PENERAPAN METODE *ENSEMBLE KALMAN FILTER* PADA PENGENDALIAN HAYATI HAMA ULAT TANAMAN EDAMAME

TESIS

Oleh:

Emil Gufron
NIM 151820101021

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018

PENERAPAN METODE *ENSEMBLE KALMAN FILTER* PADA PENGENDALIAN HAYATI HAMA ULAT TANAMAN EDAMAME

TESIS

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Magister Matematika (S2) dan mencapai gelar Magister Sains

Oleh:

Emil Gufron
NIM 151820101021

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan segala puji bagi Allah yang dengan nikmat-Nya sempurnalah semua kebaikan, tesis ini saya persembahkan untuk:

1. Ibu Siti Aminah dan Bapak Suryadi tercinta atas doa, kasih saying tanpa batas, perhatian, dan segala kebaikan yang telah diberikan, semoga Allah selalu melindungi mereka dan memberikan umur panjang.
2. Guru rohaniku KHR. Cholil As'ad Samsul Arifin yang selalu memberikanku dukungan dan doa dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
3. Istriku tercinta Durrotul Qomariyah yang selalu menemani dan memberikan semangat dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
4. Saudara-sudaraku yang selalu memberikan dukungan, nasehat, keceriaan dan inspirasi.
5. Para pengajar dan pendidik sejak sekolah dasar sampai perguruan tinggi yang telah memberikan ilmu serta membimbing dengan penuh kesabaran.
6. Almamater Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

MOTO

"Kamu sungguh-sungguh akan diuji terhadap hartamu dan dirimu. Dan (juga) kamu benar-benar akan mendengar dari orang-orang yang diberi Al-Kitab sebelum kamu dan dari orang-orang yang mempersekutukan Allah, gangguan yang banyak yang menyakitkan hati. Jika kamu bersabar dan bertakwa, maka sesungguhnya yang demikian itu termasuk urusan yang patut diutamakan"
(QS. Ali' Imron: 186)

"Allah tidak membebani seseorang itu melainkan sesuai dengan kesanggupannya"
(QS. Al-Baqarah: 286)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Emil Gufron

NIM : 151820101021

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Penerapan Metode *Ensemble Kalman Filter* pada Pengendalian Hayati Hama Ulat Tanaman Edamame" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2018

Yang menyatakan,

Emil Gufron

NIM 151820101021

TESIS

PENERAPAN METODE *ENSEMBLE KALMAN FILTER* PADA PENGENDALIAN HAYATI HAMA ULAT TANAMAN EDAMAME

Oleh

Emil Gufron
NIM 151820101021

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama	: Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si.
Dosen Pembimbing Anggota	: Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Tesis berjudul “Penerapan Metode *Ensemble Kalman Filter* pada Pengendalian Hayati Hama Ulat Tanaman Edamame” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,	Anggota I,
Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si. NIP. 197006061998031003	Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. NIP. 196908281998021001
Anggota II,	Anggota III,
Dr. Alfian Futuhul Hadi S.Si., M.Si. NIP. 198202162006042002	Kusbudiono, S.Si., M.Si. NIP. 197704302005011001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Jember

Drs. Sujito, Ph. D.

NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Penerapan Metode *Ensemble Kalman Filter* pada Pengendalian Hayati Hama Ulat Tanaman Edamame; Emil Gufron, 151820101021; 2018; 65 halaman; Program Studi Magister Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Edamame merupakan kedelai asal Jepang yang sering dikonsumsi sebagai camilan karena memiliki banyak manfaat bagi kesehatan. Namun, produksi edamame mengalami penurunan yang disebabkan oleh banyak faktor, diantaranya faktor fisik dan faktor biologis. Dari faktor biologis, salah satu ancaman bagi kedelai edamame di Indonesia adalah serangan dari hama ulat *Anticarsia gematalis*. Pengendalian hama dapat dilakukan dengan berbagai cara, salah satunya yaitu pengendalian hayati dengan penyebaran musuh utama. Musuh alami ulat edamame adalah tawon dan laba-laba (*Nabis spp*, *Geocoris*, *Aracid* dan sebagainya).

Pada penelitian ini, diambil model matematis *prey-predator* pengendalian hayati ulat *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran tawon/laba-laba dari penelitian Cardoso dkk (2009). Kemudian model tersebut ditambah dengan model pertumbuhan edamame, sehingga terbentuk model *prey-predator* dua tahap. Edamame dimakan oleh ulat, selanjutnya ulat dimakan oleh tawon/laba-laba. Penambahan model untuk pembentukan model *prey-predator* dua tahap ini didasarkan pada asumsi-asumsi berikut.

a. Populasi edamame (P) mengalami pertumbuhan dengan tingkat pertumbuhan a serta mengalami kerusakan alami dengan tingkat kerusakan b, atau dapat ditulis $(a-b)P$. Antar edamame mengalami persaingan pertumbuhan yang dipengaruhi daya dukung lingkungan K atau ditulis $-\frac{a}{K}P^2$.
b. Populasi edamame (P) mengalami kerusakan akibat populasi ulat *Anticarsia gematalis* (X) yang direpresentasikan dengan $-\alpha PX$, dimana α merupakan tingkat berkurangnya populasi edamame akibat interaksi dengan ulat.

c. Populasi ulat *Anticarsia gematalis* (X) mengalami peningkatan seiring meningkatnya populasi edamame (P) atau dituliskan dengan βPX, dimana β adalah tingkat pertumbuhan populasi ulat karena interaksi dengan edamame.

Berdasarkan asumsi-asumsi di atas serta model *prey-predator* dari penelitian Cardoso dkk (2009), didapatkan model dinamik *prey-predator* dua tahap baru sebagai berikut.

$$\dot{P} = (a-b)P - \alpha PX - \frac{a}{K}P^2$$
$$\dot{X} = \beta PX + (c - dX - \gamma Y - e)X$$
$$\dot{Y} = (\delta X - f)Y$$

Dari model di atas terdapat enam kesetimbangan model yaitu titik setimbang kepunahan setiap populasi, titik setimbang kepunahan populasi ulat dan tawon/laba-laba, titik setimbang kepunahan populasi edamame dan tawon/laba-laba, titik setimbang kepunahan edamame, titik setimbang kepunahan tawon/laba-laba, dan titik setimbang tidak ada kepunahan.

Model dinamik *prey-predator* dua tahap ini dilakukan diskritisasi kemudian diselesaikan menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF. Dari penyelesaian model menggunakan EnKF dengan jumlah *Ensemble* yang digunakan yaitu $Ne = 300$ serta variansi *noise* sistem dan *noise* pengukuran yang digunakan yaitu $Q_t = 0{,}00001$ dan $R_t = 0{,}00001$ dihasilkan:

a. Rata-rata *norm kovariansi error* sangat kecil yaitu $2{,}9972 \times 10^{-10}$, artinya estimasi yang didapatkan sangat baik atau mendekati nilai sebenarnya.
b. Pengendalian hama ulat pada tanaman edamame dapat dilakukan dengan mengurangi interaksi antara edamame dan ulat, misalnya dengan memberikan penghalang agar ulat tidak dapat memakan edamame. Selain itu, dengan memperbanyak penyebaran musuh alami ulat yaitu tawon/laba-laba, dapat mempercepat pengendalian populasi ulat. Dengan demikian, kerusakan edamame yang dialami oleh ulat dapat diminimumkan.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala kuasa-Nya sehingga penulis dapat menyelesaiakan tugas akhir yang berjudul "Penerapan Metode *Ensemble Kalman Filter* pada Pengendalian Hayati Hama Ulat Tanaman Edamame". Penulisan tugas akhir ini dilakukan guna memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S2) dan mencapai gelar Magister Sains pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Pada kesempatan ini, dengan segala hormat penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing utama dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing anggota yang telah membimbing dalam penulisan tugas akhir ini.
2. Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji I dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji II yang telah memberikan kritik dan saran.
3. Serta, beberapa pihak yang telah memberikan semangat dan doa.

Penulis menyadari bahwa penulisan ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharap kritik dan saran demi kesempurnaan penelitian selanjutnya. Semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Jember, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

.

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Edamame merupakan kedelai asal Jepang yang juga dikenal sebagai kedelai sayur. Edamame dipanen saat masih muda dan hijau atau sekitar umur 58 - 70 hari. Edamame sering dikonsumsi sebagai camilan dengan cara direbus (Kartahadimaja, 2010). Edamame memiliki rasa manis dan teksturnya tidak terlalu renyah jika dibandingkan dengan kacang kedelai yang sudah matang. Terdapat dua jenis edamame yang umum dijual di pasaran, yaitu SLB (*Salt Long Blanching*) dan LB (*Long Blanching*). Edamame SLB memiliki cita rasa asin karena sebelumnya direndam oleh garam dapur sedangkan edamame LB bercita rasa manisnya buah kedelai. Edamame sering disajikan di restoran Jepang ataupun dijual dalam keadaan beku. Edamame tidak mengandung kolesterol dan lemak jenuh sehingga aman dijadikan *snack*. Selain rasanya yang enak, edamame juga memiliki banyak manfaat bagi kesehatan dan dikategorikan sebagai *Healthy Food* yang penggunaannya tidak hanya untuk konsumsi.

Di Indonesia, edamame mulai ditanam pada tahun 1990 di Gadog, Bogor Jawa Barat dan hasilnya dipasarkan dalam bentuk segar di pasar dalam negeri. Pada tahun 1992 edamame dicoba pula pengembangannya di Jember dan sejak tahun 1995 hasilnya mulai dipasarkan dalam bentuk segar beku dan diekspor ke Jepang (Soewanto, dkk, 2007).

Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (2011), produksi kedelai edamame mengalami penurunan Penyebab turunnya produksi kedelai disebabkan oleh banyak faktor, diantaranya faktor fisik dan faktor biologis. Dari faktor biologis, salah satu ancaman pengembangan kedelai di Indonesia adalah gangguan hama dan penyakit. Serangan tersebut terjadi sejak dalam proses kedelai edamame ditanam sampai proses panen yang dapat menyerang seluruh bagian tanaman kedelai edamame sehingga dapat menurunkan hasil kedelai (Marwoto, 2007). Terdapat banyak jenis hama yang dapat menyerang tanaman edamame diantaranya adalah lalat kacang, ulat dan penggerek batang (Hidayat, 2016). Salah satu jenis ulat penyerang tanaman edamame yaitu *Anticarsia gematalis* (Cardoso, dkk. 2009).

