkan gerak rotasi berdasarkan sudut θ yang memotong bidang xy . Penyelesaian persamaan polar dapat dilakukan dengan menggunakan polinomial Legendre terasosiasi. Sehingga akan diperoleh solusi polar untuk atom hidrogen sebagai berikut :

$$\Theta_{lm}(\theta) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{2(l-|m|)}} \left[\frac{1}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{l+|m|}}{d\cos^{l+|m|}\theta} (\cos^2\theta - 1)^l \right] \quad (2.47)$$

Bilangan bulat l merupakan bilangan kuantum azimut(Purwanto, 2016: 160). Persamaan ini menggambarkan bahwa elektron bergerak secara periodik didalam ruang tiga dimensi.

2.4.4 Solusi Gabungan Fungsi Gelombang Atom Hidrogen

Solusi gabungan dari fungsi gelombang atom Hidrogen merupakan gabungan dari solusi radial, azimut, dan polar yang dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) &= R_{nl}(r)\Theta_{lm}(\theta)\Phi_m(\phi) \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{\pm im\phi} \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{2(l-|m|)}} \left[\frac{1}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{l+|m|}}{d\cos^{l+|m|}\theta} (\cos^2\theta - 1)^l \right] \\ &\quad \left[\left(\frac{2}{na_0} \right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n((n+l)!)^3} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2r}{na_0} \right)^l e^{-\frac{r}{na_0}} L_{n+l}^{2l+1} \left(\frac{2r}{na_0} \right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Dimana $R(r)$ merupakan fungsi gelombang radial dan $Y(\theta, \phi)$ merupakan $\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ disebut dengan fungsi gelombang angular.

2.5 Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Atom Hidrogen

2.5.1 Probabilitas

Kuadrat fungsi gelombang pada titik tertentu dalam ruang disekitar inti atom menunjukkan peluang untuk menemukan partikel di titik tersebut. Partikel-partikel yang berada dalam ruangan tersebut dapat dipastikan keberadaannya dengan cara melakukan normalisasi terhadap fungsi gelombang ψ yaitu :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1 \quad (2.49)$$

(Beiser, 1990: 169).

persamaan diatas menunjukkan bahwa partikel itu ada di suatu tempat untuk setiap saat dan peluang untuk menentukan kedudukan partikel adalah 1, karena probabilitas $P =$ kuadrat fungsi gelombang $|\psi|^2$ maka dalam koordinat bola dV yang dinyatakan sebagai elemen volume dapat dituliskan sebagai berikut :

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \quad (2.50)$$

(Voughn, 2007: 134).

sehingga akan menghasilkan fungsi gelombang ternormalisasi untuk persamaan gelombang atom hidrogen sebagai berikut

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \psi^* \psi r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} [R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)]^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi = 1 \quad (2.51)$$

karena fungsi gelombang angular untuk θ dan ϕ merupakan fungsi gelombang yang telah ternormalisasi sehingga memiliki nilai 1 maka peluang untuk mendapatkan elektron pada atom hidrogen untuk suatu tempat yang terletak antara r dan $r + dr$ dari inti adalah sebagai berikut

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} r^2 |R(r)|^2 dr \quad (2.52)$$

persamaan ini menunjukkan bahwa apabila peluang bernilai nol maka tidak ada partikel yang dapat ditemukan dalam ruangan tersebut.

2.5.2 Nilai Harap (Ekspektasi)

Informasi mengenai kedudukan partikel dapat dicari melalui harga ekspektasi dengan menggunakan fungsi gelombang ψ dengan menganggap bahwa

elektron berada sepanjang sumbu x . Harga ekspektasi posisi elektron dalam suatu atom menunjukkan nilai rata-rata atau seberapa sering elektron muncul dalam sebuah tempat.

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi|^2 dx \quad (2.53)$$

(Beiser, 1990: 175).

Persamaan diatas untuk gerak elektron dalam 1 dimensi. Berikut persamaan harga ekspektasi untuk gerak elektron tiga dimensi adalah :

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r |\psi|^2 dV \quad (2.54)$$

Dimana $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$ dan $\psi = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$ sehingga akan membentuk persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \langle r \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} r |R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)|^2 dV \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} r |R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)|^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} r |R(r)|^2 r^2 dr \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |\Theta(\theta)\Phi(\phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi \\ \langle r \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} r |R(r)|^2 r^2 dr \quad (2.55) \end{aligned}$$

(Sugiyono, 2016: 455).

Seperti yang dikatakan sebelumnya bahwa fungsi gelombang dengan menggunakan separasi variabel akan menghasilkan dua buah solusi yaitu fungsi gelombang radial dan fungsi gelombang angular. Probabilitas dan nilai ekspektasi juga berlaku demikian terdapat distribusi probabilitas radial dan distribusi probabilitas angular. Persamaan (2.54) dan (2.57) merupakan nilai probabilitas dan nilai ekspektasi keberadaan partikel pada fungsi radial saja karena sejatinya probabilitas dan nilai ekspektasi tidak bergantung pada fungsi angular (bagian azimuth dan bagian polar). Probabilitas dan nilai ekspektasi radial ini hanya bergantung pada nilai bilangan kuantum n dan l (Purwanto, 2016: 144).

2.6 Atom Tritium

Atom Tritium (3_1H) merupakan radioisotop pemancar beta energi rendah yang memiliki waktu paruh sebesar 12,32 tahun dan energi maksimumnya mencapai 18,6 keV. Secara alami atom tritium dapat terbentuk melalui interaksi radiasi sinar kosmis dengan gas yang ada di atmosfer. Tahun 1945-1963 dilakukan sebuah uji coba untuk senjata nuklir, hasil percobaan tersebut menunjukkan bahwa terjadi peningkatan radioaktivitas dari atom Tritium hal ini mengindikasikan atom tritium merupakan radionuklida yang dapat dibuat (Nurokhim, 2014: 47). Tritium pertama kali dibuat dengan mereaksikan deuterium dengan deuteron yang memiliki energi tinggi sehingga menghasilkan reaksi sebagai berikut:



Radioaktif atom Tritium akan meluruh secara spontan melalui proses peluruhan beta yang akan menghasilkan helium, elektron serta antineutrino dimana proses reaksinya sebagai berikut:



(Jason, 2011: 1)

Hidrogen alamiah terdiri dari tiga isotop antara lain 99,984 % protium, 0,016% deuterium, dan tritium. Ketiga isotop ini mempunyai konfigurasi elektron yang sama namun sifat dan karakteristiknya berbeda satu sama lain. Sifat isotop secara kualitatif diharapkan mirip namun secara kuantitatif berbeda. Atom Tritium tergolong isotop hidrogen yang bersifat radioaktif, artinya dari semua isotop-isotop hidrogen hanya atom tritium saja yang bersifat tidak stabil namun masih termasuk atom yang relative aman. Sama seperti atom yang lainnya Tritium mempunyai neutron dalam nucleus (inti) dan sebuah electron yang mengelilingi nucleus (inti) (Supriadi *et al*, 2018: 2). Atom Tritium memiliki inti atom yang dikenal dengan sebutan triton. Triton mengandung satu buah proton dan dua buah neutron.

Minimnya keberadaan atom Tritium di alam tidak merubah kenyataan bahwa atom ini memiliki peranan penting dalam kehidupan. Sifat kimia dan fisika atom Tritium yang mirip dengan hidrogen dan pada temperatur udara normal

Tritium dapat berbentuk gas menjadikan atom Tritium dapat menggantikan posisi hidrogen dalam air dan membentuk tritiated water T_2O . Pada studi hidrologi tritium dapat dipergunakan untuk menentukan umur air tanah (Djuhariningrum, 2003: 533). Dalam aplikasinya, atom Tritium digunakan sebagai bahan untuk pembuatan baterai nuklir, untuk alat pelacak radioaktif, dan dapat dimanfaatkan dalam campuran pembuatan jam tangan militer dan pilot sebagai sumber cahaya. Selain itu, menurut Supriadi *et al* (2018) atom Tritium dapat diaplikasikan pada baterai *betavoltaics* (*Nano Tritium Battery*). Atom Tritium bersama dengan deuterium juga dapat digunakan sebagai bahan bakar reaksi fusi nuklir untuk pembangkit energi dan senjata.

2.6.1 Persamaan Schrodinger Atom Tritium

Sama seperti halnya atom hidrogen maka persamaan Schrodinger untuk atom Tritium juga sama karena keduanya sama-sama tergolong atom yang memiliki elektron tunggal atau nomor atom $Z = 1$. Terdapat tiga persamaan untuk persamaan Schrodinger atom Tritium yaitu persamaan radial pada persamaan (2.37) persamaan polar pada persamaan (2.43) dan persamaan azimuth pada persamaan (2.44). Ketiga persamaan tersebut memiliki nilai yang sama dengan persamaan schrodinger pada atom Hidrogen.

2.6.2 Fungsi Gelombang untuk Atom Tritium

Pada penelitian ini atom ditinjau dalam keadaan non relativistik maka fungsi gelombang atom Tritium sama dengan fungsi gelombang atom Hidrogen karena keduanya sama-sama tergolong atom yang memiliki elektron tunggal atau nomor atom $Z = 1$, yang membedakan hanya tingkat energi keada atom tersebut. Fungsi radial pada atom Tritium sama dengan fungsi radial pada atom berelektron tunggal seperti Hidrogen yang tertulis dalam persamaan (2.45). Untuk fungsi angular pada atom Tritium baik pada fungsi azimuth maupun polar masing-masing tertulis dalam persamaan (2.46) dan persamaan (2.47). Solusi gabungan fungsi gelombang atom Tritium dapat dilihat dalam persamaan (2.48).

