



**ANALISIS MODEL GETARAN PEGAS TEREDAM DENGAN
METODE HAMMING DAN RUNGE-KUTTA MERSON**

SKRIPSI

oleh
Govanda Adibeladika
NIM 141810101026

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2019**



**ANALISIS MODEL PEGAS TEREDAM DENGAN METODE
HAMMING DAN RUNGE-KUTTA MERSON**

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk
menyelesaikan studi pada Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

oleh

Govanda adibeladika
NIM 141810101026

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2019

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Adi Suprayono dan Ibunda Anik Andikawati, serta Adikku Salsabilah Dwi Islami yang senantiasa memberikan perhatian, motivasi dan doa dalam setiap langkahku;
2. Guru-guruku dari TK Wijaya Kusuma 4, SDN Bugul Kidul 1 Pasuruan, SMPN 1 Pasuruan dan SMAN 4 Pasuruan;
3. Almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;

MOTTO

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu pasti ada kemudahan dan hanya kepada tuhanmulah hendaknya kamu berharap”
(terjemahan surah *Al-Insyirah* ayat 6-7)*



*^j Departemen Agama Republik Indonesia. 1998. *Al-Qur'an dan terjemahannya*. Semarang: CV Asy-Syifa'.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Govanda Adibeladika

NIM : 141810101026

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Analisis Model Pegas Teredam dengan Metode Hamming dan Runge-Kutta Merson” adalah benar-benar hasil karya sendiri kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Maret 2019

Yang menyatakan,

Govanda Adibeladika

NIM 141810101026

SKRIPSI

**ANALISIS MODEL PEGAS TEREDAM DENGAN METODE
HAMMING DAN RUNGE-KUTTA MERSON**

Oleh

Govanda Adibeladika
NIM 141810101026

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Kom

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Analisis Model Pegas Teredam dengan Metode Hamming dan Runge-Kutta Merson” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Anggota I,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Kom.

NIP. 196610121993031001

NIP. 197211291998021001

Anggota II,

Anggota III,

Dr. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si.

Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si.

NIP. 197408132000032004

NIP. 198610142014041001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember,

Drs. Sujito, Ph.D.

NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Analisis Model Pegas Teredam dengan Metode Hamming dan Runge-Kutta Merson; Govanda Adibeladika, 141810101026; 2019; 52 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Getaran merupakan salah satu bentuk gerak benda yang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalnya bagaimana getaran yang terjadi jika sebuah beban dikaitkan atau digantungkan pada sebuah pegas. Getaran dapat terjadi jika suatu sistem diganggu dari posisi kesetimbangan stabilnya, getaran ini terjadi secara terus menerus dan berulang-ulang selama sistem mendapatkan gaya. Gerak getaran benda yang terjadi secara terus menerus dan tidak terdapat faktor hambatan atau redaman disebut sebagai gerak harmonik sederhana. Karakteristik gerak harmonik sederhana adalah memiliki amplitudo dengan nilai tetap. Akan tetapi, pada kenyataannya suatu gerak getaran pada benda tidak akan terjadi secara terus menerus karena terdapat faktor hambatan berupa gaya gesek udara dan faktor internal yang menyebabkan gerak getaran yang terjadi perlahan-lahan berkurang terhadap waktu dan akhirnya berhenti. Gerak getaran benda yang demikian disebut sebagai gerak harmonik teredam.

Tujuan dari penelitian ini adalah menyelesaikan model getaran pegas teredam secara numerik menggunakan metode Hamming dan Runge-Kutta Merson (RKM) dan mengetahui perbandingan hasil penyelesaian model getaran pegas teredam antara metode Hamming dan Runge-Kutta Merson dengan solusi analitik sebagai indikatornya. Pada penelitian ini terdapat beberapa langkah yang akan dilakukan. Langkah pertama adalah menentukan model getaran pegas dengan faktor redaman yang akan diselesaikan secara numerik menggunakan skema metode Hamming dan metode RKM. Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter untuk massa beban, nilai redaman, kecepatan awal dan tarikan awal. Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil getaran pegas dan membandingkan hasil

simulasi antara metode Hamming dan metode RKM terhadap metode analitik untuk mengetahui diantara metode Hamming dan metode RKM, metode manakah yang lebih baik dalam menyelesaikan model getaran teredam.

Analisis hasil simulasi menggunakan metode Hamming dan RKM menunjukkan bahwa semakin besar nilai redaman dan tarikan awal (jika nilainya negatif) yang diberikan ke dalam sistem menyebabkan gerak getaran pegas semakin cepat mencapai posisi kesetimbangan. Semakin kecil massa beban dan kecepatan awal yang diberikan ke dalam sistem menyebabkan semakin cepat gerak getaran pegas mencapai posisi kesetimbangan. Verifikasi antara metode numerik dan analitik menunjukkan bahwa galat yang dihasilkan oleh metode RKM lebih kecil dari metode Hamming. Waktu komputasi yang dibutuhkan oleh metode RKM untuk menyelesaikan model getaran pegas teredam lebih cepat dibandingkan metode Hamming. Dengan demikian, dapat diketahui bahwa metode RKM lebih baik jika dibandingkan dengan metode Hamming dalam menyelesaikan model getaran pegas teredam.

PRAKATA

Puji syukur penulis kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Model Pegas Teredam dengan Metode Hamming dan Runge-Kutta Merson”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

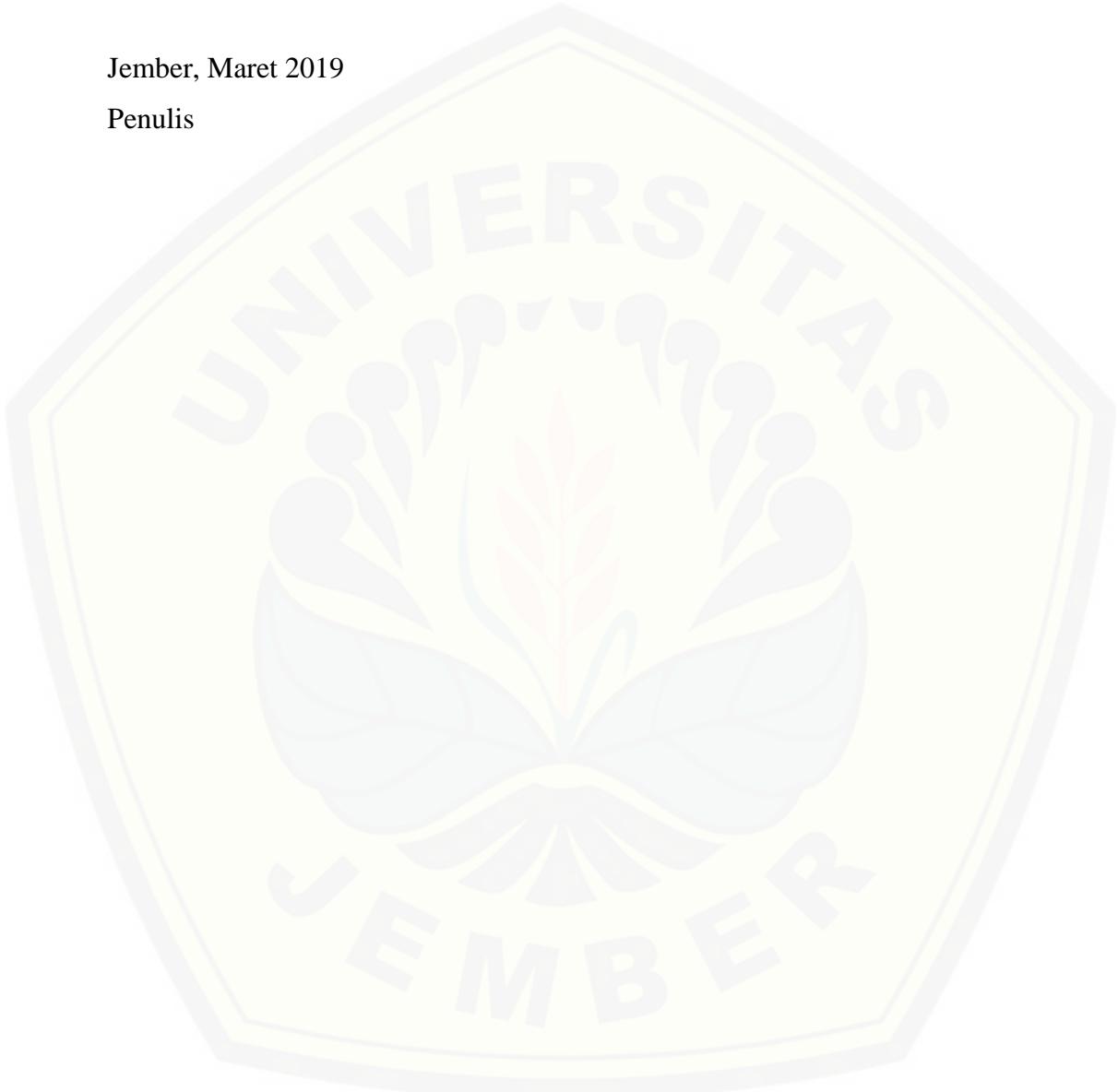
Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Kom., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang dengan penuh kesabaran membimbing, mengarahkan, memberi saran dan petunjuk dalam penyusunan skripsi ini;
2. Ibu Dr. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si., dan Bapak Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pengaji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun dalam penyusunan skripsi ini;
3. Seluruh dosen dan staf karyawan jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
5. Ayahanda Adi Suprayono dan Ibunda Anik Andikawati serta adik tercinta Salsabilah Dwi Islami yang selalu memberikan doa, kasih sayang dan motivasi kepada penulis;
6. Teman-teman seperjuangan “EXTREME” yang banyak membantu dan memberikan semangat selama penulis menjadi mahasiswa;
7. Serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu;

Penulis menerima segala kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak demi kesempurnaan penulisan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Maret 2019

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN BIMBINGAN.....	v
HALAMAN PENGESAHAN.....	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Analisis Getaran Pegas	5
2.2 Persamaan Diferensial	8
2.3 Persamaan Diferensial dengan Orde Lebih dari Satu.....	8
2.4 Metode Analitik untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Biasa Linier Non Homogen	9
2.5 Metode Numerik.....	10
2.6 Metode Hamming.....	11
2.7 Metode Runge-Kutta Merson	12

