



**KAJIAN FRAKTAL *i*-FIBONACCI WORD DENGAN
MENGUNAKAN *L*-SYSTEMS**

SKRIPSI

Oleh

**Dwi Aryanti Rizki Amalia
NIM 141810101040**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018**



**KAJIAN FRAKTAL *i*-FIBONACCI WORD DENGAN
MENGUNAKAN *L*-SYSTEMS**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Dwi Aryanti Rizki Amalia
NIM 141810101040**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Yaminah dan Ayahanda Supardi tercinta, yang telah membesarkan, mendidik, mendoakan, memotivasi dengan penuh kasih sayang dan perhatian yang tak pernah putus untuk putri tercintanya;
2. Kakak Ainulyaqin Arya Putra Wijaksono tersayang, yang telah mendoakan dan memberikan semangat dalam suka dan duka;
3. Guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

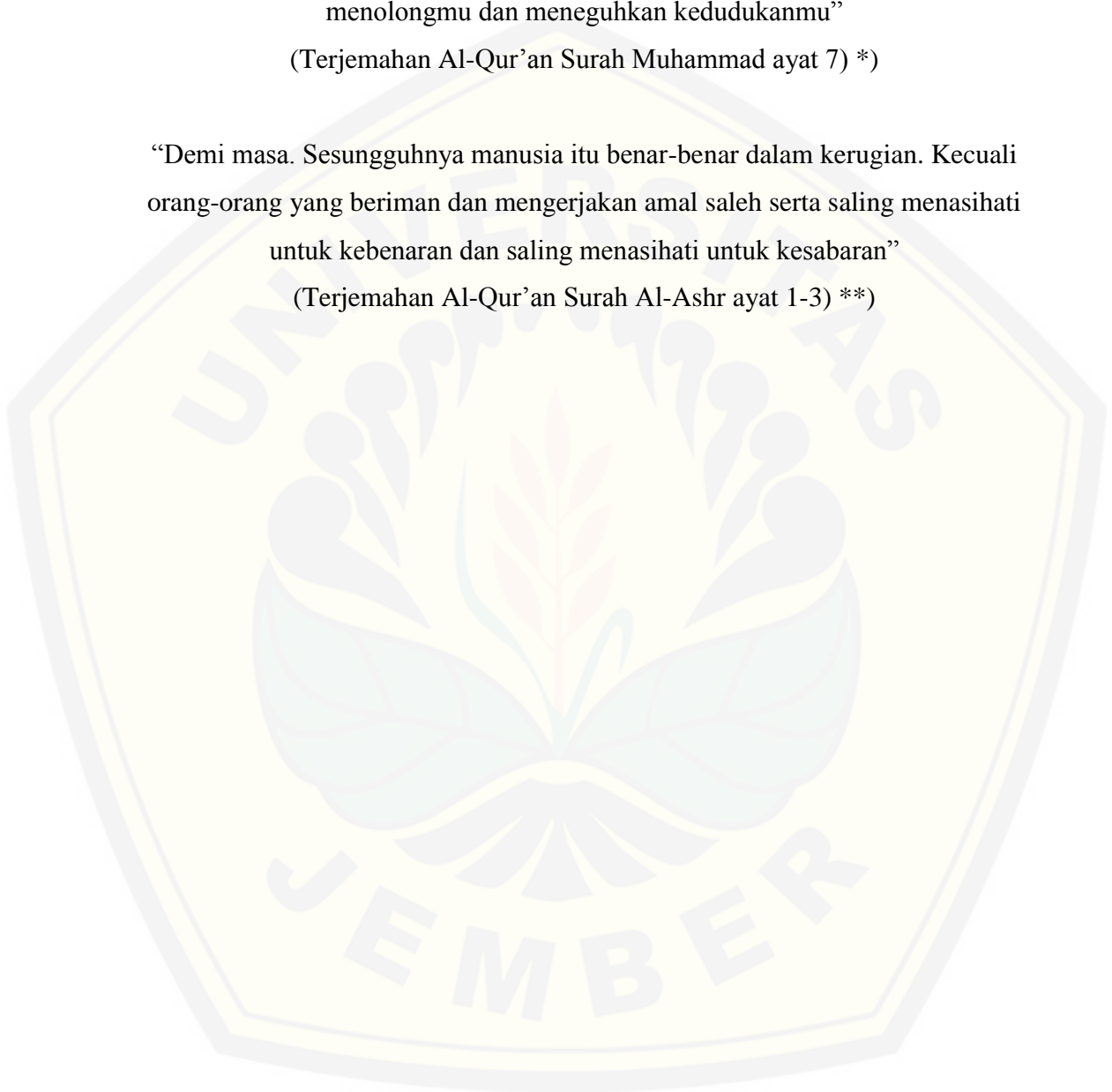
MOTTO

“Hai orang-orang mukmin, jika kamu menolong (agama) Allah, niscaya Dia akan menolongmu dan meneguhkan kedudukanmu”

(Terjemahan Al-Qur'an Surah Muhammad ayat 7) *)

“Demi masa. Sesungguhnya manusia itu benar-benar dalam kerugian. Kecuali orang-orang yang beriman dan mengerjakan amal saleh serta saling menasihati untuk kebenaran dan saling menasihati untuk kesabaran”

(Terjemahan Al-Qur'an Surah Al-Ashr ayat 1-3) **)



*) dan **) Departemen Agama Republik Indonesia. 2012. *Al-Qur'an Cordoba Special for Muslimah*. Bandung : PT. Cordoba Internasional.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Dwi Aryanti Rizki Amalia

NIM : 141810101040

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan Menggunakan *L-Systems*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2018
Yang menyatakan,

Dwi Aryanti Rizki Amalia
141810101040

SKRIPSI

**KAJIAN FRAKTAL *i-FIBONACCI WORD* DENGAN
MENGUNAKAN *L-SYSTEMS***

Oleh

Dwi Aryanti Rizki Amalia
NIM 141810101040

Pembimbing;

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si
Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan Menggunakan *L-Systems*” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si
NIP. 196908281998021001

Anggota II,

Dr. Mohamad Fatekurohman, S.Si., M.Si
NIP. 196906061998031001

Anggota I,

Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si
NIP. 197006061998031003

Anggota III ,

Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si
NIP. 198610142014041001

Mengesahkan
Dekan,

Drs. Sujito, Ph.D
NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan Menggunakan *L-Systems*; Dwi Aryanti Rizki Amalia, 141810101040; 2018; 49 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Ramirez & Rubiano memperkenalkan barisan *i-Fibonacci Word* pada tahun 2014. Menggunakan aturan garis ganjil-genap dari simbol barisan *i-Fibonacci Word*, Ramirez & Rubiano membangun kurva *i-Fibonacci Word* yang kemudian dikenal dengan fraktal *i-Fibonacci Word*.

