



**ANALISIS *LOCATING INDEPENDENT DOMINATING SET*
PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA UNTUK GRAF
LINTASAN, *CYCLE*, HELM, BUNGA MATAHARI, DAN RODA**

SKRIPSI

Oleh

**Chandrika Desyana Putri
NIM 141810101064**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018**



**ANALISIS *LOCATING INDEPENDENT DOMINATING SET*
PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA UNTUK GRAF
LINTASAN, *CYCLE*, HELM, BUNGA MATAHARI, DAN RODA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Chandrika Desyana Putri
NIM 141810101064**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018**

PERSEMBAHAN

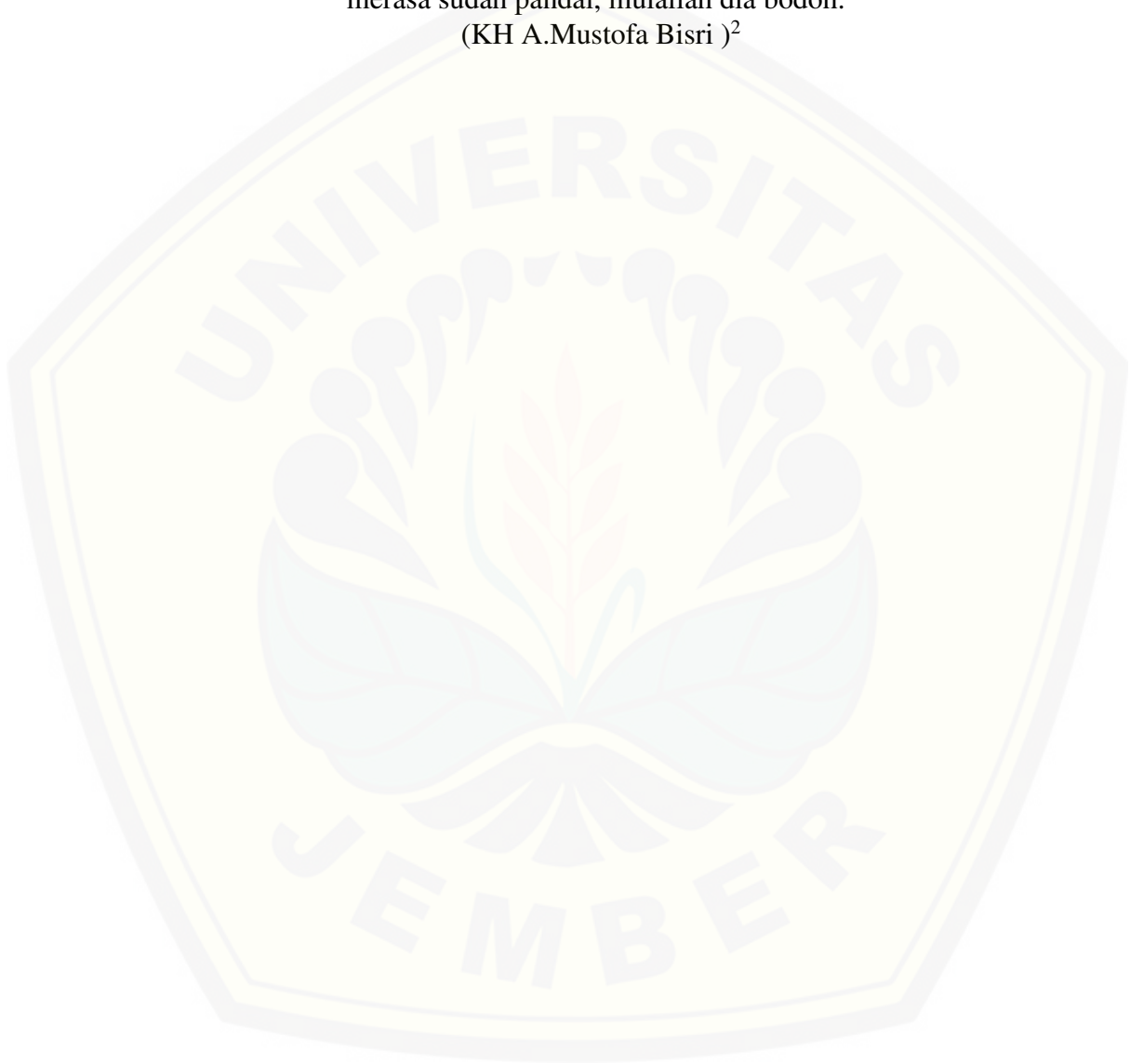
Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Agus Sumiarso dan Ibunda Enjul Astutik tercinta, serta Adikku Dwiko Aditya P.W yang telah memberikan cinta kasih sayang dan motivasinya;
2. Segenap Keluarga Besar ku yang selalu mendukung dan mendoakanku;
3. Guru-guru TK PGRI Kemuning Sari Kidul, SDN Kemuning Sari Kidul 02, SMPN 1 Ambulu, SMAN Ambulu dan segenap guru-guru yang telah membimbingku dari awal hingga sekarang;
4. Kakak tingkat, teman, serta adek tingkat dari Keramat' 11, Bathics' 12, Atlas' 13, Extreme' 14, Sigma' 15, Misdirection' 16 dan Konifertika' 17;
5. Almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

MOTO

”Sesungguhnya Tuhanku Bersamaku, Dia Akan Memberi Petunjuk Kepadaku”¹

”Orang akan tetap pandai, selama dia terus belajar, bila dia berhenti belajar karena merasa sudah pandai, mulailah dia bodoh.”
(KH A.Mustofa Bisri)²



¹Q.S Asy Syu'ara:62

²www.pinterest.com

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

nama : Chandrika Desyana Putri

NIM : 141810101064

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Analisis *Locating Independent Dominating Set* pada Graf Hasil Operasi Korona untuk Graf Lintasan, *Cycle*, Helm, Bunga Matahari, dan Roda" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 16 Juli 2018

Yang menyatakan,

Chandrika Desyana Putri

NIM 141810101064

SKRIPSI

**ANALISIS *LOCATING INDEPENDENT DOMINATING SET*
PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA UNTUK GRAF *PATH*,
CYCLE, HELM, BUNGA MATAHARI, DAN RODA**

Oleh

Chandrika Desyana Putri
NIM 141810101064

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul ”Analisis *Locating Independent Dominating Set* pada Graf Hasil Operasi Korona untuk Graf Lintasan, *Cycle*, Helm, Bunga Matahari, dan Roda” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Anggota I,

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

Kusbudiono, S.Si., M.Si.

NIP. 198408012008012006

NIP. 197704302005011001

Anggota II,

Anggota III,

Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si.

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

NIP. 198610142014041001

NIP. 196908281998021001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Jember,

Drs. Sujito, Ph.D.

NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Analisis Locating Independent Dominating Set pada Graf Hasil Operasi Korona untuk Graf Lintasan, Cycle, Helm, Bunga Matahari, dan Roda;
 Chandrika Desyana Putri, 141810101064; 2018; 54 halaman; Jurusan Matematika
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Teori graf merupakan cabang kajian dalam ilmu matematika yang mempelajari sifat-sifat graf. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Perkembangan teori graf sangat pesat dan meningkat, sehingga banyak topik yang dibahas dalam teori graf, salah satunya topik mengenai *dominating set*. *Dominating set* berkembang menjadi beberapa topik bahasan seperti *independent dominating set*, *locating dominating set*, dan *locating independent dominating set* yang merupakan perluasan dari *independent dominating set* dan *locating dominating set*.

Locating independent dominating set adalah suatu himpunan titik D pada graf $G = (V, E)$ dikatakan *locating independent dominating set* jika tidak ada dua titik anggota himpunan D dan untuk setiap pasangan titik yang berbeda u dan v pada $V(G) - D$ memenuhi syarat $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$, $N(u) \cap D \neq \emptyset$, dan $N(v) \cap D \neq \emptyset$ dengan $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u . Kardinalitas minimum dari *locating independent dominating set* disebut *locating independent dominating number* yang disimbolkan dengan $\gamma_{Li}(G)$.

