



**APLIKASI METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER
UNTUK MENENTUKAN PEMANASAN OPTIMAL
PADA MODEL PENGERINGAN BUAH KOPI**

SKRIPSI

Oleh

Dyan Evi Susanti

NIM 151810101025

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2019**



**APLIKASI METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER
UNTUK MENENTUKAN PEMANASAN OPTIMAL
PADA MODEL PENGERINGAN BUAH KOPI**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Dyan Evi Susanti

NIM 151810101025

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2019**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Tugiyem dan Ayahanda Sugiyanto tercinta yang telah memberikan dukungan, semangat, kasih sayang, perhatian dan pengorbanan yang begitu besar serta doa yang tak pernah putus untuk anaknya;
2. kakak tersayang Arif Susanto yang selalu memotivasi dan mendukung penuh dalam menjalani kegiatan kampus;
3. kakak tersayang Eka Agustiningsih dan keponakan Muhammad Rafardan Ghani Susanto yang selalu menjadi penghibur dalam keluarga;
4. guru-guru sejak dari taman kanak-kanak hingga Sekolah Menengah Atas dan dosen-dosen jurusan matematika yang telah mendidik dan membimbing selama ini;
5. Almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTO

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari sesuatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain).

Dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap”

(Terjemahan surat Al-Insyirah 6-8) *)



*) Departemen Agama Republik. 1998. Al Qur'an dan Terjemahannya. Semarang: PT Kumudasmoro Grafindo.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini

nama : Dyan Evi Susanti

NIM : 151810101025

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi dengan judul “Aplikasi Metode *Ensemble Kalman Filter* Untuk Menentukan Pemanasan Optimal Pada Model Pengeringan Buah Kopi” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan-kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun, serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2019

Yang menyatakan,

Dyan Evi Susanti

NIM. 151810101025

SKRIPSI

**APLIKASI METODE *ENSEMBLE KALMAN FILTER*
UNTUK MENENTUKAN PEMANASAN OPTIMAL
PADA MODEL PENGERINGAN BUAH KOPI**

Oleh

Dyan Evi Susanti

151810101025

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Aplikasi Metode *Ensemble Kalman Filter* untuk Menentukan Pemanasan Optimal pada Model Pengeringan Buah Kopi” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Jurusan Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan
Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

Kusbudiono, S.Si., M.Si.

NIP.196908281998021001

NIP. 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si.

NIP. 196610121993031001

NIP. 197407192000121001

Mengesahkan

Dekan,

Drs. Sujito, Ph.D.

NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Aplikasi Metode *Ensemble Kalman Filter* untuk Menentukan Pemanasan Optimal pada Proses Pengeringan Buah Kopi; Dyan Evi Susanti, 151810101025; 2019; 70 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Kopi merupakan salah satu komoditas unggulan dalam subsektor perkebunan di Indonesia karena memiliki peluang pasar yang baik di dalam negeri maupun luar negeri. Kualitas biji kopi yang baik ditentukan oleh proses pengeringannya. Proses pengeringan dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu menggunakan cara tradisional yang memanfaatkan sinar matahari dan menggunakan teknologi yang menggunakan mesin. Temperatur dari buah kopi secara matematis dapat digambarkan melalui model perpindahan panas. Model yang digunakan merupakan model nonlinier dinamik yang bersifat deterministik. Pada kenyataannya ada beberapa faktor stokastik yang mempengaruhi model pengeringan buah kopi. Adanya faktor stokastik yang cukup besar pada proses pengeringan buah kopi mengindikasikan penggunaan metode lain untuk mempertimbangkan faktor tersebut. Metode *Ensemble Kalman Filter* adalah salah satu metode untuk mengestimasi model nonlinier dinamik yang bersifat stokastik. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui hasil estimasi penyebaran panas pada buah kopi saat proses pengeringan buah kopi untuk menentukan pemanasan optimal menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*.

Untuk memperoleh hasil estimasi yang terbaik dilakukan beberapa langkah, yaitu melakukan diskritisasi menggunakan metode- θ dengan $\theta = 0,75$, kemudian menambahkan *noise* pada model dinamik pengeringan buah kopi. Setelah itu mengimplementasikan algoritma EnKF pada model perpindahan panas pada buah kopi. Simulasi dilakukan dengan membagi buah kopi menjadi 25 grid dengan 20 grid untuk lapisan biji kopi dan 5 grid untuk lapisan daging buah kopi. Simulasi pemanasan dilakukan dengan memasukkan empat suhu pemanasan yaitu 120°C, 100°C, 80°C dan 60°C sedangkan untuk suhu awal buah kopi diasumsikan sama dengan suhu ruangan, yaitu sebesar 27°C. Jumlah *ensemble* yang digunakan

adalah 100 *ensemble*. Simulasi dilakukan sebanyak sepuluh kali percobaan dengan empat percobaan pertama menggunakan suhu independen dan enam percobaan terakhir menggunakan suhu bertahap. Hasil yang dianalisis adalah hasil estimasi penyebaran panas pada buah kopi. Analisis yang dilakukan adalah membandingkan waktu yang dibutuhkan selama pemanasan dan pemerataan suhu pada buah kopi.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode *Ensemble Kalman Filter* secara umum cukup baik digunakan untuk mengestimasi penyebaran panas pada buah kopi. Hal ini ditunjukkan dengan nilai norm kovarian *error* yang relatif kecil. Selanjutnya setelah melakukan percobaan untuk pemanasan dengan suhu tunggal, dapat diketahui bahwa semakin tinggi suhu pemanasan yang digunakan semakin cepat juga waktu yang dibutuhkan selama pemanasan namun pemerataan suhu jauh dari yang diharapkan. Berdasarkan keseluruhan hasil simulasi dengan suhu pemanasan bertahap, dapat diketahui bahwa hasil akhir pemanasannya lebih baik dibandingkan pemanasan suhu tunggal. Hal ini dikarenakan suhu akhir buah merata dari lapisan terdalam hingga lapisan terluar serta waktu yang dibutuhkan dapat dipercepat dibandingkan dengan pemanasan suhu tunggal 60°C. Dari keenam batas suhu yang digunakan, diketahui bahwa batas pada percobaan ke-9 merupakan batas yang paling baik karena waktu yang dibutuhkan paling sedikit. Pemanasan tersebut dimulai dengan suhu 120°C hingga rata-rata suhu buah kopi mencapai 55°C, lalu dilanjutkan dengan suhu 100°C sampai rata-rata suhu buah kopi mencapai 58°C, kemudian menggunakan suhu 80°C hingga rata-rata suhu buah mencapai 59°C, dan yang terakhir menggunakan suhu pemanasan 60°C sampai rata-rata suhu buah stabil di suhu 60°C.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT, atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Aplikasi Metode *Ensemble Kalman Filter* untuk Menentukan Pemanasan Optimal pada Proses Pengeringan Buah Kopi”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah membimbing dan memberikan arahan kepada penulis;
2. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc dan Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan masukan, saran dan kritik yang membangun dalam penyusunan skripsi ini;
3. seluruh dosen dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember;
4. Yunus Kindi Prakoso yang telah menemani dan selalu memberikan semangat dalam keadaan suka maupun duka;
5. sahabat-sahabatku (Nella, Nila, Tita, Ulil) atas keceriaan dan motivasinya;
6. teman-teman seperjuangan Sigma Fifteen angkatan 2015 di Jurusan Matematika dan semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2019

Penulis

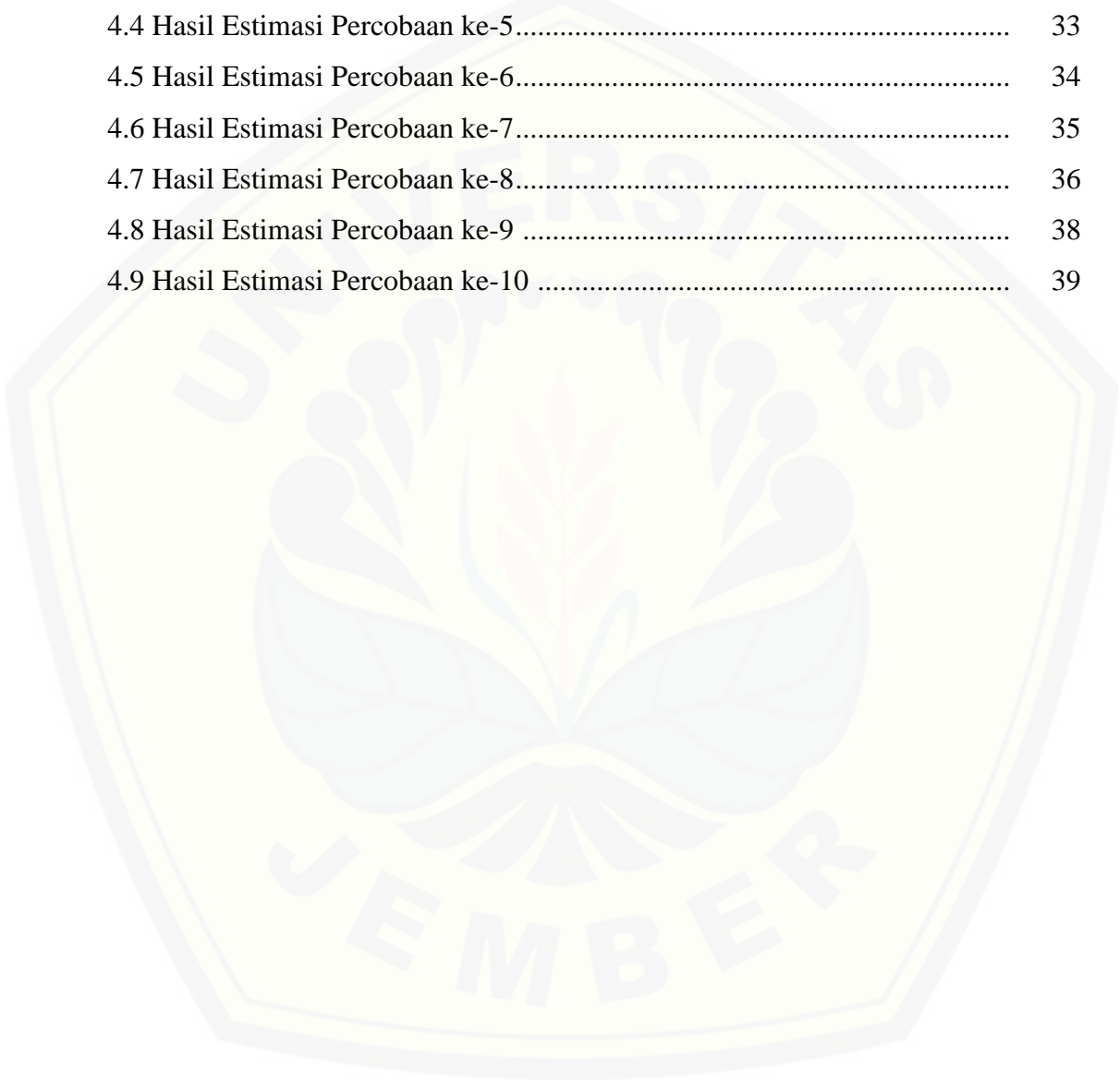
DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Kopi	4
2.2 Model Pengeringan Buah Kopi	6
2.3 Metode Beda Hingga	7
2.3.1 Skema Implisit	8
2.3.2 Skema Eksplisit.....	9
2.3.3 Skema Crank-Nicholson	10
2.3.4 Skema Metode- θ	11
2.4 Metode Kalman Filter	12
2.5 Metode Ensemble Kalman Filter	14
2.6 Norm Matriks Kovarian Error	16
BAB 3. METODE PENELITIAN	17

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Diskritisasi Model	20
4.1.1 Diskritisasi Syarat Batas saat $r = 0$	20
4.1.2 Diskritisasi Lapisan <i>Interior</i>	21
4.1.3 Diskritisasi Lapisan <i>Interface</i>	22
4.1.4 Diskritisasi Syarat Batas Luar	22
4.2 Menambahkan <i>Noise</i> pada Model Diskrit	23
4.3 Implementasi metode EnKF pada Model	24
4.4 Simulasi Program dan Pembahasan	27
BAB 5. PENUTUP	42
5.1 Kesimpulan	42
5.2 Saran	42
DAFTAR PUSTAKA	44
LAMPIRAN	46

DAFTAR TABEL

	Halaman
4.1 Empat Percobaan Pertama	27
4.2 Empat Percobaan Kedua	28
4.3 Hasil Simulasi Untuk Empat Percobaan Pertama	28
4.4 Hasil Estimasi Percobaan ke-5	33
4.5 Hasil Estimasi Percobaan ke-6	34
4.6 Hasil Estimasi Percobaan ke-7	35
4.7 Hasil Estimasi Percobaan ke-8	36
4.8 Hasil Estimasi Percobaan ke-9	38
4.9 Hasil Estimasi Percobaan ke-10	39



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Biji Kopi	4
2.2 Lapisan Buah Kopi	6
2.3 Bidang Hitung Penyelesaian Numerik	8
2.4 Skema Implisit	9
2.5 Skema Ekplisit	10
2.6 Skema Metode- θ	11
3.1 Gambaran Grid dalam Buah Kopi	19
4.1 Simulasi dengan suhu pemanasan 120°C	29
4.2 Simulasi dengan suhu pemanasan 100°C	30
4.3 Simulasi dengan suhu pemanasan 80°C	31
4.4 Simulasi dengan suhu pemanasan 60°C	32
4.5 Simulasi dengan suhu pemanasan bertahap pada percobaan ke 5 (batas 35,25°C-43,5°C-51,75°C-60°C).....	33
4.6 Simulasi dengan suhu pemanasan bertahap pada percobaan ke 6 (batas 40°C-47,5°C-55°C-60°C).....	34
4.7 Simulasi dengan suhu pemanasan bertahap pada percobaan ke 7 (batas 48°C-54°C-58°C-60°C).....	35
4.8 Simulasi dengan suhu pemanasan bertahap pada percobaan ke 8 (batas 50°C-56°C-59°C-60°C).....	37
4.9 Simulasi dengan suhu pemanasan bertahap pada percobaan ke-9 (batas 55°C-58°C-59°C-60°C)	38
4.10 Simulasi dengan suhu pemanasan bertahap pada percobaan ke-10 (batas 57°C-58°C-59°C-60°C)	39

