



**KAJIAN FRAKTAL *i-FIBONACCI WORD* GENERALISASI GANJIL  
DENGAN MENGGUNAKAN *L-SYSTEM***

**SKRIPSI**

Oleh

**Riza Umami**

**NIM 141810101057**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2018**



**KAJIAN FRAKTAL *i*-FIBONACCI WORD GENERALISASI GANJIL  
DENGAN MENGGUNAKAN *L*-SYSTEM**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Riza Umami**

**NIM 141810101057**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2018**

## PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Mamah dan Ayah, orang tua nomor satu di dunia. Terima kasih telah membesarkan Riza dengan sangat baik.
2. Adek Ifah dan Adek Cindy yang selalu menjadi penghibur disaat Riza ada di Rumah
3. Kakek, Nenek, dan Keluarga Besar yang selalu mendukung serta memberi nilai-nilai positif kepada Riza.

**MOTTO**

“Orang-orang itu telah melupakan bahwa belajar tidaklah melulu untuk mengejar dan membuktikan sesuatu, namun belajar itu sendiri, adalah perayaan dan penghargaan pada diri sendiri.”

(Padang Bulan: 197)<sup>\*)</sup>



---

<sup>\*)</sup> Andrea Hirata. 2011. *Padang Bulan*. Jogjakarta: Bentang Kota

**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Riza Umami

NIM : 141810101057

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan Menggunakan *L-System*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 13 Juli 2018

Yang menyatakan,

Riza Umami

NIM 141810101057

**SKRIPSI**

**KAJIAN FRAKTAL *i-FIBONACCI WORD* GENERALISASI GANJIL  
DENGAN MENGGUNAKAN *L-SYSTEM***

Oleh

**Riza Umami**

**NIM 141810101057**

Pembimbing;

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.

**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul “Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan Menggunakan *L-System*” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Anggota I,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si  
NIP. 196908281998021001

Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.  
NIP. 197006061998031003

Anggota II,

Anggota III,

Dr. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si  
NIP. 197408132000032004

Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si.  
NIP. 198610142014041001

Mengesahkan  
Dekan,

Drs. Sujito, Ph.D  
NIP. 196102041987111001

## RINGKASAN

**Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan Menggunakan *L-System***; Riza Umami, 141810101057; 2018; 58 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pada tahun 2014 Ramirez dan Rubiano memperkenalkan sebuah barisan yang bernama *i-Fibonacci Word*. Barisan *i-Fibonacci Word* dapat membentuk sebuah kurva yang mempunyai sifat keserupaan diri yang kemudian disebut sebagai fraktal *i-Fibonacci Word*. Fraktal *i-Fibonacci Word* dapat dibangun dengan menggunakan metode *odd-even drawing rule* dan *L-System*. Pada tahun 2018 Amalia membuat suatu aturan produksi *L-System* Deterministik untuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap berdasarkan aturan *odd-even drawing rule* serta mengkaji karakteristiknya.

Metode Lindenmayer System (*L-System*) adalah sebuah metode yang digunakan untuk membangkitkan suatu objek fraktal termasuk fraktal *i-Fibonacci Word*. *Framework* dari *L-System* terdiri dari *initial structure* dan *rewriting rules*. Dimulai dari *initial structure*, *L-System* menggantikan setiap bagian dari struktur yang ada dengan menerapkan *rule* secara sekuensial.

Pada penelitian ini, penulis membuat suatu aturan produksi *L-System* untuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil. Kemudian penulis mengkaji tentang karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi ganjil dengan menggunakan aturan produksi *L-System* tersebut. Selain itu, penulis mengidentifikasi perubahan fraktal *i-Fibonacci Word* jika sudut belokannya divariasikan.

Penelitian Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan Menggunakan *L-System* dibagi menjadi beberapa tahap, yaitu penafsiran Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan Menggunakan *L-System* secara



matematis dan grafis, pembuatan program, dan analisis hasil. Aturan produksi yang dipakai untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word*  $i=1$  sedikit berbeda dengan  $i$  ganjil lainnya. Berikut notasi, aksioma, serta aturan produksi yang digunakan untuk penggambaran fraktal *i-Fibonacci Word*  $i=1$  adalah  $V = \{A, L, O, P, R, S, T, U, +, -\}$ ,  $w = T$ ,  $p_1: T \rightarrow LAA - SA - OAA + LAA - SA$ ,  $p_2: L \rightarrow LAA - SA - OAA + LAA - SA - PAA$ ,  $p_3: O \rightarrow UAA + RA + TAA - UAA + RA$ ,  $p_4: P \rightarrow PAA + RA + TAA - UAA + RA + LAA$ ,  $p_5: R \rightarrow - - SA - OAA$ ,  $p_6: S \rightarrow ++RA + TAA$ ,  $p_7: U \rightarrow UAA + RA + TAA - UAA + RA + LAA$ ,  $p_8: A(x) \rightarrow \emptyset$ .

Kemudian notasi, aksioma dan aturan produksi yang digunakan untuk Fraktal *i-Fibonacci Word*  $i$  ganjil lainnya adalah  $V = \{A, L, O, P, Q, R, S, T, U, +, -\}$ ,  $w = Q$ ,  $p_1: T \rightarrow LA - SA - O + L \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A - SA \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A$ ,  $p_2: L \rightarrow LA - SA - O + L \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A - SA - P \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A$ ,  $p_3: O \rightarrow UA + RA + T - U \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A + RA \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A$ ,  $p_4: P \rightarrow PA + RA + T - U \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A + RA + L \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A$ ,  $p_5: Q \rightarrow +A + T - U \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A + RA \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A$ ,  $p_6: R \rightarrow - - SA - OA \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A$ ,  $p_7: S \rightarrow ++RA + TA \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A$ ,  $p_8: U \rightarrow UA + RA + TA - UA \prod_{n=1}^{(i-3)} \beta_n A + RA + LA \prod_{n=1}^{(i-3)} \alpha_n A(x)$ ,  $p_9: A \rightarrow \emptyset$ .

Simbol  $\prod_{n=1}^{(i-3)}$  mengartikan pengulangan untuk masing-masing  $\alpha_n A$  dan  $\beta_n A$ .  $\alpha_n$  adalah minus (-) untuk  $n$  ganjil dan plus (+) untuk  $n$  genap, sedangkan  $\beta_n$  adalah minus (-) untuk  $n$  genap dan plus (+) untuk  $n$  ganjil. Kemudian,  $A$  dan  $C$  tidak diproduksi menjadi apapun. Simbol  $+$  dan  $-$  masing-masing memiliki arti berbelok berlawanan dan searah jarum jam. Dengan menggunakan aksioma dan aturan produksi *L-System* tersebut, didapatkan karakteristik baru pada Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil

Pemvariasian sudut belokan pada Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil berpengaruh terhadap bentuk fraktal tersebut. Kurva fraktal akan diregangkan atau dikompres seiring dengan berubahnya sudut. Hal tersebut disebabkan karena adanya perubahan nilai sumbu  $x$  dan  $y$  pada kurva fraktal tersebut. Kemudian, nilai sumbu  $x$ ,  $y$ , dan  $y:x$  akan naik pada rentan sudut tertentu.

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan Menggunakan *L-System*”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari perhatian, bimbingan, motivasi, dan petunjuk dari beberapa pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota yang dengan penuh kesabaran membimbing, mengarahkan, memberikan saran dan petunjuk dalam penyusunan skripsi ini;
2. Ibu Dr. Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si dan Bapak Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si, selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun dalam penyusunan skripsi;
3. Seluruh staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
4. Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Akademik;
5. Sahabat Extreme'14 yang telah menemani selama masa perkuliahan;
6. Para sahabat yang selalu setia di sampingku, Chan, Linda, Lisma, Merrisa, Nita, Shinta, dan Mbak Tutun;
7. Teman-teman seperjuangan fraktal, Anin, Eka, dan Ulfi yang selalu memotivasiku untuk menyelesaikan skripsi ini;
8. Sepupuku Khadijah yang selalu menemaniku revisi;

9. Serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu

Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat dan bisa dikembangkan lagi agar lebih sempurna.