Penelitian ini membahas lebih lanjut tentang *locating independent dominating set*. Graf hasil operasi korona yang digunakan adalah graf $L_n \odot H_m$, $L_n \odot SF_m$, $SF_n \odot L_m$, $W_n \odot L_m$, $H_m \odot L_m$, $P_n \odot C_m$, $C_n \odot P_m$, $P_n \odot L_m$, $P_n \odot P_m$, $C_n \odot C_m$. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, graf hasil operasi korona $L_n \odot H_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 3$ dengan diameter graf H_m adalah $diam(H_m) = m$, serta nilai *locating independent domination number* untuk graf H_m adalah $\gamma_{Li}(H_m) = m + 1$, sehingga untuk nilai *locating independent domination number* untuk graf $L_n \odot H_m$ adalah $\gamma_{Li}(L_n \odot H_m) = 2n(m + 1)$. Graf

hasil operasi korona $L_n \odot SF_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 4$ dengan diameter dan nilai *locating independent domination number* untuk graf SF_m masing-masing adalah $diam(SF_m) = m$ dan $\gamma_{Li}(SF_m) = m$ memiliki nilai *locating independent domination number*nya adalah $\gamma_{Li}(L_n \odot SF_m) = 2nm$.

Graf hasil operasi korona $C_n \odot P_m$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 6$ dengan diameter dan nilai *locating independent domination number* untuk graf P_m masing-masing adalah $diam(P_m) = m - 1$ dan $\gamma_{Li}(C_n \odot P_m) = n \lceil \frac{2m}{5} \rceil$. Nilai *locating independent domination number* graf hasil operasi korona $P_n \odot P_m$ adalah $\gamma_{Li}(P_n \odot P_m) = n \lceil \frac{2m}{5} \rceil$. Graf hasil operasi korona $P_n \odot C_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 6$ dengan diameter dan nilai *locating independent domination number* untuk graf C_m masing-masing adalah $diam(C_m) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ dan $\gamma_{Li}(C_m) = \lceil \frac{2m}{5} \rceil$, sehingga nilai *locating independent domination number*nya adalah $\gamma_{Li}(P_n \odot C_m) = n \lceil \frac{2m}{5} \rceil$. Nilai *locating independent domination number* untuk graf hasil operasi korona $C_n \odot C_m$ adalah $\gamma_{Li}(C_n \odot C_m) = n \lceil \frac{2m}{5} \rceil$.

Graf hasil operasi korona $P_n \odot L_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 4$ dengan diameter dan nilai *locating independent domination number* untuk graf tangga L_m adalah $diam(L_m) = m$ dan $\gamma_{Li}(L_m) = m$, sehingga untuk nilai *locating independent domination number*nya adalah $\gamma_{Li}(P_n \odot L_m) = nm$. Graf hasil operasi korona $W_n \odot L_m$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 4$ memiliki nilai *locating independent domination number*nya adalah $\gamma_{LI}(W_n \odot L_m) = (n + 1)m$. Nilai *locating independent domination number* untuk graf hasil operasi korona $H_M \odot L_m$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 4$ adalah $\gamma_{LI}(H_n \odot L_m) = (2n + 1)m$. Graf hasil operasi korona $SF_n \odot L_m$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 4$ memiliki nilai *locating independent domination number*nya adalah $\gamma_{LI}(SF_n \odot L_m) = 2nm$.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas segala kasih sayang-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul "Analisis *Locating Independent Dominating Set* pada Graf Hasil Operasi Korona untuk Graf Lintasan, *Cycle*, Helm, Bunga Matahari, dan Roda". Penulisan tugas akhir ini dilakukan guna memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Pada kesempatan ini, dengan segala hormat penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing utama dan Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing anggota;
2. Bapak Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si. dan Bapak Kosala Dwidja, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun;
3. Bapak Dr.Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik;
4. Dosen dan Karyawan jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
5. sahabat Extreme'14 yang telah menemani selama masa perkuliahan;
6. para sahabat yang selalu di sampingku, Linda, Lisma, Merysa, Nita, Riza, Shinta, Titin;
7. serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dalam penyelesaian tugas ini.

Penulis menyadari bahwa penelitian ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis mengharap kritik dan saran demi kesempurnaan penelitian selanjutnya. Semoga tugas ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Jember, Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Definisi dan Terminologi Graf	4
2.2 Graf Sederhana	5
2.3 Graf Hasil Operasi	9
2.4 <i>Dominating Set, Locating Dominating Set, Independent</i>	
<i>Dominating Set, dan Locating Independent Dominating Set ..</i>	10
BAB 3. METODE PENELITIAN	19
3.1 Jenis Penelitian	19
3.2 Rancangan Penelitian	19
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	22

4.1 Hasil Penelitian	22
4.1.1 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf tangga dan graf helm ($L_n \odot H_m$)	22
4.1.2 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi untuk graf tangga dan graf bunga matahari Korona $L_n \odot SF_m$	25
4.1.3 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf <i>cycle</i> dan graf lintasan ($C_n \odot P_m$)	27
4.1.4 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf lintasan ($P_n \odot P_m$)	30
4.1.5 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf lintasan dan graf <i>cycle</i> ($P_n \odot C_m$)	32
4.1.6 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf <i>cycle</i> ($C_n \odot C_m$)	35
4.1.7 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf lintasan dan graf tangga ($P_n \odot L_m$)	38
4.1.8 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf roda dan graf tangga ($W_n \odot L_m$).....	40
4.1.9 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf helm dan graf tangga ($H_n \odot L_m$)	43
4.1.10 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf Hasil Operasi Korona untuk graf bunga matahari dan graf tangga ($SF_n \odot L_m$)	46
4.2 Pembahasan	49

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	52
5.1 Kesimpulan	52
5.2 Saran	52
DAFTAR PUSTAKA	53



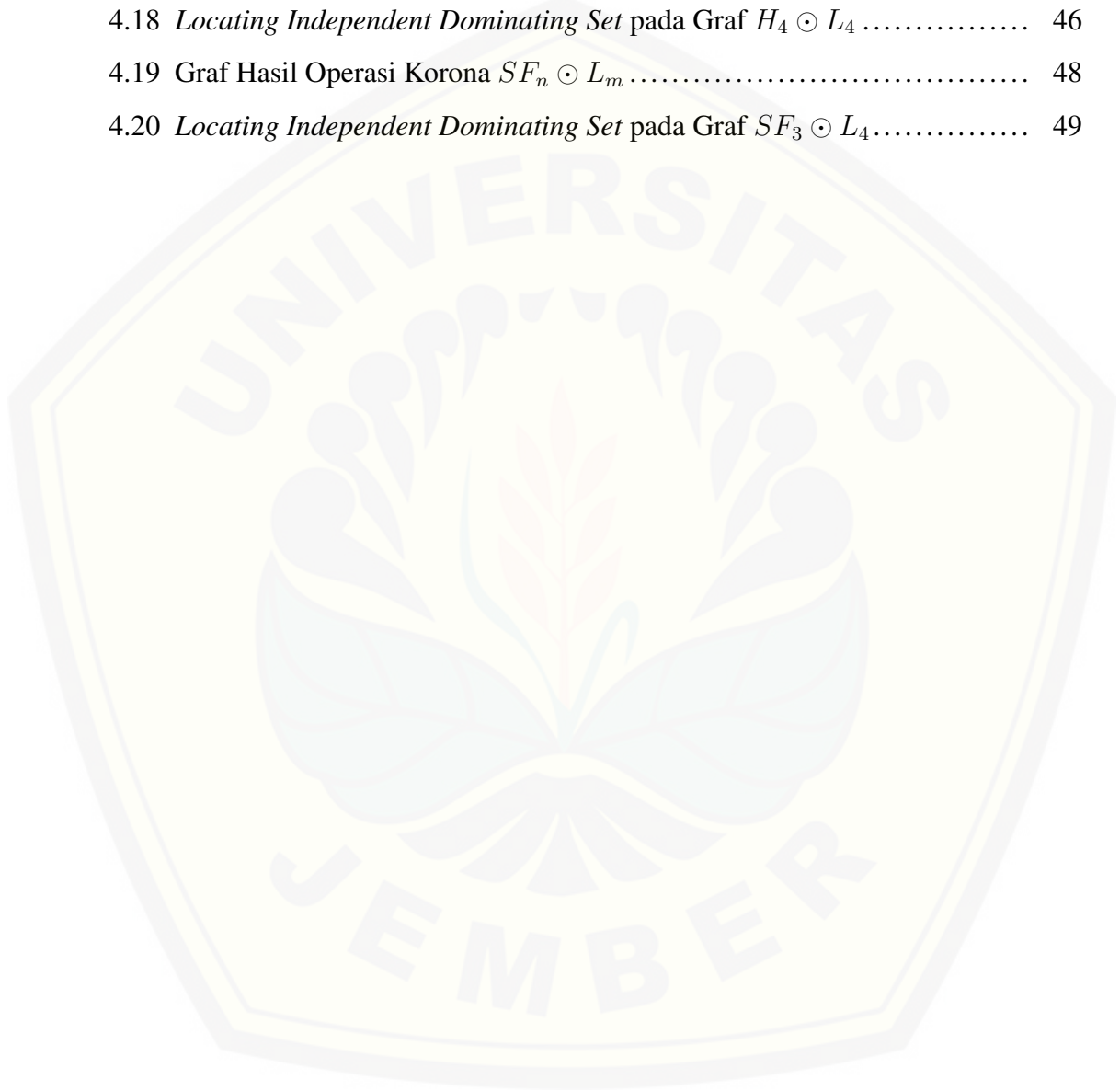
DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Himpunan titik tetangga dari titik anggota $V(G) - D$	10
2.2 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$	11
2.3 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$	11
2.4 Himpunan titik tetangga dari titik anggota $V(G) - D$	14
2.5 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$	15
2.6 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$	15
2.7 Hasil <i>Locating Independent Domination Number</i> Penelitian Terdahulu ..	18
4.1 Hasil Penelitian	51