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. GRAFIK HASIL ESTIMASI METODE ENKF	46
A.1 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 120°C	46
A.2 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 100°C	46
A.3 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 80°C	47
A.4 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 60°C	47
A.5 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 35,25°C-43,5°C-51,75°C-60°C)	48
A.6 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 40°C-47,5°C-55°C-60°C)	48
A.7 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 48°C-54°C-58°C-60°C)	49
A.8 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 50°C-56°C-59°C-60°C)	49
A.9 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 55°C-58°C-59°C-60°C)	50
A.10 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 57°C-58°C-59°C-60°C)	50
B. SKRIP PROGRAM METODE EnKF	51
B.1 Skrip Program untuk Pemanasan dengan Suhu Tunggal	51
B.2 Skrip Program untuk Pemanasan dengan Suhu Bertahap	55
C. PERSEBARAN SUHU PADA BIJI KOPI	60
C.1 Tabel Persebaran Suhu pada Percobaan ke-1	60
C.2 Tabel Persebaran Suhu pada Percobaan ke-2	60
C.3 Tabel Persebaran Suhu pada Percobaan ke-3	61
C.4 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-4	61
C.5 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-5	62
C.6 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan	

ke-6	63
C.7 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-7	64
C.8 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-8	65
C.9 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-9	66
C.10 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-10	67



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kopi merupakan salah satu komoditas unggulan dalam subsektor perkebunan di Indonesia karena memiliki peluang pasar yang baik di dalam negeri maupun luar negeri. Sebagian besar produksi kopi di Indonesia merupakan komoditas perkebunan yang dijual ke pasar dunia. Persaingan produk kopi dari Indonesia terhadap produk kopi dari negara kompetitor ditentukan oleh varian tanaman kopi dan mutu hasil pengolahan biji kopi. Kualitas biji kopi yang baik ditentukan oleh proses pengeringannya.

Proses pengeringan buah kopi dapat dilakukan dengan cara tradisional (yaitu memanfaatkan panas sinar matahari) maupun dengan cara lebih modern (yaitu menggunakan alat/mesin pengering). Temperatur dari buah kopi pada kedua bentuk pengeringan tersebut secara matematis dapat digambarkan melalui model perpindahan panas. Hidayat & Wijaya (2014) telah menggambarkan biji kopi sebagai bola yang tersusun dalam dua lapisan utama (yaitu lapisan daging buah kopi dan biji kopi). Lapisan lainnya (yaitu kulit semu bagian paling luar dan kulit tanduk yang melapisi biji kopi) diabaikan mengingat cukup tipis. Model perpindahan panas pada setiap lapisan secara prinsip tidak berbeda. Dalam hal ini yang berbeda adalah koefisien perpindahan panas yang bergantung pada karakteristik lapisan terkait. Hidayat & Wijaya juga menyebutkan adanya persamaan *interface* (pertemuan antara dua lapisan) yang juga harus diperhatikan dalam model pengeringan kopi.

Model pengeringan buah kopi yang dituliskan Hidayat & Wijaya tersebut merupakan model nonlinier dinamik yang bersifat deterministik. Pada kenyataannya ada beberapa faktor stokastik yang mempengaruhi model pengeringan buah kopi. Faktor stokastik tersebut dapat berupa temperatur sumber yang tidak stabil serta adanya panas yang menguap keluar karena pengaruh temperatur lingkungan yang berubah-ubah. Adanya faktor stokastik yang cukup besar pada proses pengeringan buah kopi mengindikasikan penggunaan metode lain yang mempertimbangkan faktor tersebut. Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) adalah salah satu metode untuk mengestimasi

model nonlinier dinamik yang bersifat stokastik. Metode EnKF secara sistematis dirumuskan Evensen (2003) setelah sebelumnya mendapatkan norm kovariansi *error* pada metode *Extended Kalman Filter* (EKF) membesar tanpa batas untuk kasus tertentu. Pembangkitan sejumlah *ensemble* pada metode EnKF dalam hal ini menjadi alternatif untuk estimasi pada kasus tersebut. EnKF adalah metode estimasi yang tergolong dalam asimilasi data. Oleh karena itu, setiap penambahan data observasi lapangan pada model dinamik secara teori akan dapat memperbaiki hasil estimasinya.

Metode EnKF telah diimplementasikan pada berbagai bidang. Purnomo & Apriliani (2008) telah menggunakan EnKF untuk mengestimasi jumlah plankton di laut. Dalam penelitian tersebut didapatkan hasil bahwa metode EnKF cukup akurat untuk mengestimasi jumlah zooplankton dan phytoplankton di lautan. Hal ini ditunjukkan dengan nilai norm kovariansi eror yang cukup kecil. Fitriani & Purnomo (2013) menggunakan metode EnKF untuk mengestimasi jumlah populasi dalam model pertumbuhan logistik. Dalam penelitian tersebut juga diperoleh nilai norm kovariansi eror yang cukup kecil, sehingga diyakini hasil estimasinya cukup dekat dengan nilai sebenarnya.

Pada skripsi ini akan dilakukan pengestimasian temperatur pada model pengeringan buah kopi menggunakan metode EnKF. Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan cara pemanasan yang lebih optimal untuk mencapai temperatur buah kopi yang diinginkan. Pemanasan optimal yang didapatkan (yaitu dengan memvariasikan temperatur sumber pada selang waktu tertentu) akan bermanfaat untuk menghemat pemakaian energi yang digunakan dalam pengeringan buah kopi.

1.2 Rumusan Masalah

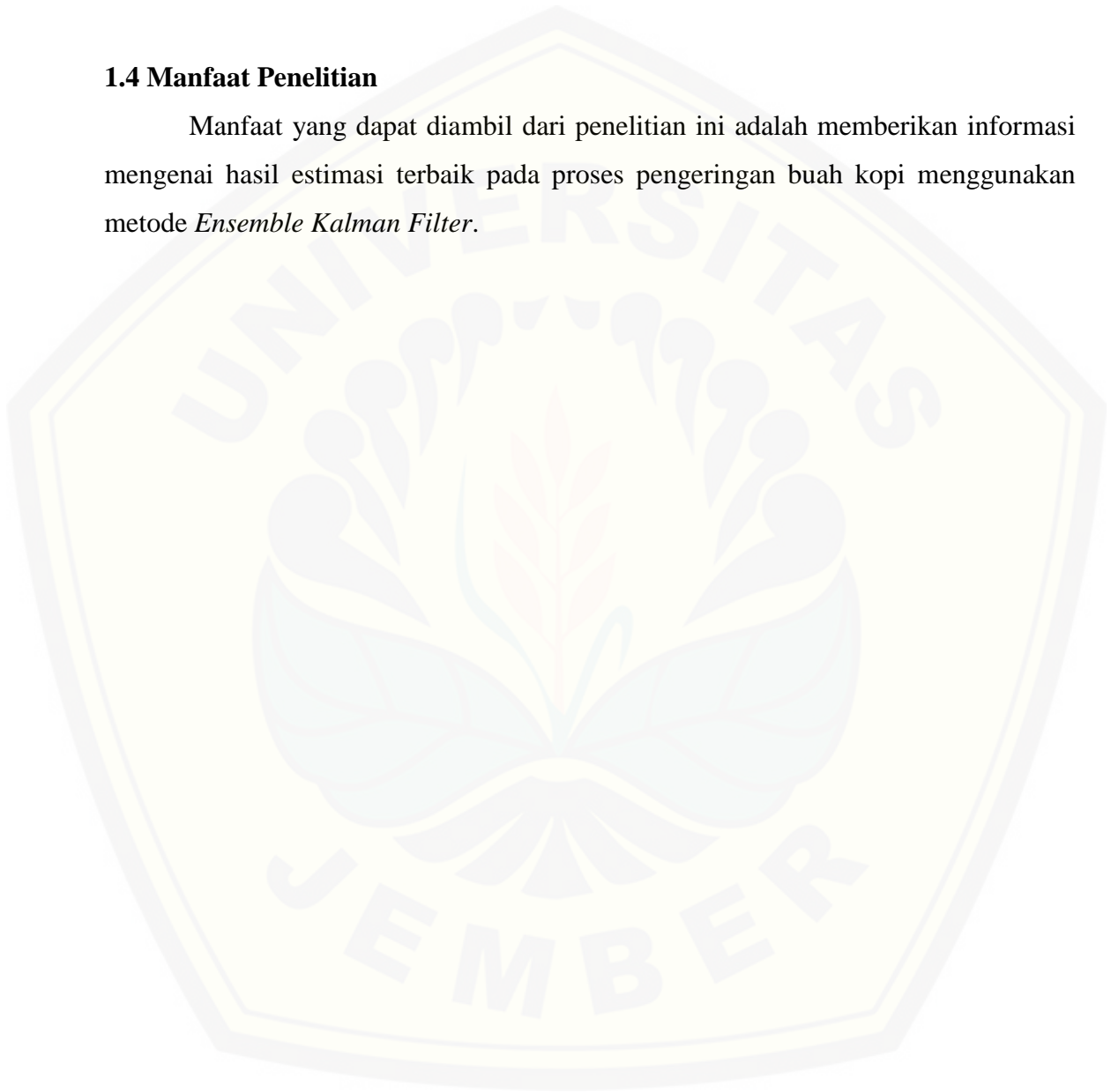
Berdasarkan latar belakang diatas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana hasil estimasi penyebaran panas pada biji kopi saat proses pengeringan buah kopi untuk menentukan pemanasan optimal menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui hasil estimasi penyebaran panas pada biji kopi saat proses pengeringan buah kopi untuk menentukan pemanasan optimal menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah memberikan informasi mengenai hasil estimasi terbaik pada proses pengeringan buah kopi menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diberikan beberapa bahasan yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas, yaitu aplikasi metode *Ensemble Kalman Filter* untuk menentukan pemanasan optimal pada proses pengeringan buah kopi. Dasar teori yang akan dibahas diantaranya adalah kopi, model panas pengeringan pada buah kopi, metode theta, *Ensemble Kalman Filter*, dan norm matriks kovarian *error*.

2.1 Kopi

Secara umum biji kopi berkeping dua, dibungkus oleh kulit ari yang sangat tipis. Buah kopi mentah berwarna hijau muda, selama proses pematangan buah akan berubah menjadi hijau tua kemudian kuning hingga menjadi merah saat buah kopi sudah matang. Bentuk biji kopi umumnya bulat lonjong tetapi ada pula yang bundar, sedangkan dalam skripsi ini bentuk biji kopi diasumsikan sama, yaitu berbentuk bola.



Gambar 2.1 Biji Kopi

(sumber gambar: <http://kopidewa.com/cerita-kopi/pengupasan-kopi/>)

Menurut Sitompul *et al.*(2003) pengeringan adalah proses untuk mengeluarkan atau menghilangkan sebagian air dari suatu bahan, dengan cara menguapkan sebagian besar air yang dikandungnya dengan menggunakan energi panas. Idealnya, kopi memiliki tingkat kelembaban alami sekitar 60%, namun kopi dikeringkan sampai kelembabannya hanya berkisar sekitar 11-12 % saja. Pengeringan pada buah kopi sebaiknya dilakukan pada temperatur antara 50 – 55°C, karena pada temperatur ini perpindahan partikel air dan penguapannya berlangsung dengan baik. Temperatur pengeringan yang terlalu tinggi dapat menyebabkan terjadinya kerusakan permukaan

biji (case hardening), perpindahan partikel air di dalam biji kopi menjadi sulit dan berakibat pada penurunan mutu biji kopi yang dikeringkan (Yani, 2013).

Pada proses pengeringan umumnya dapat dilakukan dengan dua cara yaitu dengan cara tradisional dan cara teknologi (buatan).

a. Cara tradisional

Pengeringan dengan menggunakan cara tradisional adalah pengeringan yang memanfaatkan sinar matahari sebagai sumber panas utama. Proses pengeringan menggunakan cara tradisional memang lebih praktis, murah dan sederhana. Namun kelemahan dari pengeringan dengan cara tradisional yaitu membutuhkan lahan pengeringan yang cukup luas, hasil pengeringan yang bermutu relatif rendah dan tidak seragam, kebersihan sukar untuk diawasi, tergantung dari cuaca jumlah panas matahari tidak tetap, kenaikan suhu tidak dapat diatur, sehingga waktu penjemuran tidak dapat ditentukan dengan tepat.

b. Menggunakan teknologi

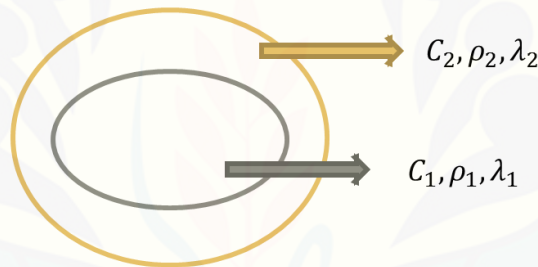
Pengeringan menggunakan teknologi adalah pengeringan yang dibantu oleh alat buatan manusia untuk memudahkan proses pengeringan. Pengeringan menggunakan teknologi ini memiliki beberapa keistimewaan yaitu suhu dan aliran udara dapat diatur, tidak memerlukan hamparan yang luas, waktu pengeringan dapat ditentukan dengan tepat dan kebersihan dapat diawasi. Pengeringan menggunakan teknologi tidak menggunakan sinar matahari sebagai sumber panas utama, sehingga membutuhkan bahan bakar untuk menghasilkan panas mengakibatkan biaya pengeringan menjadi mahal, memerlukan peralatan yang relatif mahal harganya, serta memerlukan tenaga kerja dengan keahlian tertentu (Effendi, 2009).

