



TEORI GRAF DAN APLIKASINYA

SLAMIN



**Dream Litera Buana
Malang 2019**

TEORI GRAF DAN APLIKASINYA

©Dream Litera Buana
Malang 2019
210 halaman, 16 x 23 cm

ISBN: 978-602-5518-70-6

Penulis: Slamin

Tata letak: Amir

Desain cover: Angga Ari Wijaya dan Januar Adi Putra

Diterbitkan oleh:

CV. Dream Litera Buana

Perum Griya Sampurna, Blok E7/5
Kepuharjo, Karangploso, Kabupaten Malang
Telp. 0812 2229 6506 / 0856 4663 3407
Email: dream.litera@gmail.com
Website: www.dreamlitera.com
Anggota IKAPI No. 158/JTI/2015

Hak cipta dilindungi oleh undang-undang.
Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian atau
seluruh isi buku ini dengan cara apapun,
tanpa izin tertulis dari penerbit.

Cetakan pertama, Januari 2019

Distributor:
Dream Litera Buana

Alhamdulillah penulis dapat menyelesaikan buku teks yang bisa dijadikan salah satu rujukan untuk perkuliahan Kombinatorika, Matematika Diskrit, Teori Graf dan mata kuliah lain yang relevan serta sebagai referensi untuk penyusunan skripsi, tesis dan disertasi. Buku ini berisi materi-materi yang diharapkan dapat memudahkan mahasiswa dalam memahami berbagai topik dalam teori graf sehingga dapat menerapkannya untuk memecahkan masalah yang bersifat aplikatif.

Secara garis besar buku ini membahas:

1. Konsep dasar yang meliputi notasi, definisi dan istilah dalam Teori Graf.
2. Masalah optimasi graf yang meliputi graf berordo besar baik tidak berarah maupun berarah serta keteraturannya.
3. Konstruksi graf yang meliputi teknik konstruksi graf berarah dan klasifikasinya.
4. Pelabelan graf yang meliputi jenis-jenis pelabelan graf mulai dari awal dikenalkan sampai jenis pelabelan yang berkembang saat ini.
5. Pewarnaan graf yang terdiri dari pewarnaan titik, pewarnaan sisi dan pewarnaan yang menggunakan pelabelan lokal anti-ajaib.
6. Himpunan dominasi baik yang klasik maupun pengembangannya yaitu himpunan dominasi jarak.

7. Dimensi metrik dan pengembangannya yaitu dimensi metrik lokal.
8. Aplikasi Teori Graf yang terdiri dari penetapan alamat jaringan komunikasi, optimasi jaringan komputer, sistem penjadwalan, optimasi penempatan alat dan navigasi robot.

Pada kesempatan ini, penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat (DRPM) Kemristekdikti yang sudah membiayai penulisan buku ini melalui Hibah Penelitian Tim Pascasarjana Tahun Anggaran 2016 – 2018 dan LP2M Universitas Jember yang membantu pelaksanaan penelitian. Disamping itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada anggota Tim Peneliti yaitu Prof. Dafik, Prof. Saiful Bukhori, Dr. Kristiana Wijaya dan Nelly Oktavia A., M.Si atas kerja sama dalam melaksanakan penelitian. Penulis juga menyampaikan terima kasih kepada Ikhsanul Halikin, M.Si yang sudah memeriksa buku ini sebelum diterbitkan dan Wiji Utami, M.Si yang membantu proses penerbitannya. Secara khusus, penulis menyampaikan terima kasih kepada Prof. Dr. Adiwijaya, Rektor Universitas Telkom, yang sudah memberikan kata pengantar pada buku ini.

Penulis menyadari bahwa buku ini masih memerlukan penyempurnaan. Untuk itu kritik dan saran sangat diperlukan untuk penyempurnaan buku ini. Akhir kata, semoga buku ini dapat memberikan manfaat. Aamiin.

Jember, Desember 2018

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D

KATA PENGANTAR

Buku ini menyajikan materi dalam Teori Graf yang sering dipelajari serta dijadikan topik penelitian saat ini. Bagian awal dari buku ini menjelaskan pendahuluan yang melatarbelakangi perlunya mempelajari Teori Graf.

Bagian utama dari buku ini dimulai dari penyajian konsep dasar Teori Graf, yang diikuti dengan pembahasan beberapa topik populer dalam Teori Graf. Topik-topik tersebut meliputi masalah optimasi graf, konstruksi graf, pelabelan graf, pewarnaan graf, himpunan dominasi, dan dimensi metrik. Pada bagian ini, diakhiri dengan menyajikan beberapa aplikasi dari topik terkait yang sudah dibahas pada bab-bab sebelumnya.

Dalam bagian penutup, penulis menyajikan beberapa masalah terbuka yang berkaitan dengan materi yang dibahas dalam buku ini. Permasalahan ini masih sangat luas cakupannya dan sangat cocok untuk dijadikan topik penelitian mahasiswa dalam menyusun baik skripsi, tesis, maupun disertasi.

Organisasi penyajian topik-topik dalam buku ini dibagi dalam beberapa bab yang disusun secara terstruktur dan sistematis. Selain itu, buku ini dilengkapi dengan contoh-contoh yang divisualisasikan dalam bentuk gambar graf yang menarik. Dengan demikian, pembaca akan lebih mudah memahami konsep-konsep yang disajikan dalam setiap bab pada buku ini.

Digital Repository Universitas Jember

Pembahasan materi yang disajikan secara komprehensif dari hulu sampai hilir, akan memperkaya keilmuan dalam bidang Teori Graf dan aplikasinya. Oleh karena itu, buku ini sangat cocok tidak hanya untuk mahasiswa yang sedang mengikuti perkuliahan dan menyelesaikan tugas akhirnya, tetapi juga untuk para peneliti yang mengeluti bidang Teori Graf dan yang menerapkannya untuk memecahkan berbagai permasalahan.

Bandung, Desember 2018

Prof. Dr. Adiwijaya
Rektor Universitas Telkom



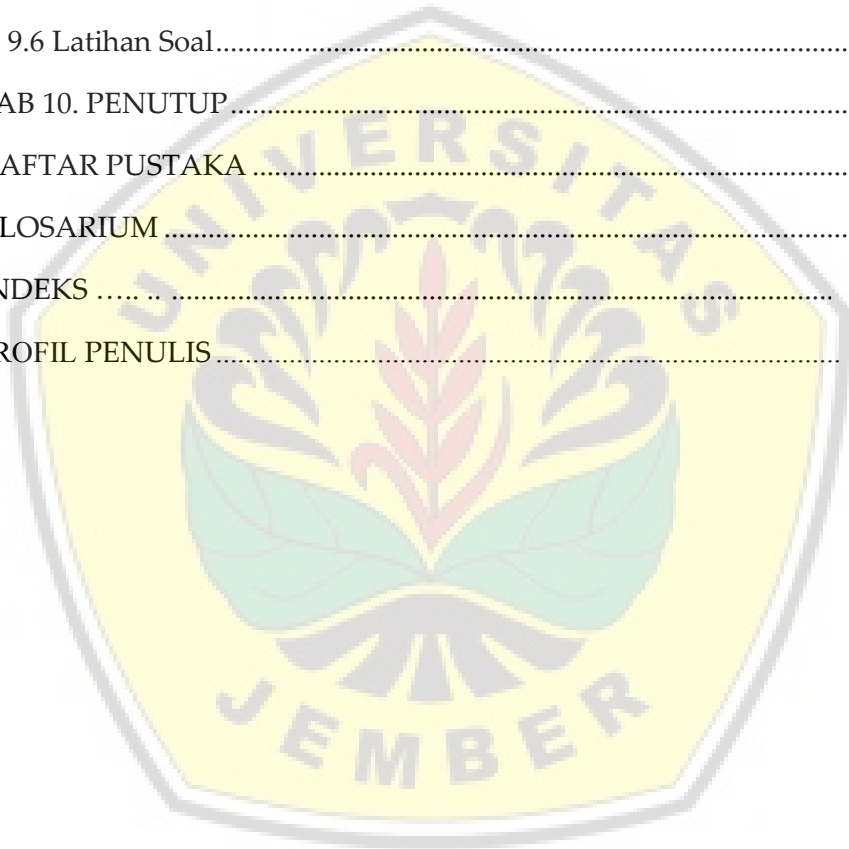
PRAKATA	iii
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xviii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
BAB 2. KONSEP TEORI GRAF.....	7
2.1 Graf Tidak Berarah.....	7
2.2 Graf Berarah.....	12
2.3 Graf Khusus	16
2.4 Latihan Soal.....	19
BAB 3. MASALAH OPTIMASI GRAF.....	23
3.1 Graf Berordo Besar.....	24
3.2 Graf Berarah Berordo Besar.....	27
3.3 Keteraturan graf berordo besar.....	32
3.4 Latihan Soal.....	34
BAB 4. KONSTRUKSI GRAF	37
4.1 Teknik Konstruksi Graf.....	37
4.2 Klasifikasi Teknik Kontruksi Graf	44