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf G	4
2.2 Graf Lintasan (P_n)	6
2.3 Graf Lingkaran (C_n)	6
2.4 Graf Tangga (L_n)	7
2.5 Graf Roda W_n	7
2.6 Graf Helm H_n	8
2.7 Graf Bunga Matahari SF_n	8
2.8 Graf Hasil Operasi Korona $P_3 \odot L_2$	9
2.9 Contoh <i>Dominating Set</i>	10
2.10 Contoh <i>Locating Dominating Set</i>	13
2.11 Contoh <i>Indepent Dominating Set</i>	14
2.12 Contoh <i>Locating Independent Dominating Set</i>	16
3.1 Rancangan Penelitian	21
4.1 Graf Hasil Operasi Korona $L_2 \odot H_3$	24
4.2 <i>Locating Independent dominating set</i> pada graf $L_2 \odot H_3$	24
4.3 Graf Hasil Operasi Korona $L_2 \odot SF_4$	26
4.4 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $L_2 \odot SF_4$	27
4.5 Graf Hasil Operasi Korona $C_n \odot P_m$	29
4.6 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $C_4 \odot P_6$	29
4.7 Graf Hasil Operasi Korona $P_3 \odot P_6$	32
4.8 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $P_3 \odot P_6$	32
4.9 Graf Hasil Operasi Korona $P_3 \odot C_6$	34
4.10 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $P_3 \odot C_6$	35
4.11 Graf Hasil Operasi Korona $C_4 \odot C_6$	37
4.12 <i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $C_4 \odot C_6$	37
4.13 Graf Hasil Operasi Korona $P_3 \odot L_4$	39

4.14	<i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $P_3 \odot L_4$	40
4.15	Graf Hasil Operasi Korona $W_6 \odot L_4$	42
4.16	<i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $W_6 \odot L_4$	42
4.17	<i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $H_4 \odot L_4$	45
4.18	<i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $H_4 \odot L_4$	46
4.19	Graf Hasil Operasi Korona $SF_n \odot L_m$	48
4.20	<i>Locating Independent Dominating Set</i> pada Graf $SF_3 \odot L_4$	49



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang kajian dalam ilmu matematika yang mempelajari sifat-sifat graf. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Perkembangan teori graf sangat pesat dan meningkat, sehingga banyak topik yang dibahas dalam teori graf, salah satunya topik mengenai *dominating set*. *Dominating set* merupakan suatu konsep penentuan himpunan titik seminimal mungkin pada graf dengan ketentuan titik sebagai dominator menjangkau titik yang ada disekitarnya. Kardinalitas terkecil dari *dominating set* disebut *domination number* yang dinotasikan dengan $\gamma(G)$. *Dominating set* berkembang menjadi beberapa topik bahasan seperti *independent dominating set*, *locating dominating set*, dan *locating independent dominating set* yang merupakan perluasan dari *independent dominating set* dan *locating dominating set*.

Menurut de Jaenish dalam Haynes dan Hening (2002) himpunan D dari titik graf sederhana G dikatakan *independent dominating set* jika tidak ada dua titik anggota himpunan D yang bertetangga. Suatu himpunan titik D pada graf G dikatakan himpunan *locating dominating set* jika untuk setiap pasang titik berbeda u dan v pada $V(G) - D$ memenuhi syarat $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$, $N(u) \cap D \neq \emptyset$, dan $N(v) \cap D \neq \emptyset$ dengan $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u (Slater, 2002). Setelah *locating dominating set*, berkembanglah topik dalam graf yaitu *locating independent dominating set*. Suatu himpunan titik D pada graf dikatakan *locating independent dominating set* jika memenuhi syarat *independent dominating set* dan *locating dominating set*.

Penelitian terkait *dominating set* berkembang cukup pesat, Wardani (2014) melakukan penelitian mengenai pengembangan teori *dominating set* pada graf khusus. Solehah (2016) melakukan penelitian mengenai *independent dominating number* pada beberapa graf operasi. Slater (1988) melakukan penelitian mengenai *locating dominating set* pada graf *cycle* dan *path*. Desvandai (2016) melakukan penelitian mengenai *locating dominating set* pada model topologi graf khusus.

Komariyah (2016) melakukan penelitian mengenai *locating independent dominating set* pada graf khusus dan graf hasil operasi comb sisi dan menemukan hasil bahwa nilai *locating independent domination number* pada graf roda W_n adalah $\frac{n}{2}$ untuk $n \geq 6$ dan n genap, untuk graf hasil operasi comb sisi $C_n \triangle C_m$ mempunyai nilai *locating independent domination number* n dengan $n \geq 3$. Penelitian mengenai *locating independent dominating set* pada graf khusus dan graf hasil operasi amalgamasi dilakukan oleh Mellisa (2016) dan menghasilkan bahwa nilai *locating independent domination number* pada graf tangga L_n adalah n dengan $n \geq 3$, untuk graf hasil operasi amalgamasi $Amal(SF_{n,v,m})$ adalah $nm - m + 1$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$. Penelitian terbaru oleh Wardani dkk. (2018) mengenai *locating independent dominating set* pada beberapa graf hasil operasi amalgamasi dan menemukan hasil bahwa nilai *locating independent dominating number* graf $Amal(S_n, v, m)$ adalah $m(n - 1) + 1$ untuk $n, m \geq 3$, untuk graf $Amal(P_n, v, m)$ memiliki nilai *locating independent dominating number* $m(\lceil \frac{2n}{5} \rceil - 1) + 1$ dengan $n \geq 4$ dan $m \geq 3$, dan nilai *locating independent dominating number* untuk graf $Amal(L_n, v, m)$ adalah nm dengan $n, m \geq 2$.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, peneliti tertarik untuk menganalisis *locating independent dominating set* pada graf hasil operasi korona. Langkah awal yang akan dilakukan peneliti yaitu menentukan himpunan titik dan sisi pada graf hasil operasi korona. Kemudian menentukan himpunan titik dominator yang memenuhi syarat *locating independent dominating set* dan menentukan *locating independent domination number*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu menganalisis berapa nilai *locating independent domination number* pada graf hasil operasi korona?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan. Maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi yaitu graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf hasil operasi korona $L_n \odot H_m$, $L_n \odot SF_m$, $SF_n \odot L_m$, $W_n \odot L_m$, $H_m \odot L_m$, $P_n \odot C_m$, $C_n \odot P_m$, $P_n \odot L_m$, $P_n \odot P_m$, $C_n \odot C_m$

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang diatas, maka tujuan pada penelitian ini yaitu menentukan nilai *locating independent domination number* pada graf hasil operasi korona.

1.5 Manfaat Penelitian

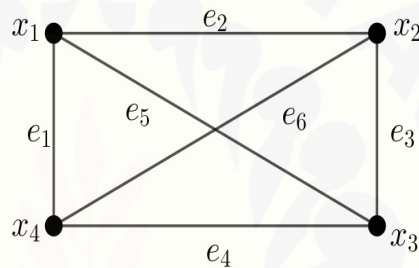
Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

- menambah pengetahuan dan wawasan baru mengenai teori himpunan dominasi *locating independent dominating set*.
- hasil penelitian diharapkan dapat memberi kontribusi terhadap perkembangan pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam masalah *locating independent dominating set*.
- memberikan motivasi pada peneliti lain untuk melakukan penelitian tentang *locating independent dominating set* pada graf jenis lainnya.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi dan Terminologi Graf

Sebuah graf G merupakan pasangan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik dan $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut $\{v_1, v_2\}$ dari titik $v_1, v_2 \in V(G)$ yang disebut sisi. $V(G)$ disebut himpunan titik dari G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi dari G (Slamin, 2009).



