



**KOEFISIEN TRANSMISI PADA EFEK TEROBOSAN PENGHALANG
POTENSIAL RANGKAP TIGA GaN, SiC dan GaAs**

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Fisika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

Caecarico Imas Wasisto Nugroho

NIM. 150210102103

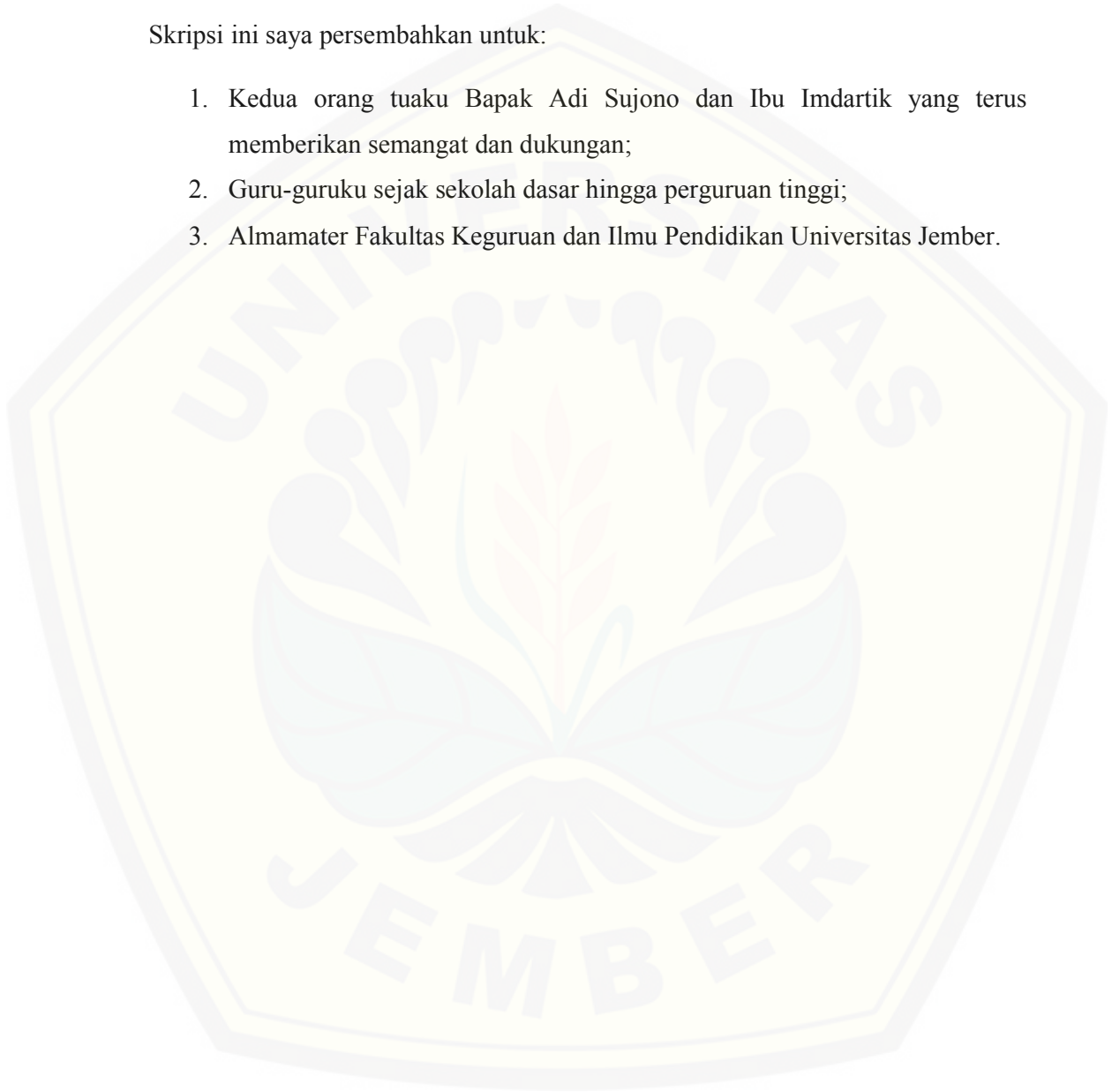
**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2019

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Kedua orang tuaku Bapak Adi Sujono dan Ibu Imdartik yang terus memberikan semangat dan dukungan;
2. Guru-guruku sejak sekolah dasar hingga perguruan tinggi;
3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.



MOTO

Dirimu yang sebenarnya adalah apa yang kamu lakukan disaat tiada orang lain
melihatmu (Ali bin Abi Thalib)



PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Caecarico Imas Wasisto Nugroho

NIM : 150210102103

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Koefisien Transmisi pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Rangkap Tiga GaN, SiC dan GaAs” adalah benar-benar hasil karya saya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapatkan sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 15 Januari 2019

Yang menyatakan,

Caecarico Imas Wasisto Nugroho

NIM. 150210102103

SKRIPSI

**KOEFISIEN TRANSMISI PADA EFEK TEROBOSAN PENGHALANG
POTENSIAL RANGKAP TIGA GaN, SiC dan GaAs**

Oleh:

Caecarico Imas Wasisto Nugroho

NIM. 150210102103

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Bambang Supriadi, M. Sc

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Yushardi, S. Si, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Koefisien Transmisi Pada Efek Terobosan Potensial Penghalang Rangkap Tiga GaN, SiC dan GaAs” telah diuji dan disahkan pada:

Hari, tanggal : Selasa, 19 Maret 2019

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Bambang Supriadi,
M.Sc.

NIP. 19680710 199302 1 001

Dr. Yushardi, S.Si., M.Si.

NIP. 19650420 199512 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Sri Handono Budi P, M.Si.

NIP. 19580318 195803 1 004

Drs. Albertus Djoko L, M.Si.

NIP. 19641230 199302 1 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Koefisien Transmisi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Rangkap Tiga GaN, SiC dan GaAs; Caecarico Imas Wasisto Nugroho, 150210102103; 2019: 59 halaman; Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Tujuan dari penelitian yang telah dilakukan yaitu untuk mengetahui nilai dari koefisien transmisi dan refleksi yang dimiliki oleh elektron saat mengalami efek terobosaan pada potensial penghalang rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs. Tinggi potensial penhalang dan lebarnya yang dimiliki oleh bahan semikonduktor yang digunakan yaitu GaN 3.39 eV dan 0.3189 nm; SiC 2.3 eV dan 0.43596 nm; GaAs 1.424 eV dan 0.565 nm. Sedangkan untuk energi maksimum elektron yang digunakan adalah 1 eV.

Koefisien transmisi menyatakan probabilitas yang dimiliki oleh partikel untuk menerobos melewati daerah potensial. Sebaliknya, koefisien refleksi menyatakan probabilitas yang dimiliki oleh partikel untuk dipantulkan oleh daerah potensial. Metode termudah yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai dari koefisien transmisi dan refleksi adalah metode propagasi matriks. Metode ini menggunakan pendekatan potensial tangga untuk mendapatkan nilai dari propagasi total daerah potensial. Untuk memudahkan dalam perhitungan, digunakan program komputer komputasi untuk menganalisa besarnya koefisien transmisi dan refleksi.

Koefisien transmisi terbesar yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada penghalang potensial rangkap tiga bernilai 0.8947 atau kurang lebih 89.47% pada energi elektron 0.9 eV. Sedangkan ketika energi dari elektron mencapai 1 eV, nilai koefisien transmisi yang dimiliki elektron tersebut bernilai 0.181 atau 18.1%.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Koefisien Transmisi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Rangkap Tiga GaN, SiC dan GaAs”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Dafik, M.Sc. Ph.D., selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember,
2. Dr. Dwi Wahyuni, M. Kes., selaku Ketua Jurusan Pendidikan MIPA,
3. Drs. Babang Supriadi, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Fisika dan Dosen Pembimbing Utama,
4. Drs. Alex Harijanto, M.Si., selaku Kepala Laboratorium Program Studi Pendidikan Fisika,
5. Dr. Yushardi, S. Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota dan Dosen Pembimbing Akademik,
6. Drs. Sri Handono Budi Prastowo, M.Si., selaku Dosen Penguji Utama,
7. Drs. Albertus Djoko Lesmono, M.Si., selaku Dosen Penguji Anggota,
8. Bapak Adi Sujono dan Ibu Imdartik sekeluarga yang telah memberikan motivasi dan do'a demi terselesaikanya skripsi ini.
9. Teman-teman dari Kontrakan Al-Barokah yang sudah memberikan support disaat yang sulit.
10. Anggota dari Quantum Family yang sudah menemani dalam membuat begitu banyak karya.

Penulis menerima segala kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak demi kesempurnaan penulisan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Februari 2019