Pengeringan menggunakan teknologi hanya memerlukan waktu sekitar 18 jam tergantung jenis alatnya. pengeringan ini dilakukan melalui dua tahap. Tahap pertama, pemanasan pada suhu 65-100°C untuk menurunkan kadar air dari 54% menjadi 30%. Tahap kedua, pemanasan pada suhu 50-60°C untuk menurunkan kadar air menjadi 8-10% (Najiyanti dan Danarti, 2004).

2.2 Model Pengeringan Buah Kopi

Model perpindahan panas pada proses pengeringan buah kopi yang digunakan pada penelitian ini merupakan persamaan diferensial parsial dan juga merupakan model spherical. Pada proses pengeringan, model dilakukan pada biji kopi yang sudah dikupas kulit buahnya sehingga terdapat dua lapisan yaitu lapisan daging buah dan biji kopi itu sendiri yang mempunyai sifat fisik berbeda. Sifat fisik yang berbeda tersebut adalah *thermal conductivity* (λ), *specific heat* (C), dan *mass density* (ρ). Untuk mengetahui profil temperatur pada kedua lapisan kopi yang berbeda sifat fisiknya diperlukan syarat batas antarmuka (*interface boundary conditions*) seperti pada Gambar 2.2. Nilai semua parameter tersebut diambil dari Hidayat (2014) yang merupakan nilai-nilai parameter untuk kopi robusta, yaitu

$$C_1 = 4005,746; C_2 = 3000; \rho_1 = 628,7; \rho_2 = 500; \lambda_1 = 0,1161; \lambda_2 = 0,011.$$



Gambar 2.2 Lapisan Buah Kopi

Dalam hal ini diasumsikan bahwa buah kopi yang dikaji berukuran diameter 1,5 cm atau $1,5 \cdot 10^{-2}$ m, dengan rincian biji kopi berjari-jari 0,6 cm dan ketebalan daging kopi 0,15 cm.

Model perpindahan panas pada pengeringan buah kopi yang akan digunakan juga mengacu pada Hidayat (2014), yaitu

$$C \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.1)$$

Model perpindahan panas secara khusus untuk setiap lapisannya, yaitu:

- Lapisan untuk titik-titik interior untuk $0 < r < 6 \cdot 10^{-3}$ m atau $6 \cdot 10^{-3}$ m $< r < 7,5 \cdot 10^{-3}$ m:

$$C \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

- b. Lapisan untuk titik *interface* (batas lapisan biji dan daging kopi), yaitu di $r = 6 \cdot 10^{-3}\text{m}$:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\rho_1 \cdot C_1 + \rho_2 \cdot C_2}{2} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Syarat-syarat yang harus dipenuhi untuk setiap lapisannya, yaitu:

- a. Di titik pusat biji kopi, yaitu di $r = 0$:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$$

- b. Di titik batas luar (antara buah kopi dan lingkungan luar), yaitu di $r = 7,5 \cdot 10^{-3}\text{m}$:

$$\lambda_i \left\{ \frac{\partial T}{\partial r} \right\}_{boundary} = \frac{\lambda_0}{\delta} \{ T_{lingkungan} - T_{boundary} \}$$

- c. Syarat awal

$$T(\forall r, t = 0) = T_{awal}$$

2.3 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu contoh metode numerik dimana hasil penyelesaian numerik merupakan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analisis atau eksak. Metode beda hingga sering digunakan untuk mencari penyelesaian persamaan differensial. Dasar yang dipakai dalam metode beda hingga (*finite difference*) adalah definisi turunan.

Misal diberikan persamaan:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = C \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, (0 < x < L, t > 0) \quad (2.2)$$

dimana $T(x, t)$ adalah temperatur dalam sebuah benda padat di kedudukan x pada waktu t dan C adalah koefisien konduktivitas. Untuk mengaproksimasi persamaan (2.2) dengan beda hingga, dibuat garis paralel pada sumbu x dan t yang membentuk grid (seperti pada Gambar 2.3) sedangkan Δx dan Δt dapat ditulis sebagai jarak garis.

$$(x_j = j\Delta x, t_n = k\Delta t); j = 1, 2, \dots, J, k = 1, 2, \dots$$

dengan $\Delta x = \frac{L}{j}$ yang disebut titik jaringan (*grid point*).

Dengan menggunakan persamaan 2.2 fungsi variabel temperatur $T(x, t)$ dan turunannya dalam ruang dan waktu didekati oleh bentuk berikut:

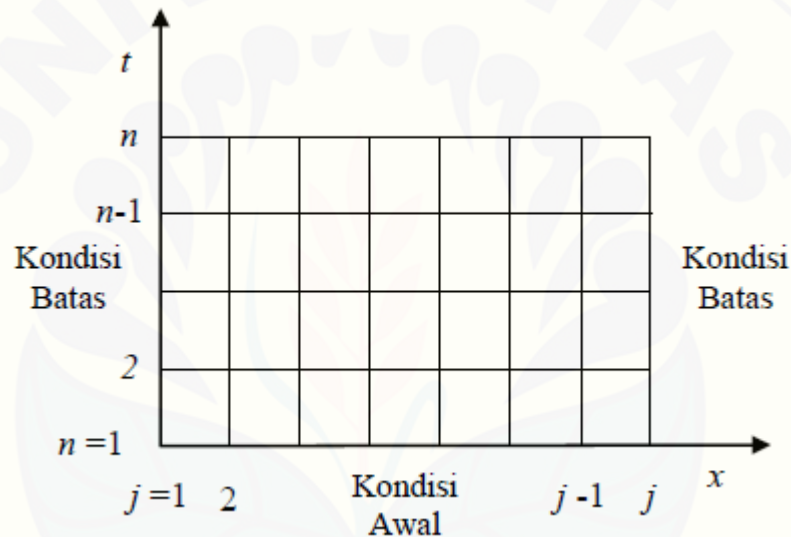
$$T(x, t) = T_j^k$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_j^{k+1} - T_j^k}{\Delta t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{j-1}^k - 2T_j^k + T_{j+1}^k}{\Delta x^2} \quad (2.4)$$

Kita akan mengaproksimasi solusi pada titik jaringan dengan menunjukkan bahwa nilai aproksimasi adalah:

$$T_j^k = (x_j, t_k)$$



Gambar 2.3 Bidang Hitung Penyelesaian Numerik

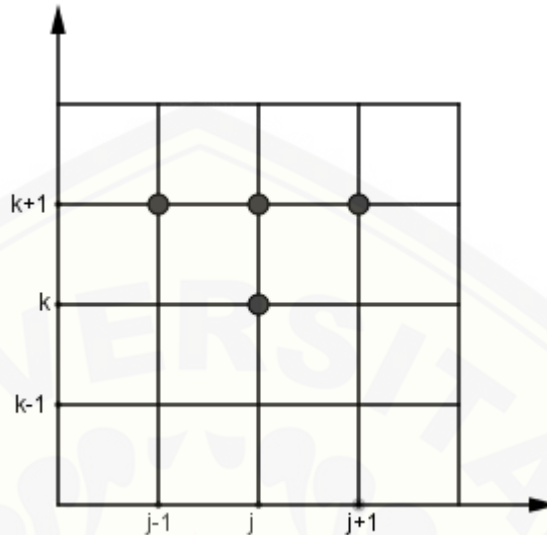
Ada empat tipe metode (skema) dasar untuk menyelesaikan persamaan (2.2), yaitu:

- Skema Implisit
- Skema Eksplisit
- Skema Crank-Nicholson, dan
- Skema Metode- θ

2.3.1 Skema Implisit

Metode beda hingga skema implisit menunjukkan jaringan titik hitung dimana variabel di titik $(j, k+1)$ dipengaruhi oleh (j, k) dimana nilainya sudah diketahui serta

dipengaruhi oleh $(j-1, k+1)$ dan $(j+1, k+1)$ yang belum diketahui nilainya sehingga membentuk skema yaitu:



Gambar 2.4 Skema Implisit

Nilai $(j, k+1)$ tidak bisa langsung dihitung, tetapi membutuhkan suatu sistem persamaan yang harus diselesaikan terlebih dahulu. Persamaan beda hingga skema implisit diperoleh dengan mensubstitusikan turunan pertama terhadap waktu (2.3) dan turunan kedua terhadap ruang (2.4) sehingga persamaan (2.2) dapat ditulis dalam bentuk:

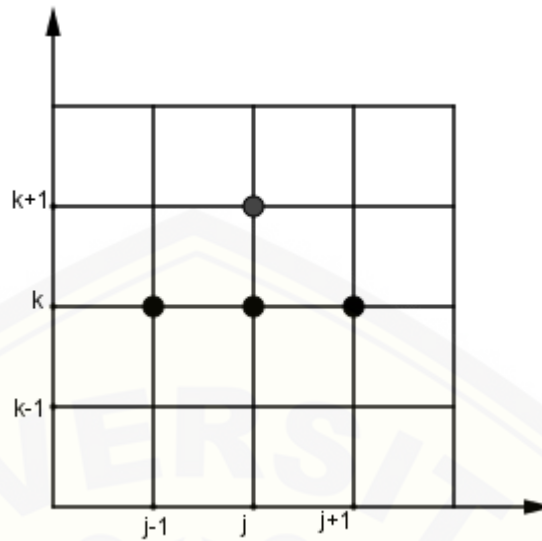
$$\frac{T_j^{k+1} - T_j^k}{\Delta t} = C \left(\frac{T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} \right)$$

$$\frac{1}{\Delta t} T_j^{k+1} - \frac{C}{\Delta x^2} T_{j-1}^{k+1} + \frac{2C}{\Delta x^2} T_j^{k+1} - \frac{C}{\Delta x^2} T_{j+1}^{k+1} = T_j^k$$

$$-\frac{C}{\Delta x^2} T_{j-1}^{k+1} + \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{2C}{\Delta x^2} \right) T_j^{k+1} - \frac{C}{\Delta x^2} T_{j+1}^{k+1} = T_j^k$$

2.3.2 Skema Eksplisit

Metode beda hingga skema eksplisit banyak digunakan dalam penyelesaian persamaan differensial parsial. Pada skema eksplisit menunjukkan jaringan titik hitung dimana $(j, k+1)$ tidak diketahui dan bergantung pada (j, k) , $(j+1, k)$ dan $(j-1, k)$ yang sudah diketahui sehingga membentuk skema, yaitu:



Gambar 2.5 Skema Eksplisit

Persamaan beda hingga skema eksplisit diperoleh dengan mensubstitusikan turunan pertama terhadap waktu (2.3) dan turunan kedua terhadap ruang (2.4) sehingga persamaan (2.2) dapat ditulis dalam bentuk:

$$\frac{T_j^{k+1} - T_j^k}{\Delta t} = C \left(\frac{T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} \right)$$

atau

$$T_j^{k+1} = T_j^k + Cv(T_{j+1}^k - 2T_j^k + T_{j-1}^k)$$

dimana $v = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$.

2.3.3 Skema Crank-Nicholson

Dalam skema eksplisit, ruas kanan dari persamaan (2.2) ditulis pada waktu n sedangkan dalam skema implisit, ruas kanan dari persamaan tersebut ditulis untuk waktu $n+1$. Skema Crank-Nicholson menulis ruas kanan dari persamaan (2.7) pada waktu $\frac{n+1}{2}$ yang merupakan nilai rerata dari skema eksplisit dan implisit. Turunan kedua fungsi terhadap x adalah:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{T_{j+1}^k - 2T_j^k + T_{j-1}^k}{\Delta x^2} \right)$$

Dengan menggunakan skema Crank-Nicholson persamaan (2.7) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{T_j^{k+1} - T_j^k}{\Delta t} = C \left(\frac{1}{2} \frac{T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + \frac{1}{2} \frac{T_{j+1}^k - 2T_j^k + T_{j-1}^k}{\Delta x^2} \right)$$

2.3.4 Skema Metode- θ

Dalam skema Crank-Nicholson, kita artikan aproksimasi beda hingga pada derivatif waktu sebagai beda pusat pada titik tengah interval waktu. Dalam metode- θ , kita membuat pernyataan lebih umum dengan mengartikan aproksimasi ini untuk penerapan pada beberapa titik yang lain dalam interval waktu. Secara umum aproksimasi dengan metode- θ menggunakan keenam titik, yaitu tiga titik pada level waktu yang lama, yaitu t_k dan yang lainnya menggunakan tiga titik pada level waktu yang baru, yaitu t_{k+1} . Bila waktu beda (*difference*) pada sisi kiri sama, didapatkan skema enam titik (Gambar 2.4).

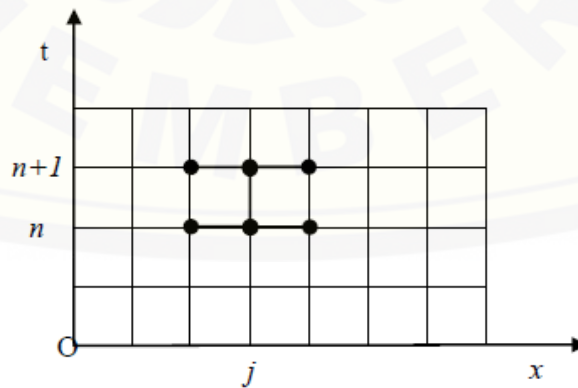
Skema metode- θ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{T_j^{k+1} - T_j^k}{\Delta t} = \theta \left(\frac{T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} \right) + (1 - \theta) \left(\frac{T_{j+1}^k - 2T_j^k + T_{j-1}^k}{\Delta x^2} \right)$$

$$T_j^{k+1} - T_j^k = \frac{\Delta t}{\Delta x^2} [\theta(T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}) + (1 - \theta)(T_{j+1}^k - 2T_j^k + T_{j-1}^k)]$$

$$T_j^{k+1} = T_j^k + v[\theta(T_{j+1}^{k+1} - 2T_j^{k+1} + T_{j-1}^{k+1}) + (1 - \theta)(T_{j+1}^k - 2T_j^k + T_{j-1}^k)] \quad (2.14)$$

dengan $v = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$.