Digital Repository Universitas Jember

4.3 Keteraturan Hasil Kontruksi Graf.....	46
4.4 Latihan Soal.....	50
BAB 5. PELABELAN GRAF	53
5.1 Pelabelan Graf Umum	54
5.2 Pelabelan Graf Jumlah	64
5.3 Pelabelan Graf Ajaib	76
5.4 Pelabelan Graf Tidak Teratur	83
5.5 Pelabelan Graf Berbasis Jarak.....	86
5.6 Latihan Soal.....	93
BAB 6. PEWARNAAN GRAF.....	95
6.1 Pewarnaan Titik.....	97
6.2 Pewarnaan Sisi.....	106
6.3 Pewarnaan Anti-ajaib Lokal	111
6.4 Latihan Soal.....	117
BAB 7. HIMPUNAN DOMINASI	119
7.1 Himpunan Dominasi dalam Graf	119
7.2 Himpunan Dominasi Jarak	123
7.3 Latihan Soal.....	128
BAB 8. DIMENSI METRIK	131
8.1 Dimensi Metrik pada Graf	131
8.2 Dimensi Metrik Lokal	136
8.3 Latihan Soal.....	137
BAB 9. APLIKASI TEORI GRAF	139

Digital Repository Universitas Jember

9.1 Penetapan Alamat Jaringan Komunikasi.....	139
9.2 Optimasi Jaringan Komputer	141
9.3 Sistem Penjadwalan	143
9.4 Optimasi Penempatan Alat.....	147
9.5 Navigasi Robot	153
9.6 Latihan Soal.....	154
BAB 10. PENUTUP.....	159
DAFTAR PUSTAKA	163
GLOSARIUM	175
INDEKS	185
PROFIL PENULIS.....	191





DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Sungai Pregel dan tujuh jembatan di Konigsberg dulu..... 2

Gambar 1.2 Sungai Pregel di Konigsberg sekarang..... 3

Gambar 1.3 Representasi tujuh jembatan di Konigsberg dengan graf .. 3

Gambar 2.1 Contoh graf berordo 5 dan berukuran 4 8

Gambar 2.2 Graf teratur berderajat 3..... 8

Gambar 2.3 Ilustrasi jalan, lintasan dan siklus pada graf 9

Gambar 2.4 Graf dan subgraf-subgrafnya 10

Gambar 2.5 Graf baru yang diperoleh dengan menghapus sisi atau titik 11

Gambar 2.6 Isomorfisme graf 12

Gambar 2.7 Contoh graf berarah..... 13

Gambar 2.8 Graf berarah tidak teratur kedalam..... 14

Gambar 2.9 Graf berarah yang terhubung kuat dan yang tidak 15

Gambar 2.10 Graf lengkap dengan 5 titik 17

Gambar 2.11 Graf partisi lengkap $K_{3,3}$ dan graf 3-partisi lengkap $H_{2,3}$. 17

Gambar 2.12 Graf hutan dengan 3 komponen graf pohon..... 18

Gambar 2.13 Graf siklus C_6 dan graf roda W_6 18

Gambar 2.14 Contoh graf teratur 20

Gambar 2.15 Contoh graf berarah..... 21

Digital Repository Universitas Jember

Gambar 3.1 Graf sikel C_5 (graf Moore derajat 2 dan diameter 2).....	25
Gambar 3.2 Graf Petersen (graf Moore derajat 3 dan diameter 2).....	25
Gambar 3.3 Graf derajat 4, diameter 2, ordo kurang dua dari batas Moore	26
Gambar 3.3 Graf derajat 5, diameter 2, ordo kurang dua dari batas Moore	27
Gambar 3.4 Tiga graf berarah hampir Moore yang tidak isomorfis	29
Gambar 3.5 Graf berarah ordo kurang dua dari batas Moore tidak isomorfis	30
Gambar 3.6 Graf berarah teratur berordo kurang dua dari batas Moore	31
Gambar 3.7 Graf berarah Alegre	31
Gambar 3.8 Graf berarah berordo kurang dua dari batas Moore $d = 2$	33
Gambar 3.9 Graf berarah berordo kurang dua dari batas Moore $d = 3$	33
Gambar 4.1 Graf berarah de Bruijn orde 8 dan derajat keluar 2	38
Gambar 4.2 Graf berarah Kautz orde 9 dan derajat keluar 2	39
Gambar 4.3 Graf berarah dan graf berarah garisnya	40
Gambar 4.4 Graf berarah dan hasil konstruksi teknik reduksi digon..	41
Gambar 4.5 Graf berarah dengan pelabelan	42
Gambar 4.6 Graf berarah dan salah satu graf berarah garis parsialnya	43
Gambar 4.7 Graf berarah dan hasil konstruksi teknik penghapusan titik	44
Gambar 4.8 Graf berarah tidak teratur G dan graf berarah garisnya $L(G)$	47

Digital Repository Universitas Jember

Gambar 4.9 Graf berarah tidak teratur dan graf berarah hasil reduksi digon.....	48
Gambar 4.10 Graf berarah dan graf berarah garis parsial tidak teratur	48
Gambar 4.11 Graf berarah tidak teratur dan hasil penghapusan titiknya.....	49
Gambar 4.12 Graf berarah dan graf berarah garis parsial teratur	49
Gambar 4.12 Graf berarah dan graf berarah teratur hasil penghapusan titik	50
Gambar 5.1 Pelabelan anggun pada graf sikel	55
Gambar 5.2 Pelabelan graceful pada graf roda	56
Gambar 5.3 Pelabelan anggun pada graf dua partisi lengkap	56
Gambar 5.4 Pelabelan anggun pada graf lengkap	56
Gambar 5.5 Pelabelan harmonis pada graf sikel.....	58
Gambar 5.6 Pelabelan harmonis pada graf roda.....	58
Gambar 5.7 Pelabelan harmonis pada graf bintang	59
Gambar 5.8 Pelabelan harmonis pada graf lengkap.....	59
Gambar 5.9 Pelabelan ramah pada beberapa keluarga graf.....	61
Gambar 5.10 Pelabelan sekuen pada beberapa keluarga graf.....	62
Gambar 5.11 Pelabelan elegan beberapa keluarga graf	63
Gambar 5.12 Pelabelan akurat graf sikel dan graf dua partisi lengkap	64
Gambar 5.13 Contoh pelabelan graf jumlah	65
Gambar 5.14 Contoh graf jumlah eksklusif.....	66
Gambar 5.15 Pelabelan jumlah pada graf lengkap	68
Gambar 5.16 Pelabelan jumlah pada graf dua partisi lengkap	69