BAB 3. METODE PENELITIAN.....	13
3.1 Jenis Penelitian	13
3.2 Rancangan Penelitian	13
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	17
4.1 Penyelesaian Model Secara Numerik	17
4.1.1 Penyelesaian Model dengan Skema Metode RKM	18
4.1.2 Penyelesaian Model dengan Skema Metode Hamming	19
4.2 Tampilan Program	20
4.3 Simulasi Program	22
4.3.1 Kasus Pertama (Redaman Subkritis)	22
4.3.2 Kasus Kedua (Redaman Kritis)	26
4.3.3 Kasus Ketiga (Redaman Superkritis)	29
4.3.4 Verifikasi Solusi Numerik dan Solusi Analitik	31
4.4 Pembahasan	32
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	34
5.1 Kesimpulan	34
5.2 Saran.....	35
DAFTAR PUSTAKA	36
LAMPIRAN	38

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Pegas Vertikal	5
2.2 Sistem Pegas Teredam dan Diagram Massa Benda Bebas	6
3.1 Langkah – Langkah Penelitian.....	16
4.1 Tampilan GUIDE Program Getaran Pegas Teredam.....	20
4.2 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Massa Beban	23
4.3 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Redaman	24
4.4 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Kecepatan Awal	25
4.5 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Tarikan Awal	26
4.6 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Massa Beban	27
4.7 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Kecepatan Awal	27
4.8 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Tarikan Awal	28
4.9 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Massa Beban	29
4.10 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Kecepatan Awal	30
4.11 Profil Getaran Pegas Teredam untuk Variasi Tarikan Awal	30
4.12 Profil Getaran Pegas dengan Variasi Ketiga Metode.....	31

DAFTAR TABEL

	Halaman
3.1 Data Simulasi untuk Penambahan Beban pada Pegas	13



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Getaran merupakan gerak bolak balik suatu partikel secara periodik di sekitar titik kesetimbangannya. Terdapat dua contoh umum getaran yang terdapat dalam kehidupan sehari-hari, yaitu getaran benda pada pegas dan getaran benda pada ayunan sederhana. Getaran yang terjadi pada suatu benda disebabkan oleh adanya gangguan yang diberikan pada benda tersebut. Kasus getaran bandul dan getaran benda pada pegas, gangguan tersebut disebabkan oleh adanya gaya luar.

Gerak getaran benda yang terjadi secara terus menerus dan tidak terdapat faktor hambatan atau redaman disebut sebagai gerak harmonik sederhana. Karakteristik gerak harmonik sederhana adalah memiliki amplitudo dengan nilai tetap. Amplitudo merupakan simpangan maksimum dari posisi kesetimbangan. Akan tetapi, pada kenyataannya suatu gerak getaran pada benda tidak akan terjadi secara terus menerus karena terdapat faktor hambatan berupa gaya gesek udara dan faktor internal yang menyebabkan gerak getaran yang terjadi perlahan-lahan berkurang terhadap waktu dan akhirnya berhenti. Gerak getaran benda yang demikian disebut sebagai gerak harmonik teredam. Pada gerak harmonik teredam, gaya yang bekerja berkurang secara terus menerus sehingga amplitudo getaran berkurang sampai getaran berhenti (Giancoli, 1997).

Pegas merupakan suatu komponen yang berfungsi untuk menerima beban dinamis dan memiliki sifat keelastisitasan. Pegas juga disebut sebagai benda lentur dalam artian dapat kembali ke posisi semula meskipun telah mendapat gaya dari luar. Persamaan model getaran pegas teredam merupakan persamaan diferensial biasa (PDB) yang dapat diselesaikan menggunakan metode analitik dan metode numerik. Metode analitik yaitu metode yang dapat memberikan hasil yang sesungguhnya (eksak). Metode analitik memang akurat tetapi memiliki kelemahan dan hanya terbatas menyelesaikan masalah matematis tertentu saja, oleh karena itu dibutuhkan metode numerik. Metode numerik adalah pendekatan dari hasil eksak suatu masalah matematika. Semakin baik metode numerik, solusi yang dihasilkan semakin mendekati solusi analitik (Faridah, 2015).

Berkenaan dengan metode Hamming, Aminah (2008) mengkaji metode Milne dan metode Hamming untuk menyelesaikan persamaan diferensial non linier menggunakan *software* Matlab. Berdasarkan kajian itu dapat dilihat bahwa metode Hamming lebih baik daripada metode Milne. Napitupulu (2018) mengkaji perbandingan metode Milne dan metode Hamming dalam penyelesaian persamaan logistik pada prediksi pertumbuhan penduduk kota Bandar Lampung. Berdasarkan kajian itu dapat dilihat bahwa metode terbaik dalam prediksi pertumbuhan penduduk kota Bandar Lampung adalah metode Milne. Berkenaan dengan metode Runge-Kutta Merson, Aquarito dkk mengkaji perbandingan metode Runge-Kutta Merson dan metode Runge-Kutta orde empat dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Berdasarkan kajian itu dapat dilihat bahwa metode Runge-Kutta Merson lebih baik dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde empat.

Berkenaan dengan model getaran pegas teredam, pada tahun 2008 Hadiyansyah mengkaji profil getaran pegas dengan pengaruh faktor redaman dan gaya luar. Kajian tersebut menggunakan metode analitik serta dilengkapi dengan visualisasi dari pesamaan getaran pegas menggunakan *software* Maple. Hanifah (2013) mengkaji analisis model getaran pegas teredam dengan metode Adams-Basforth-Moulton dan Runge-Kutta orde empat. Berdasarkan kajian itu dapat dilihat bahwa metode Runge Kutta orde empat lebih baik dibandingkan dengan metode Adams-Basforth-Moulton. Faridah (2015) mengkaji analisis model getaran pegas teredam dengan metode Milne dan Runge-Kutta orde empat Gill. Berdasarkan kajian itu dapat dilihat bahwa metode Runge-Kutta orde empat Gill lebih baik dibandingkan dengan metode Milne.

Berdasarkan permasalahan yang terjadi pada penelitian getaran pegas teredam sebelumnya, maka perlu dilakukan pengkajian ulang perhitungan secara numerik dari model getaran pegas teedam. Dalam penelitian ini, metode perhitungan secara numerik yang digunakan untuk menganalisis persamaan getaran pegas teredam adalah metode Hamming dan Runge-Kutta Merson. Penyelesaian numerik yang dihasilkan dapat digunakan untuk menganalisis profil getaran pegas teredam tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini diantaranya yaitu:

1. Bagaimana menyelesaikan model getaran pegas teredam secara numerik menggunakan metode Hamming dan Runge-Kutta Merson ?
2. Bagaimana analisis profil model getaran pegas teredam yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Hamming dan Runge-Kutta Merson ?
3. Bagaimana perbandingan hasil penyelesaian model getaran pegas teredam antara metode Hamming dan Runge-Kutta Merson ?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka penelitian ini dibatasi pada:

1. Jenis pegas yang digunakan adalah pegas spiral dan pegas digantung secara vertikal.
2. Material penyusun pegas dianggap homogen.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan latar belakang dan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui model getaran pegas teredam yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Hamming dan Runge-Kutta Merson.
2. Mengetahui profil model getaran pegas teredam yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Hamming dan Runge-Kutta Merson.
3. Mengetahui perbandingan hasil penyelesaian model getaran pegas teredam antara metode Hamming dan Runge-Kutta Merson.

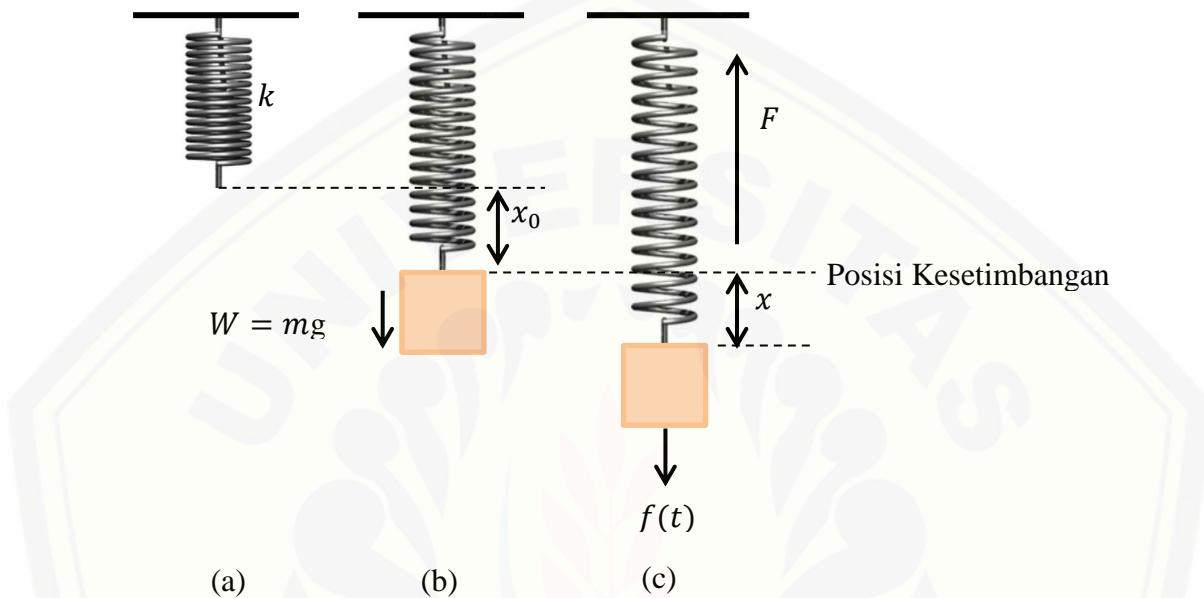
1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah dapat diketahui solusi numerik dari model getaran pegas teredam dan profil getaran pegas teredam melalui solusi numerik yang dihasilkan dari metode Hamming dan Runge-Kutta Merson. Penelitian ini diharapkan juga dapat memberikan informasi yang paling terbaik antara kedua metode tersebut dalam menyelesaikan model getaran pegas teredam.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Getaran Pegas

Pada bagian ini akan dilakukan analisis secara matematis getaran pada pegas yang dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Pegas Vertikal (a) tanpa beban; (b) dengan beban dan mencapai posisi kesetimbangan dan (c) dengan beban dan terdapat suatu gaya tarik $f(t)$.

