Digital Repository Universitas Jember

ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Petrina Talita Putri

NIM 140210101048

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MIPA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS JEMBER

2018

Digital Repository Universitas Jember

ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Petrina Talita Putri
NIM 140210101048

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2018

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan suatu kebahagiaan penggalan bait dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

1. Almarhumah Bapak Hery Sunarijadi;
2. Ibu Elly Istyowati yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
3. Adikku Muhammad Rafif Rizqi Putra yang senantiasa memberikan dorongan, semangat, dan doa selama masa studiku;
4. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;
5. Teman-teman angkatan 2014 FKIP Matematika Matric'14 yang telah berbagi pengalaman bersama selama masa kuliah;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Digital Repository Universitas Jember

MOTTO

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اسْتَعِينُوا بِالصَّبْرِ وَالصَّلَاةِ ۚ
إِنَّ اللَّهَ مَعَ الصَّابِرِينَ ﴿١٥٣﴾

"Hai orang-orang yang beriman, jadikanlah sabar dan shalatmu sebagai penolongmu, sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar."

(QS. Al-Baqarah: 153) *)

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama"

(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.) **)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. Al-*Qur'an* dan Terjemahannya. Bandung. CV Penerbit J-ART.

**) http://repository.unej.ac.id

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Petrina Talita Putri

NIM : 140210101048

Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juni 2018

Yang menyatakan,

Petrina Talita Putri

NIM. 140210101048

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PEMBIMBINGAN

ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Petrina Talita Putri

NIM 140210101048

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PENGAJUAN

ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama	: Petrina Talita Putri
NIM	: 140210101048
Tempat dan Tanggal Lahir	: Bondowoso, 19 Desember 1995
Jurusan / Program Studi	: Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. NIP. 19680802 199303 1 004	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. NIP. 19700307 199512 2 001

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Selasa

Tanggal : 5 Juni 2018

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc,.Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota II,

Drs. Antonius Cahya P, M.App.Sc., Ph.D.
NIP. 19690928 199302 1 001

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Digital Repository Universitas Jember

RINGKASAN

Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Petrina Talita Putri, 140210101048; 2018: 155 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Koneksi pelangi titik merupakan salah satu topik pada teori graf yang dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari seperti representasi dari suatu jaringan informasi dan proses pendistribusian. Koneksi pelangi titik merupakan pewarnaan titik pada suatu graf dimana setiap titik dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna berbeda. Misalkan pada graf G terhubung yang tak trivial $G = (V(G), E(G))$ didefinisikan suatu pewarnaan $c' : V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, ..., k\}$ dengan titik interior berbeda yang disebut koneksi pelangi titik. Lintasan $u - v$ di G disebut lintasan pelangi titik jika semua titik internal pada lintasan di G memiliki warna yang berbeda. Bilangan bulat terkecil dari warna yang dibutuhkan untuk menghasilkan suatu koneksi pelangi titik pada graf G disebut dengan bilangan koneksi pelangi titik, dinotasikan sebagai $rvc(G)$. Krivelevich dan Yuster (2009) menyatakan teorema batas bawah dari koneksi pelangi titik pada suatu graf G adalah: misalkan G adalah graf terhubung dengan $diam(G)$, maka $rvc(G) \geq diam(G) - 1$. Diameter dari graf G, dinotasikan dengan $diam(G)$, adalah eksentrisitas maksimal di G. Eksentrisitas (*eccentricity*) sebuah titik v dari graf G, dinotasikan dengan $ecc(v)$, adalah jarak titik v ke titik terjauh dari v. Graf yang digunakan untuk penelitian dalam koneksi pelangi titik adalah beberapa keluarga graf roda yang terdiri dari graf kipas, graf jahangir, graf semi jahangir dan graf bunga matahari serta hasil operasi shakel titik dari graf jahangir.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif aksiomatik dalam menentukan bilangan koneksi pelangi titik pada graf

Digital Repository Universitas Jember

yang diteliti yang dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Keterampilan berpikir tingkat tinggi didasarkan pada enam tahapan Taksonomi Bloom Revisi yang meliputi mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan mencipta. Penelitian ini menghasilkan lima teorema sebagai berikut:

Teorema 1 *Misalkan F_n adalah graf kipas dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf kipas F_n adalah $rvc(F_n) = 1$.*

Teorema 2 *Misalkan J_n adalah graf jahangir dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf jahangir J_n adalah*

$$rvc(J_n) = \begin{cases} n-1, \text{ untuk } n = 2,3 \\ 3, \text{ untuk } n \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 3 *Misalkan SJ_n adalah graf jahangir dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf jahangir SJ_n adalah*

$$rvc(SJ_n) = \begin{cases} n-1, \text{ untuk } n = 2,3 \\ 3, \text{ untuk } n \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 4 *Misalkan Sf_n adalah graf bunga matahari dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf bunga matahari Sf_n adalah*

$$rvc(Sf_n) = \begin{cases} \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, \text{ untuk } 2 \leq n \leq 5 \\ 3, \text{ untuk } n \geq 6 \end{cases}$$

Teorema 5 *Misalkan $Shack(J_n, v, m)$ adalah graf hasil operasi shakel titik dari graf jahangir J_n dengan $n \geq 2$ dan $m \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf $Shack(J_n, v, m)$ adalah.*

$$rvc(Shack(J_n, v, m)) = \begin{cases} 2m-1, \text{ untuk } n = 2 \\ 2m+1, \text{ untuk } n \geq 3 \end{cases}$$

Digital Repository Universitas Jember

Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dan koneksi pelangi titik dari awal hingga akhir penelitian yaitu mengingat (mengulang kembali definisi dan teorema yang berkaitan dengan graf yang diteliti dan koneksi pelangi titik), memahami (menjabarkan himpunan titik dan himpunan sisi dilanjutkan menguraikan eksentrisitas dari setiap titik pada masing-masing graf yang diteliti), menerapkan (menentukan diameter berdasarkan eksentrisitas maksimal dan menerapkan pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti), menganalisis (menghubungkan diameter dengan banyak pewarnaan pelangi titik dan memecah hasil observasi diameter dan hasil pewarnaan pelangi titik menjadi beberapa kasus), mengevaluasi (memprediksi batas bawah dan batas atas sehingga dapat menjustifikasi bilangan koneksi pelangi titik) dan mencipta (menentukan teorema baru dari formulasi rumus yang ditemukan).

Digital Repository Universitas Jember

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Penguji yang telah memberikan perbaikan dalam penulisan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Teman seperjuangan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika angkatan 2014;
10. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Digital Repository Universitas Jember

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juni 2018

Penulis

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR ISI

Halaman

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR TABEL

Halaman

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
$V(G)$	=	Himpunan Titik pada Graf G
$E(G)$	=	Himpunan Sisi pada Graf G
$\|V(G)\|$	=	Banyaknya Titik pada Graf G
$\|E(G)\|$	=	Banyaknya Sisi pada Graf G
$diam(G)$	=	Diameter pada Graf G
C_n	=	Graf Lingkaran dengan n titik
W_n	=	Graf Roda dengan $n+1$ titik
F_n	=	Graf Kipas dengan $n+1$ titik
J_n	=	Graf Jahangir dengan $2n+1$ titik
SJ_n	=	Graf Semi Jahangir dengan $2n$ titik
Sf_n	=	Graf Bunga Matahari dengan $2n+1$ titik
$rvc(G)$	=	Bilangan koneksi pelangi titik pada graf G
$c'(G)$	=	Fungsi pewarnaan koneksi pelangi titik pada graf G

Digital Repository Universitas Jember

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pendidikan merupakan salah satu komponen utama dalam memajukan suatu negara. Soedjadi (2000:6) menyatakan bahwa tujuan pendidikan dijadikan sebagai salah satu tolak ukur dalam penentu kemajuan suatu negara. Sehingga pendidikan di Indonesia harus searah dengan tujuan pendidikan Nasional. Salah satu tujuan pendidikan Nasional adalah untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dalam menanggapi setiap permasalahan yang ada. Selain itu, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi memunculkan permasalahan-permasalah baru yang menuntut manusia untuk dapat mengembangkan keterampilan berpikirnya.

Keterampilan berpikir termasuk dalam ranah kognitif taksonomi Bloom. Ranah kognitif berkaitan dengan kemampuan berpikir yang mencakup kemampuan intelektual yang dimulai dari proses mengenal dilanjutkan dengan proses mengingat atau menghafal, memahami dan memproses informasi apa yang telah diperoleh. Tingkatan dalam taksonomi Bloom revisi terdiri dari C1 yaitu mengingat, C2 yaitu memahami, C3 yaitu menerapkan, C4 yaitu menganalisis, C5 yaitu mengevaluasi, dan C6 mencipta. Keterampilan berpikir dimulai dari berpikir tingkat rendah kemudian dilanjutkan dengan berpikir tingkat tinggi. Keterampilan berpikir tingkat tinggi atau *high order thinking skills* (HOTS) dapat dicapai apabila seseorang telah melewati tiga tingkatan dasar yang termasuk keterampilan berpikir tingkat rendah dalam taksonomi Bloom revisi, yaitu mengingat, memahami dan menerapkan. Sehingga tahapan menganalisis, mengevaluasi dan mencipta tergolong ke dalam kategori berpikir tingkat tinggi. Keterampilan berpikir tingkat tinggi sangat diperlukan untuk memecahkan masalah di berbagai bidang ilmu, salah satunya adalah matematika.

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peranan penting dalam cabang ilmu lainnya, serta dapat mengembangkan keterampilan berpikir seseorang. Seiring dengan

Digital Repository Universitas Jember

perkembangan zaman, bidang ilmu matematika dibagi menjadi beberapa cabang ilmu diantaranya aljabar, geometri, statistika dan probabilitas, matematika aplikasi, matematika komputasi, matematika ekonomi, serta matematika diskrit. Salah satu ilmu yang dibahas pada cabang ilmu matematika diskrit adalah teori graf.

Teori graf muncul pertama kali pada tahun 1736 ketika matematikawan asal Swiss, Leonhard Euler memperkenalkan teori graf dalam memecahkan masalah Jembatan *Konigsberg* di sungai Pregal yang sangat terkenal di Eropa. Euler membuktikan bahwa mustahil bagi para penduduk untuk menemukan sebuah rute yang melalui setiap jembatan pada Jembatan *Konigsberg* tepat satu kali dan kembali lagi ketempat semula. Saat itu Euler merepresentasikan keempat daratan sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi yang merupakan representasi visual dari sebuah graf. Sejak saat itu teori graf banyak dikembangkan oleh ilmuwan di berbagai bidang ilmu. Salah satu topik yang dibahas pada teori graf adalah *rainbow connection* atau koneksi pelangi.

Koneksi pelangi pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk pada tahun 2008. Koneksi pelangi merupakan perkembangan dari topik sebelumnya yaitu pewarnaan graf. Pewarnaan graf adalah pemberian warna-warna ke titik atau sisi dari suatu graf. Koneksi pelangi adalah pemberian warna pada sisi graf, dimana setiap titik pada graf dihubungkan oleh lintasan yang memiliki sisi-sisi yang berbeda warna. *Rainbow connection number* atau bilangan koneksi pelangi suatu graf G, disimbolkan dengan $rc(G)$ merupakan bilangan yang menyatakan banyaknya pemberian warna minimal dalam suatu graf G. Konsep koneksi pelangi dapat dikaitkan dalam kehidupan sehari-hari seperti representasi dari suatu jaringan informasi dan proses pendistribusian.

Pada tahun 2009, Krivelevich dan Yuster memperkenalkan *rainbow vertex connection* atau koneksi pelangi titik sebagai pengembangan dari konsep koneksi pelangi. Koneksi pelangi dibagi menjadi dua jenis yaitu koneksi pelangi sisi dan koneksi pelangi titik. Koneksi pelangi sisi merupakan istilah baru dari konsep awal koneksi pelangi yang telah diperkenalkan sebelumnya. Sedangkan koneksi pelangi titik adalah pemberian warna pada titik dari suatu graf, dimana setiap

Digital Repository Universitas Jember

titik pada graf dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna yang berbeda. *Rainbow connection vertex number* atau bilangan koneksi pelangi titik suatu graf G, disimbolkan dengan $rvc(G)$ merupakan bilangan yang menyatakan banyaknya pemberian warna minimal dalam suatu graf G.

Beberapa graf dapat dikelompokkan berdasarkan kekerabatannya sehingga disebut suatu keluarga graf. Salah satu keluarga graf yang sudah dikenal adalah keluarga graf roda. Penelitian ini berfokus pada keluarga graf roda yang belum pernah diteliti mengenai koneksi pelangi titiknya. Keluarga graf roda (*wheel related graphs*) merupakan graf-graf yang memiliki keterkaitan struktur dengan graf roda. Keluarga graf roda juga termasuk pada graf khusus, sehingga memiliki keunikan (tidak isomorfis dengan graf lain). Karakteristik bentuk dari setiap graf khusus dapat diperbanyak sampai order n tetapi tetap simetris. Sehingga graf-graf ini dapat menjadi bahan kajian baru untuk dapat diteliti khususnya terkait dengan koneksi pelangi titik. Keluarga graf roda yang diteliti di penelitian ini adalah graf kipas, graf jahangir, graf semi jahangir dan graf bunga matahari.

Dua atau lebih graf khusus dapat dikembangkan menjadi suatu graf baru melalui operasi graf. Terdapat beragam operasi graf, salah satunya adalah operasi shakel. Operasi shakel dibedakan berdasarkan penghubungnya. Jika penghubungnya berupa titik maka disebut shakel titik yang dinotasikan dengan $shack(G, v, n)$. Jika penghubungnya berupa sisi maka disebut shakel sisi yang dinotasikan dengan $shack(G, e, n)$. Shakel titik $shack(G, v, n)$ diartikan sebagai sebuah graf yang dibentuk dari n graf terhubung tak trivial dari graf isomorfis G sehingga untuk setiap $s, t \in [1, n]$ dengan $|s - t| \geq 2$ berlaku G_s dan G_t tidak mempunyai titik yang sama, dan untuk setiap $i \in [1, n-1]$, G_t dan G_{t+1} mempunyai tepat satu titik yang sama, disebut titik penghubung (*vertex linkage*), dan $k - 1$ titik penghubung tersebut semuanya berbeda. Setiap graf khusus dapat dioperasikan untuk menghasilkan suatu graf baru dan dapat dijadikan sebagai variasi objek penelitian. Graf yang dioperasi shakel titik adalah salah satu dari keluarga graf yang diteliti, yaitu graf jahangir. Alasan pemilihan graf jahangir adalah shakel titik dari graf jahangir belum pernah diteliti koneksi pelangi titiknya. Shakel titik dari graf kipas telah diteliti

Digital Repository Universitas Jember

sebelumya oleh Ariska padda tahun 2016.

Alfarisi, Dafik dan Fatahillah pada tahun 2014 melakukan pengembangan *rainbow connection* pada sebarang graf khusus. Darmawan (2015) melakukan penelitian tentang analisis *rainbow connection number* pada graf khusus dan hasil operasinya. Dian N.S Simamora dan A.N.M. Salman (2015) telah melakukan penelitian yang berjudul *The Rainbow Vertex Connection Number of Pencil Graphs* mengkaji tentang bilangan koneksi pelangi titik dari graf pensil ($rvc(Pc_n)$). Ida Ariska (2016) melakukan penelitian tentang analisis *rainbow vertex connection* pada beberapa graf khusus dan operasinya.

Berdasarkan pada beberapa penelitian sebelumnya, peneliti akan mengkaji masalah bagaimana menentukan koneksi pelangi titik dari beberapa graf yang termasuk ke dalam keluarga graf roda dan operasi shakel. Selain itu, peneliti akan mengkaji keterkaitan antara tahapan kegiatan penelitian koneksi pelangi titik dari beberapa graf yang termasuk ke dalam keluarga graf roda dan operasi shakel, dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Berdasarkan hal tersebut, maka peniliti mengambil judul ”Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. bagaimana menentukan bilangan koneksi pelangi titik pada pada keluarga graf roda dan shakel graf jahangir?

b. bagaimana keterkaitan proses pewarnaan titik pada keluarga graf roda dan shakel graf jahangir menggunakan koneksi pelangi titik dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan diselesaikan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

Digital Repository Universitas Jember

a. graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf terhubung tak trivial, graf tidak berarah dan graf sederhana;
b. keluarga graf roda yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf kipas disimbolkan dengan F_n, graf jahangir disimbolkan dengan J_n, graf semi jahangir disimbolkan dengan SJ_n, graf bunga matahari disimbolkan dengan Sf_n dan hasil operasi shakel graf jahangir disimbolkan dengan $Shack(J_n, v, m)$;
c. taksonomi Bloom yang digunakan adalah taksonomi Bloom yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. menentukan bilangan koneksi pelangi titik pada pada keluarga graf roda dan hasil operasi shakel graf jahangir;
b. mengetahui keterkaitan proses pewarnaan titik pada keluarga graf roda dan hasil operasi shakel graf jahangir menggunakan koneksi pelangi titik dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. menambah pengetahuan baru dalam bidang teori graf dan aplikasinya, terutama yang mempelajari koneksi pelangi titik;
b. memberikan motivasi pada peneliti lain untuk meneliti lebih luas tentang pencarian koneksi pelangi pada graf-graf lainnya;
c. hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan ilmu dalam menentukan koneksi pelangi titik untuk graf-graf yang lainnya;
d. sebagai referensi mengenai gambaran keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan koneksi pelangi titik;
e. mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi pada diri peneliti;

Digital Repository Universitas Jember

1.6 Kebaruan Penelitian

Kebaruan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. koneksi pelangi yang digunakan pada penelitian ini adalah koneksi pelangi titik yang belum banyak diteliti sebelumnya;

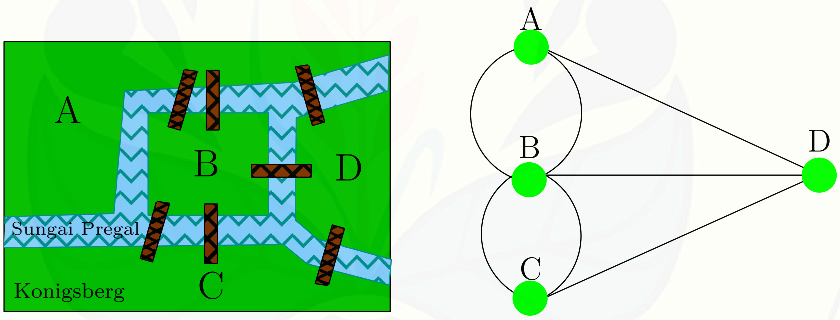
b. pada penelitian ini, graf yang diteliti adalah graf yang termasuk pada keluarga graf roda serta hasil operasi shakel graf jahangir yang belum pernah diteliti sebelumnya.