Penulis



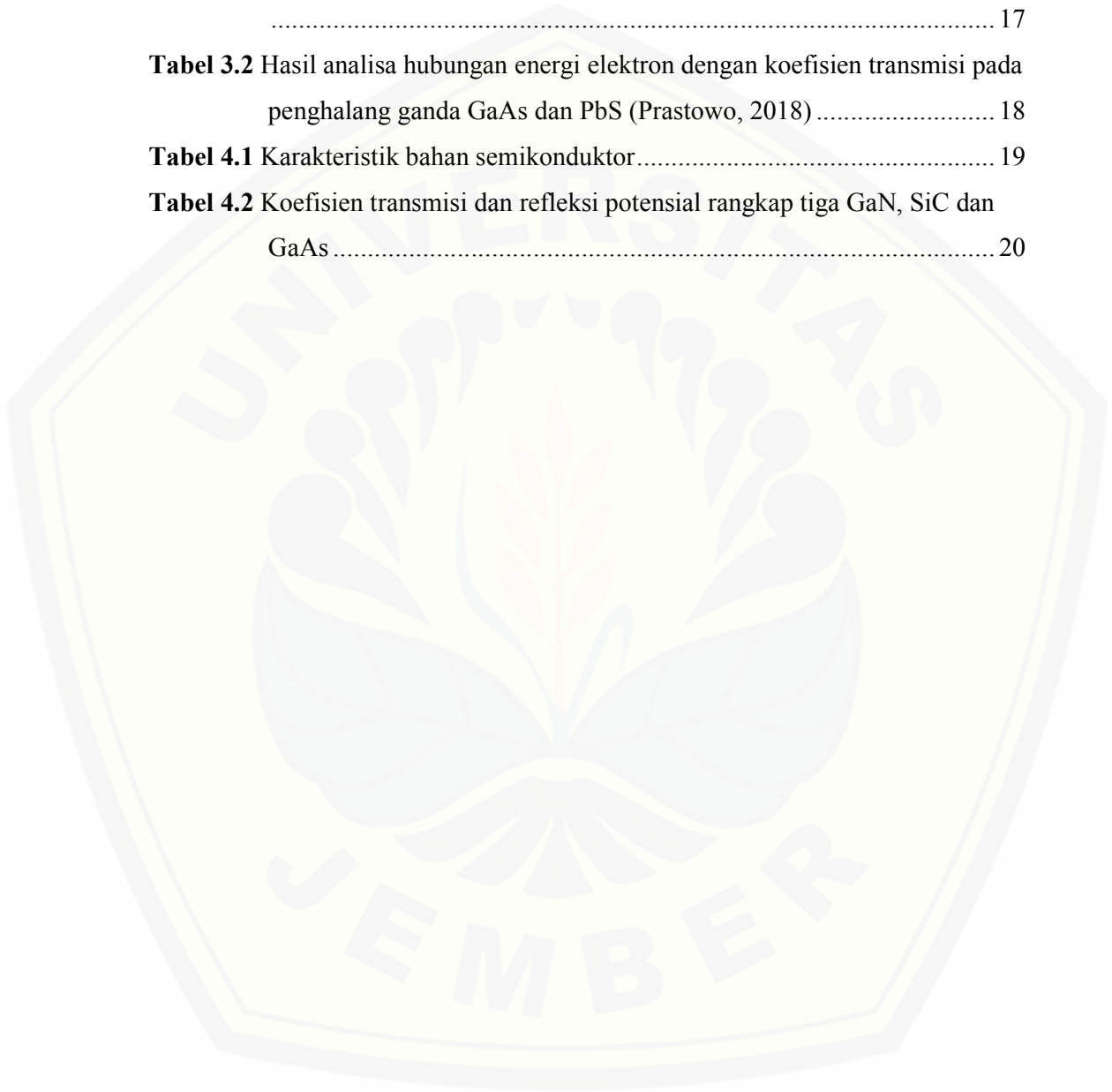
DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBING	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.2 Latar Belakang.....	1
1.3 Rumusan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Batasan Masalah	3
1.6 Manfaat Penelitian	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Gelombang Partikel.....	5
2.2 Fungsi Gelombang	5
2.3 Persamaan Schrödinger	5
2.4 Efek Terobosan (Tunneling Effect)	6
2.5 Metode Schrodinger	8
2.6 Metode Propagasi Matriks.....	10
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	13
3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian.....	13
3.2 Definisi Operasional.....	13
3.3 Langkah Penelitian.....	15

3.4	Teori Hasil Pengembangan.....	16
3.5	Data Simulasi.....	16
3.6	Pembanding Hasil Simulasi Penelitian	17
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN.....	19
4.1	Hasil	19
4.2	Pembahasan	23
BAB 5.	PENUTUP	27
5.1	Kesimpulan.....	27
5.2	Saran.....	27
DAFTAR PUSTAKA.....		28
LAMPIRAN.....		29

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Koefisien transmisi dan refleksi fungsi gelombang pada efek terobosan	17
Tabel 3.2 Hasil analisa hubungan energi elektron dengan koefisien transmisi pada penghalang ganda GaAs dan PbS (Prastowo, 2018)	18
Tabel 4.1 Karakteristik bahan semikonduktor	19
Tabel 4.2 Koefisien transmisi dan refleksi potensial rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs	20

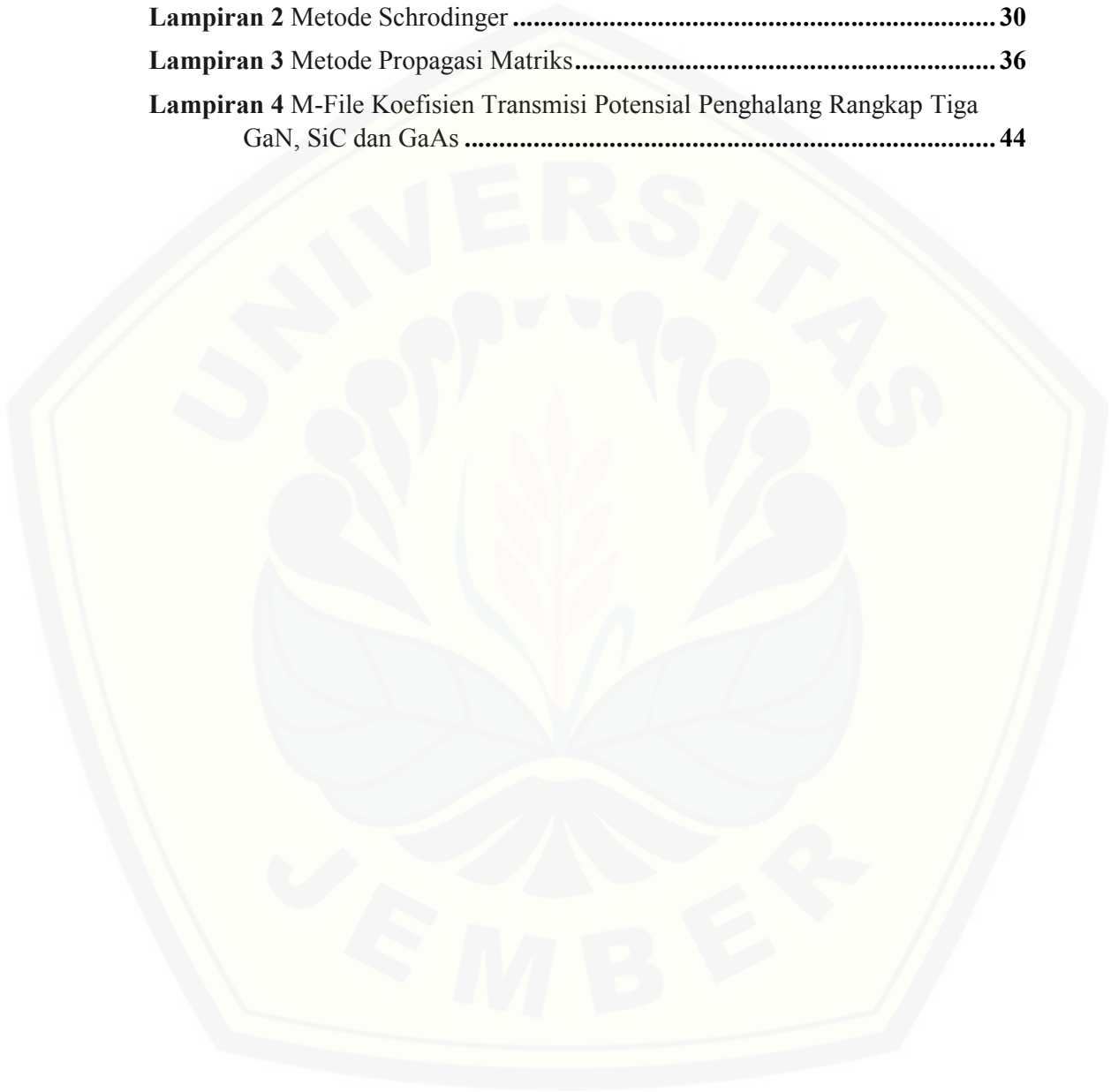


DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Model potensial penghalang ($E < V$)	6
Gambar 2.2. Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi $V(x)$ secara halus oleh sebuah deret potensial tangga.	10
Gambar 3.1. Bagan Langkah Penelitian.....	15
Gambar 3.2 Model potensial penghalang rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs.....	17
Gambar 3.3 Model potensial penghalang ganda GaAs dan PbS serta grafik hubungan antara energi elektron dengan koefisien transmisi (Prastowo, 2018)	18
Gambar 4.1 Model potensial penghalang GaN, SiC dan GaAs berdasarkan program komputer	20
Gambar 4.2 Koefisien transmisi pada potensial penghalang rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs	22
Gambar 4.3 Koefisien refleksi pada potensial penghalang rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs.....	23
Gambar 4.4 Ilustrasi potensial penghalang rangkap tiga menggunakan propagasi matriks	24
Gambar 4.5 Representasi fungsi gelombang dalam grafik posisi pada penghalang tunggal (Griffith, 2005:281).....	25

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Matriks Penelitian	29
Lampiran 2 Metode Schrodinger	30
Lampiran 3 Metode Propagasi Matriks.....	36
Lampiran 4 M-File Koefisien Transmisi Potensial Penghalang Rangkap Tiga GaN, SiC dan GaAs	44



BAB 1. PENDAHULUAN

1.2 Latar Belakang

Persamaan Schrödinger merupakan persamaan diferensial orde dua. Solusi dari persamaan tersebut adalah fungsi gelombang ψ . Hal itu menjadikan fungsi gelombang ψ merupakan variabel teoritis yang fundamental di dalam mempelajari mekanika kuantum. Meskipun fungsi gelombang ψ didapatkan, Max Bohr pada tahun 1926 menyatakan bahwa fungsi gelombang ψ tidak memiliki arti fisis apa-apa. Namun, $P(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2 = \psi(\vec{r}, t)^* \psi(\vec{r}, t)$ menyatakan kerapatan probabilitas. Probabilitas yang dimaksud adalah kemungkinan untuk mendapatkan partikel yang dideskripsikan oleh $\psi(\vec{r}, t)$ di sekitar posisi \vec{r} pada saat t (Purwanto, 2006: 51).

Efek terobosan merupakan salah satu permasalahan schrodinger yang terjadi ketika sebuah partikel memiliki energi E menerobos penghalang potensial V yang energinya lebih besar daripada energi partikel tersebut ($E < V$). Potensial penghalang dapat berupa tunggal, rangkap maupun deret. Ketika partikel tersebut berada dalam potensial, gerakannya akan dihambat hingga memiliki momentum sebesar $\sqrt{2m(V - E)}$ dengan bilangan gelombang $k = \sqrt{2m(V - E)}/\hbar$ (Zettili, 2009: 224). Penerapan dari efek terobosan ini adalah pembuatan perangkat elektronik seperti dioda, transistor, dan Integrated Circuit (IC).