Salah satu cara mengkonstruksi objek fraktal adalah dengan menggunakan metode *L-Systems*, yaitu dengan cara mengganti secara bergantian bagian-bagian dari objek sederhana yang berupa segmen garis menggunakan seperangkat aturan penulisan kembali atau produksi. Dua ciri objek yang dibangun menggunakan *L-systems* adalah dapat diiterasikan sehingga membentuk beberapa generasi dan setiap bagian generasi yang terbentuk memiliki kemiripan dengan generasi sebelumnya (*self-similarity*). Kurva *i-Fibonacci Word* merupakan salah satu objek yang memiliki kedua ciri tersebut.

Pada penelitian ini, penulis membuat suatu aksioma dan aturan produksi *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* dengan menggunakan metode *L-Systems*. Aturan produksi tersebut digunakan untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word* dan mengidentifikasi karakteristiknya. Selain itu, penulis mengidentifikasi perubahan fraktal *i-Fibonacci Word* jika panjang segmen *string* K dan Q yang telah ditetapkan pada aturan produksi *L-Systems*.

Penelitian tentang kajian fraktal *i-Fibonacci Word* dengan menggunakan *L-Systems* ini dibagi menjadi empat tahap yaitu, penafsiran fraktal *i-Fibonacci Word* dengan *L-Systems* secara matematis, penafsiran fraktal *i-Fibonacci Word* dengan *L-Systems* secara grafis, pembuatan program, dan pembahasan. Aksioma dan aturan produksi *L-Systems* pada fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap adalah $V = \left\{ L(x), R(x), K(x), Q(x), K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right), F(x), +, - \right\}$, $w = L(x)$,

$p_1: L(x) \rightarrow +R(x)[\prod_{n=1}^{i-2} \alpha_n F(x)] - L(x)K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)L(x)[\prod_{n=1}^{i-2} \alpha_n F(x)] - R(x)$
 dimana α_n identik dengan tanda “-” (*minus*) untuk n ganjil dan α_n identik dengan tanda “+” (*plus*) untuk n genap, $p_2: R(x) \rightarrow -L(x)[\prod_{n=1}^{i-2} \beta_n F(x)] + R(x)Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)R(x)[\prod_{n=1}^{i-2} \beta_n F(x)] + L(x)$ dimana β_n identik dengan tanda “+” (*plus*) untuk n ganjil dan β_n identik dengan tanda “-” (*minus*) untuk n genap, $p_3: K(x) \rightarrow L(x)$, $p_4: Q(x) \rightarrow R(x)$, dan $p_5: F(x) \rightarrow \emptyset$. Dimana aturan produksi Π bukan merupakan operasi perkalian, melainkan operasi pengulangan. Arti $F(x) \rightarrow \emptyset$ adalah simbol $F(x)$ tidak diproduksi menjadi apapun. Simbol + adalah perintah belok kiri, sedangkan simbol - adalah perintah belok kanan.

Dari aksioma dan aturan produksi tersebut diperoleh beberapa generasi fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap dengan *L-Systems*. Visualisasi program fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap dihasilkan mulai dari generasi ke-1 sampai generasi ke-5. Berdasarkan langkah-langkah yang telah dilakukan, bentuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap yang dihasilkan dengan menerapkan *L-Systems* sesuai dengan bentuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi genap yang dihasilkan dengan menggunakan aturan ganjil-genap. Berdasarkan hasil yang diperoleh, didapatkan karakteristik baru dari fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi genap saat *L-Systems* diterapkan.

Selain itu, program yang telah dibuat digunakan untuk memvariasikan nilai dari *string* K dan Q pada aturan produksi *L-systems* dengan nilai $-2l$, $-l$, 0 , l dan $20l$. Untuk variasi *string* $K = Q = -l$, diperoleh bentuk baru yang polanya terlihat mirip. Secara matematis bentuk pola fraktal baru ini menghasilkan aturan produksi baru, sehingga memiliki dua aturan produksi. Sedangkan untuk variasi *string* $K = Q = -2l, 0, l$ dan $20l$ menunjukkan bahwa generasi ke-3 dan generasi ke-5 secara keseluruhan memiliki pola yang mirip dengan fraktal *i-Fibonacci word* yang belum divariasikan. Secara keseluruhan hasil visualisasi dari semua variasi bentuk fraktal yang diperoleh memiliki pola yang mirip dengan fraktal *i-Fibonacci word* yang belum divariasikan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa nilai *string* K dan Q tidak mempengaruhi pola fraktal yang dihasilkan, tetapi nilai tersebut mempengaruhi bentuk fraktal yang dihasilkan.

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Kajian Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan Menggunakan *L-Systems*”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari perhatian, bimbingan, motivasi, dan petunjuk dari beberapa pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota yang dengan penuh kesabaran membimbing, mengarahkan, memberikan saran dan petunjuk dalam penyusunan skripsi ini;
2. Bapak Dr. Mohammad Fatekurohman, S.Si., M.Si dan Bapak Ikhsanul Halikin, S.Pd., M.Si, selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun dalam penyusunan skripsi;
3. Seluruh staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
4. Bapak Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Akademik;
5. Ibu Yaminah, Bapak Supardi, Mas Yayak, adikku Puput, Nenek Siti Rohmah, Budhe Endang serta seluruh keluarga di rumah yang telah memberikan doa dan motivasi;
6. Sahabatku Arivatus Solehah, Dwi Putri Antika, dan seluruh para pemakmur Masjid Kampus Al-Hikmah Universitas Jember yang telah membantu, memberikan saran, memberikan motivasi, mendoakan, memberikan canda tawa, dan keceriaan;

7. Orang-orang terhebat di sekelilingku, Linda, Ifa, Ryanda, Riska, Diny, Chintya, Wiwid, yang telah selalu memotivasi dan mendoakan yang terbaik untukku;
8. Teman-teman Matematika 2014 yang telah menemani selama menjadi mahasiswa dan berbagi canda tawa;
9. Serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu

Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat dan bisa dikembangkan lagi agar lebih sempurna.

