



**STUDI ANALISIS *QUANTUM TUNNELING* TIGA POTENSIAL
PENGHALANG *GRAPHENE* DENGAN METODE PROPAGASI
MATRIKS PADA PARTIKEL TUNAK**

SKRIPSI

Oleh
M. Khoirul Huda
NIM 150210102112

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2019**



**STUDI ANALISIS *QUANTUM TUNNELING* TIGA
PENGHALANG *GRAPHENE* DENGAN METODE PROPAGASI
MATRIKS PADA PARTIKEL TUNAK**

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Fisika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

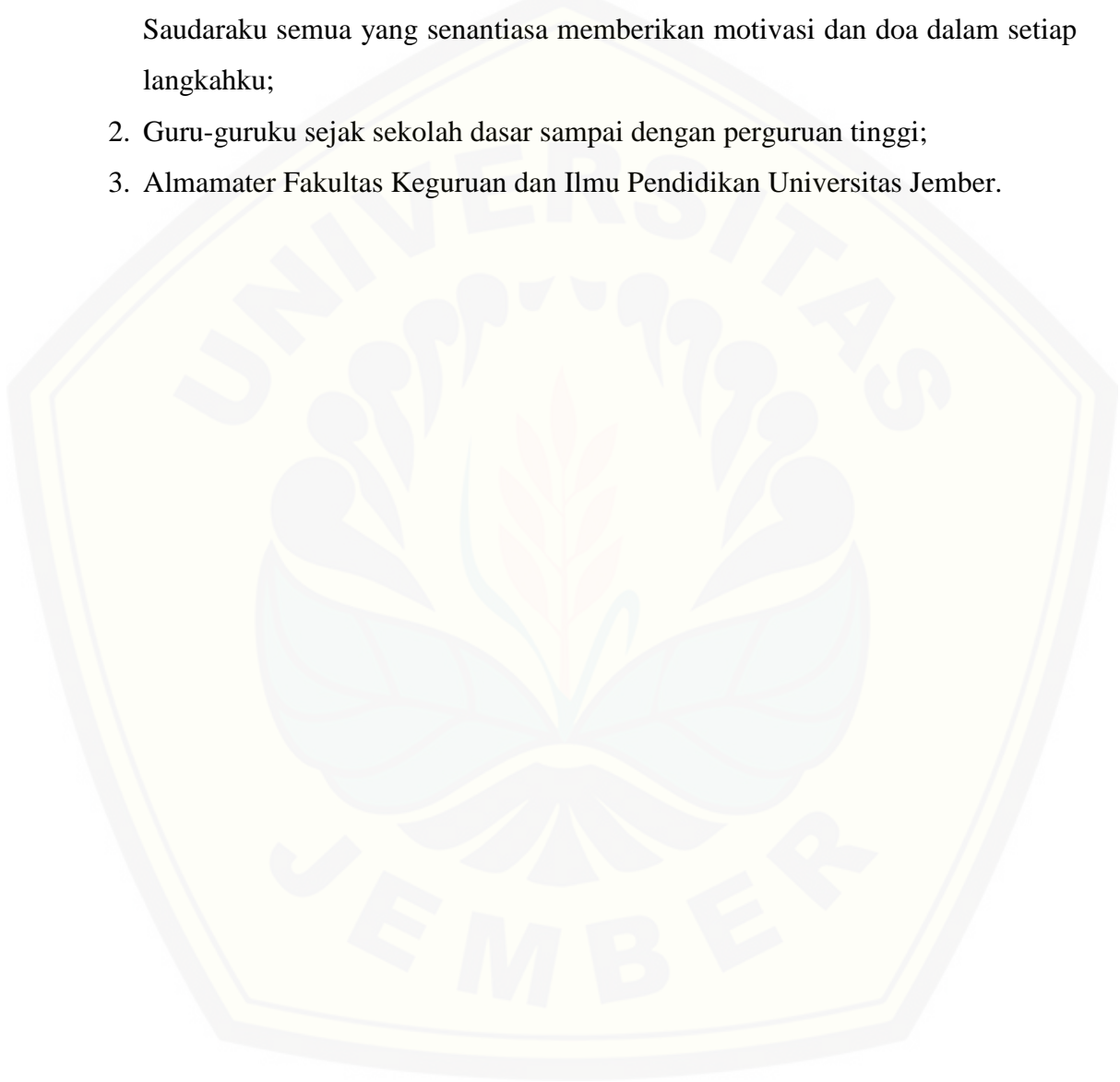
Oleh
M. Khoirul Huda
NIM 150210102112

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2019**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Kedua Orangtuaku Abdul Salam (Alm), Ida Holiyani dan Ibu Mur, serta Saudaraku semua yang senantiasa memberikan motivasi dan doa dalam setiap langkahku;
2. Guru-guruku sejak sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi;
3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.



MOTO

Hai orang-orang beriman apabila kamu dikatakan kepadamu: "Berlapang-lapanglah dalam majlis", maka lapangkanlah niscaya Allah akan memberi kelapangan untukmu. Dan apabila dikatakan: "Berdirilah kamu", maka berdirilah, niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan.¹

¹ Departemen Agama Republik Indonesia. 2010. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung. Penerbit JABAL

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhammad Khoirul Huda

NIM : 150210102112

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Studi Analisis *Quantum tunneling* tiga potensial Penghalang *graphene* dengan metode propagasi matriks pada Partikel Tunak” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 25 Desember 2018

Yang menyatakan,

Muhammad Khoirul Huda

NIM 150210102112

SKRIPSI

**STUDI ANALISIS *QUANTUM TUNNELING* TIGA
PENGHALANG *GRAPHENE* DENGAN METODE PROPAGASI
MATRIKS PADA PARTIKEL TUNAK**

Oleh:

Muhammad Khoirul Huda

NIM. 150210102112

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Sri Handono Budi Prastowo, M.Si

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Bambang Supriadi, M.Sc.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Studi Analisis *Quantum tunneling* tiga potensial Penghalang *graphene* dengan metode propagasi matriks pada Partikel Tunak” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Sri Handono Budi Prastowo, M.Si.
NIP 19580318 198503 1 004

Drs. Bambang Supriadi, M.Sc.
NIP. 19680710 199302 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Dr. Yushardi, S.Si, M.Si.
NIP: 19650420 199512 1 001

Drs. Alex Harijanto, M.Si.
NIP. 19641117 199103 1 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Studi Analisis *Quantum tunneling* tiga potensial Penghalang *graphene* dengan metode propagasi matriks pada partikel tunak; Muhammad Khoirul Huda, 150210102112; 2018: 65 halaman; Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pengembangan lain dalam mekanika kuantum diabad sekarang adanya fenomena tunnelling. Prinsip terobosan atau efek tunneling dalam teori fisika kuantum merupakan suatu fenomena yang sangat menarik dikaji sekaligus yang membedakan dengan fisika klasik. Pengembangan ilmu pengetahuan akan fisika kuantum perlu dilakukan diantaranya mengembangkan konsep tunneling dengan menganalisis lebih mendalam. Pada fenomena efek terobosan ada Prinsip resonansi dimana .dengan energi yang cukup kecil mampu menghasilkan koefisien yang sama dengan satu. Penerapan analisis teoritis efek resonansi pada potensial penghalang ganda digunakan untuk merancang dan mengembangkan struktur baru bahan untuk perangkat semikonduktor (dioda, transistor, dan sirkuit terpadu).

Graphene adalah material baru tertipis, terkuat dan terunggul di dunia saat ini yang terbentuk dari satu lapis atom karbon yang memiliki struktur hexagonal menyerupai sarang lebah. Lembaran-lembaran graphene yang ditumpuk akan membentuk material berbasis karbon seperti graphite. Lembaran-lembaran tersebut diikat oleh ikatan van der Waals dengan jarak antar lembarnya 0,335 nm. Graphene memiliki jarak antar atom 0,142 nm dan diikat oleh ikatan kovalen. Keunggulan graphene dari segi konduktivitas adalah lapisan *single-layer* yang memiliki konduktivitas sebesar $0,96 \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$. Konduktivitas material graphene juga dapat ditentukan dengan pengaruh kadar Zinc dan temperature *hydrothermal*. Nilai konduktivitas elektrik terbesar dihasilkan dari variasi penambahan serbuk zinc sebesar 0,8 gram dan temperatur hydrothermal sebesar 200°C dengan nilai sebesar 0,10281 S/cm dan bilangan iodine 11384,64 . Selain itu Struktur pita elektronik graphene dapat digambarkan secara analitik yang menggunakan model ikatan kuat, maupun numerik seperti *Density Functional*

Theory, aproksimasi *GW*, juga *Tight Binding* dengan penyelesaian *TDSE* (Qosim, dan santoso, 2015), selain itu juga Kristal graphene dapat terkelupas menjadi [(CH)N or (C₆H₆)N] dengan paparan dua jam terhadap pembuangan dingin atom hidrogen, setelah annealing dalam Ar selama empat jam pada 300°C.

Pengembangan teori tentang efek terobosan pada suatu penghalang dapat diselesaikan dengan beberapa cara pendekatan yaitu pendekatan dengan persamaan schrodinger, WKB, dan juga Propagasi Matriks. Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) merupakan pendekatan untuk menghitung probabilitas tunneling kuantum suatu fungsi potensial penghalang (Nufida, 2017). Pendekatan WKB tersebut termasuk teknik untuk mendapatkan suatu perkiraan solusi persamaan schrodinger tidak bergantung waktu dalam satu dimensi. Tetapi pendekatan ini tergolong rumit dan harus banyak yang dipahami, sehingga peneliti menggunakan pendekatan propagasi matrik karena lebih mudah dipahami dan lebih sederhana dalam pengoperasiannya. Propagasi matrik sangat mudah digunakan dan mudah dipahami, hanya butuh kemampuan matematis pada matriks.

Berdasarkan hasil yang didapatkan menunjukkan bahwa koefisien transmisi yang dicapai sebuah elektron dapat menerobos suatu penghalang dengan bahan semikonduktor graphene adalah pada satu penghalang koefisien transmisi maksimum yang dicapai 0,7937 atau 79,37% dari energi 1,00 eV. Pada dua penghalang koefisien transmisi maksimum yang dicapai 0,8555 atau 85,55% dari energi 1,00 eV. Hasil satu dan dua penghalang koefisien transmisi terus meningkat dengan energy yang juga meningkat. Sedangkan pada tiga penghalang koefisien transmisi maksimum yang dicapai 1,00 atau 100% dari energi 0,9200-0,9225 eV dan pada energi 0,9975 eV elektron mulai mengalami penurunan koefisien transmisi dari 100% menjadi 97,17% hingga pada energi 1 eV koefisien transmisi hanya pada kisaran 97,02%. Hal ini menunjukkan bahwa pada graphene *resonant tunneling* terjadi pada tiga penghalang. Secara umum koefisien transmisi yang didapatkan pada tiga penghalang tersebut terus meningkat sampai kisaran energi 0,9200-0,9225 eV. Hasil tersebut juga menunjukkan bahwa kemampuan elektron dalam menerobos material semikonduktor tersebut sangat baik sehingga graphene merupakan salah satu bahan semokondutor yang sangat baik juga

untuk menghasilkan semikonduktor terbaik dari material sebelumnya. Harapannya graphene yang sangat istimewa ini dapat membuat suatu peluang baru dalam pemanfaatan untuk menghasilkan suatu produk bidang elektronika yang lebih baik seperti superkapasitor dan transistor.



PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah Swt. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Studi Analisis *Quantum tunneling* tiga potensial Penghalang *graphene* dengan metode propagasi matriks pada Partikel Tunak”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Dafik, M.Sc. Ph.D., selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes., selaku Ketua Jurusan Pendidikan MIPA;
3. Drs. Bambang Supriadi, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Fisika dan Dosen Pembimbing Anggota;
4. Drs. Alex Harijanto M.Si., selaku Kepala Laboratorium dan Dosen Penguji Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Prof. Dr. I Ketut Mahardika, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
6. Drs. Sri Handono Budi Prastowo, M.Si, Dosen Pembimbing Utama,
7. Dr. Yushardi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji Utama yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
8. Bapak Salam (Alm), Ibu Ida Holiyani, dan Ibu Mur Sekeluarga yang telah memberikan motivasi dan doa demi terselesaikannya skripsi ini;

Penulis menerima segala kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak demi kesempurnaan penulisan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