Digital Repository Universitas Jember

Gambar 5.17 Pelabelan jumlah pada graf pohon	69
Gambar 5.18 Pelabelan jumlah pada graf sikel	70
Gambar 5.19 Pelabelan jumlah pada graf pesta koktail	71
Gambar 5.20 Pelabelan jumlah pada graf roda	72
Gambar 5.21 Pelabelan jumlah bulat pada graf sikel dan graf roda	74
Gambar 5.22 Pelabelan jumlah bulat pada generalisasi graf bintang ..	74
Gambar 5.23 Pelabelan jumlah bulat graf persahabatan dan graf kipas	74
Gambar 5.24 Pelabelan jumlah modulo pada graf pohon	76
Gambar 5.25 Pelabelan jumlah modulo graf sikel dan dua partisi lengkap	76
Gambar 5.26 Pelabelan total sisi ajaib pada graf Petersen	78
Gambar 5.27 Cara pelabelan total sisi ajaib pada graf sikel ordo ganjil	78
Gambar 5.28 Cara pelabelan total sisi ajaib pada graf dua partisi lengkap	79
Gambar 5.29 Pelabelan total titik ajaib pada graf	80
Gambar 5.30 Graf yang tidak memiliki pelabelan total titik ajaib	80
Gambar 5.31 Pelabelan total titik ajaib gabungan generalisasi graf Petersen	81
Gambar 5.32 Pelabelan total titik ajaib pada gabungan dua graf matahari	82
Gambar 5.33 Pelabelan- k total titik tidak teratur pada graf	84
Gambar 5.34 Pelabelan- k total titik tidak teratur pada graf persahabatan	85

Digital Repository Universitas Jember

Gambar 5.35 Pelabelan- k total titik tidak teratur gabungan graf matahari.....	86
Gambar 5.36 Pelabelan tidak teratur jarak pada sebuah graf	87
Gambar 5.37 Pelabelan tidak teratur jarak pada graf lengkap.....	89
Gambar 5.38 Pelabelan tidak teratur jarak inklusif pada sebuah graf .	91
Gambar 5.39 Pelabelan tidak teratur jarak inklusif pada sebuah graf .	93
Gambar 6.1 Peta negara-negara dan representasinya dalam graf	96
Gambar 6.2 Pewarnaan titik pada graf dengan bilangan kromatik 2..	98
Gambar 6.3 Pewarnaan titik tidak sempurna, sempurna dan minimal	98
Gambar 6.4 Penentuan bilangan kromatik pada graf	100
Gambar 6.5 Penentuan bilangan kromatik berdasar batas bawah dan atas.....	101
Gambar 6.6 Pewarnaan titik graf lengkap	102
Gambar 6.7 Pewarnaan titik graf dua partisi lengkap	102
Gambar 6.8 Pewarnaan titik graf pohon	103
Gambar 6.9 Pewarnaan titik graf sikel genap.....	104
Gambar 6.10 Pewarnaan titik graf sikel ganjil.....	104
Gambar 6.11 Pewarnaan titik graf roda ganjil dan genap	104
Gambar 6.12 Pewarnaan sisi tidak sempurna, sempurna dan minimal	107
Gambar 6.13 Pewarnaan sisi graf reguler derajat 3	108
Gambar 6.14 Pewarnaan sisi graf sikel.....	108
Gambar 6.15 Pewarnaan sisi graf roda.....	109
Gambar 6.16 Pewarnaan sisi graf dua partisi lengkap.....	110

Digital Repository Universitas Jember

Gambar 6.17 Pewarnaan sisi graf pohon.....	110
Gambar 6.18 Pewarnaan sisi graf lengkap.....	111
Gambar 6.19 Contoh pewarnaan titik anti-ajaib lokal.....	112
Gambar 6.20 Pewarnaan titik anti-ajaib lokal pada graf sikel.....	113
Gambar 6.21 Ilustrasi pewarnaan titik anti-ajaib lokal pada graf pohon	113
Gambar 6.22 Pewarnaan titik anti-ajaib lokal pada graf lintasan.....	113
Gambar 6.23 Pewarnaan titik anti-ajaib lokal pada graf persahabatan.....	113
Gambar 6.24 Pewarnaan titik anti-ajaib lokal pada graf roda.....	114
Gambar 6.25 Pewarnaan titik anti-ajaib lokal pada graf layang-layang.....	114
Gambar 6.26 Pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada graf sikel.....	115
Gambar 6.27 Pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada graf roda.....	116
Gambar 6.28 Pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada graf kipas ..	116
Gambar 6.29 Pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada graf persahabatan.....	116
Gambar 7.1 Ilustrasi himpunan dominasi pada sebuah graf	120
Gambar 7.2 Himpunan dominasi pada graf sikel.....	121
Gambar 7.3 Himpunan dominasi pada graf lengkap.....	121
Gambar 7.4 Himpunan dominasi pada graf dua partisi lengkap.....	121
Gambar 7.5 Himpunan dominasi pada graf bintang dan graf roda ..	122
Gambar 7.6 Himpunan dominasi korona graf sikel dan graf lintasan.....	123
Gambar 7.7 Himpunan dominasi jarak 2 pada graf dua partisi lengkap	124

Digital Repository Universitas Jember

Gambar 7.8 Himpunan dominasi jarak 2 korona graf sikel dan lintasan.....	126
Gambar 7.9 Himpunan dominasi jarak 2 korona graf lintasan dan graf persahabatan.....	128
Gambar 8.1 Ilustrasi dimensi metrik dari sebuah graf.....	132
Gambar 8.2 Dimensi metrik dari graf lintasan.....	133
Gambar 8.3 Dimensi metrik dari graf lengkap.....	134
Gambar 8.4 Dimensi metrik dari graf dua partisi lengkap.....	134
Gambar 8.5 Dimensi metrik dari graf sikel.....	134
Gambar 8.6 Dimensi metrik lokal dari graf dua partisi lengkap.....	137
Gambar 9.1 Jaringan komunikasi antar pengguna.....	141
Gambar 9.2 Pelabelan total sisi ajaib pada graf jaringan komunikasi	141
Gambar 9.3 Graf dengan 4 titik, 6 titik dan 8 titik.....	143
Gambar 9.4 Jaringan komputer yang optimal dan representasi grafnya.....	143
Gambar 9.5 Graf representasi hubungan antara mobil dan tanaman	145
Gambar 9.6 Pewarnaan graf representasi.....	145
Gambar 9.7 Pewarnaan graf representasi kedua.....	146
Gambar 9.8 Denah lahan perkebunan.....	148
Gambar 9.9 Graf A sebagai representasi dari Agrotechno Park.....	149
Gambar 9.10 Navigasi gerak robot pada bidang datar.....	154
Gambar 9.11 Graf representasi navigasi gerak robot.....	154
Gambar 9.12 Jaringan kereta api.....	156

DAFTAR TABEL

Tabel 9.1 Jumlah tanaman dan mobil listrik 144



DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Arumugam, N. Kamatchi, On (a,d) -Distance Antimagic Graphs, *Australas. J. Comb.* 54 (2012) 279–287.
- [2] S. Arumugam, K. Premalatha, M. Baca, A. Semanicova-Fenovcikova, Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph, *Graphs Comb.* 33 (2017) 275–285.
- [3] M. Bača, S. Jendrol', M. Miller, J. Ryan, On irregular total labellings, *Discrete Math.* 307 (2007) 1378–1388.
- [4] M. Baca, J.A. MacDougall, M. Miller, Slamin, W.D. Wallis, Survey of certain valuations of graphs, *Discuss. Math. Graph Theory.* 20 (2000) 219–229.
- [5] M. Bača, M. Miller, Slamin, Vertex-magic total labelings of generalized Petersen graphs, *Int. J. Comput. Math.* 79 (2002).
- [6] M. Baca, A. Semanicova-Fenovcikova, K.A. Sugeng, On inclusive distance vertex irregular labelings, *Electron. J. Graph Theory Appl.* 6 (2018) 61–83.
- [7] R. Balakrishnan, A. Selvam, V. Yegnanarayanan, Some results on elegant graphs, *Indian J. Pure Appl. Math.* 28 (1997) 905–916.
- [8] E. Bannai, T. Ito, On finite Moore graphs, *J. Fac. Sci. Tokyo Univ.* 20 (1973) 191–208.
- [9] E.T. Baskoro, *Optimal Directed Graph*, University of New England, Australia, 1991.