2.6.3 Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Atom Tritium

Probabilitas dan Nilai Ekspektasi pada atom Tritium sama dengan probabilitas dan nilai ekspektasi pada atom Hidrogen yang masing-masing tertulis pada persamaan (2.52) dan persamaan (2.55). Hanya saja yang membedakan antar keduanya yaitu pada massa tereduksi dari masing-masing atom dan nilai jari-jari atomnya. Sehingga mengakibatkan pada nilai probabilitas posisi elektron dalam atom tritium sama dengan atom hidrogen. Namun untuk nilai ekspektasi posisi elektron dari atom tritium berbeda dengan atom hidrogen karena pengaruh dari besarnya jari-jari setiap atom.

2.6.4 Solusi Perhitungan Jari-Jari Atom Tritium

Atom Tritium memiliki 1 proton dan 2 neutron yang terletak di dalam inti atom atau nukleus. Massa yang digunakan untuk menghitung jari-jari atom Tritium adalah massa reduksi dengan formula sebagai berikut:

$$\mu = \frac{(m_p+m_n) \times m_e}{(m_p+m_n)+m_e} \quad (2.58)$$

dimana $m_p + m_n$ ini merupakan sebutan lain untuk massa inti atom tritium yang terdiri dari $m_p =$ massa proton, $m_n =$ massa neutron, dan m_e merupakan massa elektron. Sehingga formula dari jari-jari atom Tritium dapat dituliskan melalui persamaan berikut ini:

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\mu e^2} \quad (2.59)$$

Berdasarkan persamaan (2.58) didapatkan hasil massa tereduksi untuk atom tritium sebesar $9,10787809 \times 10^{-31} \text{ kg}$ sedangkan untuk atom hidrogen massa tereduksinya sebesar $9,10952937 \times 10^{-31} \text{ kg}$, selisih nilai jari-jari kedua atom tersebut sebesar $0,00165128 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Berdasarkan persamaan (2.59) diperoleh nilai jari-jari atom untuk atom tritium sebesar $5,29273641 \times 10^{-11} \text{ m}$. Jari-jari atom tritium ini nilainya lebih besar dibandingkan dengan jari atom hidrogen yaitu $5,291777 \times 10^{-11} \text{ m}$, selisih nilai jari-jari kedua atom tersebut sebesar $0,00095941 \times 10^{-11} \text{ m}$ (Prastowo *et al*, 2018: 4).

2.7 Bilangan Kuantum

Berdasarkan teori atom Bohr orbit(lintasan) elektron adalah berbentuk lingkaran dengan jari-jari tertentu. Posisi elektron yang mengorbit pada inti atom tidak dapat ditentukan dengan pasti. Setiap orbital memiliki ukuran bentuk dan orientasi tertentu dalam ruangan yang dinyatakan dengan bilangan kuantum. Tiga bilangan kuantum sangat dibutuhkan dalam pemecahan persoalan persamaan Schrodinger dalam koordinat bola. Bilangan kuantum menentukan kedudukan atau posisi elektron dalam atom. Bilangan kuantum utama (n) berhubungan dengan pemecahan fungsi radial $R(r)$. Pemecahan fungsi polar $\theta(\theta)$ berhubungan dengan bilangan kuantum azimut (l) sedangkan untuk pemecahan fungsi azimuth $\phi(\phi)$ berhubungan bilangan kuantum magnetik (m)(Krane, 2012: 268).

2.7.1 Bilangan Kuantum Utama

Bilangan kuantum utama menunjukkan tingkat energi dari elektron di dalam atom yang berisi satu elektron dan banyak elektron. Selain itu bilangan kuantum utama merupakan dasar penentu harga bilangan kuantum lainnya. Bilangan kuantum utama n berharga positif dan bulat dari $n = 1, 2, 3, \dots$ dst asal tidak bernilai nol. Semakin besar harga n maka tenaga elektron menjadi semakin besar sehingga mengakibatkan ukuran orbitalnya semakin besar(Sukardjo, 2013: 472). Kelompok orbital energi akan membentuk kulit-kulit atom. Menentukan bilangan kuantum utama setara dengan memilih tingkat energi tertentu sesuai dengan model atom Bohr. Semua tingkat energi terkuantisasi dalam atom akan menghasilkan persamaan energy sebagai berikut :

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (2.60)$$

Persamaan diatas menunjukkan besarnya energi bergantung pada nilai bilangan kuantum utama n (Krane, 2012: 269).

2.7.2 Bilangan Kuantum Azimut

Bilangan kuantum azimut ini menentukan bentuk orbital dari elektron. Nilai yang dibolehkan untuk bilangan kuantum ini adalah $l = n - 1$. maka dari

itu nilai dari bilangan kuantum azimut l adalah bilangan bulat dari $0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$. Bilangan kuantum azimut l juga menyatakan kecepatan sudut dari elektron, semakin besar nilai l maka semakin tinggi kecepatannya (Sukardjo, 2013: 472). Besarnya momentum sudut elektron dapat dinyatakan melalui persamaan:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (2.61)$$

(Krane, 2012: 271).

Nilai bilangan kuantum azimut l ini dibatasi oleh bilangan kuantum utama n . Gabungan kedua bilangan tersebut digunakan untuk menyatakan keadaan atomik. Contohnya pada keadaan $n = 2, l = 0$ adalah keadaan $2s$, dan $n = 3, l = 2$ adalah keadaan $3d$. Lebih jelasnya keadaan atomik tersebut dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Tabel 2.1 Notasi simbol keadaan atomik

Kulit Elektron	Bilangan Kuantum Utama (n)	Bilangan Kuantum Azimut (l)		
		0	1	2
		S	P	D
K	1	1s		
L	2	2s	2p	
M	3	3s	3p	3d

(Ohno, 2004:84).

2.7.3 Bilangan Kuantum Magnetik

Bilangan kuantum magnetik menentukan arah orientasi dari orbital di dalam ruang relatif terhadap orbital yang lain. Selain itu, Bilangan kuantum magnetik m juga menyatakan arah dari momentum sudut elektron L yang terkuantisasi. Setiap satu sub kulit terdapat beberapa orbital yang ditandai oleh nilai m . Nilai bilangan kuantum magnetik bergantung pada nilai bilangan kuantum azimut. Nilai bilangan kuantum magnetik $m = (2l + 1)$ untuk setiap nilai l yang mungkin dengan masing-masing nilai bersesuaian dengan orientasi yang berbeda relatif terhadap sumbu z . Nilai m ini berkisar antara $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Contohnya pada keadaan $l = 1$ maka nilai m adalah $-1, 0, +1$ (Sukardjo, 2013: 472).

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan penelitian non eksperimen. Penelitian ini akan dilakukan pada Semester Gasal Tahun Ajaran 2019/2020. Tempat penelitian ialah Laboratorium Fisika Lanjut, Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

3.2 Definisi Operasional

Definisi operasional dalam penelitian ini digunakan untuk menghindari kesalahan-kesalahan dalam mengartikan istilah penelitian yang digunakan. Definisi operasional yang dimaksud adalah mengenai variabel penelitian. Adapun variabel-variabel yang akan diteliti dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

3.2.1 Fungsi Gelombang Atom Tritium

Fungsi gelombang atom Tritium merupakan solusi dari persamaan Schrodinger atom Tritium yang berupa persamaan differensial orde dua untuk atom yang berelektron tunggal dengan menggunakan transformasi koordinat bola (R, θ, ϕ). Fungsi gelombang yang digunakan merupakan gabungan dari fungsi gelombang radial dan fungsi gelombang angular yang terdiri dari fungsi gelombang azimuth dan fungsi gelombang polar. Namun dalam penelitian ini yang digunakan hanya fungsi gelombang radialnya saja yang dapat dilihat dalam lampiran 1.

3.2.2 Probabilitas Elektron dalam Atom Tritium

Probabilitas elektron atom Tritium adalah seberapa besar peluang kebolehdjian menemukan elektron pada atom Tritium. Kuadrat fungsi gelombang atom Tritium dapat menunjukkan bahwa partikel itu ada di suatu tempat untuk setiap saat dan peluang untuk menentukan kedudukan partikel adalah 1. Probabilitas elektron dalam atom Tritium dapat diperoleh dengan cara

mengintegrasikan hasil kuadrat dari fungsi gelombang radial atom Tritium yang sudah ternormalisasi.

3.2.3 Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium

Harga ekspektasi posisi elektron dalam suatu atom menunjukkan nilai rata-rata atau seberapa sering elektron muncul dalam sebuah tempat. Informasi mengenai kedudukan partikel dapat dicari melalui harga ekspektasi dengan menggunakan fungsi gelombang ψ dengan menganggap bahwa elektron berada sepanjang sumbu x. Nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium dapat diperoleh dengan cara mengintegrasikan hasil kali antara posisi dengan kuadrat fungsi gelombang radial atom tritium yang sudah ternormalisasi.