Jember, Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN.....	v
HALAMAN PENGESAHAN.....	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan.....	3
1.4 Manfaat.....	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Fraktal.....	4
2.2 Fraktal <i>Fibonacci Word</i>.....	4
2.3 Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i>	6
2.4 <i>Lindenmayer Systems (L-Systems)</i>.....	10
2.4.1 Pengertian <i>L-Systems</i>	10
2.4.2 Jenis – jenis <i>L-Systems</i>	11
BAB 3. METODE PENELITIAN.....	14
3.1 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> dengan <i>L-Systems</i> secara Matematis	14

3.2 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> dengan <i>L-Systems</i>	
secara Grafis.....	15
3.3 Pembuatan Program.....	15
3.4 Pembahasan.....	16
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	17
4.1 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> dengan <i>L-Systems</i>	
secara Matematis	17
4.2 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> dengan <i>L-Systems</i>	
secara Grafis.....	21
4.3 Pembuatan Program.....	25
4.4 Pembahasan.....	28
BAB 5. PENUTUP.....	43
5.1 Kesimpulan.....	43
5.2 Saran	44

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Contoh Fraktal	4
2.2 Konstruksi Fraktal <i>Fibonacci Word</i>	6
3.1 Skema Metode Penelitian	14
4.1 Generasi Pertama <i>L-Systems</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$	22
4.2 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$ secara Grafis Beberapa Generasi. (a) g_0 , (b) g_1 , (c) g_2 , dan (d) g_3	23
4.3 Generasi Pertama <i>L-Systems</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$	23
4.4 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ secara Grafis Beberapa Generasi. (a) g_0 , (b) g_1 , dan (c) g_2	24
4.5 Penafsiran Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ secara Grafis Generasi g_3	25
4.6 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generasi ke-3 (a) $i = 2$, (b) $i = 4$, (c) $i = 6$, dan (d) $i = 8$	27
4.7 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$. (a) g_1 , (b) g_2 , (c) g_3 , dan (d) g_5	28
4.8 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$. (a) g_1 , (b) g_2 , (c) g_3 , dan (d) g_5	29
4.9 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 6$. (a) g_1 , (b) g_2 , (c) g_3 , dan (d) g_5	30
4.10 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 8$. (a) g_1 , (b) g_2 , (c) g_3 , dan (d) g_5	31
4.11 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 10$. (a) g_1 , (b) g_2 , (c) g_3 , dan (d) g_5	32
4.12 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = -2l$. (a) g_3 dan (b) g_6	35
4.13 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = -2l$. (a) g_3 dan (b) g_6	35

4.14 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = -l$. (a) g_3 dan (b) g_5	36
4.15 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = -l$. (a) g_3 dan (b) g_5	37
4.16 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = 0$. (a) g_3 dan (b) g_5	38
4.17 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = 0$. (a) g_3 dan (b) g_5	39
4.18 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = l$. (a) g_3 dan (b) g_5	40
4.19 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = l$. (a) g_3 dan (b) g_5	40
4.20 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = 20l$. (a) g_3 dan (b) g_5	41
4.21 Hasil Visualisasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$ dengan Variasi Nilai <i>String</i> $K = Q = 20l$. (a) g_3 dan (b) g_5	41
4.22 Generasi Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 1$. (a) g_0 , (b) g_1 , (c) g_2 , dan (d) g_3	42

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Barisan (n,i) -Fibonacci.....	7
2.2 Kurva $\mathcal{F}_{16}^{[i]}$ untuk $i = 2, 3, 4, 5, 6, 7$	9
2.3 Generasi <i>Context-free L-systems</i>	11
2.4 Generasi <i>Context-sensitive L-systems</i>	12
2.5 Generasi <i>Stochastic L-systems</i>	13
4.1 Beberapa Generasi <i>L-Systems</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 2$... 18	
4.2 Beberapa Generasi <i>L-Systems</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 4$... 19	
4.3 Beberapa Generasi <i>L-Systems</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> untuk $i = 6$... 20	
4.4 Banyaknya Segmen Garis dari <i>L-Systems</i> Fraktal <i>i-Fibonacci Word</i> Generalisasi i Genap.....	33
4.5 Barisan <i>i-Fibonacci</i> Generalisasi i Genap.....	34

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
4.1 Script Program.....	46



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu pengetahuan universal yang mendasari perkembangan teknologi modern. Matematika berkembang pesat seiring dengan perkembangan teknologi, terutama setelah ditemukannya komputer. Salah satu bidang matematika yang berkembang pesat adalah geometri fraktal. Keberadaan geometri fraktal menunjukkan bahwa matematika bukanlah ilmu yang datar, tetapi merupakan ilmu yang indah yang dapat menghasilkan karya-karya yang memiliki nilai seni yang tinggi. Karena keindahannya, geometri fraktal banyak digunakan dalam *graphics computer* untuk menciptakan bentuk-bentuk yang alami dan menakjubkan.

Menurut Peitgen & Soupe (1988), geometri fraktal adalah ilmu matematika yang mendefinisikan berbagai pola tak beraturan dan terpecah-pecah serta mempelajari aspek-aspek rumit di alam sebagai suatu basis matematika. Sedangkan fraktal merupakan kelas bentuk geometri kompleks yang umumnya mempunyai nilai dimensi pecahan. Fraktal sendiri diperkenalkan pertama kali oleh Benoit B Mandelbrot, seorang matematikawan dari Polandia.

Mandelbrot (1977) membagi fraktal menjadi dua jenis. Fraktal jenis pertama adalah himpunan – himpunan fraktal (*fractal sets*), contohnya *Koch snowflake*, *Sierpinski triangle*, *Mandelbrot set*, dan *Julia set*. Sedangkan fraktal jenis kedua adalah fraktal alami (*natural fractal*), contohnya cabang – cabang pohon, bentuk pegunungan, garis pantai, dan daun.