Berdasarkan Gambar 2.1 (a) dapat dijelaskan bahwa pegas tergantung secara vertikal dan tidak terdapat beban sehingga pegas tidak mengalami peregangan. Gambar 2.1 (b) menjelaskan bahwa pegas tergantung dalam keadaan vertikal dan terdapat beban yang tergantung pada ujung pegas. Dalam keadaan ini pegas teregang dan mengalami pertambahan panjang sebesar x_0 serta mencapai posisi kesetimbangan. Pegas yang telah mencapai posisi kesetimbangan selanjutnya ditarik sejauh x seperti pada Gambar 2.1 (c). Dalam keadaan ini gaya yang bekerja pada benda adalah:

$$F = -kx \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) merupakan bentuk dari hukum Hooke. Tanda negatif pada Persamaan (2.1) menunjukkan bahwa gaya yang bekerja pada benda selalu berlawanan arah dengan arah simpangannya, posisi setimbang adalah pada saat x sama dengan 0. Hukum newton kedua menyatakan bahwa $F = ma$, sehingga apabila Persamaan (2.1) disubstitusikan ke dalam $F = ma$ maka didapatkan:

$$-kx = ma \quad (2.2)$$

dengan menggantikan $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ dalam Persamaan (2.2), maka didapatkan:

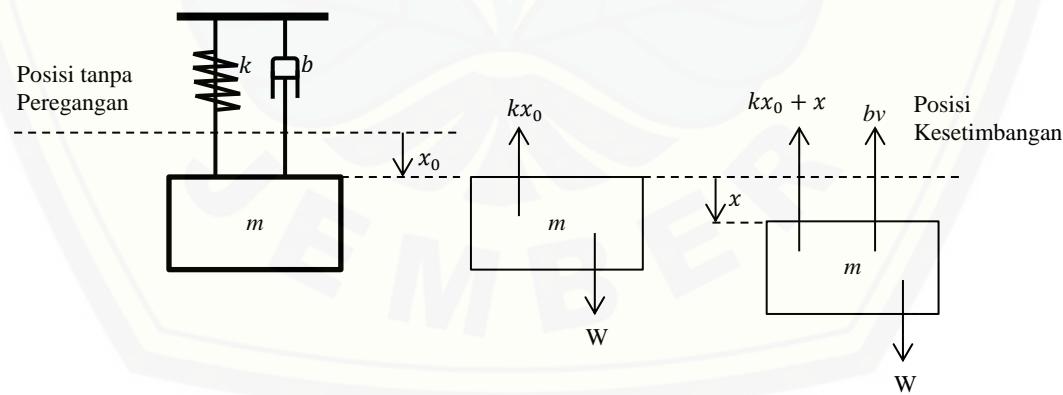
$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

atau

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) dikenal sebagai persamaan diferensial gerak harmonik sederhana (Hanifah, 2013).

Gerak harmonik teredam merupakan gerak benda yang dipengaruhi oleh gaya penghambat atau peredam yang menyebabkan amplitudo getaran berkurang secara perlahan terhadap waktu sampai akhirnya berhenti. Gaya penghambat atau redaman ini dapat berupa gaya gesek udara maupun faktor internal pada sistem (Giancoli, 1997).



Gambar 2.2 Sistem Pegas Massa Teredam dan Diagram Benda Bebas

Ketika suatu beban bermassa m dikaitkan atau digantungkan pada sebuah pegas vertikal, maka akan menyebabkan pegas akan teregang dan mengalami pertambahan panjang sebesar x_0 serta mencapai posisi kesetimbangan. Gaya yang

bekerja pada benda adalah kx_0 sama dengan W . W adalah usaha dari beban bermassa m yang menyebabkan pegas teregang. Dengan demikian didapatkan:

$$kx_0 = W = mg \quad (2.4)$$

Saat pegas telah mencapai posisi kesetimbangan, selanjutnya pegas ditarik atau disimpangkan dalam arah ke bawah sejauh x . Pada Gambar 2.2 dapat dilihat bahwa terdapat redaman b yang biasanya menyebabkan gerak getaran yang terjadi pada pegas perlahan berkurang terhadap waktu dan akhirnya berhenti. Dengan demikian, gaya yang bekerja pada beban bermassa m adalah $k(x_0 + x)$, bv dan W . Menurut hukum Newton kedua yaitu:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ W - k(x_0 + x) - bv &= ma \\ W - k\Delta - kx - bv &= ma \end{aligned} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.4) disubtitusikan ke dalam Persamaan (2.5) sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} W - W - kx - bv &= ma \\ -kx - bv &= ma \end{aligned} \quad (2.6)$$

dengan b adalah konstanta positif dan v adalah kecepatan benda. Jika $\alpha = \frac{d^2x}{dt^2}$ dan $v = \frac{dx}{dt}$ disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.6) maka didapatkan:

$$-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

atau

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (2.7)$$

Persamaan (2.7) merupakan bentuk persamaan getaran pada pegas teredam. Berdasarkan persamaan karakteristik dari Persamaan (2.7) terdapat tiga kasus untuk persamaan gerak teredam karena b berada dalam selang interval nol sampai tak hingga, sehingga $b^2 - 4km$ dapat bernilai positif, negatif dan nol. Tiga kasus sistem redaman yaitu:

1. Redaman superkritis ($b^2 - 4km > 0$), pada kasus ini peredam sedemikian besar sehingga sistem tidak akan berosilasi.
2. Redaman subkritis ($b^2 - 4km < 0$), pada kasus ini sistem akan berosilasi dengan amplitudo yang semakin berkurang dengan bertambahnya waktu.

3. Redaman kritis ($b^2 - 4km = 0$), pada kasus ini kesetimbangan dicapai dengan cepat (Huzaimah, 2016).

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang menghubungkan variabel bebas, variabel terikat dan turunan-turunan variabel terikat terhadap variabel bebas. Jika variabel terikat suatu persamaan diferensial tergantung pada satu variabel bebas, maka persamaan tersebut adalah persamaan diferensial biasa (PDB). Sedangkan jika suatu persamaan diferensial memuat dua atau lebih variabel bebas, maka persamaan tersebut adalah persamaan diferensial parsial (PDP).

Berikut adalah contoh persamaan diferensial biasa:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= tx + 5 \\ \frac{d^2x}{dt^2} + 2t^2 &= 0\end{aligned}$$

dan berikut ini adalah contoh persamaan diferensial parsial:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial x}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}$$

Jika terdapat suatu fungsi $x(t)$ yang merupakan fungsi satu variabel bebas, dengan t sebagai variabel bebas dan x sebagai variabel terikat, maka suatu persamaan diferensial biasa dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$F(t, x, x', x'', \dots, x^n) = 0$$

(Hanifah, 2013).

2.3 Persamaan Diferensial dengan Orde Lebih dari Satu

Orde dalam persamaan diferensial ditentukan oleh turunan tertinggi dalam persamaan tersebut. Persamaan diferensial dengan orde lebih dari satu dapat diubah menjadi sistem persamaan diferensial orde satu dan dapat diselesaikan

dengan beberapa metode penyelesaian secara numerik seperti metode Hamming dan Runge-Kutta Merson.

Contoh persamaan diferensial dengan orde lebih dari satu adalah:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} + x = 0$$

misalkan $x = u_1$, $\frac{dx}{dt} = u_2$, $\frac{d^2x}{dt^2} = u_3$, diperoleh:

$$\frac{du_3}{dt} = -u_3 + u_2 - u_1 = 0$$

$$\frac{du_2}{dt} = u_3 = f_2 = (t, u_1, u_2, u_3)$$

$$\frac{du_1}{dt} = u_2 = f_3 = (t, u_1, u_2, u_3)$$

yang merupakan sistem persamaan diferensial orde satu (Faridah, 2015).

2.4 Metode Analitik untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Biasa

Linier Non Homogen

Bentuk umum persamaan diferensial linear non homogen orde dua dengan koefisien konstan adalah:

$$ax'' + bx' + cx = 0 \quad (2.8)$$

dengan $a \neq 0$, b dan c adalah konstanta riil, solusi umum dari Persamaan (2.8) adalah:

$$x = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

dimana c_1 dan c_2 adalah konstan. Misal $x = e^{mt}$ dan selanjutnya jika $x = e^{mt}$ disubstitusikan pada Persamaan (2.8) maka diperoleh:

$$\begin{aligned} am^2e^{mt} + bme^{mt} + ce^{mt} &= 0 \\ (am^2 + bm + c)e^{mt} &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Karena e^{mt} tidak mungkin sama dengan nol, maka Persamaan (2.9) bisa dibagi dengan e^{mt} sehingga diperoleh:

$$am^2 + bm + c = 0 \quad (2.10)$$

Akibatnya $x = e^{mt}$ adalah solusi untuk Persamaan (2.8) jika dan hanya jika m memenuhi Persamaan (2.10). Persamaan (2.10) disebut sebagai persamaan karakteristik, dan akar-akar persamaan karakteristiknya adalah sebagai berikut:

$$m_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Jika $b^2 - 4ac < 0$, maka akar-akar Persamaan (2.10) berupa bilangan kompleks yang dapat dinyatakan oleh:

$$m_{1,2} = p + qi$$

dimana

$$p = \frac{-b}{2a} \text{ dan } q = \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a}$$

Oleh karena itu, solusi umum dari Persamaan (2.8) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = c_1 e^{(p+qi)t} + c_2 e^{(p+qi)t} \quad (2.11)$$

Bentuk trigonometri dari Persamaan (2.11) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = e^{pt}(c_1 \cos qt + c_2 \sin qt) \quad (2.12)$$

$$x(t) = e^{-bt/2a}(c_1 \cos \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a} t + c_2 \sin \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a} t) \quad (2.13)$$

(Huzaimah, 2016).