3.2.4 Pendekatan Persamaan Schrodinger

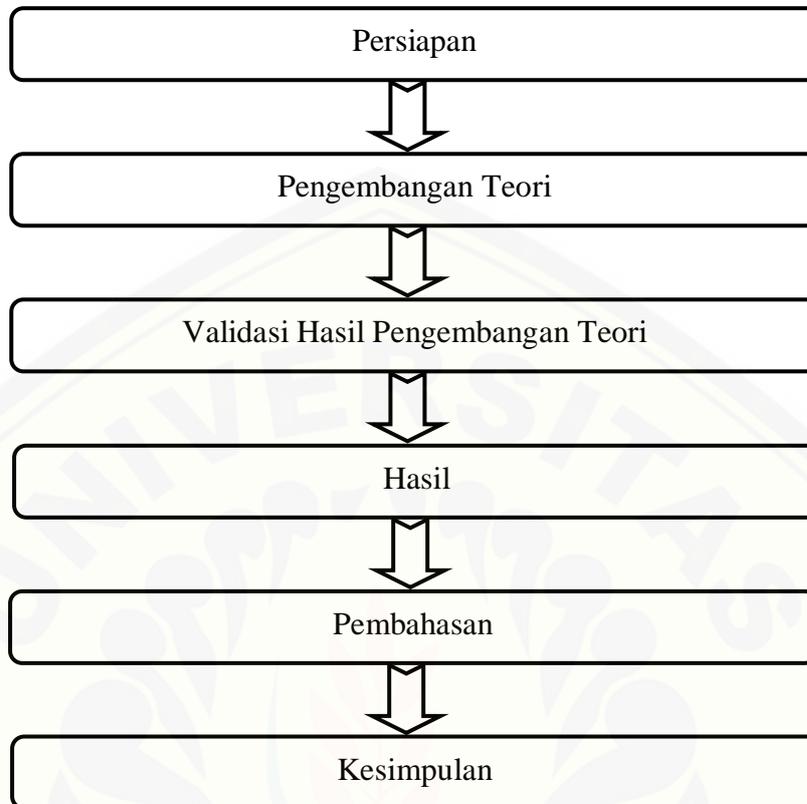
Pendekatan persamaan Schrodinger adalah pendekatan yang berupa persamaan differensial yang menunjukkan hubungan matematis antara massa, energi kinetik, energi potensial dan fungsi gelombang partikel yang berada dalam ruang tiga dimensi. Dengan pendekatan persamaan Schrodinger maka beberapa kasus-kasus fisika dapat dijelaskan seperti spektrum atom hidrogen, menentukan tingkat energi pada atom dan kasus-kasus lainnya.

3.2.5 Bilangan Kuantum

Bilangan kuantum merupakan bilangan yang menunjukkan posisi elektron dalam suatu atom. Terdapat tiga bilangan kuantum yang digunakan untuk mencari solusi persamaan schrodinger dalam koordinat bola atau tiga dimensi antara lain:

- a. Bilangan kuantum utama ($n = 3$)
- b. Bilangan kuantum azimut ($l = 0, 1, 2, \dots, n-1$)
- c. Bilangan kuantum magnetik ($m = -l, \dots, 0, \dots, +l$)

3.3 Langkah Penelitian



Gambar 3.1 Bagan Langkah-Langkah Penelitian

Berdasarkan bagan langkah-langkah penelitian diatas dapat dijelaskan sebagai berikut :

3.3.1 Persiapan

Pada tahap ini merupakan tahapan awal dalam penelitian yang digunakan untuk mempersiapkan bahan-bahan yang akan dijadikan sebagai informasi atau referensi untuk mendukung penelitian yang akan dikaji dengan cara mengumpulkan buku-buku tentang fisika modern, fisika kuantum, fisika atom, fisika matematika dan mekanika lanjut serta jurnal-jurnal baik yang berskala nasional maupun internasional yang berkaitan dengan probabilitas dan nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium.

3.3.2 Pengembangan Teori

Pada tahap kedua ini, peneliti akan mengembangkan teori yang telah ada dari bahan-bahan dan sumber referensi yang telah dikumpulkan sebelumnya mengenai probabilitas dan nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium. Bilangan Kuantum yang digunakan dalam penelitian ini adalah bilangan kuantum utama $n = 1,2,3$. Berdasarkan penelitian sebelumnya (Prastowo *et al*, 2018) didapatkan fungsi gelombang atom Tritium, selanjutnya pengembangan teori pada penelitian ini dilakukan dengan mencari nilai probabilitas atom Tritium secara analitik dan mencari nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom Tritium secara numerik dengan menggunakan teori berikut ini :

- a. Probabilitas Menemukan Elektron

$$P = \int_0^{a_0} r^2 |R(r)|^2 dr \quad (3.1)$$

- b. Nilai Ekspektasi Kedudukan Elektron

$$\langle r \rangle = \int_0^{a_0} r^3 |R(r)|^2 dr \quad (3.2)$$

- c. Jari-jari Atom Tritium

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\mu e^2} \quad (3.3)$$

dengan bilangan kuantum $n = 1,2,3$.

3.3.3 Validasi Pengembangan Teori

Pada tahap ini akan dilakukan suatu validasi terhadap hasil pengembangan teori mengenai probabilitas dan nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium pada bilangan kuantum $n = 1,2,3$. Hasil pengembangan teori akan dicocokkan dengan buku-buku referensi ataupun jurnal-jurnal penelitian yang terkait. Bahan validasi/pembanding yang digunakan ialah probabilitas dan nilai ekspektasi pada atom Hidrogenik baik pada atom Hidrogen sendiri maupun pada atom Deuterium. Data-data mengenai probabilitas dan nilai ekspektasi elektron dalam atom Deuterium dapat digunakan untuk memvalidasi hasil penelitian ini yang sebelumnya ada pada penelitian yang dilakukan oleh Hermanto (2016). Data-data tersebut disajikan dalam bentuk tabel yang dapat dilihat sebagai berikut:

a. Validasi Probabilitas dalam atom Deuterium untuk $n = 1, 2, 3$

Tabel 3.1 Validasi Probabilitas Elektron dalam Atom Deuterium

r (posisi elektron)	$n = 1$	$n = 2$		$n = 3$		
	$l = 0$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
a_0	0.3233	0.0343	0.0037	0.0099	0.0013	0.0000
$5a_0$	0.9972	0.3489	0.5595	0.0899	0.1076	0.0532
$10a_0$	1.0000	0.9405	0.9707	0.1783	0.2513	0.4995
$15a_0$	1.0001	0.9980	0.9991	0.6315	0.7185	0.8699
$20a_0$	1.0004	1.0000	1.0000	0.9175	0.9433	0.9787
$25a_0$	1.0009	1.0001	1.0000	0.9879	0.9922	0.9974
$30a_0$	1.0019	1.0002	1.0000	0.9987	0.9992	0.9997
$35a_0$	1.0033	1.0004	1.0000	1.0000	0.9999	1.0000
$40a_0$	1.0053	1.0007	1.0000	1.0002	1.0000	1.0000
$45a_0$	1.0080	1.0011	1.0000	1.0003	1.0000	

(Hermanto, 2016).

b. Validasi Grafik Rapat Probabilitas Radial atom Hidrogen

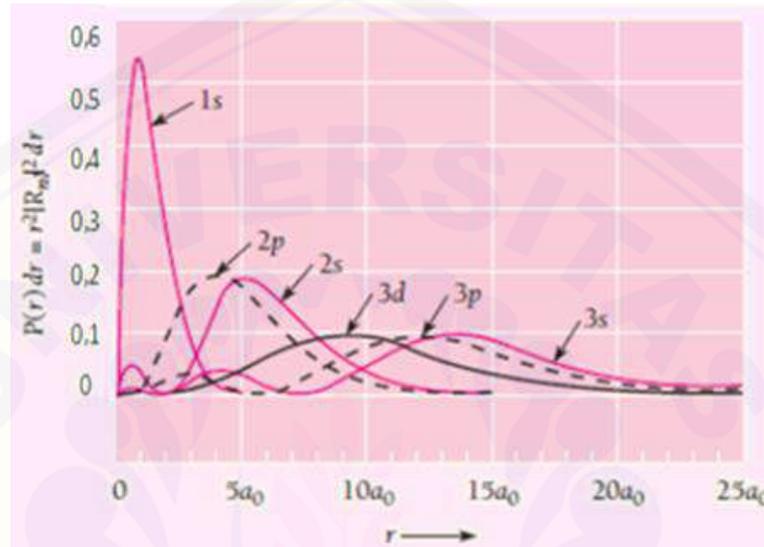
Tabel 3. 2 Validasi Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Deuterium

r	$n = 1$	$n = 2$		$n = 3$		
	$l = 0$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
a_0	$0.2143 a_0$	$0.0220 a_0$	$0.0030 a_0$	$0.0063 a_0$	$0.0010 a_0$	$0.0000 a_0$
$5a_0$	$1.4845 a_0$	$1.2514 a_0$	$1.9202 a_0$	$0.3070 a_0$	$0.3252 a_0$	$0.2188 a_0$
$10a_0$	$1.5000 a_0$	$5.3137 a_0$	$4.6646 a_0$	$1.0314 a_0$	$1.5890 a_0$	$3.6934 a_0$
$15a_0$	$1.4999 a_0$	$5.9678 a_0$	$4.9860 a_0$	$6.7586 a_0$	$7.4052 a_0$	$8.1877 a_0$
$20a_0$	$1.4998 a_0$	$5.9991 a_0$	$4.9996 a_0$	$11.634 a_0$	$11.2231 a_0$	$10.0239 a_0$
$25a_0$	$1.4996 a_0$	$5.9999 a_0$	$5.0000 a_0$	$13.168 a_0$	$12.2872 a_0$	$10.4299 a_0$
$30a_0$	$1.4993 a_0$	$5.9999 a_0$	$5.0000 a_0$	$13.456 a_0$	$12.4730 a_0$	$10.4918 a_0$
$35a_0$	$1.4990 a_0$	$5.9999 a_0$	$5.0000 a_0$	$13.495 a_0$	$12.4972 a_0$	$10.4992 a_0$
$40a_0$	$1.4987 a_0$	$5.9998 a_0$	$5.0000 a_0$	$13.499 a_0$	$12.4997 a_0$	$10.4999 a_0$
$45a_0$	$1.4985 a_0$	$5.9998 a_0$	$5.0000 a_0$	$13.499 a_0$	$12.5000 a_0$	$10.5000 a_0$

(Hermanto, 2016).

c. Validasi Grafik Rapat Probabilitas Radial atom Hidrogen

Berikut ini merupakan validasi untuk grafik rapat probabilitas radial atom Hidrogen pada bilangan kuantum $n = 1,2,3$ yang sesuai dengan literatur. Grafik tersebut berbentuk dua dimensi karena yang dicari hanya besarnya probabilitas pada bagian radialnya saja.