Jember, Juli 2018

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	ii
HALAMAN MOTTO.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBING.....	v
HELANAN PENGESAHAN.....	vi
RINGKASAN.....	vii
PRAKATA.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvi
<b>BAB 1. PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Latar Belakang.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah.....</b>	<b>2</b>
<b>1.3 Tujuan.....</b>	<b>2</b>
<b>1.4 Manfaat.....</b>	<b>3</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>4</b>
<b>2.1 Fraktal.....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 Fraktal <i>Fibonacci Word</i>.....</b>	<b>4</b>
<b>2.3 Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i>.....</b>	<b>6</b>
<b>2.4 L-System.....</b>	<b>8</b>
2.2.1 Penafsiran Grafis pada <i>L-system</i> .....	9
2.2.2 Percabangan pada <i>L-system</i> .....	10
2.2.3 Parametrik <i>L-system</i> .....	10

2.2.4 Jenis-jenis <i>L-system</i> .....	11
<b>2.5 Aturan Produksi Fraktal <i>Fibonacci Word</i></b> .....	12
<b>2.6 Aturan Produksi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generalisasi Genap</b>	13
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	14
<b>3.1 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generalisasi Ganjil dengan         <i>L-System</i> secara Matematis</b> .....	15
<b>3.2 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generalisasi Ganjil dengan         <i>L-System</i> secara Grafis</b> .....	15
<b>3.3 Pembuatan Program</b> .....	15
<b>3.4 Analisis Hasil</b> .....	15
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	17
<b>4.1 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generalisasi Ganjil dengan         <i>L-System</i> secara Matematis</b> .....	17
4.1.1 Aturan produksi fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=1$ .....	19
4.1.2 Aturan produksi fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i$ ganjil.....	20
<b>4.2 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generalisasi Ganjil dengan         <i>L-System</i> secara Grafis</b> .....	23
<b>4.3 Pembuatan Program</b> .....	29
<b>4.4 Analisis Hasil</b> .....	31
4.4.1 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i = 1$ .....	31
4.4.2 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=3$ .....	32
4.4.3 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=5$ .....	34
4.4.4 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=7$ .....	35
4.4.5 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i = 1$ dengan Variasi Sudut.....	37

4.4.6 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i = 3$ dengan Variasi Sudut.....	40
4.4.7 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i = 5$ dengan Variasi Sudut.....	43
4.4.8 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i = 7$ dengan Variasi Sudut.....	46
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b> .....	50
<b>5.1 KESIMPULAN</b> .....	50
<b>5.2 SARAN</b> .....	50
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	
<b>LAMPIRAN</b>	

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Fraktal segitiga Sierpinski dan fraktal pada daun pakis .....	4
2.2 Konstruksi Fraktal <i>Fibonacci Word</i> .....	5
2.3 Kurva dari $\mathcal{F}_n^{[i]}$ , untuk $i = 1,2,3,4,5,6$ .....	8
2.4 Penafsiran grafis pada <i>L-system</i> .....	9
2.5 Penafsiran grafis percabangan <i>L-system</i> .....	10
3.1 Skema Metode Penelitian .....	14
4.1 Visualisasi $\mathcal{F}_{10}^{[1]}$ .....	18
4.2 Visualisasi bagian terkecil $\mathcal{F}_{10}^{[1]}$ .....	18
4.3 Generasi Pertama <i>L-System</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=1$ .....	23
4.4 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=1$ secara Grafis.....	24
4.5 Generasi Pertama <i>L-System</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=3$ .....	25
4.6 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=3$ secara Grafis.....	26
4.7 Generasi Pertama <i>L-System</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=5$ .....	27
4.8 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=5$ secara Grafis.....	28
4.9 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> secara Grafis.....	29
4.10 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> generasi ke-5.....	30
4.11 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=1$ .....	31
4.12 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=3$ .....	33
4.13 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=5$ .....	34
4.14 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=7$ .....	36
4.15 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=1$ dengan variasi sudut.....	38
4.16 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=3$ dengan variasi sudut.....	41
4.17 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=5$ dengan variasi sudut.....	44
4.18 Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=7$ dengan variasi sudut.....	47

**DAFTAR TABEL**

	Halaman
2.1 Nilai dari $\mathbf{f}^{[i]}$ .....	6
2.2 Nilai dari $F_n^{[i]}$ .....	6
2.3 Generasi parametrik <i>L-system</i> .....	11
2.4 Generasi deterministik <i>L-system</i> .....	11
2.5 Generasi stochastic <i>L-system</i> .....	12
4.1 Generasi <i>L-System i-Fibonacci Word i=1</i> .....	20
4.2 Generasi <i>L-System i-Fibonacci Word i=3</i> .....	21
4.3 Generasi <i>L-System i-Fibonacci Word i=5</i> .....	22
4.4 Generasi <i>L-System i-Fibonacci Word i=7</i> .....	22
4.5 Nilai $x$ , $y$ , dan $y:x$ pada $\mathcal{F}_4^1$ .....	39
4.6 Nilai $x$ , $y$ , dan $y:x$ pada $\mathcal{F}_4^3$ .....	42
4.7 Nilai $x$ , $y$ , dan $y:x$ pada $\mathcal{F}_4^5$ .....	45
4.8 Nilai $x$ , $y$ , dan $y:x$ pada $\mathcal{F}_4^7$ .....	48



**DAFTAR LAMPIRAN**

	Halaman
4.1.1 Script Program Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i=1$ .....	52
4.1.2 Script Program Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> $i$ Ganjil.....	56



## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matematika adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari besaran, struktur, bangun ruang, dan perubahan-perubahan pada suatu bilangan. Matematika juga mempelajari berbagai macam bentuk barisan bilangan dimulai dari barisan geometri, barisan persegi, barisan aritmatika, dan barisan Fibonacci. Barisan Fibonacci sendiri pertama kali dikemukakan oleh Leonardo Pisano atau yang lebih dikenal sebagai Fibonacci. Barisan Fibonacci adalah sebuah barisan yang mempunyai bentuk unik dengan digit suku pertama dan kedua yang bernilai 1, dan nilai dari digit berikutnya didapat dengan cara menambahkan kedua bilangan yang berurutan sebelumnya.

Contoh dari barisan lainnya adalah barisan *Fibonacci Word*. Barisan yang hanya mengandung angka 1 dan 0 ini dapat membentuk sebuah kurva dengan menggunakan dua metode, yaitu metode *odd-even drawing rule* dan metode *L-System*. Kurva fibonacci word pertama kali dikemukakan oleh Dumaine pada tahun 2009. Penggambaran kurva *Fibonacci Word* dapat dilakukan dengan mengikuti aturan *odd-even drawing rule* ataupun aturan produksi *L-System* yang ditemukan oleh Dumaine (2009). Kurva yang didapat akan mempunyai sifat keserupaan diri, yang kemudian oleh Dumaine (2009) disebut dengan fraktal *Fibonacci Word*. Fraktal sendiri adalah sebuah obyek yang memiliki bagian-bagian pembentuk yang sama dengan bentuk keseluruhan. Banyak fraktal memiliki sifat menyerupai dirinya sendiri, paling tidak hampir (Sahid, 2013).

Pada tahun 2014, Ramirez dan Rubiano memperkenalkan sebuah barisan yang bernama *i-Fibonacci Word*. Barisan ini didefinisikan secara rekursif sebagai:  $f_0^{[i]} = 0$  ;  $f_1^{[i]} = 0^{i-1} 1$ ;  $f_n^{[i]} = f_{n-1}^{[i]} f_{n-2}^{[i]}$  , untuk  $n \geq 2$  dan  $i \geq 1$ , dengan  $n$  menyatakan banyak suku ke- $n$  dan  $i$  generalisasi dari barisan *i-Fibonacci Word*. Barisan *i-Fibonacci Word* juga dapat membentuk sebuah kurva yang mempunyai sifat keserupaan diri layaknya kurva pada *Fibonacci Word*.

Fraktal *i-Fibonacci Word* dapat dibentuk melalui dua metode. Metode pertama yaitu dengan menggunakan aturan *odd-even drawing rule* seperti yang digunakan pada fraktal *Fibonacci Word*. Metode kedua yaitu dengan menggunakan metode *L-system*. *L-System* sendiri adalah aturan formal, disusun sebagai grammar yang dikarakteristikan dalam bentuk aksioma, dan simbol-simbol alphabet yang digunakan sebagai representasi pertumbuhan bagian tanaman yang secara paralel terjadi pergantian pada masing-masing tahap (Prusinkiewicz dan Lindenmayer, 1990).