Salah satu bentuk fraktal lainnya adalah kurva *Fibonacci word*. Kurva ini dikenalkan pertama kali oleh Dumaine (2009) yang kemudian dikenal sebagai fraktal *Fibonacci Word*. Fraktal *Fibonacci Word* dihasilkan dari barisan *Fibonacci Word* yang berisi angka 1 dan 0 yang mempunyai makna geometris menggambarkan segmen garis pada arah tertentu. Ramirez & Rubiano (2014) kemudian memperkenalkan barisan *i-Fibonacci Word*. Barisan ini didefinisikan secara rekursif sebagai: $f_0^{[i]} = 0$; $f_1^{[i]} = 0^{i-1}1$; $f_n^{[i]} = f_{n-1}^{[i]}f_{n-2}^{[i]}$, untuk $n \geq 2$ dan $i \geq 1$, dimana n menunjukkan suku ke- n dan i menunjukkan generalisasi dari

barisan *i-Fibonacci Word*. Aturan konstruksi yang digunakan dalam fraktal *Fibonacci Word* dapat juga diaplikasikan untuk membangun kurva dari barisan $f_n^{[i]}$. Kurva ini kemudian dikenal dengan fraktal *i-Fibonacci Word*.

Konstruksi objek-objek fraktal dapat dilakukan dengan beberapa cara. Salah satunya menggunakan metode *L-systems* yaitu dengan cara mengganti secara bergantian bagian-bagian dari objek sederhana yang berupa segmen garis menggunakan seperangkat aturan penulisan kembali atau produksi (Ochoa, 1998). Penelitian tentang *L-systems* telah banyak dilakukan sebelumnya yaitu oleh Nopiyanto (2006) membangun objek-objek fraktal, seperti kurva *Koch snowflake* dalam 2D menggunakan *L-systems*. Dumaine (2009), juga membuat suatu aksioma dan aturan produksi *L-systems* fraktal *Fibonacci Word* berdasarkan bentuk kurva *Fibonacci Word* dari aturan garis ganjil-genap. Kemudian, Purnomo *et al* (2015) memvariasikan bentuk fraktal *Fibonacci Word* dengan cara memvariasikan panjang segmen dari *string* (simbol) *K* dan *Q* pada aturan produksi *L-systems*.

Objek-objek yang dibangun menggunakan *L-systems* mempunyai dua ciri utama. Pertama yaitu objek-objek tersebut dapat diiterasikan sehingga membentuk beberapa generasi yang tujuannya untuk membangun objek-objek yang lebih kompleks dengan menggunakan sejumlah aturan produksi. Ciri yang kedua yaitu setiap bagian generasi yang terbentuk memiliki kemiripan dengan generasi sebelumnya (*self-similarity*) yang disebabkan oleh pengulangan aturan produksi yang diterapkan pada objek tersebut. Kurva *i-Fibonacci Word* merupakan salah satu objek yang memiliki kedua sifat tersebut. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengkaji konstruksi fraktal *i-Fibonacci Word* menggunakan *L-Systems* dan memvisualisasikan metode tersebut menggunakan *Software Matlab*. Selain itu, kurva *i-Fibonacci Word* memiliki keunikan untuk setiap generalisasi baik *i* ganjil ataupun *i* genap. Fraktal *i-Fibonacci Word* pada generalisasi *i* ganjil memiliki kesamaan bentuk, begitu pula dengan generalisasi *i* genap. Oleh karena itu, penulis tertarik mengkaji karakteristik *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi *i* genap.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Bagaimana cara menerapkan *L-Systems* untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap?
- b. Bagaimana karakteristik *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi *i* genap?
- c. Bagaimana identifikasi perubahan fraktal *i-Fibonacci Word* jika panjang segmen *string* *K* dan *Q* pada aturan produksi *L-Systems* divariasikan?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Menerapkan *L-Systems* untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap.
- b. Mengetahui karakteristik *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi *i* genap.
- c. Mengetahui perubahan fraktal *i-Fibonacci Word* jika panjang segmen *string* *K* dan *Q* pada aturan produksi *L-Systems* divariasikan

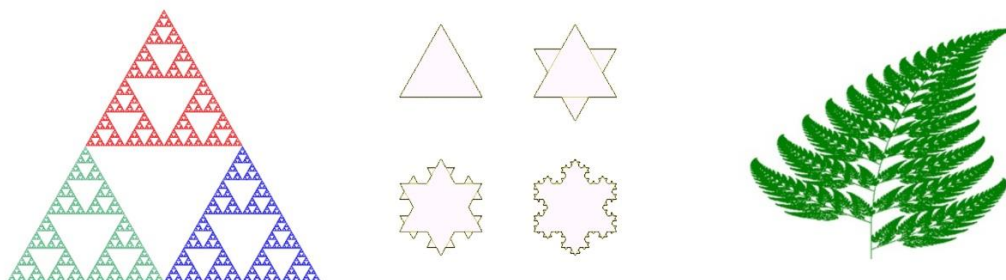
1.4 Manfaat

Manfaat penelitian ini antara lain untuk menerapkan metode *L-Systems* dalam membangun fraktal *i-Fibonacci Word* guna mempermudah visualisasi fraktal *i-Fibonacci Word*. Program yang diperoleh dari penelitian ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi perubahan fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi *i* genap, sehingga dapat diketahui karakteristik lainnya dari fraktal *i-Fibonacci Word*. Selain itu, identifikasi perubahan pola fraktal *i-Fibonacci Word* dengan cara memvariasikan panjang segmen *string* *K* dan *Q* pada aturan produksi *L – Systems* dilakukan sehingga diperoleh desain suatu pola yang lebih artistik.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Fraktal

Menurut Mandelbrot (1977), fraktal berasal dari bahasa latin yaitu *frangere* merupakan kata kerja yang berarti membelah atau *fractus* merupakan kata sifat yang berarti tidak teratur atau terfragmentasi. Fraktal mempunyai dua ciri khas, yaitu *self-similarity* dan *infinite detail*. *Self similarity* merupakan keadaan objek yang dibangun secara berulang dengan mengganti suatu gambar dengan yang sebangun, tetapi berukuran lebih kecil dari aslinya. Artinya setiap bagian kecil dalam sebuah fraktal dapat dipandang sebagai replikasi skala kecil dari bentuk keseluruhan. Contoh *self-similarity* adalah daun pakis yang dimana bagian daun yang kecil merupakan replikasi dari bentuk utuh secara keseluruhan. Sedangkan *infinite detail* merupakan objek fraktal yang memiliki bentuk besar yang seakan-akan tidak habis-habis apabila diperhatikan. Contoh *infinite detail* adalah kurva Koch apabila diperbesar dengan generasi yang tak terhingga akan mempunyai ketidakteraturan yang sama (Santosa, 1994).