Dalam konsep fisika semikonduktor, pita energi atau potensial penghalang merupakan ukuran penting dalam pemilihan material yang digunakan untuk membuat perangkat elektronik (Li, 2011). Setiap bahan semikonduktor memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Karakteristik tersebut terletak pada tinggi dan lebar potensial penghalang. Material semikonduktor golongan III A – nitrid seperti GaN dapat digunakan sebagai perangkat light-emitting dioda (LEDs), dioda laser (LDs) dan detektor ultraviolet (UV) karena memiliki energi gap 3.39 eV dengan lebar potensial penghalang 0.3189 nm (Mamor, 2009). SiC dapat digunakan sebagai light-emitting dioda pada spektrum cahaya hijau, biru dan ultraviolet karena

memiliki energi gap pada rentang 2.3 hingga 3.3 eV dengan lebar potensial penghalang 0.43596 nm (Levinshtein, dkk, 2001). GaAs merupakan material semikonduktor yang biasa digunakan untuk membuat gelombang mikro dan penguat sinyal pada perangkat elektronik dengan energi gap 1.424 eV dengan lebar potensial penghalang 0.565 nm (Candra, 2014). Ketiga bahan semikonduktor itu dipilih karena memiliki lebar potensial penghalang yang relatif berdekatan namun dengan band gap yang berbeda.

Koefisien transmisi pada efek terobosan menyatakan probabilitas partikel untuk menerobos melewati penghalang potensial. Selain koefisien transmisi terdapat istilah lagi yaitu koefisien refleksi. Jika koefisien transmisi menyatakan probabilitas partikel untuk menerobos penghalang maka koefisien transmisi menyatakan probabilitas partikel untuk dipantulkan oleh penghalang potensial. Analisa koefisien transmisi dapat menggunakan metode propagasi matriks. Ada beberapa langkah yang harus dilakukan dalam menggunakan metode propagasi matriks. Pertama, menghitung propagasi matriks \hat{p}_{step} untuk transmisi dari fungsi gelombang sebuah partikel berenergi E yang bergerak menuju penghalang potensial tunggal. Kedua, hitung propagasi matriks untuk fungsi gelombang diantara potensial step. Ketiga, hitung propagasi total yang dimiliki oleh penghalang dengan cara mengalikan tiap propagasi yang dimiliki setiap potensial (Levi, 2003: 168). Prastowo (2018) dalam penelitiannya menggunakan penghalang potensial rangkap dua GaAs dan PbS. GaAs memiliki potensial penghalang yang tinggi namun tidak lebar, sedangkan PbS memiliki potensial penghalang pendek namun lebar. Hasil yang didapatkan bahwa koefisien transmisi terbesar didapatkan ketika energi elektron 0.5123 eV dengan nilai koefisien transmisi 99,82%. Berdasarkan latar belakang diatas, tugas akhir ini berjudul Koefisien Transmisi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Rangkap Tiga GaN, SiC dan GaAs.

1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang sudah diungkapkan diatas, dapat dirumuskan permasalahan yaitu:

- a. Bagaimana nilai koefisien transmisi yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang kotak rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs?
- b. Bagaimana nilai koefisien refleksi yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang kotak rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs?

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

- a. Untuk mengetahui koefisien transmisi yang dimiliki elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang kotak rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs.
- b. Untuk mengetahui koefisien refleksi yang dimiliki elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang kotak rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs.

1.5 Batasan Masalah

Adapun batasan-batasan dalam penelitian ini yaitu:

- a. Persamaan Schrödinger yang digunakan adalah persamaan Schrödinger tidak bergantung waktu pada koordinat kartesian.
- b. Fungsi gelombang memenuhi syarat normalisasi.
- c. Fungsi gelombang yang digunakan adalah fungsi gelombang partikel bebas.
- d. Tinggi dan lebar potensial yang digunakan merupakan karakteristik bahan GaN, SiC dan GaAs.
- e. Jarak antar penghalang menggunakan radius Bohr (1 nm).
- f. Murni *Tunneling Effect*.

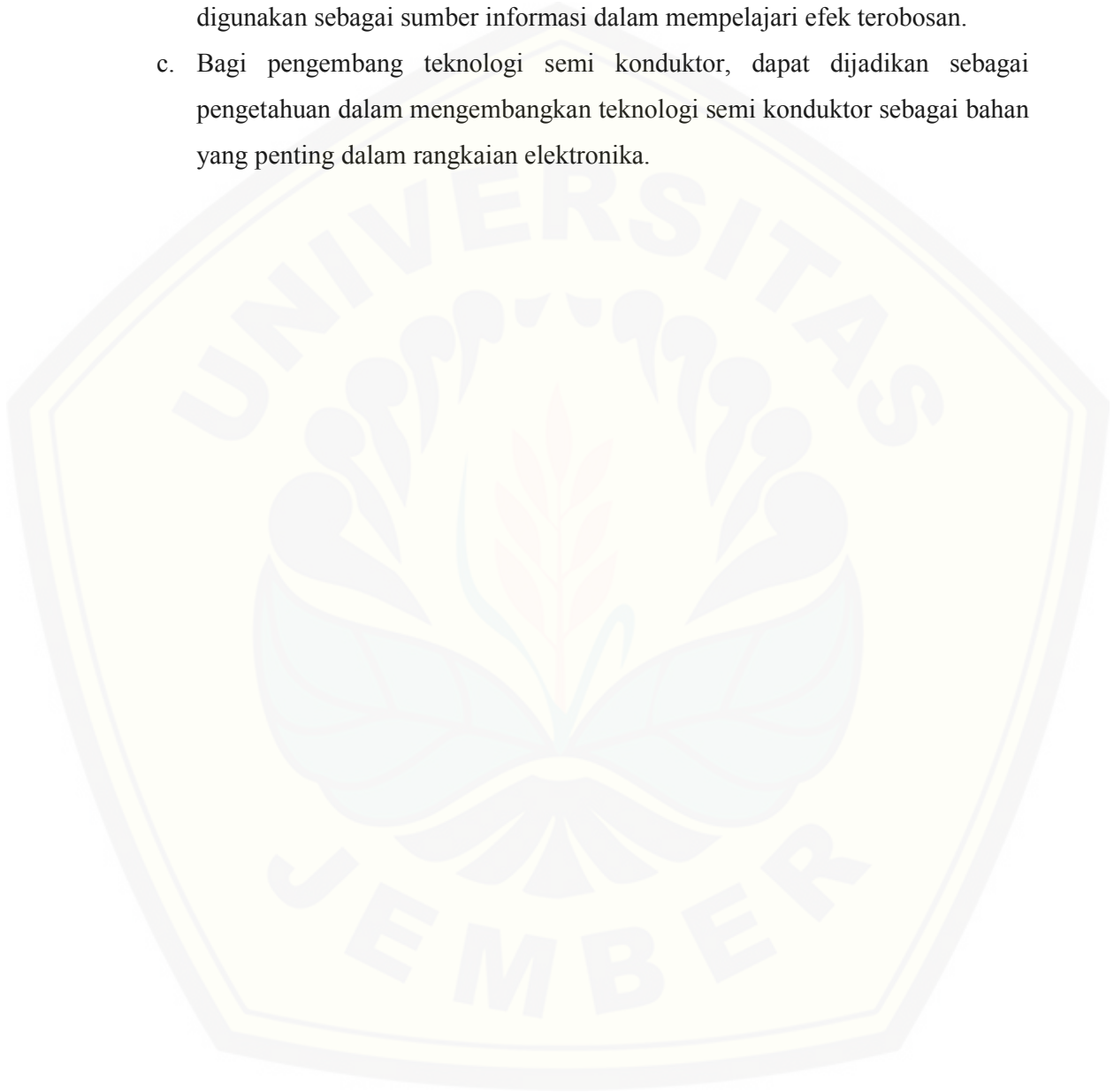
1.6 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu:

- a. Bagi lembaga, dapat digunakan sebagai referensi dalam kegiatan belajar mengajar di perkuliahan mengenai pengaruh tinggi potensial pada fungsi gelombang. Bagi pembaca, dapat digunakan sebagai referensi dalam

mempelajari pengembangan teori tentang pengaruh tinggi potensial penghalang pada fungsi gelombang dalam perkuliahan.

- b. Bagi peneliti, digunakan untuk menambah wawasan dan pengalaman, dan digunakan sebagai sumber informasi dalam mempelajari efek terobosan.
- c. Bagi pengembang teknologi semi konduktor, dapat dijadikan sebagai pengetahuan dalam mengembangkan teknologi semi konduktor sebagai bahan yang penting dalam rangkaian elektronika.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Gelombang Partikel

Louis de Broglie telah mengungkapkan bahwa sebuah partikel yang memiliki momentum P akan memiliki panjang gelombang λ . Hal tersebut dapat dijelaskan dengan sebuah partikel yang bermassa m bergerak dengan kecepatan v memiliki panjang gelombang yang dinyatakan

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{P}$$

dengan h merupakan konstanta Planck yang bernilai $6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ (Purwanto, 2006: 20).

2.2 Fungsi Gelombang

Fungsi gelombang ψ adalah kuantitas yang fundamental dalam mekanika kuantum. Hal tersebut dikarenakan fungsi gelombang memuat informasi yang dimiliki oleh partikel bergerak. Fungsi gelombang $\psi(\vec{r}, t)$ itu sendiri tidak memiliki arti fisis. Namun,

$$P(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t) \cdot \Psi(\vec{r}, t)$$

merepresentasikan sebagai rapat kemungkinan. Untuk lengkapnya ditulis dengan

$$P(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|^2$$

menyatakan kemungkinan dalam menemukan partikel oleh $\Psi(\vec{r}, t)$ pada volume dv di posisi \vec{r} saat waktu t (Purwanto, 2006: 51).

2.3 Persamaan Schrödinger

Erwin Schrodinger pada tahun 1926 mengenalkan suatu persamaan orde dua yang membahas tentang deskripsi gelombang partikel pada dimensi atomik yang dikenal sebagai persamaan Schrodinger. Ada beberapa postulat yang harus di taati untuk mendapatkan persamaan Schrodinger.

- a. Taat pada hukum kekekalan energi

$$E\Psi = T\Psi + V\Psi$$

$$E\Psi = \frac{p^2}{2m}\Psi + V\Psi$$

b. Taat pada postulat de Broglie

$$P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

c. Berkelakuan baik (menghasilkan nilai eigen)

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = -\frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\Psi(x)$$

dengan mengikuti beberapa syarat tersebut didapatkan suatu persamaan orde dua

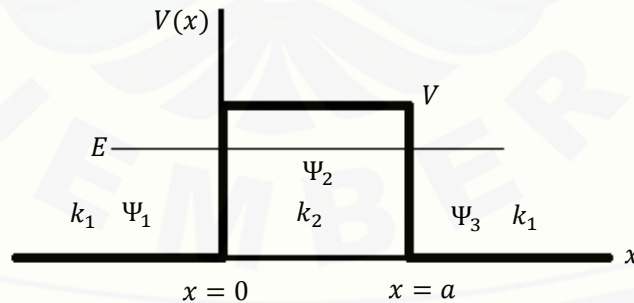
$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = -k^2\Psi(x) \text{ dimana } k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - V)}$$

persamaan diatas dikenal sebagai persamaan Schrodinger. Solusi dari persamaan tersebut berupa fungsi gelombang yang dapat berbentuk trigonometri maupun eksponensial. Salah satu fungsi gelombang yang biasa di gunakan yaitu

$$\Psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

2.4 Efek Terobosan (Tunneling Effect)

Efek terobosan merupakan fenomena dalam fisika kuantum ketika partikel berenergi E menerobos daerah potensial penghalang V dengan syarat $E < V$.