Serangan yang terjadi pada tanaman edamame oleh hama dan penyakit berbeda-beda. Oleh karena itu, gejala yang muncul perlu diidentifikasi dengan teliti, sehingga dapat diketahui upaya pengendalian yang cepat dan efektif. Pengendalian populasi hama dapat dilakukan dengan berbagai cara, yaitu pemberian insektisida dan pengendalian hayati. Namun, pemberian insektisida secara berlebih dapat merusak ekosistem dari lahan edamame, sedangkan pengendalian hayati berupa penyebaran musuh utama hama lebih ramah lingkungan. Musuh alami ulat edamame adalah tawon dan laba-laba (*Nabis spp, Geocoris, Aracid* dan sebagainya) (Cardoso dkk., 2009). Terdapat beberapa penelitian telah mengkaji pengendalian hayati untuk mengendalikan hama, yaitu dengan cara pelepasan musuh (*predator*) alami, salah satunya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Geremias dan Parra (2014) tentang Penyebaran *Trichogramma galloi* pada tanaman jagung untuk mengontrol populasi hama *Diatraea saccharalis*. Keberadaan musuh alami dapat menurunkan populasi dari hama penggerek batang tanpa merusak ekosistem di sekitar area tanaman jagung.

Pengendalian hama dapat dimodelkan secara matematis yang biasa disebut sebagai model *prey-predator*, yang mana hama sebagai mangsa (*prey*) dan musuh dari hama sebagai pemangsa (*predator*). Model matematika *prey-predator* merupakan Persamaan diferensial yang juga disebut sebagai sistem dinamik non-linier. Peneliti yang telah mengkaji pengendalian hayati secara matematis adalah Rafikov dan Limeira (2012) yang meneliti pengendalian hayati model matematika telur hama penggerek tanaman tebu. Selain itu, Nugroho (2016) menerapkan metode Runge-Kutta dan kontrol optimal pada pengendalian hayati hama penggerek tanaman jagung. Dengan adanya kontrol optimal, populasi hama penggerek jagung dapat ditekan berada di bawah *injury level* sehingga tidak merusak secara ekonomis.

Model dinamik non-linier *prey-predator* dapat diselesaikan melalui beberapa metode, salah satunya dengan metode estimasi. Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) merupakan salah satu metode estimasi yang umum digunakan untuk menyelesaikan model dinamik non-linier. Beberapa penelitian tentang estimasi sistem dinamik non-linier dengan menerapkan metode EnKF telah banyak berkembang. Beberapa diantaranya yaitu estimasi populasi plankton oleh Purnomo (2008), estimasi kecepatan kapal selam yang dilakukan oleh Fitria (2011), dan penerapan metode EnKF pada model pertumbuhan logistik oleh Fitriani (2012). Penelitian-penelitian tersebut menyatakan bahwa metode EnKF dapat diterapkan untuk mengestimasi sistem non-linier dengan baik. Selain itu, dalam penelitian Fitriani (2012) menyatakan bahwa metode EnKF dapat pula menerapkan teknik asimilasi data yang merupakan teknik penambahan data yang bertujuan untuk mendapatkan hasil estimasi yang lebih baik. Penelitian lain yang menerapkan EnKF adalah Herawati (2013) yang menyelesaikan model pengaruh terapi pengobatan terhadap dinamika virus HIV dalam tubuh.

Berdasarkan uraian di atas, maka hal yang menjadi bahasan menarik yang akan diteliti adalah bagaimana cara mengendalian hama ulat tanaman edamame secara alami dengan penyebaran musuh alaminya (tawon atau laba-laba) melalui suatu penyelesaian model matematis dengan metode *Ensemble Kalman Filter*. Selain itu, penulis juga akan menambahkan model matematis pertumbuhan Edamane, yang diharapkan dari pemodelan ini dapat dilihat pengaruh pengendalian hama ulat tanaman edamame terhadap pertumbuhan edamame tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

a. Bagaimana titik kesetimbangan dari model matematis pengendalian hama *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon/laba-laba) terhadap pertumbuhan edamame?
b. Bagaimana formulasi dan solusi penyelesaian model matematis pengendalian hama *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon/laba-laba) terhadap pertumbuhan edamame menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang akan dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

a. Menentukan titik kesetimbangan dari model matematis pengendalian hama *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon/laba-laba) terhadap pertumbuhan edamame.
b. Menentukan solusi penyelesaian model matematis pengendalian hama *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon/laba-laba) terhadap pertumbuhan edamame menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Menambah wawasan tentang aplikasi matematika di bidang biologi yang berhubungan dengan *prey-predator*.
b. Memberi informasi tentang tingkat kerusakan edamame akibat populasi hama ulat *Anticarsia gematalis*, sehingga dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam pengendaliannya melalui penyebaran musuh alami hama ulat *Anticarsia gematalis* yaitu tawon/laba-laba.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini akan dibahas mengenai dasar teori yang diawali dengan pengendalian hayati hama tanaman edamame, kemudian model *prey-predator* dan titik kesetimbangannya. Setelah itu dilanjutkan dengan metode *Kalman Filter*, metode *Ensemble Kalman Filter*, diskritisasi, penambahan faktor stokastik, dan *norm* kovariansi *error*, serta pemrograman komputer.

2.1 Pengendalian Hayati Hama Tanaman Edamame

Rendahnya hasil produksi edamame dalam pertanian dapat disebabkan oleh beberapa faktor, yaitu faktor fisik (iklim, jenis tanah dan lahan) dan faktor biologis (varietas, hama, penyakit dan gulma) (BPS, 2011). Dari faktor biologis, salah satunya adalah ancaman hama. Terdapat banyak jenis hama yang dapat menyerang tanaman edamame diantaranya adalah lalat kacang, ulat dan penggerek batang (Hidayat, 2016). Salah satu jenis ulat penyerang tanaman edamame yaitu *Anticarsia gematalis* (Cardoso, dkk. 2009).

Metode pengendalian hama dalam pertanian kebanyakan berdasarkan pada penggunaan insektisida. Namun, pengaplikasian insektisida ini dapat menyebabkan meningkatnya kekebalan hama terhadap insektisida yang digunakan. Selain itu, penggunaan insektisida dapat mengurangi musuh alami dari hama dan juga penggunaan dalam jangka panjang dapat berpengaruh pada ekosistem, serta efek negatif lainnya (Rafikov dan Balthazar, 2005).

Pengendalian Hama Terpadu (PHT) merupakan upaya yang dilakukan untuk menekan populasi hama. PHT mengintegrasikan komponen pengendalian yang selaras terbukti meningkatkan hasil produksi. Sistem PHT melibatkan keseluruhan komponen yang memiliki peluang untuk menekan atau mencegah hama untuk mencapai ambang batas populasi merusak secara ekonomi (*economic injury level*). Salah satu cara PHT yang dapat digunakan yaitu dengan menggunakan musuh alami dari hama tersebut (Nugroho, 2016). Contoh musuh alami hama ulat edamame (*Anticarsia gematalis*) adalah tawon dan laba-laba, atau dalam istilah ilmiahnya disebut *Nabis spp*, *Geocoris*, *Aracnid*, dan sebagainya (Cardoso dkk., 2009).

2.2 Model *Prey-Predator* dan Titik Kesetimbangannya

Interaksi antara hama (*prey*) dan musuhnya (*predator*) dapat dimodelkan secara matematis dengan Persamaan diferensial Lotka-Volterra, yang dikenal sebagai sistem dinamik non-linier (Freeman dan Primbs, 1996) sebagai berikut.

$$\dot{X} = (c - dX - \gamma Y - e)X \tag{2.1}$$

$$\dot{Y} = (\delta X - f)Y \tag{2.2}$$

dimana

X : kepadatan ulat *Anticarsia gematalis* (ekor/m^2)

Y : kepadatan tawon/laba-laba (ekor/m^2)

c : tingkat pertumbuhan alamai ulat *Anticarsia gematalis* (1/hari)

d : tingkat kompetisi antar ulat *Anticarsia gematalis* (1/hari)

γ : tingkat berkurangnya populasi ulat *Anticarsia gematalis* akibat interaksinya dengan tawon/laba-laba (1/ekor/hari)

δ : tingkat pertumbuhan populasi tawon/laba-laba karena interaksinya dengan ulat *Anticarsia gematalis* (1/ekor/hari)

e : tingkat kematian alami ulat *Anticarsia gematalis* (1/hari)

f : tingkat kematian alami tawon/laba-laba (1/hari)

Pengendalian hayati hama (*prey*) dengan penyebaran musuh alaminya (*predator*) harus tidak merusak ekosistem atau dengan kata lain terdapat kesetimbangan. Titik kesetimbangan dari suatu model sistem Persamaan diferensial seperti pada Persamaan (2.3)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

dapat diperoleh jika dipenuhi

$$\left.\begin{array}{c} f_1(t, x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \\ f_2(t, x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \\ \vdots \\ f_n(t, x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \end{array}\right\} \tag{2.4}$$

Nilai $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ yang memenuhi Persamaan (2.4) disebut titik kesetimbangan. Untuk menentukan sifat kestabilan dari titik setimbang model, maka perlu dicari terlebih dahulu nilai *eigen*-nya. Karena model yang digunakan merupakan sistem Persamaan non-linier maka perlu dilakukan linierisasi dengan menggunakan matriks Jacobian, agar memudahkan untuk menganalisis karakteristiknya.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x_1,x_2,\dots,x_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Selanjutnya dapat dilakukan analisis kestabilan di setiap titik setimbang dari model berdasarkan teori berikut.

Misal A adalah matriks $n \times n$ maka sebuah vektor taknol x di dalam R^n disebut vektor *eigen* dari A jika untuk skalar λ, yang disebut nilai *eigen* dari A, berlaku

$$Ax = \lambda x \tag{2.6}$$

Vektor x disebut vektor *eigen* yang bersesuaian dengan nilai *eigen* λ. Untuk mencari nilai *eigen* berukuran $n \times n$ maka Persamaan (2.5) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Ax = \lambda I x$$

$$(\lambda I - A)x = (A - \lambda I)x = 0 \tag{2.7}$$

dengan I matriks identitas. Persamaan (2.6) mempunyai solusi taknol jika dan hanya jika

$$\det(\lambda I - A) = 0 \tag{2.8}$$

Persamaan (2.7) disebut persamaan karakteristik dari A (Anton dan Rorres, 2004).

Setelah didapatkan nilai *eigen*, dapat ditentukan kestabilan dari titik setimbang tersebut. Sifat-sifat stabilitas titik setimbang dapat dilihat berdasarkan kriteria kestabilan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Kriteria Kestabilan

Nilai Eigen	Tipe	Kestabilan
$\lambda_1, \lambda_2 > 0$	*Node*	Tidak Stabil
$\lambda_1, \lambda_2 < 0$	*Node*	Stabil Asimtotik
$\lambda_1 < 0 < \lambda_2$	*Saddle Point*	Tidak Stabil
$\lambda_1 > 0 > \lambda_2$	*Saddle Point*	Tidak Stabil
λ_1, λ_2 Kompleks, Re $\lambda_i < 0$	*Spiral*	Stabil Asimtotik
λ_1, λ_2 Kompleks, Re $\lambda_i > 0$	*Spiral*	Tidak Stabil
λ_1, λ_2 Kompleks, Re $\lambda_i = 0$	*Limit Cycle*	Stabil

(Boyce dkk., 2009).