Gambar 2.6 Skema Metode- θ

2.4 Metode Kalman Filter

Kalman filter (KF) adalah salah satu metode yang dapat diterapkan sebagai estimator yang sangat efektif dalam mengestimasi *state* dinamika sistem yang melibatkan *white noise*. *Kalman filter* dapat menghilangkan *noise* dari suatu sinyal yang mengandung informasi dan mengambil informasi tersebut untuk diproses lebih lanjut (Kasiyanto, 2008). Metode *Kalman Filter* pertama kali diperkenalkan oleh Rudolph E. Kalman pada tahun 1960 lewat papernya yang terkenal tentang suatu penyelesaian rekursif pada masalah filtering data diskrit yang linear (Welch & Bishop, 2006). *Kalman filter* mempunyai kelebihan dapat digunakan untuk estimasi keadaan sistem dinamik serta data yang sedikit khususnya dalam sistem yang linier.

Kalman Filter merupakan suatu algoritma yang menggabungkan model sistem dan model pengukuran. Data pengukuran terbaru menjadi bagian penting dari algoritma *Kalman Filter* karena data tersebut akan berguna untuk mengoreksi hasil prediksi, sehingga hasil estimasinya selalu mendekati kondisi yang sebenarnya. Estimasi pada *Kalman Filter* dilakukan dengan dua tahapan, yaitu tahap prediksi (*time update*) adalah cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi.

Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan persamaan estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovarian *error* atau norm kovariansi *error*. Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan model pengukuran untuk memperbaiki estimasi sesudahnya. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error* (Susanto, 2008).

Persamaan dasar yang digunakan dalam estimasi adalah persamaan linier untuk *continuous time Kalman Filter* sebagai berikut :

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$$

dengan kondisi awal $x_0 = \bar{x}_0, x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k)$

Keterangan :

x_{k+1} : variabel keadaan pada waktu $k+1$ yang nilai estimasi awalnya \bar{x}_0 dan kovarian awal P_{x_0} , $x_k \in R^n$

A : matriks $n \times n$ yang menyatakan dinamika model sistem dan *error*

B : matriks $n \times r$, disebut juga *noise gain matrix*, yang menyatakan pengaruh dinamika input

u_k : vektor input stokastik berdimensi $r \times 1$

w_k : *noise* model sistem dengan *mean* $\bar{w}_k = 0$ dan kovarian Q_k

x_0 : nilai awal dari *state vector*

Persamaan model estimasi tersebut didukung dengan persamaan yang menyatakan data pengukuran sebanyak m buah, yaitu:

$$z_k = \mathbf{H}_k x_k + v_k, \text{ dimana } v_k \sim N(0, R_k)$$

dengan:

z_k : vektor berdimensi $m \times 1$, menyatakan vektor pengukuran atau output

H : matriks $m \times n$, menyatakan matriks pengukuran atau observasi

v_k : vektor *error* observasi stokastik berdimensi $m \times 1$ dengan *mean* $\bar{v}_k = 0$ dan kovarian R_k

Algoritma dari *Kalman Filter* adalah sebagai berikut.

Model sistem dan model pengukuran:

$$x_{k+1} = \mathbf{A}_k x_k + \mathbf{B}_k u_k + w_k$$

$$z_k = \mathbf{H}_k x_k + v_k$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$$

Inisialisasi:

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{x_0}$$

Tahap Prediksi:

$$\text{Estimasi: } \hat{x}_{k+1}^- = \mathbf{A}_k \hat{x}_k + \mathbf{B}_k u_k$$

$$\text{Kovariansi error: } P_{k+1}^- = \mathbf{A}_k P_k \mathbf{A}_k^T + Q_k$$

Tahap Koreksi:

$$\text{Kalman gain: } K_{k+1} = P_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} P_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\text{Estimasi: } \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$$

$$\text{Kovariansi error: } P_{k+1} = [I - K_{k+1}H_{k+1}]P_{k+1}^-$$

2.5 Metode Ensemble Kalman Filter

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma *Kalman Filter* yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem linear maupun nonlinier dengan membangkitkan atau menggunakan sejumlah *ensemble* pada tahap prediksi untuk mengestimasi kovarian *error*nya. Bentuk umum sistem dinamik nonlinier pada EnKF adalah

$$x_{k+1} = f(u_k, x_k) + w_k$$

dengan pengukuran linier $y_k \in R^p$ yaitu:

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

dimana, $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0})$; $w_k \sim N(0, Q_k)$; $v_k \sim N(0, R_k)$

Proses estimasi pada metode EnKF berbeda dengan proses estimasi pada metode *kalman filter*. Proses estimasi pada EnKF diawali dengan membangkitkan sejumlah N_e *ensemble* dengan *mean* 0 dan kovarian konstan. *Ensemble* yang dibangkitkan diambil secara random dan berdistribusi normal. Misalkan akan dibangkitkan sejumlah N_e *ensemble* untuk $x_{0,i} = [x_{0,1} \ x_{0,2} \ \dots \ x_{0,N_e}]$. Tahap prediksi dan tahap koreksi pada metode EnKF sama dengan metode *Kalman Filter*, tetapi sebelum masuk ke tahap prediksi ada tahap inisialisasi dimana tahap inisialisasi ini dilakukan dengan membangkitkan N_e *ensemble* sesuai estimasi nilai awal \bar{x}_0 , *mean ensembelnya* ditentukan terlebih dahulu, yaitu:

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} (x_{k,i}) \quad (2.5)$$

dan untuk kovarian *error* P_k , yaitu:

$$P_k = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T \quad (2.6)$$

Persamaan (2.5) digunakan pada tahap prediksi dan tahap koreksi untuk menghitung estimasi masing-masing $\hat{x}_{k,i}^-$, sedangkan persamaan (2.6) hanya digunakan untuk mencari kovarian pada tahap prediksi. *Noise* sistem w_k pada tahap prediksi dan *noise* pengukuran v_k pada tahap koreksi dari metode EnKF dibangkitkan dalam bentuk *ensemble*.

Algoritma metode EnKF dalam melakukan estimasi dengan sistem dinamik nonlinier dan pengukuran yang linier adalah sebagai berikut.

Model sistem dan model pengukuran:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

$$w_k \sim N(0, Q_k), \quad v_k \sim N(0, R_k)$$

Inisialisasi:

- Bangkitkan N_e ensemble sesuai dengan tebakan awal \bar{x}_0

$$[x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3} \quad \dots \quad x_{0,N_e}]$$

- Tentukan nilai awal:

$$\hat{x}_0 = \hat{x}_0^* = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} x_{0,i}$$

Tahap prediksi:

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1,i}, u_{k-1}) + w_{k,i} \quad \text{dengan } w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$$

Estimasi:
$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \hat{x}_{k,i}^-$$

Kovariansi error:
$$P_k^- = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$$

Tahap koreksi:

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i} \quad \text{dengan } v_{k,i} \sim N(0, R_k)$$

Kalman gain:
$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R_k)^{-1}$$

Estimasi:
$$\hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k (z_{k,i} - H\hat{x}_{k,i}^-)$$

$$\hat{x}_k = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \hat{x}_{k,i}$$

Kovariansi error:
$$P_k = [I - K_k H] P_k^-$$

2.6 Norm Matriks Kovarian Error

Kovariansi atau kovarian adalah suatu ukuran data yang bertujuan untuk melihat hubungan antar dimensi, sedangkan kovariansi error menyatakan kovarian perbedaan antara *true state vector* $x(t)$ dengan *estimated state vector* $\hat{x}(t)$ (Masduqi dan Apriliani, 2010). Kovarian matriks adalah elemen diagonal merupakan varian yang juga menunjukkan sebaran x , elemen selain pada diagonal merupakan kovarian yang juga menunjukkan korelasi atau hubungan antar variabel x (*independent/dependent*). Norm kovariansi *error* dalam proses estimasi *Kalman Filter* erat kaitannya dengan kesimpulan baik tidaknya *Kalman Filter* untuk pengestimasi. Dengan kata lain, *norm kovariansi error* digunakan sebagai tolak ukur dalam pengestimasi suatu model pada metode *Kalman Filter*. Semakin kecil matriks kovariansi *error*, maka hasil estimasinya memiliki tingkat kepercayaan yang sangat tinggi.

Norm matriks pada himpunan S yang memuat matriks-matriks yang berukuran $n \times n$, yaitu dituliskan dengan notasi $\| \cdot \|$ atau biasanya sering disebut panjang/besar yang merupakan fungsi yang bernilai real dan positif dan memenuhi:

- i. $\|A\| \geq 0$,
- ii. $\|A\| = 0$ jika dan hanya jika $A = 0$
- iii. $\|\alpha A\| = |\alpha| \|A\|$, untuk semua bilangan real α
- iv. $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$
- v. $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$.

Untuk semua $A, B \in S$ (Purnomo, 2008)

Besaran matriks kovariansi *error* dinyatakan dengan nilai normnya, yaitu didefinisikan sebagai nilai singular terbesar dari matriks P_k . Namun dalam penelitian ini, definisi norm matriks kovariansi *error* P_k yang digunakan mengacu pada program Matlab R2015b, yaitu dinotasikan dengan `norm(P)`.

BAB 3. METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan bagaimana langkah-langkah yang digunakan dalam mengestimasi temperatur pada model pengeringan pada buah kopi menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*. Berikut ini merupakan prosedur yang dilakukan dalam penelitian, yaitu:

- a. Menentukan model pengeringan pada buah kopi

Model panas pengeringan pada buah kopi mengacu pada Hidayat (2014), yaitu:

$$C \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

dengan memenuhi syarat batas dan syarat awalnya antara lain sebagai berikut:

- 1) Di pusat biji kopi, yaitu di $r = 0$:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$$

- 2) Di titik batas luar (antara buah kopi dan lingkungan luar), yaitu di $r = 7,5 \cdot 10^{-3}$ m:

$$\lambda_i \left\{ \frac{\partial T}{\partial r} \right\}_{boundary} = \frac{\lambda_0}{\delta} \{ T_{lingkungan} - T_{boundary} \}$$

- 3) Syarat awal

$$T(\forall r, t = 0) = T_{awal}$$

Model perpindahan panas secara khusus untuk setiap lapisannya, yaitu:

- 1) Lapisan untuk titik-titik interior untuk $0 < r < 6 \cdot 10^{-3}$ m atau $6 \cdot 10^{-3}$ m $< r < 7,5 \cdot 10^{-3}$ m:

$$C \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

- 2) Lapisan untuk titik *interface* (batas lapisan biji dan daging kopi), yaitu di $r = 6 \cdot 10^{-3}$ m:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\rho_1 \cdot C_1 + \rho_2 \cdot C_2}{2} \frac{\partial T}{\partial t}$$

- b. Melakukan pendiskritan terhadap model pengeringan pada buah kopi

Dalam penelitian ini, akan dilakukan pendiskritan menggunakan metode- θ dengan $\theta = 0,75$. Pendiskritan dilakukan di setiap persamaan yang menjadi syarat batas dari persamaan model pengeringan buah kopi yang terdiri dari 4 persamaan, yaitu persamaan ditengah buah kopi, persamaan di lapisan interior buah kopi, persamaan di lapisan *interface* buah kopi dan persamaan di permukaan luar buah kopi.

c. Menambahkan *noise* pada model diskrit

Model pada persamaan (2.1) digunakan untuk sistem yang diasumsikan tidak ada panas yang keluar. Secara umum, *noise* disimbolkan dengan w_k dan v_k dimana kedua simbol tersebut menunjukkan *noise* sistem dan *noise* pengukuran. Penambahan *noise* ini dilakukan dengan membangkitkan sejumlah bilangan acak dari komputer. *Noise* yang dibangkitkan diasumsikan memiliki sebaran normal dan mean nol. Sedangkan variansi dari *noise* ini diasumsikan konstan sebesar $Q_k = 0,001$ dan $R_k = 0,001$. Pembangkitan *noise* sistem dan *noise* pengukuran pada Matlab R2015b diekspresikan menggunakan formula $w = \text{normrnd}(0, \text{sqrt}(Q), s, 1)$ dan $v = \text{normrnd}(0, \text{sqrt}(R), n, 1)$

d. Mengimplementasikan metode *Ensemble Kalman Filter*

Model pengeringan pada buah kopi diimplementasikan pada algoritma *Ensemble Kalman Filter*. Dalam hal ini, variabel yang diestimasi adalah temperatur pada jari-jari buah kopi (T). Sedangkan variabel bebasnya adalah posisi (x) dan waktu (t). Hasil yang diperoleh dari Metode *Ensemble Kalman Filter* akan disimulasikan menggunakan Matlab R2015b.

e. Menganalisis hasil simulasi

Simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma EnKF pada persamaan perpindahan panas pada buah kopi yang mempunyai dua lapisan dengan jari-jarinya 0,0075 m yang dibagi dalam 25 grid. Lapisan pertama yaitu bagian biji akan dibagi menjadi 20 grid dan untuk lapisan kedua yaitu lapisan daging akan dibagi menjadi 5 grid. Simulasi dilakukan dengan memberikan empat suhu lingkungan

yang berbeda. Suhu lingkungan yang diinputkan menjadi sumber panas pada proses pengeringan. Suhu lingkungan yang dimasukkan ke dalam program adalah 120°C, 100°C, 80°C dan 60°C sedangkan untuk suhu awal buah kopi diasumsikan sama dengan suhu ruangan, yaitu sebesar 27°C. Untuk metode EnKF akan digunakan sebanyak 100 *ensemble*. Hasil yang dianalisis adalah hasil estimasi penyebaran panas pada biji kopi pada tiap grid.