Gambar 2.1 Model potensial penghalang ($E < V$)

Pada gambar 2.1 diperlihatkan mengenai model potensial penghalan 1D dengan lebar a . Ψ menyatakan fungsi gelombang partikel dengan bilangan gelombang k yang memiliki energi sebesar E . Efek terobosan terjadi ketika partikel datang dari daerah $x < 0$ sebagai fungsi gelombang Ψ_1 , memiliki momentum

$\sqrt{2m(E)}$ dengan bilangan gelombang $k_1 = \frac{\sqrt{2m(E)}}{\hbar}$ menerobos penghalang potensial $V < E$ yang secara fisika klasik tidak dapat dilakukan oleh partikel tersebut. Ketika partikel memasuki daerah $0 \leq x \leq a$ momentumnya mengalami penurunan hingga mencapai $\sqrt{2m(V-E)}$ dengan bilangan gelombang $k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$ karena dihambat oleh penghalang. Dalam fenomena ini, sifat partikelnya akan berubah menjadi sifat gelombang. Namun, setelah partikel berhasil menerobos ke daerah $x > a$, momentum dan bilangan gelombangnya kembali seperti semula. Solusi fungsi gelombang pada tiap daerah dapat dinyatakan dengan

$$\Psi_1(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \quad \text{dengan} \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\Psi_2(x) = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \quad \text{dengan} \quad k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$$

$$\Psi_3(x) = Fe^{ik_1x} + \quad \text{dengan} \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

A, B, C, D dan F adalah konstanta normalisasi dari fungsi gelombang. Setiap kali partikel menerobos penghalang, nilai dari konstanta normalisasinya akan mengecil. Untuk daerah yang memiliki potensial $V(x) = 0$, fungsi gelombangnya bersifat imajiner. Sedangkan pada daerah $V(x) = V$, fungsi gelombangnya bersifat real.

Dalam efek terobosan dikenal istilah koefisien transmisi dan refleksi. Koefisien transmisi dapat diartikan sebagai probabilitas yang dimiliki oleh partikel untuk dapat menerobos penghalang potensial. Sebaliknya, koefisien refleksi diartikan sebagai probabilitas yang dimiliki oleh partikel untuk dipantulkan ketika mencoba menerobos potensial penghalang. Persamaan yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai koefisien transmisi pada efek terobosan yaitu

$$T = |t|^2 = \left| \frac{F}{A} \right|^2$$

F adalah konstanta normalisasi dari fungsi gelombang yang lolos sedangkan A adalah konstanta normalisasi dari fungsi gelombang datang. Untuk persamaan koefisien refleksi dapat dituliskan dengan

$$R = |r|^2 = \left| \frac{B}{A} \right|^2$$

B adalah konstanta normalisasi dari fungsi gelombang yang dipantulkan. Hasil penjumlahan dari koefisien transmisi dan refleksi harus bernilai 1. Sehingga hubungan keduanya dapat dituliskan dengan,

$$T + R = 1$$

(Zettili, 2009:227)

2.5 Metode Schrodinger

Untuk menyelesaikan permasalahan koefisien transmisi atau refleksi, terdapat beberapa metode yang dapat digunakan. Dua diantaranya adalah metode Schrodinger dan Propagasi Matriks. Dalam hal ini akan dibahas metode Schrodinger. Berdasarkan gambar 2.1, solusi fungsi gelombang pada tiap daerah dituliskan dengan

$$\Psi_1(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \quad \text{dengan} \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\Psi_2(x) = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \quad \text{dengan} \quad k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$$

$$\Psi_3(x) = Fe^{ik_1x} \quad \text{dengan} \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Hal pertama yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan syarat kontinuitas pada tiap batas potensial.

Syarat kontinuitas pada $x = 0$

$$\begin{aligned} \Psi_1(0) &= \Psi_2(0) \\ Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} &= Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \\ A + B &= C + D \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_1(0)}{dx} &= \frac{d\Psi_2(0)}{dx} \\ \frac{d}{dx}(Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x}) &= \frac{d}{dx}(Ce^{k_2x} + De^{-k_2x}) \\ ik_1(A - B) &= k_2(C - D)\end{aligned}\quad (2)$$

menggunakan teknik eliminasi pada persamaan 1 dan 2 didapatkan

$$A = \frac{C(ik_1 + k_2) + D(ik_1 - k_2)}{2ik_1}\quad (3)$$

Syarat kontinuitas pada $x = a$

$$\begin{aligned}\Psi_2(a) &= \Psi_3(a) \\ Ce^{k_2a} + De^{-k_2a} &= Fe^{ik_1a} \\ Ce^{k_2a} + De^{-k_2a} &= Fe^{ik_1a}\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_2(a)}{dx} &= \frac{d\Psi_3(a)}{dx} \\ \frac{d}{dx}(Ce^{k_2x} + De^{-k_2x}) &= \frac{d}{dx}(Fe^{ik_1x}) \\ k_2(Ce^{k_2a} - De^{-k_2a}) &= ik_1Fe^{ik_1a}\end{aligned}\quad (5)$$

menggunakan teknik eliminasi pada persamaan 4 dan 5 didapatkan

$$C = \frac{Fe^{ik_1a}(ik_1 + k_2)}{2k_2e^{k_2a}}\quad (6)$$

$$D = \frac{Fe^{ik_1a}(k_2 - ik_1)}{2k_2e^{-k_2a}}\quad (7)$$

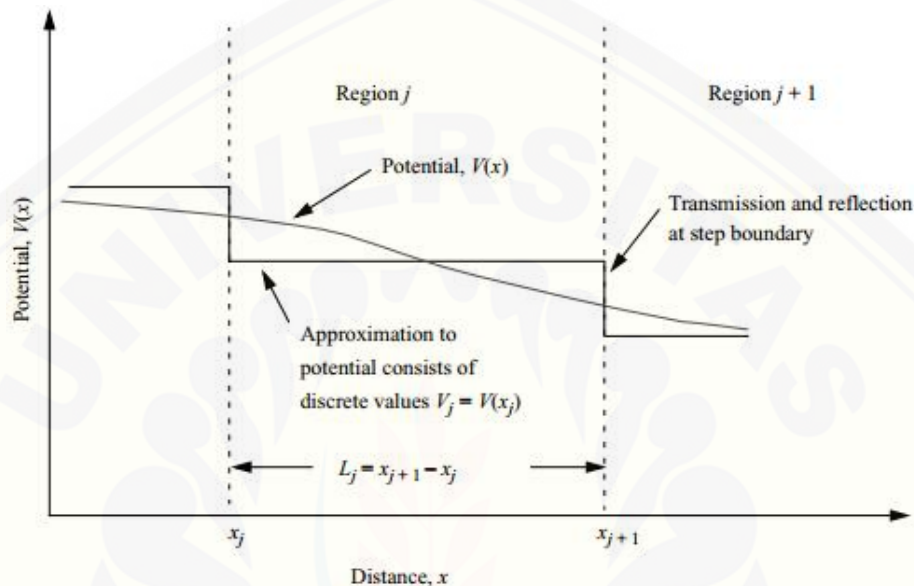
Berdasarkan persamaan 3, 6 dan 7 didapatkan persamaan koefisien transmisi untuk penghalang potensial tunggal

$$T = \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1k_2}\right)^2 \sinh^2(k_2a)\right)^{-1}\quad (8)$$

(Zettili, 2009: 228)

2.6 Metode Propagasi Matriks

Metode propagasi matriks merupakan penyebaran atau transmisi dari suatu gelombang menggunakan matriks. Metode ini paling mudah untuk digunakan karena lebih mudah dipahami. Dalam prosesnya dirangkum dalam empat bagian.



Gambar 2.2. Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi $V(x)$ secara halus oleh sebuah deret potensial tangga.

- Bagian pertama: Hitung propagasi matriks \hat{p}_{step} untuk transmisi dan refleksi dari fungsi gelombang yang merepresentasikan sebuah partikel berenergi E memasuki sebuah potensial tangga. Potensial tangga yang dimaksud yaitu pada posisi x_{j+1} pada gambar 2.2
- Bagian kedua: Hitung propagasi matriks \hat{p}_{free} untuk propagasi fungsi gelombang diantara dua potensial tangga. Propagasi yang dimaksud yaitu berada di antara posisi x_j dan x_{j+1} pada gambar 2.2. Lebar dari propagasi ini adalah $L_j = x_{j+1} - x_j$.
- Bagian ketiga: Hitung propagasi matriks pada daerah j dengan mengalikan propagasi \hat{p}_{step} dan \hat{p}_{free} untuk mendapatkan propagasi \hat{p}_j pada gambar 2.2
- Bagian keempat: Hitung propagasi total matriks \hat{p} untuk total potensial tangga dengan mengalikan semua propagasi tiap daerah potensial.

Berdasarkan gambar 2.1, terdapat sebuah partikel dengan fungsi gelombang Ψ_1 menerobos penghalang potensial dari sebelah kiri dengan konstanta normalisasi fungsi gelombang A. Pada posisi $x = 0$, besar potensial penghalangnya adalah V_0 sepanjang a dan mengalami penurunan pada $x = a$. Bilangan gelombang dari partikel tersebut akan berubah dari k_1 pada bagian luar penghalang menjadi k_2 di dalam penghalang pada daerah $0 < x < a$.