Berdasarkan bentuk kurva *Fibonacci Word* menurut aturan *odd-even drawing rule*, pada tahun 2009 Dumaine membuat suatu aksioma dan aturan produksi untuk fraktal tersebut. Kemudian, Alyagustin.dkk (2015) membuat perbandingan kurva *Fibonacci Word* dengan memvariasikan panjang segmen K dan Q. Amalia (2018) juga membuat suatu aturan produksi *L-System* Deterministik untuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap berdasarkan aturan *odd-even drawing rule* serta mengkaji karakteristiknya. Oleh karena itu, penulis akan mengkaji tentang karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi ganjil dengan menggunakan *L-System* Deterministik.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

- a. Bagaimana cara menerapkan metode *L-System* untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil?
- b. Bagaimana karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan menggunakan *L-System*?

## 1.3 Tujuan

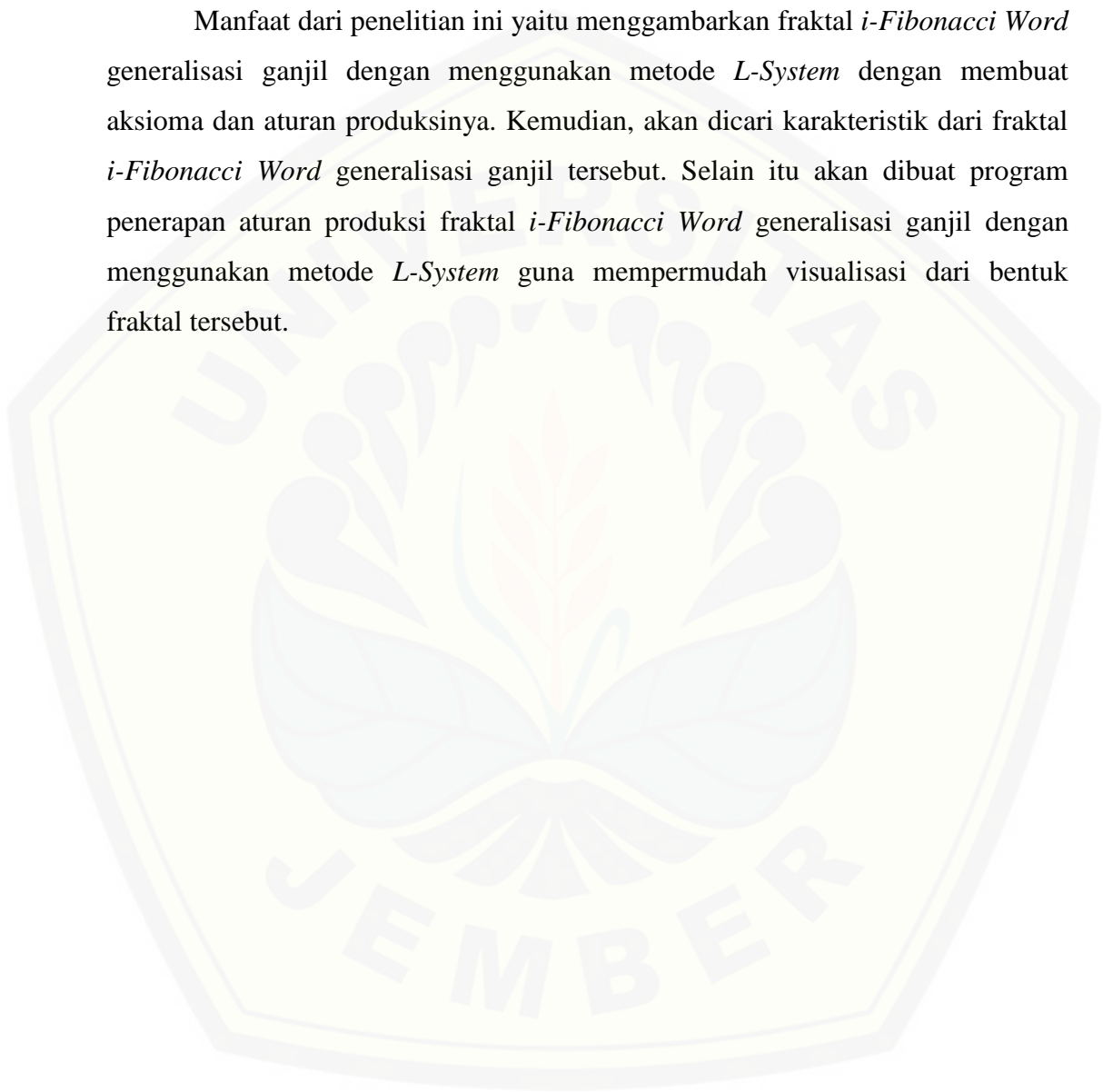
Tujuan dari penelitian ini adalah:

- a. Menerapkan metode *L-System* untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil,

- b. Mengetahui karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan menggunakan *L-system*.

#### 1.4 Manfaat

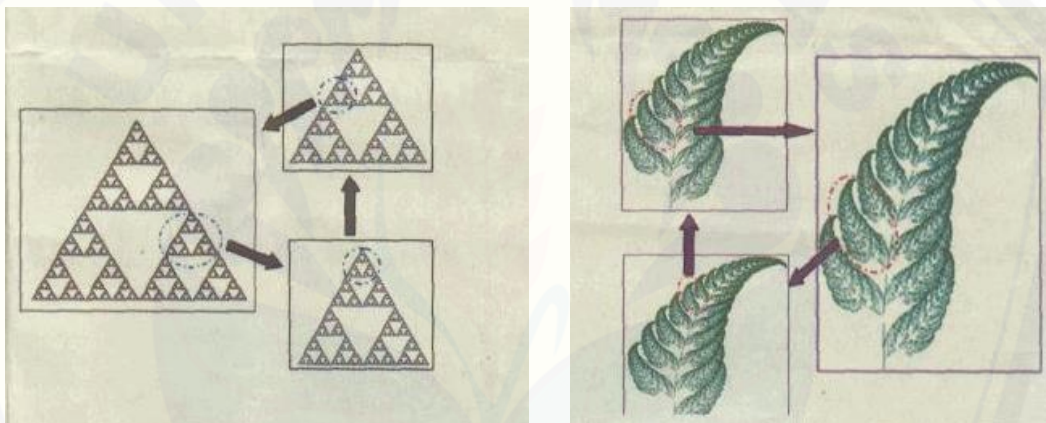
Manfaat dari penelitian ini yaitu menggambarkan fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan menggunakan metode *L-System* dengan membuat aksioma dan aturan produksinya. Kemudian, akan dicari karakteristik dari fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil tersebut. Selain itu akan dibuat program penerapan aturan produksi fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan menggunakan metode *L-System* guna mempermudah visualisasi dari bentuk fraktal tersebut.



## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Fraktal

Fraktal adalah objek yang tampak memiliki kemiripan yang simetris jika dilihat dari skala tertentu dan merupakan bagian terkecil dari struktur objek secara keseluruhan. Sifat khas dari fraktal yaitu setiap objek fraktal dapat dipecah menjadi beberapa bagian yang memiliki kesamaan bentuk dengan objek fraktal secara keseluruhan pada tingkat pembesaran yang berbeda. Sifat yang memiliki kesamaan bentuk dengan objek aslinya disebut *self-similarity*. Contoh objek fraktal adalah daun pakis, segitiga Sierpinski, himpunan Cantor, himpunan Julia, Mandelbrot, dan lain-lain (Addison, 1997).



Gambar 2.1 Fraktal segitiga Sierpinski dan fraktal pada daun pakis

(Sumber : [www.roisatul.wordpress.com](http://www.roisatul.wordpress.com))

### 2.2 Fraktal *Fibonacci Word*

Barisan Fibonacci adalah barisan yang suku pertama dan keduanya sama-sama bernilai 1, kemudian untuk nilai dari suku berikutnya diperoleh dari penjumlahan kedua bilangan yang berurutan sebelumnya. Nilai suku ke- $n$  untuk  $n \geq 3$  pada barisan Fibonacci dapat diketahui dengan menggunakan rumus  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$  (Bartle, 2012).