Digital Repository Universitas Jember

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Teori graf muncul pertama kali pada tahun 1736 ketika matematikawan asal Swiss, Leonhard Euler memperkenalkan teori graf dalam memecahkan masalah Jembatan *Konigsberg* di sungai Pregal yang sangat terkenal di Eropa. Saat itu Euler merepresentasikan keempat daratan sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi (Gambar 2.1). Euler mengemukakan bahwa untuk dapat melewati semua jembatan sebanyak satu kali dan kembali ke tempat semula, maka representasi grafnya harus merupakan graf Euler yaitu graf yang memuat sirkuit Euler. Sedangkan syarat keberadaan sirkuit Euler menurut Euler adalah derajat setiap simpulnya harus genap. Graf yang merepresentasikan permasalahan Jembatan *Konigsberg* mempunyai simpul yang semuanya berderajat ganjil, sehingga tidak mungkin melewati semua jembatan sebanyak satu kali untuk kembali ke tempat semula (Nugraheni, 2007).



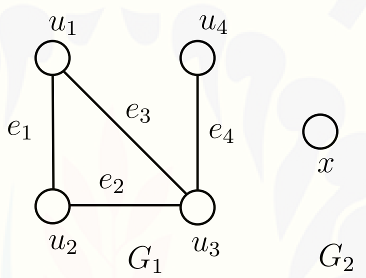
Gambar 2.1 Representasi Jembatan *Konigsberg*

Slamin (2009:11) secara matematis mendefinisikan sebuah graf G merupakan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (boleh kosong) dari pasangan tak terurut u, v dari titik-titik $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi. $V(G)$ disebut himpunan titik dari G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi dari G. Berdasarkan definisi graf tersebut, sebuah titik tanpa adanya sisi dapat dikatakan sebagai suatu graf, tetapi sebuah sisi tanpa adanya titik bukan sebuah graf. Gross

Digital Repository Universitas Jember

dan Yellen (2006:3) menyatakan bahwa sebuah graf yang terdiri dari satu titik dan tidak memiliki sisi disebut graf trivial.

Sebuah graf direpresentasikan dengan gambar berupa titik yang dihubungkan dengan garis diantara pasangan titik $u, v \in V(G)$. Contoh dari graf G_1 dengan $V(G_1) = \{u_1,\ u_2,\ u_3,\ u_4\}$, $E(G_1) = \{e_1,\ e_2,\ e_3,\ e_4\}$ dan graf trivial G_2 dengan $V(G_2) = \{x\}$, $E(G_2) = \emptyset$ ditunjukkan pada Gambar 2.2. Banyaknya titik atau banyaknya anggota dari himpunan $V(G)$ yang dinotasikan dengan p atau $|V(G)|$ disebut *order*, sedangkan banyaknya sisi atau banyaknya anggota dari himpunan $E(G)$ yang dinotasikan dengan q atau $|E(G)|$ disebut *size*. Pada Gambar 2.2, G_1 adalah graf dengan $|V(G_1)| = 4$, $|E(G_1)| = 4$ dan G_2 adalah graf dengan $|V(G_2)| = 1$, $|E(G_2)| = 0$.



Gambar 2.2 Contoh graf G_1 dan G_2

Chartrand dan Zhang (2011:432) menyatakan bahwa dua buah titik $u, v \in V(G)$ dikatakan bertetangga (*adjacent*) jika $uv = e \in E(G)$. Dengan kata lain titik u pada graf G dikatakan bertetangga pada v jika terdapat sisi e pada graf G yang menghubungkan kedua titik tersebut. Kondisi $uv = e \in E(G)$ menyebabkan titik u dan v bersisian (*incident*) dengan sisi e. Sebagai contoh, pada graf G_1 Gambar 2.2, u_1 bertetangga dengan titik u_2 dan u_3. Namun u_1 tidak bertetangga dengan u_4. Titik u_1 dan u_3 bersisian dengan e_3.

Derajat (*degree*) dari sebuah titik v pada graf G, dinotasikan dengan $deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi yang bersisian pada titik v atau dapat juga didefinisikan sebagai banyaknya titik yang bertetangga dengan titik v. Sebuah titik yang berderajat 0 (nol) disebut titik terisolasi (*isolated vertex*). Sedangkan titik yang berderajat 1 disebut titik anting (*pendant vertex*). Sebagai contoh,

Digital Repository Universitas Jember

pada Gambar 2.2, titik u_4 pada graf G_1 adalah titik anting dan titik x pada graf G_2 adalah titik terisolasi (Chartrand dan Zhang, 2011:436).

Jalan (*walk*) pada suatu graf merupakan barisan berhingga tak nol yang terdiri dari barisan titik dan sisi yang berhingga dan saling bergantian (*alternating*) dengan ketentuan setiap sisi bertetangga pada titik yang mengapitnya pada barisan tersebut serta titik dan sisinya boleh berulang. Sebuah jalan dari titik v_0 ke titik v_k dapat ditulis sebagai $(v_0, v_k) - walk = v_0e_1v_1e_2...e_kv_k$, untuk $1 \leq i \leq k$. Titik v_0 dan v_k berturut-berturut disebut titik awal (*origin*) dan titik akhir (*terminus*). Sedangkan titik-titik $v_1, v_2, ..., v_{k-1}$ disebut titik internal. Gross dan Yellen (2006:29) menyatakan suatu jalan dikatakan tertutup (*closed walk*) adalah suati jalan yang dimulai dan diakhiri oleh titik yang sama atau identik. Panjang suatu jalan merupakan banyaknya langkah-sisi yang terdapat pada jalan tersebut.

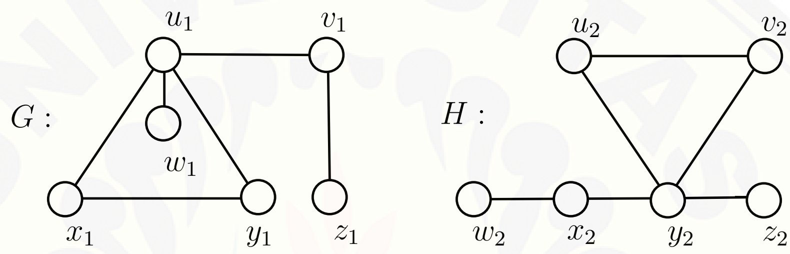
Jejak (*trail*) suatu graf adalah jalan yang tidak memiliki sisi yang berulang. Jejak yang diawali dan diakhiri oleh titik yang sama disebut jejak tertutup atau sirkuit. Jika sebuah jalan tidak memiliki titik dan sisi yang berulang atau dengan kata lain setiap titik dan sisi yang dilaluinya berbeda, maka disebut lintasan (*path*). Sebuah lintasan dari titik u ke titik v dapat ditulis sebagai $u - v$ *path*. Menurut Chartrand dan Zhang (2011:449), jarak (*distance*), dinotasikan dengan $d(u, v)$, merupakan panjang dari $u - v$ *path* terpendek. Slamin (2001:13) menyatakan bahwa jarak dari titik u ke titik v adalah panjang dari lintasan terpendek dari u ke titik v yang diukur dari banyak sisi yang harus dilewati untuk sampai ke v dari u.

Eksentrisitas (*eccentricity*) sebuah titik v dari graf G, dinotasikan dengan $ecc(v)$, adalah jarak titik v ke titik terjauh dari v. Diameter dari graf G, dinotasikan dengan $diam(G)$, adalah eksentrisitas maksimal di G. Dengan kata lain, diameter adalah jarak maksimum diantara dua titik pada suatu graf sehingga dapat dituliskan sebagai $diam(G) = maks\{ecc(v), v \in V(G)\}$ (Gross dan Yellen, 2006:418).

Sebuah graf G dikatakan isomorfis dengan sebuah graf H, dinotasikan dengan $G \cong H$, jika terdapat sebuah fungsi bijektif $\phi : V(G) \rightarrow V(H)$

Digital Repository Universitas Jember

sedemikian hingga dua titik u dan v bertetangga di G jika dan hanya jika dua buah titik $\phi(u)$ dan $\phi(v)$ bertetangga di H. Sehingga dua buah graf baik dikatakan isomorfis atau tidak, tidak dipengaruhi oleh pelabelan titik dan/atau sisinya maupun penggambaran dari kedua graf tersebut. Hal utama yang dilihat pada isomorfisme adalah kesamaan struktur (*structure-preserving*) yang dapat dinyatakan melalui suatu fungsi titik ϕ yang bijektif. Chartrand dan Zhang (2011:439) menyatakan bahwa jika $G \cong H$, maka keduanya memiliki *order* yang sama; *size* yang sama (dimungkinkan nol); dan derajat dari titik-titik pada G sama dengan derajat dari titik-titik pada H. Contoh dari dua graf yang isomorfis dapat dilihat pada Gambar 2.3



Gambar 2.3 Contoh graf isomorfis $G \cong H$

Suatu graf G merupakan graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasangan titik $u, v \in V(G)$ terdapat $u - v$ *path*. Jika suatu graf G terdapat sepasang titik $u, v \in V(G)$ yang tidak mempunyai $u-v$ *path*, maka graf G disebut graf tak terhubung (*disconnected graph*) (Chartrand dan Zhang, 2011:447-448).

Suatu graf disebut graf tak berarah (*undirected graph*) jika sisi-sisinya tidak memiliki orientasi arah. Sedangkan menurut Slamin (2009), graf berarah (*directed graph*) terdiri atas pasangan terurut himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen berbeda yang disebut titik dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan dari pasangan terurut (u, v) dari titik yang berbeda $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi berarah.

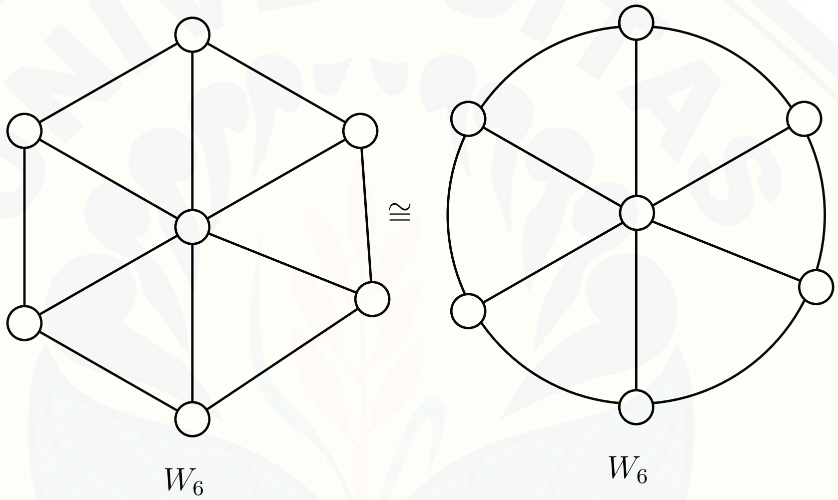
Suatu sisi yang kedua titik ujungnya identik disebut gelang (*loop*), sedangkan sebuah sisi dengan kedua titik ujung yang berbeda disebut *link*. Menurut Gross dan Yellen (2006:3), sebuah graf yang didalamnya tidak terdapat gelang atau tidak terdapat sisi ganda disebut sebagai graf sederhana. Sebuah graf dikatakan

Digital Repository Universitas Jember

berhingga (*finite*) jika himpunan titik dan himpunan sisinya adalah himpunan berhingga. Penelitian ini hanya membahas graf yang sederhana, terhubung dan tidak berarah untuk dicari koneksi pelangi titiknya.

2.2 Keluarga Graf Roda

Keluarga graf roda (*Wheel Related Graphs*) merupakan graf-graf yang memiliki keterkaitan struktur dengan graf roda (*wheel graph*). Zafar dkk (2015) menjelaskan bahwa graf roda W_n dimana $n \geq 3$, adalah graf yang diperoleh dengan menghubungkan semua titik dari graf siklus C_n pada suatu titik yang disebut titik pusat. Contoh graf roda dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Graf roda W_6

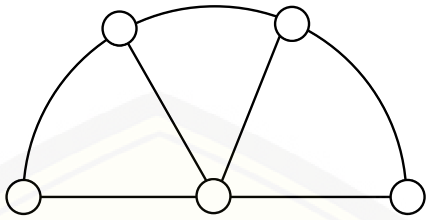
Keluarga graf roda juga termasuk pada graf khusus, sehingga memiliki keunikan (tidak isomorfis dengan graf lain). Karakteristik bentuk dari setiap graf khusus dapat diperbanyak sampai order n tetapi tetap simetris. Berikut ini beberapa contoh keluarga graf roda.

2.2.1 Graf Kipas

Graf kipas (*fan graph*) dinotasikan dengan F_n dimana $n \geq 2$, adalah graf yang diperoleh dengan menghubungkan semua titik dari graf lintasan P_n pada suatu titik yang disebut titik pusat. Sebuah graf kipas juga dapat dikonstruksikan

Digital Repository Universitas Jember

dari sebuah graf roda W_n yang dihilangkan satu sisi yang tidak terhubung dengan titik pusat. Graf F_n terdiri dari $n + 1$ titik dan $2n - 1$ sisi (Zafar dkk, 2015). Contoh graf kipas dapat dilihat pada Gambar 2.5.

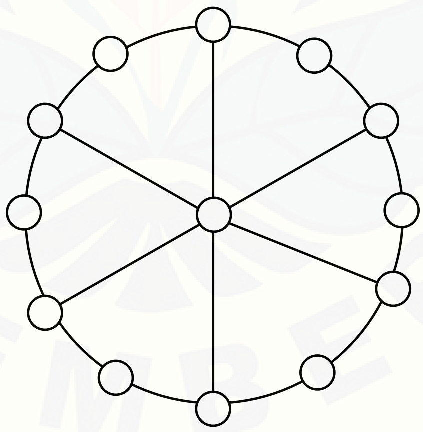


F_4

Gambar 2.5 Graf kipas F_4

2.2.2 Graf Jahangir

Graf jahangir (*gear graph*) dinotasikan dengan J_n dimana $n \geq 2$, adalah graf yang diperoleh dari graf roda W_n dengan menambahkan sebuah titik yang disebut *spoke* atau titik ruji diantara setiap dua titik yang bertetangga kecuali pada titik pusat. Graf jahangir J_n terdiri dari $2n + 1$ titik dan $3n$ sisi. (Daoud, 2017). Contoh graf jahangir dapat dilihat pada Gambar 2.6.



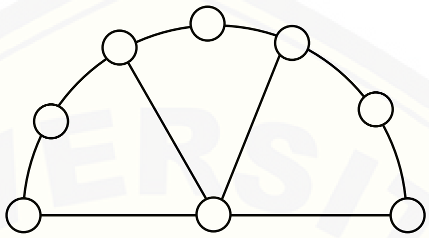
J_6

Gambar 2.6 Graf jahangir J_6

Digital Repository Universitas Jember

2.2.3 Graf Semi Jahangir

Graf semi jahangir (*half gear graph*) dinotasikan dengan SJ_n dimana $n \geq 2$, adalah graf yang diperoleh dari graf kipas F_n dengan menambahkan sebuah titik diantara setiap dua titik yang bertetangga kecuali pada titik pusat. Graf semi jahangir SJ_n terdiri dari $2n$ titik dan $3n - 2$ sisi. (Daoud, 2017). Contoh graf semi jahangir dapat dilihat pada Gambar 2.7.



SJ_4

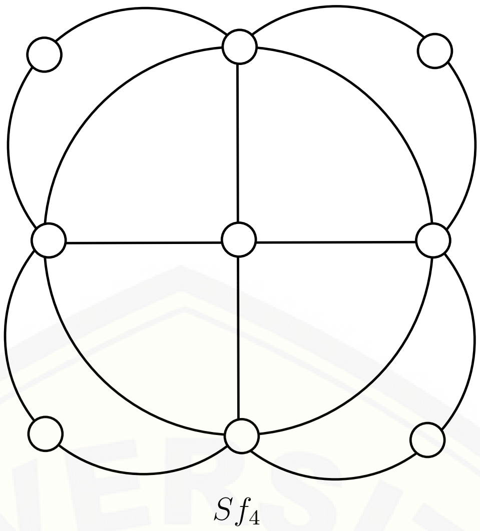
Gambar 2.7 Graf semi jahangir SJ_4

2.2.4 Graf Bunga Matahari

Graf bunga matahari (*sunflower graph*) dinotasikan dengan Sf_n dimana $n \geq 2$, adalah graf yang diperoleh dari graf roda W_n dengan titik pusat z dan sebuah n-cycle $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ serta tambahan n titik $y_1, y_2, y_3, ..., y_n$ dimana y_i dihubungkan oleh sisi (bertetangga) dengan titik x_i dan x_{i+1} untuk $i = 1, 2, ..., n-1$ sera y_n dihubungkan oleh sisi (bertetangga) dengan titik x_1 dan x_n. Graf bunga matahari Sf_n terdiri dari $2n + 1$ titik dan $4n$ sisi. (Javaid, 2008). Contoh graf bunga matahari dapat dilihat pada Gambar 2.8.