2.5 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematis sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan biasa (tambah, kali, kurang dan bagi). Metode numerik disebut juga sebagai alternatif dari metode analitik, yang merupakan metode penyelesaian persoalan matematis dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku atau lazim. Disebut demikian, karena adakalanya persoalan matematis sulit diselesaikan atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga dapat dikatakan bahwa persoalan matematis tersebut tidak mempunyai solusi analitik, oleh karena itu sebagai alternatif, persoalan matematis tersebut diselesaikan dengan metode numerik. Perbedaan

antara metode analitik dan metode numerik adalah metode analitik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sederhana dan menghasilkan solusi yang sebenarnya atau solusi sejati, sedangkan metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sangat kompleks.

Solusi yang dihasilkan dari penyelesaian secara numerik merupakan solusi hampiran atau pendekatan yang mendekati solusi eksak atau solusi sebenarnya. Hasil penyelesaian yang didapatkan dari metode numerik dan metode analitik memiliki selisih, dimana selisih tersebut dinamakan galat.

Beberapa metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial biasa diantaranya yaitu metode satu langkah dan banyak langkah. Pada metode satu langkah, untuk menaksir nilai x_{i+1} dibutuhkan satu nilai taksiran sebelumnya yaitu x_i . Pada metode banyak langkah, perkiraan nilai x_{i+1} membutuhkan beberapa taksiran sebelumnya yaitu dari nilai $x_i, x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-n}$. Contoh metode satu langkah adalah metode Euler, metode Taylor, Runge-Kutta Gill, Runge-Kutta Merson dan Runge-Kutta Fehlberg. Sedangkan contoh metode banyak langkah adalah metode Hamming, metode Milne dan metode Adam-Bashforth-Moulton (Puspitasari, 2017).

2.6 Metode Hamming

Metode Hamming termasuk jenis metode numerik yang memiliki banyak langkah penyelesaian. Tujuan utama metode banyak langkah adalah menggunakan informasi dari beberapa titik sebelumnya yaitu $x_i, x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-n}$ untuk menghitung taksiran nilai x_{i+1} yang lebih baik.

Pada metode Hamming, akan ditaksir terlebih dahulu nilai x_{i+1} dari x_i, x_{i-1}, x_{i-2} dan x_{i-3} menggunakan persamaan prediktor kemudian memperbaiki nilai x_{i+1} yang didapat menggunakan persamaan korektor.

Persamaan prediktor dan korektor metode Hamming adalah sebagai berikut:

$$\text{Prediktor : } x_{i+1} = x_{i-3} + \frac{4h}{3} (2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i) \quad (2.14)$$

$$\text{Korektor : } x_{i+1} = \frac{-x_{i-2}}{8} + \frac{9x_i}{8} + \frac{3h}{8} (-f_{i-1} + 2f_i + f_{i+1}) \quad (2.15)$$

dengan:

h = nilai ukuran langkah

f = nilai fungsi ke- i

x = nilai iterasi ke- i

(Aminah, 2008).

2.7 Metode Runge-Kutta Merson

Salah satu metode numerik yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial orde satu adalah metode Runge-Kutta Merson. Metode Runge-Kutta Merson (RKM) termasuk dalam metode satu langkah karena untuk mendapatkan nilai x_{i+1} cukup dengan mengetahui nilai dari x_i .

Formulasi ringkas dari metode RKM dapat dituliskan seperti di bawah ini:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6} k_1 + \frac{2}{3} k_4 + \frac{1}{6} k_5 \quad (2.16)$$

$$k_1 = hf(t_i, x_i)$$

$$k_2 = hf(t_i + \frac{1}{3}h, x_i + \frac{1}{3}k_1)$$

$$k_3 = hf(t_i + \frac{1}{3}h, x_i + \frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2)$$

$$k_4 = hf(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3)$$

$$k_5 = hf(t_i + h, x_i + \frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4)$$

dengan:

h = nilai ukuran langkah

f = nilai fungsi ke- i

x = variabel terikat

t = variabel bebas

k = nilai pemenggalan dalam setiap langkah

(Bismo, tanpa tahun).

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini digolongkan ke dalam penelitian eksploratif, dengan tujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti serta hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar untuk penelitian selanjutnya di masa depan. Data dalam penelitian ini berupa data sekunder yaitu data simulasi untuk penambahan beban pada pegas.

3.2 Rancangan Penelitian

Uraian dari rancangan penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Pengambilan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Data simulasi untuk penambahan beban pada pegas

Massa (m) Dalam Satuan Kilogram	Gaya Gravitasi (g) Dalam Satuan Meter/Detik ²	Panjang Pertambahan Pegas (x_0) Dalam Satuan Meter	Tetapan Pegas (k) Dalam Satuan Newton/Meter
0,25	10	0,08	31,25
0,75	10	0,22	34,09
1,5	10	0,41	36,59

Data tersebut diambil dengan menggunakan tiga beban dengan massa yang berbeda yaitu 0,25 kg, 0,5 kg dan 0,75 kg. Pada tahap awal, beban pertama dengan massa 0,25 kg dikaitkan pada pegas dan ditentukan pertambahan panjangnya.

Tahap selanjutnya adalah satu persatu beban ditambahkan pada pegas dan ditentukan massa beban serta pertambahan panjang pegas pada setiap penambahan beban. Nilai tetapan pegas diperoleh dengan mensubstitusikan nilai pertambahan panjang pegas yang didapatkan dan nilai massa beban yang diberikan pada pegas ke dalam persamaan $F = -k\Delta$. Nilai k didapat dari F dibagi dengan x_0 , dimana

$$F = mg.$$

b. Menentukan Model Getaran Pegas dengan Faktor Redaman

Model getaran pegas dengan faktor redaman yang akan digunakan pada penelitian ini dapat ditunjukkan pada Persamaan (2.7). Pada Persamaan (2.7) dapat dijelaskan bahwa k adalah nilai tetapan pegas, m adalah massa beban dan b adalah nilai redaman.

c. Menyelesaikan Model dengan Metode Hamming dan Runge-Kutta Merson

Untuk menyelesaikan model Persamaan getaran pegas dengan faktor redaman akan dilakukan dengan menggunakan metode Hamming seperti pada Persamaan (2.14) dan (2.15) dan metode Runge-Kutta Merson seperti pada Persamaan (2.16).

d. Pembuatan Program

Software yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan getaran pegas dengan faktor redaman adalah Matlab. Prosedur yang akan dilakukan pada tahap pembuatan program simulasi persamaan getaran pegas dengan faktor redaman adalah sebagai berikut:

1. Membuka software Matlab kemudian ketik Guide pada Command Window sehingga muncul tampilan Guide.
2. proses
 - a) Membuat subprogram metode Hamming dan skrip program metode Runge-Kutta Merson kemudian simpan.
 - b) Membuat subprogram parameter yaitu nilai massa, nilai redaman, nilai tetapan pegas, panjang tarikan awal, nilai kecepatan awal, nilai ukuran langkah (h) dan nilai t maksimal.
 - c) Membuat subprogram untuk proses, reset, waktu komputasi dan galat.
 - d) Simpan kemudian run.
 - e) Masukkan nilai parameter yaitu nilai massa, nilai redaman, nilai tetapan pegas, panjang tarikan awal, nilai kecepatan awal, nilai ukuran langkah (h) dan nilai t maksimal.
 - f) Klik proses.

3. output

Output yang dihasilkan dari simulasi ini berupa grafik posisi getaran pegas terhadap waktu, nilai waktu komputasi metode Hamming dan Runge-Kutta Merson untuk menyelesaikan model getaran pegas teredam, grafik nilai galat metode Hamming dan Runge-Kutta Merson terhadap metode analitik dan nilai posisi pegas (x) pada iterasi waktu ke i .