Gambar 2.1 Contoh Fraktal
(Sumber : www.wikiwand.com)

2.2 Fraktal *Fibonacci Word*

Tahun 1202, Leonardo Fibonacci memperkenalkan sebuah barisan yang dikenal sebagai barisan *Fibonacci*. Barisan ini didefinisikan secara rekursif sebagai:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ untuk } n \geq 3$$

dimana $F_1 = 1$ dan $F_2 = 1$

Setiap bilangan mulai dari suku ketiga dalam barisan ini merupakan jumlah dari dua bilangan sebelumnya, sehingga untuk barisan *Fibonacci* adalah 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... (Dumaine, 2009).

Sedangkan barisan *Fibonacci Word* adalah suatu barisan khusus dari himpunan bilangan biner $\{0,1\}$. Barisan ini didefinisikan secara rekursif sebagai:

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = 0$$

$$f_n = f_{n-1}f_{n-2}, \text{ untuk } n \geq 3$$

Berikut adalah barisan *Fibonacci Word* berturut – turut:

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = 0$$

$$f_3 = 01$$

$$f_4 = 010$$

$$f_5 = 01001$$

$$f_6 = 01001010$$

$$f_7 = 0100101001001$$

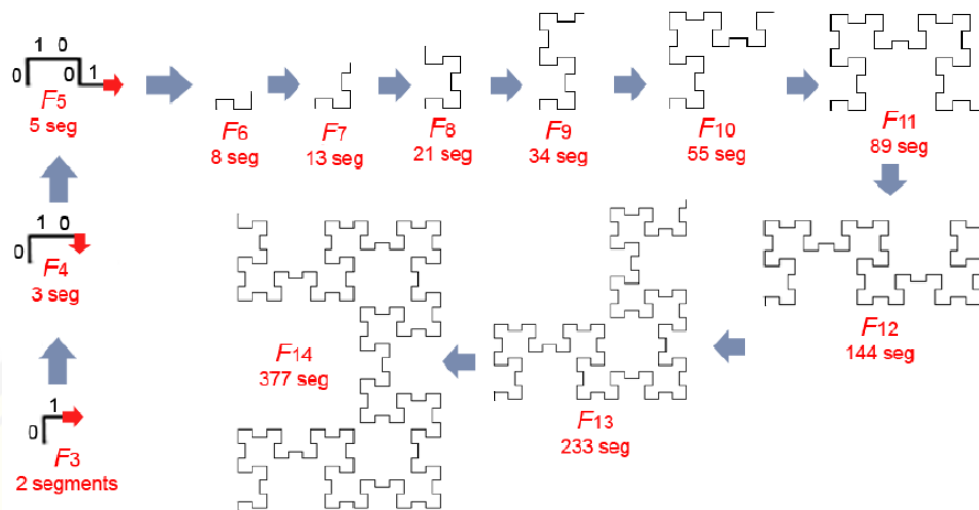
Fungsi f_n merupakan gabungan dari dua sifat sebelumnya.

Barisan *Fibonacci Word* dapat dihubungkan menjadi suatu kurva menggunakan garis berdasarkan gerak dari simbol barisan *Fibonacci Word*, yang dikenal sebagai fraktal *Fibonacci Word*. Fraktal *Fibonacci Word* memiliki sifat *self – similarity* melalui aturan gambar yang sederhana berdasarkan pada barisan *Fibonacci Word*.

Aturan konstruksi fraktal *Fibonacci word* dari simbol barisan *Fibonacci word* dapat dilakukan dengan menggunakan aturan garis ganjil-genap. Secara umum aturan tersebut adalah:

- Apabila digitnya adalah 0, maka gambarkan segmen garis dan setelahnya berbelok ke kanan atau ke kiri, yaitu berbelok ke kanan jika digit 0 terletak pada suku ganjil dan berbelok ke kiri jika digit 0 terletak pada suku genap,
- Apabila digitnya adalah 1, maka gambarkan segmen garis dan tidak berbelok setelahnya (Dumaine, 2009).

Konstruksi fraktal *Fibonacci word* menggunakan aturan garis ganjil–genap dapat dilihat pada Gambar 2.2 di bawah ini.



Gambar 2.2 Konstruksi Fraktal *Fibonacci Word* (Dumaine, 2009)

Untuk selanjutnya kurva fraktal dan barisan Fibonacci Word masing–masing dinotasikan dengan \mathcal{F}_n dan f_n . Dari Gambar 2.2, terdapat *self-similarities* antara kurva \mathcal{F}_{11} dan \mathcal{F}_8 serta antara kurva \mathcal{F}_{13} dan \mathcal{F}_{10} . Hal ini menunjukkan sifat dari fraktal *Fibonacci word* dimana kurva \mathcal{F}_n memiliki kemiripan dengan \mathcal{F}_{n-3} . Jumlah segmen garis pada \mathcal{F}_n sama dengan suku barisan *Fibonacci* ke- n (F_n). Dengan demikian dapat pula diambil kesimpulan bahwa banyaknya digit pada barisan *Fibonacci Word* (f_n) sama dengan F_n .

2.3 Fraktal *i-Fibonacci Word*

Ramirez & Rubiano (2014) memperkenalkan barisan (n,i) -*Fibonacci* adalah barisan yang didefinisikan secara rekursif sebagai:

$$F_n^{[i]} = F_{n-1}^{[i]} + F_{n-2}^{[i]}, \text{ untuk } n \geq 2 \text{ dan } i \geq 1$$

dengan $F_0^{[i]} = 1$ dan $F_1^{[i]} = i$, dimana n menunjukkan suku ke- n dan i menunjukkan generalisasi dari barisan (n,i) -*Fibonacci*. Barisan (n,i) -*Fibonacci* ditunjukkan pada Tabel 2.1 berikut.