Jika pada barisan Fibonacci digit pertama dan kedua masing-masing bernilai 0 dan 1, maka untuk barisan *Fibonacci Word* digit pertama bernilai 1 dan digit

suku kedua bernilai 0, kemudian pada barisan *Fibonacci Word* ini hanya mengandung angka 0 dan 1. Barisan ini didefinisikan secara rekursif sebagai:

$$f_1 = 1$$

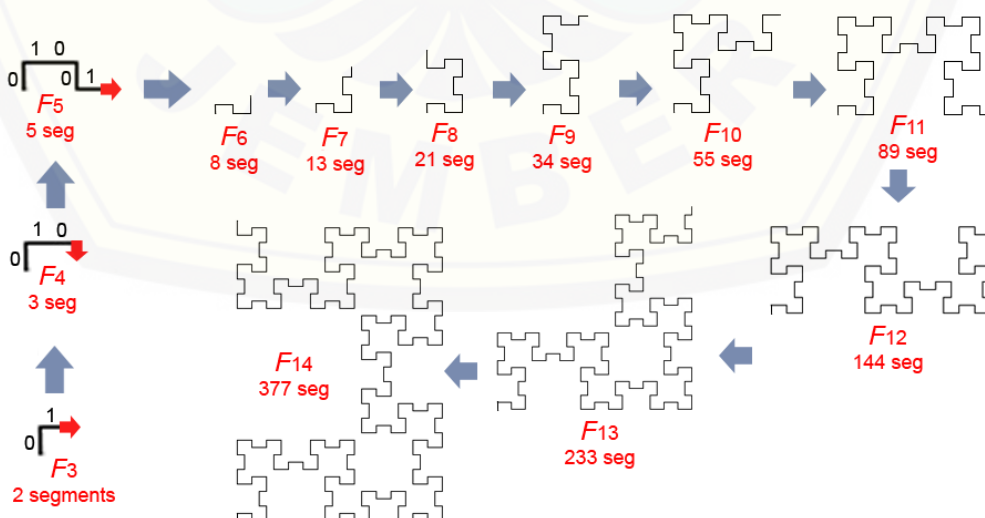
$$f_2 = 0$$

$$f_n = f_{n-1}f_{n-2}, \text{ untuk } n \geq 3$$

Kurva dari barisan *Fibonacci Word* juga dikatakan sebagai fraktal. Pada jurnalnya yang berjudul *The Fibonacci Word Fractal*, Dumaine (2009) mengatakan bahwa Fraktal *Fibonacci Word* adalah suatu fraktal yang dibentuk dengan menggambarkan aturan penggambaran yang sederhana dan menarik berdasarkan barisan *Fibonacci Word*. Fraktal *Fibonacci Word* dapat dibentuk menggunakan aturan *odd-even drawing rule*. Berikut aturan dari *odd-even drawing rule* adalah

- Gambarkan segmen garis dan persiapan untuk berbelok ke kanan jika digitnya 0 (untuk suku ganjil).
- Gambarkan segmen garis dan persiapan untuk berbelok ke kiri jika digitnya 0 (untuk suku genap)
- Gambarkan segmen garis tanpa persiapan untuk berbelok jika digitnya 1.

Hasil dari konstruksi fraktal *Fibonacci word* dengan menggunakan aturan *odd-even drawing rule* dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Konstruksi Fraktal *Fibonacci Word* (Dumaine, 2009)

**2.3 Fraktal *i*-Fibonacci Word**

Pada jurnal tulisan Jose L. Ramirez dan Gustavo N. Rubiano (2014) yang berjudul *Properties and Generalizations of the Fibonacci Word Fractal* terdapat definisi yang menyatakan bahwa  $(n, i)$ -Fibonacci word adalah barisan bernilai  $\{0,1\}$  yang didefinisikan secara induktif sebagai  $f_0^{[i]} = 0$ ,  $f_1^{[i]} = 0^{i-1}1$ , dan  $f_n^{[i]} = f_{n-1}^{[i]}f_{n-2}^{[i]}$ , untuk  $n \geq 2$  dan  $i \geq 1$ . Barisan tak hingga  $\mathbf{f}^{[i]} = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n^{[i]}$  disebut dengan barisan *i*-Fibonacci word dengan  $f$  sendiri menyatakan barisan. Kemudian,  $(n, i)$ -Fibonacci didefinisikan secara rekursif sebagai:

$$\begin{aligned}
 F_0^{[i]} &= 1 \\
 F_1^{[i]} &= i \\
 F_n^{[i]} &= F_{n-1}^{[i]} + F_{n-2}^{[i]}, \text{ untuk } n \geq 2 \text{ dan } i \geq 1 \dots\dots\dots(2.1)
 \end{aligned}$$

Berikut maksud dari simbol  $F_n^{[i]}$  adalah menyatakan jumlah digit pada barisan suku ke- $n$  pada generalisasi  $(i)$ .

Hasil dari  $\mathbf{f}^{[i]}$  dan  $F_n^{[i]}$  untuk  $i = 1,2,3,4,5,6$  masing-masing ditunjukkan pada Tabel 2.1 dan Tabel 2.2.

Tabel 2.1 Nilai dari  $\mathbf{f}^{[i]}$ , untuk  $i = 1,2,3,4,5,6$

$\mathbf{f}^{[1]}$	1011010110110...
$\mathbf{f}^{[2]}$	010010100100101001010...
$\mathbf{f}^{[3]}$	00100010010001000100100010010...
$\mathbf{f}^{[4]}$	00010000100010000100001000010000100010...
$\mathbf{f}^{[5]}$	0000100000100001000001000001000001000001000010...
$\mathbf{f}^{[6]}$	00000100000010000010000001000000100000010000001...

Tabel 2.2 Nilai dari  $F_n^{[i]}$ , untuk  $i = 1,2,3,4,5,6$ .

$F_n^{[1]}$	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...
$F_n^{[2]}$	1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
$F_n^{[3]}$	1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, ...

$F_n^{[4]}$	1, 4, 5, 9, 14, 23, 37, 60, 97, ...
$F_n^{[5]}$	1, 5, 6, 11, 17, 28, 45, 73, 118, ...
$F_n^{[6]}$	1, 6, 7, 13, 20, 33, 53, 86, 139, ...

Ramirez & Rubiano (2014) mengatakan bahwa *i-Fibonacci word* dan  $(n,i)$ -Fibonacci word mempunyai beberapa ciri seperti di bawah ini:

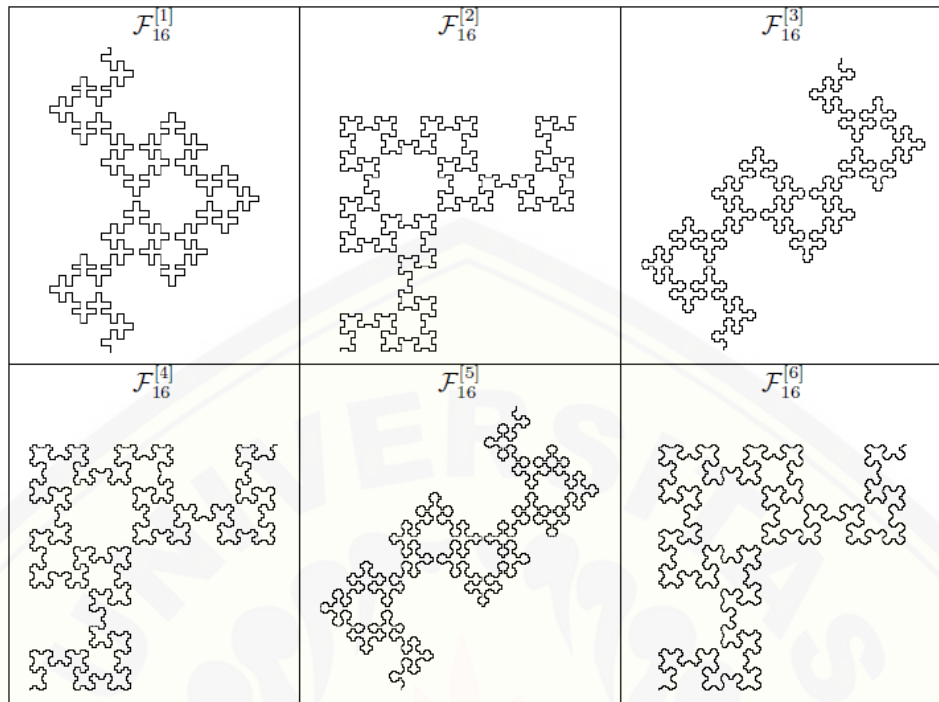
- Barisan 11 bukanlah subbarisan dari *i-Fibonacci word* untuk  $i \geq 2$ ,
- Jika  $ab$  adalah dua simbol terakhir dari  $f_n^{[i]}$ , untuk  $n \geq 2$ ,  $ab = 10$  jika  $n$  genap dan  $ab = 01$  jika  $n$  ganjil, untuk  $i \geq 2$ ,
- Dua digit *i-fibonacci word* yang berurutan adalah hampir komutatif dengan  $f_{n-1}^{[i]}f_n^{[i]}$  dan  $f_n^{[i]}f_{n-1}^{[i]}$  mempunyai panjang awal yang sama  $F_{n-2}^{[i]}$ , untuk semua  $n \geq 2$ ,
- $\Phi(f_n^{[i]})$  adalah sebuah palindrom untuk semua  $n \geq 2$  dengan  $\Phi(f_n^{[i]})$  mempunyai arti penghapusan dua digit terakhir pada  $f_n^{[i]}$ .
- Untuk semua  $n \geq 6$ ,  $f_n^{[i]} = f_{n-3}^{[i]} f_{n-3}^{[i]} f_{n-6}^{[i]} l_{n-3}^{[i]} l_{n-3}^{[i]}$  dengan  $l_n^{[i]} = \Phi(f_n^{[i]}) b a$ .