Selain keempat contoh graf yang termasuk ke dalam keluarga graf roda di atas, masih terdapat contoh lainnya. Namun pada penelitian ini hanya dibatasi pada keempat graf di atas yaitu graf kipas F_n, graf jahangir J_n, graf semi jahangir SJ_n dan graf bunga matahari Fl_n. Pemilihan graf didasarkan pada bisa atau tidaknya koneksi pelangi titik diterapkan dan berdasarkan observasi awal yang telah dilakukan. Selain menggunakan keempat graf khusus yang termasuk ke dalam keluarga graf roda, pada penelitian ini juga diterapkan koneksi pelangi titik pada graf hasil operasi shakel jahangir.

Digital Repository Universitas Jember



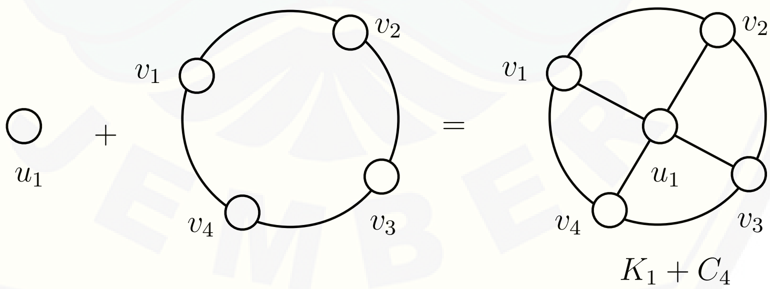
Gambar 2.8 Graf bunga matahari Sf_4

2.3 Operasi Graf

Operasi graf dikenal pada teori graf sebagai pengoperasian pada graf menghasilkan suatu graf baru. Terdapat beberapa macam operasi graf, berikut merupakan beberapa operasi graf.

a. *Joint*

Joint dari graf $G_1(V_1, E_1)$ dan $G_2(V_2, E_2)$ dinotasikan dengan $G = G_1 + G_2$, adalah graf G dimana $V(G) = V(G_1) \bigcup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \bigcup E(G_2) \bigcup \{uv|u \in V(G_1), v \in V(G_2)\}$ (Harary, 2007).



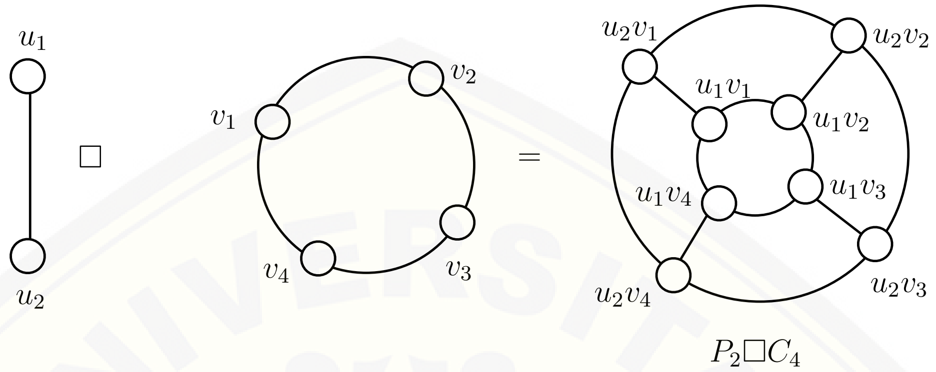
Gambar 2.9 Contoh graf hasil operasi *joint*

b. *Cartesian Product*

Cartesian product atau perkalian kartesian dari graf $G_1(V_1, E_1)$ dan $G_2(V_2, E_2)$

Digital Repository Universitas Jember

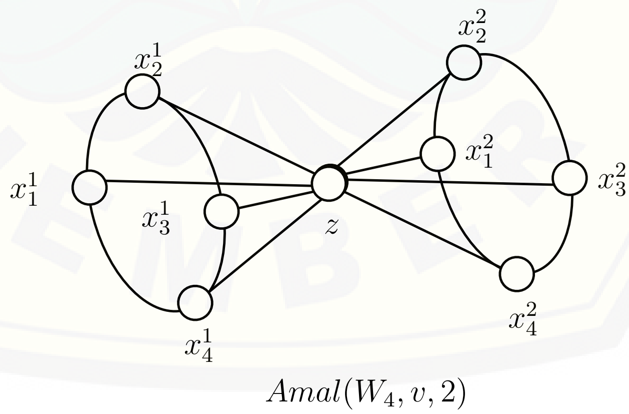
dinotasikan dengan $G = G_1 \Box G_2$, yaitu graf dengan himpunan titik $V_{G_1 \Box G_2} = \{V_{G_1} \times V_{G_2}\}$, dua titik (u_1, u_2) dan (v_1, v_2) di G bertetangga jika dan hanya jika salah satu dari dua hal berikut berlaku, ($u_1 = v_1$ dan $u_2v_2 \in E_2$) atau ($u_2 = v_2$ dan $u_1v_1 \in E_1$) (Harary, 2007).



Gambar 2.10 Contoh graf hasil operasi perkalian kartesian

c. Amalgamasi Titik

Amalgamasi dari graf H dinotasikan dengan $Amal(H, v, r)$. Misalkan H_i adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu titik v yang disebut titik terminal, dan r menyatakan banyaknya graf H_i yang akan diamalgamasi, sehingga semua H_i dengan seluruh terminalnya direkatkan menjadi satu titik (Ardiyansyah, 2013).

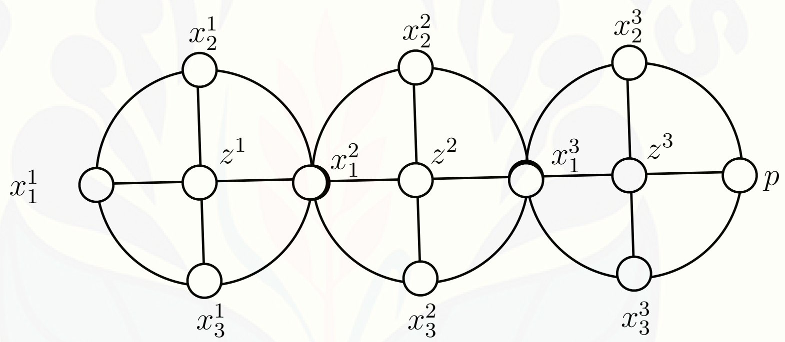


Gambar 2.11 Contoh graf hasil operasi amalgamasi pada graf roda W_4

Digital Repository Universitas Jember

d. *Shackle*

Shackle atau shakel dari $G_1, G_2, ..., G_n$ dinotasikan dengan $shack(G_1, G_2, ..., G_n)$ sebagai sebuah graf yang dibentuk dari n graf terhubung tak trivial $G_1, G_2, ..., G_n$ sehingga untuk setiap $s, t \in [1, n]$ dengan $|s - t| \geq 2$ berlaku G_s dan G_t tidak mempunyai titik yang sama, dan untuk setiap $i \in [1, n-1]$, G_t dan G_{t+1} mempunyai tepat satu titik yanng sama, disebut titik penghubung (*vertex linkage*), dan $k-1$ titik peghubung tersebut semuanya berbeda. Bila untuk setiap $i \in [1, n]$, G_i isomorfis dengan graf H, maka $shack(G_1, G_2, ..., G_n)$ dinamakan shakel dari graf H, dinotasikan $shack(H, n)$. Operasi shakel dibedakan berdasarkan penghubungnya. Jika penghubungnya berupa titik maka disebut shakel titik yang dinotasikan dengan $shack(H, v, n)$. Jika penghubungnya berupa sisi maka disebut shakel sisi yang dinotasikan dengan $shack(H, e, n)$ (Maryati dkk, 2010).



$Shack(W_4, v, 3)$

Gambar 2.12 Contoh graf hasil operasi shakle pada graf roda W_4

Operasi yang digunakan pada penelitian ini adalah operasi shakle, khususnya shakle titik pada graf jahangir. Pemilihan operasi graf didasarkan pada bisa atau tidaknya koneksi pelangi titik diterapkan serta didasarkan pada hasil observasi awal.

2.4 Fungsi

Fungsi atau pemetaan f dari himpunan X ke himpunan Y dinotasikan dengan $f : X \rightarrow Y$ adalah relasi dari himpunan X ke himpunan Y yang

Digital Repository Universitas Jember

memasangkan setiap $x \in X$ dengan tepat satu anggota Y. Himpunan X disebut domain dari fungsi f dan himpunan Y disebut kodomain dari fungsi f. Susilo (2012:115-117) menjelaskan tiga jenis fungsi khusus sebagai berikut.

1. Fungsi Injektif

   Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi (pemetaan) injektif jika dan hanya jika untuk setiap $x_1, x_2 \in X$ berlaku apabila $f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$ yaitu bila dua elemen dalam domain mempunyai bayangan (peta) yang sama, maka kedua elemen itu adalah elemen yang sama. Secara simbolis dapat dinyatakan: f adalah fungsi injektif $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in X) f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$. Secara ekivalen, juga dapat dinyatakan bahwa: f adalah fungsi injektif $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in X) x_1 \neq x_1 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ yaitu jika dua elemen dalam domain adalah dua elemen yang tidak sama, maka bayangan (peta) kedua elemen itu juga tidak sama.

2. Fungsi Surjektif

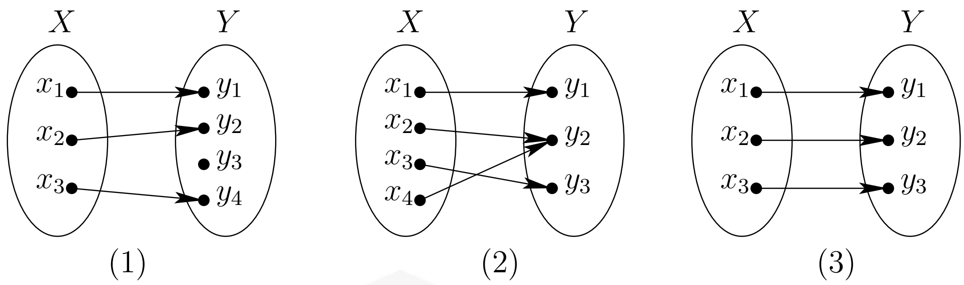
   Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi (pemetaan) surjektif jika dan hanya jika kisaran (*range*) dari fungsi f tersebut sama dengan kodomain dari fungsi f, yaitu $f(X) = Y$. Dengan perkataan lain, fungsi $f : X \to Y$ adalah fungsi surjektif jika dan hanya jika untuk setiap $y \in Y$ terdapat $x \in X$ sedemikian sehingga $y = f(x)$, yaitu setiap elemen dalam kodomain mempunyai prabayangan (prapeta). Secara simbolis dapat dinyatakan: f adalah fungsi surjektif $\Leftrightarrow (\forall y \in Y)(\exists x \in X) y = f(x)$.

3. Fungsi Bijektif

   Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi (pemetaan) bijektif jika dan hanya jika fungsi f tersbut adalah fungsi yang injektif da sekaligus surjektif. Pada fungsi bijektif, setiap elemen dalam domain mempunyai tepat satu bayangan dan setiap elemen dalam kodomain juga mempunyai tepat satu prabayangan. Oleh karena itu, fungsi bijektif seringkali juga disebut korespondensi satu-satu.

   Contoh dari ketiga fungsi khusus tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.13.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.13 Fungsi-fungsi khusus: (1) injektif, (2) surjektif, (3) bijektif

2.5 Koneksi Pelangi

Koneksi pelangi (*rainbow connection*) merupakan pengembangan dari pewarnaan sisi (*edge coloring*). Pewarnaan sisi merupakan pemberian warna minimal pada setiap sisi pada graf sehingga sisi-sisi yang berhubungan tidak memiliki warna yang sama. Koneksi pelangi pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk pada tahun 2008. Koneksi pelangi didefinisikan sebagai pemberian warna pada sisi suatu graf G jika setiap titik pada graf G dihubungkan oleh lintasan. Suatu lintasan $u - v$ di G disebut lintasan pelangi (*rainbow path*) jika tidak terdapat dua sisi di lintasan yang berwarna sama. Jika setiap dua titik $u, v \in G$ memiliki lintasan pelangi $u - v$, maka graf G terkoneksi pelangi (*rainbow connected*) dengan pewarnaan c. Pewarnaan c tersebut merupakan pewarnaan pelangi (*rainbow coloring*) di G. *Rainbow k-coloring* adalah pewarnaan dengan k warna. Nilai k minimal yang dapat menghasilkan suatu koneksi pelangi disebut dengan bilangan koneksi pelangi (*rainbow connection number*), dinotasikan dengan $rc(G)$. Histamedika (2012) menyatakan bahwa jika G terkoneksi pelangi, maka G adalah graf terhubung.

2.6 Koneksi Pelangi Titik

Pada tahun 2009, Krivelevich dan Yuster mengembangkan konsep koneksi pelangi titik (*rainbow vertex connection*). Jika koneksi pelangi berhubungan dengan konsep pewarnaan sisi, maka koneksi pelangi titik berhubungan dengan konsep pewarnaan titik (*vertex coloring*). Pewarnaan titik merupakan pemberian warna minimal pada setiap titik sehingga tidak ada dua titik bertetangga yang memiliki warna sama. Krivelevich dan Yuster (2009) menyatakan bahwa

Digital Repository Universitas Jember

misalkan pada graf terhubung yang tak trivial $G = (V(G), E(G))$ didefinisikan suatu pewarnaan $c' : V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, ..., k\}$ dengan titik interior berbeda yang disebut koneksi pelangi titik. Dengan kata lain, koneksi pelangi titik merupakan pewarnaan titik pada graf G dimana setiap titik dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna berbeda.

Lintasan $u - v$ *path* di G disebut lintasan pelangi titik (*rainbow vertex path*) jika semua titik internal pada lintasan di G memiliki warna yang berbeda. Jika setiap dua titik yang berbeda pada G dihubungkan oleh lintasan pelangi titik, maka graf G disebut terkoneksi pelangi titik (*rainbow vertex connected*). Pewarnaan titik pada suatu graf yang terkoneksi pelangi titik dikatakan sebagai pewarnaan pelangi titik (*rainbow vertex coloring*). Bilangan bulat terkecil dari warna yang dibutuhkan untuk menghasilkan suatu koneksi pelangi titik pada graf G disebut dengan bilangan koneksi pelangi titik (*rainbow vertex connection number*), dinotasikan sebagai $rvc(G)$.

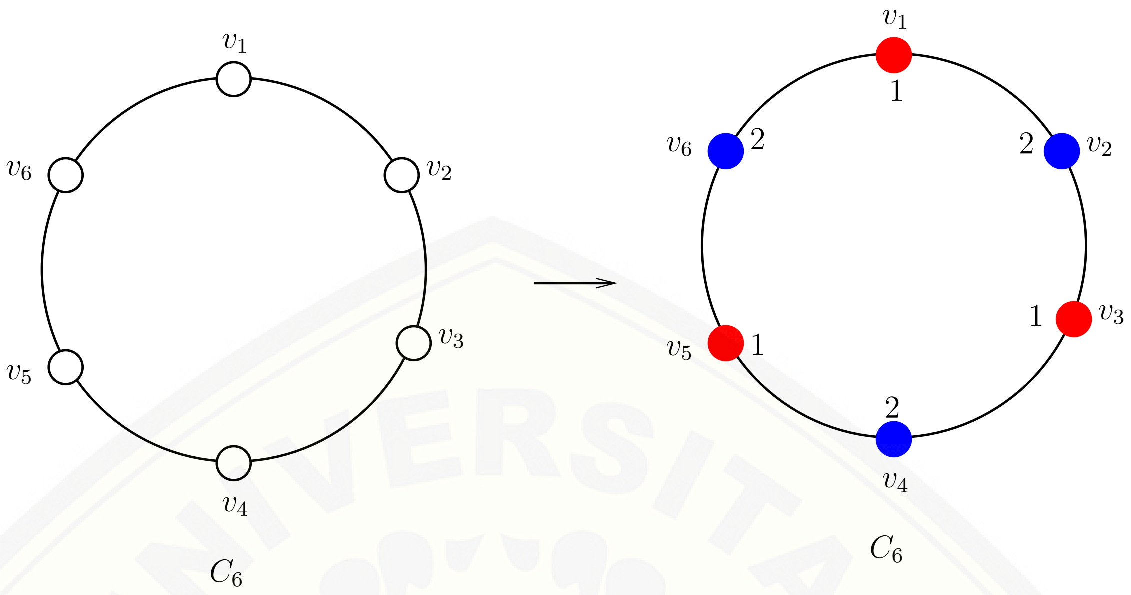
Krivelevich dan Yuster (2009) menyatakan teorema batas bawah dari koneksi pelangi titik pada suatu graf G adalah sebagai berikut:

Teorema 2.6.1. *Misalkan G adalah graf terhubung dengan $diam(G)$, maka $rvc(G) \geq diam(G) - 1$.*