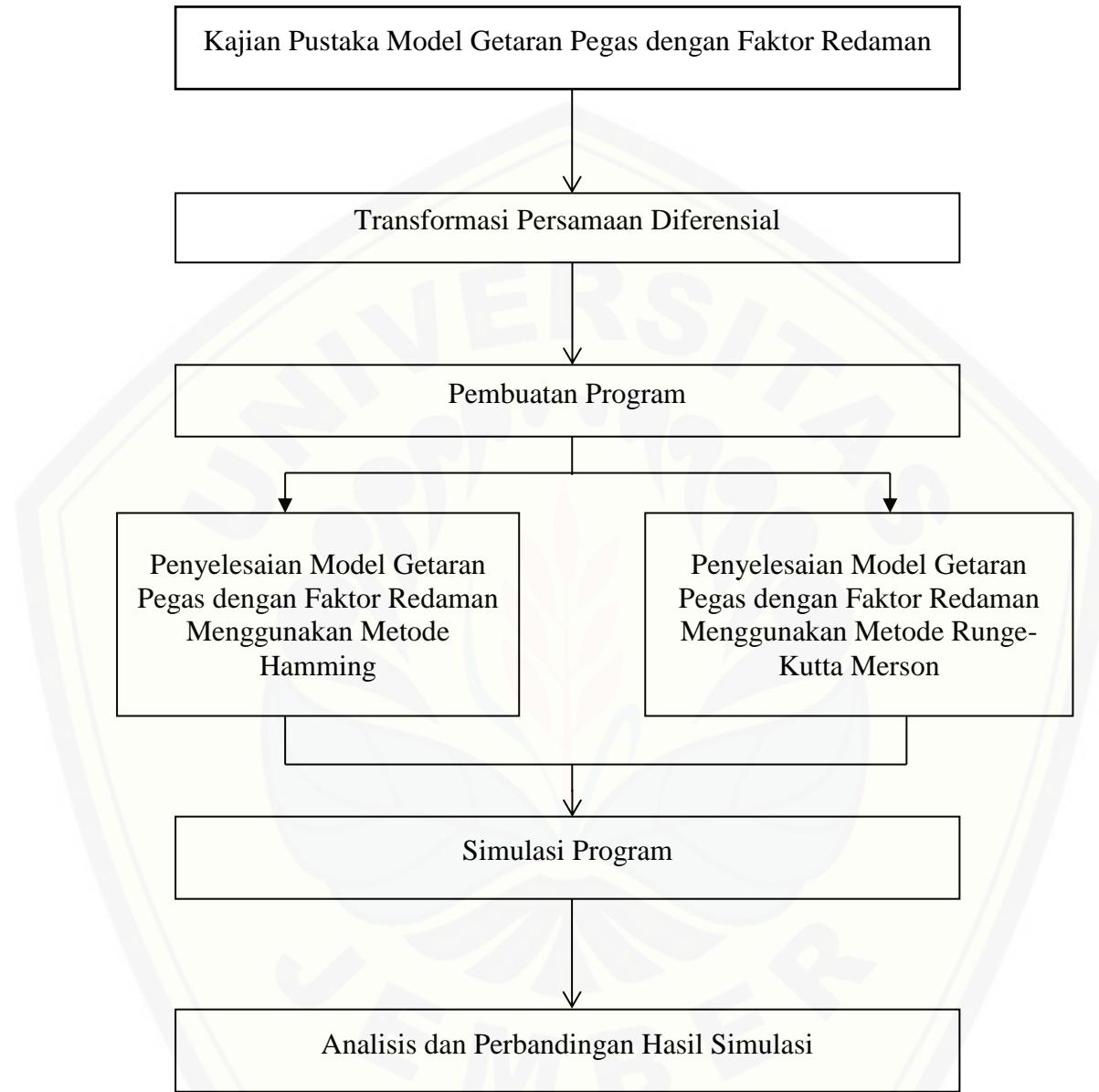
e. Simulasi Program

Simulasi program dilakukan dengan cara memvariasikan parameter-parameter yang mempengaruhi gerak getaran pegas dengan faktor redaman. Parameter yang akan divariasikan dalam penelitian ini adalah massa beban, posisi awal, nilai redaman, panjang tarikan dan kecepatan awal. Berdasarkan Gambar 2.1 dapat dijelaskan bahwa pada tahap awal pegas dalam keadaan tidak diberi beban. Kemudian pada pegas digantungkan beban dengan massa sehingga pegas mengalami pertambahan panjang sebesar x_0 dan mencapai posisi kesetimbangan. Dalam hal ini massa beban yang digunakan adalah 0,25 kg, 0,75 kg dan 1,5 kg. Nilai tetapan pegas (k) untuk massa beban 0,25 kg, 0,75 kg dan 1,5 kg secara berurutan adalah 31,25 n/m, 34,09 n/m dan 36,59 n/m. Nilai redaman yang diberikan dalam penelitian ini adalah 0,2 kg/det, 0,3 kg/det, 0,5 kg/det, 10 kg/det, 15 kg/det dan 20 kg/det. Nilai kecepatan awal yang digunakan adalah 1 m/det, 5 m/det dan 9 m/det. Pegas yang dalam keadaan setimbang kemudian ditarik ke bawah sejauh x yaitu 0,1 m, 0,15 m dan 0,2 m.

f. Analisis dan Perbandingan Hasil Simulasi

Hasil yang diperoleh dari simulasi selanjutnya dianalisis untuk diketahui profil dari getaran pegas dengan faktor redaman, kemudian hasilnya dibandingkan antara metode Hamming dan metode Runge-Kutta Merson. Cara membandingkannya adalah dengan memberikan nilai parameter-parameter yaitu massa, nilai redaman, tetapan pegas, panjang tarikan awal dan kecepatan awal yang sama baik untuk metode Hamming dan metode Runge-Kutta Merson. Pada tahapan ini juga akan dibandingkan nilai galat (*error*) yang dihasilkan dari metode Hamming dan metode Runge-Kutta Merson serta waktu komputasi dari metode Hamming dan metode Runge-Kutta Merson dalam menyelesaikan model getaran

pegas teredam. Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini secara skematis dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Skema Metode Penelitian

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan penerapan metode RKM dan Hamming pada penyelesaian model getaran pegas teredam. Diberikan juga saran yang dapat dilakukan sebagai kelanjutan dari tugas akhir ini.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan dari hasil dan pembahasan untuk tiga kasus (kritis, subkritis dan superkritis) adalah sebagai berikut.:

- Model pegas teredam adalah $m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$. Penyelesaian model pegas teredam dengan metode RKM adalah $x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}k_1 + \frac{2}{3}k_4 + \frac{1}{6}k_5$ dan $v_{i+1} = v_i + \frac{1}{6}l_1 + \frac{2}{3}l_4 + \frac{1}{6}l_5$. Penyelesaian model pegas teredam dengan metode Hamming adalah didapatkan persamaan prediktor:
$$x_{i+1} = x_{i-3} + \frac{4h}{3}(2f(t_{i-2}, x_{i-2}, v_{i-2}) - f(t_{i-1}, x_{i-1}, v_{i-1}) + 2f(t_i, x_i, v_i)) \text{ dan}$$
$$v_{i+1} = v_{i-3} + \frac{4h}{3}(2g(t_{i-2}, x_{i-2}, v_{i-2}) - g(t_{i-1}, x_{i-1}, v_{i-1}) + 2g(t_i, x_i, v_i)) \text{ serta}$$
didapatkan persamaan korektor:
$$x_{i+1} = \frac{-x_{i-2}}{8} + \frac{9x_i}{8} + \frac{3h}{8}(-f(t_{i-1}, x_{i-1}, v_{i-1}) + 2f(t_i, x_i, v_i) + f(t_{i+1}, x_{i+1}, v_{i+1})) \text{ dan}$$
$$v_{i+1} = \frac{-v_{i-2}}{8} + \frac{9v_i}{8} + \frac{3h}{8}(-g(t_{i-1}, x_{i-1}, v_{i-1}) + 2g(t_i, x_i, v_i) + g(t_{i+1}, x_{i+1}, v_{i+1}))$$

- Hasil simulasi menggunakan metode RKM dan Hamming menunjukkan bahwa
 - Semakin kecil massa beban maka gerak getaran pegas semakin cepat mencapai posisi kesetimbangan.
 - Semakin besar nilai redaman maka gerak getaran pegas semakin cepat mencapai posisi kesetimbangan.
 - Semakin kecil nilai kecepatan awal (jika nilainya positif) maka semakin cepat gerak getaran pegas mencapai posisi kesetimbangan.

4. Semakin besar nilai tarikan awal (jika nilainya negatif) maka semakin cepat gerak getaran pegas mencapai posisi kesetimbangan.
- c. Metode RKM lebih baik dibandingkan dengan metode Hamming dalam menyelesaikan model getaran pegas teredam.

5.2 Saran

Penelitian ini adalah model getaran pegas teredam dengan metode Hamming dan Runge-Kutta Merson. Penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode yang lain seperti metode Runge-Kutta Fehlberg dan metode Dormand-Prince.

DAFTAR PUSTAKA

- Aminah, S. 2008. Metode Milne dan Metode Hamming untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Non Linier Berbantuan Matlab. *Skripsi*. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Aquarito, H., M. Subhan, dan M. Longgom. 2013. Metode Runge-kutta Merson untuk Solusi Persamaan Diferensial Biasa. 1:20-23.
- Bismo, S. Tanpa Tahun. Seri Mata Kuliah: Pemodelan dan Matematika Terapan. <http://staff.ui.ac.id>. [Diakses pada 4 november 2017 pukul 07.56 WIB].
- Faridah, R. 2015. Analisis Model Getaran Pegas Teredam dengan Metode Runge-Kutta Gill dan Milne. *Skripsi*. Jember: Fakultas Mipa Universitas Jember.
- Giancoli, D. 1997. *Fisika Edisi Kelima Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Hadiyansyah, R. 2008. Profil Getaran Pegas dengan Pengaruh Faktor Redaman dan Gaya Luar. *Skripsi*. Jember: Fakultas Mipa Universitas Jember.
- Hanifah, I. N. 2013. Analisis Model Getaran Pegas Teredam dengan Metode Adam-basforth Moulton dan Runge-Kutta. *Skripsi*. Jember: Fakultas Mipa Universitas Jember.
- Huzaimah. 2016. Model Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Dalam Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam. *Skripsi*. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Napitupulu, M. 2018. Perbandingan Metode Milne-Simpson dan Metode Hamming dalam Penyelesaian Persamaan Logistik pada Prediksi Pertumbuhan Penduduk Kota Bandar Lampung. *Skripsi*. Bandar Lampung: Fakultas Mipa Universitas Lampung.

Puspitasari, I. 2017. Pembandingan Metode Runge-Kutta Orde 4 dan Metode Adam-Bashfort Moulton dalam Penyelesaian Model Pertumbuhan Uang yang Diinvestasikan. *Skripsi*. Bandar Lampung: Fakultas Mipa Universitas Lampung.



LAMPIRAN 1

Data Perhitungan Profil Getaran Pegas Teredam

a. Redaman subkritis ($b^2 - 4km < 0$)

1). Dengan variasi massa beban

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi massa beban dengan skema RKM

Waktu (t)	Massa (kg)		
	0,25	0,75	1,5
2	0,0032260654	0,0405148905	-0,2156088233
4	0,0019081381	0,0793660915	0,3555663313
6	-0,0005554652	0,0673379961	-0,3486732639
8	0,0001095482	0,0452731992	0,2679112489
10	-0,0000183238	0,0267538705	-0,1671105533
12	0,0000027602	0,0143654162	0,0763466690
14	-0,0000003824	0,0070690930	-0,0154217970
16	0,0000000489	0,0031623011	-0,0203004735
18	-0,0000000057	0,0012451784	0,0341448178
20	0,0000000006	0,0003904483	-0,0336904606

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi massa beban dengan skema Hamming

Waktu (t)	Massa (kg)		
	0,25	0,75	1,5
2	0,0032180319	0,0405180079	-0,2156102622
4	0,0019103047	0,0793691120	0,3555679758
6	-0,0005558662	0,0673399679	-0,3486742175
8	0,0001096078	0,0452741880	0,2679111979
10	-0,0000183309	0,0267542182	-0,1671096530
12	0,0000027608	0,0143654351	0,0783453018
14	-0,0000003824	0,0070689863	-0,0154203984
16	0,0000000489	0,0031621745	-0,0203016096
18	-0,0000000057	0,0012450746	0,0341455456
20	0,0000000006	0,0003903766	-0,0336907761