(Beiser, 1990: 214)

Gambar 3.2 Grafik rapat probabilitas radial atom hidrogen dari buku teks untuk bilangan kuantum $n = 1,2,3$

d. Validasi jari-jari atom Hidrogen

Untuk mencari besari jari-jari atom Hidrogen dapat menggunakan persamaan berikut :

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2} \quad (3.4)$$

Berdasarkan persamaan diatas diperoleh nilai jari-jari atom untuk atom hidrogen yaitu $5,291777 \times 10^{-11} m$ (Levi, 2003: 80).

3.3.4. Hasil

Pada tahap selanjutnya peneliti akan melakukan pengambilan data dengan cara perhitungan analitik yang berupa nilai probabilitas elektron dalam atom Tritium pada bilangan kuantum $n = 1,2,3$ yang diperoleh dengan menggunakan persamaan (3.1), sedangkan nilai ekspektasi elektron dalam atom

Tritium pada bilangan kuantum $n = 1, 2, 3$ diperoleh menggunakan persamaan (3.2) dan jari-jari atom Tritiumnya didapatkan melalui persamaan (3.3). Berikut ini merupakan tabel data untuk probabilitas dan nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium:

Tabel 3. 3 Hasil Probabilitas Elektron dalam Atom Tritium

r (posisi elektron)	$n = 1$	$n = 2$		$n = 3$		
	$l = 0$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
a_0						
$2a_0$						
$3a_0$						
$4a_0$						
$5a_0$						
$6a_0$						
$7a_0$						
$8a_0$						
$9a_0$						

Tabel 3. 4 Hasil Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium

r (posisi elektron)	$n = 1$	$n = 2$		$n = 3$		
	$l = 0$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
a_0						
$2a_0$						
$3a_0$						
$4a_0$						
$5a_0$						
$6a_0$						
$7a_0$						

$8a_0$						
$9a_0$						

3.3.5 Pembahasan

Hasil pengambilan data yang dilakukan secara perhitungan serta grafik yang diperoleh dari simulasi matlab 2015a maka selanjutnya akan dijelaskan secara rinci mengenai besarnya nilai probabilitas dan nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom Tritium pada bilangan kuantum $n = 1,2,3$ dimana pada setiap keadaan untuk masing-masing bilangan kuantum utama memiliki titik puncak yang berbeda untuk menemukan kemungkinan terbesar elektron dapat ditemukan.

3.3.6 Kesimpulan

Hasil dari pembahasan selanjutnya akan disimpulkan untuk menjawab rumusan masalah dalam penelitian.

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengembangan dari penelitian serta pembahasan maka dapat diambil kesimpulan bahwa :

- a. Probabilitas posisi elektron dalam atom tritium nilainya akan semakin kecil hingga mendekati nol apabila nilai bilangan kuantumnya semakin besar. Hal ini menunjukkan bahwa elektron sulit ditemukan keberadaannya ketika bilangan kuantum semakin besar. Sebaliknya semakin kecil nilai bilangan kuantumnya maka nilai probabilitasnya semakin besar sehingga elektron mudah ditemukan keberadaannya. Hal ini berkaitan dengan konfigurasi elektron pada atom tritium apabila pada keadaan $n = 1$ maka elektron hanya terisi pada kulit pertama sehingga konfigurasinya menjadi $1s^1$ sehingga semakin besar elektron dapat ditemukan pada keadaan tersebut. Selain itu besarnya nilai probabilitas posisi elektron juga dipengaruhi oleh besarnya interval daerah keberadaan elektron dimana semakin besar interval daerahnya maka semakin pasti elektron benar benar berada dalam daerah tersebut.
- b. Nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium semakin besar ketika bilangan kuantum semakin kecil artinya elektron akan semakin jarang ditemukan atau hampir tidak ada. Saat interval posisi elektron semakin besar maka elektron akan sering muncul pada posisi dimana saja dalam atom tritium. Hal ini terjadi apabila nilai ekspektasi posisi elektron dalam atom tritium semakin besar dan menuju nilai yang hampir tetap.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini pengembangan teori yang dikaji hanya sebatas mencari probabilitas dan nilai ekspektasinya saja. Saran penulis berdasarkan kesimpulan diatas adalah perlu dilakukan penelitian lebih lanjut mengenai atom tritium pada bilangan kuantum diatas 3 juga dapat ditambahkan kajian mengenai perilaku atom tritium dalam medan listrik maupun penelitian terkait atom yang berelektron tunggal serta berelektron banyak dengan efek relativitas sehingga

mempermudah pemahaman terkait kajian pada bidang fisika teori khususnya mengenai atom.



DAFTAR PUSTAKA

- Ashby, N. 1970. *Principles of Modern Physics*. San Fransisco: Holden-Day, inc.
- Atkins, P. W. 1996. *Kimia Fisika*. Cetakan Keempat. Jakarta: Erlangga.
- Beiser, A. 1990. *Konsep Fisika Modern*. Edisi Keempat. Terjemahan oleh The Howling. Jakarta: Erlangga.
- Djuhariningrum, T. 2003. *Isotop Alam dalam Sistem Hidrologi*. Jakarta: BATAN.
- Fuadah, F., S. H. B. Prastowo., L. Nuraini. 2018. Solusi Persamaan Schrodinger Atom Deuterium dengan Bilangan Kuantum $n=4$. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Sains 2018*. 3(2) : 142-147.
- Gautreau, W dan W. Savin. 2006. *Fisika Modern*. Jakarta: Erlangga.
- Griffith, D. J. 2005. *Introduction to Quantum Mechanics*. New York: Prentice Hall, Inc.
- Handayani, R.D. 2005. Fungsi Gelombang Atom Hidrogen dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger. *Jurnal Fisika Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Sains*. ISBN 978-602-72071-1-0.
- Hermanto, W. 2016. Fungsi Gelombang Atom Deuterium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Sains 2016*: 794-802.
- Idris-Bey, K. and Al-Hashimi M. H. 2018. Modelling of The Wave Function and of the Energy States of Hydrogen Stored in a Spherical Cavity. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*. 3(2): 157-163.
- Jason. 2011. *Tritium*. McLean, Virginia: The MITRE Corporation.
- Juwono, A. M. 2017. *Pendahuluan Fisika Kuantum*. Malang: University of Brawijaya Press.
- Krane, K. 2012. *Modern Physics Third Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Levi, A. 2003. *Applied Quantum Mechanics for Engineers and Physicists*. London: Cambridge University Press.
- Liboff, L. R. 1980. *Introductory Quantum Mechanics*. Cornell University, United State of America: Addison-Wesley Publishing Company.

- Nurokhim. 2014. Analisis Tritium dalam Air Laut Menggunakan LSC TRICARB 2910TR melalui Proses Elektrolisis. *Jurnal Teknologi Pengolahan Limbah*. 17(1): 47-54.
- Ohno, K. 2004. *Quantum Chemistry*. Tokyo: Iwanami publishing Company.
- Prastowo, S. H. B., B. Supriadi, S. Bahri, and Z. R. Ridlo. 2018. The Stark Effect on the Spectrum Energy of Tritium in First Excited State with Relativistic Condition. *Journal of Physics: Conference Series*. 1008 012013: 1-8.
- Purwanto, A. 2016. *Fisika Kuantum Edisi 2 Revisi*. Yogyakarta: Gava Media.
- Ries, A. 2012. The Radial Electron Density in the Hydrogen Atom and the Model of Oscillations in a Chain System. *Jurnal Progress in Physics*. 3(1) : 29-34.
- Singh, R. B. 2009. *Introduction to modern physics-Volume 1 Second edition: New age International*. New Delhi: New Age International Publisher.
- Siregar, R. E. 2010. *Teori dan Aplikasi Fisika Kuantum*. Bandung: Widya Padjajaran.
- Sugiyono, V. 2016. *Mekanika Kuantum*. Yogyakarta: CAPS (Center for Acedemic Publishing Service).
- Sukardjo. 2004. *Kimia Fisika*. Cetakan Ketiga. Jakarta: PT. Rineka Cipta.
- Suparmi, A., C. Cari, J. Handhika, C. Yanuarief, and H. Marini. 2018. Approximate Solution of Schrodinger Equation for Modified Poschl-Teller plus Trigonometric Rosen-Morse Non-Central Potentials in Terms of Finite Romanovski Polynomials. *Journal of Apllied Physics*. 2(2): 43-51.
- Supriadi, B., S. H. B. Prastowo, S. Bahri, Z. R. Ridlo, and T. Prihandono. 2018. The Stark Effect on the Wave Function of Tritium in Relativistic Condition. *Journal of Physics: Conference Series*. 997 012045: 1-7.
- Voughn, M. T. 2007. *Introduction to Mathematical Physics*. Germany: Wiley.
- Wiyatmo, Y. 2010. *Fisika Atom dalam perspektif klasik, semiklasik, dan kuantum*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Yusron, M., Firdausi, K.S., Sumariyah. 2007. Review Probabilitas Menemukan Elektron dengan Fungsi Gelombang Simetri dan Antisimetri pada Molekul H_2^+ . *Jurnal Fisika*. 10(1): 7-12.