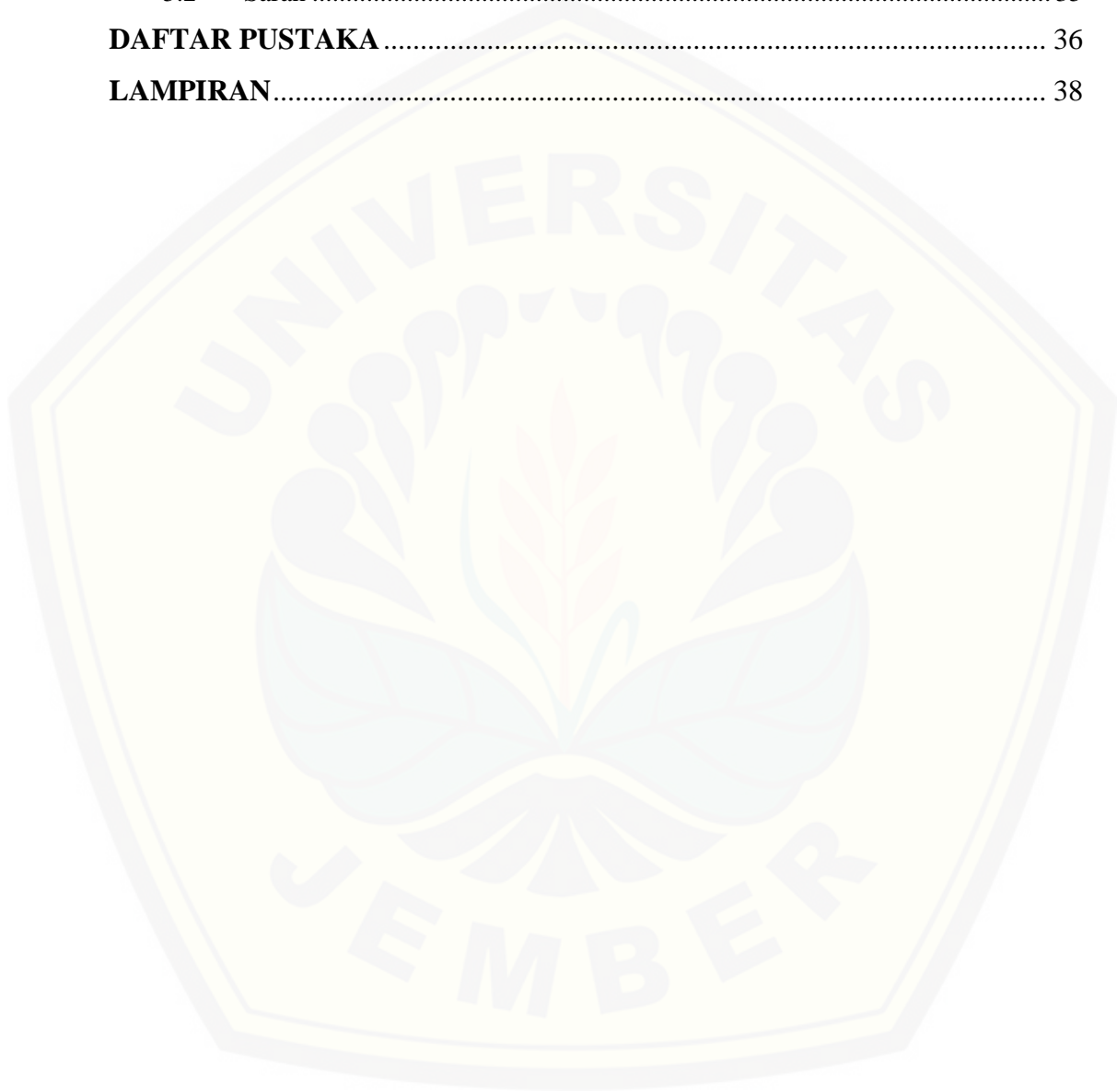
Jember, Januari 2019

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN COVER	1
HALAMAN PERSEMBAHAN	2
HALAMAN MOTO	3
HALAMAN PERNYATAAN	4
HALAMAN PEMBIMBINGAN	5
HALAMAN PENGESAHAN	6
RINGKASAN	7
PRAKATA	10
DAFTAR ISI	11
DAFTAR TABEL	13
DAFTAR GAMBAR	14
DAFTAR LAMPIRAN	15
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Schrödinger.....	5
2.2 Efek Terobosan	6
2.3 Propagasi Matriks	10
2.4 Graphene	15
BAB 3. METODE PENELITIAN	17
3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian	17
3.2 Definisi Operasional Variabel.....	17
3.3 Langkah Penelitian.....	18
3.4 Pengembangan Teori.....	20
3.5 Data Simulasi	21
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	23

4.1	HASIL.....	23
4.2	Pembahasan.....	25
BAB 5 PENUTUP.....		35
5.1	Kesimpulan	35
5.2	Saran	35
DAFTAR PUSTAKA		36
LAMPIRAN.....		38



DAFTAR TABEL

	Halaman
3.1 Data Koefisien Transmisi Dan Energi Elektron	21
4.1 Hasil Energi Dan Koefisien Transmisi	24



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi $V(x)$ secara halus oleh sebuah deret potensial tangga.....	7
Gambar 2.2 Model Potensial tangga	7
Gambar 2.4 Efek Terobosan Potensial Tunggal.....	10
Gambar 3.1 Bagan-bagan langkah penelitian	18
Gambar 3.2 Grafik efek terobosan 2 Penghalang oleh penelitian Prastowo dkk	20
Gambar 3.3 Penghalang pada efek terobosan	20
Gambar 3.4 Grafik tabel 3.1	22
Gambar 4.1 Grafik hubungan antara energi dan koefisien transmisi	23
Gambar 4.2 Grafik hubungan antara energi elektron dan koefisien transmisi	24
Gambar 4.3 Grafik hubungan antara energi elektron dan koefisien transmisi	25
Gambar 4.4 Grafik hubungan antara energi elektron dan koefisien transmisi Penghalang ganda	26
Gambar 4.5 Grafik hubungan antara energi elektron dan koefisien transmisi Penghalang ganda hasil penelitian Prstowo dkk.....	26
Gambar 4.6 Skema efek terobosan 3 penghalang	29

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A. Matriks Penelitian	38
Lampiran B. Proses Penghitungan Koefisien transmisi 1 Penghalang dengan metode propagasi matriks	39
Lampiran C. Proses Penghitungan Koefisien transmisi 2 Penghalang dengan metode propagasi matriks	49
Lampiran D. Proses Penghitungan Koefisien transmisi 3 Penghalang dengan metode propagasi matriks	54
Lampiran E. Penurunan Rumus pada proses Resonant Tunneling	59
Lampiran E. m-File Pemrograman MatLab	61

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Mekanika kuantum adalah cabang ilmu fisika yang dapat menjawab persoalan yang menyangkut inti atom, atom, molekul, dan materi dalam zat padat daripada mekanika klasik. Ilmu ini memberikan kerangka matematika untuk berbagai cabang fisika dan kimia. Mekanika kuantum dikembangkan melalui pendekatan-pendekatan oleh Erwin Schrödinger, Warner Heisenberg dan lain sebagainya. Mekanika kuantum menghasilkan kuantitas yang teramati seperti peluang (kemungkinan) dalam mengamati dan memastikan dalam masalah atomik, misalnya dalam percobaan menggunakan jari-jari orbit elektron dalam keadaan dasar atom hidrogen maka akan menghasilkan harga yang hampir sama, tetapi sebagian besar memberikan peluang terbesar $\pm 5,3 \times 10^{-11}m$ (Beiser, 2003 : 147). Perkembangan mekanika kuantum sudah mulai dirasakan di abad sekarang, banyak penelitian tentang mekanika kuantum seperti penelitian tentang efek Stark. Efek Stark adalah efek dari pergeseran atau polarisasi spektrum atom yang disebabkan oleh medan elektrostatis eksternal (Supriadi, 2018).

Pondasi untuk memahami mekanika kuantum adalah persamaan Schrodinger. Salah satu aplikasinya pada persamaan Schrodinger adalah efek terobosan atau *Tunneling Effect*. Penggunaan persamaan Schrodinger dalam efek terobosan untuk mencari solusi persamaan gelombang Schrodinger. Solusi persamaan gelombang Schrodinger bebas-waktu sangat bergantung pada potensial V yang mempengaruhi partikel (Sani dan Kadri, 2017:144). Salah satu keunikan dalam efek terobosan adalah mengizinkan partikel yang energinya lebih kecil dapat melewati potensial penghalang dengan adanya peluang transmisi.

Setelah kita mengenal tentang mekanika kuantum dan persamaan Schrodinger, maka yang harus kita pelajari lebih lanjut dari mekanika kuantum adalah efek terobosan atau *Quantum tunneling*. Prinsip terobosan atau efek tunneling dalam pembelajaran fisika kuantum merupakan suatu fenomena yang sangat menarik dikaji sekaligus yang membedakan dengan fisika klasik. Pengembangan ilmu pengetahuan akan fisika kuantum perlu dilakukan

diantaranya mengembangkan konsep tunneling dengan menganalisis lebih mendalam. Pengembangan yang dilakukan adalah penggunaan persamaan schrodinger yang berdimensi satu tetapi penghalang lebih dari dua dalam efek terobosan.

Penelitian sebelumnya mengenai efek terobosan penghalang ganda yang telah dilakukan oleh peneliti antara lain: Wijaya dkk. (2014) dari hasil yang diperoleh ternyata dapat mengilustrasikan bahwa ada perbedaan antara mekanika klasik dan mekanika kuantum, bahwa menurut mekanika kuantum partikel teridentifikasi melewati dua buah potensial tersebut, sedangkan menurut mekanika klasik tidak mungkin partikel melewati potensial yang lebih tinggi daripada energinya. Koefisien transmisi pada potensial delta ganda antisimetri; Dutt dan Kar (2010) koefisien transmisi berubah karena ada dua penghalang, perubahan jarak penghalang, dan perubahan ketinggian salah satu penghalang; Fauzan (2017) dalam penelitiannya menghasilkan bahwa Koefisien transmisi penghalang ganda dengan persamaan Schrödinger dua dimensi bergantung pada sudut datang elektron, lebar penghalang pertama dan kedua, elektron memiliki dua peluang untuk menerobos yaitu pada sumbu x dan sumbu y , pada masing-masing sumbu memberi peluang untuk menerobos berupa nilai koefisien transmisi. Semakin banyak jumlah penghalang maka nilai koefisien transmisi semakin kecil. Semakin banyak jumlah penghalang maka nilai koefisien transmisi semakin kecil; dan Prastowo dkk dalam Penelitiannya memberikan informasi tentang kombinasi bahan semikonduktor (GaAs dan PbS) dalam aplikasi untuk lapisan semikonduktor dalam merancang dan mengembangkan dioda, transistor dan semikonduktor lain perangkat seperti IC (integrated circuit) dan prosesor komputer. Analisis efek tunneling GaAs (gallium arsenide) dan PbS (lead sulphide) sebagai kombinasi bahan pada semikonduktor dengan transmisi koefisien 99,82% dan konsumsi daya kecil untuk memindahkan elektron untuk melewati hambatan dan listrik adalah bahan yang disarankan untuk perangkat semikonduktor dan juga dapat memberikan informasi baru tentang analisis teoritis pada Mekanika Quantum terutama dalam efek tunneling. Adapun keunggulan dari penelitian yang akan dikembangkan dibanding dengan penelitian Wijaya, Dutt

dan Kar, Fauzan, dan SHB Prastowo dkk adalah penelitian ini menggunakan potensial tiga potensial penghalang dengan menggunakan metode propagasi matriks dan penghalang menggunakan bahan graphene.

Pengembangan teori tentang efek terobosan pada suatu penghalang dapat diselesaikan dengan beberapa cara pendekatan yaitu pendekatan dengan persamaan schrodinger, WKB, dan juga Propagasi Matriks. Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) merupakan pendekatan untuk menghitung probabilitas tunneling kuantum suatu fungsi potensial penghalang (Nufida, 2017). Metode Propagasi Matriks merupakan salah satu metode yang memiliki kelebihan mudah digunakan untuk menyelesaikan permasalahan efek terobosan lebih dari dua, sehingga peneliti menggunakan pendekatan propagasi matrik karena lebih mudah dipahami dan lebih sederhana dalam pengoperasiannya. Pengoperasian Propagasi Matriks hanya butuh kemampuan matematis pada matriks. Oleh sebab itu, peneliti melakukan penelitian yang berjudul **“Studi Analisis *Quantum tunneling* tiga potensial Penghalang *Graphene* dengan metode Propagasi Matriks pada Partikel Tunak”**.

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang diatas maka dapat dirumuskan sebuah permasalahan, Bagaimana koefisien transmisi pada tiga penghalang graphene dengan menggunakan metode propagasi matriks pada partikel bebas?

1.3 Batasan Masalah

Agar penelitian lebih terfokus dan dapat menjawab permasalahan yang ada, maka penulis membatasi masalah sebagai berikut:

- a. Persamaan Schrodinger yang digunakan persamaan schrodinger bebas waktu.
- b. Besar energi potensial penghalang yang digunakan adalah potensial pada Graphene yaitu panjang ikatan graphene 0,246 nm dan besar potensial penghalangnya 3 eV.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai Mengkaji koefisien transmisi pada tiga penghalang dengan menggunakan metode propagasi matriks pada partikel bebas.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat analisis yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Bagi peneliti, dapat menerapkan teori yang sudah ada ke dalam permasalahan yang sedikit lebih kompleks.
- b. Bagi pembaca, dapat dijadikan sebagai bahan bantuan ajar fisika kuantum dan referensi rujukan serta dijadikan sebagai bahan pijakan dalam melaksanakan penelitian untuk efek terobosan dengan persamaan schrödinger tiga dimensi.
- c. Bagi lembaga, dapat memberikan sumbangan penelitian dan bahan referensi tentang penerapan fisika kuantum.
- d. Bagi Peneliti lain, dapat memberikan sebagai bahan referensi tambahan untuk dikembangkan lebih lanjut dalam penelitian yang lebih baik dan mendalam.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Schrödinger

Persamaan Schrödinger merupakan persamaan gelombang partikel yang dihasilkan dari persamaan differensial parsial orde dua. Persamaan Schrodinger dapat dituliskan sebagai berikut.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi \quad (2.1)$$

(Krane, 1992:173)

Persamaan 2.1 merupakan persamaan Schrödinger satu dimensi tak bergantung waktu yang dapat dikembangkan menjadi tiga dimensi tak bergantung waktu seperti pada persamaan 2.2

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^2\psi}{dy^2} + \frac{d^2\psi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (V - E)\psi = 0 \quad (2.2)$$

(Beiser, 2003:174)

Persamaan schrodinger ini memiliki beberapa syarat yang harus dipenuhi. Syarat yang harus dipenuhi meliputi pertama, mematuhi hukum kekekalan energi; kedua, taat azas hipotesis de Broglie; ketiga, persamaan yang dihasilkan harusnya berperilaku baik dalam pengertian matematika, selain itu juga harus bernilai tunggal dan linear. Bernilai tunggal ini artinya persamaan schrodinger tidak diperbolehkan memiliki dua probabilitas untuk menemukan partikel di satu titik yang sama. Dualisme gelombang-partikel ternyata tidak hanya dimiliki oleh cahaya saja, tetapi juga dimiliki oleh partikel. Sebagaimana dihipotesiskan oleh De Broglie bahwa dalam skala mikroskopis, setiap partikel yang memiliki momentum p dapat diinterpretasikan dalam bentuk gelombang yang memiliki panjang gelombang λ yang berhubungan dengan momentum p menurut persamaan 2.3

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2.3)$$

dengan h merupakan konstanta Planck yang nilainya $6,63 \times 10^{-34}$ Js, dan $p = mv$ adalah momentum partikel (Krane,1992:126).