2.3 Metode *Kalman Filter*

Kalman Filter (KF) merupakan suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik linear diskrit yang meminimumkan kovarian *error* estimasi. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Rudolp E. Kalman pada tahun 1960. Sistem dinamik stokastik linier diskrit secara umum berbentuk:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \tag{2.9}$$

dengan pengukuran $z_k \in R^p$ yang memenuhi

,

$$z_k = H_k x_k + v_k \tag{2.10}$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k). \tag{2.11}$$

dengan:

x_0 : inisial dari sistem;

x_{k+1} : variabel keadaan sistem pada waktu $k+1$ dan berdimensi n×1;

x_k : variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai estimasi awalnya $\bar{x}_0$ dan kovarian awal $P_{x_0}, x_k \in R^n$;

u_k : vektor masukan deterministik pada waktu k, $u_k \in R^n$;

w_k : *noise* pada sistem dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian Q_k;

z_k : variabel pengukuran, $z_k \in R^m$;

v_k : *noise* pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k;

A_k, B_k, H_k : matriks-matriks dengan nilai elemen-elemennya adalah koefisien variabel keadaan sistem.

Variabel $w_k \sim N(0, Q_k)$ dan $v_k \sim N(0, R_k)$ ini diasumsikan *white* (berdistribusi dengan mean 0), tidak berkolerasi satu sama lain maupun dengan nilai estimasi awal $\bar{x}_0$, proses estimasi KF dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (*time update*) dan selanjutnya tahap koreksi (*measurement update*) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi. Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan Persamaan estimasi variabel keadaan dan tingkat akurasinya dihitung menggunakan Persamaan kovariansi *error*.

Pada tahap koreksi hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error*. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi *error* estimasi $(x_{k-}\bar{x}_{k,}), \bar{x}_k$. Algoritma KF selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Algoritma *Kalman Filter* (KF)

Model Sistem dan Model Pengukuran	$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$ $z_k = H_k x_k + v_k$ $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}); w_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi	Estimasi : $\hat{x}_k^{-} = A_k x_k + B_k u_k$ Kovarian *Error* : $P_k^- = A_k P_k A_k^T + Q$
Tahap Koreksi	*Kalman Gain* : $K_k = P_k^- H_k^T \left(H_k P_k^- H_k^T + R\right)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k \hat{x}_k^-)$ Kovarian *Error* : $P_k = [I - K_k H_k] P_k^-$

Pada Tabel 2.2 menunjukkan algoritma KF yang terdiri dari empat bagian, diantaranya bagian pertama mendefinisikan model sistem dan model pengukuran, bagian kedua merupakan nilai awal (inisialisasi), selanjutnya ketiga dan keempat masing-masing tahap prediksi dan koreksi (Purnomo, 2008).

2.4 Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma *Kalman Filter* yang dapat digunakan untuk mengestimasi model linear maupun nonlinear. Metode EnKF pertama kali dikembangkan oleh G. Evensen pada tahun 1992-1993 pada saat mencoba mengimplementasikan metode *Extended Kalman Filter* (EKF) untuk asimilasi data pada suatu model. Linierisasi dalam metode EKF ternyata menyebabkan kovariansi *error*-nya membesar menuju takhingga. Selanjutnya pada tahun 1994 G. Evensen telah memperkenalkan ide penggunaan sejumlah *ensemble* untuk mengestimasi kovariansi *error* pada tahap *forcasting* pada masalah yang sama.

Proses estimasi pada EnKF diawali dengan membangkitkan sejumlah N_e *ensemble* dengan mean 0 dan kovariansi konstan. *Ensemble* yang dibangkitkan dilakukan secara random dan berdistribusi *norm*al. Berdasarkan eksperimen, pada umumnya jumlah anggota *ensemble* yang mencukupi adalah 100-500 (Evensen, 2003).

Secara umum algoritma EnKF juga terdiri dari dua tahap yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Pada metode EnKF terlebih dahulu dihitung mean *ensemble*-nya sebelum masuk ke tahap prediksi yaitu:

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N_e}\sum_{i=1}^{N_e}\left(x_{k,i}\right), \tag{2.12}$$

dimana N_e adalah banyaknya *ensemble* yang dibangkitkan dan $x_{k,i}$, merupakan nilai *ensemble* yang dibangkitkan.

Bentuk umum sistem dinamik pada EnKF adalah:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k, \tag{2.13}$$

dengan pengukuran linier $z \in R^m$ yaitu:

$$z_k = Hx_k + v_k, \tag{2.14}$$

$$x_0 \sim N\left(\overline{x_0}, P_{x_0}\right); w_k \sim N(0, Q_k); \boldsymbol{v}_k \sim N(0, R_k) \tag{2.15}$$

Misalkan akan dibangkitkan sejumlah N_e ensemble untuk $x_{0,i} = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3} \quad \cdots \quad x_{0,N_e}]$, dengan i= 1, 2, 3, ... , N_e.
Selanjutnya diperoleh mean *ensemble* yaitu pada Persamaan (2.12). Mean *ensemble* ini digunakan untuk menghitung estimasi $\hat{x}_k^-$ pada tahap prediksi (*time update*) dan $\hat{x}_k$ pada tahap koreksi (*meansurement update*). Sedangkan untuk menghitung kovariansi *error* P_k^- pada tahap prediksi menggunakan

$$P_k = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T \qquad (2.16)$$

Pada EnKF, *noise* sistem w_k pada tahap prediksi dan *noise* pengukuran v_k pada tahap koreksi dibangkitkan dalam bentuk *ensemble*. Perlu diperhatikan bahwa algoritma EnKF tidak membutuhkan nilai awal kovariansi *error*. Sedangkan nilai awal $\hat{x}_0$ dihitung dari rata-rata *ensemble* $\hat{x}_0^-$ yang dibangkitkan pada tahap inisialisasi. Demikian juga, *noise* sistem w_{ki} pada tahap prediksi dan *noise* pengukuran v_{ki} pada tahap koreksi dibangkitkan dalam bentuk *ensemble* (Purnomo, 2008). Algoritma EnKF selengkapnya untuk mengestimasi penyelesaian model dapat dilihat pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

Model Sistem dan Model Pengukuran	$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$, $w_k \sim N(0, Q_k)$ $z_k = Hx_k + v_k$, $v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	Bangkitkan N_e *ensemble* sesuai estimasi awal $\bar{x}_0$ $x_{0,i} = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3} \quad \cdots \quad x_{0,N_e}]$ Tentukan nilai awal: $\hat{x}_k = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} (x_{0,i})$
Tahap Prediksi	$\hat{x}_{\bar{k},i} = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k,i}$ dengan $w_{k,i} \sim N(0, Q_k)$ Estimasi : $\hat{x}_k^- = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \hat{x}_{\bar{k},i}$ Kovarian *Error* : $P_k^- = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T$

Tahap Koreksi	$z_{k,i} = z_k + v_{k,i}$ dengan $v_{k,i} \sim N(0, R_k)$ *Kalman Gain* : $K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R_k)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k,i} = \hat{x}_{k,i}^- + K_k\left(z_{k,i} - H\hat{x}_{k,i}^-\right)$ $\hat{x}_k = \frac{1}{N_e}\sum_{i=1}^{N_e} \hat{x}_{k,i}$ Kovarian *Error* : $P_k = [I - K_k H] P_k^-$

(Purnomo. 2008).

2.5 Diskritisasi Model

Persamaan model dinamik *prey-predator* (2.1) dan (2.2) merupakan Persamaan kontinu. Untuk mengestimasi suatu sistem dinamik menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*, diperlukan model Persamaan dalam bentuk diskrit. Oleh karena itu, diperlukan diskritisasi model. Terdapat beberapa metode diskritisasi, salah satunya yaitu metode beda hingga maju. Misalkan jika $u = u(x)$ diekspansikan menurut deret Taylor, maka:

$$u(x+h) = u(x) + h\, u'^{(x)} + \frac{h^2}{2!}\, u''(x) + \ \dots$$

Oleh karena itu, diperoleh suatu sistem

$$u(x+h) - \ u(x) = h\, u'(x) + \ O(h^2)$$

$$\frac{u(x+h)-u(x)}{h} \approx u'(x) \qquad (2.17)$$

Persamaan (2.17) disebut Persamaan beda hingga maju. Jika menggunakan notasi beda hingga dengan $u(x = ih)$ dimana $h = \Delta x$ dan $i = 1, 2, 3, \dots$ maka Persamaan (2.17) menjadi sebagai berikut.

$$u' \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \qquad (2.18)$$

(Fitria, 2011).

2.6 Penambahan Faktor Stokastik

Model matematika dari suatu masalah adalah rumusan masalah dalam bentuk Persamaan matematika. Proses menerjemahkan masalah dalam bahasa umum (sehari-hari) ke dalam Persamaan matematika disebut pemodelan matematika. Dalam hal ini, dua jenis pemodelan matematika yang akan dibahas yaitu pemodelan deterministik dan stokastik. Pemodelan yang tidak memperhitungkan adanya sebaran harga disebut pemodelan deterministik. Dalam pemodelan ini peubah yang diamati dianggap tetap (*fixed*) dan tidak memiliki sebaran sehingga hubungan yang diperoleh merupakan hubungan matematika yang bersifat fungsional murni (misalnya, $y = f(x)$). Sedangkan pemodelan yang menganggap peubah harga berubah-ubah dengan sebaran tertentu (misalnya, *norm*al) disebut pemodelan stokastik. Hubungan yang diperoleh selain mengandung komponen fungsional, juga mengandung adanya galat yang merupakan peubah acak yang berdistribusi dengan sebaran tertentu. Jadi hubungan yang diperoleh menjadi $y = f(x, \alpha, \beta) + e$, dengan e adalah peubah acak (random) yang berdistribusi *norm*al (Tirta, 2009).

Suatu model deterministik dapat diubah menjadi model stokastik dengan cara menambahkan faktor stokastik (ketidakpastian). Misalkan diberikan pemodelan deterministik yaitu

$$x_{k+1} = f(x_k\,, u_k) \tag{2.19}$$

Persamaan (2.19) ditambahkan faktor stokastik dalam bentuk *noise* yang memiliki sebaran *norm*al yaitu w_k. Jadi Persamaan (2.19) berubah menjadi

$$x_{k+1} = f(x_k\,, u_k) + w_k \tag{2.20}$$

Persamaan (2.20) sudah dalam bentuk model stokastik karena terdapat variabel yang tidak pasti yaitu w_k (Riyanto, 2012).