Zettili, N. 2009. *Quantum Mechanics Concepts and Applications Second Edition*. Jacksonville, USA: John Wiley and Sons, Ltd.



LAMPIRAN

Lampiran 1. Matriks Penelitian

JUDUL	TUJUAN PENELITIAN	VARIABEL	DATA DAN TEKNIK PENGAMBILAN DATA	METODE PENELITIAN
Probabilitas dan Nilai Ekspektasi Elektron dalam Atom Tritium Dengan Pendekatan Persamaan Schrödinger pada Bilangan Kuantum $n \leq 3$	<ol style="list-style-type: none"> Menentukan probabilitas elektron dalam atom Tritium dengan menggunakan persamaan Schrodinger dengan bilangan kuantum $n \leq 3$ Menentukan nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium dengan menggunakan persamaan Schrodinger dengan bilangan kuantum $n \leq 3$ 	<p>Variabel Bebas :</p> <ol style="list-style-type: none"> Bilangan kuantum $n \leq 3$ <p>Variabel kontrol :</p> <ol style="list-style-type: none"> Atom Tritium Persamaan schrodinger <p>Variabel Terikat :</p> <ol style="list-style-type: none"> Probabilitas elektron dalam atom Tritium dengan bilangan kuantum $n \leq 3$ Nilai ekspektasi elektron dalam atom Tritium dengan bilangan kuantum $n \leq 3$ 	<ol style="list-style-type: none"> Data : Primer Sumber data : Buku Fisika Kuantum dan Fisika Modern Tenik Pengambilan Data : perhitungan dilakukan secara analitik (menggunakan persamaan Schrodinger) dan secara numerik menggunakan program MATLAB 	<p>Jenis Penelitian:</p> <p>Non Eksperimen dengan Kajian Teoritis (<i>Study Literature</i>)</p>

Lampiran 2. Fungsi Gelombang Atom Tritium untuk n = 1,2,3

n	l	m	R(r)	Θ(θ)	Φ(φ)	ψ(r, θ, φ)
1	0	0	$2(a_0^{-3/2})e^{-r/a_0}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}e^{-r/a_0}$
2	0	0	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}}(2 - \frac{r}{a_0})e^{-r/2a_0}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}}(2 - \frac{r}{a_0})e^{-r/2a_0}$
		0	$\frac{1}{\sqrt{6a_0^3}}(\frac{r}{2a_0})e^{-r/2a_0}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}\cos\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{r}{4a_0}\sqrt{\frac{1}{2\pi a_0^3}}\cos\theta e^{-r/2a_0}$
	1	1	$\frac{1}{\sqrt{6a_0^3}}(\frac{r}{2a_0})e^{-r/2a_0}$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}\sin\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{i\phi}$	$-\frac{r}{4a_0}\sqrt{\frac{1}{2\pi a_0^3}}\sin\theta e^{-r/2a_0}e^{i\phi}$
		-1	$\frac{1}{\sqrt{6a_0^3}}(\frac{r}{2a_0})e^{-r/2a_0}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}\sin\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\phi}$	$\frac{r}{4a_0}\sqrt{\frac{1}{2\pi a_0^3}}\sin\theta e^{-r/2a_0}e^{-i\phi}$
3	0	0	$\frac{2}{3\sqrt{3a_0^3}}e^{-r/3a_0}(\frac{2}{27}(\frac{r}{a_0})^2 - \frac{2r}{3a_0} + 1)$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{3\sqrt{3\pi a_0^3}}e^{-r/3a_0}(\frac{2}{27}(\frac{r}{a_0})^2 - \frac{2r}{3a_0} + 1)$
		0	$\frac{8}{27\sqrt{6a_0^3}}e^{-r/3a_0}(\frac{r}{a_0})(-\frac{r}{6a_0} + 1)$	$\sqrt{\frac{3}{2}}\cos\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{4}{27\sqrt{2\pi a_0^3}}(\frac{r}{a_0})(-\frac{r}{6a_0} + 1)\cos\theta e^{-r/3a_0}$
	1	1	$\frac{8}{27\sqrt{6a_0^3}}e^{-r/3a_0}(\frac{r}{a_0})(-\frac{r}{6a_0} + 1)$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}\sin\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{i\phi}$	$-\frac{2}{27\sqrt{\pi a_0^3}}(\frac{r}{a_0})(-\frac{r}{6a_0} + 1)\sin\theta e^{-r/3a_0}e^{i\phi}$
		-1	$\frac{8}{27\sqrt{6a_0^3}}e^{-r/3a_0}(\frac{r}{a_0})(-\frac{r}{6a_0} + 1)$	$\sqrt{\frac{3}{4}}\sin\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\phi}$	$\frac{2}{27\sqrt{\pi a_0^3}}(\frac{r}{a_0})(-\frac{r}{6a_0} + 1)\sin\theta e^{-r/3a_0}e^{-i\phi}$
	2	0	$\frac{4}{81}\sqrt{\frac{1}{30a_0^3}}(\frac{r}{a_0})^2 e^{-r/3a_0}$	$\sqrt{\frac{5}{8}}(3\cos^2\theta - 1)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi a_0^3}}(\frac{r}{a_0})^2 (3\cos^2\theta - 1)e^{-r/3a_0}$

(Prastowo et al, 2018).

Lampiran 3. Massa Tereduksi dan Jari-Jari Atom Tritium

Dengan studi literatur diperoleh beberapa ketetapan, yaitu:

1. Ketetapan planck ($\hbar = 1,054589 \times 10^{-34} \text{ J.s}$)
2. Massa proton ($m_p = 1,6726231 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}$)
3. Massa neutron ($m_n = 1,674927471 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939,565 \text{ MeV}/c$)
4. Massa elektron ($m_e = 9,10938215 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,5119 \text{ MeV}/c^2$)

Dari data yang diperoleh berdasarkan studi literatur, maka diperoleh massa inti atom Tritium sebagai berikut:

$$\begin{aligned} m_i &= m_p + 2(m_n) \\ &= \{(1,6726231 \times 10^{-27} \text{ kg}) + 2(1,674927471 \times 10^{-27} \text{ kg})\} \\ &= \{(1,6726231 \times 10^{-27} \text{ kg}) + (3,34991 \times 10^{-27} \text{ kg})\} \\ &= 5,022559 \times 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh massa tereduksi dari atom Tritium,

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m_i m_e}{m_i + m_e} \\ &= \frac{5,022559 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 9,10938215 \times 10^{-31} \text{ kg}}{5,022559 \times 10^{-27} \text{ kg} + 9,10938215 \times 10^{-31} \text{ kg}} \\ &= 9,10787809 \times 10^{-31} \text{ kg} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh jari-jari atom Tritium dengan menggunakan konstanta struktur

halus $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,307113707464 \times 10^{-28}$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} r &= \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\mu e^2} = \frac{n^2 \hbar^2}{\mu \alpha} = \frac{(1)(1,054589 \times 10^{-34})^2}{(9,10787809 \times 10^{-31})(2,307113707464 \times 10^{-28})} \\ &= 5,29273641 \times 10^{-11} \text{ m} \end{aligned}$$

Lampiran 4. Perhitungan Probabilitas Posisi Elektron Atom Tritium

4.1 Pada Batas a_0

4.1.1 Probabilitas posisi elektron untuk $n = 1$

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{a_0} r^2 |R_{10}|^2 dr \\
 &= \int_0^{a_0} r^2 \left| \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}} \right|^2 dr \\
 &= \frac{4}{a_0^3} \int_0^{a_0} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr \\
 &= \frac{4}{a_0^3} \left(\frac{-a_0 r^2}{2e^{\frac{2r}{a_0}}} - \frac{a_0^2 r}{2e^{\frac{2r}{a_0}}} - \frac{-a_0^3}{4e^{\frac{2r}{a_0}}} \right) \Bigg|_0^{a_0} \\
 &= \frac{2}{a_0^3} \left\{ \left(\frac{-a_0^3 - a_0^3 - \frac{a_0^3}{2}}{e^2} \right) - \left(-\frac{a_0^3}{2} \right) \right\} \\
 &= \frac{2}{a_0^3} \left\{ -\frac{5}{2} a_0^3 + \frac{a_0^3}{2} \right\} \\
 &= 2 \left\{ -\frac{5}{2e^2} + \frac{1}{2} \right\} \\
 &= 2 \left\{ -\frac{5}{2 \times 7,38905611} + \frac{1}{2} \right\} \\
 &= 2 \left\{ -\frac{5}{14,7781122} + \frac{1}{2} \right\} \\
 &= 2\{-0,33833821 + 0,5\} \\
 &= 2\{0,16166179\} \\
 &= 0,32332358 \\
 &= 32,33235838\% \\
 &= 32,33236\%
 \end{aligned}$$