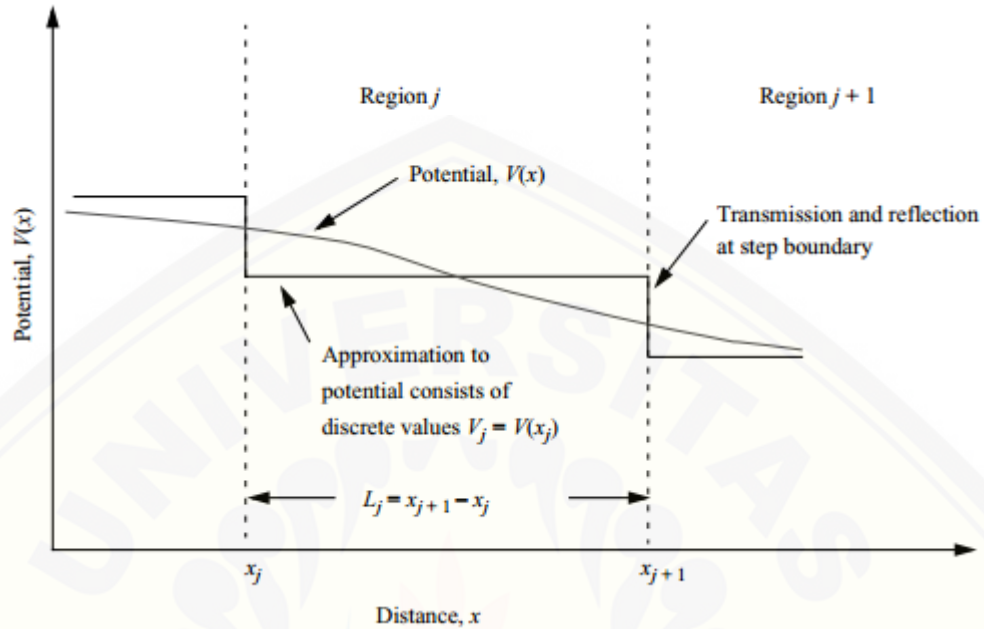
2.2 Efek Terobosan

Efek terobosan merupakan fenomena penerobosan suatu partikel (elektron) secara kuantum untuk melewati suatu penghalang (barier) sehingga partikel tersebut dapat bergerak bebas kembali setelah melalui penghalang tersebut. Penghalang yang dilalui oleh partikel tersebut berupa tegangan barier (penghalang) dengan energi yang tertentu (Abdullah ed. 2012:571).

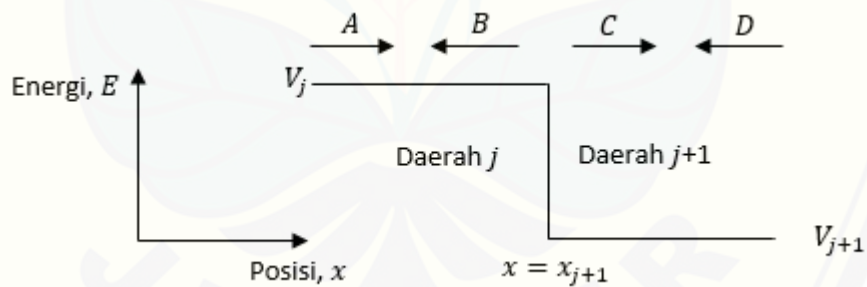
Efek terobosan merupakan fenomena dalam fisika kuantum ketika partikel berenergi E menerobos daerah potensial berenergi V dengan $E < V$. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan membagi daerah potensial tersebut menjadi beberapa potensial tangga. Salah satu cara yang dapat digunakan adalah propagasi matriks. Propagasi matriks merupakan penyebaran atau transmisi dari suatu gelombang menggunakan matriks. Metode ini paling mudah untuk digunakan karena lebih mudah dipahami. Dalam prosesnya dirangkum dalam empat bagian.

- a. **Bagian pertama:** Hitung propagasi matriks \hat{p}_{step} untuk transmisi dan refleksi dari fungsi gelombang yang merepresentasikan sebuah partikel berenergi E memasuki sebuah potensial tangga. Potensial tangga yang dimaksud yaitu pada posisi x_{j+1} pada gambar 2.1.
- b. **Bagian kedua:** Hitung propagasi matriks \hat{p}_{free} untuk propagasi fungsi gelombang diantara dua potensial tangga. Propagasi yang dimaksud yaitu berada di antara posisi x_j dan x_{j+1} pada gambar 2.1. Lebar dari propagasi ini adalah $L_j = x_{j+1} - x_j$.
- c. **Bagian ketiga:** Hitung propagasi matriks pada daerah j dengan mengalikan propagasi \hat{p}_{step} dan \hat{p}_{free} untuk mendapatkan propagasi \hat{p}_j pada gambar 2.1.

- d. **Bagian keempat:** Hitung propagasi total matriks \hat{p} untuk total potensial tangga dengan mengalikan semua propagasi tiap daerah potensial.



Gambar 2.1 Diagram ilustrasi pendekatan dari variasi potensial satu dimensi $V(x)$ secara halus oleh sebuah deret potensial tangga.



Gambar 2.2 Model potensial tangga

Pada daerah $i + 1$, partikel memiliki bilangan gelombang

$$k_j = \frac{\left(2(E - V_j)\right)^{\frac{1}{2}}}{\hbar} \quad (2.4)$$

pada daerah j dan $j + 1$, fungsi gelombangnya yaitu

$$\Psi_j = A_j e^{ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} \quad (2.5)$$

$$\Psi_{j+1} = C_{j+1}e^{ik_{j+1}x} + D_{j+1}e^{-ik_{j+1}x}$$

Pada posisi $x = x_{j+1}$ berlaku syarat batas $\Psi_j = \Psi_{j+1}$ dan $\frac{d\Psi_j}{dx} = \frac{d\Psi_{j+1}}{dx}$ maka

$$A_j e^{ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} = C_{j+1} e^{ik_{j+1} x} + D_{j+1} e^{-ik_{j+1} x} \quad (2.6)$$

$$A_j e^{ik_j x} - B_j e^{-ik_j x} = \frac{k_{j+1}}{k_j} C_{j+1} e^{ik_{j+1} x} - \frac{k_{j+1}}{k_j} D_{j+1} e^{-ik_{j+1} x} \quad (2.7)$$

dituliskan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{j+1}}{k_j} & -\frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada ruas kiri pada persamaan 2.8 dengan mengalikan ruas kanan dengan inversnya.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

sehingga didapatkan

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \hat{P}_{jstep\ up} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{j+1}}{k_j} & -\frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$\hat{P}_{jstep\ up}$ merupakan propagasi matriks dari potensial step up pada titik $x = 0$

Selanjutnya mencari propagasi matrik diantara potensial *step up* dan *step down*. Kedua potensial *step* tersebut terpisah sejauh L_j , pada daerah tersebut hanya membawa informasi tentang fase gelombang sehingga dapat dituliskan

$$\Psi_{A_j} e^{ik_j L_j} = \Psi_{C_j} \quad (2.12)$$

$$\Psi_{B_j} e^{-ik_j L_j} = \Psi_{D_j} \quad (2.13)$$

ditulis dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{ik_j L_j} & 0 \\ 0 & e^{-ik_j L_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \hat{P}_{free} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-ik_j L_j} & 0 \\ 0 & e^{ik_j L_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{j+1} \\ D_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

\hat{P}_{free} merupakan propagasi matriks yang dimiliki pada daerah di antara potensial *step*.

Propagasi total dapat diketahui dengan mengalikan setiap propagasi

$$\hat{P} = \hat{P}_{step} \hat{P}_{free} \quad (2.17)$$

$$\hat{P}_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{-ik_j L_j} & \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{ik_j L_j} \\ \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{-ik_j L_j} & \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{ik_j L_j} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

ketika partikel bergerak dari arah kiri maka diketahui bahwa $A = 1$, dan tidak ada refleksi pada daerah $j + 1$ sehingga $D = 0$. Sehingga dapat dituliskan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \left(\prod_{j=1}^{j=N} \hat{P}_j \right) \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{P} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

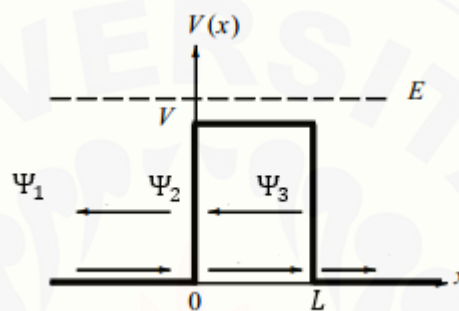
$$\begin{bmatrix} 1 \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

simbol $\prod_{j=1}^{j=N} \hat{P}_j$ menyatakan $\hat{P} = \hat{p}_1 \cdot \hat{p}_2 \cdot \hat{p}_3 \dots \hat{p}_n$. Untuk mendapatkan nilai dari Koefisien transmisi dapat dicari menggunakan persamaan

$$T = \left| \frac{1}{p_{11}} \right|^2 \quad (2.21)$$

2.3 Propagasi Matriks

Metode matriks propagasi digunakan untuk menghitung probabilitas elektron yang muncul di sisi kanan penghalang. Metode ini paling mudah dipahami dan logis digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tentang tunneling effect (Levi, 2003:168). Kita dapat menghitung propagasi matriks untuk menemukan \hat{p}_{step} dan \hat{p}_{down} terdiri dari koefisien transmisi dan refleksi. Berikut ini pengembangan matrik propagasi beberapa penghalang.



Gambar 2.3 Efek Terobosan Potensial Tunggal

Analisis dan perhitungan matriks propagasi n_{th} wilayah dapat diselesaikan dengan mengalikan masing-masing matriks wilayah \hat{p}_{step} dan \hat{p}_{free} menjadi $\hat{p}^j = \hat{p}_{step} \cdot \hat{p}_{free}$. Dua atau lebih fungsi gelombang harus terus menerus, ini berarti bahwa pada langkah potensial terjadi pada batas antara region j and j_{th} . Energi elektron yang bergerak melingkar pada atom dapat didiskripsikan sebagai berikut.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.22)$$

Persamaan (2.22) adalah formulasi energi dengan hubungan bilangan gelombang k , vektor gelombang dari partikel (elektron) sebelum dan sesudah penerobosan penghalang dapat ditulis fungsi energinya sebagai berikut.

$$k = \frac{(2m E)^{1/2}}{\hbar} \text{ dan } k' = \frac{(2m (E-V))^{1/2}}{\hbar} \quad (2.23)$$

Gerakan elektron dalam kondisi mikroskopis dapat digambarkan sebagai fungsi gelombang untuk setiap daerah pada efek tunneling dapat ditentukan pada persamaan (2.24) dan (2.25), ψ_j digunakan untuk fungsi gelombang hambatan potensial pertama dan ψ_{j+1} untuk hambatan berikutnya. Tidak ada batasan untuk

menggunakan hambatan pada analisis fenomena efek tunneling tetapi dalam penelitian ini hanya menggunakan hambatan ganda dengan ketinggian energi yang berbeda.

$$\psi_j = \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \quad (2.24)$$

$$\psi_{j+1} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} \quad (2.25)$$

Dua fungsi gelombang pada setiap daerah harus terus menerus pada proses tunneling. Analisis kontinuitas menggunakan turunan orde pertama dari fungsi gelombang pada persamaan dengan (Syarat batas) pada $x = 0$ maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \psi_j &= \psi_{j+1} \\ \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} &= \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} \frac{d\psi_n}{dx} = \frac{d\psi_{n+1}}{dx} \end{aligned}$$

Untuk $x = 0$ maka didapatkan persamaan berikut.

$$\frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \quad (2.26)$$

Persamaan (2.26) adalah hasil dari turunan fungsi gelombang untuk setiap wilayah dan dengan proses yang sederhana kita bisa mendapatkan persamaan (2.27) untuk faktor pengelompokan k_1 dan k_2 (vektor gelombang untuk setiap gelombang).

$$ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} \quad (2.27)$$

Persamaan (2.19) dibagi dengan vektor gelombang, dan kita mendapatkan persamaan perbandingan antara k_2 dan k_1 .

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} (A - B) = \frac{k_2}{ik_1\sqrt{k_2}} (C - D) \quad (2.28)$$

Persamaan (2.27) dan (2.28) dapat dikombinasikan dan ditulis ulang ke dalam pendekatan matriks persegi.