Fraktal *i-Fibonacci word* adalah kurva  $(n, i)$ -Fibonacci yang dilambangkan oleh  $\mathcal{F}_n^{[i]}$ , kurva tersebut didapat dari hasil pengaplikasian menggambar aturan produksi ganjil-genap pada barisan  $f_n^{[i]}$ . Fraktal *i-Fibonacci Word*  $\mathcal{F}^{[i]}$  didefinisikan sebagai  $\mathcal{F}^{[i]} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{F}_n^{[i]}$ . Kemudian, fraktal *i-Fibonacci word* ini mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

- Tersusun atas satu atau dua segmen garis,
- $\mathcal{F}_n^{[i]}$  mempunyai kemiripan dengan  $\mathcal{F}_{n-3}^{[i]}$ ,
- $\mathcal{F}_n^{[i]} = \mathcal{F}_{n-3}^{[i]} \mathcal{F}_{n-3}^{[i]} \mathcal{F}_{n-6}^{[i]} \mathcal{F}'_{n-3}^{[i]} \mathcal{F}'_{n-3}^{[i]}$  dengan  $\mathcal{F}'_n^{[i]}$  adalah hasil pengaplikasian aturan garis ganjil-genap pada  $l_n^{[i]}$ ,
- $\mathcal{F}_n^{[i]}$  simetris,
- $\mathcal{F}_n^{[i]}$  dan  $\mathcal{F}_{n-3}^{[i]}$  mempunyai faktor skala  $1 + \sqrt{2}$

Berikut gambar kurva dari  $\mathcal{F}_n^{[i]}$ , untuk  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  adalah





Gambar 2.3 Kurva dari  $\mathcal{F}_n^{[i]}$ , untuk  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  (Amalia, 2018)

#### 2.4 L-System

Metode Lindenmayer System (*L-System*) adalah sebuah metode yang digunakan untuk membangkitkan suatu objek fraktal. *L-system* sendiri merupakan aturan formal yang disusun sebagai gramatika dalam bentuk aksioma, dimana simbol-simbol yang digunakan mempresentasikan pertumbuhan tanaman, terjadi pergantian simbol secara paralel dan simultan pada masing-masing tahap (Suhartono, 2013). *Framework* dari *L-System* terdiri dari *initial structure* dan *rewriting rules*. Inti pengembangannya adalah penggantian secara paralel menggunakan *rewriting rules* yang ada. Dimulai dari *initial structure*, *L-System* menggantikan setiap bagian dari struktur yang ada dengan menerapkan *rule* secara sekuensial (Mishra, 2007).

*L-system* sendiri tersusun atas himpunan simbol ( $V$ ), aksioma ( $w$ ), dan aturan produksi ( $p$ ).  $V$  sendiri merupakan himpunan dari simbol atau notasi yang digunakan di dalam aturan produksi. Aksioma atau suatu inisiator berfungsi sebagai aturan produksi pada generasi ke-0. Kemudian, aturan produksi sendiri

merupakan suatu aturan yang harus dilaksanakan jika suatu simbol tertentu digunakan.

#### 2.4.1 Penafsiran Grafis pada L-system

Pada *L-system* terdapat simbol-simbol yang dapat ditafsirkan secara grafis suatu satuan panjang  $h$  dan perputaran sudut  $\delta$ , maka perintah-perintah dari simbol *L-system* adalah sebagai berikut:

$F$  : menggambar ke depan satu satuan sepanjang  $h$ .

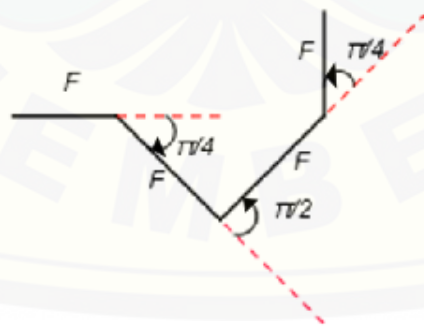
$+$ : berputar berlawanan arah jarum jam dengan sudut  $\delta$

$-$ : berputar searah jarum jam dengan sudut  $\delta$

Penafsiran L-systems secara grafis dapat diartikan menggambar secara grafis barisan generasi yang dihasilkan dari aksioma ( $w$ ) dan aturan produksi ( $p$ ) yang diberikan. Aksioma dan aturan produksi dengan  $V=\{F,+,-\}$ ,  $w=F$  dan  $p:F \rightarrow F-F++F+F$ , maka dimulai dengan aksioma  $F$  akan diperoleh produksi generasi pertama  $g_1$  dengan string:

$$F-F++F+F$$

Apabila diasumsikan  $\delta=\pi/4$  radian, maka penafsiran grafis dari generasi pertama dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Penafsiran grafis pada L-system

### 2.4.2 Percabangan pada *L-system*

*L-system* mempunyai suatu notasi yang berguna untuk melambangkan percabangan menggunakan string dengan simbol “[“ dan “]”. Berikut perintah-perintah dari simbol ini adalah sebagai berikut:

[ : menyimpan posisi saat ini dan bergerak sesuai perintah selanjutnya.

] : kembali ke posisi semula yang disimpan oleh simbol “[“.

Misalkan terdapat komponen *L-system* dengan  $V=\{F, +, -, [, ]\}$ ,  $w=F$  dan  $p:F \rightarrow F-F[+F]F$ , maka akan didapat generasi pertama  $g_1$  dengan string:

$$F-F[+F]F$$

Apabila diasumsikan  $\delta=\pi/4$  radian, maka penafsiran grafis dari generasi pertama dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Penafsiran grafis percabangan *L-system*

### 2.4.3 Parametrik *L-system*

Pada parametrik *L-systems* setiap simbol mempunyai nilai numerik yang disebut sebagai parameter. Sebagai contoh jika sebuah simbol  $A$  mempunyai parameter 5, secara sederhana dapat ditulis  $A(5)$ . Akan tetapi jika ada beberapa parameter, penulisan parameternya dipisahkan oleh koma. seperti  $A(5,2,3,8)$ . Sebuah produksi parametrik menentukan bagaimana parameter kanan tergantung pada parameter kiri.

Sisi kiri memberi nama parameter, sedangkan sebelah kanan diberikan sebagai ekspresi. Jika diberikan komponen *L-systems* dengan  $V=\{A, B\}$  dengan  $w=A(1)$ , dengan aturan produksi  $p_1 : A(x) \rightarrow A(x*2)B(x)$  dan  $p_2 : B(x) \rightarrow B(x-1)$ , maka beberapa generasi dari sistem ini dapat dilihat pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Generasi Parametrik *L-system*

$g_0$	$A(1)$
$g_1$	$A(2)B(1)$
$g_2$	$A(4)B(2)B(0)$
$g_3$	$A(8)B(4)B(1)B(-1)$

#### 2.4.4 Jenis-jenis *L-system*

Berdasarkan banyaknya aturan produksi, *L-system* dikelompokkan menjadi dua, yaitu *deterministik* dan *stochastic*. *Deterministic L-System* adalah *L-System* yang hanya mempunyai satu aturan produksi untuk satu simbol. Sedangkan pada *stochastic L-System* adalah *L-System* yang mempunyai lebih dari satu aturan produksi untuk satu simbol tertentu, misalnya  $a \rightarrow w_1$  dan  $a \rightarrow w_2$ .