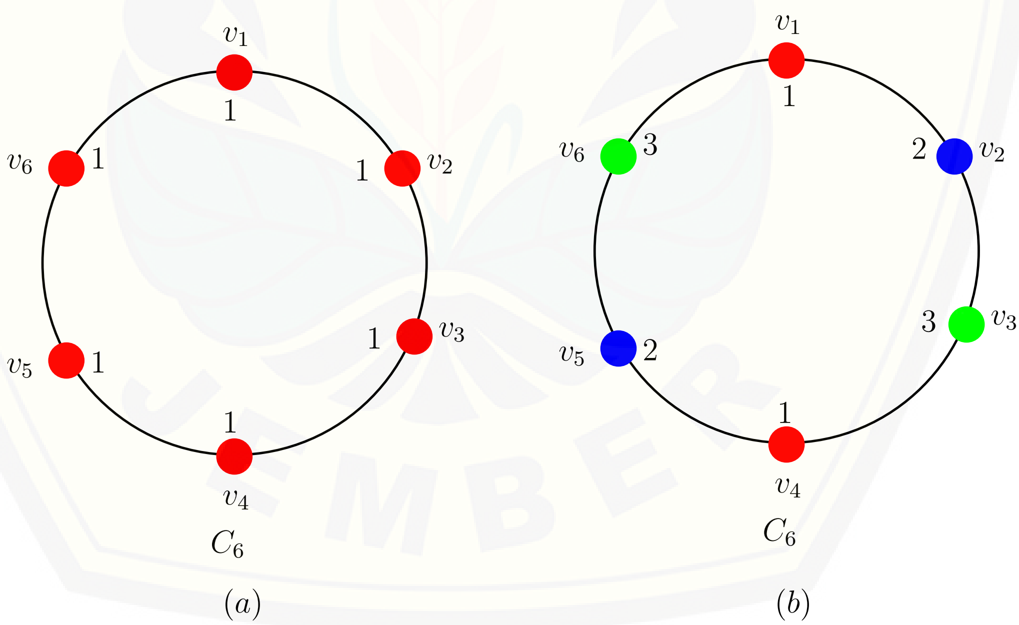
Gambar 2.14 berikut adalah salah satu contoh koneksi pelangi titik dari graf siklus C_6 dengan $rvc(C_6) = 2$. Bilangan koneksi pelangi titik dari graf siklus adalah $rvc(C_6) = 2$ yang artinya adalah graf siklus C_6 membutuhkan 2 warna pada pewarnaan pelangi titiknya yakni warna merah dan biru yang kemudian kedua warna tersebut disimbolkan dengan bilangan 1 dan 2. Bilangan koneksi tersebut diperoleh berdasarkan teorema batas bawah $rvc(C_6) \geq diam(C_6) - 1$, sehingga diameter dari graf C_6 perlu untuk dicari terlebih dahulu. Diameter graf C_6 diperoleh dari eksentrisitas maksimal pada graf C_6. Berikut adalah eksentrisitas dari setiap titik pada graf C_6.

$$\begin{array}{ll} ecc(v_1) = 3\ ; & ecc(v_4) = 3\ ; \\ ecc(v_2) = 3\ ; & ecc(v_5) = 3\ ; \\ ecc(v_3) = 3\ ; & ecc(v_6) = 3\ . \end{array}$$

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.14 Contoh koneksi pelangi titik pada graf siklus C_6



Gambar 2.15 (a) Graf C_6 tak terkoneksi pelangi dengan satu pewarnaan, (b) Contoh graf C_6 terkoneksi pelangi titik dengan tiga pewarnaan

Digital Repository Universitas Jember

Berdasarkan Gambar 2.14 dan berdasarkan eksentrisitas setiap titik pada graf C_6 di atas diperoleh $diam(C_6) = maks\{ecc(v), v \in V(C_6)\} = 3$. Kemudian batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik graf C_6 diperoleh $rvc(C_6) \geq 2$, artinya graf C_6 perlu dicari pewarnaan minimalnya sehingga graf C_6 terkoneksi pelangi titik, memenuhi teorema batas bawah dan pewarnaannya membentuk pola sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.14. Berdasarkan Gambar 2.14, ditemukan bahwa graf C_6 terkoneksi pelangi titik dengan 2 pewarnaan, dituliskan sebagai $rvc(C_6) = 2$. Misalkan u dan v adalah dua titik di C_6, maka terdapat lintasan $u - v$ pelangi titik yakni semua titik internal pada lintasan $u - v$ memiliki warna yang berbeda sebagaimana ditunjukkan pada tabel 2.6 berikut.

Tabel 2.1 Lintasan $u - v$ pelangi titik pada C_6

u	v	Lintasan $u - v$ pelangi titik	u	v	Lintasan $u - v$ pelangi titik
v_1	v_2	v_1, v_2	v_2	v_6	v_2, v_1, v_6
v_1	v_3	v_1, v_2, v_3	v_3	v_4	v_3, v_4
v_1	v_4	v_1, v_2, v_3, v_4	v_3	v_5	v_3, v_4, v_5
v_1	v_5	v_1, v_6, v_5	v_3	v_6	v_3, v_4, v_5, v_6
v_1	v_6	v_1, v_6	v_4	v_5	v_4, v_5
v_2	v_3	v_2, v_3	v_4	v_6	v_4, v_5, v_6
v_2	v_4	v_2, v_3, v_4	v_5	v_6	v_5, v_6
v_2	v_5	v_2, v_3, v_4, v_5			

Apabila graf C_6 diwarnai dengan kurang dari dua pewarnaan yakni satu pewarnaan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.15(a), maka akan terdapat pasangan titik yang dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna sama. Sebagai contoh titik v_1 dan v_4 dihubungkan oleh dua lintasan yakni v_1, v_2, v_3, v_4 dan v_1, v_6, v_5, v_4 yang keduanya memiliki titik-titik interior dengan warna sama, Sehingga graf C_6 dengan satu pewarnaan tidak dapat dikatakan sebagai graf terkoneksi pelangi.

Apabila graf C_6 diwarnai dengan lebih dari dua pewarnaan misal tiga pewarnaan seperti ditunjukkan pada Gambar 2.15(b), maka jelas bahwa setiap dua titik pada graf C_6 memiliki lintasan u-v pelangi titik sehingga graf C_6 terkoneksi pelangi titik. Tetapi tiga pewarnaan bukanlah pewarnaan minimal

Digital Repository Universitas Jember

pelangi titik graf C_6 karena graf C_6 dapat terkoneksi pelangi titik hanya dengan dua pewarnaan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa bilangan koneksi pelangi titik pada C_6 adalah 2.

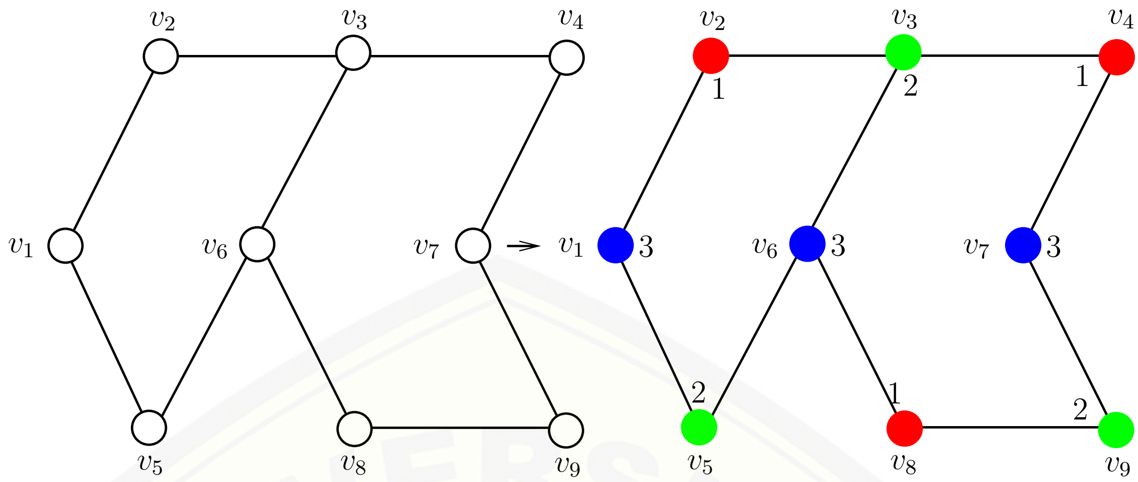
2.7 Aplikasi Koneksi Pelangi Titik

Perkembangan teori graf termasuk juga topik koneksi pelangi titik dapat diaplikasikan ke dalam ilmu-ilmu lainnya, salah satunya adalah ilmu keamanan jaringan komputer. Pada tahun 2003, Amerika Serikat membentuk suatu departemen khusus untuk menanggulangi kelemahan transfer informasi yang ditemukan setelah terjadinya serangan teroris 11 September 2001. Oleh karena itu, di era abad ke 21 ini diperlukan suatu pengamanan yang terintegrasi khususnya yang melibatkan keamanan informasi tingkat tinggi seperti komunikasi antara agen pemerintah.

Sistem keamanan jaringan komputer yang digunakan untuk melindungi komputer dari serangan komputer luar dikenal dengan istilah *firewall*. Komputer memiliki ribuan port yang dapat diakses untuk berbagai keperluan. Cara kerja *firewall* dari komputer adalah menutup port kecuali untuk beberapa port tertentu yang perlu tetap terbuka sehingga hanya lalu lintas resmi saja yang diperbolehkan oleh *firewall*. Lalu lintas resmi tersebut membentuk suatu koneksi jaringan yang membuat komputer lain (selain komputer pengirim) yang tidak membuat koneksi tidak dapat mengirimkan data ke komputer penerima. Oleh karena banyaknya port yang dimiliki oleh suatu komputer, maka perlu diketahui berapa banyak port minimal yang harus dibuka sehingga terdapat jalur resmi yang dapat digunakan untuk menghubungkan setiap port sumber dari komputer pengirim ke port tujuan dari komputer penerima.

Situasi tersebut dapat dimodelkan dengan teori graf melalui konsep koneksi pelangi titik dengan memisalkan port sebagai titik pada graf dan penghubung antar port sebagai sisi pada graf sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.16. Model graf yang dicontohkan adalah graf terhubung sehingga koneksi pelangi titik dimungkinkan dapat diaplikasikan.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.16 Aplikasi koneksi pelangi titik

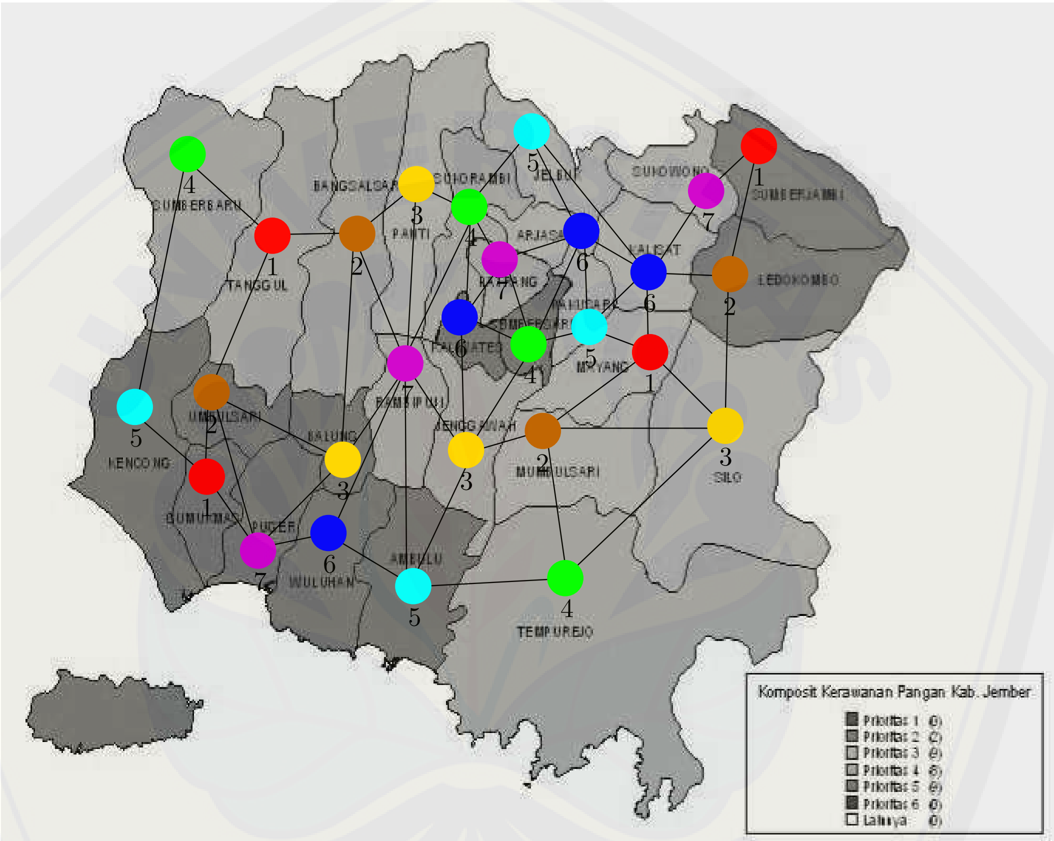
Misal suatu jaringan sederhana direpresentasikan sebagai suatu graf G sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.16. Kemudian konsep koneksi pelangi titik diaplikasikan pada graf G sehingga ditemukan $diam(G) = 4$ dan bilangan koneksi pelangi tiik $rvc(G) = 3$. Berdasarkan bilangan koneksi titik dan pewarnaannya yang ditunjukkan pada Gambar 2.16, banyak minimal port yang harus dibuka sehingga terdapat jalur resmi yang dapat digunakan untuk menghubungkan setiap port sumber ke port tujuan adalah 3 port.

Misalkan v_1 sebagai port sumber dan v_9 sebagai port tujuan. *Firewall* akan menutup semua port kecuali port v_5, v_6 dan v_8 dengan rute jalur resmi berturut-turut melalui port v_5, v_6, v_8 hingga akhirnya sampai ke port tujuan v_9. Pemilihan jalur resmi tersebut berdasarkan lintasan pelangi titiknya yang dipenuhi jika semua titik internal pada lintasan $u - v$ *path* di G memiliki warna yang berbeda. Apabila antara port sumber dan port tujuan eksentrisitasnya kurang dari diameter graf G, maka dimungkinkan port yang dilalui kurang dari 3, tetapi dapat dipastikan bahwa banyak port yang dilalui oleh jalur resmi tidak akan lebih dari bilangan koneksi pelangi titik dari graf tersebut.

Selain contoh aplikasi di atas, konsep pelangi titik juga dapat diaplikasikan pada proses distribusi, misalnya digunakan dalam distribusi naskah soal Ujian Nasional (UN) ke sekolah-sekolah yang berada di berbagai kecamatan di Jember.

Digital Repository Universitas Jember

Pengawalan dan pengawasan ketat selama proses pengiriman diperlukan untuk menjaga dokumen negara bersifat rahasia hingga pelaksanaan ujian berlangsung. Pengawalan dan pengawasan tersebut sebaiknya dilakukan oleh pihak-pihak berwenang seperti Dinas Pendidikan, Polres, panitia pelaksana dan lainnya. Hal tersebut bertujuan untuk mencegah terjadinya peyelewengan dan kebocoran soal oleh salah satu pihak.



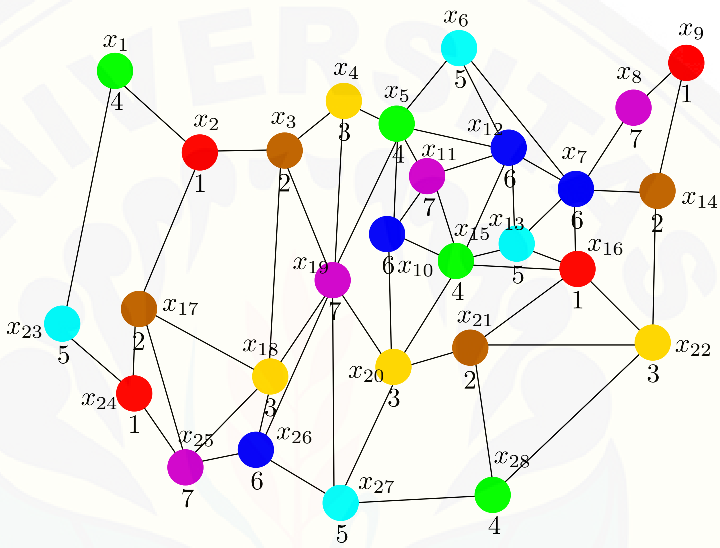
(http://rosihan.lecture.ub.ac.id)

Gambar 2.17 Aplikasi koneksi pelangi titik pada distribusi naskah UN di Kabupaten Jember

Misalkan pengawas di setiap wilayah kecamatan di Jember direpresentasikan sebagai titik dan setiap dua kecamatan yang bersebelahan dan terdapat akses langsung menuju antar kecamatan dihubungkan dengan sisi sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.17. Kemudian untuk mempermudah dalam mengamati, setiap titik diberi label dan representasi grafnya (dimisalkan

Digital Repository Universitas Jember

graf G) ditampilkan tanpa peta asli sebagaimana pada Gambar 2.18. Konsep koneksi pelangi titik diterapkan pada representasi graf Kecamatan Jember sedemikian hingga setiap dua kecamatan memiliki jalur distribusi yang melalui pengawas-pengawas dari tim pengawas atau instansi yang berbeda. Apabila terjadi kecurangan dari tim pengawas yang menjaga di wilayah pertama, tim pengawas berikutnya diharapkan dapat mendeteksi kecurangan tersebut dan seterusnya pada wilayah berikutnya hingga naskah soal UN sampai ke kecamatan tujuan.



Gambar 2.18 Representasi graf terkoneksi pelangi titik dari Kabupaten Jember

Banyaknya pewarnaan minimal yang digunakan didasarkan pada diameter dari representasi graf tersebut, yaitu $diam(G) = 8$, diperoleh dari jarak antara kecamatan Sukowono menuju Kencong yang melalui kecamatan berturut-turut Sukowono, Kalisat, Jelbuk, Sukorambi, Rambipuji, Balung, Mumbulsari, Gumukmas, dan Kencong. Dengan kata lain berdasarkan Gambar 2.18, jarak $d(x_8, x_{23})$ melalui lintasan $x_8, x_7, x_6, x_5, x_{19}, x_{18}, x_{17}, x_{24}, x_{23}$. Banyak pewarnaan minimal yang dibutuhkan sebanyak 7, artinya jumlah minimal tim yang diperlukan untuk mengawasi pendistribusian naskah soal UN di setiap kecamatan di Kabupaten Jember adalah 7 tim pengawas. Jumlah minimal tim pengawas inilah yang didalam konsep pelangi titik dinamakan bilangan koneksi

Digital Repository Universitas Jember

pelangi titik $rvc(G) = 7$. Jadi konsep koneksi pelangi titik dapat diaplikasikan pada proses pendistribusian naskah soal UN di kecamatan-kecamatan Kabupaten Jember untuk mengetahui jumlah tim pengawas minimal yang diperlukan dan untuk mengetahui jalur pendistribusiannya.