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \\ ik_1 & -ik_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Nilai A dan B dari persamaan (2.30) dapat dipecahkan dengan menggunakan metode invers matriks untuk memperoleh matriks $\hat{p}_{step} \cdot \hat{p}_{step}$ didapatkan dengan

mengelminasi matriks 2x2 pada persamaan (2.30) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \\ \hat{p}_{step\ up} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Perambatan matriks pada langkah batas potensial dapat mengekspresikan persamaan (2.31). Langkah yang sama untuk menemukan salah satu dari \hat{p}_{free} dapat diperoleh dengan menggunakan faktor eliminasi dari gelombang refleksi dari persamaan (2.32) dan (2.33).

$$\psi A e^{ik_1 x} = \psi C \quad (2.32)$$

$$\psi B e^{-ik_1 x} = \psi D \quad (2.33)$$

Hasil dari identitas operasi propagasi matriks dengan invers matriks yang dapat kita tulis persamaan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1 x} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Ekspresi sederhana dari nilai A dan B sebagai amplitudo dari gelombang refleksi dengan persamaan (2.24)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{ik_n x} & 0 \\ 0 & e^{-ik_n x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \hat{p}_{free} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \\ \hat{p}_{free} &= \begin{bmatrix} e^{ik_1 x} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 x} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Perambatan matriks partikel luar penghalang dapat ditulis sebagai persamaan (2.25). Produk skalar untuk $\hat{p}_{free} \cdot \hat{p}_{step}$ dapat ditulis sebagai $\hat{p}_{n-th\ region}$ sebagai Propagasi matriks untuk jumlah potensial penghalang. sebelum menentukan produk skalar maka yang harus dilakukan adalah menentukan Propagasi pada batas potensial step down dengan cara yang sama seperti

menentukan propagasi step up, tapi yang membedakan adalah batas dari fungsi gelombang.

$$\psi_{j+1} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}$$

$$\psi_{j+2} = \frac{F}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{G}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}$$

Cara yang sama seperti penentuan propagasi step up dapat dilakukan dengan Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = 0$ maka akan didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\psi_{j+1} = \psi_{j+2}$$

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

Untuk $x = 0$ maka didapatkan persamaan berikut,

$$\frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} = \frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} \quad (2.36)$$

Lalu,

$$\frac{d\psi_{j+1}}{dx} = \frac{d\psi_{j+2}}{dx}$$

$$k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} = ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}$$

Untuk $x = 0$ maka akan didapatkan pula persamaan berikut

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}} (C - D) = \frac{ik_1}{k_2 \sqrt{k_1}} (F - G) \quad (2.37)$$

Kemudian persamaan (2.26) dan (2.27) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1/k_2 & -ik_1/k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

Lalu ubah persamaan diatas dengan mengeliminasi matriks 2x2 pada persamaan (2.37) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan untuk mendapatkan persamaan step down.

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1/k_2 & -ik_1/k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{P}_{step} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan step down adalah sebagai berikut.

$$\hat{P}_{step\ down} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_1 & -\frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}_{step\ down} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix}$$

Setelah untuk menntukan $\hat{p}_{n-th\ region}$ maka harus mengalikan propagsi step up, free, dan step down seperti persmaan dibawah ini.

$$\hat{p}_{n-th\ region} = \hat{P}_{step\ up} \cdot \hat{P}_{free} \cdot \hat{P}_{step\ down}$$

$$\hat{p}_{n-th\ region} =$$

$$\frac{1}{4k_1k_2} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2L} & (k_1 + ik_2)e^{k_2L} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2L} & (k_1 - ik_2)e^{k_2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Dapat juga ditulis sebagai berikut.

$$\hat{p}_{n-th\ region} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^* & P_{11}^* \end{bmatrix}$$

Untuk potensial ganda secara umum kita dapat menemukan langkah potensial.

Matriks propagasi dapat ditulis sebagai:

$$\hat{P} = \prod_{n=1}^{n=q} \hat{p}_n$$

Tanda \prod merupakan tanda produk atau hasil yang nantinya setiap dari produkyang dihasilkan harus dikalikan. Transmisi probabilitas dapat dihitung oleh Determinan matriks $\hat{p}_{n-th\ region}$

$$T = \frac{1}{|\hat{P}_{11}|^2} = \frac{1}{|\hat{P}_{11} \cdot \hat{P}_{11}^*|}$$

$$T = \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1k_2}\right)^2 \sinh^2(k_2L)\right)^{-1} \quad (2.39)$$

(Levi, 2003:168). Dengan cara yang sama didapatkan koefisien transmisi dan beberapa besaran fisika yang mempengaruhinya dalam penggalang ganda dan rangkap tiga sebagai berikut

$$R_1 = \frac{V_1^2 \sin^2 \left[a \sqrt{2m(E-V_1)} / \hbar \right]}{4E(E-V_1) + V_1^2 \sin^2 \left[a \sqrt{2m(E-V_1)} / \hbar \right]} \quad (2.40)$$

$$\theta_T = -k_1 a + \left(\text{arc tan} \left[\frac{2k_1 k_2}{k_1^2 + k_2^2} \cot(k_2 L) \right] \right) \quad (2.41)$$

$$\theta_R = \left(\text{arc tan} \left[\frac{2k_1 k_2}{k_1^2 + k_2^2} \cot(k_2 L) \right] \right) \quad (2.42)$$

$$t_1 = \frac{2k_1 k_2 e^{-ik_1 L}}{2k_1 k_2 \cos(k_2 L) - i(k_1^2 + k_2^2) \sin(k_2 L)} \quad (2.43)$$

$$r_1 = \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sin(k_2 a)}{(k_1^2 + k_2^2) \sin(k_2 a) + 2ik_1 k_2 \cos(k_2 a)} \quad (2.44)$$

$$t_2 = \frac{2k_1 k_3 e^{-ik_1 L}}{2k_1 k_3 \cos(k_3 L) - i(k_1^2 + k_3^2) \sin(k_3 L)} \quad (2.45)$$

$$r_2 = \frac{(k_1^2 - k_3^2) \sin(k_3 a)}{(k_1^2 + k_3^2) \sin(k_3 a) + 2ik_1 k_3 \cos(k_3 a)} \quad (2.46)$$

$$\xi = \text{arc tan} \left[(k_1^2 + k_3^2) \tan \frac{k_3 b}{2k_1 k_3} \right] \quad (2.47)$$

$$k_1^2 = 2mE/\hbar^2, k_2^2 = 2m(E - V_1)/\hbar^2 \text{ dan } k_3^2 = 2m(E - V_2)/\hbar^2 \quad (2.48)$$

$$T_{double} = \left[1 + 4 \left(\frac{R_1}{T^2} \right) \sin^2(k_1 L + \theta_R) \right]^{-1} \quad (2.49)$$

dan

$$T_{triple} = \frac{|t_1|^4 |t_2|^2}{|2r_1 r_2 \cos(k_1(L_2 - L_1)) e^{ik_1(L_1 + L_2)} - 1 + r_1^2 e^{i2[k_1(L_1 + L_2) + \xi]}|^2} \quad (2.50)$$

(Martinz dan Ramos, 2016:1-2).

2.4 Graphene

Graphene adalah material baru tertipis, terkuat dan terunggul di dunia saat ini yang terbentuk dari satu lapis atom karbon yang memiliki struktur hexagonal menyerupai sarang lebah. Graphene merupakan allotropi karbon yang menjadi struktur dasar dari material berbasis karbon seperti graphite, carbon nano tube (CNT) dan fullerene. Lembaran-lembaran graphene yang ditumpuk akan membentuk material berbasis karbon seperti graphite. Lembaran-lembaran tersebut diikat oleh ikatan van der Waals dengan jarak antar lembarnya 0,335 nm. Graphene memiliki jarak antar atom 0,142 nm dan diikat oleh ikatan kovalen. Konstanta kisi-kisi graphane diukur sebagai 0,242 nm, dengan beberapa distribusi nilai, yang mendekati, tetapi ada yang lebih tipis yaitu graphene, $3^{1/2} a =$

$3^{1/2} 142 \text{ pm} = 0,246 \text{ nm}$, a merupakan jarak antar atom (Wolf, 2014:81). Material graphene pertama kali berhasil disintesis oleh Andre K. Geim dan Konstantin Novoselov pada tahun 2004. Geim dan Novoselov mensintesis graphene dengan cara mengelupas lapisan-lapisan kristalin graphite hingga skala nanometer menggunakan selotip. Lapisan-lapisan graphene yang diikat oleh ikatan van der Waals terkelupas menjadi satu lembar graphene yang teramati menggantung pada substrat silikon oksida (Fikri dan Dwardaru. 2016:189).

Graphene dapat dilihat juga keunggulannya dari segi konduktivitas dari material graphene yang disintesis. Uji konduktivitas dilakukan untuk mengetahui sifat listrik dari sampel hasil sintesis material *graphene*. *Graphene* dengan lapisan *single-layer* memiliki konduktivitas sebesar $0,96 \times 10^6 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ (Fikri dan Dwardaru. 2016:195). Konduktivitas material graphene juga dapat ditentukan dengan pengaruh kadar Zinc dan temperature *hydrothermal*. Nilai konduktivitas elektrik terbesar dihasilkan dari variasi penambahan serbuk zinc sebesar 0,8 gram dan temperatur *hydrothermal* sebesar 200°C dengan nilai sebesar $0,10281 \text{ S/cm}$ dan bilangan iodine 11384,64 (Azizah dan Susanti. 2014:213).

Sifat sifat graphene yang istimewa dapat dijelaskan secara singkat bahwa energi elektron graphene adalah linear yang tergantung pada vector gelombang di daerah dekat titik persimpangan zona Brillouin. Pembawa muatan meniru/perilakunya seperti partikel yang dapat diterangkan secara memuaskan dengan persamaan Dirac daripada menggunakan persamaan Schroedinger. Di samping itu graphene, menunjukkan sifat yang luar biasa pada sifat elektronik; sifat optik; sifat magnetik; sifat termal; dan sifat mekanik (Abdullah ed. 2012:378). Sifat-sifat graphene yang sangat istimewa ini dapat membuat suatu peluang baru dalam pemanfaatan untuk menghasilkan suatu produk bidang elektronika yang lebih baik seperti superkapasitor dan transistor.

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis, Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian non eksperimen. Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2018/2019 di Laboratorium Fisika, Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

3.2 Definisi Operasional Variabel

Agar tidak terjadi kesalahan dalam mengartikan istilah-istilah penelitian, maka perlu adanya definisi operasional mengenai variabel penelitian. Adapun variabel-variabel yang akan diteliti dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Fungsi gelombang untuk $E < V_0$ pada masing masing daerah

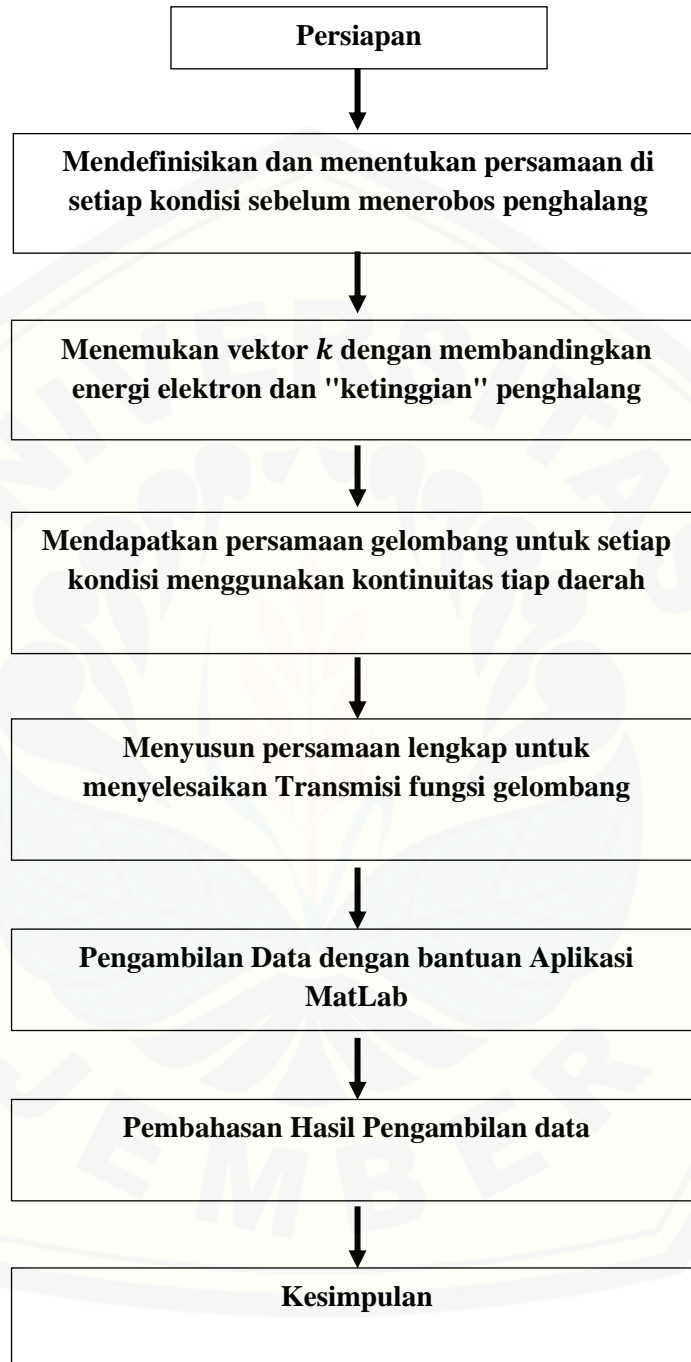
Pada penelitian ini menggunakan tiga penghalang sehingga terdapat tujuh daerah. $\psi_1(x)$ adalah fungsi gelombang daerah I, $\psi_2(x)$ adalah fungsi gelombang daerah II, $\psi_3(x)$ adalah fungsi gelombang daerah III, $\psi_4(x)$ adalah fungsi gelombang daerah IV, $\psi_5(x)$ adalah fungsi gelombang daerah V, $\psi_6(x)$ adalah fungsi gelombang daerah VI, dan $\psi_7(x)$ adalah fungsi gelombang daerah VII.