4.1.2 Probabilitas posisi elektron untuk $n = 2$ dan $l = 0$

$$\begin{aligned}
P &= \int_0^{a_0} r^2 |R_{20}|^2 dr \\
&= \int_0^{a_0} r^2 \left| \frac{\left(2 - \frac{r}{a_0}\right)}{2\sqrt{2a_0^3}} e^{-\frac{r}{2a_0}} \right|^2 dr \\
&= \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{a_0} r^2 \left(4 - \frac{4r}{a_0} + \frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{a_0}} dr \\
&= \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{a_0} \left(4r^2 - \frac{4r^3}{a_0} + \frac{r^4}{a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{a_0}} dr \\
&= \frac{1}{8a_0^3} \left(-4r^2 a_0 + 4r^3 - \frac{r^4}{a_0} - 8ra_0^2 + 12r^2 a_0 - 4r^3 - 8a_0^3 + 24ra_0^2 \right. \\
&\quad \left. - 12r^2 a_0 + 24a_0^3 - 24ra_0^2 - 24a_0^3 \right) e^{-\frac{r}{a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
&= \frac{1}{8a_0^3} \left(\frac{-4r^2 a_0 - \frac{r^4}{a_0} - 8ra_0^2 - 8a_0^3}{e^{\frac{r}{a_0}}} \right) \Big|_0^{a_0} \\
&= \frac{1}{8a_0^3} \left\{ \left(\frac{-4a_0^3 - a_0^3 - 8a_0^3 - 8a_0^3}{e} \right) - (-8a_0^3) \right\} \\
&= \frac{1}{8a_0^3} \left\{ -\frac{21a_0^3}{e} + 8a_0^3 \right\} \\
&= \frac{1}{8} \left\{ -\frac{21}{e} + 8 \right\} \\
&= \frac{1}{8} \left\{ -\frac{21}{2,71828183} + 8 \right\} \\
&= \frac{1}{8} \{-7,72546826 + 8\}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{8} \{0,27453174\}$$

$$= 0,0343164669$$

$$= 3,43164669\%$$

$$= 3,43165\%$$

4.1.3 Probabilitas posisi elektron untuk $n = 2$ dan $l = 1$

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{a_0} r^2 |R_{21}|^2 dr \\
 &= \int_0^{a_0} r^2 \left| \frac{2}{2a_0^2 \sqrt{6a_0^3}} e^{-\frac{r}{2a_0}} \right|^2 dr \\
 &= \frac{1}{24a_0^5} \int_0^{a_0} r^4 e^{-\frac{r}{a_0}} dr \\
 &= \frac{1}{24a_0^5} \left(-r^4 a_0 + 4r^3 a_0^2 - 12r^2 a_0^3 - 24ra_0^4 - 24a_0^5 \right) e^{-\frac{r}{a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
 &= \frac{1}{24a_0^5} \left\{ \left(\frac{-a_0^5 - 4a_0^5 - 12a_0^5 - 24a_0^5 - 24a_0^5}{e} \right) - (-24a_0^5) \right\} \\
 &= \frac{1}{24a_0^5} \left\{ -\frac{65a_0^5}{e} + 24a_0^5 \right\} \\
 &= \frac{1}{24} \left\{ -\frac{65}{e} + 24 \right\} \\
 &= \frac{1}{24} \left\{ -\frac{65}{2,7182813} + 24 \right\} \\
 &= \frac{1}{24} \{-23,9121637 + 24\}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{24} \{0,0878363\}$$

$$= 0,0036598468$$

$$= 0,36598468\%$$

$$= 0,36598\%$$

4.1.4 Probabilitas posisi elektron untuk $n = 3$ dan $l = 0$

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{a_0} r^2 |R_{30}|^2 dr \\
 &= \int_0^{a_0} r^2 \left| \frac{2}{81\sqrt{3a_0^3}} \left(27 - \frac{18r}{a_0} + \frac{2r^2}{a_0^2} \right) e^{-\frac{r}{3a_0}} \right|^2 dr \\
 &= \frac{4}{19683a_0^3} \int_0^{a_0} r^2 \left(729 - \frac{972r}{a_0} + \frac{432r^2}{a_0^2} - \frac{72r^3}{a_0^3} + \frac{4r^4}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
 &= \frac{4}{19683a_0^3} \int_0^{a_0} \left(729r^2 - \frac{972r^3}{a_0} + \frac{432r^4}{a_0^2} - \frac{72r^5}{a_0^3} + \frac{4r^6}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
 &= \frac{4}{19683a_0^3} \left\{ \left(-1093,5r^2a_0 + 1458r^3 - 648\frac{r^4}{a_0} + 108\frac{r^5}{a_0^2} - 6\frac{r^6}{a_0^3} \right) \right. \\
 &\quad + \left(-3280,5ra_0^2 + 6561r^2a_0 - 3888r^3 + 810\frac{r^4}{a_0} - 54\frac{r^5}{a_0^2} \right) \\
 &\quad + \left(-4920,75a_0^3 + 19683ra_0^2 + 17496r^2a_0 - 4860r^3 + 405\frac{r^4}{a_0} \right) \\
 &\quad + (29524,5a_0^3 - 52488ra_0^2 + 21870r^2a_0 - 2430r^3) \\
 &\quad + (-78732a_0^3 - 65610ra_0^2 + 10935r^2a_0) + (98415a_0^3 - 32805ra_0^2) \\
 &\quad \left. + (-49207,5a_0^3) \right\} e^{-\frac{2r}{3a_0}} \Big|_0^{a_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4}{19683a_0^3} \{(-1093,5a_0^3 + 1458a_0^3 - 648a_0^3 + 108a_0^3 - 6a_0^3) \\
&\quad + (-3280,5a_0^3 + 6561a_0^3 - 3888a_0^3 + 810a_0^3 - 54a_0^3) \\
&\quad + (-4920,75a_0^3 + 19683a_0^3 - 17496a_0^3 + 4860a_0^3 - 405a_0^3) \\
&\quad + (29524,5a_0^3 - 52488a_0^3 + 21870a_0^3 - 2430a_0^3) \\
&\quad + (-78732a_0^3 + 65610a_0^3 - 10935a_0^3) + (98415a_0^3 - 32805a_0^3) \\
&\quad + (-49207,5a_0^3)e^{-\frac{2}{3}} - (-4920,75a_0^3)\} \\
&= \frac{4}{19683a_0^3} \left\{ \left(\frac{-9489,75a_0^3}{e^{\frac{2}{3}}} \right) - (-4920,75a_0^3) \right\} \\
&= \frac{4}{19683} \left\{ -\frac{-9489,75}{1,9477340411} + 4920,75 \right\} \\
&= \frac{4}{19683} \{-4872,2000105 + 4920,75\} \\
&= \frac{4}{19683} \{48,549895\} \\
&= 0,0098663607 \\
&= 0,98663607\% \\
&= 0,98664\%
\end{aligned}$$

4.1.5 Probabilitas posisi elektron untuk $n = 3$ dan $l = 1$

$$\begin{aligned}
P &= \int_0^{a_0} r^2 |R_{31}|^2 dr \\
&= \int_0^{a_0} r^2 \left| \frac{4}{81\sqrt{6a_0^3}} \left(\frac{6r}{a_0} + \frac{r^2}{a_0^2} \right) e^{-\frac{r}{3a_0}} \right|^2 dr
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{16}{39366a_0^3} \int_0^{a_0} r^2 \left(\frac{36r^2}{a_0^2} - \frac{12r^3}{a_0^3} + \frac{r^4}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \int_0^{a_0} \left(\frac{36r^4}{a_0^2} - \frac{12r^5}{a_0^3} + \frac{r^6}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \left\{ \left(-54 \frac{r^4}{a_0} + 18 \frac{r^5}{a_0^2} - 1,5 \frac{r^6}{a_0^3} \right) + \left(-324r^3 + 135 \frac{r^4}{a_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 13,5 \frac{r^5}{a_0^2} \right) + \left(-1458r^2a_0 + 810r^3 - 101,25 \frac{r^4}{a_0} \right) + (-4374ra_0^2 \right. \\
&\quad \left. + 3645r^2a_0 - 607,5r^3) + (-6561a_0^3 + 10935ra_0^2 - 2733,75r^2a_0) \right. \\
&\quad \left. + (16402,5a_0^3 - 8201,25ra_0^2) + (-12301,875a_0^3) \right\} e^{-\frac{2r}{3a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \{ (-54a_0^3 + 18a_0^3 - 1,5a_0^3) + (-324a_0^3 + 135a_0^3 \\
&\quad - 13,5a_0^3) + (-1458a_0^3 + 810a_0^3 - 101,25a_0^3) + (-4374a_0^3 \\
&\quad + 3645a_0^3 - 607,5a_0^3) + (-6561a_0^3 + 10935a_0^3 - 2733,75a_0^3) \\
&\quad + (16402,5a_0^3 - 8201,25a_0^3) + (-12301,875a_0^3) \} e^{-\frac{2}{3}} - (-6561a_0^3 \\
&\quad + 16402,5a_0^3 - 12301,875a_0^3) \} \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \left\{ \left(\frac{-4786,125a_0^3}{e^{\frac{2}{3}}} \right) - (-2460,375a_0^3) \right\} \\
&= \frac{16}{39366} \left\{ -\frac{4786,125}{1,9477340411} + 2460,375 \right\} \\
&= \frac{16}{39366} \{-2457,278509 + 2460,375\} \\
&= \frac{4}{19683} \{3,096491\} \\
&= 0,001258544 \\
&= 0,12585444\%
\end{aligned}$$