2.8 Hasil Penelitian Yang Relevan

Pada bagian ini disajikan pada Tabel 2.2 rangkuman beberapa hasil penelitian koneksi pelangi titik yang dapat digunakan sebagai rujukan penelitian ini. Berdasarkan Tabel 2.2, pembeda dari penelitian ini adalah graf yang digunakan yaitu graf kipas, graf jahangir, graf semi jahangir, graf bunga matahari dan graf operasi shakle pada graf jahangir. Sedangkan kesamaan dari penelitian ini adalah menggunakan konsep koneksi pelangi titik.

2.9 Aksioma, *Lemma*, Teorema, *Corollary*, Konjektur dan *Open Problem*

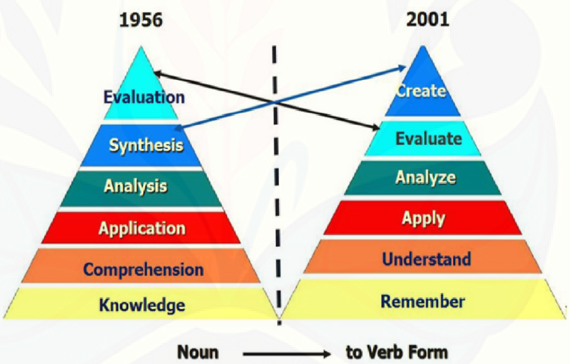
Aksioma adalah proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi. Teorema adalah proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah *lemma* dan *corollary* (akibat). *Lemma* adalah teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain. *Lemma* biasanya tidak menarik namun berguna pada pembuktian proposisi yang lebih kompleks, yang dalam hal ini pembuktian tersebut dapat lebih mudah dimengerti bila menggunakan sederetan *lemma*, setiap *lemma* dibuktikan secara individual. *Corollary* (akibat) adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan *corollary* adalah teorema yang mengikuti dari teorema lain. Konjektur adalah sebuah proposisi yang dipradugakan sebagai hal yang nyata, benar, atau asli, sebagian besarnya didasarkan pada landasan inkonklusif (tanpa simpulan). Konjektur bertentangan dengan hipotesis (oleh karenanya bertentangan pula dengan teori, aksioma, atau prinsip), yang merupakan pernyataan yang mengandung perjanjian menurut landasan yang dapat diterima. Di dalam matematika, konjektur adalah proposisi yang tidak terbuktikan atau tidak memerlukan bukti atau juga teorema yang dianggap pasti benar adanya. *Open*

Digital Repository Universitas Jember

problem (masalah terbuka atau pertanyaan terbuka) adalah beberapa masalah yang dapat secara akurat dinyatakan, dan belum diselesaikan (tidak ada solusi untuk diketahui).

2.10 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Berpikir menurut Santrock (2008:357) melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Hal ini dilakukan untuk membentuk konsep, menalar, berpikir secara kritis membuat keputusan, serta berpikir secara kreatif dan memecahkan masalah. Amalia (2013) mengemukakan bahwa berpikir tingkat tinggi adalah suatu kapasitas di atas informasi yang diberikan, dengan sikap yang kritis untuk mengevaluasi, mempunyai kesadaran metakognitif dan memiliki kemampuan memecahkan masalah. Sehingga berpikir tingkat tinggi tidak hanya mentransformasi informasi yang ada, melainkan melibatkan berpikir kritis dalam menyeleksi informasi dan memprediksi informasi yang terkait untuk memecahkan masalah.



(Sumber: http://thesecondprinciple.com/)

Gambar 2.19 Taksonomi Bloom dan Taksonomu Bloom Revisi

Menurut Dafik (2015), secara teoritis keterampilan berpikir tingkat tinggi atau HOTS (*High order thinking skills*) terkait langsung dengan hirarki taksonomi yang diajukan oleh Bloom pada tahun 1956. Pada mulanya Bloom membagi level berpikir kedalam enam level menggunakan kata benda, yaitu pengetahuan (*knowledge*), pemahaman (*comprehension*), terapan (*application*), analisis (*analysis*), sintesis (*synthesis*) dan evaluasi (*evaluation*).

Digital Repository Universitas Jember

Kemudian Anderson dan Krathwohl (2001) merevisi taksonomi Bloom agar lebih relevan dalam pendidikan abad ke-21 seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.19. Level taksonomi Bloom revisi diubah menjadi kata kerja yakni mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan mencipta (*creating*) yang kemudian sering dikenal dengan istilah C1 sampai dengan C6. Level dari taksonomi Bloom ini sebanding dengan tingkat keterampilan berpikirnya. Semakin tinggi level berpikir seseorang sesuai taksonomi Bloom maka semakin tinggi pula keterampilan berpikirnya, begitu sebaliknya.

Lewy (2009:15) menyatakan bahwa Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir tingkat tinggi. Pemikiran ini didasarkan bahwa beberapa jenis pembelajaran memerlukan proses kognisi yang lebih daripada yang lain, tetapi memiliki manfaat-manfaat yang lebih umum. Dalam taksonomi Bloom revisi, kemampuan melibatkan menganalisis, mengevaluasi dan mencipta dianggap berpikir tingkat tinggi. Namun hal tersebut bukan berarti kemampuan melibatkan mengingat, memahami, dan menerapkan diabaikan. Melainkan untuk mencapai keterampilan berpikir tingkat tinggi haruslah melalui ketiga aspek tersebut yang disebut sebagai keterampilan berpikir tingkat rendah atau LOTS (*Low Order Thinking Skills*). Berikut ini adalah penjelasan dari level berpikir taksonomi Bloom yang telah direvisi (Utari, 2013: 10).

1. Mengingat (C1) adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi atau pengetahuan yang tersimpan dalam ingatan. Kata kerja operasionalnya: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.
2. Memahami (C2) adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian atau makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis, maupun grafik atau diagram. Kata kerja operasionalnya: menerangkan, menjelaskan, menterjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.

Digital Repository Universitas Jember

3. Menerapkan (C3) adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tetentu. Kata kerja operasionalnya: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktekkan.
4. Menganalisis (C4) adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan mnghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja operasionalnya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisihkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan.
5. Mengevaluasi (C5) adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja operasionalnya: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi.
6. Mencipta (C6) adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi sesuatu bentuk baru yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinil. Kata kerja operasionalnya: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

Enam tahapan Taksonomi Bloom juga dapat dikatakan sebagai enam dimensi proses kognitif, dan setiap dimensi terdiri dari dua atau lebih proses kognitif yang lebih spesifik, dan dideskripsikan dalam kata kerja. Adapun dimensi proses kognitif tersebut menurut Mayer (2002) adalah sebagai berikut.

1. Mengingat, berarti mengambil pengetahuan dari memori jangka panjang terdiri atas dua proses kognitif, yaitu mengenali dan mengingat kembali.
2. Memahami, berarti mengkonstruksi makna dari materi baik yang bersifat lisan, tulisan ataupun grafis meliputi menafsirkan, mencontohkan, mengklasifikasikan, merangkum, menyimpulkan, membandingkan, dan menjelaskan.

Digital Repository Universitas Jember

3. Menerapkan, yaitu proses penggunaan prosedur-prosedur tertentu untuk mengerjakan soal latihan atau menyelesaikan masalah meliputi mengeksekusi dan mengimplementasikan.
4. Menganalisis, yaitu proses kognitif menganalisis melibatkan proses-proses memecah-mecah materi jadi bagian-bagian kecil dan menentukan bagaimana hubungan antar bagian dan antara setiap bagian dari struktur keseluruhannya. Menganalisis meliputi proses-proses kognitif membedakan, mengorganisasi dan mengatribusikan.
5. Mengevaluasi, yaitu membuat standar keputusan berdasarkan kriteria dan standar tertentu. Kategori mengevaluasi mencakup proses kognitif memeriksa dan mengkritik.
6. Mencipta, yaitu proses kognitif yang melibatkan penyusunan elemen-elemen menjadi sebuah keseluruhan yang koheren dan fungsional. Kategori mencipta mencakup proses kognitif merumuskan, merencanakan dan memproduksi.

Berdasarkan hasil penelitian Hotimah (2015), kaitan analisis koneksi pelangi dalam terciptanya berpikir tingkat tinggi menurut taksonomi Bloom yang telah direvisi terdapat enam tahapan yaitu mengingat (mengingat dan menyebutkan pola bilangan pada graf), memahami (menjelaskan teorema hasil penelitian sebelumnya), menerapkan (menerapkan fungsi titik dan fungsi sisi), menganalisis (menganalisis diameter), mengevaluasi (melakukan pembuktian koneksi pelangi pada sembarang graf khusus), dan mencipta (memformulasikan fungsi dari koneksi pelangi sehingga dapat diciptakan sebuah teorema mengenai koneksi pelangi pada graf khusus).

Uraian dari setiap tahapan taksonomi Bloom dari beberapa pendapat diatas kemudian dijadikan sebagai pedoman dalam menentukan indikator-indikator yang digunakan untuk mengaitkan koneksi pelangi titik dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi pada keluarga graf roda. Selain itu, hasil yang didapatkan dibandingkan dengan kaitan koneksi pelangi dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan penelitian Hotimah pada tahun 2015.

Digital Repository Universitas Jember

Tabel 2.2 Hasil penelitian $rc(G)$ dan $rvc(G)$

Graf	**Hasil**	**Keterangan**
W_n (*Wheel Graph*)	$rc(W_n) = 1; n = 3$ $rc(W_n) = 2; 4 \leq n \leq 6$ $rc(W_n) = 3; n \geq 7$	Dafik dkk, 2016
W_n^2 (*Two layers-wheel Graph*)	$rvc(W_n^2) = 1; n = 3$ $rvc(W_n^2) = 2; 4 \leq n \leq 6$ $rvc(W_n^2) = 3; 7 \leq n \leq 10$ $rvc(W_n^2) = 4; n \geq 11$	Li dkk, 2010
K_n (Complete Graph)	$rvc(K_n) = 1$	Krivelevich dan Yuster, 2009
S_n (Star Graph)	$rvc(S_n) = 1$	Krivelevich dan Yuster, 2009
C_n *Cycle Graph*	$rvc(C_n) = 1; n = 4, 5$ $rvc(C_n) = 3; n = 9$ $rvc(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil - 1; n = 6, 7,$ $8, 10, 11, 12, 13, 15$ $rvc(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil; n \geq 16, 14$	Li dan Liu, 2011
Pc_n (*Pencil Graph*)	$rvc(Pc_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil; n \leq 7$ $rvc(Pc_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil - 1; lainnya$	Dian N.S dan A.N.M. Salman, 2015
$amal(F_{1,m}, v, n)$	$rcv(amal(F_{1,m}, v, n)) = 1; m \geq 3$	Ariska, 2016
$F_{1,m} \square P_n$	$rvc(F_{1,m} \square P_n) = n; m \geq 3, n \geq 2$	Ariska, 2016
$F_{1,m} + C_n$	$rvc(F_{1,m} + C_n) = 1; m \geq 3, n \geq 3$	Ariska, 2016
$shack(F_{1,m}, v, n)$	$rvc(F_{1,m}, v, n) = 2n - 1; m \geq 3$	Ariska, 2016
$C_n \trianglerighteq TL_m$	$rvc(C_n \trianglerighteq TL_m) = \frac{n}{2} + 2m - 2;$ n genap	Agustin dkk, 2017
$C_n \trianglerighteq K_m$	$rvc(C_n \trianglerighteq K_m) = \frac{n}{2} + 1;$ n genap	Agustin dkk, 2017

Digital Repository Universitas Jember

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan kedalam penelitian eksploratif. Penelitian eksploratif adalah jenis penelitian yang bertujuan untuk menemukan hal baru yang ingin diketahui oleh peneliti, kemudian hasil penelitian tersebut dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya.

3.2 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik, yaitu metode yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Metode penelitian ini diterapkan pada penemuan bilangan koneksi pelangi titik pada graf kipas, graf jahangir, graf semi jahangir dan graf bunga matahari yang termasuk ke dalam keluarga graf roda serta graf hasil operasi shakel titik dari graf jahangir.

Penelitian ini juga menggunakan metode kualitatif dalam mengaitkan koneksi pelangi titik dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Aspek keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan enam tahapan pada taksonomi Bloom yang telah direvisi yaitu meliputi mengingat (C1), memahami (C2), menerapkan (C3), menganalisis (C4), mengevaluasi (C5) dan mencipta (C6), dengan indikator berdasarkan kata kunci pada setiap tahapan taksonomi Bloom. Kaitan koneksi pelangi titik dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi didapatkan dari awal pendefinisian graf yang diteliti hingga akhir penelitian dengan ditemukannya teorema bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.

3.3 Prosedur Penelitian

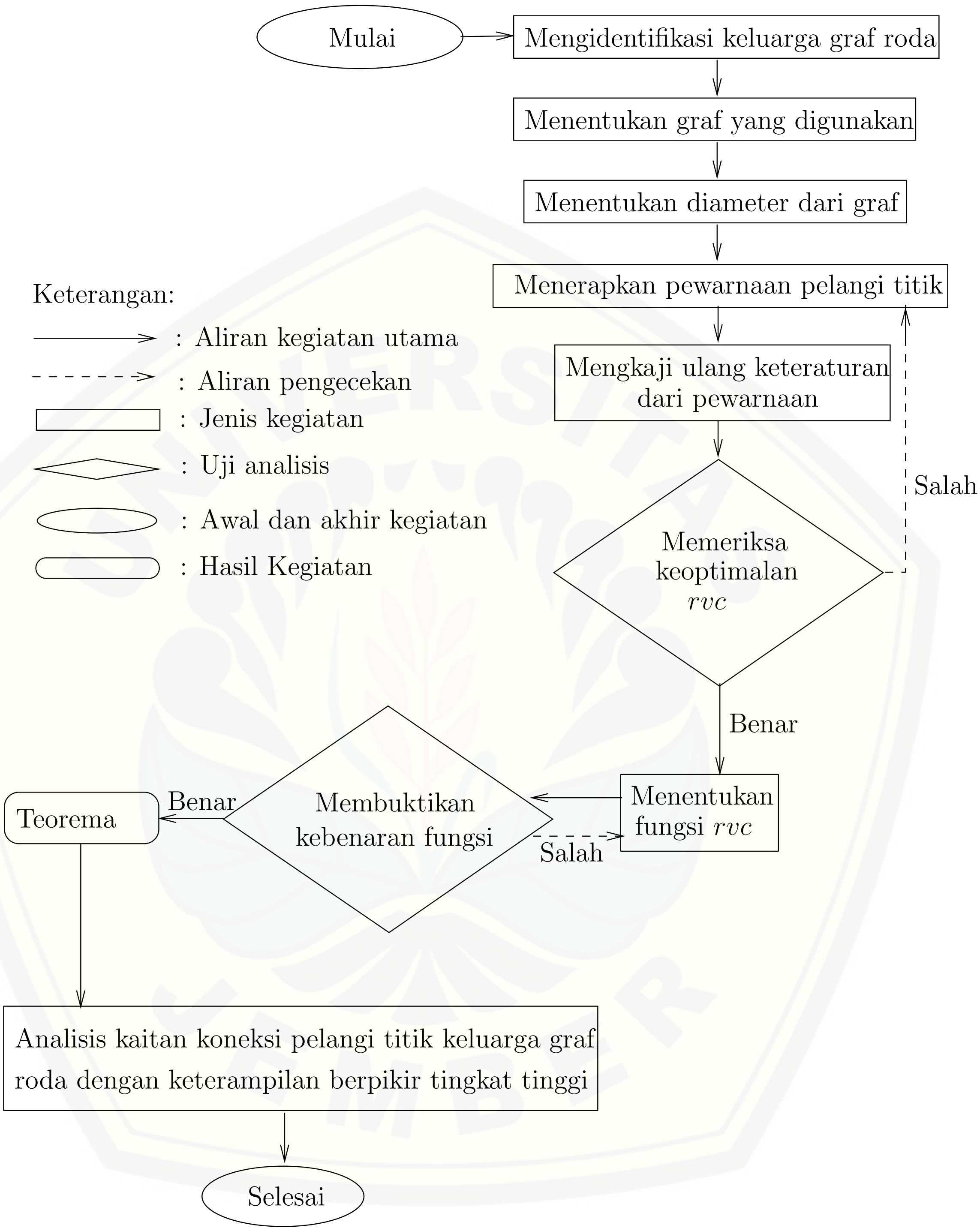
Prosedur penelitian untuk koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda dan operasi shakel disajikan dalam bagan pada Gambar 3.1. Uraian dari prosedur penelitian ini adalah sebagai berikut:

Digital Repository Universitas Jember

1. mengidentifikasi keluarga graf roda berdasarkan definisi graf yang termasuk ke dalam keluarga graf roda;
2. mendefinisikan graf yang akan diteliti untuk dianalisis koneksi pelangi titiknya;
3. menentukan diameter pada graf berdasarkan definisi diameter suatu graf;
4. menerapkan pewarnaan pelangi titik pada graf berdasarkan konsep koneksi pelangi titik;
5. mengkaji ulang keteraturan dari pewarnaan pelangi titik yang dilakukan pada tahap sebelumnya dengan melihat pola pewarnaan dan pelabelan titiknya;
6. memeriksa keoptimalan $rvc(G)$ dengan batas bawah. Apabila sudah optimal, maka dilanjutkan dengan menentukan fungsi. Apabila belum optimal, maka kembali ke tahap sebelumnya yaitu menerapkan pewarnaan titik pada graf;
7. menentukan fungsi pewarnaan dengan menyimbolkan warna yang dibutuhkan ke dalam bilangan asli berdasarkan pola pewarnaan sehingga didapatkan teorema bilangan koneksi pelangi titik $rvc(G)$;
8. membuktikan teorema yang telah didapatkan pada tahap sebelumnya.