- [10] D. Bergstrand, F. Harary, K. Hodges, G. Jennings, L. Kuklinski, J. Wiener, The sum number of a complete graph, *Bull. Malaysian Math. Soc.* 12 (1989) 25–28.
- [11] G.S. Bloom, S.W. Golomb, Numbered complete graphs, unusual rulers, and assorted applications, *Theory Appl. Graphs, Lect. Notes Math.* 642 (1978) 53–65.
- [12] J. Bolland, R. Laskar, C. Turner, G. Domke, On mod sum graphs, *Congr. Numer.* 70 (1990) 131–135.
- [13] N.H. Bong, Y. Lin, Slamin, On inclusive and non-inclusive vertex irregular d-distance vertex labelings, *J. Comb. Math. Comb. Comput.* (n.d.) accepted.
- [14] N.H. Bong, Y. Lin, Slamin, On distance-irregular labelings of cycles and wheels, *Australas. J. Comb.* 69 (2017) 315–322.
- [15] W.G. Bridges, S. Toueg, On the impossibility of directed Moore graphs, *J. Comb. Theory Ser. B.* 29 (1980) 339–341.
- [16] J. Cáceres, C. Hernando, M. Mora, I.M. Pelayo, M.L. Puertas, C. Seara, et al., On the metric dimension of Cartesian products of graphs., *V Jornadas Matemática Discret. y Algoritm.* (2006) 195–202.
- [17] I. Cahit, Elegant valuation of the paths, *Ars Comb.* 16 (1983) 223–227.
- [18] I. Cahit, Cordial graphs: a weaker version of graceful and harmonious graphs, *Ars Comb.* 23 (1987) 201–207.
- [19] G.J. Chang, D.F. Hsu, D.G. Rogers, Additive variations on graceful theme: some results on harmonious and other related graphs, *Congr. Numer.* 32 (1981) 181–197.

- [20] G. Chartrand, L. Eroh, M.A. Johnson, O.R. Oellermann, Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph, *Discret. Appl. Math.* 105 (2000) 99–113.
- [21] G. Chartrand, M.S. Jacobson, J. Lehel, O.R. Oellermann, S. Ruiz, F. Saba, Irregular networks, *Congr. Numer.* 64 (1988) 187–192.
- [22] G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs, Fifth*, Chapman & Hall/CRC, Florida, 2010.
- [23] Z. Chen, Harary's conjectures on integral sum graphs, *Discrete Math.* 160 (1996) 241–244.
- [24] Z. Chen, Integral sum graphs from identification, *Discrete Math.* 181 (1998) 77–90.
- [25] R.M. Damerell, On Moore graphs, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 74 (1973) 227–236.
- [26] Darmaji, R. Umilasari, Dominating Set Berjarak Dua pada Graf Ja- hangir dan Prisma, ITS, Tidak Diterbitkan. (2014).
- [27] R.R. Davila, C. Fast, M.A. Henning, F. Kenter, Lower Bounds on the Distance Domination Number of a Graph, *Contrib. to Discret. Math.* 12 (2015) 11–21.
- [28] M. Demange, T. Ekim, B. Ries, C. Tanasescu, On some applications of the selective graph coloring problem, *Eur. J. Oper. Res.* 240 (2014) 307–314.
- [29] M.N. Ellingham, Sum graphs from trees, *Ars Comb.* 35 (1993) 335–349.
- [30] H. Enomoto, A.S. Llado, T. Nakamigawa, G. Ringel, Super edge-magic graphs, *SUT J. Math.* 2 (1998) 105–109.

- [31] P. Erdos, S. Fajtlowicz, A.J. Hoffman, Maximum degree in graphs of diameter 2, *Networks*. 10 (1980) 87–90.
- [32] M. Fiol, A.S. Lladó, J.L. Villar, Digraphs on alphabets and the (d,n) digraph problem., *Ars Comb.* 25C (1988) 105–122.
- [33] M.A. Fiol, A.S. Lladó, The Partial Line Digraph Technique in the Design of Large Interconnection Networks, *IEEE Trans. Comput.* 41 (1992) 848–857.
- [34] M.A. Fiol, J. Yebra, I. Alegre, Line digraph iterations and the (d,k) problem for directed Graphs, *IEEE Trans. Comput.* C-33 (1984) 400–403.
- [35] P. Formanowicz, K. Tana, A Survey on graph coloring - its types, methods, and applications., *Found. Comput. Decis. Sci.* 37 (2012) 223–238.
- [36] J.A. Gallian, A Dynamic Survey of Graph Labeling, (2016) 1–432.
- [37] J. Gimbert, Enumeration of almost Moore digraphs of diameter two, *Discrete Math.* 231 (2001) 177–190.
- [38] C.E. Go, S.. Canoy Jr, Domination in the corona and join of graphs, *Int. Math. Forum.* 6 (2011) 763–771.
- [39] S.W. Golomb, How to number a graph, in: *Graph Theory Comput.*, Academic Press, New York, 1972: pp. 23–37.
- [40] G. Gonthier, Formal Proof – The Four-Color Theorem, *Not. AMS.* 55 (2008) 1382–1393.
- [41] R. Gould, V. Rodl, Bounds on the number of isolated vertices in sum graphs, in: Y. Alevi, G. Chartrand, O.R. Oellermann, A.J. Schwenk (Eds.), *Graph Theory, Comb. Appl.*, John Wiley &

Sons, 1991: pp. 553–562.

- [42] T. Grace, On sequential labellings of graphs, *J. Graph Theory*. 7 (1983) 195–201.
- [43] R.L. Graham, N.J.A. Sloane, On additive bases and harmonious graphs, *SIAM J. Alg. Disc. Meth.* 1 (1980) 382–404.
- [44] R. Hammack, *Elements of Discrete Mathematics*, 1st ed., Virginia Commonwealth University, Richmond, Virginia, 2017.
- [45] T. Hao, On sum graphs, *J. Comb. Math. Comb. Comput.* 6 (1989) 207–212.
- [46] F. Harary, Sum graphs and difference graphs, *Congr. Numer.* 72 (1990) 101–108.
- [47] F. Harary, Sum graphs over all the integers, *Discrete Math.* 124 (1994) 99–105.
- [48] N. Hartsfield, G. Ringel, *Pearls in Graph Theory: A Comprehensive Introduction*, Academic Press, Boston, 1994.
- [49] N. Hartsfield, W.F. Smyth, The sum number of complete bipartite graphs, in: R. Rees, M. Dekker (Eds.), *Graphs and Matrices*, 1992: pp. 205–211.
- [50] N. Hartsfield, W.F. Smyth, A family of sparse graphs of large sum number, *Discrete Math.* 141 (1995) 163–171.
- [51] M.A. Hasan, Slamun, Dafik, Pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada graf prisma dan tangga Mobius, in: *Pros. Konf. Nas. Mat. XIX*, 2018: p. in press.
- [52] M.A. Henning, *Fundamental of Dominations in Graphs*, Marcel Dekker Inc, New York, 1998.

- [53] M.A. Henning, Distance domination in graphs, in: T.W. Haynes, S.T. Hedetniemi, P.J. Slater (Eds.), *Domin. Graphs Adv. Top.*, Marcel Dekker, Inc., New York, 1998.
- [54] M.A. Henning, N. Lichiardopol, Distance domination in graphs with given minimum and maximum degree, *J. Comb. Optim.* 34 (2017) 545–553.
- [55] M.A. Henning, S. Mukwembi, Domination, radius, and minimum degree, *Discret. Appl. Math.* 157 (2009) 2964–2968.
- [56] N. Hisan, Slamim, Dafik, Local antimagic vertex coloring of unicyclic graphs, *Indones. J. Comb.* 2 (2018) 30–34.
- [57] C. Hoede, H. Kuiper, All wheels are graceful, *Util. Math.* 14 (1978) 311.
- [58] A.J. Hoffman, R. Singleton, On Moore graphs with diameter 2 and 3, *IBM J. Res. Dev.* 4 (1960) 497 – 504.
- [59] M. Imase, M. Itoh, Design to minimize diameter on building-block network, *IEEE Trans. Comput.* C-30 (1981) 439–442.
- [60] M. Imase, M. Itoh, A design for directed graphs with minimum diameter, *IEEE Trans. Comput.* C-32 (1983) 782–784.
- [61] H. Iswadi, E.T.E.T. Baskoro, R. Simanjuntak, On the Metric Dimension of Corona Product of Graphs, *Far East J. Math. Sci.* 52 (2011) 155–170.
- [62] L.K. Jørgensen, Diameters of cubic graphs, *Discret. Appl. Math.* 37–38 (1992) 347–351.
- [63] W.H. Kautz, Bounds on directed (d,k) graphs, *Theory of cellular logic networks and machines*, AFCRL-68-0668 Final Report, 1968.