2.7 *Norm* Kovariansi *Error*

Dalam proses estimasi *Kalman Filter* dikenal istilah *norm* kovariansi *error* yang erat kaitannya dengan kesimpulan baik tidaknya *Kalman Filter* untuk pengestimasian. Dengan kata lain, *norm* kovariansi *error* digunakan sebagai tolak ukur dalam pengestimasian suatu model pada metode *Kalman Filter*.

Norm matriks pada himpunan S yang memuat matriks-matriks berukuran $n \times n$, yaitu dituliskan dengan notasi $\|.\|$ atau biasanya sering disebut panjang/besar yang merupakan fungsi bernilai real dan positif (Purnomo, 2008).

Kovarian dari dua variabel acak x_1 dan x_2 ialah

$$cov\,(x_1, x_2) = E[(x_1 - \hat{x}_1)(x_2 - \hat{x}_2)] \tag{2.21}$$

Sedangkan kovarian dari vektor kolom $x = [x_1 .. x_n]^T$ didefinisikan sebagai:

$$cov\ (x) = E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T] \tag{2.22}$$

yang merupakan matriks simetris $n \times n$ dan definit positif jika tidak ada kebergantungan linier dari komponen x. Kovarian matriks adalah elemen diagonal merupakan varian yang juga menunjukkan sebaran x, elemen selain pada diagonal merupakan kovarian yang juga menunjukkan korelasi atau hubungan antar variabel x (*independent/dependent*) (Fitriani, 2012).

Secara umum matriks kovariansi *error* merupakan hubungan antara *error* dari masing-masing variabel dalam estimasi. Bentuk dari matriks kovariansi *error* didefinisikan sebagai *norm P*, maka $\|P\|$ merupakan besarnya matriks kovariansi *error*. Nilai dari $\|P\|$ sangat mempengaruhi hasil estimasi *Kalman Filter*. Semakin besar nilainya maka semakin besar hubungan/korelasi antara *error* variabelnya maka *error* yang dihasilkan akan semakin besar juga sehingga mempengaruhi estimasi yang dilakukan dan sebaliknya.

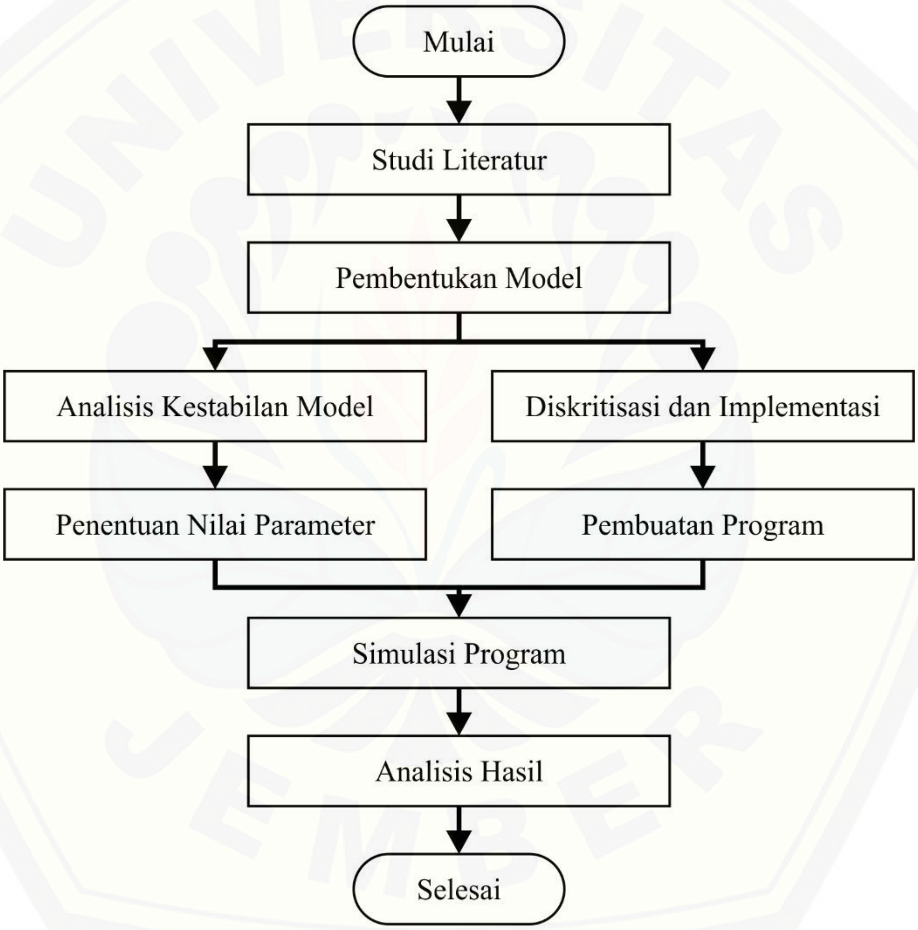
2.8 Pemrograman Komputer

MATLAB merupakan salah satu *software* pemrograman yang memiliki kemampuan yang tinggi dalam bidang komputasi, karena MATLAB memiliki kemampuan mengintegrasikan komputasi, visualisasi, dan pemrograman. Selain itu MATLAB merupakan sekumpulan fungsi-fungsi yang dapat dipanggil, dieksekusi, dan dibagi-bagi berdasarkan kegunaannya yang dikelompokan di dalam *toolbox* yang ada pada MATLAB.

Graphic User Interface (GUI) adalah bagian dari MATLAB yang memberikan atau memfasilitasi tampilan pilihan pada layar, yang biasanya berbentuk ikon (simbol gambar) atau menu (daftar karakter alfanumerik) sebagai sarana yang dapat digunakan pengguna untuk memberikan perintah dengan memasukkan data. GUI dapat dirancang dengan metode sederhana dan dengan menggunakan *tool* khusus. Hal ini menyebabkan perhitungan dari permasalahan dapat terselesaikan dengan cepat (Sugiharto, 2006).

BAB 3. METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan rumusan masalah yang akan dikaji dalam tugas akhir ini. Diantaranya yaitu studi literatur, pembentukan model, analisis kestabilan model, penentuan nilai parameter, diskritisasi model, implementasi metode EnKF, pembuatan program, simulasi program dan analisis hasil simulasi. Langkah-langkah yang akan dilakukan, ditunjukkan dengan skema seperti pada Gambar 3.1 berikut ini.



Gambar 3.1 Skema metode penelitian

Adapun penjelasan dari skema langkah-langkah metode penelitian pada Gambar 3.1 adalah sebagai berikut :

a. Studi Literatur

Studi literatur dilakukan dengan mencari dan mengkaji referensi yang berkaitan dengan metode *Ensemble Kalman Filter*, pertumbuhan edamame, model pengendalian hayati hama ulat tanaman edamame, serta metode untuk menganalisis hasil penyelesaian *Ensemble Kalman Filter*.

b. Pembentukan Model

Model dinamik *prey-predator* pada Persamaan (2.1) dan (2.2) pada tahap ini akan ditambah dengan model pertumbuhan edamame, sehingga menjadi model *prey-predator* dua tahap. Edamame dimakan oleh hama ulat *Anticarsia gematalis*, kemudian hama dimakan oleh *predator* (tawon/laba-laba). Hal ini ditujukan agar dapat dilihat pengaruh pengendalian hama dengan penyebaran musuh alami terhadap pertumbuhan edamame. Model pertumbuhan edamame dalam penelitian ini akan didasarkan pada asumsi-asumsi yang dipengaruhi oleh tingkat pertumbuhan alami, tingkat kerusakan alami, daya dukung lingkungan dan interaksi dari hama.

c. Analisis Kestabilan Model

Sistem Persamaan yang dibentuk pada tahap (b) merupakan sistem Persamaan differensial non-linier. Menurut Boyce dkk. (2009), kestabilan lokal titik kesetimbangan dari sistem non-linier ditentukan dengan terlebih dahulu melakukan linierisasi di sekitar titik kesetimbangan. Linierisasi tersebut menghasilkan matriks jacobi J. Nilai eigen dari matriks jacobi pada masing-masing titik kesetimbangan diperoleh dengan menyelesaikan Persamaan $\det(\lambda I - J) = 0$. Selanjutnya, kestabilan titik kesetimbangan dapat ditentukan dengan melihat nilai eigen tersebut yang memenuhi kondisi kestabilan sesuai pada Tabel 2.1.

d. Penentuan Nilai Parameter

Setelah didapatkan kondisi kestabilan, pengambilan nilai parameter harus memenuhi kondisi tersebut agar terjadi titik kesetimbangan pada waktu t. Nilai parameter pada model *prey-predator* dari hama ulat dan tawon/laba-laba akan didasarkan pada penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Cardoso dkk (2009) antara lain yaitu tingkat peningkatan *prey*, tingkat kompetisi antar *prey*, tingkat interaksi antara *prey* dan *predator*, dan tingkat kematian alami *predator*.

e. Diskritisasi dan Implementasi Metode EnKF

Model dinamik yang telah dibentuk pada tahap (b) merupakan Persamaan kontinu. Untuk mengestimasi suatu sistem dinamik menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter*, diperlukan model Persamaan dalam bentuk diskrit dengan proses diskritisasi model seperti pada subbab 2.5.

Model yang diperoleh selanjutnya diimplementasikan pada algoritma EnKF sesuai pada subbab 2.4. Jumlah *ensemble* yang akan dibangkitkan dalam hal ini adalah sebesar 300.

f. Pembuatan Program

Software yang akan digunakan untuk pembuatan program adalah *software* MATLAB. Program akan digunakan sebagai media simulasi penyelesaian model matematis pengendalian hama *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon atau laba-laba) terhadap pertumbuhan edamame menggunakan metode EnKF. Program akan dibuat dalam bentuk GUI yang berisi input parameter, input pupulasi awal, tombol, grafik perubahan populasi, nilai perubahan populasi dan grafik *norm* kovariansi error.

g. Simulasi Program

Langkah selanjutnya adalah menjalankan program yang telah dibuat pada tahap (e). Parameter-parameter diisi dengan nilai yang telah diperoleh pada tahap (d). Populasi awal dari edamame, hama ulat, dan musuh alami (tawon/laba-laba) diambil nilai sangat kecil namun tidak kosong. Kemudian dilakukan proses metode *Ensemble Kalman Filter* serta dilihat grafik perubahan populasi edamame, hama ulat dan musuh alami (tawon/laba-laba).

h. Analisis Hasil

Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisa untuk mengetahui perubahan grafik yang menampilkan pengaruh pengendalian hama *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon/laba-laba) terhadap pertumbuhan tanaman edamame. Sehingga dapat disimpulkan jumlah populasi *predator* yang akan disebar untuk menekan dan menstabilkan pertumbuhan populasi hama tanaman edamame.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan diambil kesimpulan sebagai berikut.

a. Terdapat enam titik kesetimbangan dari model dinamik pengendalian hama ulat *Anticarsia gematalis* dengan penyebaran musuh alaminya (tawon/laba-laba) terhadap pertumbuhan edamame yaitu titik setimbang kepunahan setiap populasi, titik setimbang kepunahan populasi ulat dan tawon/laba-laba, titik setimbang kepunahan populasi edamame dan tawon/laba-laba, titik setimbang kepunahan edamame, titik setimbang kepunahan tawon/laba-laba, dan titik setimbang tidak ada kepunahan.

b. Dari penyelesaian model menggunakan EnKF dengan jumlah *Ensemble* yang digunakan yaitu $Ne = 300$ serta variansi yang digunakan yaitu $Q_t = 0{,}00001$ dan $R_t = 0{,}00001$ dihasilkan:

   1) Rata-rata *norm kovariansi error* sangat kecil yaitu $2{,}9972 \times 10^{-10}$, artinya estimasi yang didapatkan sangat baik atau mendekati nilai sebenarnya.