Gambar 2.1 Graf G

Menurut Chartrand dkk. (1993), banyaknya titik pada graf G disebut *order* dari G , sedangkan banyaknya sisinya disebut *size* dari G . Pada umumnya, order dari suatu graf G dinotasikan dengan p atau $p(G)$ dan untuk size dari graf G dinotasikan dengan q atau $q(G)$. Jika untuk setiap pasang titik v_i dan v_j di dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i dan v_j , maka graf tersebut disebut graf terhubung (*connected graph*). Jika tidak, maka graf tersebut disebut graf tak terhubung (*disconnect graph*). Graf G pada gambar 2.1 merupakan suatu contoh graf dengan $|V(G)| = 4$ dan $|E(G)| = 6$, himpunan titik $V(G) = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$.

Dua buah titik pada graf tak berarah G dikatakan bertetangga (*adjacent*) bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika (u, v) adalah sebuah sisi pada graf G . Sebagai contohnya dapat dilihat pada Gambar 2.1, bahwa titik x_1 bertetangga (*adjacent*) dengan titik x_2 ,

x_3 , dan x_4 . Sedangkan sebuah titik pada suatu graf dikatakan bersisian (*incident*) dengan sebuah sisi pada graf tersebut apabila titik tersebut merupakan titik ujung dari sisi tersebut. Sebuah titik v_1 dikatakan *incident* dengan sebuah sisi e_1 jika v_1 merupakan titik ujung dari e_1 , demikian juga e_1 dikatakan *incident* dengan v_1 jika v_1 merupakan titik ujung dari e_1 (Hartsfield dan Ringel, 1994). Pada Gambar 2.1 rusuk e_2 bersisian dengan x_1 dan x_2 . Jarak antara dua simpul u dan w pada graf G , dinotasikan dengan $d(u, w)$ adalah panjang lintasan terpendek dari simpul u ke simpul w . Sedangkan, diameter dari graf G dinotasikan $diam(G)$ adalah jarak terbesar antara dua simpul pada G .

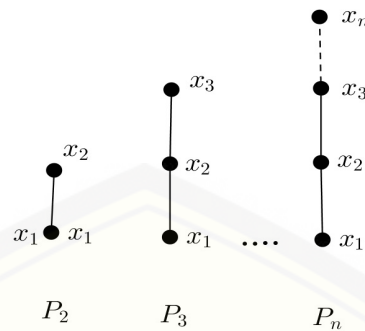
Banyaknya sisi yang *incident* pada suatu titik dinamakan derajat (*degree*). Jika semua titik pada graf G mempunyai derajat (*degree*) yang sama n maka graf G disebut graf reguler n , jika tidak maka graf tersebut dikatakan non-reguler. Derajat terkecil dari suatu graf G yang dinotasikan dengan $\delta(G)$ adalah derajat terkecil yang dimiliki suatu titik diantara titik-titik yang lain. Derajat terbesar dari suatu graf G yang dinotasikan dengan $\Delta(G)$ adalah derajat terbesar yang dimiliki suatu titik diantara titik-titik yang lain. Pada Gambar 2.1 diperoleh bahwa $\delta(G) = 3$ dan $\Delta(G) = 3$.

2.2 Graf Sederhana

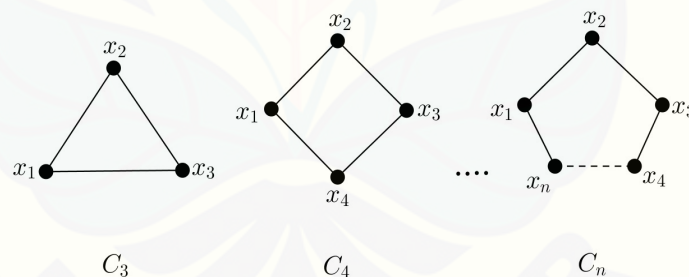
Menurut Gibbon (1985) graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki arah, serta tidak terdapat sisi ganda dan loop. Berikut ini adalah beberapa contoh dari graf sederhana:

a. Graf Lintasan (*Path Graph*)

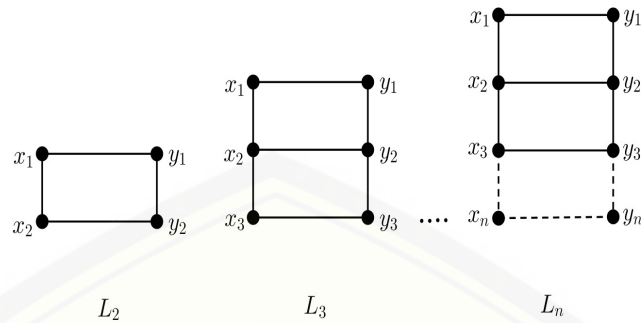
Graf lintasan adalah sebuah graf sederhana yang memiliki n titik dengan dua titik ujungnya berderajat 1 dan lainnya berderajat 2, graf lintasan dinotasikan dengan P_n (Gross dan Yellen, 2006). Jumlah sisi pada graf lintasan yang terdiri dari n buah titik adalah $n - 1$ sisi. Contoh graf lintasan dapat dilihat pada Gambar 2.2.

Gambar 2.2 Graf Lintasan (P_n)b. *Cycle Graph*

Graf *cycle* dengan n titik dinotasikan dengan C_n dimana $n \geq 3$ (Gallian, 2009). Graf siklus merupakan graf dengan orde n dan size n yang memiliki titik-titik x_1, x_2, \dots, x_n dan sisi-sisinya adalah (x_1x_n) dan $(x_i x_{i+1})$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ (Chartrand et al., 1996). Contoh *cycle graph* dapat dilihat pada gambar 2.3.

Gambar 2.3 Graf Lingkaran (C_n)c. Graf Tangga (*Ladder Graph*)

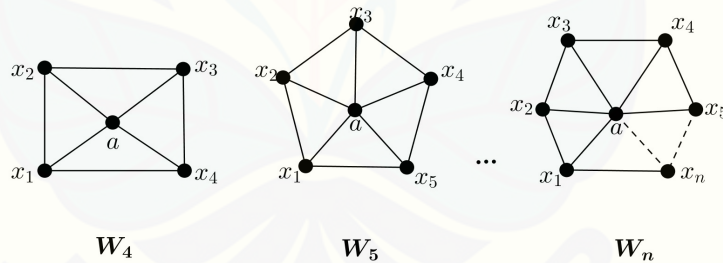
Graf tangga yang dilambangkan L_n adalah sebuah graf dengan himpunan titik $V(L_n) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan $E(L_n) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\}$. Graf tangga L_n terdiri dari $2n$ titik dan $3n-2$ sisi dengan $n \geq 3$. Contoh graf tangga dapat dilihat pada gambar 2.4.



Gambar 2.4 Graf Tangga (L_n)

d. Graf Roda (*Wheel Graph*)

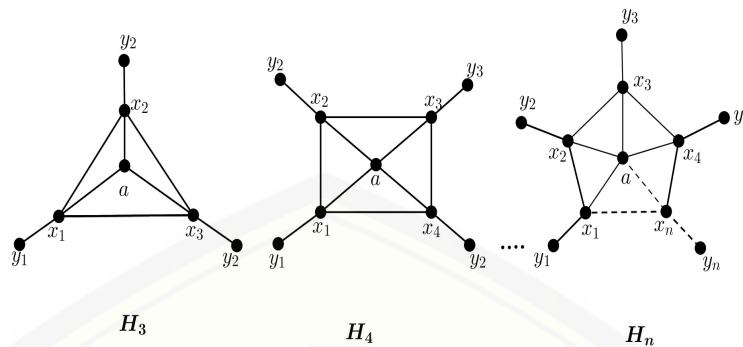
Graf roda $W_n (n \geq 3)$ adalah graf yang didapat dengan menghubungkan semua titik dari graf siklus C_n dengan suatu titik yang disebut titik pusat. Graf roda memiliki $V(G) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{a\} = n + 1$ dan $E(G) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{x_n x_1\} \cup \{ax_i; 1 \leq i \leq n\} = 2n$ (Harary, 1969). Contoh graf roda (*wheel graph*) dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Graf Roda W_n

e. Graf Helm

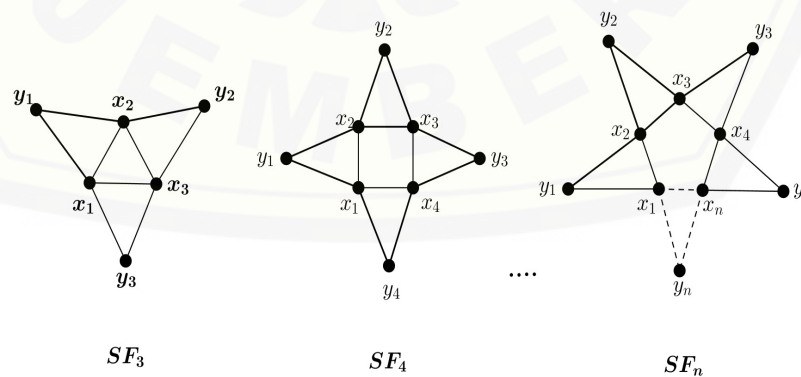
Graf helm merupakan family dari graf roda (*wheel graph*) yang dinotasikan dengan H_n dimana $V(H_n) = \{a, x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan $E(H_n) = \{x_n x_1, ax_i, x_i y_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\}$. Contoh graf helm dapat dilihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Graf Helm H_n

f. Graf Bunga Matahari (*Sun Flower Graph*)