- [64] S. Khuller, B. Raghavachari, A. Resenfelt, Landmark in Graph, *Discret. Appl. Math.* 70 (1996) 217–229.
- [65] A. Kotzig, A. Rosa, Magic valuations of finite graphs, *Canad. Math. Bull.* 13 (1970) 451–461.
- [66] A. Kotzig, A. Rosa, Magic valuations of complete graphs, *Publ. CRM.* 175 (1972).
- [67] S.M. Lee, E. Schmeichel, S.C. Shee, On felicitous graphs, *Discrete Math.* 93 (1991) 201–209.
- [68] B. Liu, X. Zhang, On harmonious labelings of graphs, *Ars Comb.* 36 (1993) 315–326.
- [69] J.A. MacDougall, M. Miller, Slamin, W.D. Wallis, Vertex-magic total labelings of graphs, *Util. Math.* 61 (2002).
- [70] A.M. Marr, W.D. Wallis, *Magic Graphs*, Springer, New York, 2013.
- [71] A. Meir, J.W. Moon, Relations between packing and covering number of a tree., *Pacific J. Math.* 61 (1975) 225–233.
- [72] M. Miller, *Diregular digraphs with minimum diameter*, University of New England, Australia, 1986.
- [73] M. Miller, Digraph covering and its application to two optimization problems for digraphs, *Australas. J. Comb.* 3 (1991) 151–164.
- [74] M. Miller, I. Fris, Minimum diameter of diregular digraphs of degree 2, *Comput. J.* 31 (1988) 71–75.
- [75] M. Miller, J. Gimbert, J. Širáň, Slamin, Almost Moore digraphs are diregular, *Discrete Math.* 218 (2000).

- [76] M. Miller, C. Rodger, R. Simanjuntak, Distance magic labelings of graphs, *Australas. J. Comb.* 28 (2003) 305–315.
- [77] M. Miller, J. Ryan, Slamin, Integral sum numbers of the cocktail party graphs and the symmetric complete bipartite graphs, *Bull. ICA.* 25 (1999) 23–28.
- [78] M. Miller, J. Ryan, Slamin, W.F. Smyth, Labelling wheels for minimum sum number, *JCMCC.* 28 (1998) 289–297.
- [79] M. Miller, J. Siran, Digraphs of degree two which miss the Moore bound by two, *Discrete Math.* 226 (2001) 269–280.
- [80] M. Miller, Slamin, On the monotonicity of minimum diameter with respect to order and maximum out-degree, 2000.
- [81] M. Miller, Slamin, J. Ryan, E.T. Baskoro, Construction techniques for digraphs with minimum diameter, 2013.
- [82] F. Okamoto, L. Crosse, B. Phinezy, P. Zhang, Kalamazo, The local metric dimension of graph, *Math. Bohem.* 135 (2010) 239–255.
- [83] J. Plesnik, S. Znam, Strongly geodetic directed graphs, *Acta F. R. N. Univ. Comen. - Math.* XXIX (1974) 29–34.
- [84] D.F. Putri, Dafik, I.H. Agustin, R. Alfarisi, On the local vertex antimagic total coloring of some families tree, in: *J. Phys. Conf. Ser.*, 2018: p. 12035.
- [85] M.T. Rahim, Slamin, Vertex-magic total labeling of the union of suns, *Ars Comb.* 103 (2012).
- [86] G. Ringel, Problem 25, in *Theory of Graphs and its Applications*, in: *Symp. Smolenice 1963*, Prague, 1964: p. 162.

- [87] G. Ringel, A.S. Llado, Another tree conjecture, *Bull. ICA.* 18 (1996) 83–85.
- [88] Rinurwati, Slamin, H. Suprajitno, On (local) metric dimension of graphs with m -pendant points, *J. Phys. Conf. Ser.* 855 (2017) 012035.
- [89] Rinurwati, H. Suprajitno, Slamin, On local adjacency metric dimension of some wheel related graphs with pendant points, in: *AIP Conf. Proc.*, 2017.
- [90] A. Rosa, On certain valuations of the vertices of a graph, *Theory Graphs (Internat. Symp. Rome. (1966)* 349–355.
- [91] J. Ryan, M. Miller, W.F. Smyth, The sum labelling for the cocktail party graph, *Bull. ICA.* 22 (1998) 79–90.
- [92] S.W. Saputro, N. Mardiana, I.A. Purwasih, The Metric Dimension of Comb Product Graphs, *Mat. Vesn.* 3 (2017) 214–225.
- [93] S.W. Saputro, R. Simanjuntak, S. Uttungadewa, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, A. Salman, et al., The metric dimension of the lexicographic product of graphs, *Discrete Math.* 313 (2013) 1045–1051.
- [94] J. Sedlacek, Problem 27, in: *Theory Graphs Its Appl.* (Smolenice, 1963), *Publ. House Czechoslovak Acad. Sci.*, Prague, 1964: pp. 163–164.
- [95] A. Sharary, Integral sum graphs from complete graphs, cycles and wheels, *Arab Gulf J. Sci. Res.* 14 (1996) 1–14.
- [96] S.G. Shirinivas, S. Vetrivel, N. Elango, Applications of graph theory in computer science an overview, *Int. J. Eng. Sci.*

Technol. 2 (2010) 4610–4621.

- [97] R.P. Singh, Vandana, Application of Graph Theory in Computer Science and Engineering, *Int. J. Comput. Appl.* 104 (2014) 10–13.
- [98] Slamin, Graph Labellings, The University of Newcastle, Australia, 1997.
- [99] Slamin, Diregularity of digraphs close to Moore bound, The University of Newcastle, Australia, 2001.
- [100] Slamin, On distance irregular labelling of graphs, *Far East J. Math. Sci.* 102 (2017).
- [101] Slamin, Dafik, M.A. Hasan, Pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada keluarga graf roda, in: *Pros. Konf. Nas. Mat. XIX*, 2018: p. in press.
- [102] Slamin, Dafik, G.A. Waspodo, On distance k -domination set of edge comb product of graphs, Submitted. (n.d.).
- [103] Slamin, Dafik, G.A. Waspodo, Distance Domination Number of Graphs Resulting from Edge Comb Product, *J. Phys. Conf. Ser.* 1022 (2018).
- [104] Slamin, Dafik, W. Winnona, Total Vertex Irregularity Strength of the Disjoint Union of Sun Graphs, *Int. J. Comb.* 2012 (2012) 1–9.
- [105] Slamin, M. Miller, On The Existence of Non-Diregular Digraphs of Order Two Less than the Moore Bound *, *J. Ilmu Dasar.* 12 (2011) 1–5.
- [106] Slamin, A.C. Prihandoko, T.B. Setiawan, F. Rosita, B. Shaleh, Vertex-magic total labelings of disconnected graphs, *J. Prime*

- Res. Math. 2 (2006) 147–156.
- [107] Slamin, T. Windartini, K. Purnomo, On distance irregular labeling of wheel related graphs, Submitted. (n.d.).
- [108] W.F. Smyth, Sum graphs of small sum numbers, Colloq. Math. Soc. Janos Bolyai. 60 (1991) 669–678.
- [109] B.M. Stewart, Magic graphs, Can. J. Math. 18 (1966) 1031–1059.
- [110] L. Susilowati, Slamin, M.I. Utoyo, N. Estuningsih, The Similarity of Metric Dimension and Local Metric Dimension of Rooted Product Graph, Far East J. Math. Sci. Accepted (2015).
- [111] L. Susilowati, M.I. Utoyo, Slamin, On commutative characterization of generalized comb and corona products of graphs with respect to the local metric dimension, Far East J. Math. Sci. 100 (2016).
- [112] F. Tian, J.M. Xu, A note on distance domination numbers of graphs, Australas. J. Comb. 43 (2009) 181–190.
- [113] R. Umilasari, Darmaji, Dominating Number of Distance Two of Corona Product of Graphs, 1 (2016) 1–6.
- [114] W.D. Vikade, K.D. Purnomo, Slamin, On the distance two-dominating number of graphs resulting from graph operations, Dipresentasikan Di Asian Math. Conf. (2016).
- [115] V.I. Voloshin, Graph Coloring: History , results and open problems, Alabama J. Math. (2009) 1–3.
- [116] W.D.D. Wallis, E.T. Baskoro, M. Miller, Slamin, Edge-magic total labelings, Australas. J. Comb. 22 (2000) 177–190.
- [117] K. Wijaya, Slamin, Total vertex irregular labelings of wheels,

Digital Repository Universitas Jember

fans, suns and friendship graphs, *J. Comb. Math. Comb. Comput.* 65 (2008).