Solusi persamaan Schrodinger untuk perubahan potensial yaitu

$$\Psi_1 = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \quad (9)$$

$$\Psi_2 = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} \quad (10)$$

fungsi gelombang Ψ_1 dan Ψ_2 saling terikat oleh syarat batas sehingga fungsi gelombangnya harus memenuhi syarat kontinuitas.

$$\Psi_1|_{step} = \Psi_2|_{step}$$

dan

$$\frac{d\Psi_1}{dx}|_{step} = \frac{d\Psi_2}{dx}|_{step}$$

didapatkan

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (11)$$

dan

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} - \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{k_2}{ik_1} \frac{C}{\sqrt{k_2}} - \frac{k_2}{ik_1} \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (12)$$

Persamaan 14 dan 15 dapat ditulis kembali dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (13)$$

Untuk mengeliminasi matriks 2×2 pada sebelah kiri harus dikalikan dengan invers dari matriks tersebut. Determinan dari matriks pada ruas kiri adalah $\frac{-1-1}{k_1} = -\frac{2}{k_1}$, invers dari matriks bagian kiri yaitu

$$\frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

sehingga persamaan 13 dapat ditulis kembali dengan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (15)$$

dari persamaan 15 dapat diketahui propagasi untuk potensial step up yaitu

$$\hat{p}_{step\ up} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Karena penghalang potensial kotak tersusun atas step-up dan step-down potensial, maka propagasi total dari penghalang potensial tersebut adalah hasil kali dari propagasi step-up, propagasi daerah diantara potensial step dan propagasi step-down.

$$\hat{p} = \hat{p}_{step\ up} \hat{p}_{free} \hat{p}_{step\ down} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{p} &= \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_1 - ik_2 & k_1 + ik_2 \\ k_1 + ik_2 & k_1 - ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 a} & 0 \\ 0 & e^{k_2 a} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{4k_1 k_2} \begin{bmatrix} (ik_1 + k_2)e^{-k_2 a} & (ik_1 - k_2)e^{k_2 a} \\ (ik_1 - k_2)e^{-k_2 a} & (ik_1 + k_2)e^{k_2 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_2 + ik_1 & k_2 - ik_1 \\ k_2 - ik_1 & k_2 + ik_1 \end{bmatrix} \quad (18) \end{aligned}$$

dari persamaan 21 didapatkan harga p_{11} yaitu

$$p_{11} = \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a)}{2k_1 k_2} + \cosh(k_2 a) \quad (19)$$

Koefisien transmisi pada metode propagasi matriks dinyatakan dengan

$$T = \frac{1}{|p_{11}|^2} \quad (20)$$

$$T = \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 a) \right)^{-1} \quad (\text{Levi, 2003 :182}). \quad (21)$$

BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian non eksperimen. Penelitian ini dilakukan pada bulan November hingga Desember tahun 2018. Tempat penelitian di Laboratorium Fisika Lanjut, Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

3.2 Definisi Operasional

Definisi operasional pada penelitian ini ditujukan untuk tidak terjadi kesalahan dalam mengartikan istilah-istilah dalam penelitian yang digunakan. Variabel-variabel yang akan diteliti dalam penelitian ini yaitu:

a. Fungsi Gelombang Partikel Bebas

Fungsi gelombang merupakan komponen fundamental dalam mekanika kuantum yang didalamnya berisikan informasi sifa partikel yang diwakilinya. Dalam penelitian ini akan diamati bagaiman fungsi gelombang yang dimiliki oleh suatu partikel sebelum, sesaat dan sesudah mengalami efek terobosan.

b. Energi Partikel

Energi yang dimiliki oleh elektron pada rentang $0 < E < 1eV$.

c. Koefisien Transmisi

Merupakan probabilitas partikel untuk menerobos penghalang potensial. Koefisien transmisi ini mengindikasikan rasio partikel yang lolos pada daerah $x > L$ setelah mengalami efek terobosan.

d. Koefisien Refleksi

Merupakan probabilitas partikel terpantulkan oleh penghalang potensial. Koefisien refleksi ini dapat diketahui dengan persamaan $R = 1 - T$.

e. Potensial Penghalang

Merupakan daerah energi potensial yang menghalangi gerak partikel ketika mencoba menerobos. Untuk besar dan lebar potensial penghalang tergantung dari bahan semikonduktor yang digunakan.

1. Silicon Carbide (SiC)

Material semikonduktor yang memiliki potensial penghalang pada rentang 2.3 hingga 3.3 eV digunakan untuk memancarkan cahaya hijau, biru dan ungu pada perangkat pemancar cahaya dengan lebar potensial 0.43596 nm.

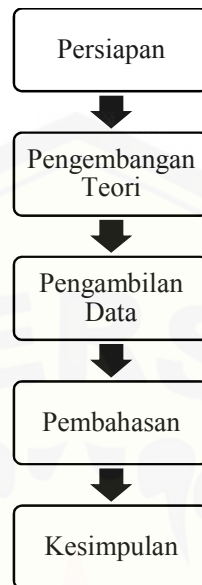
2. Galium Arsenide (GaAs)

Material semikonduktor yang digunakan sebagai banggihan di pembuatan microwave dan penguat sinyal pada dioda karena memiliki band gap sebesar 1.424 eV dengan lebar potensial 0.565 nm.

3. Galium Nitride (GaN)

Material semikonduktor yang digunakan dalam pembuatan detector sinar ultraviolet (UV) sensitivitas tinggi dengan besar band gap 3.39 eV dengan lebar potensial 0.3189 nm.

3.3 Langkah Penelitian



Gambar 3.1. Bagan Langkah Penelitian

a. Tahap Persiapan

Tahap persiapan merupakan tahap yang digunakan peneliti untuk mencari sumber-sumber yang relevan. Sumber tersebut mulai dari jurnal-jurnal, buku tentang fisika modern, fisika kuantum, fisika matematika, fisika komputasi, serta mekanika kuantum yang berkaitan dengan partikel bebas dan efek terobosan pada potensial penghalang.

b. Pengembangan Teori

Pada tahap ini mengembangkan teori dari bahan-bahan yang telah didapatkan sebelumnya. Teori yang dikembangkan ialah pengaruh tinggi potensial penghalang pada probabilitas, fungsi gelombang, koefisien transmisi dan refleksi dari partikel bebas.

c. Pengambilan Data

Pada tahap ini pengambilan data dilakukan menggunakan perhitungan analitik. Perhitungan analitik berupa penyelesaian fungsi gelombang, probabilitas, koefisien transmisi dan refleksi dari partikel bebas ketika mengalami efek terobosan.

d. Pembahasan

Hasil dari perhitungan selanjutnya akan dijelaskan secara rinci mengenai pengaruh tinggi potensial penghalang terhadap fungsi gelombang secara general.

e. Kesimpulan

Hasil dari pembahasan selanjutnya ditarik kesimpulan untuk menjawab rumusan masalah penelitian.

3.4 Teori Hasil Pengembangan

Berdasarkan dari teori-teori yang telah ada sebelumnya, maka untuk mendapatkan hasil yang diinginkan digunakan beberapa persamaan yaitu:

- Propagasi Matrik Penghalang Potensial Rangkap Tiga

$$\hat{P} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L} \end{bmatrix} \frac{k_2}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix}^X$$

$$\begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_3}{ik_1}\right) & 1 - \frac{k_3}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_3}{ik_1} & 1 + \frac{k_3}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_3 L_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 L_3} \end{bmatrix}^X$$

$$\frac{k_3}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_3}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_3}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_3}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_4} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_4} \end{bmatrix} \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_4}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_4}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_4}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_4}{ik_1}\right) \end{bmatrix}^X$$

$$\begin{bmatrix} e^{-k_4 L_5} & 0 \\ 0 & e^{k_4 L_5} \end{bmatrix} \frac{k_4}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_4}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_4}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_4}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_4}\right) \end{bmatrix}$$

- Koefisien Transmisi (T) dan Koefisien Refleksi (R)

$$T = \frac{1}{|P_{11}|^2} \quad \text{dan} \quad R = \frac{|P_{21}|^2}{|P_{11}|^2}$$

3.5 Data Simulasi

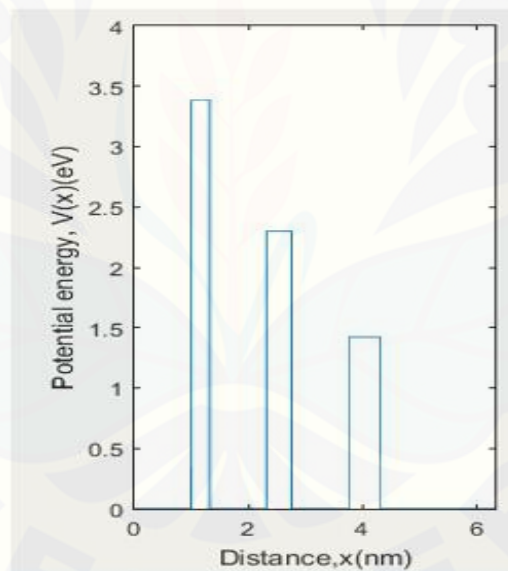
Potensial penghalang yang digunakan berturut-turut GaN, SiC dan GaAs dengan tinggi perintang sebesar 3.39 eV, 2.3 eV, dan 1.424 eV dengan lebar potensial 0.3189 nm, 0.43596 nm dan 0.565 nm. Jarak yang digunakan untuk

memisahkan potensial satu dengan lainnya adalah 1 nm. Nilai energi maksimum elektron yang digunakan sebesar 1 eV. Adapun data untuk koefisien transmisi dan refleksi dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 3.1 Koefisien transmisi dan refleksi fungsi gelombang pada efek terobosan

E (eV)	T	R
----------	-----	-----

Adapun model dari potensial penghalang ditunjukkan oleh model berikut



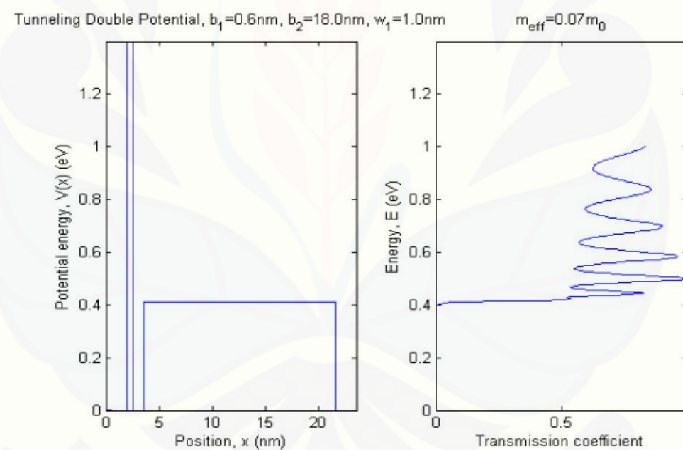
Gambar 3.2 Model potensial penghalang rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs

3.6 Pembeding Hasil Simulasi Penelitian

Hasil pengembangan teori menggunakan pembeding yaitu hasil penelitian dari koefisien transmisi fungsi gelombang pada efek terobosan akibat adanya penghalang potensial kotak ganda GaAs dan PbS. Berikut hasil dari penelitian