2). Dengan variasi redaman

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi redaman dengan skema RKM

Waktu (t)	Redaman (kg/det)		
	0,2	0,3	0,5
2	-0,0057904376	-0,0066421569	-0,0079658041
4	0,1119189962	0,0844111923	0,0476410668
6	0,1079677043	0,0723038946	0,0324719647
8	0,0352220415	0,0214483394	0,0081435222
10	-0,0304293714	-0,0148746303	-0,0033678487
12	-0,0490943588	-0,0218525679	-0,0042936853
14	-0,0280197088	-0,0112619613	-0,0018495609
16	0,0026209946	0,0005705489	-0,0000473314
18	0,0188865663	0,0055288669	0,0004573643
20	0,0161089402	0,0042840009	0,0003040560

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi redaman dengan skema Hamming

Waktu (t)	Redaman (kg/det)		
	0,2	0,3	0,5
2	-0,0057886758	-0,0066406009	-0,0079645965
4	0,1119211548	0,0844127959	0,0476419527
6	0,1079675951	0,0723037496	0,0324718466
8	0,0352193546	0,0214467292	0,0081429514
10	-0,0304324089	-0,0148761777	-0,0033682524
12	-0,0490953992	-0,0218530071	-0,0042937683
14	-0,0280183455	-0,0112614076	-0,0018494736
16	0,0026232661	0,0005713323	-0,0000472385
18	0,0188879261	0,0055292708	0,0004574013
20	0,0161086857	0,0042839294	0,0003040516

3). Dengan variasi kecepatan awal

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi kecepatan awal dengan skema RKM

Waktu (t)	Kecepatan (m/det)		
	1	5	9
2	-0,0079658041	0,2311185064	0,4702028168
4	0,0476410668	0,2000624387	0,3524838106
6	0,0324719647	0,0666219039	0,1007718432
8	0,0081435222	-0,0102630047	-0,0286695316
10	-0,0033678487	-0,0241042320	-0,0448406153
12	-0,0042936853	-0,0126616653	-0,0210296454
14	-0,0018495609	-0,0017182752	-0,0015869895
16	-0,0000473314	0,0022421421	0,0045316156
18	0,0004573643	0,0018823462	0,0033073280
20	0,0003040560	0,0006090137	0,0009139714

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi kecepatan awal dengan skema Hamming

Waktu (t)	Kecepatan (m/det)		
	1	5	9
2	-0,0079645965	0,2311216843	0,4702079651
4	0,0476419527	0,2000627708	0,3524835889
6	0,0324718466	0,0666196797	0,1007675129
8	0,0081429514	-0,0102650738	-0,0286730989
10	-0,0033682524	-0,0241049028	-0,0448415531
12	-0,0042937683	-0,0126613594	-0,0210289506
14	-0,0018494736	-0,0017177999	-0,0015861261
16	-0,0000472385	0,0022423810	0,0045320004
18	0,0004574013	0,0018823563	0,0033073113
20	0,0003040516	0,0006089421	0,0009138327

4). Dengan variasi tarikan awal

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi tarikan awal dengan skema RKM

Waktu (t)	Tarikan awal (m)		
	-0,10	-0,15	-0,20
2	0,0259026368	0,0089684164	-0,0079658041
4	0,0428732049	0,0452571359	0,0476410668
6	0,0205047247	0,0264883447	0,0324719647
8	0,0017709452	0,0049572337	0,0081435222
10	-0,0042759723	-0,0038219105	-0,0033678487
12	-0,0031928401	-0,0037432627	-0,0042936853
14	-0,0009083698	-0,0013789653	-0,0018495609
16	0,0002625185	0,0001075936	-0,0000473314
18	0,0004068049	0,0004320846	0,0004573643
20	0,0001901477	0,0002471018	0,0003040560

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi tarikan awal dengan skema Hamming

Waktu (t)	Tarikan awal (m)		
	-0,10	-0,15	-0,20
2	0,0259034869	0,0089694452	-0,0079645965
4	0,0428735786	0,0452577656	0,0476419527
6	0,0205044024	0,0264881245	0,0324718466
8	0,0017704725	0,0049572337	0,0081429514
10	-0,0042762075	-0,0038222299	-0,0033682524
12	-0,0031928330	-0,0037433007	-0,0042937683
14	-0,0009082776	-0,0013788756	-0,0018494736
16	0,0002625832	0,0001076724	-0,0000472385
18	0,0004068200	0,0004321107	0,0004574013
20	0,0001901371	0,0002470943	0,0003040516

b. Redaman kritis ($b^2 - 4km = 0$)

1). Dengan variasi massa beban

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi massa beban dengan skema RKM

Waktu	Massa (kg)	
	0,25	0,75
0,5	0.0143419374	0.1395888040
1	0.0001084285	0.0097107255
1,5	0.0000006091	0.0005025773
2	0.0000000030	0.0000230763
2,5	0.0000000000	0.0000009926
3	0.0000000000	0.0000000410

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi massa beban dengan skema Hamming

Waktu (t)	Massa (kg)	
	0,25	0,75
0,5	0.0143408842	0.1395887836
1	0.0001084099	0.0097106672
1,5	0.0000006090	0.0005025723
2	0.0000000030	0.0000230760
2,5	0.0000000000	0.0000230760
3	0.0000000000	0.0000000410

2). Dengan variasi kecepatan awal

Tabel posisi pegas (m) untuk kecepatan awal dengan skema RKM

Waktu (t)	V_0 (m/det)	
	1	5
0,5	0.0129521223	0.1822091768
1	0.0029084847	0.0315573618
1,5	0.0003995375	0.0040365411
2	0.0000467969	0.0004572290
2,5	0.0000050596	0.0000484830
3	0.0000005212	0.0000049318

Tabel posisi pegas (m) untuk kecepatan awal dengan skema Hamming

Waktu (t)	V_0 (m/det)	
	1	5
0,5	0.0129521359	0.1822092657
1	0.0029084829	0.0315573437
1,5	0.0003995368	0.0040365351
2	0.0000467968	0.0004572280
2,5	0.0000050596	0.0000484829
3	0.0000005212	0.0000049318

3). Dengan variasi tarikan awal

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi tarikan awal dengan skema RKM

Waktu (t)	x_0 (m)	
	-0,15	-0,20
0,5	-0.0164100189	-0.0017289483
1	-0.0013452499	0.0007816174
1,5	-0.0001101758	0.0001446808
2	-0.0000090143	0.0000188913
2,5	-0.0000007367	0.0000021614
3	-0.0000000601	0.0000002306

Tabel posisi pegas (m) untuk tarikan awal dengan skema Hamming

Waktu (t)	x_0 (m)	
	-0,15	-0,20
0,5	-0.0164100106	-0.0017289373
1	-0.0013452493	0.0007816168
1,5	-0.0001101759	0.0001446805
2	-0.0000090143	0.0000188912
2,5	-0.0000007367	0.0000021614
3	-0.0000000601	0.0000002306

c. Redaman superkritis ($b^2 - 4km > 0$).

1). Dengan variasi massa beban

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi massa beban dengan skema RKM

Waktu (t)	Massa (kg)	
	0,75	1,5
0,5	0.0122050435	-0.0135370276
1	0.0028313743	-0.0036604823
1,5	0.0004182869	-0.0009904264
2	0.0000548661	-0.0002679824
2,5	0.0000068807	-0.0000725087
3	0.0000008467	-0.0000196189

Tabel posisi pegas (m) untuk variasi massa beban dengan skema Hamming

Waktu (t)	Massa (kg)	
	0,75	1,5
0,5	0.0122050566	-0.0135371567
1	0.0028313722	-0.0036605205
1,5	0.0004182862	-0.0009904367
2	0.0000548660	-0.0002679852
2,5	0.0000068807	-0.0000725095
3	0.0000008467	-0.0000196191

2). Dengan variasi kecepatan awal

Tabel posisi pegas (m) untuk kecepatan awal dengan skema RKM

Waktu (t)	V_0 (m/det)	
	1	5
0,5	0.0073280726	-0.0145192598
1	0.0013274698	-0.0026301424
1,5	0.0002404692	-0.0000863076
2	0.0000435606	-0.0000156345
2,5	0.0000078909	-0.0000156345
3	0.0000014294	-0.0000028322

Tabel posisi pegas (m) untuk kecepatan awal dengan skema Hamming

Waktu (t)	V_0 (m/det)	
	1	5
0,5	0.0073129465	-0.0145213962
1	0.0013241723	-0.0026306080
1,5	0.0000434519	-0.0004765311
2	0.0000434519	-0.0000863229
2,5	0.0000078712	-0.0000156373
3	0.0000014259	-0.0000028327

3). Dengan tarikan awal

Tabel posisi pegas (m) untuk tarikan awal dengan skema RKM

Waktu (t)	x_0 (m)	
	-0,1	-0,2
0,5	-0.0135370276	-0.0453803545
1	-0.0036604823	-0.0122772221
1,5	-0.0009904264	-0.0033218816
2	-0.0002679824	-0.0008988107
2,5	-0.0000725087	-0.0002431937
3	-0.0000196189	-0.0000658016

Tabel posisi pegas (m) untuk tarikan awal dengan skema Hamming

Waktu (t)	x_0 (m)	
	-0,1	-0,2
0,5	-0.0135371567	-0.0453804371
1	-0.0036605205	-0.0122772464
1,5	-0.0009904367	-0.0033218881
2	-0.0002679852	-0.0008988124
2,5	-0.0000725095	-0.0002431941
3	-0.0000196191	-0.0000658017