Gambar 3.1 Gambaran Grid dalam Buah Kopi

Pada Gambar 3.1, titik P merupakan pusat pada buah kopi atau dituliskan dengan r_0 . Titik G sampai dengan titik K merupakan gambaran dari grid-grid dalam buah kopi. Titik G merupakan grid pertama dan grid K merupakan grid terakhir atau grid ke 25. Lapisan pertama yaitu lapisan biji digambarkan dari grid G sampai dengan grid I, sedangkan lapisan kedua digambarkan oleh grid F sampai dengan grid K. Grid G sampai dengan grid L dan grid F sampai dengan grid J disebut dengan lapisan interior. Grid pada titik I merupakan lapisan *interface* atau batas antar muka yang menjadi pembatas antara lapisan pertama dan lapisan kedua sedangkan grid pada titik K atau grid paling luar menjadi syarat batas luar.

BAB 5. PENUTUP

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang diperoleh dari pengaplikasian metode *Ensemble Kalman Filter* dalam menentukan pemanasan optimal pada proses pengeringan buah kopi, serta diberikan saran atau masukan untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan dari hasil analisis dan pembahasan adalah sebagai berikut:

1. Norm kovariansi *error* yang didapatkan dari percobaan pertama sampai dengan percobaan ke sepuluh relatif kecil sehingga dapat disimpulkan bahwa metode *Ensemble Kalman Filter* cukup baik digunakan untuk mengestimasi penyebaran panas sehingga diperoleh suhu pemanasan yang optimal dalam proses pengeringan pada buah kopi.
2. Suhu pemanasan yang optimal untuk proses pengeringan pada buah kopi pada semua percobaan yang telah dilakukan adalah simulasi pada percobaan ke-9 karena waktu yang dibutuhkan dalam proses pemanasan paling sedikit dan pemerataan suhu pada setiap grid pada buah kopi. Pemanasan pada percobaan ke-9 dilakukan dengan suhu yang diinputkan secara bertahap, yaitu suhu pertama sebesar 120°C yang dipanaskan selama 10 detik sampai rata-rata suhu buah kopi yang awalnya 27°C hingga mencapai batas 55°C kemudian dilanjutkan pemanasan dengan suhu lingkungan diturunkan menjadi 100°C dan dipanaskan selama 2 detik sampai mencapai batas rata-rata suhu buah kopi 58°C yang selanjutnya dipanaskan kembali dengan suhu 80°C selama 3 detik sampai mencapai batas rata-rata suhu buah kopi 59°C dan terakhir dipanaskan dengan suhu 60°C selama 114 detik sampai rata-rata suhu buah kopi mencapai 60°C.

5.2 Saran

Pada skripsi ini, penentuan dari pemanasan optimal hanya bergantung pada keadaan suhu sehingga hasil yang didapatkan bisa saja bukan merupakan hasil dengan

waktu pemanasan yang optimal, sehingga sangat memungkinkan dalam menentukan pemanasan optimal digunakan model yang lebih umum untuk suhu pemanasan yang digunakan serta ditambahkan model kafein atau model untuk menurunkan kadar air agar hasil estimasi yang diperoleh dapat akurat. Selain itu, penggunaan metode lain juga disarankan agar dapat mengetahui hasil estimasi yang terbaik.



DAFTAR PUSTAKA

Effendi, S. 2009. *Teknologi Pengolahan dan Pengawetan Pangan*. Bandung: Alfabeta.

Evensen, G. 2003. *The ensemble Kalman filter: theoretical formulation and practical implementation*, *Ocean Dynamics*. 53. 343-367.

Fitriani, V.N., Purnomo, K.D. 2013. *Estimasi Solusi Model Pertumbuhan Logistik dengan Metode Ensemble Kalman Filter*. *Jurnal Ilmu Dasar*. 14 (2), 85-90.

Hidayat, R., *Modeling Palm Fruit Sterilization In Batch Unit Process*, Thesis, Faculty of Mathematical Sciences Twente University, Enschede, Netherlands, 2000.

Hidayat, R., Wijaya, R.D.D. 2014 *Model Reduksi Kadar Kafein pada Proses Dekafeinasi Biji Kopi*, Prosiding Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika Universitas Jember. 385-394.

Kasiyanto, I. 2008. *Simulasi Penapisan Kalman Dengan Kendala Persamaan Keadaan pada Kasus Penelusuran Posisi Kendaraan (Vehicle Tracking Problem)*. Semarang: Universitas Diponegoro.

Masduqi, A., & Apriliani, E. 2008. Estimation of Surabaya River Water Quality Using Kalman Filter Algorithm. *The Journal for Technology and Science*, 19(3): 87-91.

Najiyanti, Sri. dan Danarti. 2004. *Budidaya Tanaman Kopi dan Penanganan Pasca Panen*. Penebar Swadaya. Jakarta.

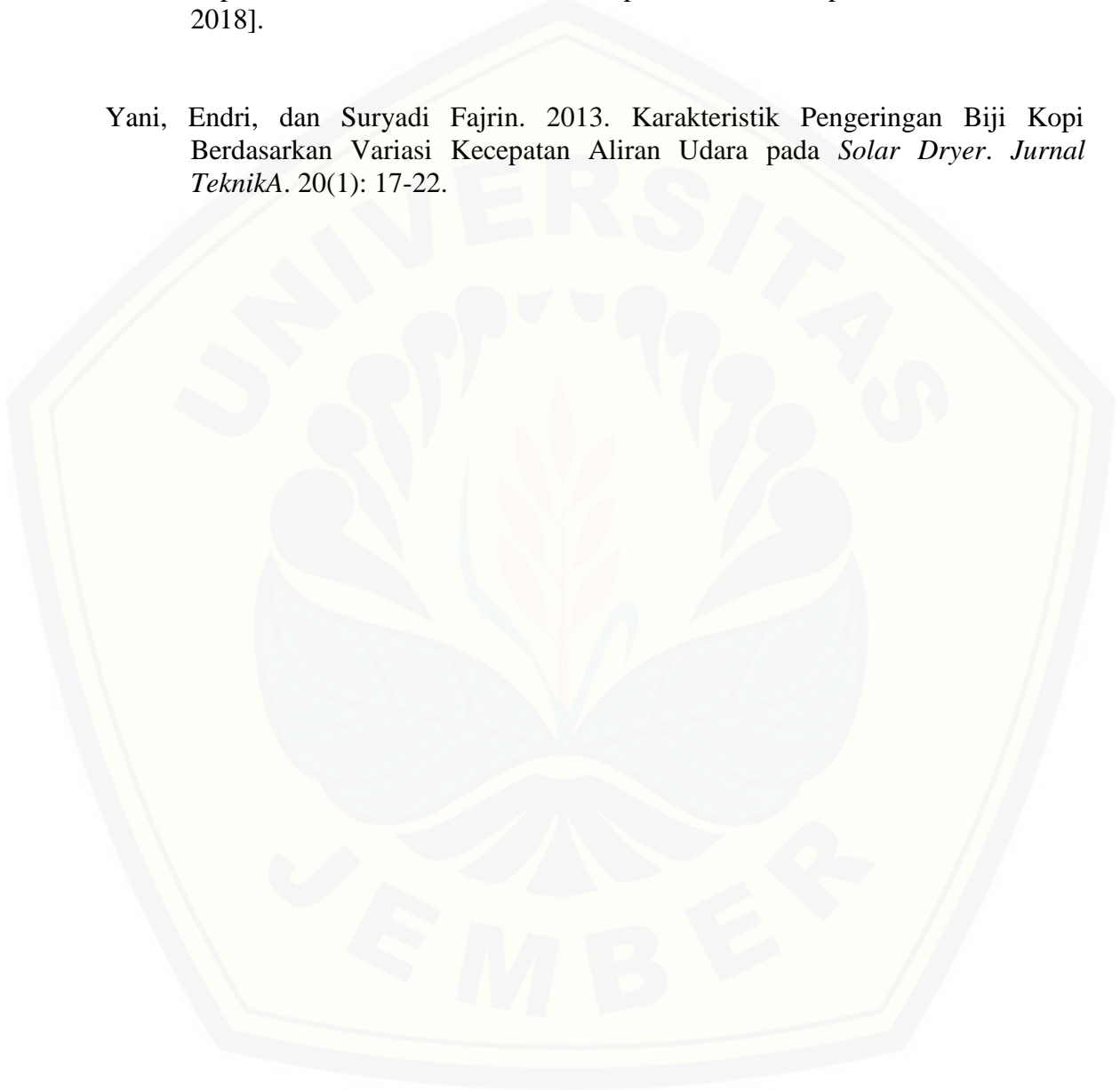
Purnomo, K.D., Apriliani, E. 2008. Estimasi Populasi Plankton dengan Ensemble Kalman Filter. *Jurnal Ilmu Dasar*. 9 (1). 38-44.

Sitompul, J. P, Istadi, & Sumardiono, S. 2003. Modelling and Simulation of Momentum, Heat, and Mass Transfer in a Deep-Bed Grain Dryer. *Drying Technology*. 21 (2): 217-229.

Susanto, E. 2008. *Minimum Varians untuk Sistem Multi Input Multi Output (Mimo)*. Bogor: Departemen Teknik Elektro ITB.

Welch, G. & Bishop, G. 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*. [serial online]. http://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf. [08 Oktober 2018].

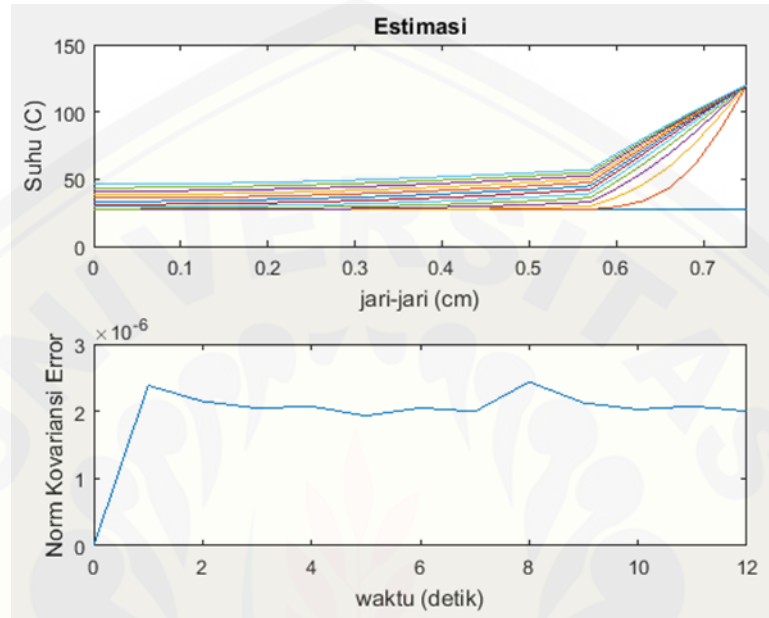
Yani, Endri, dan Suryadi Fajrin. 2013. Karakteristik Pengeringan Biji Kopi Berdasarkan Variasi Kecepatan Aliran Udara pada *Solar Dryer*. *Jurnal Teknika*. 20(1): 17-22.



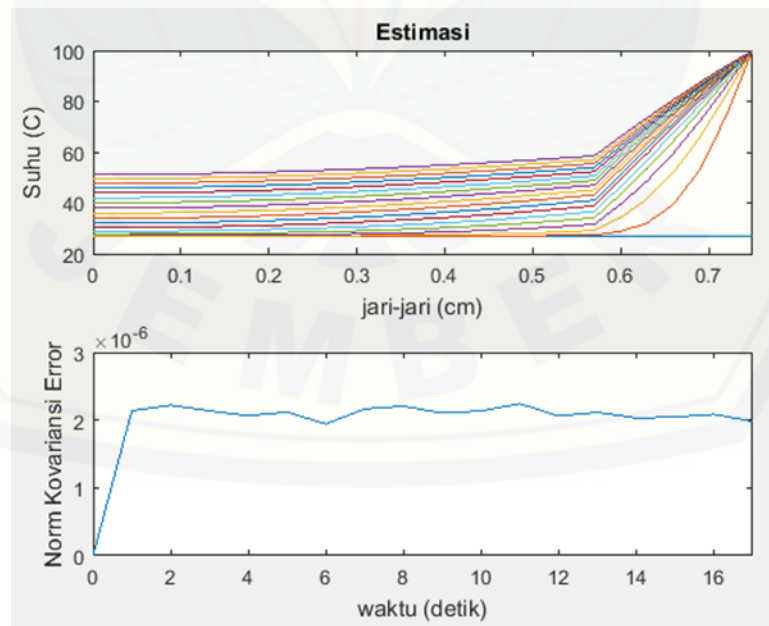
LAMPIRAN

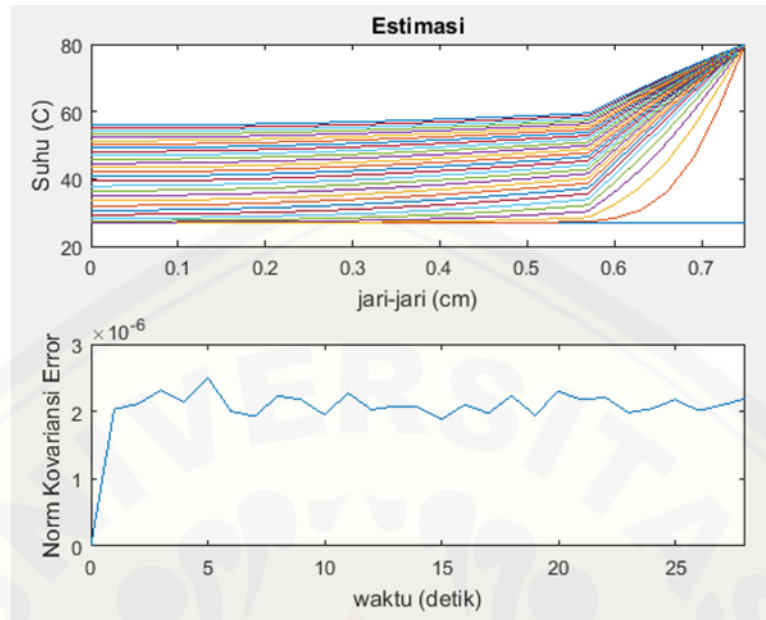
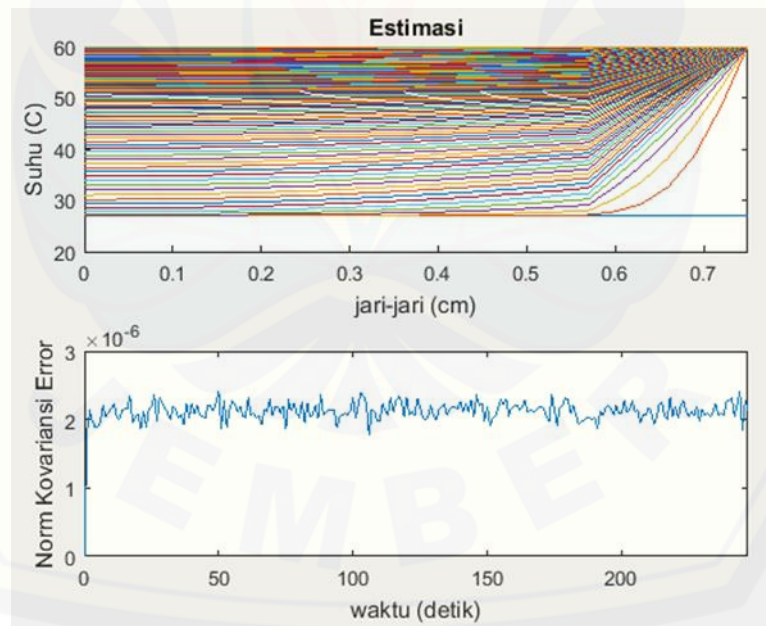
LAMPIRAN A. GRAFIK HASIL ESTIMASI METODE ENKF