Tabel 3.2 Hasil analisa hubungan energi elektron dengan koefisien transmisi pada penghalang ganda GaAs dan PbS (Prastowo, 2018)

Data	Energi Elektron (eV)	Koefisien Transmisi
1	0.0025	$3.45 \cdot 10^{-17}$
2	0.3975	0.0035
3	0.4259	0.5229
4	0.4453	0.8249
5	0.5123	0.9982
6	0.5886	0.9616
7	0.6975	0.8993
8	0.8425	0.8524
9	1.0	0.8291



Gambar 3.3 Model potensial penghalang ganda GaAs dan PbS serta grafik hubungan antara energi elektron dengan koefisien transmisi (Prastowo, 2018)

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang sudah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

- a. Semakin besar energi yang dimiliki oleh elektron tidak menjadikan nilai koefisien transmisi semakin besar. Terdapat keadaan pada energi elektron tertentu yang memiliki nilai koefisien transmisi terbesar. Dalam penelitian ini koefisien transmisi terbesar yang dimiliki oleh elektron untuk menerobos penghalang potensial rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs dalam rentang energi elektron $0 \leq E \leq 1 \text{ eV}$ adalah 0.8947 atau 89.47% pada energi 0.9 eV.
- b. Nilai koefisien refleksi kebalikan dari koefisien transmisi dimana jumlah dari koefisien keduanya adalah 1. Energi elektron yang semakin besar tidak menjadikan nilai koefisien refleksi mengecil. Pada energi elektron maksimum yaitu 1 eV, elektron memiliki koefisien refleksi yang lebih besar yaitu 0.181 atau 18.1% daripada ketika energi elektron 0.9 eV.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini, besar potensial dari karakteristik bahan semikonduktor semakin menurun dengan jarak antar penghalang dibuat sama. Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah dengan membuat tinggi penghalang yang semakin naik dengan jarak penghalang dibuat sama atau sebaliknya.

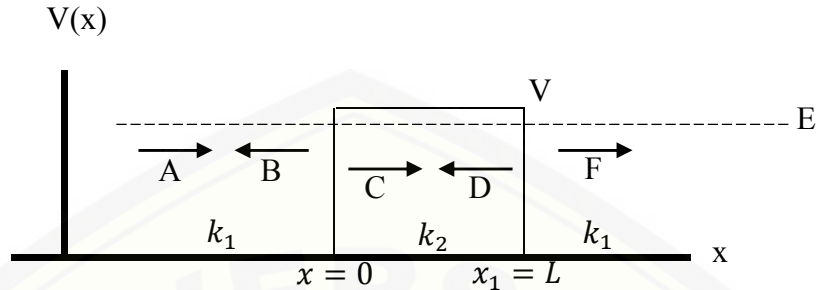
DAFTAR PUSTAKA

- Candra, A. A. Febrianto. 2014. Osilator berbasis Gallium Arsenide (GaAs). *Techne Jurnal ilmiah elektronika*. 13(1):15-28
- Goswami, Rupam dan Basab. 2012. Behavior of Transmission Probability in a Single Rectangular Potential Barrier at Constant Barrier Height-Barrier Width Product. *The International Journal of Engineering*. 1 (1): 85-94.
- Griffiths, J. David. 2005. *Introduction Quantum Mechanics: Second Edition*. Reed College, United States of America: Pearson Prentice Hall.
- Levi, A. 2003. *Applied Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Levinshtein, M. E. 2001. *Advanced Semiconductor Materials GaN, AlN, InN, BN, SiC, SiGe*. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd.
- Philips, A. C. 2003. *Introduction to Quantum Mechanics*. USA: John Wiley and Sons, Ltd
- Park, Y. S. 1998. *SiC materials and devices*. San Diego: Academic Press.
- Prastowo, S. H. B. B. Supriadi. Z. R. Ridlo. dan T. Prihandono. 2018. Tunneling Effect on Double Potential Barriers GaAs and PbS. *Journal of Physics: Conf. Series*. (1008) 012012.
- Purwanto, Agus. 2006. *Fisika Kuantum*. Yogyakarta: Gava Media.
- Zettili, Nourdine. 2009. *Quantum mechanics concepts and applications: Second Edition*. United Kingdom: John Wiley and Sons Ltd.

LAMPIRAN I MATRIKS PENELITIAN

JUDUL	TUJUAN PENELITIAN	VARIABEL	DATA DAN TEKNIK PENGAMBILAN DATA	METODE PENELITIAN
KOEFISIEN TRANSMISI PADA EFEK TEROBOSAN PENGHALANG POTENSIAL RANGKAP TIGA GaN, SiC dan GaAs	Untuk mengetahui koefisien transmisi yang dimiliki elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang kotak rangkap tiga GaN, SiC dan GaAs.	1. Variabel kontrol Fungsi gelombang Material semi konduktor 2. Variabel bebas Energi partikel 3. Variabel terikat Koefisien transmisi Koefisien refleksi	Propagasi Matriks	Jenis penelitian ini adalah penelitian non eksperimen

LAMPIRAN II METODE SCHRODINGER



Gambar 1. Model penghalang potensial tunggal

Diketahui:

$$\Psi_1(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \quad \text{dengan} \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\Psi_2(x) = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \quad \text{dengan} \quad k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$$

$$\Psi_3(x) = Fe^{ik_1x} + Ge^{-ik_1x} \quad \text{dengan} \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Menentukan hubungan **A** dengan **B** dan **C**

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = 0$

$$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$$

$$Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x}$$

$$Ae^{ik_1 \cdot 0} + Be^{-ik_1 \cdot 0} = Ce^{k_2 \cdot 0} + De^{-k_2 \cdot 0}$$

$$A + B = C + D \tag{1}$$

$$\frac{d\Psi_1(0)}{dx} = \frac{d\Psi_2(0)}{dx}$$

$$\frac{d(Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x})}{dx} = \frac{d(Ce^{k_2x} + De^{-k_2x})}{dx}$$

$$ik_1Ae^{ik_1x} - ik_1Be^{-ik_1x} = k_2Ce^{k_2x} - k_2De^{-k_2x}$$

$$ik_1Ae^{ik_1 \cdot 0} - ik_1Be^{-ik_1 \cdot 0} = k_2Ce^{k_2 \cdot 0} - k_2De^{-k_2 \cdot 0}$$

$$ik_1A - ik_1B = k_2C - k_2D$$

$$ik_1(A - B) = k_2(C - D) \tag{2}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi untuk menentukan A pada persamaan (1) dan (2) didapatkan

$$\begin{array}{r|l} A + B = C + D & ik_1 \\ ik_1(A - B) = k_2(C - D) & 1 \end{array} +$$

$$2ik_1A = C(ik_1 + k_2) + D(ik_1 - k_2)$$

$$A = \frac{C(ik_1 + k_2) + D(ik_1 - k_2)}{2ik_1} \tag{3}$$

Menentukan hubungan B dan C

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = L$

$$\Psi_2(L) = \Psi_3(L)$$

$$Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} = Fe^{ik_1x}$$

$$Ce^{k_2L} + De^{-k_2L} = Fe^{ik_1L} \tag{4}$$

$$\frac{d\Psi_2(L)}{dx} = \frac{d\Psi_3(L)}{dx}$$

$$\frac{d(Ce^{k_2x} + De^{-k_2x})}{dx} = \frac{d(Fe^{ik_1x} + Ge^{-ik_1x})}{dx}$$

$$k_2Ce^{k_2x} - k_2De^{-k_2x} = ik_1Fe^{ik_1x}$$

$$k_2Ce^{k_2L} - k_2De^{-k_2L} = ik_1Fe^{ik_1L} \tag{5}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi untuk menentukan C dan D pada persamaan (4) dan (5) didapatkan

$$\begin{array}{r|l} Ce^{k_2L} + De^{-k_2L} = Fe^{ik_1L} & k_2 \\ k_2Ce^{k_2L} - k_2De^{-k_2L} = ik_1Fe^{ik_1L} & 1 \end{array} +$$

$$2k_2Ce^{k_2L} = Fe^{ik_1L}(k_2 + ik_1)$$

$$C = \frac{Fe^{ik_1L}(k_2 + ik_1)}{2k_2e^{k_2L}} \tag{6}$$

$$\begin{array}{l|l}
 Ce^{k_2L} + De^{-k_2L} = Fe^{ik_1L} & k_2 \\
 k_2Ce^{k_2L} - k_2De^{-k_2L} = ik_1Fe^{ik_1L} & 1
 \end{array} \quad -$$

$$\frac{2k_2De^{-k_2L} = Fe^{ik_1L}(k_2 - ik_1)}{D = \frac{Fe^{ik_1L}(k_2 - ik_1)}{2k_2e^{-k_2L}}} \quad (7)$$

Menentukan hubungan **A** dengan **F**

Dengan mensubstitusikan persamaan (6) dan (7) ke persamaan (3) didapatkan

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\frac{Fe^{ik_1L}(k_2 + ik_1)}{2k_2e^{k_2L}}(ik_1 + k_2) + \frac{Fe^{ik_1L}(k_2 - ik_1)}{2k_2e^{-k_2L}}(ik_1 - k_2)}{2ik_1} \\
 &= \frac{\frac{Fe^{ik_1L}(k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L}}{2k_2e^{k_2L}e^{-k_2L}} + \frac{Fe^{ik_1L}(k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L}}{2k_2e^{k_2L}e^{-k_2L}}}{2ik_1} \\
 &= \frac{Fe^{ik_1L}(k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L} + Fe^{ik_1L}(k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L}}{2ik_12k_2} \\
 &= \frac{Fe^{ik_1L}((k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L} + (k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L})}{4ik_1k_2} \\
 &= \frac{F((k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L} + (k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L})}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \quad (8)
 \end{aligned}$$

Menentukan koefisien transmisi penghalang tunggal

Persamaan (8) dapat ditulis kembali dengan

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{F((k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L} + (k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L})}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\
 \frac{A}{F} &= \frac{1}{t} = \frac{(k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L} + (k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L}}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \quad (9)
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (9) koefisien transmisi dapat dituliskan