- [118] I.G. Yero, D. Kuziak, J.A. Rodríguez-Velázquez, On the metric dimension of corona product graphs, *Comput. Math. with Appl.* 61 (2011) 2793–2798.





batas Moore	batas atas dari ordo (banyaknya titik) dari graf jika diberikan derajat dan diameter.
basis	himpunan pembeda yang memiliki kardinalitas minimal
basis lokal	himpunan pembeda lokal yang memiliki kardinalitas minimal
bilangan dominasi	kardinalitas minimum di antara himpunan dominasi dari sebuah graf
bilangan dominasi jarak	kardinalitas minimum di antara himpunan dominasi jarak dari sebuah graf
bilangan jumlah	banyaknya titik-titik terisolasi paling sedikit sedemikian hingga sebuah graf merupakan graf jumlah
bilangan jumlah bulat	banyaknya titik-titik terisolasi paling sedikit sedemikian hingga sebuah graf merupakan graf jumlah bulat
bilangan jumlah modulo	banyaknya titik-titik terisolasi paling sedikit sedemikian hingga sebuah graf merupakan graf jumlah modulo
bilangan	banyaknya warna minimal yang diperlukan

kromatik	dalam pewarnaan titik dari sebuah graf
bilangan kromatik sisi	dalam pewarnaan sisi dari sebuah graf
bilangan kromatik anti ajaib lokal	banyaknya warna minimal yang diperlukan dalam pewarnaan titik dari sebuah graf yang menggunakan pelabelan anti ajaib lokal.
comb	sebuah operasi pada graf yang dinotasikan dengan \triangleleft sehingga diperoleh graf baru dengan cara mengambil satu salinan graf pertama dan salinan graf kedua sebanyak ordo graf pertama kemudian merekatkan penggandaan ke- i dari graf kedua pada titik ke- i pada graf pertama.
daun	titik yang mempunyai derajat satu
derajat	banyaknya titik-titik yang bertetangga dengan dengan suatu titik.
diameter	jarak terpanjang diantara sembarang dua titik dalam sebuah graf.
digon	sepasang sisi yang membentuk sikel berarah dengan dua titik.
dimensi metrik	banyaknya titik dari basis pada suatu graf
dimensi metrik lokal	banyaknya titik dari basis lokal pada suatu graf
edge-comb	sebuah operasi pada graf yang dinotasikan dengan \trianglelefteq sehingga diperoleh graf baru dengan cara mengambil satu salinan graf pertama dan

salinan graf kedua sebanyak ukuran graf pertama kemudian mencangkokkan salinan ke- i dari graf kedua pada sisi ke- i pada graf pertama.

girth

panjang sikel terpendek pada sebuah graf.

graf

sebuah pasangan himpunan yang terdiri dari himpunan berhingga tidak kosong dari elemen yang disebut titik, dan himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut dari titik-titik yang disebut sisi.

graf ajaib

graf yang memenuhi pelabelan ajaib

graf berarah

sebuah pasangan himpunan yang terdiri dari himpunan berhingga tidak kosong dari elemen yang disebut titik, dan himpunan (mungkin kosong) dari pasangan terurut dari titik-titik yang disebut sisi berarah.

graf berarah

graf berarah dengan derajat-keluar 2, diameter 4 dan ordo 25.

Alegre

graf berarah de

graf berarah dengan derajat keluar d , diameter k dan ordo d^k

Bruijn

graf berarah

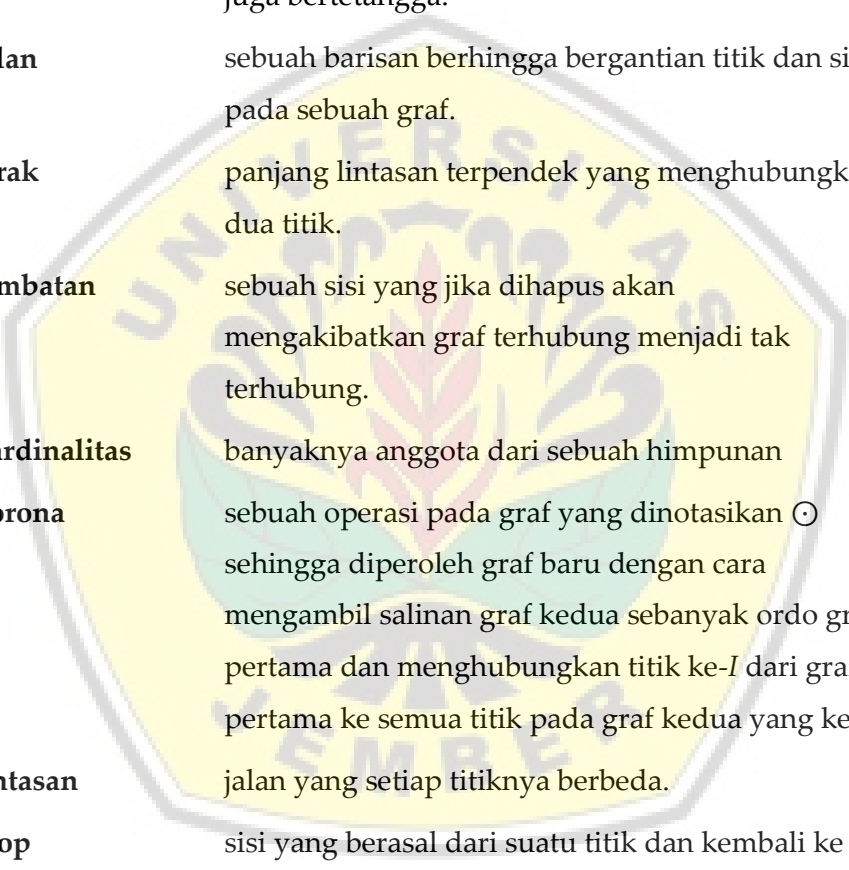
graf berarah dengan derajat keluar d , diameter k dan ordo $d^{k+1} + d^{k-1}$.

Kautz

graf dua partisi

graf yang dapat dibagi menjadi dua partisi sedemikian hingga setiap titik pada partisi yang satu bertetangga dengan setiap titik pada partisi yang lain.

graf jumlah	graf yang memenuhi pelabelan jumlah.
graf kipas	graf lintasan dengan satu tambahan titik pusat yang bertetangga dengan setiap titik pada graf lintasan
graf lengkap	graf yang setiap titiknya bertetangga dengan semua titik lainnya.
graf lintasan	graf yang terdiri dari satu lintasan
graf persahabatan	graf yang terdiri dari beberapa segitiga (sikel dengan panjang tiga) dengan satu titik bersama
graf pohon	graf yang tidak memuat subgraf yang isomorfis dengan sikel
graf roda	graf sikel dengan satu tambahan titik pusat yang bertetangga dengan setiap titik pada graf sikel
graf sikel	graf yang terdiri dari satu sikel
graf Moore	graf yang ordonya sama dengan batas Moore.
himpunan dominasi	jika setiap titik pada sebuah graf didominasi oleh paling sedikit satu titik dalam suatu himpunan
himpunan dominasi jarak	jika setiap titik pada sebuah graf didominasi dalam jangkauan jarak tertentu oleh paling sedikit satu titik dalam suatu himpunan
himpunan pembeda	jika setiap titik pada sebuah graf memiliki representasi yang berbeda terhadap suatu himpunan
himpunan pembeda lokal	jika setiap dua titik yang bertetangga pada sebuah graf memiliki representasi yang berbeda terhadap suatu himpunan



isomorfis	istilah yang menyatakan dua graf yang jika himpunan titik dari graf yang satu dipetakan dengan himpunan titik graf lainnya menyajikan semua sifat ketetanggaannya, yaitu peta dua titik bertetangga jika dan hanya jika dua titik asalnya juga bertetangga.
jalan	sebuah barisan berhingga bergantian titik dan sisi pada sebuah graf.
jarak	panjang lintasan terpendek yang menghubungkan dua titik.
jembatan	sebuah sisi yang jika dihapus akan mengakibatkan graf terhubung menjadi tak terhubung.
kardinalitas	banyaknya anggota dari sebuah himpunan
korona	sebuah operasi pada graf yang dinotasikan \odot sehingga diperoleh graf baru dengan cara mengambil salinan graf kedua sebanyak ordo graf pertama dan menghubungkan titik ke- l dari graf pertama ke semua titik pada graf kedua yang ke- i .
lintasan	jalan yang setiap titiknya berbeda.
loop	sisi yang berasal dari suatu titik dan kembali ke titik asal tersebut.
masalah derajat/ diameter	bagaimana mengkonstruksi sebuah graf jika diketahui derajat maksimum dan diameternya sedemikian hingga ordo (banyaknya titik) dari graf tersebut semaksimal mungkin.