LAMPIRAN 2

A. Skrip untuk GUIDE

```

clc;
set(handles.text21,'string','0 s');
set(handles.text22,'string','0 s');
set(handles.listbox1,'string',' t
x RKM
v RKM
x Hamming
v Hamming
x Analitik','value',1);
cla(handles.axes1,'reset');
axes(handles.axes1);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)'); title('Estimasi');
cla(handles.axes2,'reset');
axes(handles.axes2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Error');
pause(1);

%-----
tic;
par_m=get(handles.edit1,'string'); %massa benda
par_k=get(handles.edit2,'string'); %tetapan pegas
par_b=get(handles.edit3,'string'); %redaman
x0=str2num(get(handles.edit4,'string'));
v0=str2num(get(handles.edit5,'string'));
h=str2num(get(handles.edit6,'string'));
tmax=str2num(get(handles.edit7,'string'));

cb1=get(handles.checkbox1,'value');
cb2=get(handles.checkbox2,'value');
cb3=get(handles.checkbox3,'value');

%model
f=inline(['v','t','x','v']);
g=inline(['-' par_b '*v/' par_m '-' par_k '*x/
par_m], 't', 'x', 'v');

%exact
p=-str2num(par_b)/(2*str2num(par_m));
q=sqrt(abs(str2num(par_b)^2-
4*str2num(par_m)*str2num(par_k)))/(2*str2num(par_m));
c1=x0;
c2=(v0-p*c1)/q;
exact_x=inline(['exp(p*t).* (c1*cos(q*t)+c2*sin(q*t))'], 't', 'p', 'q',
'c1', 'c2');

t=0:h:tmax;
x1(1)=x0;
v1(1)=v0;
x2(1)=x0;
v2(1)=v0;
waktu=toc;
waktul=waktu;
waktu2=waktu;
if cb1==1 && cb2==1 && cb3==1 %RKM, Hamming, Analitik

```

```

str={' t x RKM v RKM
x Hamming v Hamming x
Analitik';...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f %20.10f %20.10f',t(1),x1(1),v1(1),x2(1),v2(1),x0);
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
elseif cb1==1 && cb2==1 && cb3==0 %RKM & Hamming
str={' t x RKM v RKM
x Hamming v Hamming';...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f %20.10f %20.10f',t(1),x1(1),v1(1),x2(1),v2(1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
elseif cb1==1 && cb2==0 && cb3==1 %RKM & Analitik
str={' t x RKM v RKM
x Analitik';...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f %20.10f %20.10f',t(1),x1(1),v1(1),x0);
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
elseif cb1==0 && cb2==1 && cb3==1 %Hamming & Analitik
str={' t x Hamming v Hamming
x Analitik';...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f %20.10f %20.10f',t(1),x2(1),v2(1),x0);
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
elseif cb1==1 && cb2==0 && cb3==0 %RKM
str={' t x RKM v
RKM';...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f',t(1),x1(1),v1(1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
elseif cb1==0 && cb2==1 && cb3==0 %Hamming
str={' t x Hamming v
Hamming';...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f',t(1),x2(1),v2(1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
elseif cb1==0 && cb2==0 && cb3==1 %Analitik
str={' t x Analitik';...
sprintf('%5.2f %20.10f',t(1),x0);
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',2);
end

for i=1:length(t)-1;
if cb1==1 && cb2==1 && cb3==1 %RKM, Hamming, Analitik
tic;
[x1,v1]=RKM(i,h,t,x1,v1,f,g);
waktul=waktul+toc;
tic;
[x2,v2]=Hamming(i,h,t,x2,v2,f,g);
waktu2=waktu2+toc;
x3=exact_x(t(1:i+1),p,q,c1,c2);
error1=abs(x1-x3);
error2=abs(x2-x3);
tic;
str={get(handles.listbox1,'string');...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f %20.10f %20.10f %20.10f',t(i+1),x1(i+1),v1(i+1),x2(i+1),v2(i+1),x3(i+1));

```

```
    set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
    axes(handles.axes1);
    plot(t(1:i+1),x1,'r',t(1:i+1),x2,'g--'
    ',t(1:i+1),x3,'b:','LineWidth',2);
    xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
    title('Estimasi');
    waktu=toc;
    waktul=waktul+waktu;
    waktu2=waktu2+waktu;
    axes(handles.axes2);
    plot(t(1:i+1),error1,'r',t(1:i+1),error2,'g--'
    ','LineWidth',2);
    xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Error');
elseif cb1==1 && cb2==1 && cb3==0 %RKM & Hamming
tic;
[x1,v1]=RKM(i,h,t,x1,v1,f,g);
waktul=waktul+toc;
tic;
[x2,v2]=Hamming(i,h,t,x2,v2,f,g);
waktu2=waktu2+toc;
tic;
str={get(handles.listbox1,'string');...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f %20.10f
%20.10f',t(i+1),x1(i+1),v1(i+1),x2(i+1),v2(i+1))};
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
axes(handles.axes1);
plot(t(1:i+1),x1,'r',t(1:i+1),x2,'g--','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
title('Estimasi');
waktu=toc;
waktul=waktul+waktu;
waktu2=waktu2+waktu;
elseif cb1==1 && cb2==0 && cb3==1 %RKM & Analitik
tic;
[x1,v1]=RKM(i,h,t,x1,v1,f,g);
waktul=waktul+toc;
x3=exact_x(t(1:i+1),p,q,c1,c2);
error1=abs(x1-x3);
tic;
str={get(handles.listbox1,'string');...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f
%20.10f',t(i+1),x1(i+1),v1(i+1),x3(i+1))};
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
axes(handles.axes1);
plot(t(1:i+1),x1,'r',t(1:i+1),x3,'b:','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
title('Estimasi');
waktul=waktul+toc;
axes(handles.axes2);
plot(t(1:i+1),error1,'r','LineWidth',2);
elseif cb1==0 && cb2==1 && cb3==1 %Hamming & Analitik
tic;
[x2,v2]=Hamming(i,h,t,x2,v2,f,g);
waktu2=waktu2+toc;
x3=exact_x(t(1:i+1),p,q,c1,c2);
error2=abs(x2-x3);
```

```

tic;
str={get(handles.listbox1,'string')};...
sprintf('%5.2f %20.10f %20.10f
%20.10f',t(i+1),x2(i+1),v2(i+1),x3(i+1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
axes(handles.axes1);
plot(t(1:i+1),x2,'g--',t(1:i+1),x3,'b:','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
title('Estimasi');
waktu2=waktu2+toc;
axes(handles.axes2);
plot(t(1:i+1),error2,'g--','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Error');
elseif cb1==1 && cb2==0 && cb3==0 %RKM
tic;
[x1,v1]=RKM(i,h,t,x1,v1,f,g);
str={get(handles.listbox1,'string')};...
sprintf('%5.2f %20.10f
%20.10f',t(i+1),x1(i+1),v1(i+1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
axes(handles.axes1);
plot(t(1:i+1),x1,'r','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
title('Estimasi');
waktul=waktul+toc;
elseif cb1==0 && cb2==1 && cb3==0 %Hamming
tic;
[x2,v2]=Hamming(i,h,t,x2,v2,f,g);
str={get(handles.listbox1,'string')};...
sprintf('%5.2f %20.10f
%20.10f',t(i+1),x2(i+1),v2(i+1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
axes(handles.axes1);
plot(t(1:i+1),x2,'g--','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
title('Estimasi');
waktu2=waktu2+toc;
elseif cb1==0 && cb2==0 && cb3==1 %Analitik
x3=exact_x(t(1:i+1),p,q,c1,c2);
str={get(handles.listbox1,'string')};...
sprintf('%5.2f %20.10f',t(i+1),x3(i+1));
set(handles.listbox1,'string',char(str),'value',i+2);
axes(handles.axes1);
plot(t(1:i+1),x3,'b:','LineWidth',2);
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('Peregangan (x)');
title('Estimasi');
end
pause(0.1);
end
if cb1==1
set(handles.text21,'string',[num2str(waktul) ' s']);
end
if cb2==1
set(handles.text22,'string',[num2str(waktu2) ' s']);
end

```

B. Skrip untuk metode RKM

```

function [x,v]=RKM(i,h,t,x,v,f,g)
k1=h*f(t(i),x(i),v(i));
l1=h*g(t(i),x(i),v(i));
k2=h*f(t(i)+1/3*h,x(i)+1/3*k1,v(i)+1/3*l1);
l2=h*g(t(i)+1/3*h,x(i)+1/3*k1,v(i)+1/3*l1);
k3=h*f(t(i)+1/3*h,x(i)+1/6*k1+1/6*k2,v(i)+1/6*l1+1/6*l2);
l3=h*g(t(i)+1/3*h,x(i)+1/6*k1+1/6*k2,v(i)+1/6*l1+1/6*l2);
k4=h*f(t(i)+1/2*h,x(i)+1/8*k1+3/8*k3,v(i)+1/8*l1+3/8*l3);
l4=h*g(t(i)+1/2*h,x(i)+1/8*k1+3/8*k3,v(i)+1/8*l1+3/8*l3);
k5=h*f(t(i)+h,x(i)+1/2*k1-3/2*k3+2*k4,v(i)+1/2*l1-3/2*l3+2*l4);
l5=h*g(t(i)+h,x(i)+1/2*k1-3/2*k3+2*k4,v(i)+1/2*l1-3/2*l3+2*l4);
x(i+1)=x(i)+1/6*k1+2/3*k4+1/6*k5;
v(i+1)=v(i)+1/6*l1+2/3*l4+1/6*l5;

```

C. Skrip untuk metode Hamming

```

function [x,v]=Hamming(i,h,t,x,v,f,g)
if i<=3
    [x,v]=RKM(i,h,t,x,v,f,g);
else
    %Prediktor
    x(i+1)=x(i-3)+4*h/3*(2*f(t(i-2),x(i-2),v(i-2))-f(t(i-1),x(i-1),v(i-1))+2*f(t(i),x(i),v(i)));
    v(i+1)=v(i-3)+4*h/3*(2*g(t(i-2),x(i-2),v(i-2))-g(t(i-1),x(i-1),v(i-1))+2*g(t(i),x(i),v(i)));
    %Korektor
    x(i+1)=-x(i-2)/8+9/8*x(i)+3*h/8*(-f(t(i-1),x(i-1),v(i-1))+2*f(t(i),x(i),v(i))+f(t(i+1),x(i+1),v(i+1)));
    v(i+1)=-v(i-2)/8+9/8*v(i)+3*h/8*(-g(t(i-1),x(i-1),v(i-1))+2*g(t(i),x(i),v(i))+g(t(i+1),x(i+1),v(i+1)));
end

```

D. Skrip untuk metode analitik

```

%exact
p=-str2num(par_b)/(2*str2num(par_m));
q=sqrt(abs(str2num(par_b)^2-
4*str2num(par_m)*str2num(par_k)))/(2*str2num(par_m));
c1=x0;
c2=(v0-p*c1)/q;
exact_x=inline(['exp(p*t).*(c1*cos(q*t)+c2*sin(q*t))'], 't', 'p', 'q',
'c1', 'c2');