##### a. *Deterministik L-System*

Contoh dari *deterministik L-System* misalkan pada  $V=\{a,b\}$  terdapat  $w=a$  dengan aturan produksi  $p_1 : a \rightarrow ab$  dan  $p_2 : b \rightarrow a$ , maka beberapa generasi dari sistem ini dapat dilihat pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4 Generasi *Deterministik L-System*

$g_0$	$a$
$g_1$	$ab$
$g_2$	$aba$
$g_3$	$abaab$

##### b. *Stochastic L-System*

Pada *stochastic L-System* diperlukan suatu faktor probabilitas, yaitu suatu parameter yang menentukan tingkat variasi model yang dihasilkan. Besar nilai probabilitas yang diberikan pada aturan produksi didasarkan pada perkiraan sering munculnya suatu aturan produksi dalam foto objek yang didapatkan. Misalkan, jika diberikan komponen *L-System*  $V=\{F,G\}$  dengan  $w=F$  serta aturan produksi  $p_1 : F \rightarrow F :0,7$ ,  $p_2 : F \rightarrow FG :0,3$  dan  $p_3 : G \rightarrow GF$ . Masing-masing produksi

pada simbol  $F$  memiliki besar probabilitas 0,7 dan 0,3. Penentuan faktor probabilitas tersebut ditentukan berdasarkan pengamatan objek. Berikut beberapa generasi dari sistem ini dapat dilihat pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5 Generasi Stochastic  $L$ -System

$g_0$	$F$
$g_1$	$FG$
$g_2$	$FGF$
$g_3$	$FGGFF$

## 2.5 Aturan Produksi Fraktal *Fibonacci Word*

Sifat keserupaan diri dalam bentuk segmen garis pada arah tertentu yang dimiliki oleh fraktal *Fibonacci Word*, membuat fraktal tersebut dapat dibangkitkan oleh  $L$ -System (Purnomo, 2015). Aturan *odd-even drawing rule* yang telah dijelaskan pada subbab 2.2 digunakan untuk membuat aturan produksi  $L$ -System dalam pembangunan fraktal *Fibonacci Word*. Berikut komponen, aksioma, dan aturan produksi  $L$ -System yang digunakan adalah:

$$V = \{L(x), R(x), K(x), Q(x), K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), +, -\}$$

$$w = L(x)$$

$$p_1: L(x) \rightarrow +R(x) - L(x)K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)L(x) - R(x)$$

$$p_2: R(x) \rightarrow -L(x) + R(x)Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)R(x) + L(x)$$

$$p_3: K(x) \rightarrow L(x)$$

$$p_4: Q(x) \rightarrow R(x)$$

Berikut pengertian dari masing-masing komponen di atas adalah sebagai berikut:

- $+$  : berputar berlawanan arah jarum jam dengan sudut  $\delta$ .
- $-$  : berputar searah jarum jam dengan sudut  $\delta$ .
- $L(x), R(x)$  : menggambar segmen garis sepanjang  $x$  satuan.
- $K(x), Q(x)$  : menggambar segmen garis kosong sepanjang  $x$  satuan.

$K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)$  : menggambar segmen garis kosong sepanjang  $\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)$  satuan.

Artikel yang berjudul Variasi Fraktal *Fibonacci Word* (Alyagustin dkk., 2015) membandingkan hasil dari kurva fraktal *Fibonacci Word* ketika panjang segmen  $K$  dan  $Q$  sebesar  $\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)$  satuan dengan ketika panjang segmen  $K$  dan  $Q$  sebesar  $(-x)$ ,  $(0)$ ,  $\left(\frac{x}{4}\right)$ ,  $(20x)$  satuan. Kemudian, hasil yang didapat adalah pola yang hampir sama dengan kurva fraktal sebelum divariasikan, yang membedakan hanyalah ukuran kurva keseluruhannya (Alyagustin dkk., 2015).

## 2.6 Aturan Produksi Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Genap

Pada skripsi yang berjudul Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan menggunakan *L-System*, Amalia (2018) menuliskan aturan produksi untuk menggambarkan fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap. Berikut aturan produksi dari fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap adalah sebagai berikut:

$$V = \{L(x), R(x), K(x), Q(x), K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), F(x), +, -\} \text{ dan}$$

$$w = L(x)$$

$$p_1: L(x) \rightarrow +R(x)[\prod_{n=1}^{i-2} \alpha_n F(x)] - L(x)K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)L(x) [\prod_{n=1}^{i-2} \alpha_n F(x)] - R(x)$$

$$p_2: R(x) \rightarrow -L(x)[\prod_{n=1}^{i-2} \beta_n F(x)] + R(x)Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)R(x) [\prod_{n=1}^{i-2} \alpha_n F(x)] + L(x)$$