$$= 0,12585\%$$

4.1.6 Probabilitas posisi elektron untuk $n = 3$ dan $l = 2$

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{a_0} r^2 |R_{32}|^2 dr \\
 &= \int_0^{a_0} r^2 \left| \frac{4}{81a_0^2 \sqrt{30a_0^3}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \right|^2 dr \\
 &= \frac{16}{196830a_0^7} \int_0^{a_0} r^6 e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
 &= \frac{16}{196830a_0^7} \left\{ \left(r^6 \frac{3a_0}{2} + 6r^5 \frac{-9a_0^2}{4} + 30r^4 \frac{-27a_0^3}{8} + 120r^4 \frac{-81a_0^4}{16} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 360r^2 \frac{-243a_0^5}{32} + 720r \frac{-2187a_0^6}{64} + 720 \frac{-2187a_0^7}{128} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} \right]_0^{a_0} \\
 &= \frac{16}{196830a_0^7} \left\{ \left(-\frac{3a_0^7}{2} - \frac{54a_0^7}{4} - \frac{810a_0^7}{8} - \frac{9720a_0^7}{16} - \frac{87480a_0^7}{32} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{524880a_0^7}{64} - \frac{1574640a_0^7}{128} \right) e^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1574640a_0^7}{128} \right) \right\} \\
 &= \frac{16}{196830} \left\{ \left(-\frac{3066960}{128e^{\frac{2}{3}}} + \frac{1574640}{128} \right) \right\} \\
 &= \frac{16}{196830} \left(-\frac{3066960}{249,309957} + \frac{1574640}{128} \right) \\
 &= \frac{16}{196830} (-12301,875 + 12301,79507) \\
 &= \frac{16}{196830} (0,07993) \\
 &= 0,0000064984
 \end{aligned}$$

= 0,00064984%

= 0,00065%



Lampiran 5. Perhitungan Nilai Ekspektasi Posisi Elektron Atom Tritium

5.1 Pada Batas a_0

5.1.1 Nilai ekspektasi posisi elektron untuk $n = 1$

$$\begin{aligned}
 \langle r \rangle &= \int_0^{a_0} r^3 |R_{10}|^2 dr \\
 &= \int_0^{a_0} r^3 \left| \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}} \right|^2 dr \\
 &= \frac{4}{a_0^3} \int_0^{a_0} r^3 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr \\
 &= \frac{4}{a_0^3} \left(\left[-\frac{r^3 a_0}{2} - \frac{3r^2 a_0^2}{4} - \frac{3ra_0^3}{4} - \frac{3a_0^4}{8} \right] e^{-\frac{2r}{a_0}} \right) \Bigg|_0^{a_0} \\
 &= \frac{1}{a_0^3} \left\{ \left(\frac{-2a_0^4 - 3a_0^4 - 3a_0^4 - \frac{3a_0^4}{2}}{e^2} \right) - \left(-\frac{3a_0^4}{2} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{a_0^3} \left(\frac{-19a_0^4}{2e^2} + \frac{3a_0^4}{2} \right) \\
 &= a_0 \left(\frac{-19}{2e^2} + \frac{3}{2} \right) \\
 &= \frac{a_0}{2} \left(\frac{-19}{e^2} + 3 \right) \\
 &= \frac{a_0}{2} \left(\frac{-19}{7,38905611} + 3 \right) \\
 &= \frac{a_0}{2} (-2,5713703815 + 3) \\
 &= \frac{a_0}{2} (0,4286296185) \\
 &= 0,2143148093a_0 \\
 &= 0,2143148 a_0
 \end{aligned}$$

5.1.2 Nilai ekspektasi posisi elektron untuk $n = 2$ dan $l = 0$

$$\begin{aligned}
 \langle r \rangle &= \int_0^{a_0} r^3 |R_{20}|^2 dr \\
 &= \int_0^{a_0} r^3 \left| \frac{\left(2 - \frac{r}{a_0}\right)}{2\sqrt{2a_0^3}} e^{-\frac{r}{2a_0}} \right|^2 dr \\
 &= \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{a_0} r^3 \left(4 - \frac{4r}{a_0} + \frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{a_0}} dr \\
 &= \frac{1}{8a_0^3} \int_0^{a_0} \left(4r^3 - \frac{4r^4}{a_0} + \frac{r^5}{a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{a_0}} dr \\
 &= \frac{1}{8a_0^3} \left(-48a_0^4 - 48ra_0^3 - 24r^2a_0^2 - 8r^3a_0 - r^4 - \frac{r^5}{a_0} \right) e^{-\frac{r}{a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
 &= \frac{1}{8a_0^3} \left\{ \left(\frac{-48a_0^4 - 48a_0^4 - 24a_0^4 - 8a_0^4 - a_0^4 - a_0^4}{e} \right) - (-48a_0^4) \right\} \\
 &= \frac{1}{8a_0^3} \left\{ -\frac{130a_0^4}{e} + 48a_0^4 \right\} \\
 &= \frac{1}{8} \left\{ -\frac{130}{e} + 48 \right\} \\
 &= \frac{1}{8} \left\{ -\frac{130}{2,7182813} + 48 \right\} \\
 &= \frac{a_0}{8} \{-47,8243273523 + 48\} \\
 &= \frac{a_0}{8} \{0,1756726477\} \\
 &= 0,0219590810a_0 \\
 &= 0,0219591 a_0
 \end{aligned}$$

5.1.3 Nilai ekspektasi posisi elektron untuk $n = 2$ dan $l = 1$

$$\begin{aligned}
\langle r \rangle &= \int_0^{a_0} r^3 |R_{21}|^2 dr \\
&= \int_0^{a_0} r^3 \left| \frac{2}{2a_0^2 \sqrt{6a_0^3}} e^{-\frac{r}{2a_0}} \right|^2 dr \\
&= \frac{1}{24a_0^5} \int_0^{a_0} r^5 e^{-\frac{r}{a_0}} dr \\
&= \frac{1}{24a_0^5} \left(-r^5 a_0 - 5r^4 a_0^2 - 20r^3 a_0^3 - 60r^2 a_0^4 - 120r a_0^5 \right. \\
&\quad \left. - 120a_0^6 \right) e^{-\frac{r}{a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
&= \frac{1}{24a_0^5} \left\{ \left(\frac{-a_0^6 - 5a_0^6 - 20a_0^6 - 60a_0^6 - 120a_0^6 - 120a_0^6}{e} \right) \right. \\
&\quad \left. - (-120a_0^6) \right\} \\
&= \frac{1}{24a_0^5} \left\{ -\frac{326a_0^6}{e} + 120a_0^6 \right\} \\
&= \frac{a_0}{24} \left\{ -\frac{326}{e} + 120 \right\} \\
&= \frac{a_0}{24} \left\{ -\frac{326}{2,7182813} + 120 \right\} \\
&= \frac{a_0}{24} \{-119,9286978219 + 120\} \\
&= \frac{a_0}{24} \{0,0713021781\} \\
&= 0,0029709241a_0 \\
&= 0,0029709 a_0
\end{aligned}$$