Berdasarkan tahapan prosedur penelitian ke-1 hingga 8, dihasilkan teorema mengenai koneksi pelangi titik dari keluarga graf roda dan operasi shakel beserta pembuktiannya yang dituangkan pada subbab 4.1. Kemudian hasil penelitian pada subbab 4.1 dianalisis kaitannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi dan dilihat kevalidannya menggunakan lembar validasi yang berisi indikator-indikator dari setiap tahapan taksonomi Bloom. Indikator tersebut mengacu pada pedoman keterampilan berpikir tingkat tinggi yang disusun berdasarkan tinjauan pustaka pada subbab 2.10. Pedoman dan indikator keterampilan berpikir tingkat tinggi diuraikan pada subbab 3.4 sehingga didapatkan instrumen penelitian berupa lembar validasi sebagaimana terlampir pada Lampiran B. Kemudian hasil validasi akan dianalisis dengan metode analisis pada subbab 3.5. Berdasarkan hasil validasi tersebut, dianalisis kaitan antara koneksi pelangi titik dan keterampilan berpikir tingkat tinggi secara faktual (hasil validasi) dan teoritis.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 3.1 Prosedur Penelitian

Digital Repository Universitas Jember

3.4 Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan adalah berupa indikator-indikator keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menemukan bilangan koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda. Indikator tersebut dibuat berdasarkan pedoman keterampilan berpikir tingkat tinggi yang berisi kata kunci dari setiap tahapan taksonomi Bloom (mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis dan mencipta). Pedoman keterampilan berpikir tingkat tinggi ditunjukkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Pedoman keterampilan berpikir tingkat tinggi

Tahapan	**Definisi Operasional**	**Kata Kunci**
C1	Kemampuan menyebutkan kembali pengetahuan dari ingatan	mengenali, mengingat kembali, mendefinisikan, menjelaskan, menyatakan, mengulang
C2	Kemampuan memaknai konsep dalam bentuk lisan, tulisan dan grafis.	menjelaskan, menjabarkan, menguraikan, menafsirkan, menginterpretasikan
C3	Kemampuan mengaplikasikan konsep menggunakan prosedur-prosedur.	menerapkan, menunjukkan, mendemonstrasikan, mengimplementasikan
C4	Kemampuan memisahkan konsep dan menghubungkan menjadi konsep utuh.	membedakan, memisahkan, memecah, mengkaji ulang, menghubungkan
C5	Kemampuan membuat keputusan berdasarkan fakta atau patokan tertentu.	mengecek, menjustifikasi memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi
C6	Kemampuan memadukan beberapa elemen menjadi suatu bentuk baru yang orisinil.	merakit, menemukan, menciptakan, merumuskan, memformulasikan, memproduksi

Digital Repository Universitas Jember

Berdasarkan pedoman diatas, kemudian disusun indikator-indikator yang sesuai dengan langkah kegiatan penelitian dalam menemukan koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda dan koneksi pelangi titik. Indikator-indikator tersebut kemudian dijadikan sebagai instrumen penelitian berupa lembar validasi. Lembar validasi pada penelitian ini berbentuk *rating scale* yang mengukur ketercapaian indikator-indikator keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan taksonomi Bloom dari awal pendefinisian graf hingga penemuan teorema bilangan koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda dan operasi shakel. Indikator keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menemukan koneksi pelangi titik ditunjukkan pad Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Indikator keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menemukan koneksi pelangi titik

Tahapan	**Kata kunci**	**Indikator**
C1	mendefinisikan	Mampu mendefinisikan graf
	menyatakan	Mampu menyatakan graf melalui ilustrasi
	mengulang	Mampu mengulang definisi dan teorema terkait koneksi pelangi titik
C2	menjabarkan	Mampu menjabarkan himpunan titik dan himpunan sisi graf
	menjelaskan	Mampu menjelaskan operasi graf yang digunakan
	menguraikan	Mampu menguraikan eksentrisitas graf
C3	menunjukkan	Mampu menunjukkan diameter graf
	menerapkan	Mampu menerapkan pewarnaan pelangi titik
	mendemonstrasikan	Mampu mendemonstrasikan pewarnaan pelangi titik melalui gambar
C4	mengaitkan	Mampu mengaitkan hubungan diameter dan banyak pewarnaan minimal
	memecah	Mampu memecah hasil pewarnaan menjadi beberapa kasus
	menghubungkan	Mampu menghubungkan beberapa nilai *rvc* ke dalam bentuk umum

Digital Repository Universitas Jember

Tahapan	Kata kunci	Indikator
C5	memprediksi	Mampu memprediksi batas bawah dan batas atas dari *rvc*
	menjustifikasi	Mampu menjustifikasi *rvc* berdasarkan batas bawah dan batas atas
C6	menemukan	Mampu menemukan nilai *rvc*
	menciptakan	Mampu menciptakan teorema baru tentang koneksi pelangi titik

3.5 Metode Analisis Validasi

Validasi suatu instrumen dilakukan untuk mengukur seberapa baik suatu instrumen dapat mengukur apa yang seharusnya diukur (Sugiyono, 2017:168). Pada penelitian ini, validasi dilakukan untuk mengukur seberapa baik intrumen penelitian yang digunakan dapat mengukur keterkaitan antara koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Validasi dilakukan menggunakan lembar validasi. Validator pada penelitian ini sebanyak tiga orang yang merupakan dosen CGANT Universitas Jember. Setelah validator melakukan validasi, tingkat kevalidan akan ditentukan berdasarkan nilai rata-rata total semua aspek.

a. Rata-rata nilai hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

V_{ji} : data nilai dari validator ke-j terhadap indikator ke-i

I_{ji} : rata-rata nilai indikator ke-i

j : validator ke-j

i : indikator ke-i

v : banyak validator

b. Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_{ji}}{m}$$

Keterangan :

A_{ji} : rata-rata nilai aspek ke-i

Digital Repository Universitas Jember

I_{ji} : rata-rata nilai untuk aspek ke-i indikator ke-j

j : aspek ke-j

i : indikator ke-i

m : banyak kriteria dalam aspek ke-i

c. Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus:

$$V_a = \frac{\sum_{j=1}^{n} A_i}{n}$$

Keterangan:

V_a : nilai rata-rata total semua aspek ke-i

i : aspek yang dinilai

n : banyak aspek

d Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

Tabel 3.3 Tingkat Kevalidan Instrumen

Nilai V_a	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

Hobri (2010)

3.6 Definisi Operasional

Definisi operasional dari variabel dalam penelitian ini bertujuan untuk memberikan gambaran secara sistematis dan menghindari perbedaan pemahaman. Definisi variabel dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Koneksi Pelangi Titik

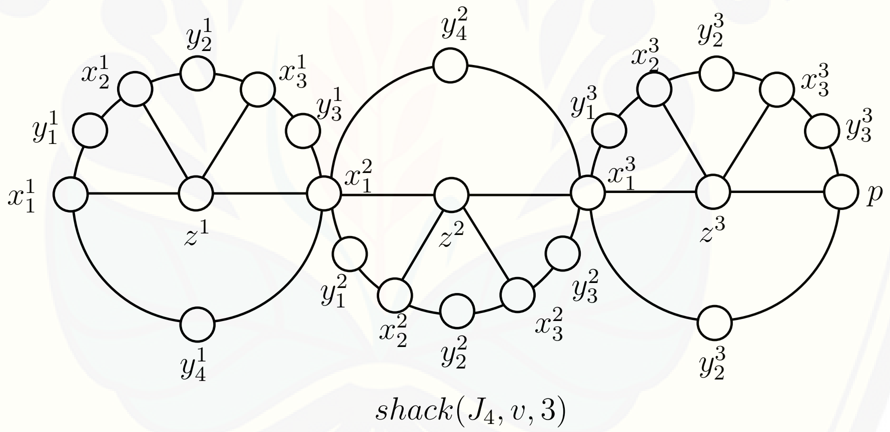
   Jika $G = (V(G), E(G))$ adalah graf terhubung yang tak trivial maka graf G dikatakan terkoneksi pelangi titik apabila terdapat suatu pewarnaan titik pada G yang didefinisikan $c' : V(G) \rightarrow \{1, 2, 3, ..., k\}$ dengan titik interior saling berbeda. Dengan kata lain, koneksi pelangi titik merupakan pewarnaan titik

Digital Repository Universitas Jember

pada suatu graf dimana setiap titik dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna berbeda.

2. Keluarga Graf Roda
   Keluarga graf roda (*Some Wheel Related Graphs*) merupakan graf-graf yang memiliki keterkaitan struktur dengan graf roda. Keluarga graf roda yang diteliti adalah graf kipas F_n, graf jahangir J_n, graf semi jahangir SJ_n, graf bunga matahari Sf_n.

3. Graf Hasil Operasi Shakel Titik $Shack(J_n, v, m)$
   Hasil operasi shakel titik dari suatu graf G sebanyak n buah dinotasikan dengan $shack(G, v, n)$ dengan v sebagai titik penghubung. Graf hasil operasi $shack(J_n, v, m)$ adalah salah satu hasil operasi shakel titik pada graf jahangir J_n dengan $n, m \geq 2$. Titik penghubung pada graf $shack(J_n, v, m)$ adalah $v = x_1^k$.



Gambar 3.2 Contoh Graf $Shack(J_4, v, 3)$

4. Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi
   Taksonomi Bloom merupakan dasar bagi proses berpikir tingkat tinggi. Berdasarkan taksonomi Bloom hasil revisi Anderson dan Krathwohl (2001), berpikir tingkat tinggi adalah kemampuan melibatkan menganalisis, mengevaluasi dan mencipta. Tetapi harus ditunjukkan pula bahwa kemampuan melibatkan mengingat, memahami, dan menerapkan telah dilalui.

Digital Repository Universitas Jember

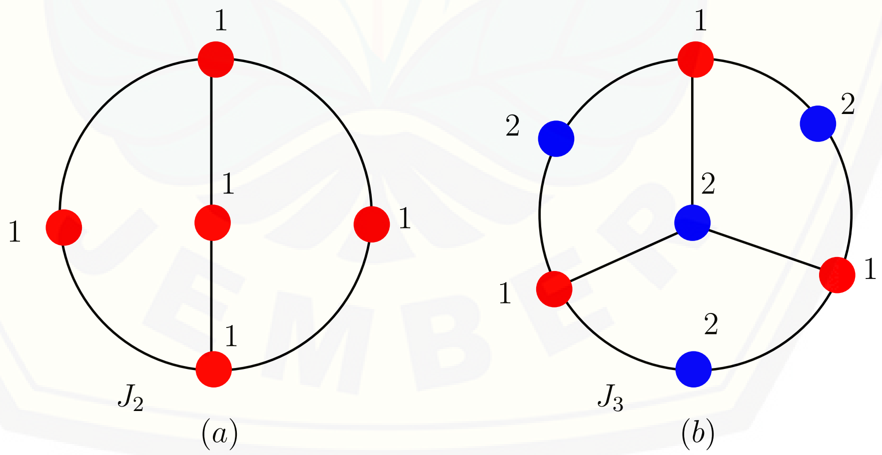
3.7 Observasi Awal

Penelitian ini menggunakan data sekunder, yakni data yang didapat dari penelitian sebelumnya. Data yang digunakan berupa graf-graf khusus yang termasuk kedalam keluarga graf roda dan graf hasil operasi shakel titik dari salah satu graf yang juga termasuk kedalam keluarga graf roda. Berdasarkan observasi awal, diperoleh hasil pewarnaan pelangi titik dari graf jahangir J_n sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.3, dan Gambar 3.4.

Pada Gambar 3.3(a), graf J_2 terkoneksi pelangi titik dengan satu pewarnaan (merah) yang kemudian disimbolkan dengan bilangan 1 untuk mewakili pewarnaan tersebut. Sehingga diperoleh bilangan koneksi pelangi titik untuk graf J_2 adalah $rvc(J_2) = 1$.

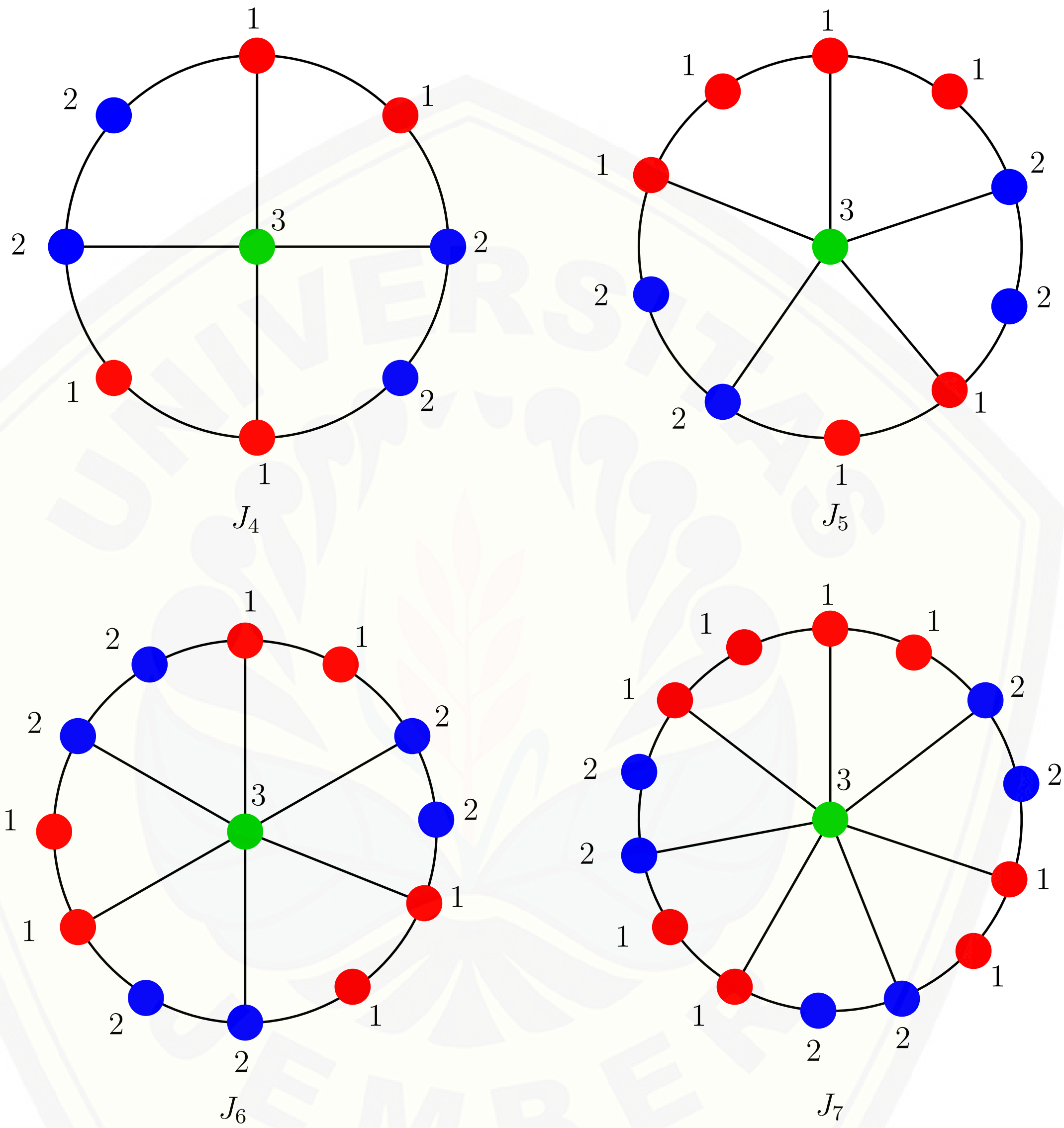
Pada Gambar 3.3(b), graf J_3 terkoneksi pelangi titik dengan dua pewarnaan (merah dan biru) yang kemudian disimbolkan dengan bilangan 1 dan 2 untuk mewakili pewarnaan tersebut. Sehingga diperoleh bilangan koneksi pelangi titik untuk graf J_3 adalah $rvc(J_3) = 2$.

Pada Gambar 3.4, graf J_n untuk $n \geq 4$ terkoneksi pelangi titik dengan tiga pewarnaan (merah, biru dan hijau) yang kemudian disimbolkan dengan bilangan 1,2 dan 3 untuk mewakili pewarnaan tersebut. Sehingga diperoleh bilangan koneksi pelangi titik untuk graf J_n, $n \geq 4$ adalah $rvc(J_n) = 3$.



Gambar 3.3 Bilangan koneksi pelangi titik dari J_n (a) $rvc(J_n) = 1$ untuk $n = 2$ dan (b) $rvc(J_n) = 2$ untuk $n = 3$

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 3.4 Bilangan koneksi pelangi titik dari J_n adalah $rvc(J_n) = 3$ untuk $n \geq 4$

Digital Repository Universitas Jember

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa didapatkan lima teorema baru koneksi pelangi titik dari beberapa keluarga graf roda dan hasil operasi shakel yaitu:

a. Bilangan koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda dan hasil operasi shakel dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Teorema 1 *Misalkan F_n adalah graf kipas dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf kipas F_n adalah $rvc(F_n) = 1$.*

Teorema 2 *Misalkan J_n adalah graf jahangir dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf jahangir J_n adalah*

$$rvc(J_n) = \begin{cases} n-1, \text{ untuk } n = 2,3 \\ 3, \text{ untuk } n \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 3 *Misalkan SJ_n adalah graf jahangir dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf jahangir SJ_n adalah*

$$rvc(SJ_n) = \begin{cases} n-1, \text{ untuk } n = 2,3 \\ 3, \text{ untuk } n \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 4 *Misalkan Sf_n adalah graf bunga matahari dengan $n \geq 2$, bilangan koneksi pelangi titik dari graf bunga matahari Sf_n adalah*

$$rvc(Sf_n) = \begin{cases} \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, \text{ untuk } 2 \leq n \leq 5 \\ 3, \text{ untuk } n \geq 6 \end{cases}$$

Teorema 5 *Misalkan $Shack(J_n, v, m)$ adalah graf hasil operasi shakel titik dari graf jahangir J_n dengan $n \geq 2$ dan $m \geq 2$, bilangan koneksi pelangi*

Digital Repository Universitas Jember

titik dari graf $Shack(J_n, v, m)$ *adalah.*

$$rvc(Shack(J_n, v, m)) = \begin{cases} 2m-1, \text{ untuk } n=2 \\ 2m+1, \text{ untuk } n \geq 3 \end{cases}$$

b. Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dan koneksi pelangi titik dari awal hingga akhir penelitian yaitu mengingat (mengulang kembali definisi dan teorema yang berkaitan dengan graf yang diteliti dan koneksi pelangi titik), memahami (menjabarkan himpunan titik dan himpunan sisi dilanjutkan menguraikan eksentrisitas dari setiap titik pada masing-masing graf yang diteliti), menerapkan (menentukan diameter berdasarkan eksentrisitas maksimal dan menerapkan pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti), menganalisis (menghubungkan diameter dengan banyak pewarnaan pelangi titik dan memecah hasil observasi diameter dan hasil pewarnaan pelangi titik menjadi beberapa kasus), mengevaluasi (memprediksi batas bawah dan batas atas sehingga dapat menjustifikasi bilangan koneksi pelangi titik) dan mencipta (menentukan teorema baru dari formulasi rumus yang ditemukan).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai koneksi pelangi titik pada keluarga graf roda yaitu F_n, J_n, SJ_n, Sf_n dan hasil operasi shakel $Shack(J_n, v, m)$, peneliti memberikan saran kepada pembaca dan peneliti lain agar dapat mengembangkan hasil penelitian ini untuk keluarga graf roda yang lebih umum sehingga diperoleh hasil yang lebih umum, meneliti keluarga graf roda lainnya selain pada penelitian ini sehingga dapat ditemukan karakteristik bilangan koneksi pelangi titik dari keluarga graf roda, meneliti hasil operasi graf dari operasi lainnya dan keluarga graf lainnya sehingga ditemukan karakteristik operasi tersebut, serta mengembangkan penelitian dengan konsep lainnya yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik. Selain itu agar pembaca maupun peneliti dapat menganalisis dan mengaitkan koneksi pelangi titik dengan proses berpikir lainnya selain berpikir tingkat tinggi.