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{t} &= \frac{(k_2 + ik_1)(ik_1 + k_2)e^{-k_2L} + (k_2 - ik_1)(ik_1 - k_2)e^{k_2L}}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\
 &= \frac{(k_2^2 + 2ik_1k_2 + i^2k_1^2)e^{-k_2L} + (2ik_1k_2 - k_2^2 - i^2k_1^2)e^{-k_2L}}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\
 &= \frac{(k_2^2 + 2ik_1k_2 - k_1^2)(\cosh(k_2L) - \sinh(k_2L)) + (2ik_1k_2 - k_2^2 + k_1^2)e^{-k_2L}(\cosh(k_2L) + \sinh(k_2L))}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}}
 \end{aligned}$$

misal:

$$P = k_1^2 \quad Q = k_2^2 \quad R = 2ik_1k_2 \quad S = \cosh(k_2L) \quad U = \sinh(k_2L)$$

maka

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} &= \frac{(Q+R-P)(S+U)+(R+P-Q)(S-U)}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{QS - QU + RS - RU - PS + PU + RS + RU + PS + PU - QS - QU}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{2PU - 2QU + 2RS}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{2(PU - QU + RS)}{4ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{(PU - QU + RS)}{2ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{k_1^2 \sinh(k_2L) - k_2^2 \sinh(k_2L) + 2ik_1k_2 \cosh(k_2L)}{2ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{k_1^2 \sinh(k_2L) - k_2^2 \sinh(k_2L)}{2ik_1k_2e^{-ik_1L}} + \frac{2ik_1k_2 \cosh(k_2L)}{2ik_1k_2e^{-ik_1L}} \\ &= \frac{1}{e^{-ik_1L}} \left(\frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2L)}{2ik_1k_2} + \frac{2ik_1k_2 \cosh(k_2L)}{2ik_1k_2} \right) \\ &= \frac{1}{e^{-ik_1L}} \left(\frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2L)}{2ik_1k_2} + \cosh(k_2L) \right) \end{aligned} \tag{10}$$

Persamaan (10) dapat ditulis kembali dengan

$$\begin{aligned} t &= e^{-ik_1L} \left[\left(\frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2L)}{2ik_1k_2} \frac{i}{i} + \cosh(k_2L) \right) \right]^{-1} \\ t &= e^{-ik_1L} \left[\left(\cosh(k_2L) - \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2L)}{2k_1k_2} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \tag{11}$$

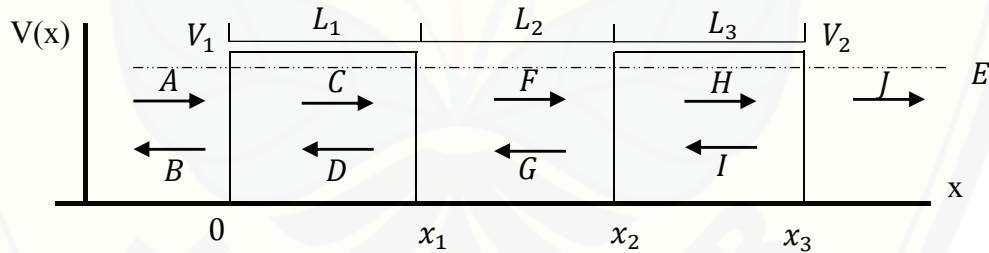
Dari persamaan (11) dapat ditentukan t_1^* yaitu

$$t^* = e^{ik_1L} \left[\left(\cosh(k_2L) + \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2L)}{2k_1k_2} \right) \right]^{-1} \tag{12}$$

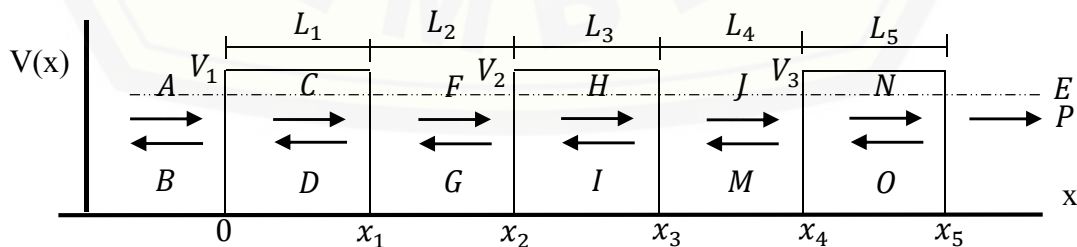
Berdasarkan persamaan (11) dan (12) dan sifat eksponensial $e^{ia} \cdot e^{-ia} = 1$ dan $\cosh^2 a = 1 + \sinh^2 a$, koefisien transmisi yang dimiliki oleh penghalang tunggal dapat dituliskan dengan

$$\begin{aligned}
 T &= \left| \frac{F}{A} \right|^2 = |t_1|^2 = |t_1 \cdot t_1^*| \\
 &= \left| e^{-ik_1L} \left[\left(\cosh(k_2L) - \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2L)}{2k_1k_2} \right) \right]^{-1} \right|^2 \\
 &= \left[\left(\cosh^2(k_2L) - \frac{i^2(k_1^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2L)}{2^2 k_1^2 k_2^2} \right) \right]^{-1} \\
 &= \left[\left(\cosh^2(k_2L) + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2L)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \right]^{-1} \\
 &= \left[\left(1 + \sinh^2(k_2L) + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2L)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \right]^{-1} \\
 &= \left[\left(1 + \frac{4k_1^2 k_2^2 \sinh^2(k_2L) + (k_1^4 + k_2^4 - 2k_1^2 k_2^2) \sinh^2 k_2L}{4k_1^2 k_2^2} \right) \right]^{-1} \\
 &= \left[\left(1 + \frac{k_1^4 + k_2^4 + 2k_1^2 k_2^2 \sinh^2 k_2L}{4k_1^2 k_2^2} \right) \right]^{-1} \\
 &= \left[\left(1 + \frac{(k_1^2 + k_2^2)^2 \sinh^2 k_2L}{4k_1^2 k_2^2} \right) \right]^{-1} \tag{13}
 \end{aligned}$$

Menentukan propagasi untuk potensial penghalang ganda dan rangkap tiga



Gambar 2. Model potensial penghalang ganda



Gambar 3. Model potensial penghalang rangkap tiga

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada penghalang tunggal didapatkan transmisi untuk potensial penghalang ganda dan rangkap tiga yaitu

$$t_{dua} = \frac{t_1 t_2}{(1 - e^{ik_1 L_2} r_1 r_2)} \quad (14)$$

$$t_{tiga} = \frac{(1 - r_3 e^{2ik_1 L_2} r_2)}{(1 - r_3 e^{2ik_1 L_2} r_2) - e^{2ik_1 L_1} (r_2 + r_3 e^{2ik_1 L_2} r_2) r_1} \frac{t_1 t_2 t_3}{(1 - r_2 r_3 e^{2ik_1 L_2})} \quad (15)$$

dimana

$$t_1 = e^{-ik_1 a} \left[\left(\cosh(k_2 a) + \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a)}{k_1 k_2} \right) \right]$$

$$t_2 = e^{-ik_1 b} \left[\left(\cosh(k_3 b) + \frac{(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3 b)}{2ik_1 k_3} \right) \right]$$

$$t_3 = e^{-ik_1 c} \left[\left(\cosh(k_4 c) + \frac{(k_1^2 - k_4^2) \sinh(k_4 c)}{2ik_1 k_4} \right) \right]$$

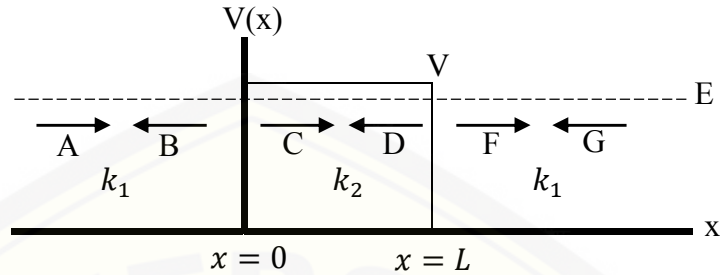
$$r_1 = \frac{(k_2^2 + k_1^2) \sinh(k_2 a)}{2ik_1 k_2} \left(\cosh(k_2 a) + \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 a)}{2ik_1 k_2} \right)^{-1}$$

$$r_2 = \frac{(k_3^2 + k_1^2) \sinh(k_3 b)}{2ik_1 k_3} \left(\cosh(k_3 b) + \frac{(k_1^2 - k_3^2) \sinh(k_3 b)}{2ik_1 k_3} \right)^{-1}$$

$$r_3 = \frac{(k_4^2 + k_1^2) \sinh(k_4 c)}{2ik_1 k_4} \left(\cosh(k_4 c) + \frac{(k_1^2 - k_4^2) \sinh(k_4 c)}{2ik_1 k_4} \right)^{-1}$$

$$o = \left(\frac{i(k_1^2 - k_3^2) \sin(k_3 b)}{2k_1 k_3} + \cos(k_3 b) \right)$$

LAMPIRAN III. METODE PROPAGASI MATRIKS



Gambar 1. Model potensial penghalang tunggal

Diketahui:

$$\begin{aligned} \Psi_1(x) &= \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} && \text{dengan} && k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \\ \Psi_2(x) &= \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} && \text{dengan} && k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} \\ \Psi_3(x) &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} && \text{dengan} && k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \end{aligned}$$

Propagasi pada batas potensial step up

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = 0$

$$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 \cdot 0} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 \cdot 0} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 \cdot 0} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 \cdot 0}$$

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \tag{1}$$

$$\frac{d\Psi_1(0)}{dx} = \frac{d\Psi_2(0)}{dx}$$

$$\frac{d\left(\frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1x}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2x}\right)}{dx}$$

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1x} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1x} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2x}$$

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}}e^{ik_1 \cdot 0} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}}e^{-ik_1 \cdot 0} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}}e^{k_2 \cdot 0} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}}e^{-k_2 \cdot 0}$$

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}}$$

$$\frac{ik_1}{\sqrt{k_1}}(A - B) = \frac{k_2}{\sqrt{k_2}}(C - D)$$

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}}(A - B) = \frac{k_2}{ik_1\sqrt{k_2}}(C - D) \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (3)$$

Ubah persamaan (3) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \hat{P}_{step} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (4)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (3) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ &= -\frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5) \end{aligned}$$

Didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (6)$$

Maka

$$\begin{aligned} \hat{P}_{step\ up} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

Propagasi di antara batas potensial

$$\Psi C e^{k_2 L} = \Psi F \quad (8)$$

$$\Psi D e^{-k_2 L} = \Psi G \quad (9)$$

Persamaan (8) dan (9) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ubah persamaan (10) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{P}_{free} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (11)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (10) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2 L} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} e^{k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2 L} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 L} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

Didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (13)$$

Maka

$$\hat{P}_{free} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 L} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Propagasi pada batas potensial step down