   2) Pengendalian hama ulat pada tanaman edamame dapat dilakukan dengan mengurangi interaksi antara edamame dan ulat, misalnya dengan memberikan penghalang agar ulat tidak dapat memakan edamame. Selain itu, dengan memperbanyak penyebaran musuh alami ulat yaitu tawon/laba-laba, dapat mempercepat pengendalian populasi ulat. Dengan demikian, kerusakan edamame yang dialami oleh ulat dapat diminimumkan.

5.2 Saran

Saran untuk penelitian berikutnya dapat menambahkan asumsi-asumsi lain agar model lebih detail dan lebih riil. Penelitian selanjutnya juga dapat mengembangkan model dengan memisahkan Tawon dan Laba-laba sehingga terbentuk dua model *Predator*. Selain itu, peneliti lain dapat menggunakan metode penyelesaian yang berbeda, yaitu dengan metode numerik ataupun metode estimasi lain.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. dan C. Rorres. 2004. *Aljabar Linier Elementer Edisi 8*. Terjemahan Indriasari, R. dan I. Harmein. Jakarta: Erlangga.

Badan Pusat Statistik. 2012. *Luas Panen, Produktivitas dan Produksi Kedelai Nasional*. http//www.bps.go.id. [Diakses pada 10 April 2018].

Baharsjah, J.S. 1983. *Legum Pangan*. Bogor: Fakultas Pertanian Institut Pertanian Bogor.

Boyce, W.E., R.C, DiPrima, dan C.W. Haines. 2009. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York: Wiley.

Cardoso, R.T.N., A.R.d. Cruz, E.F. Wanner dan R.H.C. Takahashi. 2009. Multi-Objective Evolutionary Optimization of Biological Pest Control with Impulsive Dynamics in Soybean Crops. *Bulletin of Mathematical Biology*, 71: 1463-1481.

Evensen G. 2003. The Ensemble Kalman Filter: Theoretical Formulation and Practical Implementation. *Ocean Dinamic*, 53: 343-367.

Fitria, R. 2011. Implementasi *Ensemble Kalman Filter* pada Estimasi Kecepatan Kapal Selam. *Skripsi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.

Fitriani, V.N. 2012. Penerapan Metode *Ensemble Kalman Filter* pada Model Pertumbuhan Logistik. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.

Freeman, R. dan J. Primbs. 1996. Control Lyapunov Function: New Ideas from and Old Sources. *IEEE Conference on Decision and Control*, 35, 3926-3931.

Geremias, L.D. dan J.R.P. Parra. 2014. Dispersal of *Trichogramma galloi* in Corn for the Control of *Diatraea saccharalis*. *Biocontrol Science and Technology*, 24(7), 751-762.

Herawati, R. 2013. Penerapan *Ensemble Kalman Filter* pada Model Pengaruh Terapi Pengobatan terhadap Dinamika Virus HIV dalam Tubuh. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.

Hidayat, A. 2016. Pengaruh Pemberian *Trichoderma* sp. Dan *Penicillium* sp. terhadap Produksi Tanaman edamame (*Glycine max* L. Merrill). *Artikel*. Bandung: Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati.

Kartahadimaja, J., R. Wentasari dan N.S. Sesanti. 2010. Pertumbuhan dan Produksi Polong edamame varietas Rioko pada Empat Jenis Pupuk. *Jurnal Agrovigor*, 3(2): 131-136.

Marwoto. 2007. Dukungan Pengendalian Hama Terpadu dalam Program Bangkit Kedelai. *Jurnal IPTEK Tanaman Pangan*, 2(1): 79-92.

Nugroho. I.A. 2016. Penerapan Metode Runge-Kutta dan Kontrol Optimal pada Pengendalian Hayati Hama Penggerek Tanaman Jagung. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.

Purnomo, K.D. 2008. Aplikasi Metode *Ensemble Kalman Filter* pada Model Populasi Plankton. *Tesis*. Surabaya: Program Pascasarjana Institut Teknologi Sepuluh November.

Rafikov, M. dan E.d.H. Limeira. 2012. Mathematical Modelling of the Biological Pest Control of the Sugarcane Borer. *International Journal of Computer Mathematics*, 89(3): 390-401.

Rafikov, M. dan J.M. Balthazar. 2005. Optimal Pest Control Problem in Population Dynamics. *Computational & Applied Mathematics*, 24(1): 65-81.

Soewanto, Prasongko dan Sumarno. 2007. *Kedelai Teknik Produksi dan Pengembangannya (Agribisnis edamame untuk Ekspor)*. Badan Penelitian dan Pengembangan Pertanian. Pusat Penelitian dan Pengembangan Tanaman Pangan.

Sugiharto, A. 2006. *Pemrograman GUI dengan MATLAB*. Semarang: Penerbit Andi.

Tirta, I.M. 2009. *Analisis Regresi dengan R*. Jember; UNEJ Press.

LAMPIRAN

Lampiran A. Skrip penulisan model

```
f1=inline('((a-b)*P-alpha*P*X-a/K*P^2)*t+P','t','P','X','Y',
    'a','b','alpha','K','beta','c','d','f','gamma','delta','
    e');
f2=inline('(beta*P*X+(c-d*X-gamma*Y-e)*X)*t+X','t','P','X',
    'Y','a','b','alpha','K','beta','c','d','f','gamma','delt
    a','e');
f3=inline('((delta*X-f)*Y)*t+Y','t','P','X','Y','a','b',
    'alpha','K','beta','c','d','f','gamma','delta','e');
```

Lampiran B. Skrip inisialisasi

```
Tt=0:dt:tmax;
H=ones(1,3);
sigQ=0.00001;
sigR=0.00001;
X=[repmat(P0,1,Ne);repmat(X0,1,Ne);repmat(Y0,1,Ne)];
Xhat(:,1)=[sum(X(1,:))/Ne;sum(X(2,:))/Ne;sum(X(3,:))/Ne];
Npk(1)=0;
```

Lampiran C. Skrip prediksi

```
W=normrnd(0,sigQ,3,Ne);
for i=1:Ne
    X(:,i)=[f1(dt,Xhat(1,t),Xhat(2,t),Xhat(3,t),a,b,alpha,
        K,beta,c,d,f,gamma,delta,e);...
        f2(dt,Xhat(1,t),Xhat(2,t),Xhat(3,t),a,b,alpha,
        K,beta,c,d,f,gamma,delta,e);...
        f3(dt,Xhat(1,t),Xhat(2,t),Xhat(3,t),a,b,alpha,
        K,beta,c,d,f,gamma,delta,e)]...
        +W(:,i);
end
Xhat(:,t+1)=sum(X')'/Ne;
```

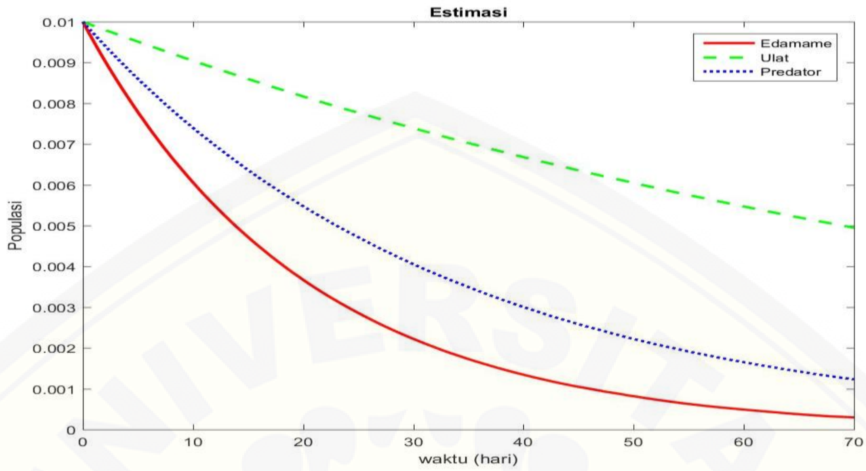
```
Pk=0;
for i=1:Ne
    Pk=Pk+sum((X(:,i)-Xhat(:,t+1)).*(X(:,i)-Xhat(:,t+1)));
end
Pk=Pk/(Ne-1);
```

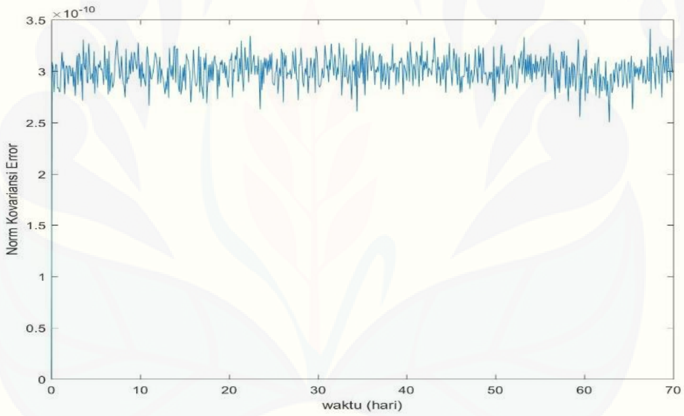
Lampiran D. Skrip koreksi

```
V=normrnd(0,sigR,3,Ne);
Vbar=[sum(V(1,:))/Ne;sum(V(2,:))/Ne;sum(V(3,:))/Ne];
Z=repmat(H’,1,Ne).*X;
Z=Z+V;
Rk=0;
for i=1:Ne
    Rk=Rk+sum((V(:,i)-Vbar).^2);
end
Rk=Rk/(Ne-1);
Kk=Pk*H'*(H*Pk*H'+Rk)^-1;
for i=1:Ne
    X(:,i)=X(:,i)+Kk.*(Z(:,i)-H'.*X(:,i));
end
Xhat(:,t+1)=sum(X')'/Ne;
Pk=(eye(3)-Kk*H)*Pk;
Npk(t+1)=norm(Pk);
```