Tabel 2.1 Barisan (n,i) -Fibonacci

$F_n^{[1]}$	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...
$F_n^{[2]}$	1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...
$F_n^{[3]}$	1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, ...
$F_n^{[4]}$	1, 4, 5, 9, 14, 23, 37, 60, 97, ...
$F_n^{[5]}$	1, 5, 6, 11, 17, 28, 45, 73, 118, ...
$F_n^{[6]}$	1, 6, 7, 13, 20, 33, 53, 86, 139, ...

Sedangkan (n,i) -Fibonacci Word adalah suatu barisan khusus dari bilangan biner $(0 \vee 1)$ dengan dua parameter n dan i . Barisan ini didefinisikan secara rekursif sebagai:

$$\begin{aligned}
 f_0^{[i]} &= 0 \\
 f_1^{[i]} &= 0^{i-1}1 \\
 f_n^{[i]} &= f_{n-1}^{[i]}f_{n-2}^{[i]}, \text{ untuk } n \geq 2 \text{ dan } i \geq 1
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

dimana n menunjukkan suku ke- n dan i menunjukkan generalisasi dari barisan (n,i) -Fibonacci Word. Operasi a^{i-1} bukan merupakan operasi aljabar, melainkan digit a pada barisan tersebut akan diulang sebanyak $i - 1$. Contoh pada $f_1^{[i]} = 0^{i-1}1$ untuk $i = 5$ maka $f_1^{[5]} = 00001$.

Berikut adalah barisan (n,i) -Fibonacci Word untuk $i = 2$ berturut – turut:

$$\begin{aligned}
 f_0^{[2]} &= 0 \\
 f_1^{[2]} &= 01 \\
 f_2^{[2]} &= 010 \\
 f_3^{[2]} &= 01001 \\
 f_4^{[2]} &= 01001010 \\
 f_5^{[2]} &= 0100101001001 \\
 f_6^{[2]} &= 010010100100101001010 \\
 f_7^{[2]} &= 0100101001001010010100101001001
 \end{aligned}$$

Sedangkan barisan tak terbatas dari $f_n^{[i]}$ didefinisikan:

$$\mathbf{f}^{[i]} = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n^{[i]}$$

Barisan ini dikenal sebagai *i-Fibonacci Word*.

Berikut adalah barisan *i-Fibonacci Word* untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ berturut - turut:

$$\mathbf{f}^{[1]} = 1011010110110 \dots$$

$$\mathbf{f}^{[2]} = 010010100100101001010 \dots$$

$$\mathbf{f}^{[3]} = 00100010010001000100100010010 \dots$$

$$\mathbf{f}^{[4]} = 0001000010001000010000100010000100010 \dots$$

$$\mathbf{f}^{[5]} = 000010000010000100000100000100001000001000010 \dots$$

$$\mathbf{f}^{[6]} = 0000010000001000001000000100000010000010000001 \dots$$

Barisan *i-Fibonacci Word* dan (n, i) -*Fibonacci Word* mempunyai karakteristik sebagai berikut.

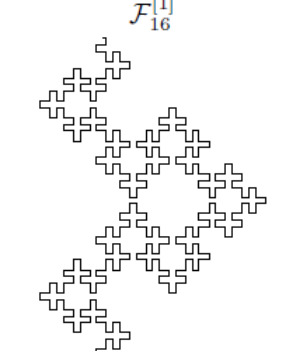
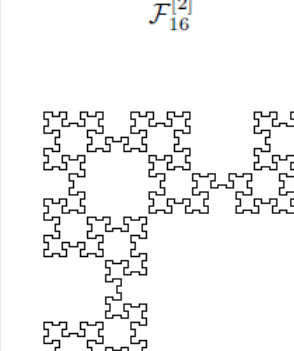
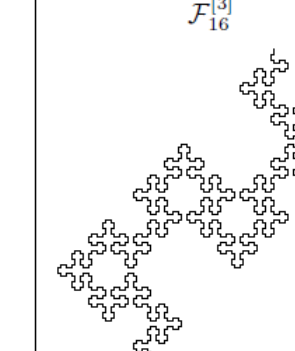
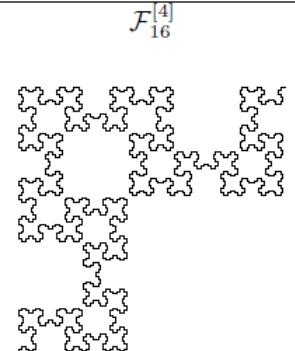
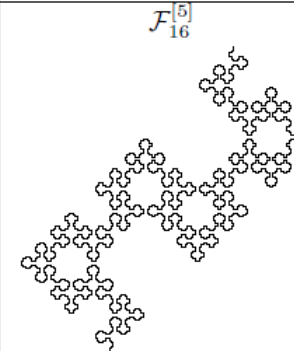
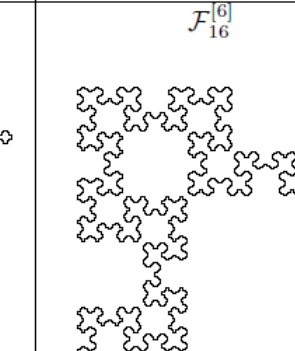
- Pada barisan *i-Fibonacci Word* tidak ditemukan digit 1 sebanyak dua kali berturut-turut (11), untuk $i \geq 2$
- Jika ab adalah dua simbol terakhir dari $f_n^{[i]}$, maka untuk $n \geq 1$ dan $i \geq 2$, $ab = 10$ untuk n genap dan $ab = 01$ untuk n ganjil.
- Jika $\Phi: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ adalah pemetaan dimana fungsi Φ menghapus dua simbol terakhir dari $f_n^{[i]}$ untuk $n \geq 2$, maka $\Phi(f_n^{[i]})$ adalah *palindrome* untuk semua $n \geq 1$. *Palindrome* adalah bilangan simetris dalam artian jika digit-digitnya dibalik akan tetap menghasilkan bilangan yang sama.
- Untuk $n \geq 6$, $f_n^{[i]} = f_{n-3}^{[i]} f_{n-3}^{[i]} f_{n-6}^{[i]} l_{n-3}^{[i]} l_{n-3}^{[i]}$, dimana $l_n^{[i]} = \Phi(f_n^{[i]})$ ba

Aturan garis ganjil-genap dapat diaplikasikan pada barisan (n,i) -*Fibonacci Word* sehingga membentuk sebuah kurva. Kurva ini dikenal sebagai fraktal *i-Fibonacci Word* dan dinotasikan sebagai $\mathcal{F}_n^{[i]}$. Fraktal *i-Fibonacci Word* didefinisikan sebagai:

$$\mathcal{F}^{[i]} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{F}_n^{[i]}$$

Kurva $\mathcal{F}_{16}^{[i]}$ untuk $i = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ditampilkan pada Tabel 2.2 berikut

Tabel 2.2 Kurva $\mathcal{F}_{16}^{[i]}$ untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$\mathcal{F}_{16}^{[1]}$	$\mathcal{F}_{16}^{[2]}$	$\mathcal{F}_{16}^{[3]}$
		
$\mathcal{F}_{16}^{[4]}$	$\mathcal{F}_{16}^{[5]}$	$\mathcal{F}_{16}^{[6]}$
		

Fraktal *i-Fibonacci Word* dan kurva $\mathcal{F}_n^{[i]}$ memiliki karakteristik sebagai berikut.