- b. Persamaan schrödinger tak bergantung waktu

Persamaan schrödinger tak bergantung waktu yang digunakan adalah satu dimensi yaitu koordinat x . Elektron bergerak pada sumbu x , sehingga elektron memiliki bilangan gelombang k_x . Metode dalam penyelesaiannya menggunakan metode propagasi matriks.

- c. Program aplikasi yang digunakan adalah aplikasi pemrograman berupa MatLab, dan tidak ada spesifikasi khusus untuk komputer maupun laptop yang digunakan.

3.3 Langkah Penelitian



Gambar 3.1 Bagan-bagan langkah penelitian

a. Persiapan

Tahap ini adalah mempersiapkan bahan-bahan yang dijadikan informasi yaitu buku tentang fisika modern, fisika kuantum, fisika kimia, fisika matematika, fisika zat padat serta jurnal-jurnal yang berkaitan dengan efek terobosan menggunakan penghalang ganda dan persamaan schrödinger dua dimensi.

b. Mendefinisikan dan menentukan persamaan di setiap kondisi sebelum menerobos penghalang

Pada tahap ini peneliti harus mampu mendefinisikan dan menentukan persamaan di setiap kondisi sebelum penghalang (barir) diterobos.

c. Menemukan vektor k dengan membandingkan energi elektron dan "ketinggian" penghalang

Pada tahap ini peneliti juga harus menemukan vektor k dengan membandingkan energi elektron dan ketinggian penghalang yang digunakan oleh peneliti.

d. Mendapatkan persamaan gelombang untuk setiap kondisi menggunakan kontinuitas tiap daerah

Pada tahap ini peneliti harus mampu mendapatkan persamaan gelombang yang akan digunakan untuk analisis efek terobosan dengan menggunakan teori kontinuitas agar bersifat dan selalu kontinu.

e. Menyusun persamaan lengkap untuk menyelesaikan Transmisi fungsi gelombang

Pada tahap ini peneliti diharapkan mampu mendapatkan solusi Persamaan Schrodinger dan menyelesaikan persamaan efek terobosan dengan metode propagasi matriks sehingga mampu menyelesaikan koefisien transmisi dari fungsi gelombang yang diuji.

f. Pengambilan Data dengan bantuan Aplikasi MatLab

Pada tahap ini peneliti membuat m-File untuk Pengambilan data dengan bantuan pemrograman MatLab dan mendapatkan grafik hubungan koefisien transmisi dengan energi pada efek terobosan tiga penghalang.

g. Pembahasan Hasil Pengambilan data

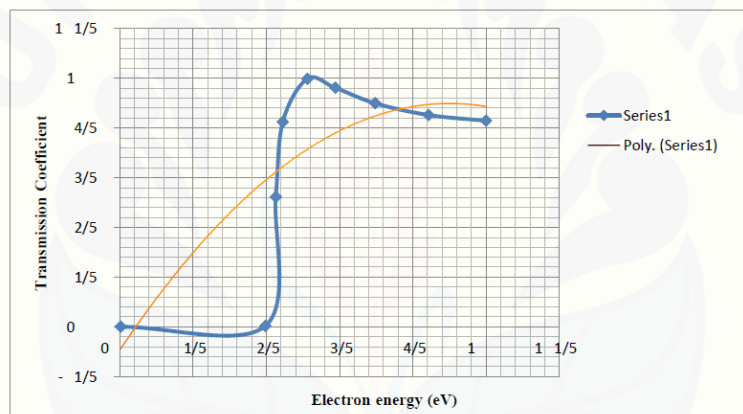
Tahap ini adalah tahap peneliti menganalisis hasil yang didapatkan dari permodelan pada pemrograman MatLab dari penelitian sebelumnya dan membahas hasil dan grafik yang didapatkan.

f. Kesimpulan

Hasil dari pembahasan yang telah dilakukan kemudian disimpulkan untuk menjawab rumusan permasalahan penelitian

3.4 Pengembangan Teori

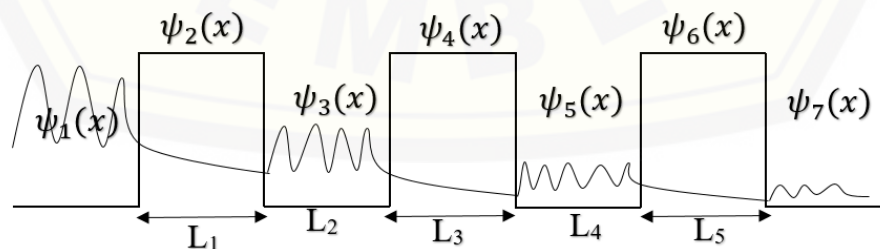
Penelitian sebelumnya dengan dua penghalang menghasilkan grafik seperti pada gambar dibawah ini.



Gambar 3.2 Grafik hasil penelitian efek terobosan 2 penghalang oleh Prastowo dkk

Teori yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Skema efek terobosan elektron



Gambar 3.3 Penghalang pada efek terobosan

b. Fungsi gelombang untuk $E < V_0$ pada masing masing daerah

$$\psi_1(x) = Oe^{ik_1x} + Pe^{-ik_1x},$$

$$\psi_2(x) = Qe^{k_2x} + Re^{-k_2x},$$

$$\psi_3(x) = Se^{ik_1x} + Te^{-ik_1x},$$

$$\psi_4(x) = Ue^{k_2x} + Ve^{-k_2x},$$

$$\psi_5(x) = We^{ik_1x} + Xe^{-ik_1x},$$

$$\psi_6(x) = Ye^{k_2x} + Ze^{-k_2x},$$

$$\psi_7(x) = AAe^{ik_1x}$$

c. Koefisien transmisi

$$\hat{P} = \hat{P}_{up\ 1} \cdot \hat{P}_{free\ 1} \cdot \hat{P}_{down\ 1} \cdot \hat{P}_{free\ 2} \cdot \hat{P}_{up\ 2} \cdot \hat{P}_{free\ 3} \cdot \hat{P}_{down\ 2} \cdot \hat{P}_{free\ 4} \cdot \hat{P}_{up\ 3} \cdot \hat{P}_{free\ 5} \cdot \hat{P}_{down\ 3}$$

3.5 Data Simulasi

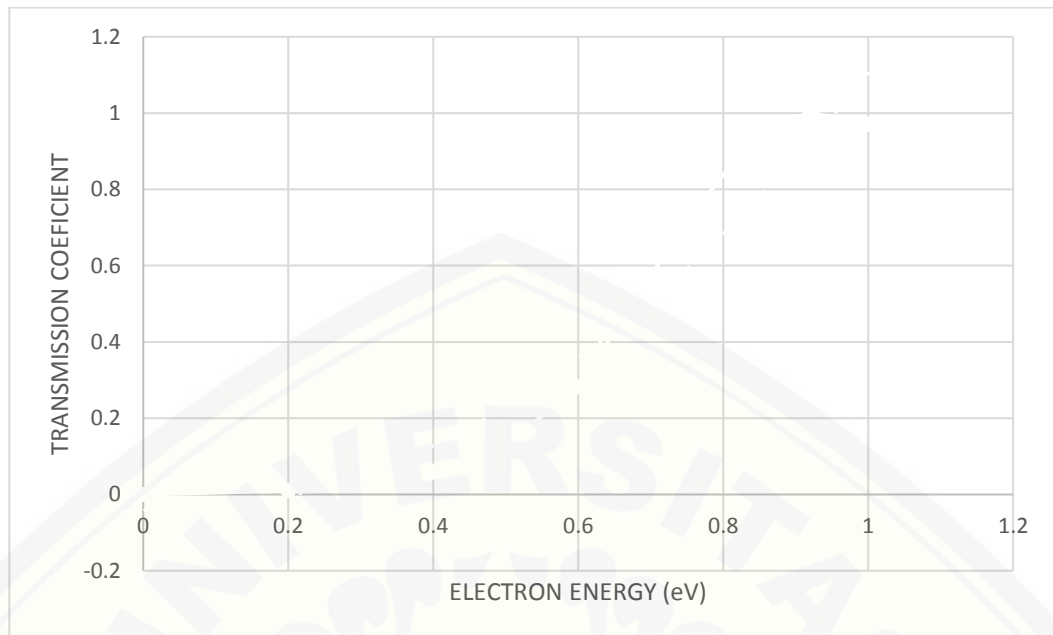
Data untuk menentukan koefisien transmisi penghalang tunggal adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Data koefisien transmisi dam energi Elektron

E (eV)	T

Data untuk menentukan koefisien transmisi penghalang 3 adalah sebagai berikut:

Hasil Plot dari grafik pada tabel 3.1 menggunakan aplikasi pemrograman berupa Matlab T adalah koefiein transmisi dan E adalah energi datang elektron.



Gambar 3.4 Grafik tabel 3.1

BAB 5 PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang didapatkan menunjukkan bahwa koefisien transmisi yang dicapai sebuah elektron dapat menerobos suatu penghalang dengan bahan semikonduktor graphene adalah pada satu penghalang koefisien transmisi maksimum yang dicapai 0,7937 atau 79,37% dari energi 1,00 eV. Pada dua penghalang koefisien transmisi maksimum yang dicapai 0,8555 atau 85,55% dari energi 1,00 eV. Hasil satu dan dua penghalang koefisien transmisi terus meningkat dengan energy yang juga meningkat. Sedangkan pada tiga penghalang koefisien transmisi maksimum yang dicapai 1,00 atau 100% dari energi 0,9200-0,9225 eV dan pada energi 0,9975 eV elektron mulai mengalami penurunan koefisien transmisi dari 100% menjadi 97,17% hingga pada energi 1 eV koefisien transmisi hanya pada kisaran 97,02%. Hal ini menunjukkan bahwa pada graphene *resonant tunneling* terjadi pada tiga penghalang. Secara umum koefisien transmisi yang didapatkan pada tiga penghalang tersebut terus meningkat sampai kisaran energi 0,9200-0,9225 eV. Hasil tersebut juga menunjukkan bahwa kemampuan elektron dalam menerobos material semikonduktor tersebut sangat baik sehingga graphene merupakan salah satu bahan semikonduktor yang sangat baik juga untuk menghasilkan semikonduktor terbaik dari material sebelumnya. Harapannya graphene yang sangat istimewa ini dapat membuat suatu peluang baru dalam pemanfaatan untuk menghasilkan suatu produk bidang elektronika yang lebih baik seperti superkapasitor dan transistor.

5.2 Saran

Dalam Penelitian ini masih menggunakan bahan semikonduktor yang digunakan sejenis dan lebar antar penghalang juga sama sehingga membutuhkan pengembangan penelitian lanjutan dengan cara sebagai berikut.

- a. bahan semikonduktor yang lain atau,
- b. menambah penghalang lebih dari tiga yaitu empat penghalang.

Daftar Pustaka

- Abdullah, Mikrajuddin. 2012. *Pengantar Nanoteknologi*. Bandung : ITB Press
- Azizah, Lita Nur., dan Susanti, Diah. 2014. Pengaruh Variasi Kadar Zn Dan Temperatur *Hydrothermal* Terhadap Struktur Dan Nilai Konduktivitas Elektrik Material *Graphene*. *JURNAL TEKNIK POMITS*. 3 (2) : 209-214.
- Beiser, Arthur. 1986. *Konsep Fisika Modern (Penerjemah The Houw Liong)*. Jakarta: Erlangga.
- Beiser, Arthur. 2003. *Concepts of Modern Physics Sixth Edition*. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Dutt, A., dan S. Kar. 2010. Smooth double barriers in quantum mechanics. https://www.researchgate.net/publication/233917816_Smooth_double_barriers_in_quantum_mechanics. [Diakses pada 22 Mei 2018].
- Fikri, Achmad Ainul., dan Dwandaru, W.S Brams. 2016. Pengaruh Variasi Konsentrasi Surfaktan Dan Waktu Ultrasonikasi Terhadap Sintesis Material *Graphene* dengan Metode Liquid Sonification Exfoliation Menggunakan Tweeter Ultrasonication Graphite Oxide Generator. *Jurnal Fisika*. 5 (3) 188-197
- Krane, K. S. *Fisika Modern*. Terjemahan oleh Wospakrik H.J. dan Niksolihin S. 1992. Jakarta: UIP
- Krane, K. S. 2012. *Modern Physics Third Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Martinz, S. D. G., dan Ramos, T.V. 2016. Double Quantum Well Triple Barrier Structures: Analytical and Numerical Results. *Canadian Journal Of Physics*. 94(11): 1180-1188
- Nufida Dwi Aisyah., Rizka Nur Fadilla, Hermawan K Dipojono., dan Febdian Rusydi. 2017. A Theoretical Study of Monodeuteriation Effect on the Rearrangement of trans-HCOH to H₂CO via Quantum Tunneling with DFT and WKB Approximation. *Procedia Engineering*. 170 (119 – 12)
- Prastowo, S H B., Supriadi, Bambang., Ridlo, Z R., dan Prihandono, Trapsilo. 2018. Tunneling effect on double potential barriers GaAs and PbS. *Journal Of Physics*. Series 1008 (102012) : 1-7.