Graf bunga matahari dinotasikan dengan SF_n adalah graf yang dibentuk dari graf lingkaran C_n dan n buah titik y_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ sedemikian hingga jika x_i adalah titik ke- i dari C_n maka y_i *adjacent* dengan x_i dan x_{i+1} untuk setiap $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Graf bunga matahari mempunyai himpunan titik $V(SF_n) = \{x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n\}$ dan himpunan sisi $E(SF_n) = \{a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n, c_1, c_2, \dots, c_n\}$ dengan $a_i = (x_i x_{i+1})$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$ dan $a_n = (x_n x_1)$, $b_i = (x_i y_i)$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$, dan $c_i = (x_{i+1} y_i)$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$, serta $c_n = (x_1 y_n)$. Sehingga graf bunga matahari mempunyai $2n$ titik dan $3n$ sisi. Gambar 2.7 menunjukkan contoh graf bunga matahari (*sun flower graph*).

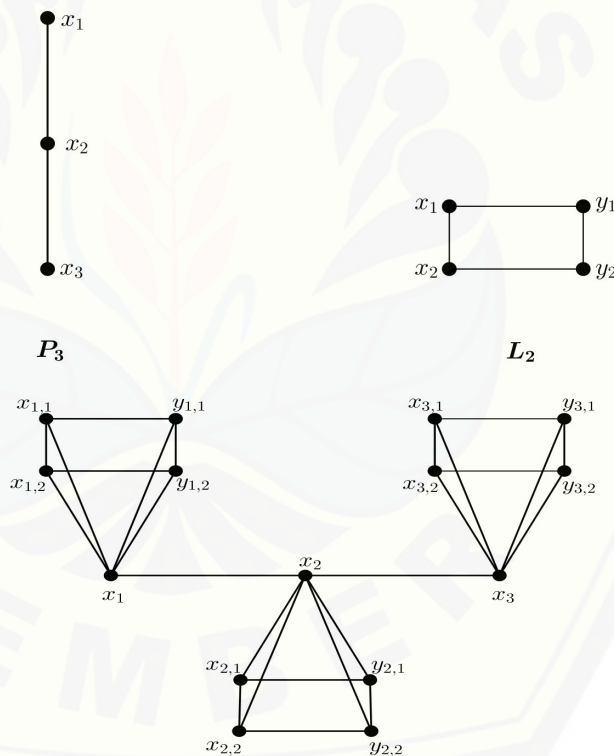


Gambar 2.7 Graf Bunga Matahari SF_n

2.3 Graf Hasil Operasi

Operasi graf merupakan operasi terhadap dua buah graf atau lebih sehingga menghasilkan graf baru. Berikut penjelasan mengenai operasi graf korona beserta contohnya.

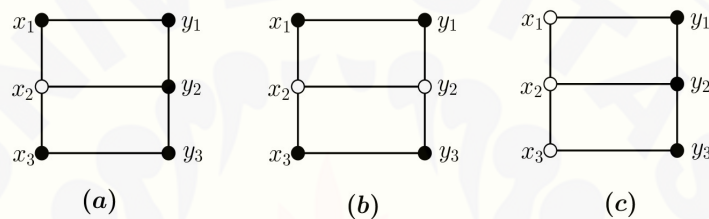
Definisi 2.1. Korona $G \odot H$ dari dua graf G dan H merupakan graf yang diperoleh dengan mengambil sebuah duplikat dari graf G dan $|V(G)|$ duplikat dari H , kemudian menghubungkan titik ke i dari G dengan titik-titik pada $H_i; i = 1, 2, 3, \dots, |V(G)|$. Berikut ini merupakan contoh dari graf hasil operasi korona antara graf lintasan P_3 dan L_2 .



Gambar 2.8 Graf Hasil Operasi Korona $P_3 \odot L_2$

2.4 Dominating Set, Locating Dominating Set, Independent Dominating Set , dan Locating Independent Dominating Set

Menurut Haynes dan Hening (2002), himpunan D dari titik graf sederhana G dikatakan *dominating set* jika setiap titik dari $u \in V(G) - D$ bertetangga ke beberapa titik $v \in D$. Sedangkan *domination number* merupakan kardinalitas minimum dari *dominating set* yang dinotasikan dengan $\gamma(G)$. Gambar 2.9 merupakan contoh *dominating set* pada graf tangga L_3 dimana titik yang berwarna putih merupakan titik dominatornya.



Gambar 2.9 Contoh *Dominating Set*

Pada Gambar 2.9(a), himpunan titik dominator graf tangga L_3 adalah $D = \{x_2\}$. Sehingga himpunan titik selain titik dominator adalah $V(G) - D = \{x_1, x_3, y_1, y_2, y_3\}$, untuk himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$ adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Himpunan titik tetangga dari titik anggota $V(G) - D$

No	$u \in V - D$	$N(u)$
1	x_1	$\{x_2, y_1\}$
2	x_3	$\{x_2, y_3\}$
3	y_1	$\{x_1, y_2\}$
4	y_2	$\{x_2, y_1, y_3\}$
5	y_3	$\{x_3, y_2\}$

Berdasarkan hasil pada Tabel 2.1 , diketahui bahwa titik-titik anggota dari $V(G) - D$ yang bertetangga dengan titik dominator adalah x_1, x_3, y_2 atau dapat dikatakan bahwa titik dominator x_2 hanya mendominasi titik x_1, x_3, y_2 , sedangkan titik y_1 dan y_3 tidak terdominasi oleh titik dominator. Sehingga untuk $|D| = 1$

tidak memenuhi syarat *dominating set* karena himpunan titik dominator pada Gambar 2.9(a) tidak mendominasi seluruh titik pada graf tangga L_3 .

Pada Gambar 2.9(b), himpunan titik dominator adalah $D = \{x_2, y_2\}$ dan untuk himpunan titik selain dominator adalah $V(G) - D = \{x_1, x_3, y_1, y_3\}$. Berikut ini adalah tabel himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$.

Tabel 2.2 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$

No	$u \in V - D$	$N(u)$
1	x_1	$\{x_2, y_1\}$
2	x_3	$\{x_2, y_3\}$
3	y_1	$\{x_1, y_2\}$
4	y_3	$\{x_3, y_2\}$

Berdasarkan hasil pada Tabel 2.2, diketahui bahwa titik-titik yang merupakan anggota dari $V(G) - D$ dan bertetangga dengan himpunan titik dominator pada graf tangga L_3 adalah x_1, x_3, y_1, y_3 dimana titik dominator x_2 mendominasi titik x_1, x_3 sedangkan untuk titik dominator y_2 mendominasi titik y_1, y_3 . Sehingga himpunan titik dominator mendominasi semua titik pada graf tangga L_3 dan *dominating set* terpenuhi.

Pada Gambar 2.9(c) diketahui bahwa himpunan titik dominator adalah $D = \{x_1, x_2, x_3\}$, sedangkan untuk himpunan titik selain dominator adalah $V(G) - D = \{y_1, y_2, y_3\}$. Untuk himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$ adalah sebagai berikut:

Tabel 2.3 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$

No	$u \in V - D$	$N(u)$
1	y_1	$\{x_1, y_2, \}$
2	y_2	$\{x_2, y_1, y_3\}$
3	y_3	$\{x_3, y_2\}$

Berdasarkan hasil pada tabel 2.3, titik-titik yang merupakan anggota dari $V(G) - D$ dan bertetangga dengan himpunan titik dominator adalah x_1, x_2, x_3 dengan titik dominator y_1 mendominasi titik x_1 , titik dominator y_2 mendominasi

titik x_2 , dan titik dominator y_3 mendominasi titik x_3 . Oleh karena himpunan titik dominator mendominasi semua titik pada graf tangga L_3 maka *dominating set* terpenuhi.