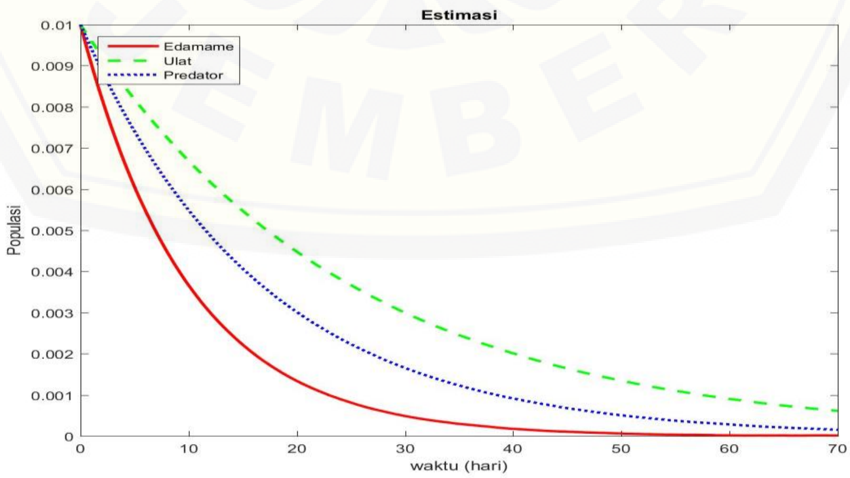
Lampiran E. Hasil simulasi titik setimbang kepunahan setiap populasi

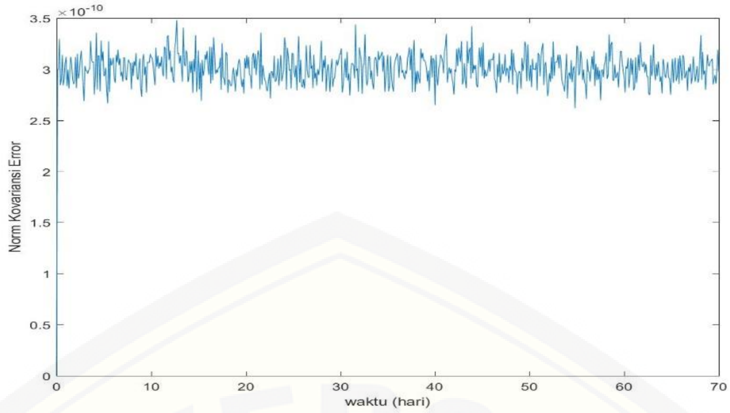
a. Simulasi 1





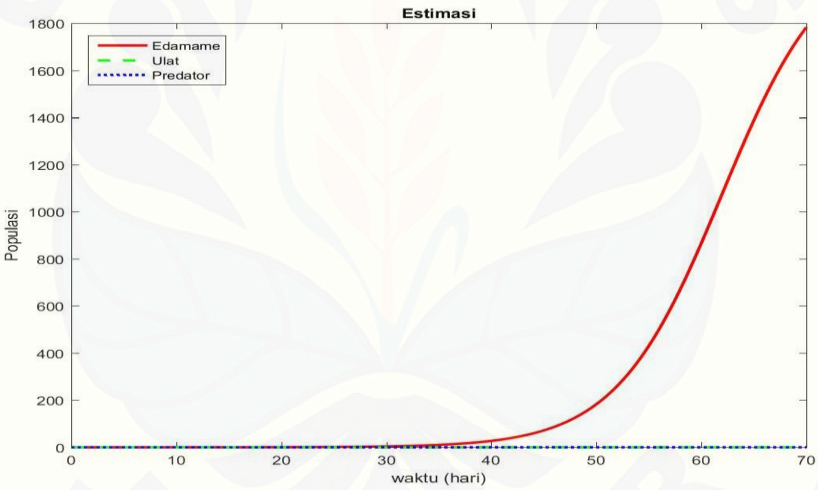
b. Simulasi 2

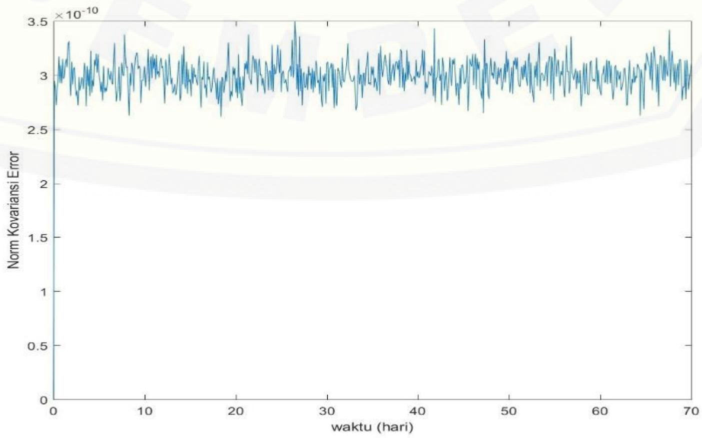




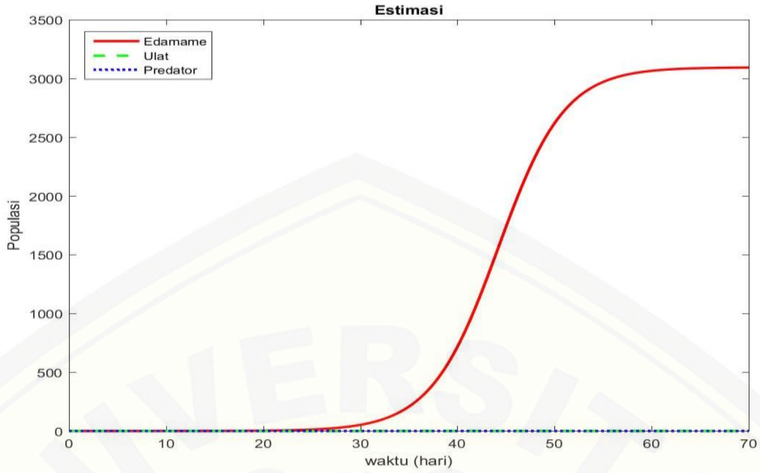
Lampiran F. Hasil simulasi titik setimbang kepunahan populasi ulat dan tawon/laba-laba

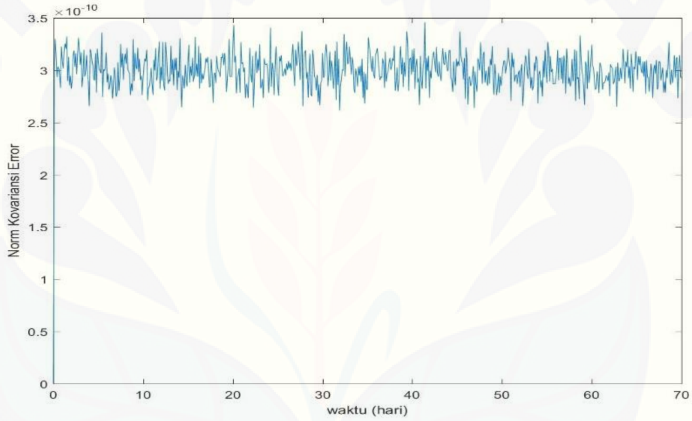
a. Simulasi 1





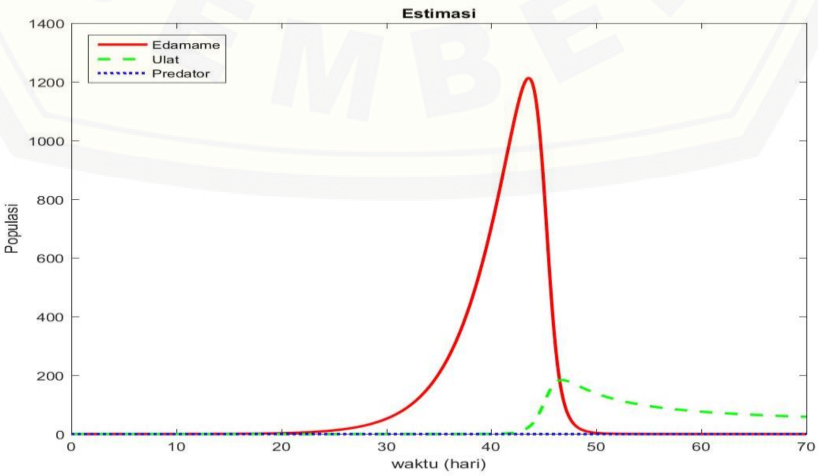
b. Simulasi 2

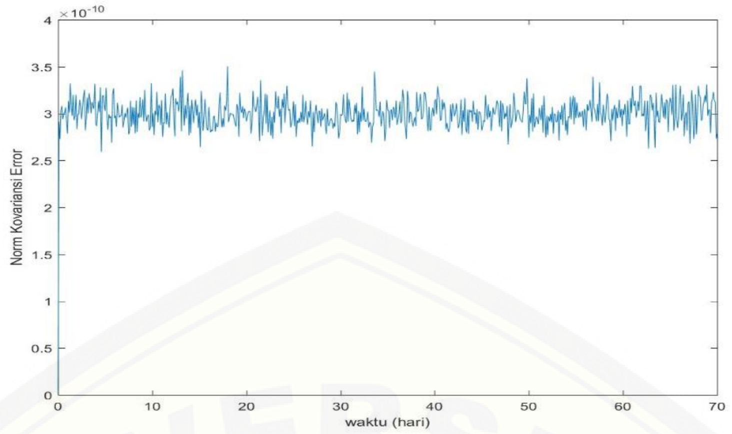




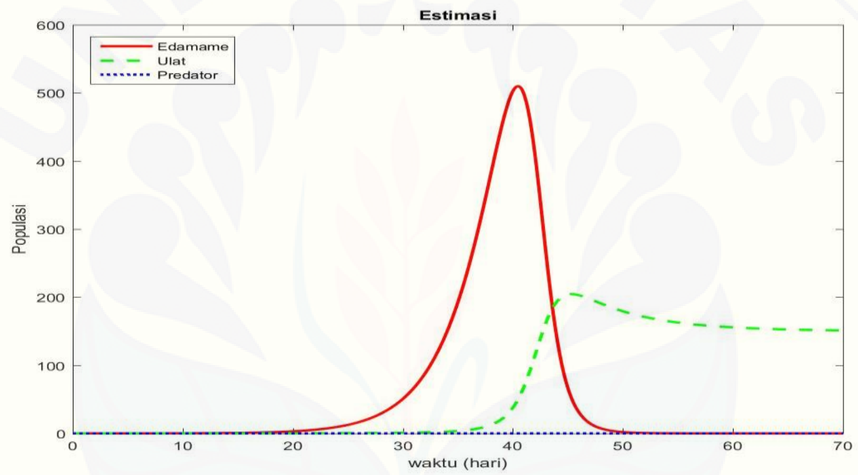
Lampiran G. Hasil simulasi titik setimbang kepunahan populasi edamame dan tawon/laba-laba