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR PUSTAKA

Alfarisi, R. dan Dafik. 2014. The Rainbow Connection Number of Special graphs. *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNEJ*,1 No.1:457-461.

Amalia, R. 2013. Penerapan Model Pembelajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat Tinggi Siswa SMA. (Skripsi). Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Anderson, L.W, D.R Krathwohl. 2001. *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objective*. New York: Longman.

Ardiyansyah, R. dan Darmaji. 2013. Bilangan Kromatik Graf Hasil Almalgamasi Dua Buah Graf. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, 2(1).

Ariska, Ida. 2013. Analisis Rainbow Vertex Connection pada Beberapa Graf Khusus dan Operasinya. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Jember: Universitas Jember.

Chartrand, G., G. Kalamazoo, S. Jhons, K.A. Valley, dan McKeon. 2008. *Rainbow Connection in Graphs*. Math. Bohem, 133:85-89.

Chartrand, G., P. Zhang. 2011. *Discrete Mathematics*. Michigan: Waveland Press.

Dafik. 2015. Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. *Pidato Pengukuhan Guru Besar*. Jember: CGANT Research Group Universitas Jember. Mei 2015.

Digital Repository Universitas Jember

Dafik, Ika H. Agustin, A. Fajariyanto., R. Alfarisi. 2016. On the rainbow coloring for some graph operations. *AIP Conference Proceedings*, 1707:1-7.

Daoud, S. N. 2017. Egde odd graceful labeling of some path and cycle related graphs. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 14:178-203.

Darmawan, R. N. 2015. Analisis Rainbow Connection Number pada Graf Khusus dan Hasil Operasinya. Tidak dipublikasikan (Tesis). Jember: Universitas Jember.

Dian N.S. Simamora, A.N.M. Salman. 2015. The Rainbow (Vertex) Connection Number of Pencil Graphs. *International Conference on Graph Theory and Information Security*,74:138-142.

Gross, Jonathan L., Jay Yellen. 2006. *Graph Theory and Its Applications Second Edition*. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC.

Harary, F. 2007. *Graph Theory*. New London: Wesley.

Histamedika, G. 2012. Rainbow Connection pada Beberapa Graf. *Matematika UNAND*, 2:17-25.

Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan (Aplikasi pada Penelitia Pendidikan Matematika)*. Jember: Pena Salsabila.

Hotimah, Husnul. 2015. Analisis Koneksi Pelangi pada Graf Khusus dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Jember: Universitas Jember.

Digital Repository Universitas Jember

Javaid, I., Sara S. 2008. On The Partition Dimension of Some Wheel Related Graphs. *Journal of Prime Research in Mathematics*, 4:154-164.

Krivelevich, M., R. Yuster. 2009. The Rainbow Connection of a Graph Is (at Most) Reciprocal to Its Minimum Degree. *IWOCA*, 5874:432-437.

K. Ali, E. T. B. Dan Tomescu, I. 2007. On the ramsey number of paths and jahangir graph j3. *International Conference on 21st Century Mathematics*.

Lewy, Zulkardi, dan Nyimas Aisyah. Pengembangan Soal untuk Mengukur Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi Pokok Bahasan Barisan dan Deret Bilangan di Kelas IX Akselerasi SMP Xaverius Maria Palembang. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3:14-28.

Li, Xueliang, Y. Mao, Y, Shi. 2010.The strong rainbow vertex-connection of graphs. *Utilitas Mathematica*, 93:213-223.

Li, X. dan S. Liu. 2011. Rainbow Connection of Graphs - A survey. *Graphs and Combinatorics*, 29(1):1-38.

Maryati, T.K., A. Salman, E. T. Baskoro, Ryan, J. Miller. 2010. *On H Supermagic Labellings for Certain Shackles and Amalgamations of A Connected Graph Antimagic Total Labelling for Shackle A Connected Graph. Utilitas Math Bull*, 83:333-342.

Mayer, R.E. 2002. Rote Versus Meaningful Learning. *Theory Into Practice*, 41(4):226-232.

Nugraheni, Puji. 2007. Jembatan Konigsberg. *E-journal Universitas Muhamadiyah Purworejo*, 4:21-32.

Digital Repository Universitas Jember

Santrock, John W. 2008. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Prenada Media Group.

Simamora, N.S. dan A.N.M Salman. 2015. The rainbow vertex connection number of Pencil graphs. *Procedia Computer Science*, 74:138-142.

Slamin. 2001. Diregularity of Digraphs Close to Moore Bound. Tidak dipublikasikan (Tesis). Australia: The University of Newcastle.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.

Soedjadi, R. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.

Sugiyono. 2017. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan Kombinasi*. Bandung: Alfabeta.

Susilo, Frans. 2012. *Landasan Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Utari, R. 2013. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya*. Pusdiklat KNPK: Widyaiswara Madya.

Wang, Z., Xiaojing Xu, Yixiao Liu. 2017. Rainbow Vertex-Connection Number of 3-Connected Graph. *Applied Mathematical Sciences*, 11:751-757.

Zafar, M. K., Abdul Q. B., M. Imran, dan Andrea S. 2015. Energy of Some Wheel Related Graphs. *Mathematical Sciences Letters*, 4(1):5-8.

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN

LAMPIRAN A.

Judul	Latar Masalah	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Metode Penelitian
Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampil-an Berpikir Tingkat Tinggi	1. Pendidikan di Indonesia. 2. Keterampilan berpikir tingkat tinggi. 3. Matematika. 4. Teori graf. 5. Koneksi pelangi. 6. Koneksi pelangi titik. 7. Graf dan keluarga graf. 8. Keluarga graf roda dan operasi graf. 9. Penelitian yang telah dilakukan peneliti sebelumnya.	1. Bagaimana menentukan bilangan koneksi pelangi titik dan fungsi koneksi pelangi titik pada beberapa keluaarga graf roda? 2. Bagaimana keterkaitan proses pewarnaan titik pada beberapa keluarga graf roda menggunakan koneksi pelangi titik dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi?	1. Koneksi pelangi titik. 2. Beberapa keluarga graf roda yang meliputi: graf kipas, graf jahangir, graf semi jahangir, graf bunga matahari. 3. Graf hasil operasi shakel titik dari graf jahangir. 4. Keterampilan berpikir tingkat tinggi.	Suatu graf dikatakan ter koneksi pelangi titik jika: 1. merupakan graf terhubung; 2. merupakan graf nontrivial; 3. setiap titik dihubungkan oleh lintasan yang memiliki titik-titik interior dengan warna (minimal) berbeda.	Kepusta-kaan	Jenis Penelitian 1. Penelitian eksplorasi. 2. Penelitian terapan. Metode Penelitian: Penelitian deduktif aksiomatik

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN B.

LEMBAR VALIDASI

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : PETRINA TALITA PUTRI
NIM : 140210101048
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda berdasarkan pada pedoman validasi.

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat (C1)	a. Peneliti mampu **mendefinisikan** graf-graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menyatakan** graf yang diteliti melalui ilustrasi graf.					
	c. Peneliti mampu **mengulang** kembali definisi, proposisi, dan teorema yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik.					
Memahami (C2)	a. Peneliti mampu **menjabarkan** himpunan titik dan himpunan sisi pada graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menjelaskan** operasi shakel titik pada graf yang diteliti.					
	c. Peneliti mampu **menguraikan** eksentrisitas setiap titik pada graf yang diteliti.					

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Menerapkan (C3)	a. Peneliti mampu **menunjukkan** diameter dari graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menerapkan** pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti.					
	c. Peneliti mampu **mendemonstrasikan** pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti melalui gambar.					
Menganalisis (C4)	a. Peneliti mampu **mengaitkan** hubungan antara diameter graf yang diteliti dengan banyak pewarnaan minimal yang diperlukan untuk membentuk koneksi pelangi titik.					
	b. Peneliti mampu **memecah** hasil pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti menjadi beberapa kasus.					
	c. Peneliti mampu **menghubungkan** beberapa bilangan koneksi pelangi titik untuk nilai n tertentu dari graf yang diteliti sehingga diperoleh bentuk umum.					
Mengevaluasi (C5)	a. Peneliti mampu **memprediksi** batas atas dan batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik pada graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menjustifikasi** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti berdasarkan batas atas dan batas bawahnya.					

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mencipta (C6)	a. Peneliti mampu **menemukan** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menciptakan** teorema baru.					

SARAN:

....

....

....

PEDOMAN VALIDASI:

1. Peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
2. Peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
3. Peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
4. Peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
5. Peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Jember, ...

Dosen

(......................................)

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN B.

LEMBAR VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : PETRINA TALITA PUTRI
NIM : 140210101048
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA BEBERAPA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda berdasarkan pada pedoman validasi.

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat (C1)	a. Peneliti mampu **mendefinisikan** graf-graf yang diteliti.					✓
	b. Peneliti mampu **menyatakan** graf yang diteliti melalui ilustrasi graf.					✓
	c. Peneliti mampu **mengulang** kembali definisi, proposisi, dan teorema yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik.				✓	
Memahami (C2)	a. Peneliti mampu **menjabarkan** himpunan titik dan himpunan sisi pada graf yang diteliti.					✓
	b. Peneliti mampu **menjelaskan** operasi shakel titik pada graf yang diteliti.					✓
	c. Peneliti mampu **menguraikan** eksentrisitas setiap titik pada graf yang diteliti.					✓

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
Menerapkan (C3)	a. Peneliti mampu **menunjukkan** diameter dari graf yang diteliti.				✓	
	b. Peneliti mampu **menerapkan** pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti.					✓
	c. Peneliti mampu **mendemonstrasikan** pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti melalui gambar.				✓	
Menganaiisis (C4)	a. Peneliti mampu **mengaitkan** hubungan antara diameter graf yang diteliti dengan banyak pewarnaan minimal yang diperlukan untuk membentuk koneksi pelangi titik.					✓
	b. Peneliti mampu **memecah** hasil pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti menjadi beberapa kasus.					✓
	c. Peneliti mampu **menghubungkan** beberapa bilangan koneksi pelangi titik untuk nilai n tertentu dari graf yang diteliti sehingga diperoleh bentuk umum.				✓	
Mengevaluasi (C5)	a. Peneliti mampu **memprediksi** batas atas dan batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik pada graf yang diteliti.				✓	
	b. Peneliti mampu **menjustifikasi** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti berdasarkan batas atas dan batas bawahnya.					✓

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mencipta (C6)	a. Peneliti mampu **menemukan** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.					✓
	b. Peneliti mampu **menciptakan** teorema baru.					✓

SARAN:

....

....

....

PEDOMAN VALIDASI:

1. Peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
2. Peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
3. Peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
4. Peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
5. Peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Jember, 16-05-2018

Dosen

(Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si.)

NIDN. 0007119401

Digital Repository Universitas Jember

LEMBAR VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : PETRINA TALITA PUTRI
NIM : 140210101048
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA BEBERAPA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda berdasarkan pada pedoman validasi.

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat (C1)	a. Peneliti mampu **mendefinisikan** graf-graf yang diteliti.					√
	b. Peneliti mampu **menyatakan** graf yang diteliti melalui ilustrasi graf.				√	
	c. Peneliti mampu **mengulang** kembali definisi, proposisi, dan teorema yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik.				√	
Memahami (C2)	a. Peneliti mampu **menjabarkan** himpunan titik dan himpunan sisi pada graf yang diteliti.					√
	b. Peneliti mampu **menjelaskan** operasi shakel titik pada graf yang diteliti.				√	
	c. Peneliti mampu **menguraikan** eksentrisitas setiap titik pada graf yang diteliti.					√

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
Menerapkan (C3)	a. Peneliti mampu **menunjukkan** diameter dari graf yang diteliti.				√	
	b. Peneliti mampu **menerapkan** pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti.				√	
	c. Peneliti mampu **mendemonstrasikan** pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti melalui gambar.					√
Menganalisis (C4)	a. Peneliti mampu **mengaitkan** hubungan antara diameter graf yang diteliti dengan banyak pewarnaan minimal yang diperlukan untuk membentuk koneksi pelangi titik.				√	
	b. Peneliti mampu **memecah** hasil pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti menjadi beberapa kasus.					√
	c. Peneliti mampu **menghubungkan** beberapa bilangan koneksi pelangi titik untuk nilai n tertentu dari graf yang diteliti sehingga diperoleh bentuk umum.					√
Mengevaluasi (C5)	a. Peneliti mampu **memprediksi** batas atas dan batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik pada graf yang diteliti.				√	
	b. Peneliti mampu **menjustifikasi** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti berdasarkan batas atas dan batas bawahnya.					√

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mencipta (C6)	a. Peneliti mampu **menemukan** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.					√
	b. Peneliti mampu **menciptakan** teorema baru.				√	

SARAN:

....

....

....

PEDOMAN VALIDASI:

1. Peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
2. Peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
3. Peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
4. Peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
5. Peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Jember, 16 Mei 2018

Dosen

(Rafiantika M.P., S.Pd., M.Si)

NIDN. 005108903

Digital Repository Universitas Jember

LEMBAR VALIDASI
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : PETRINA TALITA PUTRI
NIM : 140210101048
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA BEBERAPA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda berdasarkan pada pedoman validasi.

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat (C1)	a. Peneliti mampu **mendefinisikan** graf-graf yang diteliti.					✓
	b. Peneliti mampu **menyatakan** graf yang diteliti melalui ilustrasi graf.					✓
	c. Peneliti mampu **mengulang** kembali definisi, proposisi, dan teorema yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik.				✓	
Memahami (C2)	a. Peneliti mampu **menjabarkan** himpunan titik dan himpunan sisi pada graf yang diteliti.					✓
	b. Peneliti mampu **menjelaskan** operasi shakel titik pada graf yang diteliti.					✓
	c. Peneliti mampu **menguraikan** eksentrisitas setiap titik pada graf yang diteliti.				✓	

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Menerapkan (C3)	a. Peneliti mampu **menunjukkan** diameter dari graf yang diteliti.					✓
	b. Peneliti mampu **menerapkan** pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti.				✓	
	c. Peneliti mampu **mendemonstrasikan** pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti melalui gambar.					✓
Menganalisis (C4)	a. Peneliti mampu **mengaitkan** hubungan antara diameter graf yang diteliti dengan banyak pewarnaan minimal yang diperlukan untuk membentuk koneksi pelangi titik.					✓
	b. Peneliti mampu **memecah** hasil pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti menjadi beberapa kasus.				✓	
	c. Peneliti mampu **menghubungkan** beberapa bilangan koneksi pelangi titik untuk nilai n tertentu dari graf yang diteliti sehingga diperoleh bentuk umum.				✓	
Mengevaluasi (C5)	a. Peneliti mampu **memprediksi** batas atas dan batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik pada graf yang diteliti.				✓	
	b. Peneliti mampu **menjustifikasi** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti berdasarkan batas atas dan batas bawahnya.				✓	

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mencipta (C6)	a. Peneliti mampu **menemukan** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.					√
	b. Peneliti mampu **menciptakan** teorema baru.					√

SARAN:

....

....

....

PEDOMAN VALIDASI:

1. Peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
2. Peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
3. Peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
4. Peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
5. Peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Jember, 18 Mei 2018

Dosen

(Robiatul Adawiyah)

NIDN. 0031019201

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN B.

LEMBAR VALIDASI

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA	:	PETRINA TALITA PUTRI
NIM	:	140210101048
JUDUL SKRIPSI	:	ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA BEBERAPA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda berdasarkan pada pedoman validasi.

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat (C1)	a. Peneliti mampu **mendefinisikan** graf-graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menyatakan** graf yang diteliti melalui ilustrasi graf.					
	c. Peneliti mampu **mengulang** kembali definisi, proposisi, dan teorema yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik.					
Memahami (C2)	a. Peneliti mampu **menjabarkan** himpunan titik dan himpunan sisi pada graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menjelaskan** operasi shakel titik pada graf yang diteliti.					
	c. Peneliti mampu **menguraikan** eksentrisitas setiap titik pada graf yang diteliti.					