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = L$, untuk mempermudah perhitungan gunakan $x = 0$

$$\Psi_2(0) = \Psi_3(0)$$

$$\begin{aligned} \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \\ \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0} \\ \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_2(0)}{dx} &= \frac{d\Psi_3(0)}{dx} \\ \frac{d\left(\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}\right)}{dx} &= \frac{d\left(\frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}\right)}{dx} \\ k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \\ k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0} \\ k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{k_2}{\sqrt{k_2}} (C - D) &= \frac{ik_1}{\sqrt{k_1}} (F - G) \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} (C - D) &= \frac{ik_1}{k_2 \sqrt{k_1}} (F - G) \end{aligned} \quad (16)$$

Persamaan (15) dan (16) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \quad (17)$$

Ubah persamaan (3) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \hat{P}_{step} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (18)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (17) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix} \\ &= -\frac{k_2}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

Didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (20)$$

Maka

$$\begin{aligned} \hat{P}_{step\ down} &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

Menentukan besarnya koefisien transmisi penghalang potensial tunggal

Untuk mendapatkan propagasi total, harus mengalikan tiap propagasi yang sudah diketahui sebelumnya

$$\hat{P} = \hat{P}_{step\ up} \cdot \hat{P}_{free} \cdot \hat{P}_{step\ down}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 L} \end{bmatrix} \frac{k_2}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(k_1 + \frac{k_2}{i}\right) & \left(k_1 - \frac{k_2}{i}\right) \\ \left(k_1 - \frac{k_2}{i}\right) & \left(k_1 + \frac{k_2}{i}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 L} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2) & (k_1 + ik_2) \\ (k_1 + ik_2) & (k_1 - ik_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 L} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{4k_1 k_2} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2 L} & (k_1 + ik_2)e^{k_2 L} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2 L} & (k_1 - ik_2)e^{k_2 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \hat{P}_{11} & \hat{P}_{12} \\ \hat{P}_{21} & \hat{P}_{22} \end{bmatrix} \tag{22}
 \end{aligned}$$

Dimana

$$\begin{aligned}
 \hat{P}_{11} &= \frac{(k_1 - ik_2)(k_2 + ik_1)e^{-k_2 L} + (k_1 + ik_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2 L}}{4k_1 k_2} \\
 &= \frac{(k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2 + k_1 k_2)e^{-k_2 L} + (k_1 k_2 - ik_1^2 + ik_2^2 + k_1 k_2)e^{k_2 L}}{4k_1 k_2} \\
 &= \frac{(2k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2 L} + (2k_1 k_2 + ik_2^2 - ik_1^2)e^{k_2 L}}{4k_1 k_2} \\
 &= \frac{(ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2 L} + (ik_2^2 - ik_1^2)}{4k_1 k_2} + \frac{2k_1 k_2(e^{-k_2 L} + e^{k_2 L})}{4k_1 k_2} \\
 &= \frac{(ik_1^2 - ik_2^2)(e^{-k_2 L} - e^{k_2 L})}{4k_1 k_2} + \frac{1}{2}(e^{-k_2 L} + e^{k_2 L}) \\
 &= \frac{i(k_1^2 - k_2^2)(e^{-k_2 L} - e^{k_2 L})}{4k_1 k_2} + \frac{1}{2}(e^{-k_2 L} + e^{k_2 L}) \\
 &= \frac{-i(k_1^2 - k_2^2)2 \sinh(k_2 L)}{4k_1 k_2} + \frac{1}{2}2 \cosh(k_2 L) \\
 &= \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 L)}{2k_1 k_2} + \cosh(k_2 L) \tag{22}
 \end{aligned}$$

Dari persamaan (22), dapat ditentukan \hat{P}_{11}^* yaitu

$$\hat{P}_{11}^* = \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 L)}{2k_1 k_2} + \cosh(k_2 L) \tag{23}$$

Sehingga untuk hasil dari $\hat{P}_{11} \cdot \hat{P}_{11}^*$ yaitu

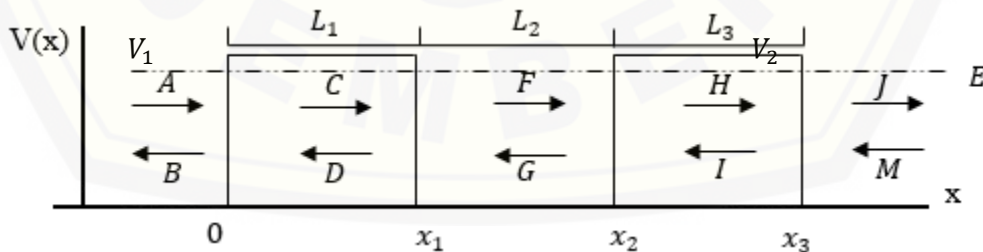
$$\begin{aligned}
 \hat{P}_{11} \cdot \hat{P}_{11}^* &= \frac{-i^2(k_1^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 L)}{4k_1^2 k_2^2} + \cosh^2(k_2 L) \\
 &= \left(\frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 L) + 1 + \sinh^2(k_2 L) \\
 &= \left(1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh^2(k_2 L) + 4k_1^2 k_2^2 \sinh^2(k_2 L)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \\
 &= \left(1 + \frac{\sinh^2(k_2 L)(k_1^4 - k_1^2 k_2^2 - k_1^2 k_2^2 + k_2^4 + 4k_1^2 k_2^2)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \\
 &= \left(1 + \frac{\sinh^2(k_2 L)(k_1^4 + k_2^4 + 2k_1^2 k_2^2)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \\
 &= \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 L) \right) \tag{24}
 \end{aligned}$$

Besarnya koefisien transmisi yang dimiliki oleh penghalang potensial tunggal adalah

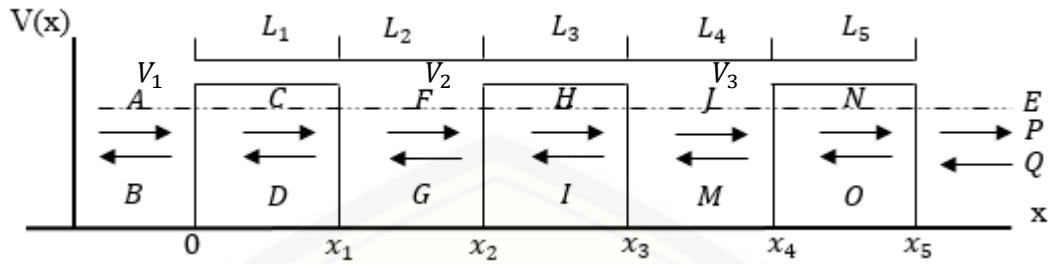
$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{|\hat{P}_{11}|^2} \\
 &= \frac{1}{|\hat{P}_{11} \cdot \hat{P}_{11}^*|} \\
 &= \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 L) \right)^{-1} \tag{25}
 \end{aligned}$$

Menentukan propagasi untuk potensial penghalang ganda dan rangkap tiga

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada penghalang tunggal didapatkan propagasi untuk potensial penghalang ganda dan rangkap tiga yaitu



Gambar 2. Model potensial penghalang ganda



Gambar 3. Model potensial penghalang rangkap tiga

$$\hat{P}_{dua} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2) & (k_1 + ik_2) \\ (k_1 + ik_2) & (k_1 - ik_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_3) & (k_1 + ik_3) \\ (k_1 + ik_3) & (k_1 - ik_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_3 L_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 L_3} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} (k_3 + ik_1) & (k_3 - ik_1) \\ (k_3 - ik_1) & (k_3 + ik_1) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\hat{P}_{tiga} = \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2) & (k_1 + ik_2) \\ (k_1 + ik_2) & (k_1 - ik_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_3) & (k_1 + ik_3) \\ (k_1 + ik_3) & (k_1 - ik_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_3 L_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 L_3} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_3}} \begin{bmatrix} (k_3 + ik_1) & (k_3 - ik_1) \\ (k_3 - ik_1) & (k_3 + ik_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_4} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_4} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_4) & (k_1 + ik_4) \\ (k_1 + ik_4) & (k_1 - ik_4) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} e^{-k_4 L_5} & 0 \\ 0 & e^{k_4 L_5} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1 k_4}} \begin{bmatrix} (k_4 + ik_1) & (k_4 - ik_1) \\ (k_4 - ik_1) & (k_4 + ik_1) \end{bmatrix} \quad (27)$$

**LAMPIRAN IV. M-FILE KOEFISIEN TRANSMISI POTENSIAL
PENGHALANG RANGKAP TIGA GaN, SiC dan GaAs**

```

clear
clf; %set up potential profile position L(nm),
potential V(eV)
N=8; %number of samples of potential
meff=0.07; %effective electron mass (m/m0)
V1=3.39; %first potential barrier energy (eV)
V2=2.3; %second potential barrier energy (eV)
V3=1.424;
X1=0.3189; %first potential barrier width (nm)
X2=0.43596; %second potential barrier width (nm)
X3=0.565;
W1=1; %potential well width (nm)

L=[1,1,X1,W1,X2,W1,X3,2]*1e-9; %distance array (nm)
V=[0,0,V1,0,V2,0,V3,0]; %potential array

Emin=pi*1e-5; %add (pi*1.0e-5) to energy to avoid divide by zero
Emax=1; %maximum particle energy (eV)
npoints=400; %number of points in energy plot
dE=Emax/npoints; %energy increment (eV)
hbar=1.0545815e-34; %Planck's constant (Js)
eye=sqrt(-1); %square root of -1
m0=9.109382e-31; %bare electron mass (kg)
m=meff*m0; %effective electron mass (kg)
echarge=1.6021764e-19; %electron charge (C)

for j=1:npoints
    E(j)=dE*j+Emin;
    bigP=[1,0;0,1]; %default value of matrix bigP
    for i=1:N
        k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar; %wave number at each position
        in potential V(j)
    end
    for n=1:(N-1)
        p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
        p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
        bigP=bigP*p;
    end
end

```

```
end
Trans(j)=(abs(1/bigP(1,1)))^2;    %transmission probability
end

figure(1);                        %plot potential and transmission
coefficient
Vp=[V;V];Vp=Vp(:);
dx=1e-12;                          %small distance increment used
in potential plot
Lx(1)=1.e-9;
for i=1:N
    for j=2:i
        Lx(i)=L(j)+Lx(j-1);    %distance,x
    end
end
xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-dx,Lx(4),Lx(5)-
dx,Lx(5),Lx(6)-dx,Lx(6),Lx(7)-dx,Lx(7),Lx(8)]*1e9;
subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,7,0,5]),xlabel('Posisi,x(nm)'),ylabel('Energi
Potensial, V(x)(eV)');
subplot(1,2,2),plot(Trans,E),axis([0,1,0,1.4]),xlabel('Koefisien
Transmisi'),ylabel('Energi Elektron,E(eV)');
```