Gambar 2.9(b) dan 2.9(c) merupakan *dominating set*, namun untuk gambar yang memenuhi syarat *domination number* hanya Gambar 2.9(b) karena sesuai dengan definisi dari *domination number* yang merupakan kardinalitas terkecil dari *dominating set*. Sehingga untuk *domination number* dari graf tangga L_3 adalah $\gamma(L_3) = 2$.

Menurut Slater (2002), suatu himpunan titik D pada graf $G = (V, E)$ dikatakan *locating dominating set* jika untuk setiap pasangan titik yang berbeda u dan v pada $V(G) - D$ memenuhi syarat $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$, $N(u) \cap D \neq \emptyset$, dan $N(v) \cap D \neq \emptyset$ dengan $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u . Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi lokasi disebut *locating dominating number* yang disimbolkan dengan $\gamma_L(G)$. Gambar 2.10 merupakan contoh dari *locating dominating set* dari graf tangga L_3 , dimana titik yang diwarnai hitam merupakan titik dominatornya. Pada contoh Gambar 2.10(a), diperoleh himpunan titik dominatornya adalah $D = \{x_2, y_2\}$ dan himpunan titik selain dominator adalah $V - D = \{x_1, x_3, y_1, y_3\}$, sehingga menurut syarat *locating dominating set* didapatkan hasil sebagai berikut:

$$N(x_1) \cap D = \{x_2\};$$

$$N(x_3) \cap D = \{x_2\};$$

$$N(y_1) \cap D = \{y_2\}.$$

$$N(y_3) \cap D = \{y_2\}.$$

Berdasarkan hasil irisan antara himpunan titik tetangga anggota dari $V - D$ dengan himpunan titik D , terdapat hasil irisan yang sama yaitu $x_1 = x_3$ dan $y_1 = y_3$. Sehingga untuk $|D| = 2$ tidak memenuhi syarat *locating dominating set*.

Pada contoh Gambar 2.10(b), diperoleh himpunan titik dominatornya adalah $D = \{x_1, x_2, x_3\}$ dan himpunan titik selain dominator adalah $V - D = \{y_1, y_2, y_3\}$, sehingga menurut syarat *locating dominating set* didapatkan hasil sebagai berikut:

$$N(y_1) \cap D = \{x_1\};$$

$$N(y_2) \cap D = \{x_2\};$$

$$N(y_3) \cap D = \{x_3\}.$$

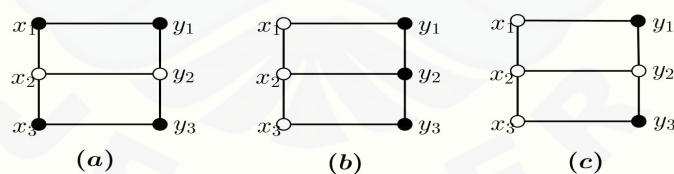
Berdasarkan hasil irisan antara himpunan titik tetangga anggota dari $V - D$ dengan himpunan titik D , dapat dilihat bahwa hasil irisan berbeda dan bukan merupakan himpunan kosong, sehingga syarat dari *locating dominating set* terpenuhi. Untuk Gambar 2.10(c) memiliki himpunan titik $V = \{x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3\}$ dan himpunan titik dominatornya adalah $D = \{x_1, x_2, x_3, y_2\}$, $V - D = \{y_1, y_3\}$, sehingga menurut syarat *locating dominating set* didapatkan hasil sebagai berikut:

$$N(y_1) \cap D = \{x_1, y_2\};$$

$$N(y_3) \cap D = \{x_3, y_2\}.$$

Berdasarkan hasil irisan antara himpunan titik tetangga anggota dari $V - D$ dengan himpunan titik D , dapat dilihat bahwa hasil irisan berbeda dan bukan merupakan himpunan kosong, sehingga memenuhi syarat dari *locating dominating set*.

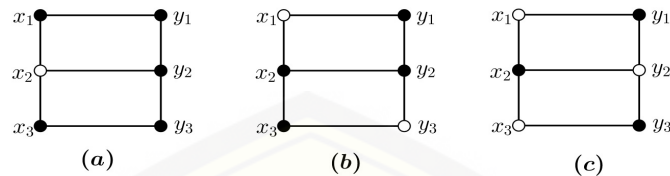
Gambar 2.11(b) dan 2.11(c) merupakan *locating dominating set*, namun untuk *locating domination number* hanya dipenuhi oleh Gambar 2.11(b), karena sesuai dengan definisi *locating domination number* yang merupakan kardinalitas terkecil dari *locating dominating set*. Sehingga nilai *locating domination number* dari graf tangga L_3 adalah $\gamma_L(L_3) = 3$.



Gambar 2.10 Contoh *Locating Dominating Set*

Menurut Haynes dan Hening (2002) himpunan titik D dari graf G dikatakan *independent dominating set* jika tidak ada dua titik anggota himpunan D yang bertetangga. Kardinalitas terkecil dari *independent dominating set* disebut *independent dominating number* yang dinotasikan dengan $i(G)$. *Independent dominating set* D dengan $|D| = i(G)$ dinamakan *minimum independent dominating set*. Contoh *independent dominating set* pada graf tangga L_3 dapat

dilihat pada Gambar 2.10, dimana titik yang diwarnai putih merupakan titik dominatornya.



Gambar 2.11 Contoh *Independent Dominating Set*

Pada Gambar 2.11(a), himpunan titik dominator graf tangga L_3 adalah $D = \{x_2\}$. Sehingga himpunan titik selain titik dominator adalah $V(G) - D = \{x_1, x_3, y_1, y_2, y_3\}$, untuk himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$ adalah sebagai berikut:

Tabel 2.4 Himpunan titik tetangga dari titik anggota $V(G) - D$

No	$u \in V - D$	$N(u)$
1	x_1	$\{x_2, y_1\}$
2	x_3	$\{x_2, y_3\}$
3	y_1	$\{x_1, y_2\}$
4	y_2	$\{x_2, y_1, y_3\}$
5	y_3	$\{x_3, y_2\}$

Berdasarkan hasil pada tabel, diketahui bahwa titik-titik yang merupakan anggota dari $V(G) - D$ dan bertetangga dengan titik dominator adalah x_1, x_3, y_2 atau dapat dikatakan bahwa titik dominator x_2 hanya mendominasi titik x_1, x_2, y_2 , sedangkan titik y_1 dan y_3 tidak terdominasi oleh titik dominator. Sehingga untuk $|D| = 1$ tidak memenuhi syarat *dominating independent set* karena himpunan titik dominator pada Gambar 2.10(a) tidak mendominasi seluruh titik pada graf tangga L_3 .

Pada Gambar 2.11(b), himpunan titik dominator adalah $D = \{x_1, y_3\}$ dan untuk himpunan titik selain dominator adalah $V(G) - D = \{x_2, x_3, y_1, y_2\}$. Berikut ini adalah tabel himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$.

Tabel 2.5 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$

No	$u \in V - D$	$N(u)$
1	x_2	$\{x_1, x_3, y_2\}$
2	x_3	$\{x_2, y_3\}$
3	y_1	$\{x_1, y_2\}$
4	y_2	$\{x_2, y_1, y_2\}$

Berdasarkan hasil pada tabel diketahui bahwa titik-titik yang merupakan anggota dari $V(G) - D$ dan bertetangga dengan himpunan titik dominator pada graf tangga L_3 adalah x_2, x_3, y_2, y_3 dimana titik dominator x_1 mendominasi titik x_2, y_1 sedangkan untuk titik dominator y_3 mendominasi titik x_3, y_2 . Sehingga Gambar 2.11(b) memenuhi syarat *independent dominating set* karena himpunan titik dominator mendominasi semua titik pada graf tangga L_3 dan tidak ada dua titik anggota himpunan D yang bertetangga.

Pada Gambar 2.11(c), himpunan titik dominator adalah $D = \{x_1, x_3, y_2\}$ dan untuk himpunan titik selain dominator adalah $V(G) - D = \{x_2, y_1, y_3\}$. Berikut ini adalah tabel himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$.