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Menerapkan (C3)	a. Peneliti mampu **menunjukkan** diameter dari graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menerapkan** pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti.					
	c. Peneliti mampu **mendemonstrasikan** pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti melalui gambar.					
Menganalisis (C4)	a. Peneliti mampu **mengaitkan** hubungan antara diameter graf yang diteliti dengan banyak pewarnaan minimal yang diperlukan untuk membentuk koneksi pelangi titik.					
	b. Peneliti mampu **memecah** hasil pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti menjadi beberapa kasus.					
	c. Peneliti mampu **menghubungkan** beberapa bilangan koneksi pelangi titik untuk nilai n tertentu dari graf yang diteliti sehingga diperoleh bentuk umum.					
Mengevaluasi (C5)	a. Peneliti mampu **memprediksi** batas atas dan batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik pada graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menjustifikasi** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti berdasarkan batas atas dan batas bawahnya.					

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mencipta (C6)	a. Peneliti mampu **menemukan** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menciptakan** teorema baru.					

SARAN:

....

....

....

PEDOMAN VALIDASI:

1. Peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
2. Peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
3. Peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
4. Peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
5. Peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Jember, ...

Dosen

(.....................................)

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN B.

LEMBAR PENILAIAN

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA	:	PETRINA TALITA PUTRI
NIM	:	140210101048
JUDUL SKRIPSI	:	ANALISIS KONEKSI PELANGI TITIK PADA BEBERAPA KELUARGA GRAF RODA DAN OPERASI SHAKEL DIKAITKAN DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda berdasarkan pada rubrik penilaian.

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat (C1)	a. Peneliti mampu **mendefinisikan** graf-graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menyatakan** graf yang diteliti melalui ilustrasi graf.					
	c. Peneliti mampu **mengulang** kembali definisi, proposisi, dan teorema yang berkaitan dengan koneksi pelangi titik.					
Memahami (C2)	a. Peneliti mampu **menjabarkan** himpunan titik dan himpunan sisi pada graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menjelaskan** operasi shakel titik pada graf yang diteliti.					
	c. Peneliti mampu **menguraikan** eksentrisitas setiap titik pada graf yang diteliti.					

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Menerapkan (C3)	a. Peneliti mampu **menunjukkan** diameter dari graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menerapkan** pewarnaan pelangi titik pada graf yang diteliti.					
	c. Peneliti mampu **mendemonstrasikan** pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti melalui gambar.					
Menganalisis (C4)	a. Peneliti mampu **mengaitkan** hubungan antara diameter graf yang diteliti dengan banyak pewarnaan minimal yang diperlukan untuk membentuk koneksi pelangi titik.					
	b. Peneliti mampu **memecah** hasil pewarnaan pelangi titik dari graf yang diteliti menjadi beberapa kasus.					
	c. Peneliti mampu **menghubungkan** beberapa bilangan koneksi pelangi titik untuk nilai n tertentu dari graf yang diteliti sehingga diperoleh bentuk umum.					
Mengevaluasi (C5)	a. Peneliti mampu **memprediksi** batas atas dan batas bawah dari bilangan koneksi pelangi titik pada graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menjustifikasi** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti berdasarkan batas atas dan batas bawahnya.					

Digital Repository Universitas Jember

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mencipta (C6)	a. Peneliti mampu **menemukan** bilangan koneksi pelangi titik dari graf yang diteliti.					
	b. Peneliti mampu **menciptakan** teorema baru.					

SARAN:

....

....

....

RUBRIK PENILAIAN:

1. Peneliti TIDAK MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
2. Peneliti KURANG MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
3. Peneliti CUKUP MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
4. Peneliti MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.
5. Peneliti SANGAT MAMPU menunjukkan indikator yang diinginkan.

Jember, ...

Dosen

(......................................)

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN C.

Hasil analisis validasi oleh validator dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek Taksonomi Bloom	Indikator	Penilaian Validator ke-			I_i	A_i	Capaian Teoritis	Capaian Validasi	Capaian Kumulatif Teoritis	Capaian Kumulatif Validasi	V_a
		1	2	3							
	1a	5	5	5	5						
C1	1b	5	4	5	4,67	4,56	13,67	0,1709	19%	17%	
	1c	4	4	4	4						
	2a	5	5	5	5						
C2	2b	5	4	5	4,67	4,78	14,34	0,1792	38%	35%	
	2c	5	5	4	4,67						
	3a	4	4	5	4,33						
C3	3b	5	4	4	4,33	4,44	13,33	0,1666	56%	52%	4,58
	3c	4	5	5	4,67						
	4a	5	4	5	4,67						
C4	4b	5	5	4	4,67	4,56	13,67	0,1709	75%	69%	
	4c	4	5	4	4,33						
C5	5a	4	4	4	4	4,34	8,67	0,1075	88%	80%	
	5b	5	4	5	4,67						
C6	6a	5	5	5	5	4,84	9,67	0,1209	100%	92%	
	6b	5	4	5	4,67						

Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen dan isi mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah VALID.

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN C.

Hasil analisis validasi oleh validator dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek Taksonomi Bloom	Indikator	Penilaian Validator ke-					I_i	A_i	Capaian Teoritis	Capaian Validasi	Capaian Kumulatif Teoritis	Capaian Kumulatif Validasi	V_a
		1	2	3	4	5							
C1	1a												
	1b												
	1c												
C2	2a												
	2b												
	2c												
C3	3a												
	3b												
	3c												
C4	4a												
	4b												
	4c												
C5	5a												
	5b												
C6	6a												
	6b												

Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen dan isi mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah ....

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN D.

Tabel 5.12 Jarak setiap dua titik di $Shack(J_2, v, m)$, $m \geq 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u - v$	$d(u,v)$
x_1^k	y_i^l	$i \in [1,n]$,$k < l$,$k,l \in [1,m]$	$x_1^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, y_i^l$	$2(l-k)+1$
x_1^k	z^l	$k < l$,$k,l \in [1,m]$	$x_1^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(l-k)+1$
x_1^k	p	$k \in [1,m]$	$x_1^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_m^l, z^m, p$	$2(l-k)+2$
y_i^k	y_j^l	$i < j$,$i \in [1,n]$,$k < l$,$k,l \in [1,m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, y_j^l$	$2(l-k)$
y_i^k	z^l	$i \in [1,n]$,$k < l$,$k,l \in [1,m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(l-k)$
y_i^k	p	$i < j$,$i \in [1,n]$,$k \in [1,m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, y_i^m, p$	$2(m-k)+1$
z^k	z^l	$k < l$,$k,l \in [1,m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(m-k)$
z^k	p	$k \in [1,m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$	$2(m-k)+1$

Digital Repository Universitas Jember

Tabel 5.13 Jarak setiap dua titik di $Shack(J_n, v, m)$, $n \geq 3$, $m \geq 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$	$d(u,v)$
x_i^k	x_1^l	$i \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l$	$2(l-k)$
x_i^k	x_j^l	$i < j$,$i, j \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l, x_j^l$	$2(l-k)+2$
x_i^k	y_j^l	$i, j \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., x_1^l, z^l, x_j^l, y_j^l$	$2(l-k)+3$
x_i^k	y_j^l	$i \in [1, n-1]$,$j \in \{1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., x_1^l, y_j^l$	$2(l-k)+2$
x_i^k	z^l	$i \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(l-k)+1$
y_i^k	y_j^l	$i \in \{n, n-1\}$,$j \in \{1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m-1]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, x_1^{k+2}, z^{k+2}, ..., z^{l-1}, x_1^l, x_j^l$	$2(l-k)$
y_i^k	y_j^l	$i \in [1, n-1]$,$j \in 2, n-1$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l, x_j^l, y_j^l$	$2(l-k)+4$
y_i^k	y_j^l	$i \in [1, n-2]$,$j \in \{1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, y_j^l$	$2(l-k)+2$
y_i^k	z^l	$i \in [1, n-2]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(l-k)+2$
y_i^k	z^l	$i \in \{n-1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(l-k)$
y_i^k	p	$i \in [1, n-2]$,$k \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$	$2(m-k)+3$
y_i^k	p	$i \in \{n-1, n\}$,$k \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$	$2(l-k)+1$
z^k	z^l	$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$	$2(l-k)$
z^k	p	$k \in [1, m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$	$2(m-k)+1$

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN E.

Lintasan pelangi titik dari masing-masing graf yang diteliti dijabarkan pada tabel-tabel berikut.

Tabel 5.14 Lintasan pelangi titik di F_n, $n \geq 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u - v$ pelangi titik
x	y_i	$i \in [1, n]$	x, y_i
y_i	y_j	bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, y_j
		tidak bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	y_i, x, y_j

Tabel 5.15 Lintasan pelangi titik di J_n, $n = 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u - v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_j	$i \in [1, n]$	x_i, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	y_i, x_i, y_j
y_i	z	$i \in [1, n]$	y_i, x_i, z

Tabel 5.16 Lintasan pelangi titik di J_3

u	v	Kondisi	Lintasan $u - v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_j	bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, y_j
		tidak bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_{i+1}	$i \in [1, n-1]$	y_i, x_{i+1}, y_{i+1}
y_1	y_n		y_1, x_1, y_n
y_i	z	$i \in [1, n]$	y_i, x_i, z

Digital Repository Universitas Jember

Tabel 5.17 Lintasan pelangi titik di J_n, $n \geq 4$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_j	bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, y_j
		tidak bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_j	$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 0 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$	$y_i, x_{i+1}, z, x_j, y_j$
		$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 1 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$	y_i, x_i, z, x_j, y_j
y_i	z	$i \in [1, n]$	y_i, x_i, z

Tabel 5.18 Lintasan pelangi titik di SJ_n, $n = 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_j	$i \in [1, n]$, $j \in [1, n-1]$	x_i, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	z	$i \in [1, n-1]$	y_i, x_i, z

Tabel 5.19 Lintasan pelangi titik di SJ_n, $n = 3$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_j	bertetangga dan $i \in [1, n]$, $j \in [1, n-1]$	x_i, y_j
		tidak bertetangga, $i \in [1, n]$, $j \in [1, n-1]$	x_i, z, x_j, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n-1]$	y_i, x_j, y_j
y_i	z	$i \in [1, n-1]$	y_i, x_i, z

Digital Repository Universitas Jember

Tabel 5.20 Lintasan pelangi titik di SJ_n, $n \geq 4$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_j	bertetangga dan $i \in [1, n]$,$j \in [1, n-1]$	x_i, y_j
		tidak bertetangga, $i \in [1, n]$,$j \in [1, n-1]$	x_i, z, x_j, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_j	$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 0 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$	$y_i, x_{i+1}, z, x_j, y_j$
		$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 1 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$	y_i, x_i, z, x_j, y_j
y_i	z	$i \in [1, n-1]$	y_i, x_i, z

Tabel 5.21 Lintasan pelangi titik di Sf_n, $n = 2, 3$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, x_j
x_i	y_i	$i \in [1, n]$	x_i, y_i
x_i	y_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	x_i, x_j, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_j	$i < j$ dan $i, j \in [1, n]$	y_i, x_i, y_j
y_i	z	$i \in [1, n]$	y_i, x_i, z

Tabel 5.22 Lintasan pelangi titik di Sf_n, $n = 4, 5$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, x_j
		tidak bertetangga, $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_1	y_n		x_1, y_n
x_i	y_i	$i \in [1, n]$	x_i, y_i
x_{i+1}	y_i	$i \in [1, n-1]$	x_{i+1}, y_i
x_i	y_j	$i \in [1, n], j gasal \in [1, n-1]$	x_i, z, x_j, y_j
		$i \in [1, n], j genap \in [1, n-1]$	x_i, z, x_{j+1}, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_{i+1}	$i \in [1, n-1]$	y_i, x_{i+1}, y_{i+1}
y_i	y_{i+2}	$i \in [1, n-2]$	$y_i, x_{i+1}, x_{i+2}, y_{i+2}$
y_n	y_1	$i \in [1, n]$	y_n, x_1, y_1
y_i	z	$i \in [1, n]$	y_i, x_i, z

Digital Repository Universitas Jember

Tabel 5.23 Lintasan pelangi titik di Sf_n, $n \geq 6$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_i	x_j	bertetangga dan $i, j \in [1, n]$	x_i, x_j
		tidak bertetangga, $i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j
x_i	y_i	$i \in [1, n]$	x_i, y_i
x_i	y_j	$i, j \in [1, n]$	x_i, z, x_j, y_j
x_i	z	$i \in [1, n]$	x_i, z
y_i	y_j	$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 0 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$	$y_i, x_{i+1}, z, x_j, y_j$
		$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 1 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$	y_i, x_i, z, x_j, y_j
y_i	z	$i \in [1, n]$	y_i, x_i, z

Tabel 5.24 Lintasan pelangi titik di $Shack(J_2, v, m)$, $m \geq 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u-v$ pelangi titik
x_1^k	y_i^l	$i \in [1, n]$, $k, l \in [1, m]$	$x_1^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, y_i^l$
x_1^k	z^l	$k, l \in [1, m]$	$x_1^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
x_1^k	p	$k \in [1, m]$	$x_1^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_m^l, z^m, p$
y_i^k	y_j^l	$i \in [1, n]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, y_j^l$
y_1^k	y_2^k	$k \in [1, m]$	y_1^k, x_1^k, y_2^k
y_i^k	z^k	$i \in [1, n]$, $k \in [1, m]$	y_i^k, x_1^k, z^k
y_i^k	z^l	$i \in [1, n]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
y_i^k	p	$i < j$,$i \in [1, n]$,$k \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, y_i^m, p$
z^k	z^l	$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
z^k	p	$k \in [1, m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$

Digital Repository Universitas Jember

Tabel 5.25 Lintasan pelangi titik di $Shack(J_n, v, m)$, $n \geq 3$, $m \geq 2$

u	v	Kondisi	Lintasan $u - v$ pelangi titik
x_i^k	x_j^k	$i, j \in [1, n-1]$, $k \in [1, m]$	x_i^k, z^k, x_j^k
x_i^k	x_1^l	$i \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l$
x_i^k	x_j^l	$j \neq 1$,$i, j \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l, x_j^l$
x_i^k	y_j^k	bertetangga, $i, j \in [1, n-1]$,$k \in [1, m]$	x_i^k, y_j^k
		tidak bertetangga, $i, j \in [1, n-1]$,$k \in [1, m]$	x_i^k, z^k, x_j^k, y_j^k
x_i^k	y_{n-1}^l	$i \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m-1]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., x_1^l, z^l, x_1^{l+1}, y_{n-1}^l$
x_i^k	y_j^l	$i \in [1, n-1]$,$j \in \{1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., x_1^l, y_j^l$
x_i^k	z^l	$i \in [1, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
y_i^k	y_j^k	$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 0 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$, $k \in [1, m]$	$y_i^k, x_{i+1}^k, z^k, x_j^k, y_j^k$
		$i < j$, $\frac{i+j}{2} = 1 \mod 2$ dan $i, j \in [1, n]$, $k \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_j^k, y_j^k$
y_i^k	y_j^l	$i \in \{n, n-1\}$,$j \in \{1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m-1]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, x_1^{k+2}, z^{k+2}, ..., z^{l-1}, x_1^l, x_j^l$
y_i^k	y_j^l	$i \in [1, n-1]$,$j \in [2, n-1]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l, x_j^l, y_j^l$
y_i^k	y_j^l	$i \in [1, n-2]$,$j \in \{1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, y_j^l$
y_i^k	z^k	$i \in [1, n-1]$, $k \in [1, m]$	y_i^k, x_i^k, z^k
y_i^k	z^l	$i \in [1, n-2]$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
y_i^k	z^l	$i \in \{n-1, n\}$,$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
y_i^k	p	$i \in [1, n-2]$,$k \in [1, m]$	$y_i^k, x_i^k, z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$
y_i^k	p	$i \in \{n-1, n\}$,$k \in [1, m]$	$y_i^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$
z^k	z^l	$k < l$,$k, l \in [1, m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{l-1}, x_1^l, z^l$
z^k	p	$k \in [1, m]$	$z^k, x_1^{k+1}, z^{k+1}, ..., z^{m-1}, x_1^m, z^m, p$

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN E.

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
Telepon 0331- 334988, 330738 Faks 0331-334988
Laman www.fkip.unej.ac.id

LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA : Petrina Talita Putri
NIM : 140210101048
JUDUL SKRIPSI : Analisis Koneksi Pelangi Titik pada Keluarga Graf Roda dan Operasi Shakel Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi
TANGGAL UJIAN : 5 Juni 2018
PEMBIMBING : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	2	Perbaiki kesalahan penulisan tahun pada hasil penelitian koneksi pelangi oleh Chartrand
2.	3	Tambahkan alasan pemilihan operasi shakel hanya pada graf jahangir
3.	3	Perbaiki kesalahan penulisan tahun pada hasil penelitian terdahulu
4.	26	Tambahkan hasil penelitian bilangan koneksi pelangi titik dari graf roda yang sudah ditemukan
5.	34	Tambahkan pedoman penelitian untuk mengaitkan koneksi pelangi dengan HOTS
6.	82	Ubah istilah "graf yang diteliti" menjadi "keluarga graf roda" sesuai judul skripsi
7.	91	Capaian persentase kumulatif teoritis dari proses penemuan teorema sajikan juga dalam bentuk tabel
8.	92	Bandingkan hasil penelitian kaitan HOTS pada penelitian ini dengan hasil penelitian sebelumnya yang serupa pada halaman 29
9.	92	Refleksikan hasil penelitian kaitan HOTS pada penelitian dengan teori HOTS

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD dan Tanggal
Ketua	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	22/6/2018
Sekretaris	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.	25/6 2018
Anggota	Prof. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.	22/6 18
	Drs. Antonius Cahya P., M.App.Sc., Ph.D.	22/6 18

Jember, 22 Juni 2018
Mengetahui / menyetujui :

Dosen Pembimbing I,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP 19680802 199303 1 004

Dosen Pembimbing II,
Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP 19700307 199512 2 001

Mahasiswa Yang Bersangkutan
Petrina Talita Putri
NIM 140210101048

Mengetahui,
Ketua Jurusan P.MIPA
Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes.
NIP 19600309 198702 2 002