- Qosim, Muhammad., dan Santoso, Imam. 2015. Kajian Struktur Pita Elektronik Graphene dan Graphane Menggunakan Model Ikatan Kuat Realistik dengan Ketakteraturan. *Jurnal Fisika Indonesia*. 55 (19) 28-33
- Sani, Ridwan A dan Kadri, Muhammad. 2017. *Fisika Kuantum*. Jakarta: Bumi Aksara
- Sutopo. 2005. *Pengantar Fisika Kuantum*. Malang: UM PRESS.
- Supriadi, B., S H B Prastowo., S Bahri., Z R Ridlo., dan T Prihandono. 2018. The Stark Effect on the Wave Function of Tritium in Relativistic Condition. *Journal Of Physics*. Series 997 (012045) : 1-7.
- Wijaya, A. K., A. Hermanto, M. Toifur. 2014. Analisis Penentuan Koefisien Refleksi dan Transmisi pada Potensial Delta Ganda Antisimetri. *Prosiding Pertemuan Ilmiah XXVIII HFI Jateng & DIY*. 26 April 2014: 48.
- Wolf, E.L. 2014. *Graphene*. Oxford University Press

LAMPIRAN**Lampiran A. Matriks Penelitian****MATRIK PENELITIAN**

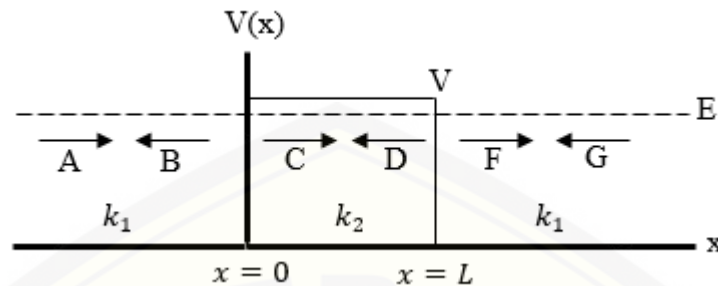
NAMA : Muhammad Khoirul Huda

NIM : 150210102112

RG : 3

JUDUL	TUJUAN PENELITIAN	VARIABEL	DATA DAN TEKNIK PENGAMBILAN DATA	METODE PENELITIAN
Studi Analisis <i>Quantum tunneling</i> tiga potensial Penghalang <i>graphene</i> dengan metode propagasi matriks pada Partikel Tunak	Untuk mengkaji koefisien transmisi pada tiga penghalang <i>Graphene</i> dengan metode Propagasi Matriks	Variabel Terikat : Koefisien transmisi Variabel Bebas : Tiga Penggalang	Data diambil dari beberapa rujukan seperti jurnal pnelitian dan buku fisika kuantum. Teknik Pengambilan Data 1. Dengan perhitungan analitik dan numeric dari persamaan schrodinger.	Penelitian ini termasuk Penelitian Non Eksperimen (Studi Literature) Tempat Penelitian: Laboratorium Fisika Lanjut Pendidikan Fisika FKIP Universitas Jember

Lampiran B. Proses Penghitungan Koefisien transmisi 1 Penghalang dengan metode propagasi matriks



Diketahui:

$$\begin{aligned} \Psi_1(x) &= \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} && \text{dengan} && k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \\ \Psi_2(x) &= \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{ik_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-ik_2x} && \text{dengan} && k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} \\ \Psi_3(x) &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} && \text{dengan} && k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \end{aligned}$$

A. Propagasi pada batas potensial

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = 0$

$$\begin{aligned} \Psi_j(0) &= \Psi_{j+1}(0) && Ae^{ik_jx} + Be^{-ik_jx} = Ce^{ik_{j+1}x} + De^{-ik_{j+1}x} \\ Ae^{ik_j0} + Be^{-ik_j0} &= Ce^{ik_{j+1}0} + De^{-ik_{j+1}0} \\ A + B &= C + D \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_j(0)}{dx} &= \frac{d\Psi_{j+1}(0)}{dx} && \frac{d(Ae^{ik_jx} + Be^{-ik_jx})}{dx} = \frac{d(Ce^{ik_{j+1}x} + De^{-ik_{j+1}x})}{dx} \\ ik_jAe^{ik_jx} - ik_jBe^{-ik_jx} &&& = ik_{j+1}Ce^{ik_{j+1}x} - ik_{j+1}De^{-ik_{j+1}x} \\ ik_jAe^{ik_j0} - ik_jBe^{-ik_j0} &&& = ik_{j+1}Ce^{ik_{j+1}0} - ik_{j+1}De^{-ik_{j+1}0} \\ ik_jA - ik_jB &= ik_{j+1}C - ik_{j+1}D \end{aligned}$$

$$ik_j(A - B) = ik_{j+1}(C - D)$$

$$A - B = \frac{ik_{j+1}}{ik_j}(C - D) \dots\dots\dots (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{j+1}}{k_j} & -\frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

Ubah persamaan (3) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} : \hat{P}_{step} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (3) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{j+1}}{k_j} & -\frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

maka

$$\begin{aligned} \hat{P}_{step} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{j+1}}{k_j} & -\frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} & 1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} \\ 1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} & 1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

B. Propagasi di antara batas potensial

$$= \frac{1}{2} \left[\begin{matrix} \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{-ik_j L_j} & \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{ik_j L_j} \\ \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{-ik_j L_j} & \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j}\right) e^{ik_j L_j} \end{matrix} \right] \dots\dots\dots (15)$$

A. Propagasi pada batas potensial step up

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = 0$

$$\begin{aligned} \Psi_1(0) = \Psi_2(0) \quad & \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} \\ & \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} \\ & \frac{A}{\sqrt{k_1}} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} = \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_1(0)}{dx} = \frac{d\Psi_2(0)}{dx} \quad & \frac{d\left(\frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} + \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x}\right)}{dx} \\ & ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} - \\ & k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} \\ & ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 0} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 0} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 0} - \\ & k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 0} \\ & ik_1 \frac{A}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{B}{\sqrt{k_1}} = k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} \\ & \frac{ik_1}{\sqrt{k_1}} (A - B) = \frac{k_2}{\sqrt{k_2}} (C - D) \\ & \frac{1}{\sqrt{k_1}} (A - B) = \frac{k_2}{ik_1 \sqrt{k_2}} (C - D) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

Persamaan (1) dan (2) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

Ubah persamaan (3) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \hat{P}_{step} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (3) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ &= -\frac{k_1}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & -\frac{1}{\sqrt{k_1}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_1}} & \frac{1}{\sqrt{k_1}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} k_2 & 1 \\ ik_1 & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

maka

$$\begin{aligned} \hat{P}_{step\ up} &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} k_2 & 1 \\ ik_1 & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1 k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) \\ \left(1 - \frac{k_2}{ik_1}\right) & \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

B. Propagasi di antara batas potensial

$$\Psi C e^{k_2 L} = \Psi F \dots \dots \dots (8)$$

$$\Psi D e^{-k_2 L} = \Psi G \dots \dots \dots (9)$$

Persamaan (8) dan (9) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 L} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix} \dots \dots \dots (10)$$

Ubah persamaan (10) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \hat{P}_{free} \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (10) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e^{k_2L} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2L} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} e^{k_2L} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2L} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-k_2L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2L} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

maka

$$\hat{P}_{free} = \begin{bmatrix} e^{-k_2L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2L} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

C. Propagasi pada batas potensial step down

Syarat kontinuitas (Syarat batas) pada $x = L$, untuk mempermudah perhitungan gunakan $x = 0$

$$\begin{aligned} \Psi_2(0) = \Psi_3(0) \quad \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x} \\ \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 \cdot 0} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 \cdot 0} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 \cdot 0} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 \cdot 0} \\ \frac{C}{\sqrt{k_2}} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} &= \frac{F}{\sqrt{k_1}} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_2(0)}{dx} &= \frac{d\left(\frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2x} + \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2x}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1x} + \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1x}\right)}{dx} \\ &= \frac{d\Psi_3(0)}{dx} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 x} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 x} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 x} - \\
 ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 x} \\
 k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} e^{k_2 \cdot 0} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} e^{-k_2 \cdot 0} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} e^{ik_1 \cdot 0} - \\
 ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} e^{-ik_1 \cdot 0} \\
 k_2 \frac{C}{\sqrt{k_2}} - k_2 \frac{D}{\sqrt{k_2}} &= ik_1 \frac{F}{\sqrt{k_1}} - ik_1 \frac{G}{\sqrt{k_1}} \\
 \frac{k_2}{\sqrt{k_2}} (C - D) &= \frac{ik_1}{\sqrt{k_1}} (F - G) \\
 \frac{1}{\sqrt{k_2}} (C - D) &= \frac{ik_1}{k_2 \sqrt{k_1}} (F - G) \dots\dots\dots (16)
 \end{aligned}$$

Persamaan (15) dan (16) dituliskan dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} ik_1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

Ubah persamaan (3) menjadi persamaan umum

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \hat{P}_{step} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

Eliminasi matriks 2x2 pada persamaan (17) dengan cara mengalikan inversnya pada ruas kanan

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ \frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix} \\
 &= -\frac{k_2}{2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{k_2}} & \frac{1}{\sqrt{k_2}} \end{bmatrix} \\
 &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)
 \end{aligned}$$

didapatkan

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} ik_1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

maka

$$\begin{aligned} \hat{P}_{step\ down} &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{k_1}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{ik_1}{k_2} & -\frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{k_2}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix} \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (21)$$

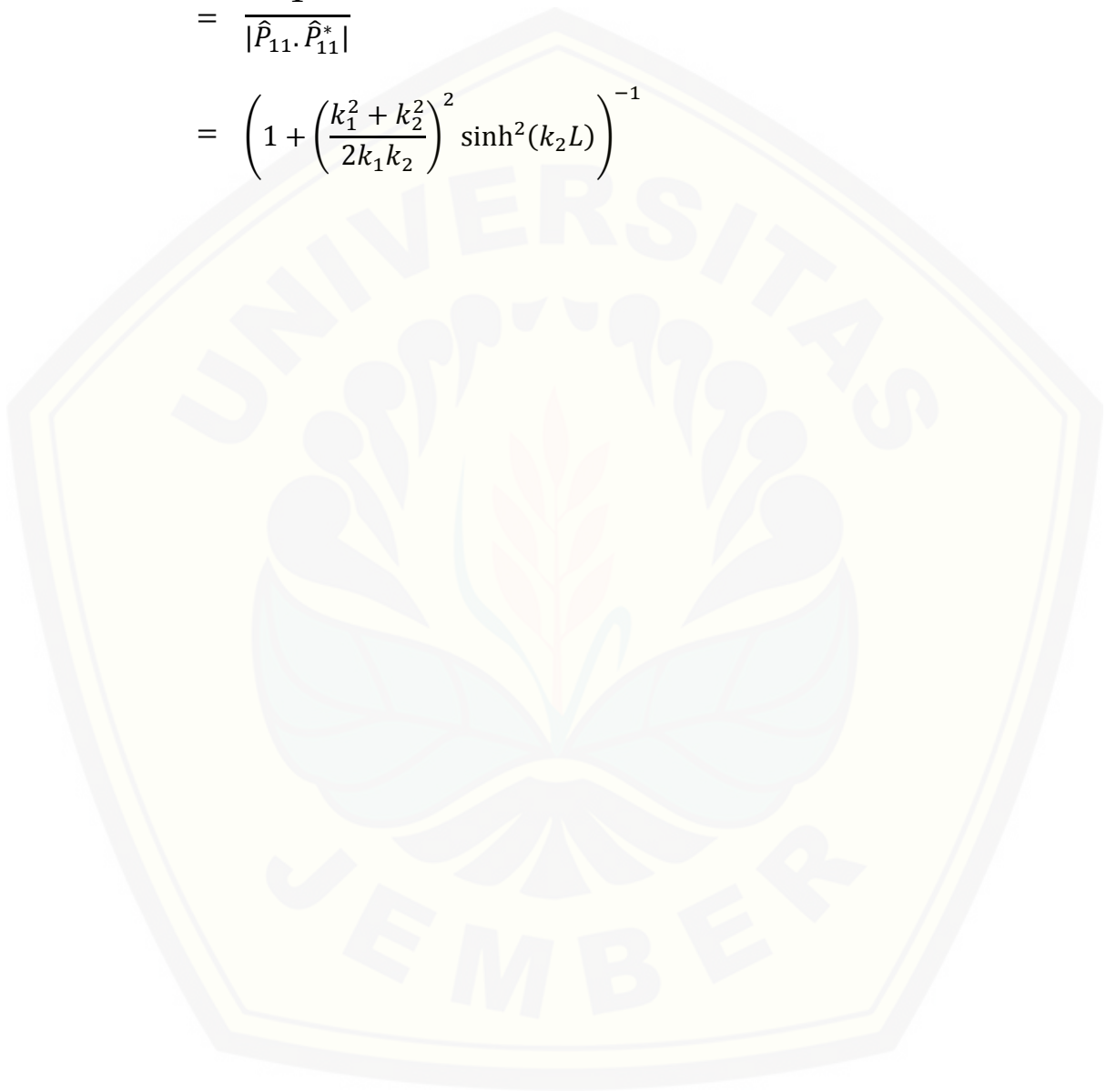
D. Menentukan besarnya koefisien transmisi penghalang potensial tunggal

$$\begin{aligned} \hat{P} &= \hat{P}_{step\ up} \cdot \hat{P}_{free} \cdot \hat{P}_{step\ down} \\ &= \frac{k_1}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{ik_1}\right) & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-k_2L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2L} \end{bmatrix} \frac{k_2}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) \\ \left(1 - \frac{ik_1}{k_2}\right) & \left(1 + \frac{ik_1}{k_2}\right) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} \left(k_1 + \frac{k_2}{i}\right) & \left(k_1 - \frac{k_2}{i}\right) \\ \left(k_1 - \frac{k_2}{i}\right) & \left(k_1 + \frac{k_2}{i}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2L} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}} \\ &= \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2) & (k_1 + ik_2) \\ (k_1 + ik_2) & (k_1 - ik_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2L} & 0 \\ 0 & e^{ik_2L} \end{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{k_1k_2}} \\ &= \frac{1}{4k_1k_2} \begin{bmatrix} (k_1 - ik_2)e^{-k_2L} & (k_1 + ik_2)e^{k_2L} \\ (k_1 + ik_2)e^{-k_2L} & (k_1 - ik_2)e^{k_2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (k_2 + ik_1) & (k_2 - ik_1) \\ (k_2 - ik_1) & (k_2 + ik_1) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{P}_{11} & \hat{P}_{12} \\ \hat{P}_{21} & \hat{P}_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (22)$$