masalah empat warna	bagaimana mewarnai titik pada graf planar sedemikian hingga banyaknya warna yang digunakan paling banyak empat
matrik ketetanggaan	matrik persegi yang berordo sama dengan ordo sebuah graf dimana entri pada baris dan kolom tertentu adalah 1 jika dua titik (yang koresponden dengan baris dan kolom tersebut) bertetangga dan 0 jika tidak bertetangga.
nilai ketidakteraturan	nilai minimum dari label terbesar dari semua pelabelan tidak teratur
nilai ketidakteraturan jarak	nilai minimum dari label terbesar dari semua pelabelan tidak teratur jarak
ordo	banyaknya titik pada sebuah graf.
panjang jalan	banyaknya sisi pada jalan dalam sebuah graf.
partisi	himpunan bagian dari himpunan titik pada sebuah graf yang antar titik-titiknya tidak dihubungkan oleh sisi (tidak bertetangga).
pelabelan ajaib	sebuah pemetaan f dari sisi-sisi atau titik-titik atau keduanya pada graf ke himpunan bilangan bulat positif sedemikian hingga setiap titik atau sisi pada graf tersebut mempunyai bobot yang sama.
pelabelan akurat	sebuah fungsi injektif dari titik-titik pada ke himpunan $\{0,1,\dots,m\}$ sedemikian hingga sisi uv diberi label $f(u) + f(v) \pmod{m}$ dan semua sisi label yang dihasilkan adalah berbeda.

- pelabelan
anggun** sebuah injeksi f dari titik-titik pada graf ke himpunan $\{0,1,\dots,m\}$ sedemikian hingga jika setiap sisi uv dilabeli dengan $|f(u) - f(v)|$, maka hasil pada setiap sisi adalah berbeda.
- pelabelan anti-
ajaib lokal** sebuah pemetaan f dari sisi-sisi pada graf ke himpunan $\{0,1,\dots,m\}$ jika setiap dua titik bertetangga memenuhi mempunyai bobot yang berbeda.
- pelabelan
elegant** sebuah fungsi injektif f dari titik-titik pada graf ke himpunan $\{0,1,\dots,m\}$, jika label yang diperoleh dari $f(u) + f(v) \pmod{m+1}$ untuk setiap sisi uv adalah berbeda dan tidak nol.
- pelabelan
harmonis** sebuah injeksi f dari titik-titik pada graf ke himpunan bilangan modulo m sedemikian hingga ketika setiap sisi uv dilabeli dengan $f(u)+f(v) \pmod{m}$, maka hasil pada setiap sisi adalah berbeda.
- pelabelan
jumlah** sebuah pelabelan λ dari titik-titik pada graf menggunakan bilangan bulat positif berbeda sedemikian hingga sembarang dua titik berbeda u dan v bertetangga jika dan hanya jika ada sebuah titik w dengan label $\lambda(w) = \lambda(u) + \lambda(v)$.
- pelabelan
jumlah bulat** sebuah pelabelan ζ dari titik-titik pada graf menggunakan bilangan bulat berbeda sedemikian hingga sembarang dua titik berbeda u dan v bertetangga jika dan hanya jika ada sebuah titik w dengan label $\zeta(w) = \zeta(u) + \zeta(v)$.

- pelabelan jumlah modulo** sebuah pelabelan θ dari titik-titik pada graf menggunakan bilangan bulat berbeda $\{1, 2, \dots, z-1\}$ sedemikian hingga sembarang dua titik berbeda u dan v bertetangga jika dan hanya jika ada sebuah titik w dengan label $\theta(w) = \theta(u) + \theta(v) \pmod{z}$
- pelabelan ramah** sebuah fungsi dari titik-titik pada graf ke himpunan $\{0, 1\}$; dan untuk setiap sisi uv diberi label $|f(u) - f(v)|$, jika jumlah titik dengan label 0 dan 1 selisihnya paling banyak satu; serta jumlah sisi dengan label 0 dan 1 selisihnya juga paling banyak satu.
- pelabelan sekuen** sebuah injeksi dari titik-titik pada graf ke himpunan $\{0, 1, \dots, m-1\}$, jika himpunan yang diperoleh dari label sisi $f(uv) = f(u) + f(v)$ untuk semua sisi uv merupakan sebuah barisan (sekuen) berurutan bilangan bulat $\{k, k+1, k+2, \dots, k+m-1\}$ untuk beberapa nilai k .
- pelabelan tidak teratur** pemberian label bilangan bulat $\{1, 2, \dots, k\}$ pada titik-titik dan/atau sisi-sisi dari graf sedemikian hingga bobot setiap titik atau sisi adalah berbeda
- pelabelan tidak teratur jarak** pemberian label bilangan bulat $\{1, 2, \dots, k\}$ pada titik-titik dari graf sedemikian hingga bobot (jumlah label semua titik yang berjarak satu) setiap titik adalah berbeda
- reduksi digon** teknik konstruksi graf berarah yang dilakukan dengan cara menyatukan dua titik yang dihubungkan digon.

reguler	jika setiap titik pada sebuah graf berderajat sama.
sikel	lintasan yang tertutup (berawal dan berakhir di titik yang sama).
sisi ajaib	jika jumlah dari semua label yang berasosiasi dengan sisi adalah konstan
sisi berarah	sisi yang menghubungkan sepasang titik yang sama lebih dari satu.
subgraf	graf yang himpunan titik dan sisinya merupakan himpunan bagian dari sebuah graf.
subgraf terinduksi	subgraf yang jika mengandung titik-titik yang di graf induknya dihubungkan oleh sisi maka pada subgrafnya juga harus mengandung sisi tersebut.
teknik konstruksi penghapusan titik	teknik konstruksi yang dilakukan dengan cara menghapus titik beserta sisi-sisi berarah yang berasal darinya dan menghubungkan kembali sisi-sisi berarah yang menuju ke titik yang mempunyai tetangga keluar yang sama dengan titik yang dihapus tersebut.
teratur	jika setiap titik pada graf mempunyai derajat yang sama.
terhubung	jika sembarang dua titik yang berbeda selalu terdapat lintasan yang menghubungkan.
tetangga	dua titik yang dihubungkan oleh sisi pada sebuah graf.
titik ajaib	jika jumlah dari semua label yang berasosiasi dengan titik adalah konstan

Digital Repository Universitas Jember

titik pemotong sebuah titik yang jika dihapus bersama-sama dengan sisinya akan mengakibatkan graf terhubung menjadi tak terhubung.

titik terasing titik yang mempunyai derajat nol.