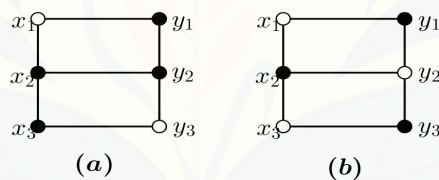
Tabel 2.6 Himpunan titik tetangga dari himpunan titik anggota $V(G) - D$

No	$u \in V - D$	$N(u)$
1	x_2	$\{x_1, x_3, y_2\}$
2	y_1	$\{x_1, y_2\}$
3	y_3	$\{x_3, y_2\}$

Berdasarkan hasil pada tabel diketahui bahwa titik-titik yang merupakan anggota dari $V(G) - D$ dan bertetangga dengan himpunan titik dominator pada graf tangga L_3 adalah x_2, y_1, y_3 dimana titik dominator x_1 mendominasi titik x_2, y_1 , titik dominator x_3 mendominasi titik x_2, y_3 , dan untuk titik y_2 mendominasi titik x_2, y_1, y_3 . Sehingga Gambar 2.11(c) memenuhi syarat *independent dominating set* karena himpunan titik dominator mendominasi semua titik pada graf tangga L_3 dan tidak ada dua titik anggota himpunan D yang bertetangga.

Gambar 2.11(b) dan 2.11(c) merupakan *independent dominating set*, namun untuk gambar yang memenuhi syarat *domination number* hanya Gambar 2.10(b) karena sesuai dengan definisi dari *independent domination number* yang merupakan kardinalitas terkecil dari *independent dominating set*. Sehingga untuk *domination number* dari graf tangga L_3 adalah $i(L_3) = 2$.

Locating independent dominating set adalah suatu himpunan titik D pada graf $G = (V, E)$ dikatakan *locating independent dominating set* jika tidak ada dua titik anggota himpunan D yang bertetangga pada graf G dan untuk setiap pasangan titik yang berbeda u dan v pada $V(G) - D$ memenuhi syarat $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$, $N(u) \cap D \neq \emptyset$, dan $N(v) \cap D \neq \emptyset$ dengan $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u . Kardinalitas minimum dari *locating independent dominating set* disebut *locating independent dominating number* yang disimbolkan dengan $\gamma_{Li}(G)$. Contoh *locating independent dominating set* dapat dilihat pada Gambar 2.12, dimana titik warna putih merupakan titik dominator.



Gambar 2.12 Contoh *Locating Independent Dominating Set*

Pada Gambar 2.12(a), himpunan titik dominator adalah $D = \{x_1, y_3\}$ dan untuk himpunan titik selain dominator adalah $V(G) - D = \{x_2, x_3, y_1, y_2\}$. Sehingga menurut syarat *locating independent dominating set* didapatkan hasil sebagai berikut:

$$N(x_2) \cap D = \{x_1\};$$

$$N(x_3) \cap D = \{y_3\};$$

$$N(y_1) \cap D = \{x_1\};$$

$$N(y_2) \cap D = \{y_3\}.$$

Berdasarkan hasil irisan antara himpunan titik tetangga anggota dari $V - D$ dengan himpunan titik D , terdapat hasil irisan yang sama yaitu $N(x_2) \cap D = N(y_1) \cap D$

dan $N(x_3) \cap D = N(y_2) \cap D$. Sehingga untuk $|D| = 2$ tidak memenuhi syarat *locating independent dominating set*.

Pada contoh Gambar 2.12(b) diperoleh himpunan titik dominatornya adalah $D = \{x_1, y_2, x_3\}$ dan himpunan titik selain dominator adalah $V - D = \{x_2, y_1, y_3\}$, sehingga menurut syarat *locating independent dominating set* didapatkan hasil sebagai berikut:

$$N(x_2) \cap D = \{x_1, x_3, y_2\};$$

$$N(y_1) \cap D = \{x_1, y_2\};$$

$$N(y_3) \cap D = \{y_2, x_3\}.$$

Berdasarkan hasil irisan antara himpunan titik tetangga anggota dari $V - D$ dengan himpunan titik D , dapat dilihat bahwa hasil irisan berbeda dan bukan merupakan himpunan kosong, sehingga syarat dari *locating independent dominating set* terpenuhi dan didapatkan nilai *locating independent dominating number* $\gamma_{Li}(L_3) = 3$.

Wardani dkk. (2018) melakukan penelitian mengenai *locating independent dominating set* pada graf hasil operasi korona dan mengahasil dua lema sebagai berikut:

Lema 2.1. Graf G, H adalah graf sederhana, terhubung, dan tidak berarah. Jika operasi korona graf G dan H dinotasikan dengan $G \odot H$, maka *locating independent dominating set* pada graf $G \odot H$ dominatornya berada pada graf H .

Lema 2.2. Untuk graf hasil operasi korona $G \odot H$ dengan banyaknya titik pada graf G $p(G)$ dan H dengan order m , maka

$$\gamma_{Li} \geq \begin{cases} \{p(G)(\gamma_{Li}(H))\} & ; \text{ untuk } diam(H) > 2 \\ \sim & ; \text{ untuk } m \text{ diam}(H) \leq 2 : \gamma_{Li}(H) = \sim \end{cases}$$

Berikut merupakan hasil penelitian terdahulu mengenai *locating independent dominating set* pada graf sederhana, adapun hasil-hasilnya dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.7 Hasil *Locating Independent Domination Number* Penelitian Terdahulu

Graf	$\gamma_{Li}(G)$	Keterangan
Graf Lintasan (P_n)	$\lceil \frac{2n}{5} \rceil$	Slater
Cycle (C_n)	$\lceil \frac{2n}{5} \rceil$	Slater
Graf Bunga Matahari (SF_n)	n	Mellisa (2016)
Graf Tangga (L_n)	$n, n \geq 3$	Mellisa (2016)
Graf Helm (H_n)	$n + 1, n \geq 3$	Mellisa (2016)
Graf Parasut (PC_n)	$n, n \geq 5$	Mellisa (2016)
Graf Semi Parasut (SP_{2n-1})	$n - 1, n \geq 4$	Mellisa (2016)
Graf Jahangir (J_n)	$n, n \geq 3$	Mellisa (2016)
Graf Buku ($B_{4,n}$)	$n, n \geq 2$	Komariyah (2016)
Graf Star (S_n)	$n, n \geq 3$	Wardani (2017)
Graf Prisma ($H_{4,n}$)	$2n, n \geq 3$ dan n genap	Komariyah (2016)
Graf Roda (W_n)	$\frac{n}{2}, n \geq 6$ dan n genap	Komariyah (2016)
$S_m \supseteq W_n$	$\frac{nm-2m}{2} + 1, n \geq 3, m \geq 5$, dan m genap	Komariyah (2016)
$S_n \supseteq C_m$	$\frac{n(m-1)}{2}, n \geq 3, m \geq 4$, dan m ganjil	Komariyah (2016)
$S_n \supseteq P_m$	$\lfloor \frac{n(m-1)}{2} + 1 \rfloor, n \geq 3, m \geq 4$, dan m genap	Komariyah (2016)
$C_n \supseteq L_m$	$mn - n, n \geq 3$ dan $m \geq 3$	Komariyah(2016)
$C_n \supseteq C_3$	$n, n \geq 3$	Komariyah (2016)
$P_n \supseteq C_3$	$n - 1, n \geq 3$	Komariyah (2016)
$C_n \supseteq P_m$	$\frac{mn-2n}{2}, n \geq 3, m \geq 6$, dan m genap	Komariyah (2016)

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan dalam jenis penelitian eksploratif, dimana penelitian eksploratif bertujuan menemukan sesuatu hal yang baru dan ingin diketahui oleh peneliti. Hasil dari penelitian tersebut dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya dan data dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang digunakan berupa graf hasil operasi korona.

3.2 Rancangan Penelitian

Rancangan penelitian untuk locating dominating set pada graf khusus dan graf hasil operasi korona digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan oleh Gambar (3.1). Rancangan penelitian tersebut dapat diuraikan sebagai berikut.

- a. menentukan graf-graf yang akan digunakan.

Menentukan gambar graf yang akan digunakan sebagai objek penelitian, dimana graf-graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf yang telah diteliti sebelumnya dan diketahui nilai *locating independent dominating number*.

- b. menerapkan operasi graf korona.

Setelah menentukan graf yang akan digunakan, selanjutnya graf yang telah ditentukan akan dioperasikan menjadi graf hasil operasi korona.

- c. menentukan kardinalitas titik dan sisi pada graf hasil operasi korona.

Setelah graf hasil operasi korona pada tahap sebelumnya didapatkan, selanjutnya graf tersebut akan dicari himpunan titik dan sisi, serta kardinalitas titik dan sisinya.

- d. menentukan titik pada *locating independent dominating set*.