A.1 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 120°C

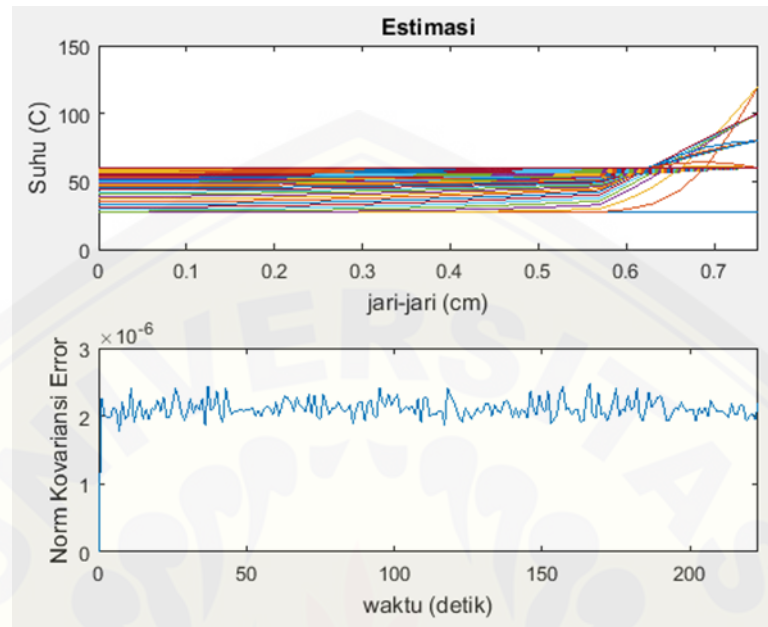


A.2 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 100°C

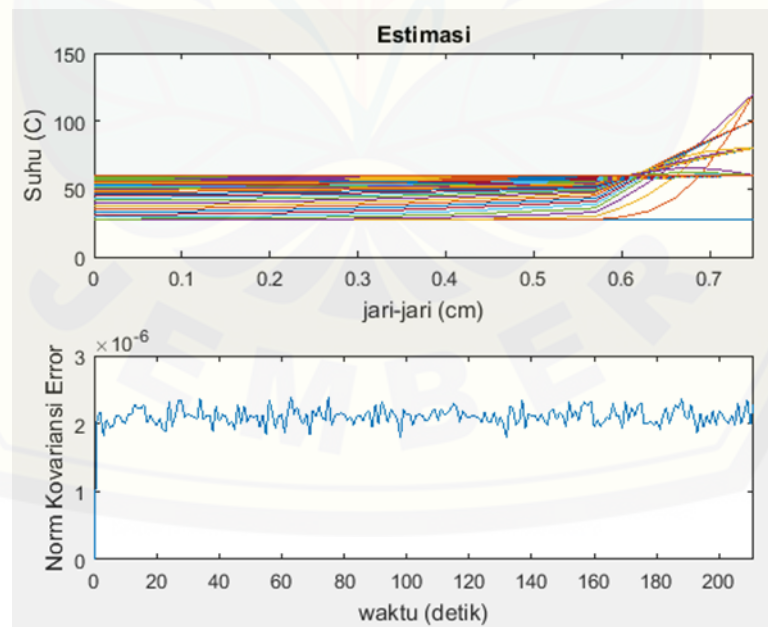


A.3 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 80°C**A.4 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan 60°C**

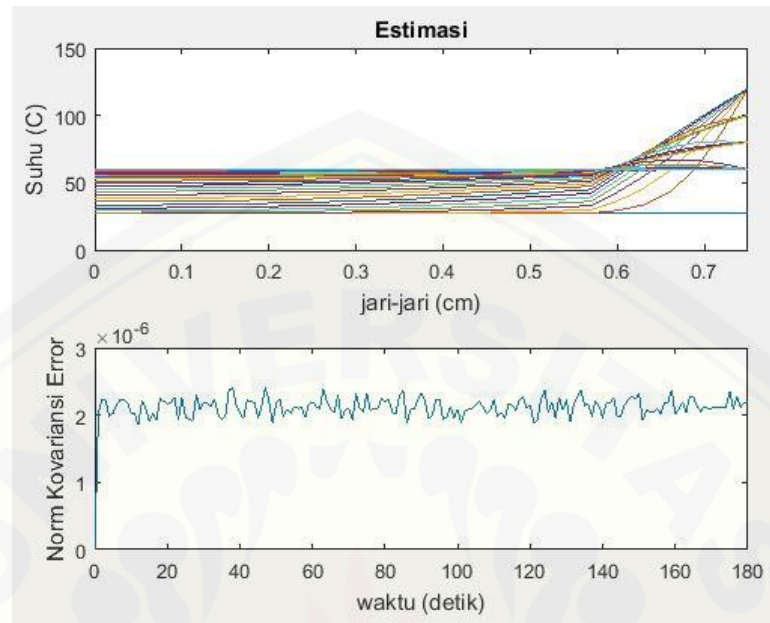
A.5 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 35,25°C-43,5°C-51,75°C-60°C)



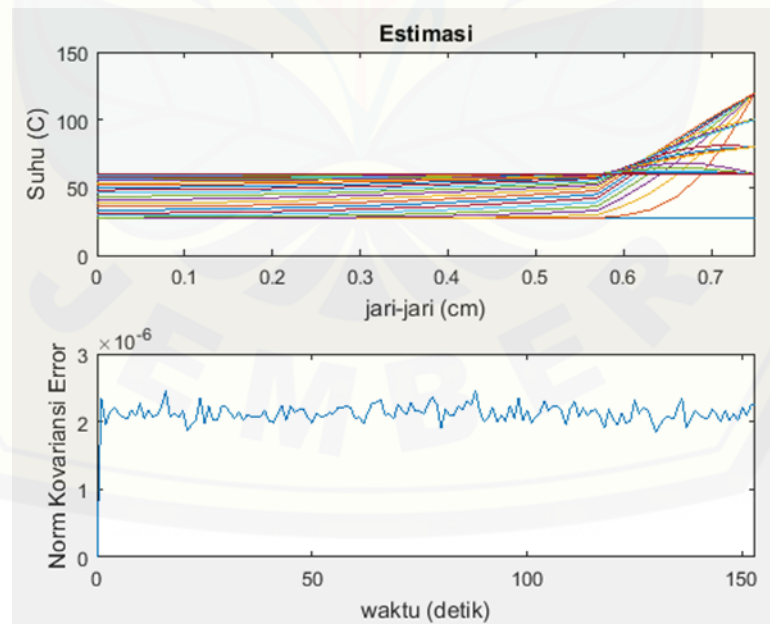
A.6 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 40°C-47,5°C-55°C-60°C)

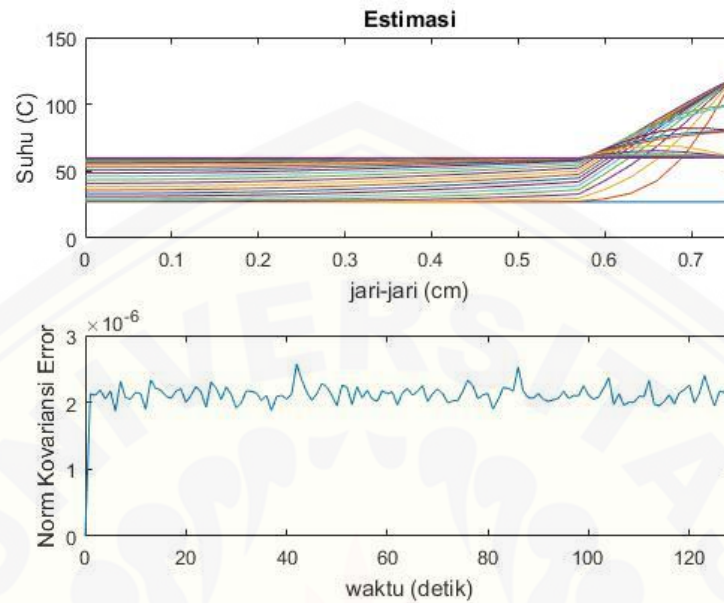
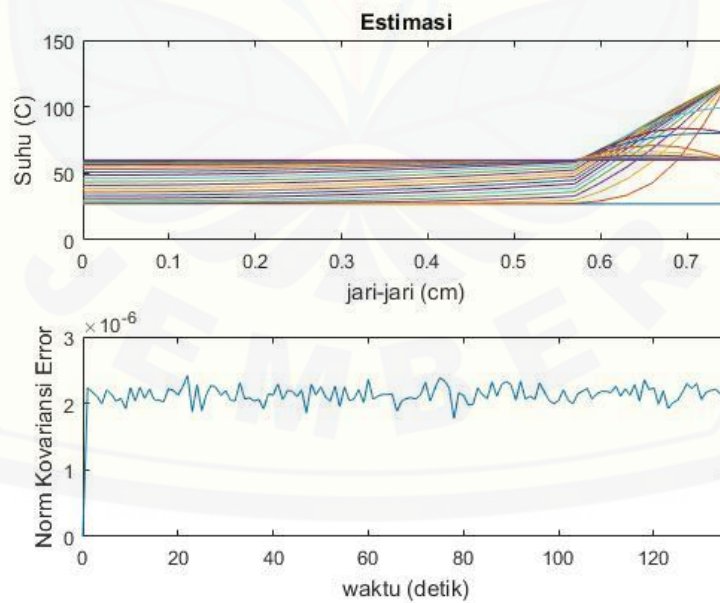


A.7 Grafik Hasil Estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 48°C-54°C-58°C-60°C)



A.8 Grafik hasil estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 50°C-56°C-59°C-60°C)



A.9 Grafik hasil estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 55°C-58°C-59°C-60°C)**A.10 Grafik hasil estimasi dengan Suhu Pemanasan Bertahap (Batas 57°C-58°C-59°C-60°C)**

LAMPIRAN B. SKRIP PROGRAM METODE EnKF

B.1 Skrip Program untuk Pemanasan dengan Suhu Tunggal

```

clear all; clc;
disp('=====');
disp('');
disp('          Ensemble Kalman Filter pada Pemanasan Biji Kopi');
disp('=====');
disp('');
%Parameter
Ne=input('Masukkan jumlah Ensemble (Ne) = ');
sigQ=0.001;
sigR=0.001;

T0=input('Masukkan suhu awal (T0) = '); %27;
TL=input('Masukkan suhu lingkungan (TL) = '); %[120 100 80 60];
Takhir=input('Masukkan suhu akhir (Ta) = '); %60
Teps=input('Masukkan toleransi suhu (%) = ');

N1=input('Masukkan jumlah grid lapisan dalam (N1) = '); %25;
N2=input('Masukkan jumlah grid lapisan luar (N2) = '); %5;
Nt=N1+N2;
theta=0.75;
lambda1=0.1161;
lambda2=0.011;
C1=4005.746;
C2=3000;
r1=0.6/100;
r2=0.75/100;
rho1=628.7;
rho2=500;
mu=0.167;
delta=1E-12;
alpha=mu/(lambda1*delta);
param={ ['Theta = ' num2str(theta)]
        ['Lambda = ' num2str(lambda1) '; ' num2str(lambda2)]
        ['C = ' num2str(C1) '; ' num2str(C2)]
        ['r = ' num2str(r1) '; ' num2str(r2)]
        ['rho = ' num2str(rho1) '; ' num2str(rho2)]
        ['mu = ' num2str(mu)]
        ['Delta = ' num2str(delta)]};
disp(char(param));
disp('');
dt=1;
dr1=r1/N1;
dr2=(r2-r1)/N2;
Jr=[0:dr1:r1 r1+dr2:dr2:r2]; %Jari-jari

Mat1=zeros(Nt+1,Nt+1);
Mat2=zeros(Nt+1,Nt+1);

H=ones(1,Nt+1);