algoritma	
Greedy.....	150
Welch Powell	145
automorfisme	11, 16
basis	131
batas	
bawah.....	31
Moore	24, 28
bersisian	8
bilangan	
dominasi	119
jumlah	65
jumlah bulat	73
kromatik	97, 175
kromatik anti-ajaib lokal	111
kromatik sisi.....	106
Bilangan	
dominasi jarak	123
bobot.....	77
Brook	100
<i>daun</i>	8
derajat	
kedalam	13
keluar	13
<i>Derajat</i>	8
<i>diameter</i>	9, 15
digon.....	14
dimensi	
metrik.....	131
metrik lokal.....	136
ekklusif	66
Euler	1
girth	9
graf	
dua partisi	17
dua partisi lengkap	17
hutan	18
jumlah modulo	75
kritis	105
lintasan.....	63
Moore.....	24
<i>n</i> -partisi lengkap	17
Petersen	25
planar	95
pohon	18
roda	18
sikel	18
tidak terpisahkan.....	11
<i>Graf</i>	
lengkap	16
graf berarah	12
Alegre.....	31
de Bruijn	38
dua partisi lengkap	19
garis.....	40
garis parsial.....	43
hampir Moore	28
Kautz.....	39

Digital Repository Universitas Jember

Moore	28	ketetanggaan.....	19
teratur.....	14	metode	
Graf berarah		ekspansi	45
lengkap	19	Metode	
Hamilton	2	reduksi	46
himpunan		navigasi	
dominasi	119	robot.....	153
dominasi jarak	123	nilai	
partisi	19	ketidakteraturan jarak	87
pembeda	131	ketidakteraturan jarak	
pembeda lokal.....	136	inklusif.....	90
pembeda minimal	133	ketidakteraturan titik total	83
pemisah.....	11	operasi	
pemotong.....	11	<i>edge-comb</i>	126
sisi.....	7	korona.....	125
titik.....	7	rooted product.....	135
inklusif.....	66	optimasi	
<i>isomorfis</i>	16	jaringan.....	141
<i>jalan</i>	9	<i>ordo</i>	7
berarah.....	14	pelabelan	
jarak	9	ajaib	76
<i>Jarak</i>	14	ajaib jarak	86
jaringan		akurat.....	63
komunikasi.....	139	anggun.....	54
<i>jembatan</i>	10	anti-ajaib lokal	111
kardinalitas.....	131	elegan.....	62
Kirkman	2	graf	53
<i>komponen</i>	10	harmonis.....	57
Konigsberg.....	1	jumlah	64
korona.....	122	jumlah bulat.....	72
<i>lintasan</i>	9	jumlah modulo	75
berarah.....	14	ramah	60
masalah		sekuen.....	61
derajat/diameter	23	tidak teratur jarak.....	87
empat warna	95	titik	86
Matrik			

Digital Repository Universitas Jember

titik tidak teratur jarak	terinduksi	9
inklusif.....	sudoku.....	154
total.....	teknik	
pewarnaan	klasifikasi.....	44
sempurna.....	kontruksi	37
sisi.....	penghapusan titik	44
sisi sempurna	reduksi digon.....	40
titik.....	teratur.....	8
titik anti-ajaib lokal	kedalam	13
Pewarnaan	keluar	13
titik total anti-ajaib lokal.	<i>terhubung</i>	10
Pregel.....	kuat.....	15
reguler	terjangkau	15
sikel.....	<i>tetangga</i>	7
berarah.....	kedalam	13
Hamiltonian	keluar	13
sirkuit	titik	
Eulerian.....	ajaib	77
sisi	aktif	66
ajaib	pemotong	11
berarah.....	pusat.....	18
sistem	tepi.....	18
penetapan alamat	terasng	8
penjadwalan.....	terisolasi.....	8, 66
spesifikasi	tidak teratur	83
aljabar.....	ujung	8
subgraf.....	ukuran	7
berarah.....	Vizing	107



PROFIL PENULIS

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D
Dosen Universitas Jember (UNEJ)



Pendidikan:

Sarjana (S1) Pendidikan Matematika Universitas Jember (1991); Magister (S2) Computer Science and Software Engineering The University of Newcastle Australia (1998); Doktor (S3) Computer Science and Software Engineering The University of Newcastle Australia (2002).

Pendidikan/Pengalaman Tambahan:

Basic Sciences Bridging Program di ITB Bandung (1994); Graduate Diploma Mathematics di University of Tasmania Australia (1996); Training on Administration Management for Higher Education and Information Technology di University of Saga Japan (2003); Research Visiting Fellow di University of Ballarat Australia (2004); Visiting Professor di Abdus Salam School of Mathematical Sciences GC University Lahore Pakistan (2006 dan 2009); Program Academic Recharging di UPC Barcelona Spanyol (2009); *APTİKOM Goes to China* di Shanghai (2011) dan *Hongkong* (2012); *ASEAN Citation Index Workshop for Steering Committee* (di Phuket Thailand 2014, Bangkok Thailand 2016, Kuala Lumpur Malaysia 2017, dan Bangkok Thailand 2018).

Pengalaman Jabatan:

Dekan Fakultas Ilmu Komputer UNEJ; Ketua PS Sistem Informasi UNEJ; Ketua Unit Sumber Belajar dan Layanan TI FKIP UNEJ; Kordinator Tutorial Online PJJ ICT S1 PGSD FKIP UNEJ; Sekretaris UPT Teknologi Informasi UNEJ; Kordinator ED, Akreditasi dan PHK Badan Penjaminan Mutu UNEJ; Direktur SPMU TPSDP UNEJ; Wakil Kepala UPT Komputer UNEJ; Ketua Taskforce Akreditasi Institusi Perguruan Tinggi UNEJ.

Organisasi Profesional:

Associate Fellow Institute Combinatorics and its Applications Canada sejak 2000; Pengurus Pusat Himpunan Matematika Indonesia (Indonesian Mathematical Society) 2006-2019; Reviewer American Mathematical Society (AMS) USA sejak 2008; Presiden Indonesian Combinatorial Society (InaComb) 2017 - 2019.

Pengalaman lain:

Publikasi lebih dari 50 paper bidang teori graf di jurnal internasional; presentasi lebih dari 30 paper bidang teori graf pada seminar dan konferensi internasional termasuk di Australia, Pakistan, Malaysia, Spanyol, Slovakia, Korea, Polandia, USA dan India; *referee* sejumlah paper untuk dipublikasikan di jurnal internasional terindeks Scopus.



Teori Graf berkembang setelah Leonhard Euler pada tahun 1736 menjawab masalah yang dihadapi orang-orang di Königsberg yang berusaha melewati tujuh jembatan yang berada di atas Sungai Pregel. Jawaban Euler terhadap masalah ini menghasilkan konsep sirkuit Eulerian (jalan yang berawal dan berakhir pada titik yang sama dan memuat setiap sisi dari sebuah graf), yang merupakan awal dari lahirnya Teori Graf. Sejak itu konsep-konsep lain dalam Teori Graf bermunculan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Masalah optimasi jaringan komputer merupakan masalah yang sering dipecahkan melalui pendekatan Teori Graf. Jika diberikan sebuah himpunan komputer, maka muncul pertanyaan bagaimana komputer-komputer itu dihubungkan agar tercapai komunikasi yang paling efisien dan reliabel dengan biaya sehemat mungkin? Tujuan akhirnya adalah terbangunnya sebuah jaringan komputer yang jangkauan luas. Topologi dari sebuah jaringan komputer lebih mudah jika dipelajari dengan menggunakan instrumen Teori Graf, yaitu setiap komputer pada jaringan tersebut direpresentasikan dengan titik, dan koneksi antar komputer direpresentasikan dengan sisi.

Masalah lain adalah penetapan alamat yang efisien pada jaringan komunikasi dikenalkan oleh Bloom dan Golomb pada tahun 1978. Penetapan alamat pada kemungkinan *link* dalam jaringan komunikasi mensyaratkan semua alamat harus berbeda. Dalam hal ini, alamat *link* dapat disimpulkan dari identitas dua terminal pengguna yang terhubung tanpa memerlukan *table lookup*. Dalam konteks Teori Graf, masalah ini dapat diselesaikan dengan menggunakan pelabelan graf. Kedua masalah tersebut merupakan dua contoh dari berbagai aplikasi Teori Graf. Masih banyak aplikasi Teori Graf lainnya baik untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari maupun masalah dalam bidang ilmu yang lain. Dalam buku ini akan disajikan konsep dasar Teori Graf beserta aplikasinya seperti untuk optimasi jaringan komputer; penetapan alamat jaringan komunikasi; navigasi robot; sistem penjadwalan; dan optimasi penempatan alat.