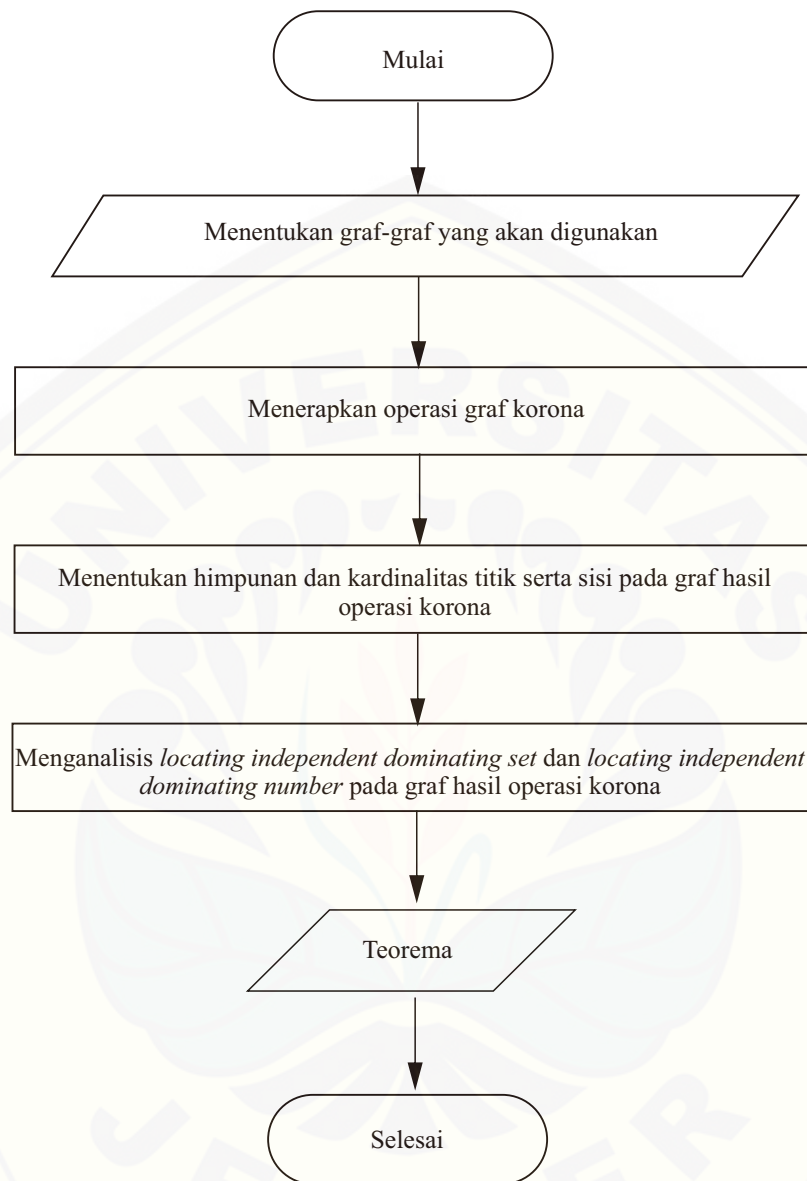
Titik-titik yang dipilih dalam tahap ini adalah titik-titik yang dapat menjangkau titik-titik disekitarnya, dimana titik-titik tersebut dinamakan himpunan titik dominator. Titik dominator pada *locating independent dominating set* harus memenuhi syarat yaitu masing-masing titik dominator yang telah dipilih tidak boleh bertetangga.

- e. menganalisis *locating independent dominating set* pada graf hasil operasi korona.

Pada tahap ini akan dianalisis apakah penentuan himpunan titik dominator pada tahap sebelumnya telah memenuhi syarat *locating independent dominating set*, dimana teori *locating independent dominating set* menerapkan beberapa syarat yaitu:

- 1) Misal u dan v adalah pasangan titik berbeda dan merupakan anggota dari himpunan titik $V(G) - D$, maka untuk irisan dari himpunan titik tetangga u dengan himpunan titik dominator tidak boleh kosong, begitupun untuk irisan dari himpunan titik tetangga v dengan himpunan titik dominator juga tidak boleh kosong, dan secara matematis dapat dituliskan dengan $N(u) \cap D \neq \emptyset$ dan $N(v) \cap D \neq \emptyset$.
 - 2) Misal u dan v adalah pasangan titik berbeda dan merupakan anggota dari himpunan titik $V(G) - D$, maka untuk irisan dari himpunan titik tetangga u dengan himpunan titik dominator tidak boleh sama dengan irisan dari himpunan titik tetangga v dengan himpunan titik dominator dan secara matematis dapat dituliskan $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$
- f. merumuskan teorema *locating independent domination number* pada graf hasil operasi korona.

Adapun skema dari rancangan penelitian sebagai berikut.



Gambar 3.1 Rancangan Penelitian

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa graf-graf hasil operasi korona dari graf G dan graf H yang dinotasikan dengan $G \odot H$ dalam penelitian ini secara umum memiliki nilai *locating independent domination number*nya yaitu $\gamma_{Li}(G \odot H) = p(G)\gamma_{Li}(H)$.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian, penulis memberikan saran kepada pembaca atau peneliti lain untuk melakukan penelitian lebih lanjut lagi mengenai *locating independent dominating set* pada graf-graf hasil operasi lain, seperti operasi korona, komposisi, shackle, amalgamasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Ardiyansah, R. dan Darmaji. 2013. Bilangan Kromatik Graf Hasil Amalgamasi Dua Buah Graf. *Sains dan Seni Pomits*, 2(1): 2337-3520
- Argiroffo, G. R dan Bianchi, S. M. 2015. *A Polyhedral Approach to Locating-Dominating Sets in Graphs. Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 50: 89-94.
- Chartrand, Gary dan Oellerman, Ortrud R. 1993. *Applied and Algrithmic Graph Theory*. . Newyork: Mc-Graw-Hill,Ine.
- Desvandai, R.B. *Analisa Himpunan Dominasi Lokasi pada Model Topologi Graf Khusus dan Operasinya*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Foucaud, F. 2015. *Decision and Approximation Complexity for Identifying Codes and Locating-Dominating Sets in Restricted Graph Classes*. *Journal of Discrete Algorithms*, 31: 48:68.
- Harary, F. 1969. *Graph Theory*. New London: Wesley.
- Harsya, A.T., I.H. Agustin dan Dafik. 2014. *Bilangan Kromatik pada Pengoperasian Graf Lintasan dan Graf Lingkaran*. *SENDIKMAD*, 1257-1262.
- Hartsfield, N and Ringel. 1994. *Pearls in Graph Theory*. United Kingdom : Academic Press Limited, halaman 49-60.
- Haynes, T. W dan Henning, M.A. 2002. *Total Domination Good Vertices in Graphs*. *Australasian Journal of Combinatics*, 26:305-315.
- Gallian, J. A. 2009. *Dynamic Survey of Graph Labelling*. The Electronic Journal of Combinatorics.
- Gibbons, A. 1985. *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Gross, J.T. dan J. Yellen. 2006. *Graph Theory and Its Applications, 2nd Ed*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Komariyah. 2016. *Independent Dominating Number pada beberapa Graf Operasi*.

Skripsi. Jember: Universitas Jember

Lipschotz dan Lipson. 2002. Matematika Diskrit Jilid 2. Jakarta : Salemba Teknika.

Sari, M.P.2016.*Independent Dominating Number pada beberapa Graf Operasi*. Skripsi. Jember: Universitas Jember

Munir, R. 2009. *Matematika Diskrit Edisi 3*. Bandung : Informatika Bandung.

Purwanto, H., Indriani, G., dan Dayanti, E. 2006. *Matematika Diskrit*. Jakarta : PT. Ercontara Rajawali.

Slamin. 2009., *Desain Jaringan: Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.

Slater, P. J. 1988. *Dominating and reference sets in a graph*. Journal of Mathematical and Physical Sciences,22:445-455.

Slater, P. J. 2002. *Fault-Tolerant Locating-Dominating Sets*. Discrete Mathematics, 249:179-189.

Solehah, S.A.2016.*Independent Dominating Number pada beberapa Graf Operasi*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.

Wardani, D. A. R, Agustin, I. H., dan Dafik. 2014. *Bilangan Dominasi dari Graf-Graf Khusus:Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika: UAD Yogyakarta*, vol.1.

Wardani, D. A. R, Dafik, Agustin, I. H., Marsidi dan Putri, C.D. 2018.*On the locating independent domination number of corona product of graphs:AIP Conference Proceedings*. ACCEPTED.