```

```

Tj=repmat(T0,Nt+1,Ne);
Tjhat(:,1)=(sum(Tj,2)/Ne);
Npk(1)=0;
V=normrnd(0,sigR,Nt+1,Ne);
Z=repmat(H',1,Ne).*Tj+V;
Pk=0;

Tt=0;
t=1;
fprintf('%5s','t');
for i=1:Nt+1
    fprintf('%10s',['Ts' num2str(i)]);
end
fprintf('\n');
fprintf('%5d',Tt);
for i=1:Nt+1
    fprintf('%10.4f',Tjhat(i,1));
end
fprintf('\n');
while mean(Tjhat(:,t))<Takhir*(100-Teps)/100
    Tt=Tt+dt;
    v1=dt/dr1^2;
    v2=dt/dr2^2;

    % Syarat Batas pada x=0 -----
    -----
    A1=1+6*lambda1*v1*theta/(C1*rho1);
    A2=-6*lambda1*v1*theta/(C1*rho1);
    B1=1-6*lambda1*v1*(1-theta)/(C1*rho1);
    B2=6*lambda1*v1*(1-theta)/(C1*rho1);
    Mat1(1,1)=A1;
    Mat1(1,2)=A2;
    Mat2(1,1)=B1;
    Mat2(1,2)=B2;

    %Syarat Batas pada Batas Luar -----
    -----
    gamma1=-theta/dr2;
    gamma2=(alpha+1/dr2)*theta;
    gamma3=(1-theta)/dr2;
    gamma4=-(alpha+1/dr2)*(1-theta);
    Mat1(Nt+1,Nt)=gamma1;
    Mat1(Nt+1,Nt+1)=gamma2;
    Mat2(Nt+1,Nt)=gamma3;
    Mat2(Nt+1,Nt+1)=gamma4;

    %Lapisan Dalam -----
    -----
    for j=2:(N1-1)
        temp1=(j-1)*dr1;
        temp2=C1*rho1*(temp1^2+dr1^2/12);
        alphaa=-v1*lambda1*theta*(temp1-dr1/2)^2/temp2;

```

```

alpha2a=1+2*v1*lambda1*theta*(temp1^2+dr1^2/4)/temp2;
alpha3a=-v1*lambda1*theta*(temp1+dr1/2)^2/temp2;
beta1a=v1*lambda1*(1-theta)*(temp1-dr1/2)^2/temp2;
beta2a=1-2*v1*lambda1*(1-theta)*(temp1^2+dr1^2/4)/temp2;
beta3a=v1*lambda1*(1-theta)*(temp1+dr1/2)^2/temp2;
Mat1(j,j-1)=alpha1a;
Mat1(j,j)=alpha2a;
Mat1(j,j+1)=alpha3a;
Mat2(j,j-1)=beta1a;
Mat2(j,j)=beta2a;
Mat2(j,j+1)=beta3a;
end

```

```

%Syarat Batas Interface -----
-----

```

```

I1=-theta*lambda1;
I2=theta*(lambda1+lambda2);
I3=-theta*lambda2;
I4=theta*lambda1;
I5=-theta*(lambda1+lambda2);
I6=theta*lambda2;
Mat1(N1,N1-1)=I1;
Mat1(N1,N1)=I2;
Mat1(N1,N1+1)=I3;
Mat2(N1,N1-1)=I4;
Mat2(N1,N1)=I5;
Mat2(N1,N1+1)=I6;

```

```

%Lapisan Luar -----
-----

```

```

for j=(N1+1):Nt
temp3=(j-1)*dr2;
temp4=C2*rho2*(temp3^2+dr2^2/12);
alpha1b=-v2*lambda2*theta*(temp3-dr2/2)^2/temp4;
alpha2b=1+2*v2*lambda2*theta*(temp3^2+dr2^2/4)/temp4;
alpha3b=-v2*lambda2*theta*(temp3+dr2/2)^2/temp4;
beta1b=v2*lambda2*(1-theta)*(temp3-dr2/2)^2/temp4;
beta2b=1-2*v2*lambda2*(1-theta)*(temp3^2+dr2^2/4)/temp4;
beta3b=v2*lambda2*(1-theta)*(temp3+dr2/2)^2/temp4;
Mat1(j,j-1)=alpha1b;
Mat1(j,j)=alpha2b;
Mat1(j,j+1)=alpha3b;
Mat2(j,j-1)=beta1b;
Mat2(j,j)=beta2b;
Mat2(j,j+1)=beta3b;
end

```

```

%Prediksi -----
-----

```

```

Tling=zeros(Nt,1);TL];
Fx=Tjhat(:,t);
for i=1:Nt+1
Fx=Mat2*Fx;
Fx=Fx+alpha*Tling;

```

```

        Fx=Mat1\Fx;
    end
    W=normrnd(0,sigQ,Nt+1,Ne);
    Tj= repmat(Fx,1,Ne)+W;
    Tjhat(:,t+1)=sum(Tj,2)/Ne;
    for i=1:Ne
        Pk=Pk+(Tj(:,i)-Tjhat(:,t+1))*(Tj(:,i)-Tjhat(:,t+1));
    end
    Pk=Pk/(Ne-1);

    %Koreksi -----
    -----
    V=normrnd(0,sigR,Nt+1,Ne);
    Vbar=sum(V,2)/Ne;
    Z= repmat(H'.*Tjhat(:,t),1,Ne)+V;
    Rk=0;
    for i=1:Ne
        Rk=Rk+sum((V(:,i)-Vbar).^2);
    end
    Rk=Rk/(Ne-1);
    Kk=Pk*H'*(H*Pk*H'+Rk)^-1;
    for i=1:Ne
        Tj(:,i)=Tj(:,i)+Kk.*(Z(:,i)-H'.*Tj(:,i));
    end
    Tjhat(:,t+1)=Fx;%sum(Tj,2)/Ne;
    Pk=(eye(Nt+1)-Kk*H)*Pk;
    Npk(t+1)=norm(Pk);

    %Print
    fprintf('%5d',Tt);
    for i=1:Nt+1
        fprintf('%10.4f',Tjhat(i,t+1));
    end
    fprintf('\n');

    %Plotting -----
    -----
    subplot(2,1,1);
    plot(Jr*100,Tjhat);
    xlim([Jr(1) Jr(end)]*100);
    title('Estimasi');
    xlabel('jari-jari (cm)');
    ylabel('Suhu (C)');
    subplot(2,1,2);
    plot(0:t,Npk(1:end));
    xlim([0 Tt]);
    xlabel('waktu (detik)');
    ylabel('Norm Kovariansi Error');
    pause(0.1);
    t=t+1;
end

disp(['Waktu yang dibutuhkan untuk pemanasan = ' num2str(Tt)]);
disp(['Rata-rata norm kovariansi error = ' num2str(mean(Npk))]);

```


B.2 Skrip Program untuk Pemanasan dengan Suhu Bertahap

```

clear all; clc;
disp('=====');
disp('');
disp('          Ensemble Kalman Filter pada Pemanasan Biji Kopi');
disp('=====');
disp('');
%Parameter
Ne=input('Masukkan jumlah Ensemble (Ne) = ');
sigQ=0.001;
sigR=0.001;

T0=input('Masukkan suhu awal (T0) = '); %27;
TL=input('Masukkan suhu lingkungan [TL1 TL2 ... TLn] = '); %[120 100
80 60];
Takhir=input('Masukkan suhu akhir (Ta) = '); %60
Teps=input('Masukkan toleransi suhu (%) = ');

Tbound=[48 54 58 60];

N1=input('Masukkan jumlah grid lapisan dalam (N1) = '); %25;
N2=input('Masukkan jumlah grid lapisan luar (N2) = '); %5;
Nt=N1+N2;
theta=0.75;
lambda1=0.1161;
lambda2=0.011;
C1=4005.746;
C2=3000;
r1=0.6/100;
r2=0.75/100;
rho1=628.7;
rho2=500;
mu=0.167;
delta=1E-12;
alpha=mu/(lambda1*delta);
param={'Theta = ' num2str(theta)
['Lambda = ' num2str(lambda1) ';' num2str(lambda2)]
['C = ' num2str(C1) ';' num2str(C2)]
['r = ' num2str(r1) ';' num2str(r2)]
['rho = ' num2str(rho1) ';' num2str(rho2)]
['mu = ' num2str(mu)]
['Delta = ' num2str(delta)]};
disp(char(param));
disp('');
dt=1;
dr1=r1/N1;
dr2=(r2-r1)/N2;
Jr=[0:dr1:r1 r1+dr2:dr2:r2]; %Jari-jari

Mat1=zeros(Nt+1,Nt+1);
Mat2=zeros(Nt+1,Nt+1);

```

```

H=ones(1,Nt+1);

Tj=repmat(T0,Nt+1,Ne);
Tjhat(:,1)=(sum(Tj,2)/Ne);
Npk(1)=0;
V=normrnd(0,sigR,Nt+1,Ne);
Z=repmat(H',1,Ne).*Tj+V;
Pk=0;

Tt=0;
t=1;
fprintf('%5s','t');
for i=1:Nt+1
    fprintf('%10s',['Ts' num2str(i)]);
end
fprintf('\n');
fprintf('%5d',Tt);
for i=1:Nt+1
    fprintf('%10.4f',Tjhat(i,1));
end
fprintf('\n');
iT=1;
while mean(Tjhat(:,t))<Takhir*(100-Teps)/100
    Tt=Tt+dt;
    v1=dt/dr1^2;
    v2=dt/dr2^2;

    % Syarat Batas pada x=0 -----
    -----
    A1=1+6*lambda1*v1*theta/(C1*rho1);
    A2=-6*lambda1*v1*theta/(C1*rho1);
    B1=1-6*lambda1*v1*(1-theta)/(C1*rho1);
    B2=6*lambda1*v1*(1-theta)/(C1*rho1);
    Mat1(1,1)=A1;
    Mat1(1,2)=A2;
    Mat2(1,1)=B1;
    Mat2(1,2)=B2;

    %Syarat Batas pada Batas Luar -----
    -----
    gamma1=-theta/dr2;
    gamma2=(alpha+1/dr2)*theta;
    gamma3=(1-theta)/dr2;
    gamma4=-(alpha+1/dr2)*(1-theta);
    Mat1(Nt+1,Nt)=gamma1;
    Mat1(Nt+1,Nt+1)=gamma2;
    Mat2(Nt+1,Nt)=gamma3;
    Mat2(Nt+1,Nt+1)=gamma4;

    %Lapisan Dalam -----
    -----
    for j=2:(N1-1)
        temp1=(j-1)*dr1;

```

```

temp2=C1*rho1*(temp1^2+dr1^2/12);
alpha1a=-v1*lambda1*theta*(temp1-dr1/2)^2/temp2;
alpha2a=1+2*v1*lambda1*theta*(temp1^2+dr1^2/4)/temp2;
alpha3a=-v1*lambda1*theta*(temp1+dr1/2)^2/temp2;
beta1a=v1*lambda1*(1-theta)*(temp1-dr1/2)^2/temp2;
beta2a=1-2*v1*lambda1*(1-theta)*(temp1^2+dr1^2/4)/temp2;
beta3a=v1*lambda1*(1-theta)*(temp1+dr1/2)^2/temp2;
Mat1(j,j-1)=alpha1a;
Mat1(j,j)=alpha2a;
Mat1(j,j+1)=alpha3a;
Mat2(j,j-1)=beta1a;
Mat2(j,j)=beta2a;
Mat2(j,j+1)=beta3a;
end

```

```

%Syarat Batas Interface -----
-----

```

```

I1=-theta*lambda1;
I2=theta*(lambda1+lambda2);
I3=-theta*lambda2;
I4=theta*lambda1;
I5=-theta*(lambda1+lambda2);
I6=theta*lambda2;
Mat1(N1,N1-1)=I1;
Mat1(N1,N1)=I2;
Mat1(N1,N1+1)=I3;
Mat2(N1,N1-1)=I4;
Mat2(N1,N1)=I5;
Mat2(N1,N1+1)=I6;

```

```

%Lapisan Luar -----
-----

```

```

for j=(N1+1):Nt
temp3=(j-1)*dr2;
temp4=C2*rho2*(temp3^2+dr2^2/12);
alpha1b=-v2*lambda2*theta*(temp3-dr2/2)^2/temp4;
alpha2b=1+2*v2*lambda2*theta*(temp3^2+dr2^2/4)/temp4;
alpha3b=-v2*lambda2*theta*(temp3+dr2/2)^2/temp4;
beta1b=v2*lambda2*(1-theta)*(temp3-dr2/2)^2/temp4;
beta2b=1-2*v2*lambda2*(1-theta)*(temp3^2+dr2^2/4)/temp4;
beta3b=v2*lambda2*(1-theta)*(temp3+dr2/2)^2/temp4;
Mat1(j,j-1)=alpha1b;
Mat1(j,j)=alpha2b;
Mat1(j,j+1)=alpha3b;
Mat2(j,j-1)=beta1b;
Mat2(j,j)=beta2b;
Mat2(j,j+1)=beta3b;
end

```

```

%Prediksi -----
-----

```

```

if mean(Tjhat(:,t))<Tbound(iT)
Tling=[zeros(Nt,1);TL(iT)];
else

```

```

        iT=iT+1;
        Tling=[zeros (Nt, 1);TL(iT)];
    end
    Fx=Tjhat (:, t);
    for i=1:Nt+1
        Fx=Mat2*Fx;
        Fx=Fx+alpha*Tling;
        Fx=Mat1\Fx;
    end
    W=normrnd(0, sigQ, Nt+1, Ne);
    Tj=repmat (Fx, 1, Ne)+W;
    Tjhat (:, t+1)=sum (Tj, 2) /Ne;
    for i=1:Ne
        Pk=Pk+(Tj (:, i)-Tjhat (:, t+1)) *(Tj (:, i)-Tjhat (:, t+1))';
    end
    Pk=Pk/(Ne-1);

%Koreksi -----
-----
V=normrnd(0, sigR, Nt+1, Ne);
Vbar=sum (V, 2) /Ne;
Z=repmat (H' .*Tjhat (:, t), 1, Ne)+V;
Rk=0;
for i=1:Ne
    Rk=Rk+sum ((V (:, i)-Vbar) .^2);
end
Rk=Rk/(Ne-1);
Kk=Pk*H' *(H*Pk*H'+Rk) ^-1;
for i=1:Ne
    Tj (:, i)=Tj (:, i)+Kk.*(Z (:, i)-H' .*Tj (:, i));
end
Tjhat (:, t+1)=Fx;%sum (Tj, 2) /Ne;
Pk=(eye (Nt+1) -Kk*H) *Pk;
Npk (t+1)=norm (Pk);

%Print
fprintf ('%5d', Tt);
for i=1:Nt+1
    fprintf ('%10.4f', Tjhat (i, t+1));
end
fprintf ('\n');

%Plotting -----
-----
subplot (2, 1, 1);
plot (Jr*100, Tjhat);
xlim ([Jr (1) Jr (end)] *100);
title ('Estimasi');
xlabel ('jari-jari (cm)');
ylabel ('Suhu (C)');
subplot (2, 1, 2);
plot (0:t, Npk (1:end));
xlim ([0 Tt]);
xlabel ('waktu (detik)');