$$p_3: K(x) \rightarrow L(x)$$

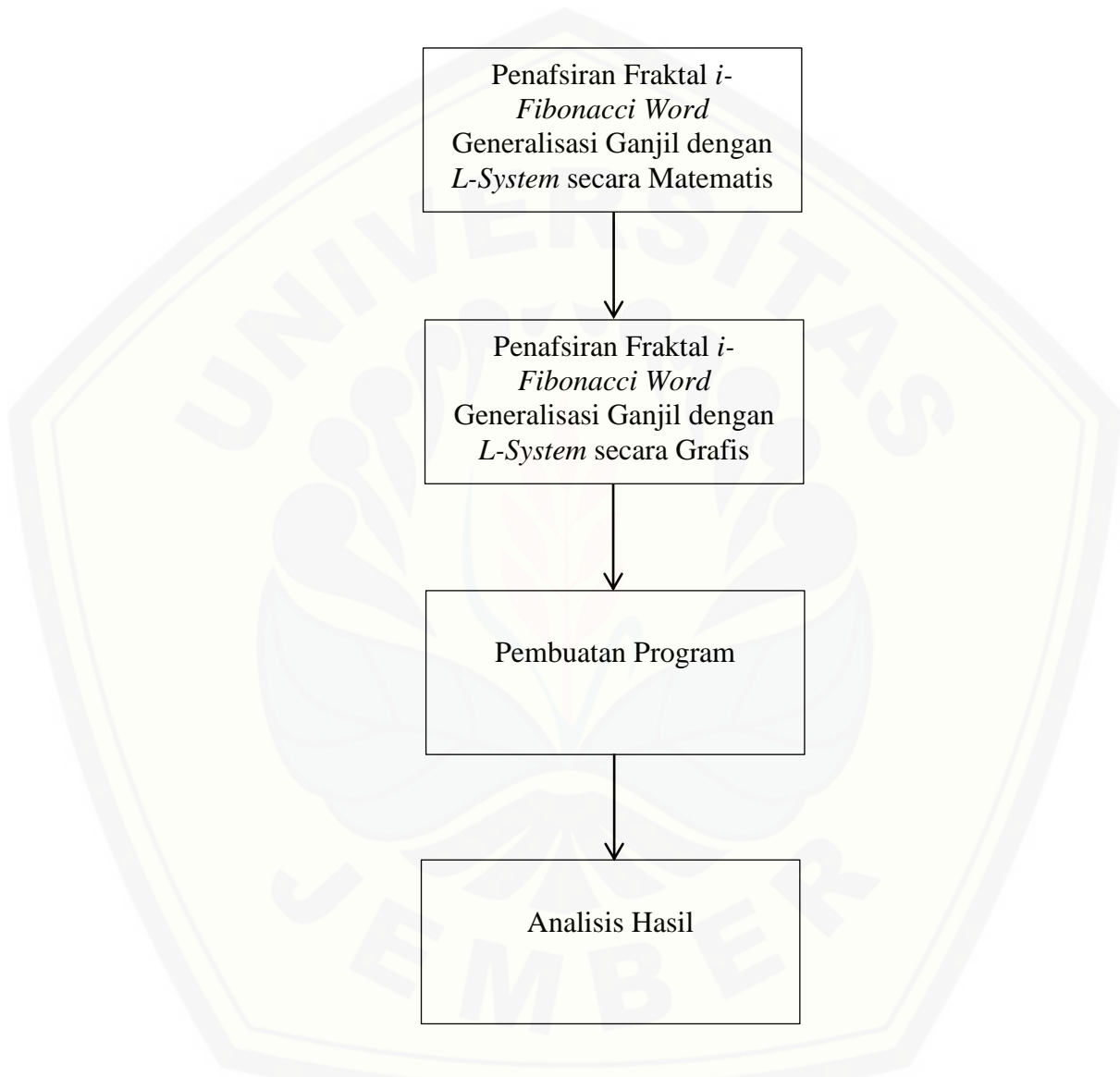
$$p_4: Q(x) \rightarrow R(x)$$

$$p_5: F(x) \rightarrow \emptyset$$

Simbol  $\prod_{n=1}^{i-2}$  mengartikan pengulangan untuk masing-masing  $\alpha_n F(x)$  dan  $\beta_n F(x)$ .  $\alpha_n$  adalah minus (-) untuk  $n$  ganjil dan plus (+) untuk  $n$  genap, sedangkan  $\beta_n$  adalah minus (-) untuk  $n$  genap dan plus (+) untuk  $n$  ganjil. Kemudian,  $F(x)$  tidak diproduksi menjadi apapun.

### BAB 3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini secara skematik dapat dilihat pada gambar di bawah ini



Gambar 3.1 Skema Metode Penelitian

Adapun penguraian dari Gambar 3.1 adalah sebagai berikut :

### **3.1 Penafsiran Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan *L-System* secara Matematis**

Langkah pertama pada penelitian ini adalah penafsiran fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan *L-System* secara matematis. Pertama akan ditentukan aksioma dan beberapa aturan produksi untuk membentuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil. Aturan produksi akan diperoleh berdasarkan bentuk dari fraktal maupun barisan *i-Fibonacci Word* tersebut.

### **3.2 Penafsiran Fraktal *i-Fibonacci Word* Generalisasi Ganjil dengan *L-System* secara Grafis**

Pada langkah selanjutnya akan dilakukan penafsiran fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan *L-System* secara grafis. Langkah ini dilakukan dengan cara menggambar secara grafis aturan produksi yang telah didapat saat menafsirkan fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil secara matematis. Adapun nantinya akan digambar fraktal *i-Fibonacci Word* saat  $i = 1, 3, 5,$  dan  $7$ .

### **3.3 Pembuatan Program**

Langkah ke-tiga yaitu pembuatan program visualisasi fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil. Algoritma program penerapan *L-System* dalam membangun fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil diuraikan sebagai berikut:

- a. Menentukan aksioma dan aturan produksi;
- b. Menentukan nilai  $i$ , generasi, dan sudut fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil yang akan divisualisasi sebagai input.
- c. Menggambar fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil berdasarkan ketentuan pada langkah-langkah sebelumnya.

### **3.4 Analisis Hasil**

Hasil yang diperoleh dari pembuatan program adalah visualisasi dari fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil. Output yang didapat akan berupa visualisasi fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dengan menggunakan



aturan produksi yang didapat saat pada langkah pertama. Selain itu, juga akan didapat perbandingan karakteristik dari fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil disaat  $i = 1, 3, 5,$  dan  $7$ .



## BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

- a. Fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi  $i$  ganjil dapat dibangun dengan menggunakan *L-System* dengan cara mencari aturan produksinya berdasarkan bentuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil yang dihasilkan dengan menggunakan aturan penggambaran ganjil-genap.
- b. Beberapa karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi  $i$  ganjil yang di dapat adalah:
  1. Semakin besar generasi dan nilai  $i$  suatu fraktal, maka semakin besar pula jumlah segmen dan belokannya.
  2. Barisan jumlah segman fraktal *i-Fibonacci Word* akan dinyatakan sebagai  $\varphi(\mathcal{F})$ . Dalam hal ini didapatkan  $\varphi(\quad)$  merupakan subbarisan dari yang berjarak 3 suku setelah  $\quad$ .
  3. Semua anggota  $\varphi(\quad)$  selain  $i=1$  merupakan subbarisan dari kecuali suku pertama  $\varphi(\quad)$ . Setelah itu anggota  $\varphi(\quad)$  lainnya akan berjarak 3 suku setelah  $F_3$ .
  4. Segmen pada fraktal akan diregangkan seiring berkurangnya besar sudut belokan.
  5. Ukuran sumbu  $x$ ,  $y$  dan perbandingannya pada kurva fraktal yang telah divariasikan sudutnya akan naik pada rentang sudut tertentu.

### 5.2 Saran

Aturan produksi fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi ganjil dapat dibuat berdasarkan silver rasio yang terdapat pada fraktal tersebut. Sehingga dapat diketahui bentuk fraktal jika panjang dari silver rasio divariasikan.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Addison P.S. 1997. *Fractal and Chaos: An Illustrated Course*. London: Institute of Publishing.
- Abelson, H., & diSessa, A. A. 1980. *Turtle Geometry: The Computer as a Medium for Exploring Mathematics*. MIT Press.
- Alyagustin, R.D. Kusbudiono, dan Purnomo, K.D. 2015. *Variasi Fraktal Fibonacci Word*. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY 2015. Jember: Universitas Jember
- Amalia, D.R. 2018. Kajian Fraktal i-Fibonacci Word dengan Menggunakan L-System. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.
- Bartle, R.G., & Sherbert, D.R. 2012. *Introduction To Real Analysis*. Urbana-Champaign: University of Illinois.
- Dumaine, A.M. 2009. *The Fibonacci Word Fractal*. [http://www.mathcurve.com/fractals/fibonacci/The\\_Fibonacci\\_word\\_fractal.pdf](http://www.mathcurve.com/fractals/fibonacci/The_Fibonacci_word_fractal.pdf). [ diakses pada 29 Januari 2018]
- Iswanto, C.H. 2011. *Penerapan Stochastic L-system pada Pemodelan Pertumbuhan Batang Tanaman*. Jember: Universitas Jember.
- Mishra, J., dan Mishra, S. 2007. *L-System Fractal*. Netherland: Elsevier.
- Prusinkiewicz, P. and Lindenmayer, A. 1990. *The Algorithmic Beauty of Plants*. New York: Springer-Verlag.
- Ramirez, Jose L dan Rubiano, G N. 2014. *Properties and Generalizations of the Fibonacci Word Fractal*.
- Sahid. 2013. *Fraktal-Kurva yang Menyerupai Diri Sendiri*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

## LAMPIRAN

## Lampiran 4.1 Script Program

4.1.1 Script Program Fraktal *i-Fibonacci Word*  $i=1$ 

```

n='T';
iterasi=str2num(get(handles.edit5,'string'));
delta=str2num(get(handles.edit4,'string'));
xT=0;
yT=0;
T=['+LCC','-SC','-OCC','+LCC','-SC']
L=['+LCC','-SC','-OCC','+LCC','-SC','-PCC']
O=['-UCC','+RC','+TCC','-UCC','+RC']
P=['-PCC','+RC','+TCC','-UCC','+RC','+LCC']
R=['--','-SC','-OCC']
S=['++','+RC','+TCC']
U=['-UCC','+RC','+TCC','-UCC','+RC','+LCC']
C=[]
for k=1:iterasi
q=1;
for i=1:length(n)
if n(i)=='L'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(L)+q-1)=[n(i-1),L(2:length(L))];
else
j(q:length(L)+q-1)=L;
end
else
j(q:length(L)+q-1)=L;
end
else
j(q:length(L)+q-1)=L;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='T'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(T)+q-1)=[n(i-1),T(2:length(T))];
else
j(q:length(T)+q-1)=T;
end
else
j(q:length(T)+q-1)=T;
end
else