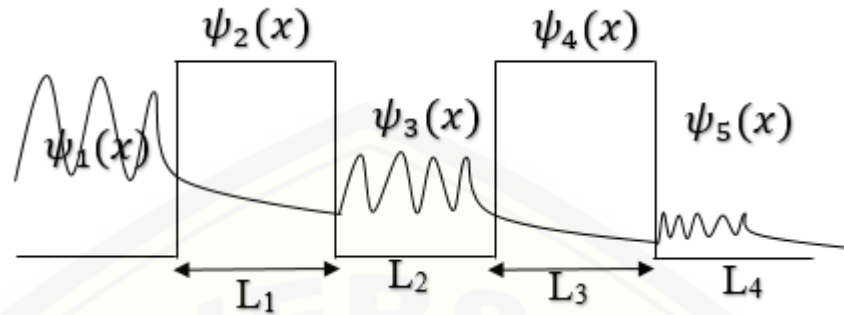
$$\hat{P}_{11} = \frac{(k_1 - ik_1)(k_2 + ik_1)e^{-k_2L} + (k_1 - ik_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2L}}{4k_1k_2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2 + k_1 k_2)e^{-k_2 L} + (k_1 k_2 - ik_1^2 + ik_2^2 + k_1 k_2)e^{k_2 L}}{4k_1 k_2} \\
&= \frac{(2k_1 k_2 + ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2 L} + (2k_1 k_2 + ik_2^2 - ik_1^2)e^{k_2 L}}{4k_1 k_2} \\
&= \frac{(ik_1^2 - ik_2^2)e^{-k_2 L} + (ik_2^2 - ik_1^2)}{4k_1 k_2} + \frac{2k_1 k_2(e^{-k_2 L} + e^{k_2 L})}{4k_1 k_2} \\
&= \frac{(ik_1^2 - ik_2^2)(e^{-k_2 L} - e^{k_2 L})}{4k_1 k_2} + \frac{1}{2}(e^{-k_2 L} + e^{k_2 L}) \\
&= \frac{i(k_1^2 - k_2^2)(e^{-k_2 L} - e^{k_2 L})}{4k_1 k_2} + \frac{1}{2}(e^{-k_2 L} + e^{k_2 L}) \\
&= \frac{-i(k_1^2 - k_2^2)2 \sinh(k_2 L)}{4k_1 k_2} + \frac{1}{2}2 \cosh(k_2 L) \\
\hat{P}_{11} &= \frac{-i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 L)}{2k_1 k_2} + \cosh(k_2 L) \\
\hat{P}_{11}^* &= \frac{i(k_1^2 - k_2^2) \sinh(k_2 L)}{2k_1 k_2} + \cosh(k_2 L) \\
\hat{P}_{11} \cdot \hat{P}_{11}^* &= \frac{-i^2(k_1^2 - k_2^2)^2 \sinh^2(k_2 L)}{4k_1^2 k_2^2} + \cosh^2(k_2 L) \\
&= \left(\frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 L) + 1 + \sinh^2(k_2 L) \\
&= \left(1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2) \sinh^2(k_2 L) + 4k_1^2 k_2^2 \sinh^2(k_2 L)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \\
&= \left(1 + \frac{\sinh^2(k_2 L) (k_1^4 - k_1^2 k_2^2 - k_1^2 k_2^2 + k_2^4 + 4k_1^2 k_2^2)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \\
&= \left(1 + \frac{\sinh^2(k_2 L) (k_1^4 + k_2^4 + 2k_1^2 k_2^2)}{4k_1^2 k_2^2} \right) \\
&= \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 L) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{|\hat{P}_{11}|^2} \\ &= \frac{1}{|\hat{P}_{11} \cdot \hat{P}_{11}^*|} \\ &= \left(1 + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sinh^2(k_2 L) \right)^{-1} \end{aligned}$$



Lampiran C. Proses Penghitungan Koefisien transmisi Penghalang ganda dengan metode propagasi matriks.



Gambar 4.6 skema efek terobosan 3 penghalang

Metode yang digunakan dalam penelitian adalah metode propagasi matrik. Adapun langkah-langkah dalam metode propagasi matrik adalah sebagai berikut.

Langkah 1: menuliskan fungsi gelombang di setiap daerah seperti pada gambar 4.6.

$$\psi_1(x) = Oe^{ik_1x} + Pe^{-ik_1x}, \quad (2.30)$$

$$\psi_2(x) = Qe^{k_2x} + Re^{-k_2x}, \quad (2.31)$$

$$\psi_3(x) = Se^{ik_1x} + Te^{-ik_1x}, \quad (2.32)$$

$$\psi_4(x) = Ue^{k_3x} + Ve^{-k_3x}, \quad (2.33)$$

$$\psi_5(x) = We^{ik_1x} + Xe^{-ik_1x}, \quad (2.34)$$

sebuah partikel atau elektron mempunyai vector gelombang di setiap daerah adalah sebagai berikut,

$$k_1 = \frac{(2m(E))^{1/2}}{\hbar}, \quad k_2 = \frac{(2m(E-eV_1))^{1/2}}{\hbar} \text{ dan } k_3 = \frac{(2m(E-eV_2))^{1/2}}{\hbar}$$

Langkah 2 : Menentukan Matriks Propagasi Step up

Dengan menggunakan syarat kontinuitas pada up₁

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= \psi_2(0) \\ O + P &= Q + R \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\frac{d\psi_1(0)}{dx} = \frac{d\psi_2(0)}{dx}$$

$$ik_1O - ik_1P = k_2Q - k_2R \quad (2.38)$$

Sehingga dari persamaan (2.38) dibagi dengan ik_1 maka akan didapatkan persamaan berikut.

$$O - P = \frac{k_2}{ik_1}Q - \frac{k_2}{ik_1}R \quad (2.39)$$

Dimisalkan $\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

Maka invers matriks diatas adalah

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

diketahui determinan dari matrik \hat{A} adalah

$$\det = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Kemudian persamaan (2.37) dan (2.38) diubah dalam bentuk matriks dan didapatkan matrik propagasinya sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Sehingga persamaan (2.41) dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut.

$$\begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} = \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix}$$

Dimana \hat{p}_{step} adalah matrik 2×2 yang mendiskripsikan gelombang propagasi pada potensial step. Untuk mendapatkan persamaan ini, kita perlu mengeliminasi matriks yang 2×2 di sisi kiri persamaan (2.41).

Kemudian invers dari matrik $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ adalah sama dengan $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, sehingga dapat ditulis persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Jadi matriks propagasi step up adalah

$$\hat{p}_{step\ up\ 1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_2}{ik_1} & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Maka dengan perlakuan atau penghitungan yang sama dapat ditentukan propagasi matriks step selanjutnya.

$$\hat{p}_{step\ up\ 2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_2}{ik_1} & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix}$$

Langkah 3 : menentukan matriks propagasi step down

$$\begin{aligned} \psi_2(0) &= \psi_3(0) \\ Q + R &= S + T \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_2(0)}{dx} &= \frac{d\psi_3(0)}{dx} \\ k_2 Q - k_2 R &= ik_1 S - ik_1 T \end{aligned} \quad (2.45)$$

Sehingga dari persamaan (2.44) dibagi dengan ik_1 maka akan didapatkan persamaan berikut.

$$Q - R = \frac{ik_1}{k_2} S - \frac{ik_1}{k_2} T \quad (2.46)$$

Dimisalkan $\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

Maka invers matrik diatas adalah

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{det} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Dimana determinan dari matrik \hat{A} adalah

$$det = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Kemudian persamaan (2.44) dan (2.45) diubah dalam bentuk matriks dan didapatkan matrik sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{ik_1}{k_2} & -\frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Sehingga persamaan (2.48) dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut.

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

Dimana \hat{p}_{step} adalah matrik 2×2 yang mendiskripsikan gelombang propagasi pada potensial step. Untuk mendapatkan persamaan ini, kita perlu menghilangkan matriks yang 2×2 di sisi kiri persamaan (2.48).

Kemudian invers dari matrik $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ adalah sama dengan $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, sehingga dapat ditulis persamaannya adaah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ ik_2 & -ik_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Jadi propagasi matriks step down adalah

$$\hat{p}_{step\ down\ 1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_2} & 1 - \frac{ik_1}{k_2} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_2} & 1 + \frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Maka dengan penghitungan dan perlakuan yang sama dapat ditentukan propagasi matriks step selanjutnya

$$\hat{p}_{step\ down\ 2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_2} & 1 - \frac{ik_1}{k_2} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_2} & 1 + \frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix}$$

Langkah 4 : menentukan propagasi pada daerah $E < V$

$$\psi Q e^{k_2 L_1} = \psi S \quad (2.51)$$

$$\psi R e^{-k_2 L_1} = \psi T \quad (2.52)$$

Persamaan (2.51) dan (2.52) dapat diubah menjadi matrik sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{free} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{free} = \frac{1}{det} adj \begin{bmatrix} e^{k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 L_1} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

Maka,

$$\hat{p}_{free\ 1} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L_1} \end{bmatrix}$$

Dengan cara yang sama maka akan didapatkan,

$$\hat{p}_{free\ 3} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 L_3} \end{bmatrix}$$

Langkah 5 : menentukan propagasi pada daerah $E > V$

$$\psi S e^{k_2 L_1} = \psi U \quad (2.53)$$

$$\psi T e^{-k_2 L_1} = \psi V \quad (2.54)$$

Persamaan (2.53) dan (2.54) dapat diubah menjadi matrik sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{free} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{free} = \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_2} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

Maka,

$$\hat{p}_{free 2} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix}$$

Langkah 6 : menentukan besar koefisien transmisi dari propagasi matriks total

2 penghalang

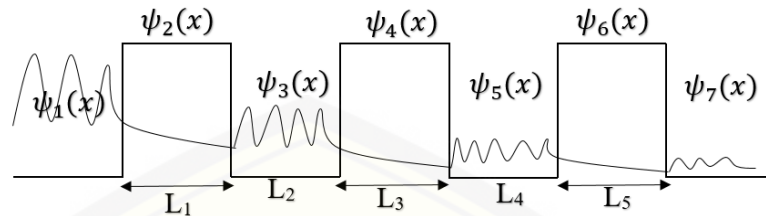
$$\hat{P} = \hat{P}_{up 1} \cdot \hat{P}_{free 1} \cdot \hat{P}_{down 1} \cdot \hat{P}_{free 2} \cdot \hat{P}_{up 2} \cdot \hat{P}_{free 3} \cdot \hat{P}_{down 2}$$

P

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_2}{ik_1} & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L_1} \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_2} & 1 - \frac{ik_1}{k_2} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_2} & 1 + \frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_3}{ik_1} & 1 - \frac{k_3}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_3}{ik_1} & 1 + \frac{k_3}{ik_1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 L_3} \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_3} & 1 - \frac{ik_1}{k_3} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_3} & 1 + \frac{ik_1}{k_3} \end{bmatrix}$$

Lampiran D. Proses Penghitungan Koefisien transmisi 3 Penghalang dengan metode propagasi matriks.



Metode yang digunakan dalam penelitian adalah metode propagasi matrik. Adapun langkah-langkah dalam metode propagasi matrik adalah sebagai berikut.

Langkah 1: menuliskan fungsi gelombang di setiap daerah seperti pada gambar 2.5.

$$\psi_1(x) = Oe^{ik_1x} + Pe^{-ik_1x}, \quad (2.30)$$

$$\psi_2(x) = Qe^{k_2x} + Re^{-k_2x}, \quad (2.31)$$

$$\psi_3(x) = Se^{ik_1x} + Te^{-ik_1x}, \quad (2.32)$$

$$\psi_4(x) = Ue^{k_2x} + Ve^{-k_2x}, \quad (2.33)$$

$$\psi_5(x) = We^{ik_1x} + Xe^{-ik_1x}, \quad (2.34)$$

$$\psi_6(x) = Ye^{k_2x} + Ze^{-k_2x}, \quad (2.35)$$

$$\psi_7(x) = AAe^{ik_1x} \quad (2.36)$$

sebuah partikel atau elektron mempunyai vector gelombang di setiap daerah adalah sebagai berikut,

$$k_1 = \frac{(2m(E))^{1/2}}{\hbar} \text{ dan } k_2 = \frac{(2m(E-eV))^{1/2}}{\hbar}$$

Langkah 2 : Menentukan Matriks Propagasi Step up

Dengan menggunakan syarat kontinuitas pada up₁

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= \psi_2(0) \\ O + P &= Q + R \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\frac{d\psi_1(0)}{dx} = \frac{d\psi_2(0)}{dx}$$

$$ik_1O - ik_1P = k_2Q - k_2R \quad (2.38)$$

Sehingga dari persamaan (2.38) dibagi dengan ik_1 maka akan didapatkan persamaan berikut.

$$O - P = \frac{k_2}{ik_1}Q - \frac{k_2}{ik_1}R \quad (2.39)$$

Dimisalkan $\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

Maka invers matriks diatas adalah

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

diketahui determinan dari matrik \hat{A} adalah

$$\det = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Kemudian persamaan (2.37) dan (2.38) diubah dalam bentuk matriks dan didapatkan matrik propagasinya sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Sehingga persamaan (2.41) dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut.

$$\begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} = \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix}$$

Dimana \hat{p}_{step} adalah matrik 2×2 yang mendiskripsikan gelombang propagasi pada potensial step. Untuk mendapatkan persamaan ini, kita perlu mengeliminasi matriks yang 2×2 di sisi kiri persamaan (2.41).