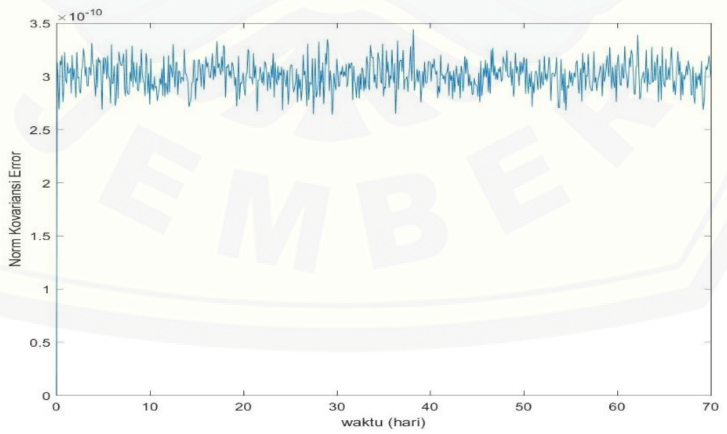
a. Simulasi 1




×10^-10
Norm Kovariansi Error
waktu (hari)

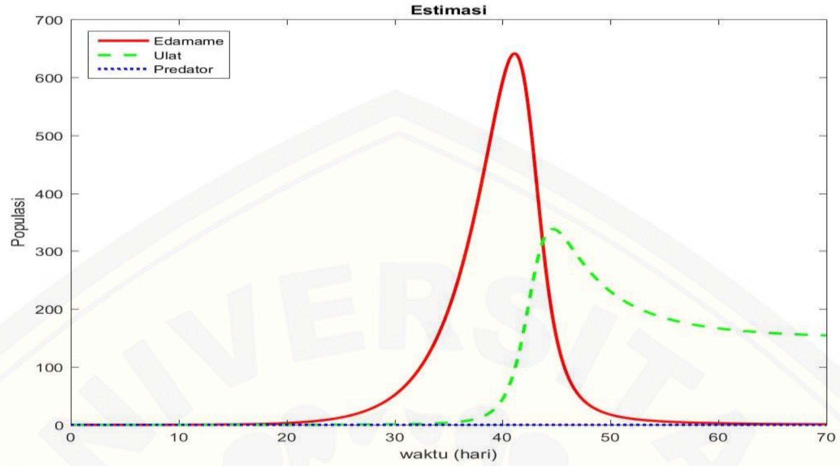
b. Simulasi 2

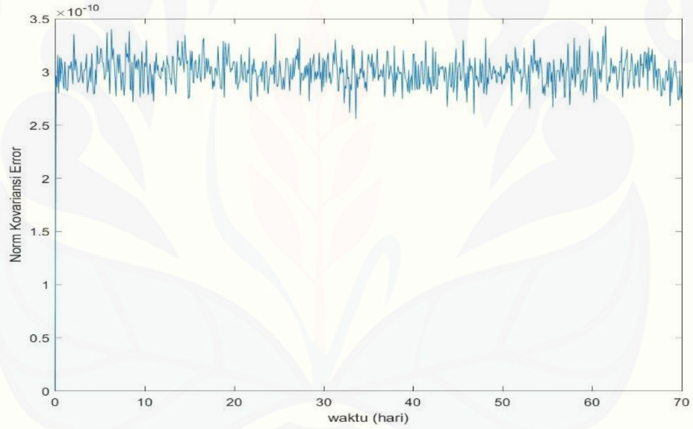

Estimasi
Edamame
Ulat
Predator
Populasi
waktu (hari)


×10^-10
Norm Kovariansi Error
waktu (hari)

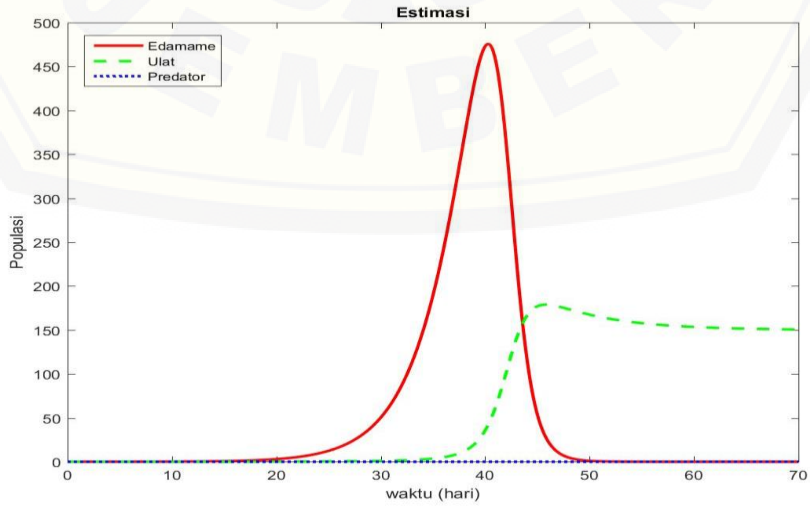
Lampiran H. Hasil simulasi titik setimbang kepunahan populasi edamame

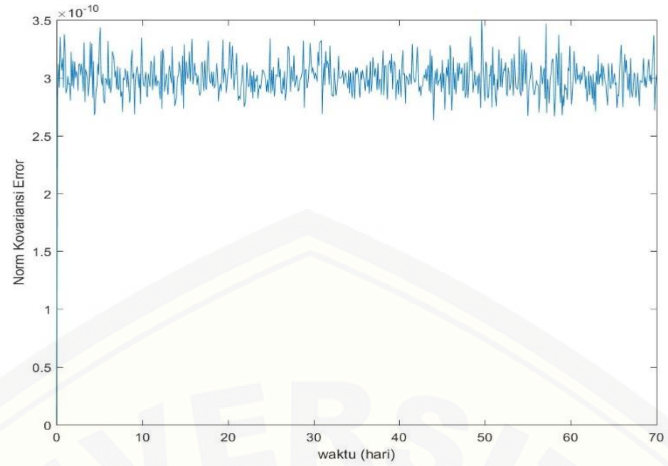
a. Simulasi 1





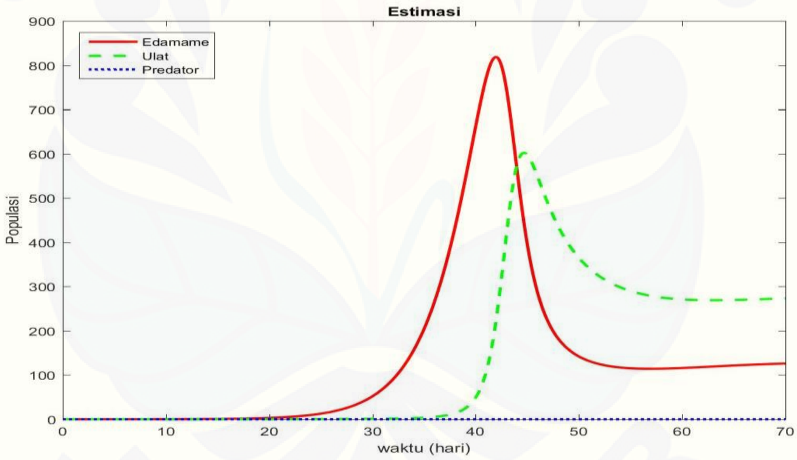
b. Simulasi 2

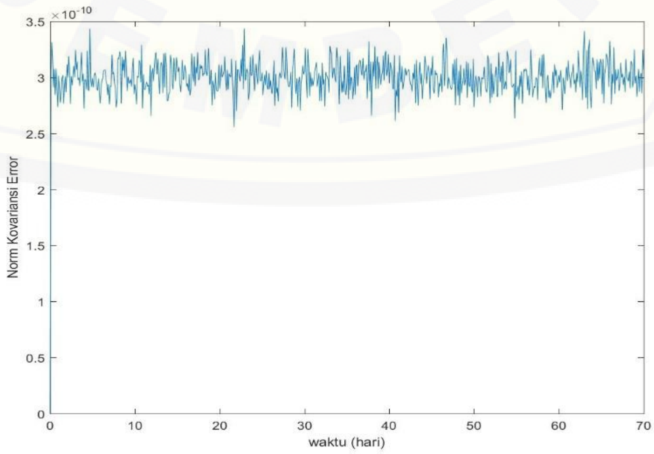




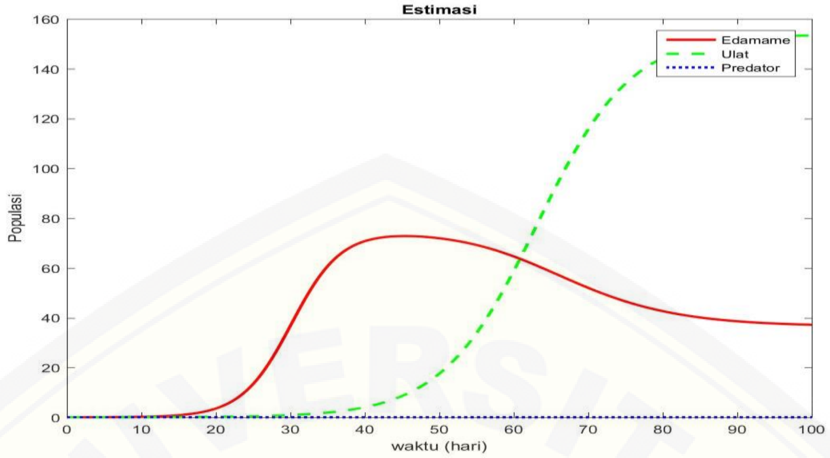
Lampiran I. Hasil simulasi titik setimbang kepunahan populasi tawon/laba-laba