```

LAMPIRAN 3

MODEL :	
$f(t,x,v)$	$dx/dt = v$
$g(t,x,v)$	$dv/dt = - bv/m - kx/m$
massa benda (m) :	1
tetapan pegas (k) :	1
redaman (b) :	2
tarikan awal (x0) :	1
kecepatan awal (v0) :	0
h :	0.1
tmax :	3
<input checked="" type="checkbox"/> Runge-Kutta Merson <input type="checkbox"/> Hamming <input checked="" type="checkbox"/> Analitik	
<input type="button" value="PROSES"/>	
<input type="button" value="RESET"/>	
Waktu RKM :	0.61337 s
Waktu Hamming :	0 s

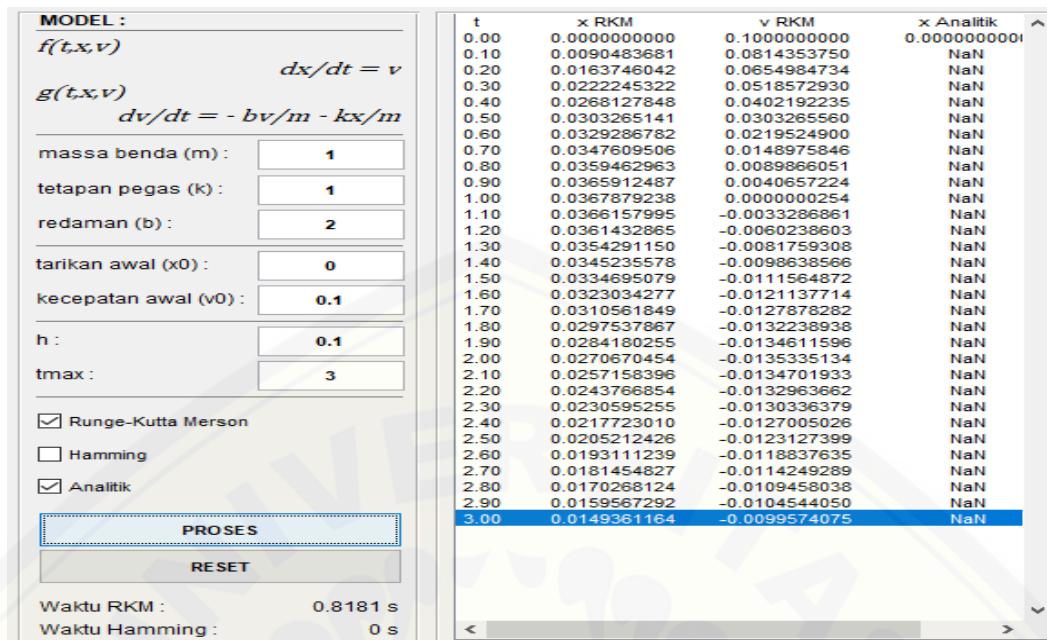
t	x RKM	v RKM	x Analitik
0.00	1.0000000000	0.0000000000	1.0000000000
0.10	0.9953211111	-0.0904836806	NaN
0.20	0.9824768178	-0.1637460420	NaN
0.30	0.9630635733	-0.2222453219	NaN
0.40	0.9384479312	-0.2681278480	NaN
0.50	0.9097958430	-0.3032651414	NaN
0.60	0.8780984632	-0.3292867815	NaN
0.70	0.8441948581	-0.3476095062	NaN
0.80	0.8087919766	-0.3594629628	NaN
0.90	0.7724821970	-0.3659124866	NaN
1.00	0.7357587300	-0.3678792380	NaN
1.10	0.6990291292	-0.3661579949	NaN
1.20	0.6626271266	-0.3614328647	NaN
1.30	0.6268229920	-0.3542911500	NaN
1.40	0.5918325896	-0.3452355779	NaN
1.50	0.5578252850	-0.3346950785	NaN
1.60	0.5249308399	-0.3230342772	NaN
1.70	0.4932454164	-0.3105618494	NaN
1.80	0.4628367968	-0.2975378874	NaN
1.90	0.4337489135	-0.2841802549	NaN
2.00	0.4060057751	-0.2706704544	NaN
2.10	0.3796148603	-0.2571583964	NaN
2.20	0.3545700463	-0.2437668542	NaN
2.30	0.3308541303	-0.2305952547	NaN
2.40	0.3084409932	-0.2177230098	NaN
2.50	0.2872974526	-0.2052124258	NaN
2.60	0.2673848444	-0.1931112394	NaN
2.70	0.2486603647	-0.1814548268	NaN
2.80	0.2310782099	-0.1702681237	NaN
2.90	0.2145905341	-0.1595672920	NaN
3.00	0.1991482530	-0.1493611639	NaN

Hasil simulasi gerak getaran pegas saat $v = 0$ pada redaman superkritis dengan metode RKM dan analitik

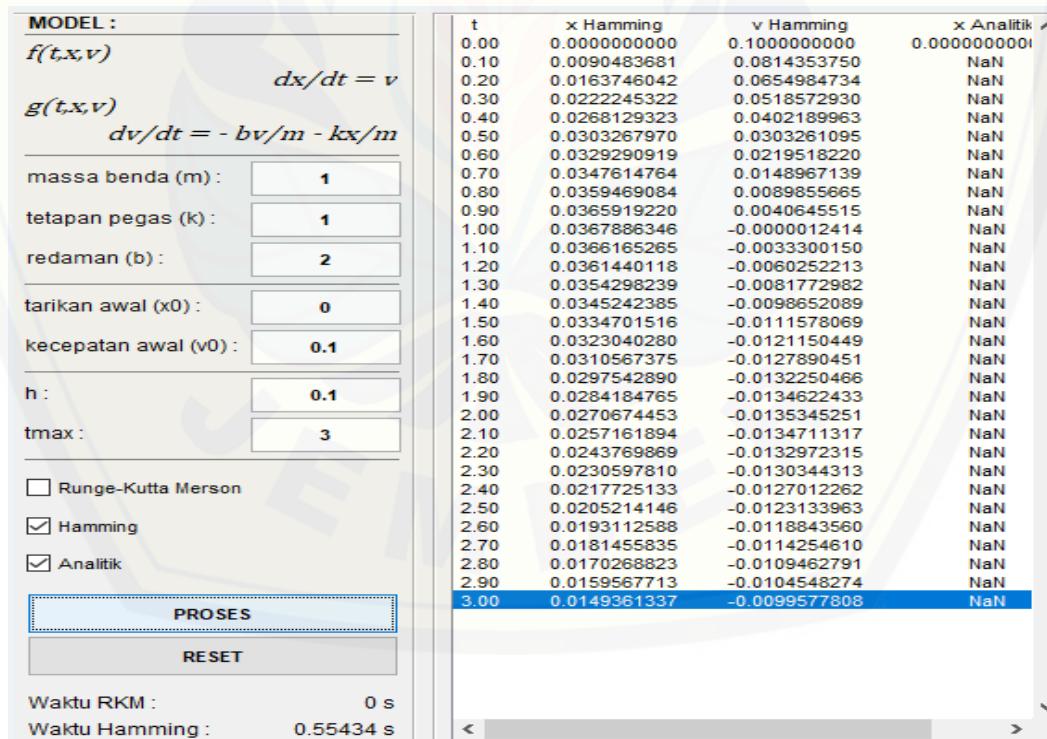
MODEL :	
$f(t,x,v)$	$dx/dt = v$
$g(t,x,v)$	$dv/dt = - bv/m - kx/m$
massa benda (m) :	1
tetapan pegas (k) :	1
redaman (b) :	2
tarikan awal (x0) :	1
kecepatan awal (v0) :	0
h :	0.1
tmax :	3
<input type="checkbox"/> Runge-Kutta Merson <input checked="" type="checkbox"/> Hamming <input checked="" type="checkbox"/> Analitik	
<input type="button" value="PROSES"/>	
<input type="button" value="RESET"/>	
Waktu RKM :	0 s
Waktu Hamming :	0.82168 s

t	x Hamming	v Hamming	x Analitik
0.00	1.0000000000	0.0000000000	1.0000000000
0.10	0.9953211111	-0.0904836806	NaN
0.20	0.9824768178	-0.1637460420	NaN
0.30	0.9630635733	-0.2222453219	NaN
0.40	0.9384491154	-0.2681297249	NaN
0.50	0.9097981055	-0.3032688195	NaN
0.60	0.8781017630	-0.3292922709	NaN
0.70	0.8441990383	-0.3476166450	NaN
0.80	0.8087968259	-0.3594714580	NaN
0.90	0.7724875103	-0.3659220391	NaN
1.00	0.7357643137	-0.3678895461	NaN
1.10	0.6990348118	-0.3661687788	NaN
1.20	0.6626327636	-0.3614438773	NaN
1.30	0.6268284658	-0.3543021798	NaN
1.40	0.5918378079	-0.3452464498	NaN
1.50	0.5578301786	-0.3347056515	NaN
1.60	0.5249353600	-0.3230444417	NaN
1.70	0.4932495316	-0.3105715236	NaN
1.80	0.4628404900	-0.2975469933	NaN
1.90	0.4337521795	-0.2841887949	NaN
2.00	0.4060086184	-0.2706783878	NaN
2.10	0.3796172925	-0.2571657164	NaN
2.20	0.3545720849	-0.2437735651	NaN
2.30	0.3308557967	-0.2306013695	NaN
2.40	0.3084423118	-0.2177285485	NaN
2.50	0.2872984496	-0.2052174132	NaN
2.60	0.2673855463	-0.1931157039	NaN
2.70	0.2486607991	-0.1814587993	NaN
2.80	0.2310784036	-0.1702716363	NaN
2.90	0.2145905133	-0.1595703776	NaN
3.00	0.1991480428	-0.1493638552	NaN

Hasil simulasi gerak getaran pegas saat $v = 0$ pada redaman superkritis dengan metode Hamming dan analitik



Hasil simulasi gerak getaran pegas saat $x = 0$ pada redaman superkritis dengan metode RKM dan analitik



Hasil simulasi gerak getaran pegas saat $x = 0$ pada redaman superkritis dengan metode Hamming dan analitik