```

```
ylabel('Norm Kovariansi Error');  
pause(0.1);  
t=t+1;  
end  
  
disp(['Waktu yang dibutuhkan untuk pemanasan = ' num2str(Tt)]);  
disp(['Rata-rata norm kovariansi error = ' num2str(mean(Npk))]);
```



LAMPIRAN C. PERSEBARAN SUHU PADA BIJI KOPI**C.1 Tabel Persebaran Suhu pada Percobaan ke-1**

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6258
3	27,2298	32,8873	102,2634
4	27,9440	36,1130	104,9040
5	29,2772	39,2151	106,5648
6	31,1399	42,1528	107,6852
7	33,3718	44,9350	108,4928
8	35,8252	47,5813	109,1143
9	38,3891	50,1092	109,6216
10	40,9886	52,5325	110,0570
11	43,5756	54,8615	110,4452
12	46,1212	57,1037	110,8009

C.2 Tabel Persebaran Suhu pada Percobaan ke-2

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,3747	74,3126
2	27,0136	29,1663	82,4375
3	27,1803	31,6212	86,0778
4	27,7410	34,1532	88,1505
5	28,7875	36,5882	89,4541
6	30,2496	38,8941	90,3336
7	32,0015	41,0781	90,9675
8	33,9273	43,1552	91,4553
9	35,9398	45,1394	91,8536
10	37,9803	47,0416	92,1953
11	40,0110	48,8698	92,5000
12	42,0091	50,6298	92,7792
13	43,9613	52,3262	93,0399
14	45,8603	53,9623	93,2862
15	47,7024	55,5413	93,5210
16	49,4865	57,0653	93,7548
17	51,2123	58,5367	93,9617

C.3 Tabel Persebaran Suhu pada Percobaan ke-3

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,2720	61,3502
2	27,0099	28,5728	67,2491
3	27,1309	30,3551	69,8921
4	27,5380	32,1934	71,3969
5	28,2978	33,9613	72,3434
6	29,3593	35,6354	72,9819
7	30,6313	37,2211	73,4422
8	32,0294	38,7291	73,7963
9	33,4906	40,1697	74,0855
10	34,9720	41,5508	74,3336
11	36,4463	42,8781	74,5548
12	37,8970	44,1559	74,7575
13	39,3144	45,3875	74,9468
14	40,6931	46,5754	75,1256
15	42,0305	47,7217	75,2961
16	43,3258	48,8282	75,4593
17	44,5788	49,8965	75,6160
18	45,7902	50,9280	75,7669
19	46,9606	51,9241	75,9124
20	48,0920	52,8859	76,0527
21	49,1846	53,8148	76,1881
22	50,2399	54,7118	76,3187
23	51,2592	55,5781	76,4449
24	52,2437	56,4147	76,5667
25	53,1944	57,2226	76,6843
26	54,1126	58,0029	76,7979
27	54,9996	58,7564	76,9076
28	55,8557	59,4841	77,0136

C.4 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-4

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,1694	48,3879
2	27,0061	27,9793	52,0608
3	27,0815	29,0890	53,7064

4	27,3350	30,2336	54,6434
5	27,8080	31,3344	55,2327
6	28,4690	32,3768	55,6302
7	29,2610	33,3641	55,9168
8	30,1315	34,3030	56,1373
9	31,0413	35,2000	56,3174
10	31,9637	36,0599	56,4719
11	32,8817	36,8863	56,6096
12	33,7849	37,6820	56,7358
13	34,6674	38,4488	56,8536
14	35,5259	39,1885	56,9650
15	36,3586	39,9022	57,0711
16	37,1651	40,5912	57,1727
17	37,9453	41,2563	57,2703
18	38,6996	41,8986	57,3643
19	39,4285	42,5188	57,4549
20	40,1327	43,1176	57,5422
21	40,8130	43,6960	57,6265
22	41,4701	44,2545	57,7079
23	42,1048	44,7939	57,7864
24	42,7177	45,3148	57,8623
25	43,3097	46,3037	57,9355
26	43,8814	46,7728	58,0062
27	44,4336	47,2259	57,0745
28	44,9668	47,6635	58,1405
29	45,4817	48,0861	58,2042
30	45,9791	48,4942	58,2657
31	46,4594	48,8883	58,3251
32	46,9232	49,2690	58,3825
33	47,3711	49,9916	58,4379
34	47,8037	50,3344	58,4914
35	48,2215	50,6655	58,5431

C.5 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-5

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6258
3	27,2297	32,7847	89,3011

4	27,9403	35,5195	89,7157
5	29,2278	37,9491	90,3792
6	30,9369	40,1930	90,9316
7	32,8821	42,2055	78,4198
8	34,9312	43,7291	76,5743
9	36,9694	44,9861	75,9106
10	38,8877	46,1466	75,6445
11	40,6367	47,2649	75,5664
12	42,2226	48,3542	75,5875
13	43,6733	49,4161	75,6624
14	45,0175	50,4493	75,7661
15	46,2781	51,3497	62,9223
16	47,4679	51,8311	60,8216
17	48,5599	52,0996	59,9515
18	49,4958	52,3161	59,5104
19	50,2556	52,5289	59,2779
20	50,8623	52,7474	59,1587
21	51,3531	52,9705	59,1033
22	51,7617	53,1949	59,0845
23	52,1137	53,4177	59,0865
24	52,4267	53,6368	59,1003
25	52,7122	53,8509	59,1208
26	52,9777	54,0592	59,1447
27	53,2278	54,2612	59,1703
28	53,4655	54,4569	59,1965
29	53,6928	54,6463	59,2227
30	53,9109	54,8294	59,2485
31	54,1208	55,0063	59,2738
32	54,3229	55,1773	59,2984
33	54,5178	55,3424	59,3223
34	54,7059	55,5019	59,3454
35	54,8874	55,6560	59,3677

C.6 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-6

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6258
3	27,2298	32,8873	102,2634

4	27,9440	36,0103	91,9417
5	29,2735	38,6216	91,3765
6	31,0905	40,8867	91,4995
7	33,1688	42,9753	91,7393
8	35,3355	44,9544	92,0036
9	37,4988	46,7479	79,3077
10	39,6146	48,0820	77,3434
11	41,6283	49,1693	76,6006
12	43,4689	50,1742	76,2792
13	45,1102	51,1470	76,1605
14	46,5725	52,0989	76,1500
15	47,8920	53,0299	76,1988
16	49,1023	54,7176	76,2802
17	50,2294	55,0830	63,4163
18	51,2876	55,2398	61,2972
19	52,2510	55,3486	60,4100
20	53,0619	55,4573	59,9526
21	53,7004	55,5755	59,7046
22	54,1896	55,7016	59,5706
23	54,5666	55,8325	59,5010
24	54,8654	55,9649	59,4685
25	55,1112	56,0967	59,4573
26	55,3216	56,2265	59,4584
27	55,5080	56,3534	59,4666
28	55,6777	56,4769	59,4787
29	55,8353	56,5967	59,4928
30	55,9837	56,7128	59,5080
31	56,1247	56,8251	59,5390
32	56,2595	56,9336	59,5544
33	56,3889	57,0385	59,5693
34	56,5134	57,1399	59,5839
35	56,6332	57,2379	59,5981

C.7 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-7

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6258
3	27,2298	32,8873	102,2634

4	27,9440	36,1130	104,9040
5	29,2772	39,2151	106,5648
6	31,1399	42,1528	107,6852
7	33,3718	44,9350	108,4928
8	35,8252	47,4786	96,1519
9	38,3854	49,5157	94,4333
10	40,9392	51,2664	93,8714
11	43,3726	52,9017	93,6917
12	45,6315	54,3741	80,7278
13	47,7142	55,4127	78,5930
14	49,6078	56,2262	77,7358
15	51,2734	56,9749	77,3334
16	52,7081	57,7058	77,1534
17	53,9473	58,3248	64,1316
18	55,0329	58,5447	61,9133
19	55,9664	58,5686	60,9610
20	56,7113	58,5543	60,4588
21	57,2625	58,5476	60,1780
22	57,6526	58,5565	60,0186
23	57,9250	58,5784	59,9282
24	58,1171	58,6095	59,8777
25	58,2566	58,6460	59,8506
26	58,3623	58,6855	59,8371
27	58,4464	58,7264	59,8316
28	58,5165	58,7675	59,8307
29	58,5775	58,8081	59,8326
30	58,6324	58,8480	59,8359
31	58,6830	58,8869	59,8401
32	58,7303	58,9247	59,8448
33	58,7751	58,9614	59,8496
34	58,8179	58,9968	59,8544
35	58,8588	59,0311	59,8592

C.8 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-8

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6258
3	27,2298	32,8873	102,2634

4	27,9440	36,1130	104,9040
5	29,2772	39,2151	106,5648
6	31,1399	42,1528	107,6852
7	33,3718	44,9350	108,4928
8	35,8252	47,5813	109,1143
9	38,3891	50,0065	96,6593
10	40,9848	51,9390	94,8687
11	43,5262	53,5954	94,2596
12	45,9182	55,1439	94,0474
13	48,1185	56,5353	81,0599
14	50,1335	57,4971	78,9068
15	51,9546	58,2377	78,0349
16	53,5462	58,9165	77,6197
17	54,9068	59,4777	64,4662
18	56,0692	59,6439	62,1704
19	57,0414	59,6199	61,1711
20	57,7975	59,5627	60,6393
21	58,3417	59,5171	60,3392
22	58,7137	59,4899	60,1664
23	58,9612	59,4782	60,0663
24	59,1248	59,4773	60,0083
25	59,2340	59,4835	59,9750
26	59,3088	59,4940	59,9563
27	59,3619	59,5069	59,9461
28	59,4017	59,5211	59,9410
29	59,4329	59,5359	59,9388
30	59,4588	59,5508	59,9384
31	59,4813	59,5656	59,9390
32	59,5014	59,5801	59,9402
33	59,5198	59,5943	59,9418
34	59,5371	59,6081	59,9434
35	59,5535	59,6214	59,9452

C.9 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-9

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6258
3	27,2298	32,8873	102,2634

4	27,9440	36,1130	104,9040
5	29,2772	39,2151	106,5648
6	31,1399	42,1528	107,6852
7	33,3718	44,9350	108,4928
8	35,8252	47,5813	109,1143
9	38,3891	50,1092	109,6216
10	40,9886	52,5325	110,0570
11	43,5756	54,7588	97,4829
12	46,1175	56,5102	95,6126
13	48,5588	57,8961	81,9849
14	50,8207	58,7960	79,5049
15	52,8352	59,4678	78,4495
16	54,5538	59,9813	64,9647
17	55,9821	60,0995	62,4829
18	57,1339	60,0361	61,3758
19	58,0032	59,9482	60,7804
20	58,6146	59,8786	60,4421
21	59,0234	59,8323	60,2461
22	59,2888	59,8046	60,1316
23	59,4586	59,7900	60,0645
24	59,5669	59,7838	60,0251
25	59,6366	59,7831	60,0021
26	59,6824	59,7855	59,9889
27	59,7134	59,7898	59,9814
28	59,7354	59,7952	59,9774
29	59,7518	59,8011	59,9753
30	59,7647	59,8072	59,9745
31	59,7754	59,8134	59,9744
32	59,7846	59,8196	59,9747
33	59,7930	59,8256	59,9752
34	59,8006	59,8315	59,9758
35	59,7078	59,8372	59,9765

C.10 Tabel Persebaran Suhu untuk 35 Detik Pertama pada Percobaan ke-10

t	T_0	T_{int}	T_{24}
0	27,0000	27,0000	27,0000
1	27,0000	27,4773	87,2749
2	27,0173	29,7598	97,6458
3	27,2298	32,8873	102,2643

4	27,9440	36,1130	104,9040
5	29,2772	39,2151	106,5648
6	31,1399	42,1528	107,6852
7	33,3718	44,9350	108,4928
8	35,8252	47,5813	109,1143
9	38,3891	50,1092	109,6416
10	40,9886	52,5325	110,0570
11	43,5756	54,8615	110,4452
12	46,1212	57,0010	97,8385
13	48,6045	58,5687	82,9823
14	50,9743	59,4897	80,0728
15	53,1219	60,0322	65,8443
16	54,9507	60,1222	62,9796
17	56,4164	60,0253	61,6593
18	57,5079	59,9115	60,9416
19	58,2679	59,8247	60,5323
20	58,7730	59,7680	60,2948
21	59,0998	59,7348	60,1559
22	59,3087	59,7177	60,0745
23	59,4420	59,7111	60,0268
24	59,5281	59,7110	59,9990
25	59,5849	59,7148	59,9830
26	59,6237	59,7208	59,9740
27	59,6514	59,7282	59,9692
28	59,6723	59,7361	59,9668
29	59,6888	59,7444	59,9659
30	59,7027	59,7526	59,9659
31	59,7148	59,7608	59,9663
32	59,7257	59,7688	59,9670
33	59,7358	59,7766	59,9679
34	59,7453	59,7842	59,9688
35	59,7543	59,7916	59,9698