5.1.4 Nilai ekspektasi posisi elektron untuk $n = 3$ dan $l = 0$

$$\begin{aligned}
\langle r \rangle &= \int_0^{a_0} r^3 |R_{30}|^2 dr \\
&= \int_0^{a_0} r^3 \left| \frac{2}{81\sqrt{3a_0^3}} \left(27 - \frac{18r}{a_0} + \frac{2r^2}{a_0^2} \right) e^{-\frac{r}{3a_0}} \right|^2 dr \\
&= \frac{4}{19683a_0^3} \int_0^{a_0} r^3 \left(729 - \frac{972r}{a_0} + \frac{432r^2}{a_0^2} - \frac{72r^3}{a_0^3} + \frac{4r^4}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{4}{19683a_0^3} \int_0^{a_0} \left(729r^3 - \frac{972r^4}{a_0} + \frac{432r^5}{a_0^2} - \frac{72r^6}{a_0^3} + \frac{4r^7}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{4}{19683a_0^3} \left\{ \left(-1093,5r^3a_0 + 1458r^4 - 648\frac{r^5}{a_0} + 108\frac{r^6}{a_0^2} - 6\frac{r^7}{a_0^3} \right) \right. \\
&\quad + \left(-4920,75r^2a_0^2 + 8748r^3a_0 - 4860r^4 + 972\frac{r^5}{a_0} - 63\frac{r^6}{a_0^2} \right) \\
&\quad + \left(-14762,25ra_0^3 + 39366r^2a_0^2 + 29160r^3a_0 - 7290r^4 + 567\frac{r^5}{a_0} \right) \\
&\quad + \left(-22143,375a_0^4 + 118098ra_0^3 - 131220r^2a_0^2 + 43740r^3a_0 \right. \\
&\quad \left. - 4252,5r^4 \right) + \left(177147a_0^4 - 393660ra_0^3 + 186830r^2a_0^2 \right. \\
&\quad \left. - 25515r^3 \right) + \left(-590490a_0^4 + 590490ra_0^3 - 114817,5r^2a_0^2 \right) \\
&\quad \left. + (885735a_0^4 - 344452,5ra_0^3)(-516678,75a_0^4) \right\} e^{-\frac{2r}{3a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
&= \frac{4}{19683a_0^3} \{ (-1093,5a_0^4 + 1458a_0^4 - 648a_0^4 + 108a_0^4 - 6a_0^4) \\
&\quad + (-4920,75a_0^4 + 8748a_0^4 - 4860a_0^4 + 972a_0^4 - 63a_0^4) \\
&\quad + (-14762,25a_0^4 + 39366a_0^4 + 29160a_0^4 - 7290a_0^4 + 567a_0^4) \\
&\quad + (-22143,375a_0^4 + 118098a_0^4 - 131220a_0^4 + 43740a_0^4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4252,5a_0^4) + (177147a_0^4 - 393660a_0^4 + 186830a_0^4 \\
& -25515a_0^4) + (-590490a_0^4 + 590490a_0^4 - 114817,5a_0^4) \\
& + (885735a_0^4 - 344452,5a_0^4)(-516678,75a_0^4)e^{\frac{2}{3}} - (-22143,375a_0^4 \\
& + 177147a_0^4 - 590490a_0^4 + 885735a_0^4 - 516678,75a_0^4) \} \\
& = \frac{4}{19683a_0^3} \left\{ \left(\frac{-129328,125a_0^4}{e^{\frac{2}{3}}} \right) - (-66430,125a_0^4) \right\} \\
& = \frac{4}{19683} \left\{ -\frac{129328,125}{1,9477340411} + 66430,125 \right\} a_0 \\
& = \frac{4}{19683} \{-66399,27335 + 66430,125\} a_0 \\
& = \frac{4}{19683} \{30,85165416\} a_0 \\
& = 0,006269705666a_0 \\
& = 0,0062697 a_0
\end{aligned}$$

5.1.5 Nilai ekspektasi posisi elektron untuk $n = 3$ dan $l = 1$

$$\begin{aligned}
\langle r \rangle &= \int_0^{a_0} r^3 |R_{31}|^2 dr \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \int_0^{a_0} r^3 \left(\frac{36r^2}{a_0^2} - \frac{12r^3}{a_0^3} + \frac{r^4}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \int_0^{a_0} \left(\frac{36r^5}{a_0^2} - \frac{12r^6}{a_0^3} + \frac{r^7}{a_0^4} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{16}{39366a_0^3} \left\{ \left(-54 \frac{r^5}{a_0} + 18 \frac{r^6}{a_0^2} - 1,5 \frac{r^7}{a_0^3} \right) + \left(-405r^4 + 162 \frac{r^5}{a_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 15,75 \frac{r^6}{a_0^2} \right) + \left(-2430r^3a_0 + 1215r^4 - 141,75 \frac{r^5}{a_0} \right) + (-10935r^2a_0^2 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +7290r^3a_0 - 1063,125r^4) + ((-32805ra_0^3 + 32805r^2a_0^2 \\
& -6378,75r^3a_0 + (-49207,5a_0^4 + 98415ra_0^3 - 28704,375r^2a_0^2) \\
& +(147622,5a_0^4 - 86113,125ra_0^3) + (-129169,6875a_0^4)e^{\frac{2r}{3a_0}} \Big|_0^{a_0} \\
& = \frac{16}{39366a_0^3} \{(-54a_0^4 + 18a_0^4 - 1,5a_0^4) + (-405a_0^4 + 162a_0^4 \\
& -15,75a_0^4) + (-2430a_0^4 + 1215a_0^4 - 141,75a_0^4) + (-10935a_0^4 \\
& +7290a_0^4 - 1063,125a_0^4) + (-32805a_0^4 + 32805a_0^4 \\
& -6378,75a_0^4 + (-49207,5a_0^4 + 98415a_0^4 - 28704,375a_0^4) \\
& +(147622,5a_0^4 - 86113,125a_0^4) + (-129169,6875a_0^4)e^{\frac{2}{3}} \\
& -(-49207,5a_0^4 + 147622,5a_0^4 - 129169,6875a_0^4)\} \\
& = \frac{16}{39366a_0^3} \left\{ \left(\frac{-59897,0625a_0^4}{e^{\frac{2}{3}}} \right) - (-30754,6875a_0^4) \right\} \\
& = \frac{16}{39366} \left\{ -\frac{59897,0625}{1,9477340411} + 30754,6875 \right\} a_0 \\
& = \frac{16}{39366} \{-30752,177267265 + 30754,6875\} a_0 \\
& = \frac{4}{19683} \{2,5102327349\} a_0 \\
& = 0,0010202642 a_0 \\
& = 0,0010203 a_0
\end{aligned}$$

5.1.6 Nilai ekspektasi posisi elektron untuk $n = 3$ dan $l = 2$

$$\langle r \rangle = \int_0^{a_0} r^3 |R_{32}|^2 dr$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{a_0} r^3 \left| \frac{4}{81a_0^2 \sqrt{30a_0^3}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \right|^2 dr \\
&= \frac{16}{196830a_0^7} \int_0^{a_0} r^7 e^{-\frac{2r}{3a_0}} dr \\
&= \frac{16}{196830a_0^7} \left\{ \left(r^7 \frac{3a_0}{2} + 7r^6 \frac{-9a_0^2}{4} + 42r^5 \frac{-27a_0^3}{8} + 210r^4 \frac{-81a_0^4}{16} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 840r^3 \frac{-243a_0^5}{32} + 2520r^2 \frac{-729a_0^6}{64} + 5040r \frac{-2187a_0^7}{128} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. 5040 \frac{-6561a_0^8}{256} \right) e^{-\frac{2r}{3a_0}} \right]_0^{a_0} \\
&= \frac{16}{196830a_0^7} \{ (-1,5a_0^8 - 15,75a_0^8 - 141,75a_0^8 - 1063,125a_0^8 \\
&\quad - 6378,75a_0^8 - 28704,375a_0^8 - 86113,125a_0^8 - 129169,6875a_0^8) e^{-\frac{2}{3}} \\
&\quad - (-129169,6875a_0^8) \} \\
&= \frac{16}{196830a_0^7} \left\{ \left(-\frac{251588,0625a_0^8}{e^{\frac{2}{3}}} + 129169,6875a_0^8 \right) \right\} \\
&= \frac{16}{196830} \left(-\frac{251588,0625}{1,9477340411} + 129169,6875 \right) a_0 \\
&= \frac{16}{196830} (-129169,61823174 + 129169,6875) a_0 \\
&= \frac{16}{196830} (0,0692682583) a_0 \\
&= 0,0000056307 a_0 \\
&= 0,0000056 a_0
\end{aligned}$$

Lampiran 6. M-File Grafik Rapat Probabilitas Radial Pada Matlab 2015a

```

function P=grafikprobabilitas(a0)
a0=5.29273641e-11;
n=0:0.001:25;
r=n.*a0;
x=r/a0;
R10=2.*(1./a0)^1.5).*exp(-r./a0);
R20=(1/(2*(sqrt(2)))).*(1./a0)^1.5.*(2-(r/a0)).*exp(-r./(2*a0));
R30=(2/(81*(sqrt(3)))).*(1./a0).^1.5.*(27-
(18.*(r/a0))+(2.*(r/a0).^2)).*exp(-r/(3*a0));
R21=(1/(2*(sqrt(6)))).*(1./a0)^1.5.*(r/a0).*exp(-r./(2*a0));
R31=(4/(81*(sqrt(6)))).*(1./a0).^1.5.*(6-(r/a0)).*(r/a0).*exp(-
r/(3*a0));
R32=(4/(81*(sqrt(30)))).*(1./a0).^1.5.*(r/a0).^2).*exp(-
r/(3*a0));
y10=(r.^2).* (abs(R10)).^2;
y20=(r.^2).* (abs(R20)).^2;
y30=(r.^2).* (abs(R30)).^2;
y21=(r.^2).* (abs(R21)).^2;
y31=(r.^2).* (abs(R31)).^2;
y32=(r.^2).* (abs(R32)).^2;
sum(y10);sum(y20);sum(y30);sum(y21);sum(y31);sum(y32);
P10=(y10./sum(y10)).*10e+2;
P20=(y20./sum(y20)).*10e+2;
P30=(y30./sum(y30)).*10e+2;
P21=(y21./sum(y21)).*10e+2;
P31=(y31./sum(y31)).*10e+2;
P32=(y32./sum(y32)).*10e+2;
plot(x,P10,'c-',x,P20,'g-',x,P30,'k-',x,P21,'m-',x,P31,'r-
',x,P32,'b-');
title('Grafik Rapat Probabilitas Elektron dalam Atom Tritium')
xlabel('r = posisi elektron(a0)');
ylabel('P(r) = probabilitas radial');
legend('keadaan n=1,l=0 (1s)', 'keadaan n=2,l=0 (2s)', 'keadaan
n=3,l=0 (3s)', 'keadaan n=2,l=1 (2p)', 'keadaan n=3,l=1 (3p)',
'keadaan n=3,l=2 (3d)');

```