```

```
j(q:length(T)+q-1)=T;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='C'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(C)+q-1)=[n(i-1),C(2:length(C))];
else
j(q:length(C)+q-1)=C;
end
else
j(q:length(C)+q-1)=C;
end
else
j(q:length(C)+q-1)=C;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='O'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(O)+q-1)=[n(i-1),O(2:length(O))];
else
j(q:length(O)+q-1)=O;
end
else
j(q:length(O)+q-1)=O;
end
else
j(q:length(O)+q-1)=O;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='P'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(P)+q-1)=[n(i-1),P(2:length(P))];
else
j(q:length(P)+q-1)=P;
end
else
j(q:length(P)+q-1)=P;
end
else
j(q:length(P)+q-1)=P;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='R'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
```

```

if i~=3
j(q:length(R)+q-1)=[n(i-1),R(2:length(R))];
else
j(q:length(R)+q-1)=R;
end
else
j(q:length(R)+q-1)=R;
end
else
j(q:length(R)+q-1)=R;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='S'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(S)+q-1)=[n(i-1),S(2:length(S))];
else
j(q:length(S)+q-1)=S;
end
else
j(q:length(S)+q-1)=S;
end
else
j(q:length(S)+q-1)=S;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='U'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(U)+q-1)=[n(i-1),U(2:length(U))];
else
j(q:length(U)+q-1)=U;
end
else
j(q:length(U)+q-1)=U;
end
else
j(q:length(U)+q-1)=U;
end
q=length(j)+1;
end
end
aT=pi/2;
ind=0;

for i=1:length(j)
cmdt=j(i);
switch cmdt

```

```
case '+'
    aT=aT+delta;
case '-'
    aT=aT-delta;
otherwise
    ind=ind+1;
    xTbar(ind)=xT(ind)+cos(aT);
    yTbar(ind)=yT(ind)+sin(aT);
    xT(ind+1)=xTbar(ind);
    yT(ind+1)=yTbar(ind);
end
end

n=j;
j='';
disp(['generasi ke' num2str(k)]);
disp(n);
disp('');
plot(xT,yT)
end

l=0;o=0;p=0;r=0;s=0;t=0;u=0;c=0;
for i=1:length(n)
if n(i)=='L'
l=l+1;
elseif n(i)=='O'
o=o+1;
elseif n(i)=='C'
c=c+1;
elseif n(i)=='P'
p=p+1;
elseif n(i)=='R'
r=r+1;
elseif n(i)=='S'
s=s+1;
elseif n(i)=='T'
t=t+1;
elseif n(i)=='U'
u=u+1;
end
end
t=l+o+p+r+s+t+u+c;
disp(['jumlah segmen = ' num2str(t)]);
set(handles.text11,'string',t);
pl=0; mn=0;
to=t-c-1;
disp(['jumlah belokan = ' num2str(to)]);
set(handles.text10,'string',to);
tx=abs(max(xT)-min(xT))
set(handles.text13,'string',tx);
```

```
ty=abs (max (yT) -min (yT) )
set (handles.text16, 'string', ty);
```

#### 4.1.2 Script Program Fraktal *i-Fibonacci Word i Ganjil*

```
n='Q';
gen=str2num (get (handles.edit1, 'string'));
iterasi=str2num (get (handles.edit3, 'string'));
delta=str2num (get (handles.edit2, 'string'));
xT=0
yT=0
a='-A+A';
b='+A-A';
for i=1:(gen-3)/2
AA (4*i-3:4*i)=a;
BB (4*i-3:4*i)=b;
end
if gen==3
AA=''; BB='';
end
T=['+L', '-SC', '-O', '+L', AA, '-SC', AA]
L=['+L', '-SC', '-O', '+L', AA, '-SC', '-P', BB]
O=['-U', '+RC', '+T', '-U', BB, '+RC', BB]
P=['-P', '+RC', '+T', '-U', BB, '+RC', '+L', AA]
Q=['+D', '+T', '-U', BB, '+RC', BB, ]
R=['--', '-SC', '-O', BB]
S=['++', '+RC', '+T', AA]
U=['-U', '+RC', '+T', '-U', BB, '+RC', '+L', AA]
C=[]
D=[]
m=n;
for k=1:iterasi
q=1;
for i=1:length (n)
if n (i)=='Q'
if k~=1
if n (i-1)=='+' || n (i-1)=='-'
if i~=3
j (q:length (Q)+q-1)=[n (i-1), Q (2:length (Q))];
else
j (q:length (Q)+q-1)=Q;
end
else
j (q:length (Q)+q-1)=Q;
end
else
j (q:length (Q)+q-1)=Q;
end
q=length (j)+1;
elseif n (i)=='L'
if k~= 1
```



```
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(L)+q-1)=[n(i-1),L(2:length(L))];
else
j(q:length(L)+q-1)=L;
end
else
j(q:length(L)+q-1)=L;
end
else
j(q:length(L)+q-1)=L;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='C'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(C)+q-1)=[n(i-1),C(2:length(C))];
else
j(q:length(C)+q-1)=C;
end
else
j(q:length(C)+q-1)=C;
end
else
j(q:length(C)+q-1)=C;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='T'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(T)+q-1)=[n(i-1),T(2:length(T))];
else
j(q:length(T)+q-1)=T;
end
else
j(q:length(T)+q-1)=T;
end
else
j(q:length(T)+q-1)=T;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='O'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(O)+q-1)=[n(i-1),O(2:length(O))];
else
j(q:length(O)+q-1)=O;
end
end
```

```
else
j(q:length(O)+q-1)=O;
end
else
j(q:length(O)+q-1)=O;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='P'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(P)+q-1)=[n(i-1),P(2:length(P))];
else
j(q:length(P)+q-1)=P;
end
else
j(q:length(P)+q-1)=P;
end
else
j(q:length(P)+q-1)=P;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='R'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(R)+q-1)=[n(i-1),R(2:length(R))];
else
j(q:length(R)+q-1)=R;
end
else
j(q:length(R)+q-1)=R;
end
else
j(q:length(R)+q-1)=R;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='S'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(S)+q-1)=[n(i-1),S(2:length(S))];
else
j(q:length(S)+q-1)=S;
end
else
j(q:length(S)+q-1)=S;
end
else
j(q:length(S)+q-1)=S;
end
```

```

q=length(j)+1;
elseif n(i)=='D'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(D)+q-1)=[n(i-1),D(2:length(D))];
else
j(q:length(D)+q-1)=D;
end
else
j(q:length(D)+q-1)=D;
end
else
j(q:length(D)+q-1)=D;
end
q=length(j)+1;
elseif n(i)=='U'
if k~= 1
if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
if i~=3
j(q:length(U)+q-1)=[n(i-1),U(2:length(U))];
else
j(q:length(U)+q-1)=U;
end
else
j(q:length(U)+q-1)=U;
end
else
j(q:length(U)+q-1)=U;
end
q=length(j)+1;
end
end
aT=pi/2;
ind=0;

for i=1:length(j)
cmdt=j(i);
switch cmdt
case '+'
aT=aT+delta;
case '-'
aT=aT-delta;
otherwise
ind=ind+1;
xTbar(ind)=xT(ind)+cos(aT);
yTbar(ind)=yT(ind)+sin(aT);
xT(ind+1)=xTbar(ind);
yT(ind+1)=yTbar(ind);
end
end

```

```
end
```

```
n=j;
j='';
disp(['generasi ke' num2str(k)]);
disp(n);
disp(' ');
plot(xT,yT,'black','LineWidth',1.5);
end
l=0;o=0;p=0;q=0;r=0;s=0;t=0;u=0;a=0;b=0;c=0;d=0;
for i=1:length(n)
if n(i)=='L'
l=l+1;
elseif n(i)=='O'
o=o+1;
elseif n(i)=='D'
d=d+1;
elseif n(i)=='P'
p=p+1;
elseif n(i)=='C'
c=c+1;
elseif n(i)=='B'
b=b+1;
elseif n(i)=='Q'
q=q+1;
elseif n(i)=='R'
r=r+1;
elseif n(i)=='S'
s=s+1;
elseif n(i)=='T'
t=t+1;
elseif n(i)=='U'
u=u+1;
elseif n(i)=='A'
a=a+1;
end
end
t=l+o+p+q+r+s+t+u+a+b+c+d;
disp(['jumlah segmen = ' num2str(t)]);
set(handles.text11,'string',t);
pl=0; mn=0;
to=t-c-1;
disp(['jumlah belokan = ' num2str(to)]);
set(handles.text10,'string',to);
tx=abs(max(xT)-min(xT))
set(handles.text13,'string',tx);
ty=abs(max(yT)-min(yT))
set(handles.text16,'string',ty);
xy=ty/tx
set(handles.text17,'string',xy);
```