Kemudian invers dari matrik $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ adalah sama dengan $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, sehingga dapat ditulis persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} O \\ P \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_2}{ik_1} & -\frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Jadi matriks propagasi step up adalah

$$\hat{p}_{step up 1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_2}{ik_1} & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Maka dengan perlakuan atau penghitungan yang sama dapat ditentukan propagasi matriks step selanjutnya.

$$\hat{p}_{step\ up\ 2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_2}{ik_1} & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{step\ up\ 3} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{k_2}{ik_1} & 1 - \frac{k_2}{ik_1} \\ 1 - \frac{k_2}{ik_1} & 1 + \frac{k_2}{ik_1} \end{bmatrix}$$

Langkah 3 : menentukan matriks propagasi step down

$$\begin{aligned} \psi_2(0) &= \psi_3(0) \\ Q + R &= S + T \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_2(0)}{dx} &= \frac{d\psi_3(0)}{dx} \\ k_2Q - k_2R &= ik_1S - ik_1T \end{aligned} \quad (2.45)$$

Sehingga dari persamaan (2.44) dibagi dengan ik_1 maka akan didapatkan persamaan berikut.

$$Q - R = \frac{ik_1}{k_2}S - \frac{ik_1}{k_2}T \quad (2.46)$$

Dimisalkan $\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

Maka invers matrik diatas adalah

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{det} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Dimana determinan dari matrik \hat{A} adalah

$$det = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Kemudian persamaan (2.44) dan (2.45) diubah dalam bentuk matriks dan didapatkan matrik sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{ik_1}{k_2} & -\frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Sehingga persamaan (2.48) dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut.

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{step} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

Dimana \hat{p}_{step} adalah matrik 2×2 yang mendiskripsikan gelombang propagasi pada potensial step. Untuk mendapatkan persamaan ini, kita perlu menghilangkan matriks yang 2×2 di sisi kiri persamaan (2.48).

Kemudian invers dari matrik $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ adalah sama dengan $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, sehingga dapat ditulis persamaannya adaah sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{ik_1}{k_2} & -\frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Jadi propagasi matriks step down adalah

$$\hat{p}_{step\ down\ 1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_2} & 1 - \frac{ik_1}{k_2} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_2} & 1 + \frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Maka dengan penghitungan dan perlakuan yang sama dapat ditentukan propagasi matriks step selanjutnya

$$\hat{p}_{step\ down\ 2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_2} & 1 - \frac{ik_1}{k_2} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_2} & 1 + \frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{step\ down\ 3} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{ik_1}{k_2} & 1 - \frac{ik_1}{k_2} \\ 1 - \frac{ik_1}{k_2} & 1 + \frac{ik_1}{k_2} \end{bmatrix}$$

Langkah 4 : menentukan propagasi pada daerah $E < V$

$$\psi Q e^{k_2 L_1} = \psi S \quad (2.51)$$

$$\psi R e^{-k_2 L_1} = \psi T \quad (2.52)$$

Persamaan (2.51) dan (2.52) dapat diubah menjadi matrik sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} e^{k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{free} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{free} = \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{-k_2 L_1} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

Maka,

$$\hat{p}_{free\ 1} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_1} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L_1} \end{bmatrix}$$

Dengan cara yang sama maka akan didapatkan,

$$\hat{p}_{free\ 3} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_3} & 0 \\ 0 & e^{k_3 L_3} \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{free\ 5} = \begin{bmatrix} e^{-k_2 L_5} & 0 \\ 0 & e^{k_2 L_5} \end{bmatrix}$$

Langkah 5 : menentukan propagasi pada daerah $E > V$

$$\psi S e^{k_2 L_1} = \psi U \quad (2.53)$$

$$\psi T e^{-k_2 L_1} = \psi V \quad (2.54)$$

Persamaan (2.53) dan (2.54) dapat diubah menjadi matrik sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} e^{ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \hat{p}_{free} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_{free} = \frac{1}{\det} \text{adj} \begin{bmatrix} e^{ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_2} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan

$$\begin{bmatrix} Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ T \end{bmatrix}$$

Maka,

$$\hat{p}_{free\ 2} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_2} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_2} \end{bmatrix}$$

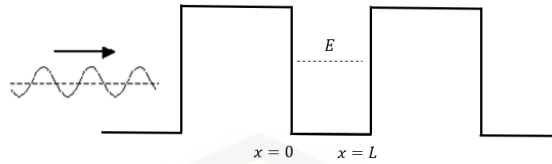
Dan dengan cara yang sama maka,

$$\hat{p}_{free\ 4} = \begin{bmatrix} e^{-ik_1 L_4} & 0 \\ 0 & e^{ik_1 L_4} \end{bmatrix}$$

Langkah 6 : menentukan besar koefisien transmisi dari propagasi matriks total
3 penghalang

\hat{P}

$$= \hat{P}_{up\ 1} \cdot \hat{P}_{free\ 1} \cdot \hat{P}_{down\ 1} \cdot \hat{P}_{free\ 2} \cdot \hat{P}_{up\ 2} \cdot \hat{P}_{free\ 3} \cdot \hat{P}_{down\ 2} \cdot \hat{P}_{free\ 4} \cdot \hat{P}_{up\ 3} \cdot \hat{P}_{free\ 5} \cdot \hat{P}_{down\ 3}$$

Lampiran E. Penurunan Rumus pada proses Resonant Tunneling

$$\psi = iA \sin kx + B \cos kx \dots\dots (1)$$

Kita asumsikan bahwa A dan B adalah nilai konstanta gelombang.

Kemudian dengan menerapkan syarat batas di $x = 0$, akan memberikan hubungan:

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$$\psi(0) = A \sin 0 + B \cos 0$$

Ingat bahwa $\sin 0 = 0$ dan $\cos 0 = 1$, sehingga

$$0 = 0 + B \cos 0$$

Jadi, $B = 0$

Lalu persamaan satu dapat ditulis kembali

$$\psi = iA \sin kx \dots\dots (2)$$

Kemudian syarat batas $x = L$, maka $\psi(L) = 0$,

$$\psi(L) = iA \sin kL$$

$\sin kx = 0$, maka $kx = n\pi$

$$\psi(L) = iA \sin kL$$

$$0 = iA \sin n\pi$$

Sehingga $kL = n\pi$, maka

$$k = \frac{n\pi}{L}$$

Dimana $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Ingat

$$k = \frac{(2m(E))^{1/2}}{\hbar}$$

Maka,

$$\frac{(2m(E))^{1/2}}{\hbar} = \frac{n\pi}{L}$$

$$(2m(E))^{1/2} = \frac{n\pi\hbar}{L}$$

$$2m(E) = \left(\frac{n\pi\hbar}{L}\right)^2$$

$$E = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$$

Jadi,

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$$\psi(x) = A \sin kx + 0 \cos kx$$

$$\psi(x) = A \sin kx$$

$$\psi(x) = A \sin \frac{(2m(E))^{1/2}}{\hbar} x$$

$$\psi(x) = A \sin \frac{(2m \left(\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}\right))^{1/2}}{\hbar} x$$

$$\psi(x) = A \sin \sqrt{\frac{n^2\pi^2}{L^2}} x$$

$$\psi(x) = A \sin \frac{n\pi}{L} x$$

Lampiran F. m-File pada Pemrograman Matlab

```
clear

clf;

%rumus yang digunakan dalam pemrograman ini adalah
T=1/[p(1,1)]^2

N=8;

meff=0.07;

vb1=3.00;

vb2=3.00;

vb3=3.00;

bx1=0.242;

bx2=0.242;

bx3=0.242;

wx1=1;

L=[1,1,bx1,wx1,bx2,wx1,bx3,2]*1e-9;

V=[0,0,vb1,0,vb2,0,vb3,0];

Emin=pi*1e-5;

Emax=1;

npoints=400;

dE=Emax/npoints;

hbar=1.0545715e-34;

eye=complex(0.,1.);
```



```
m0=9.109382e-31;

m=meff*m0;

echarge=1.6021764e-19;

for j=1:npoints

    E(j)=dE*j+Emin;

    bigP=[1,0;0,1];

    for i=1:N

        k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar;

    end

    for n=1:(N-1)

        p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));

        p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));

        p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));

        p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));

        bigP=bigP*p;

    end

    Trans(j)=(abs(1/bigP(1,1)))^2

end

figure(1);

Vp=[V;V];Vp=Vp(:);

dx=1e-12;
```

```
Lx(1)=1.e-9;

for i=1:N

    for j=2:i

        Lx(i)=L(j)+Lx(j-1);

    end

end

xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-dx,Lx(4),Lx(5)-
dx,Lx(5),Lx(6)-dx,Lx(6),Lx(7)-dx,Lx(7),Lx(8)]*1e9;

subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,xp(16),0,4]),xlabel('Distance,x(nm)'),ylabel('Po
tential energy, V(x)(eV)');

ttl=sprintf('bx1=3.1 bx2=3.1 w1=3.1',bx1,bx2,wx1);

title(ttl);

subplot(1,2,2),plot(Trans,E),axis([0,1,0,1.4]),xlabel('Transmission
coefficient'),ylabel('Energy,E(eV)');

ttl2=sprintf('v1=%4.2f v2=%4.2f meff=%4.2f',vb1,vb2,meff);

title(ttl2);
```

```

%Mkhoirulhuda
%efek terobosan 3 penghalang
clear
clf;

%rumus yang digunakan dalam pemrograman ini adalah
T=1/[p(1,1)]^2

%set up potential profile position L (nm), V (eV)

N=3; %number of samples of potential
meff=0; %massa efektif
vb1=3; %potensial pertama (eV)
vb2=3; %potensial kedua (eV)
vb3=3; %potensial ketiga (eV)
bx1=0.242; %lebar potensial pertama (nm)
bx2=0.242; %lebar potensial kedua (nm)
bx3=0.242; %lebar potensial ketiga (nm)
wx1=1; %potential well width (nm)

L=[1,1,1,bx1,wx1,bx2,wx1,bx2,2]*1e-9; %distance array (nm)
V=[0,0,0,vb1,0,vb2,0,vb3,0]; %potential array

Emin=pi*0.5e-5; %add (pi*1.0e-5) to energy to avoid divide
by zero
Emax=1; %maximum particle energy (eV)
npoints=400; %number of points in energy plot
dE=Emax/npoints; %energy increment (eV)
hbar=1.0545715e-34; %Planck's constant (Js)
eye=complex(0.,1.); %square root of -1
m0=9.109382e-31; %bare elektron mass (kg)
m=meff*m0; %effective elektron mass (kg)
echarge=1.6021764e-19; %elektron charge (C)
for j=1:npoints
E(j)=dE*j+Emin;
bigP=[1,0;0,1]; %default value of matrix bigP
for i=1:N
k(i)=sqrt(2*echarge*m*(E(j)-V(i)))/hbar; %wave number at each
position in potential V( j)
end

% persamaan matrik yang digunakan dalam pemrograman

for n=1:(N-1)
p(1,1)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
p(1,2)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(-eye*k(n)*L(n));
p(2,1)=0.5*(1-k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
p(2,2)=0.5*(1+k(n+1)/k(n))*exp(eye*k(n)*L(n));
bigP=bigP*p;
end
Trans( j)=(abs(1/bigP(1,1)))^2; %transmission probability
end
figure(1); %plot potential and transmission coefficient
Vp=[V;V];Vp=Vp(:);
dx=1e-12; %small distance increment used in potential plot
Lx(1)=1.e-9;

```

```
for i=1:N
for j=2:i
Lx(i)=L(j)+Lx(j-1); %distance, x
end
end

% mencari besaran energi yang digunakan untuk tunneling
effect

xp=[0,Lx(1)-dx,Lx(1),Lx(2)-dx,Lx(2),Lx(3)-dx,Lx(3),Lx(4)-dx,Lx(4),Lx(5)-
dx,Lx(5),Lx(6)-dx,Lx(6),Lx(7)-dx,Lx(7),Lx(8)]*1e9;

subplot(1,2,1),plot(xp,Vp),axis([0,xp(16),0,4]),xlabel('Distance,x(nm)'),ylabel('Po
tential energy, V(x)(eV)');

ttl=sprintf('bx1=3.1 bx2=3.1 w1=3.1',bx1,bx2,wx1);

title(ttl);

subplot(1,2,2),plot(Trans,E),axis([0,1,0,1.4]),xlabel('Transmission
coefficient'),ylabel('Energy,E(eV)');

ttl2=sprintf('v1=%4.2f v2=%4.2f meff=%4.2f',vb1,vb2,meff);

title(ttl2);
```