- Fraktal *i-Fibonacci Word* tersusun dari satu atau dua segmen garis.
- Kurva $\mathcal{F}_n^{[i]}$ memiliki sifat *self-similarities* dengan kurva $\mathcal{F}_{n-3}^{[i]}$.
- Kurva $\mathcal{F}_n^{[i]}$ adalah rangkaian dari lima kurva:

$$\mathcal{F}_n^{[i]} = \mathcal{F}_{n-3}^{[i]} \mathcal{F}_{n-3}^{[i]} \mathcal{F}_{n-6}^{[i]} \mathcal{F}'_{n-3}^{[i]} \mathcal{F}'_{n-3}^{[i]}$$

dimana $\mathcal{F}'_n^{[i]}$ adalah hasil dari mengaplikasikan aturan garis ganjil-genap pada $l_n^{[i]}$, dengan $l_n^{[i]} = \Phi(f_n^{[i]})$ *ba* pada barisan (n, i) -*Fibonacci Word*.

- Kurva $\mathcal{F}_n^{[i]}$ bersifat simetris.
- Faktor skala antara $\mathcal{F}_n^{[i]}$ dan $\mathcal{F}_{n-3}^{[i]}$ adalah $1 + \sqrt{2}$.

(Ramirez & Rubiano, 2014)

2.4 Lindenmayer Systems (L-Systems)

2.4.1 Pengertian Lindenmayer Systems

Aristid Lindenmayer, seorang ahli biologi, pada tahun 1968 memperkenalkan *Lindenmayer Systems* atau *L-systems* sebagai dasar teori aksiomatik. *L-systems* merupakan suatu sistem dinamik simbolik dengan sifat tambahan berupa penafsiran grafis perubahan sistem (Wright, 1996). Prinsip dasar *L-systems* adalah suatu sistem penulisan kembali, yaitu teknik membangun objek yang kompleks dari pengulangan bagian objek yang sederhana menggunakan suatu aturan penulisan kembali yang dilakukan secara rekursif. Objek kompleks ini dibangun dengan cara mengganti bagian-bagian dari objek sederhana secara bergantian menggunakan seperangkat aturan penulisan kembali atau produksi (Ochoa, 1998).

L-systems memiliki beberapa komponen utama, yaitu :

- a. Huruf
Huruf adalah himpunan V berhingga dari simbol-simbol formal yang dapat diganti, misalnya dalam bentuk a, b, c dan seterusnya.
- b. Aksioma
Aksioma (*inisiator*) adalah suatu *string* w dari simbol-simbol pada V . Himpunan *string* dari V dinotasikan V^* . Jika diberikan $V = \{a, b, c\}$, maka beberapa contoh himpunan *string* yang dapat dibentuk yaitu $V^* = \{a, b, cb, aabca, caabbbc\}$. Panjang dari suatu *string* w yang dinotasikan $|w|$ adalah jumlah simbol dalam *string*.
- c. Produksi
Produksi adalah aturan penulisan kembali suatu pemetaan simbol $a \in V$ ke *string* $w \in V^*$. Pemetaan tersebut dapat dinotasikan:

$$p: V \rightarrow V^*$$

$$p: a \rightarrow w$$

Jika suatu simbol $a \in V$ tidak memiliki aturan produksi, maka dapat diasumsikan bahwa simbol tersebut dipetakan pada dirinya sendiri sehingga a konstanta *L-systems*

(Wright, 1996).

2.4.2 Jenis – jenis *L-Systems*

Jenis-jenis *L-systems* yang pertama adalah berdasarkan penggunaan simbol. Jenis-jenis *L-systems* ini dibagi menjadi dua yaitu *Context-free L-systems* dan *Context-sensitive L-Systems*. Keduanya diuraikan sebagai berikut.

a. *Context-free L-systems*

Context-free L-systems adalah *L-systems* yang aturan produksinya hanya memperlihatkan pada satu individu saja, bukan pada tetangga-tetangganya.

Contoh: komponen *L-systems* dengan:

$$V = \{a, b\}; w = a; p_1: a \rightarrow b; p_2: b \rightarrow ba.$$

Hasilnya ditunjukkan sebagai berikut

Tabel 2.3 Generasi *Context-free L-systems*

Generasi	Hasil produksi
g_0	a
g_1	b
g_2	ba
g_3	bab
g_4	$babba$
g_5	$babbabab$
g_6	$babbababbabba$
g_7	$babbababbabbababbabab$
g_8	$babbababbabbababbababbabbababbabba$

b. *Context-sensitive L-Systems*

Context-sensitive L-systems adalah *L-systems* yang aturan produksinya untuk suatu simbol berlaku jika dan hanya jika simbol tersebut memiliki tetangga tertentu.

Contoh: komponen *L-systems* dengan:

$$V = \{a, b\}; w = aaa; p_1: a(> a) \rightarrow ab; p_2: a(> b) \rightarrow c; p_3: c \rightarrow \emptyset$$

Arti $a(> a) \rightarrow ab$ adalah jika a memiliki tetangga a di sisi kanannya, maka a diproduksi menjadi ab . Hal yang sama dapat diartikan pada $a(> b) \rightarrow c$, yaitu jika a memiliki tetangga b di sisi kanannya, maka a diproduksi menjadi c .

Hasilnya ditunjukkan sebagai berikut.