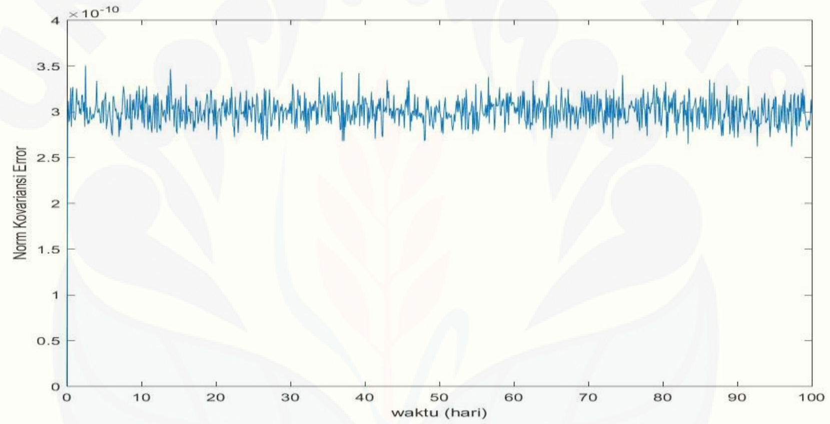
a. Simulasi 1





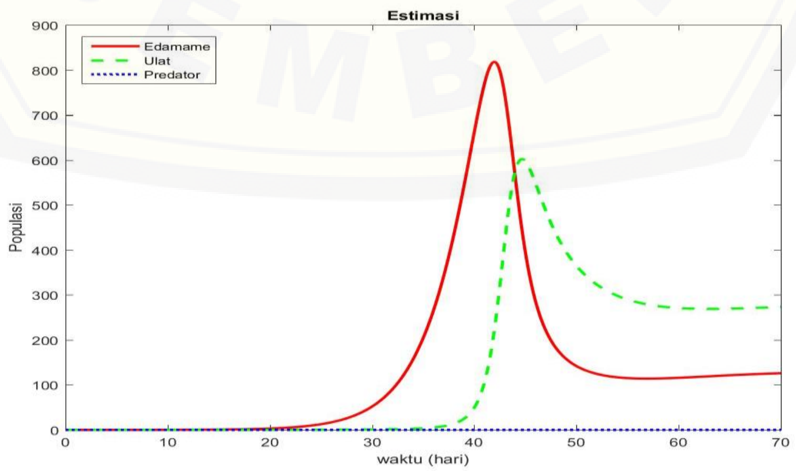
b. Simulasi 2

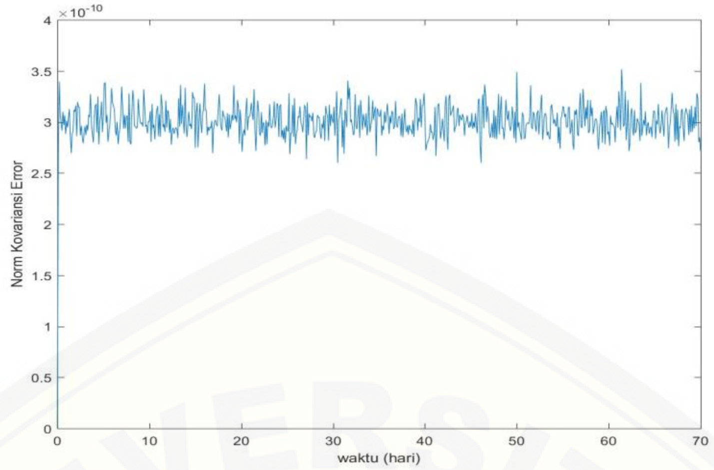




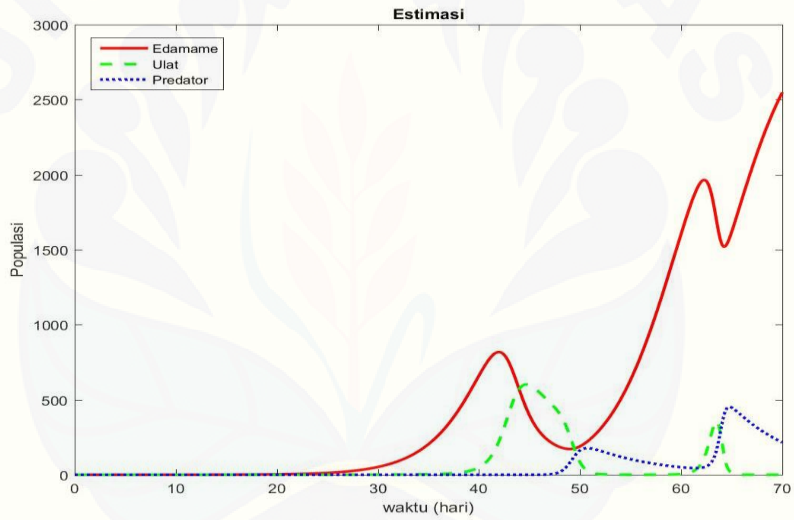
Lampiran J. Hasil simulasi titik setimbang tidak ada kepunahan

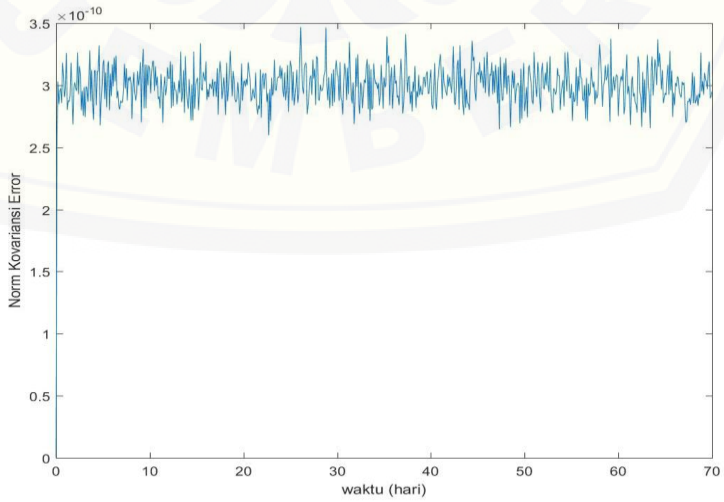
a. Simulasi 1



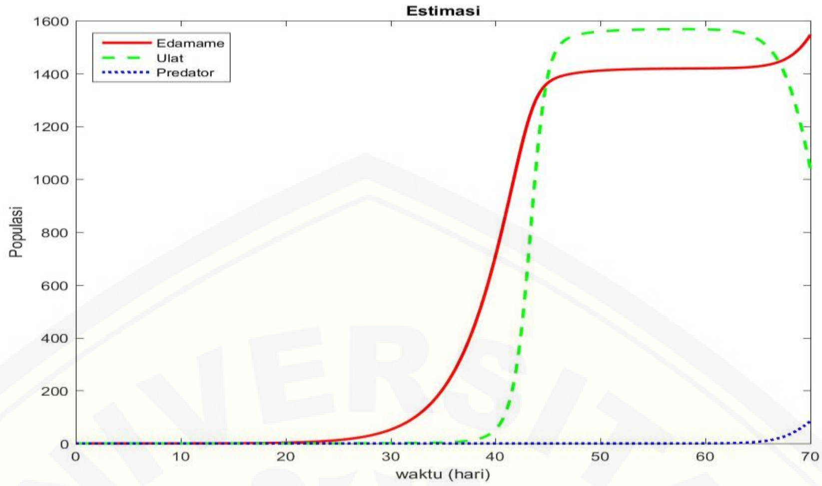

×10⁻¹⁰
Norm Kovariansi Error
waktu (hari)

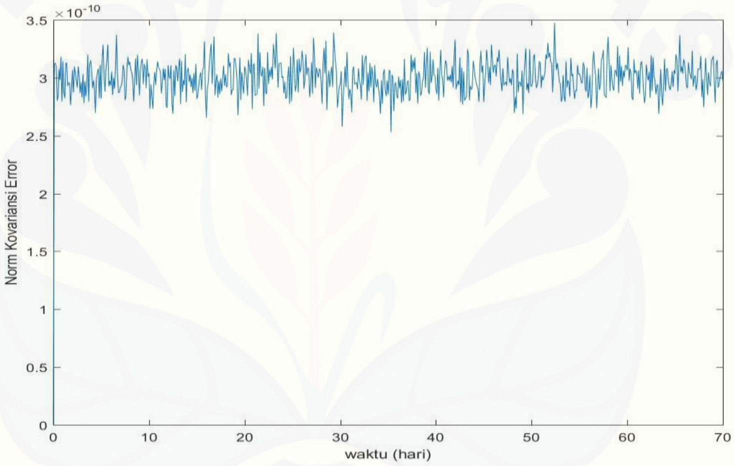
b. Simulasi 2


Estimasi
Edamame
Ulat
Predator
Populasi
waktu (hari)

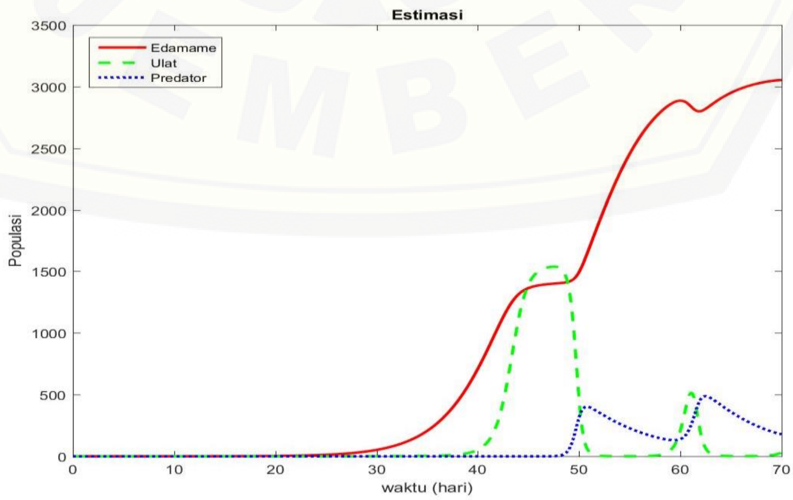

×10⁻¹⁰
Norm Kovariansi Error
waktu (hari)

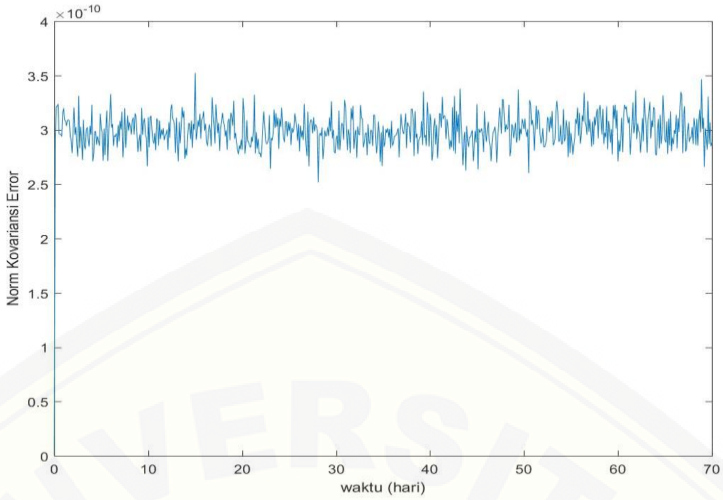
c. Simulasi 3





d. Simulasi 4





×10^-10
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
Norm Kovariansi Error
0
10
20
30
40
50
60
70
waktu (hari)