Tabel 2.4 Generasi *Context-sensitive L-systems*

Generasi	Hasil Produksi
g_0	aaa
g_1	$ababa$
g_2	$cbcba$
g_3	bba

Jenis-jenis *L-systems* yang pertama adalah berdasarkan jumlah aturan produksi. *L-systems* dibagi menjadi dua yaitu *Deterministic L-systems* dan *Stochastic L-systems* bila dilihat dari aturan produksi untuk satu simbol.

a. *Deterministic L-systems*

Deterministic L-systems adalah *L-systems* yang memiliki tepat satu produksi untuk setiap simbol. Suatu *L-systems Context-free Deterministic* pada umumnya disebut dengan (*DOL-systems*).

Contoh: komponen *L-systems* dengan:

$$V = \{a, b\}$$

$$w = a$$

$$p_1: a \rightarrow b$$

$$p_2: b \rightarrow ba.$$

b. *Stochastic L-systems*

Stochastic L-systems adalah *L-systems* yang memiliki lebih dari satu aturan produksi untuk satu simbol tertentu. *Stochastic L-systems* memerlukan kriteria tertentu untuk menentukan kapan aturan suatu produksi diterapkan.

Contoh: komponen *L-systems* dengan:

$$V = \{a, b\}$$

$$w = abba$$

$$p_1: a \rightarrow b \text{ (untuk setiap } a \text{ berada di awal suatu hasil produksi dari setiap generasi)}$$

$$p_2: a \rightarrow \emptyset \text{ (untuk setiap } a \text{ yang berada di akhir suatu hasil produksi dari setiap generasi)}$$

Hasilnya ditunjukkan sebagai berikut.

Tabel 2.5 Generasi *Stochastic L-systems*

Generasi	Hasil Produksi
g_0	$abba$
g_1	baa
g_2	aa

Model konstruksi fraktal *Fibonacci word* dengan *L-systems* dibangun menggunakan aturan penulisan kembali garis dari metode *DOL-systems*. Dumaine (2009) menggunakan huruf L , R , K , dan Q dalam memodelkan konstruksi fraktal *Fibonacci word*. Aturan produksi yang digunakan adalah

$$\begin{aligned}
 L(x) &\rightarrow +R(x) - L(x)K\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)L(x) - R(x) \\
 R(x) &\rightarrow -L(x) + R(x)Q\left(\frac{x}{1+\sqrt{2}}\right)R(x) + L(x) \\
 K(x) &\rightarrow L(x)Q(x) \rightarrow R(x)
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

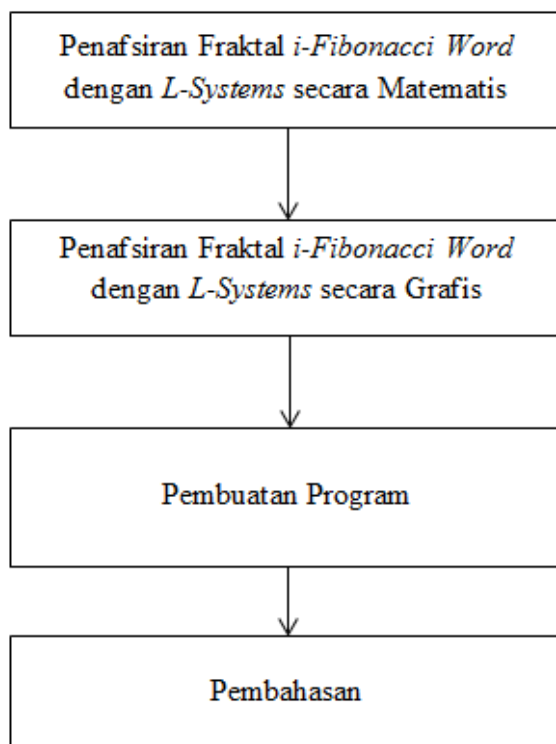
Simbol-simbol aturan produksi tersebut mempunyai perintah-perintah sebagai berikut.

- $+$: belok kiri 90° ,
- $-$: belok kanan 90° ,
- $L(x)$: gambar segmen dengan panjang x , L memungkinkan pada tahap iterasi selanjutnya pembangunan kurva ke kiri,
- $R(x)$: gambar segmen dengan panjang x , R memungkinkan pada tahap iterasi selanjutnya pembangunan kurva ke kanan,
- $K(x)$: gambar segmen dengan panjang x , menunda pembangunan L pada satu tahap iterasi,
- $Q(x)$: gambar segmen dengan panjang x , menunda pembangunan R pada satu tahap iterasi,

dimana panjang K dan Q adalah panjang segmen x dibagi dengan $1 + \sqrt{2}$.

BAB 3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini secara skematik dapat dilihat pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Skema Metode Penelitian

Dari skema pada Gambar 3.1, langkah–langkah penelitian dapat diuraikan sebagai berikut:

3.1 Penafsiran Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan *L-Systems* secara Matematis

Langkah pertama pada penelitian ini adalah penafsiran fraktal *i-Fibonacci Word* dengan *L-Systems* secara matematis. Pada langkah ini akan ditentukan komponen-komponen *L-Systems* dalam aturan produksi untuk membangun fraktal *i-Fibonacci Word*, dimana aturan produksi ini mengacu pada definisi barisan *i-Fibonacci Word* pada persamaan (2.1) yaitu:

$$f_0^{[i]} = 0$$

$$f_1^{[i]} = 0^{i-1}1$$

$$f_n^{[i]} = f_{n-1}^{[i]}f_{n-2}^{[i]}, \text{ untuk } n \geq 2 \text{ dan } i \geq 1$$

Selain itu, aturan produksi juga diperoleh berdasarkan bentuk fraktal *i-Fibonacci Word* dari aturan garis ganjil-genap. Kemudian berdasarkan komponen-komponen *L-Systems* tersebut akan diperoleh beberapa generasi *L-Systems* dari fraktal *i-Fibonacci Word*.

3.2 Penafsiran Fraktal *i-Fibonacci Word* dengan *L-Systems* secara Grafis

Hasil Generasi *L-systems* fraktal *i-Fibonacci word* pada langkah sebelumnya, kemudian digambar secara grafis sesuai komponen-komponen aturan produksi yang telah didapatkan sebelumnya. Langkah ini disebut penafsiran *L-systems* secara grafis yang dapat juga diartikan sebagai menggambar secara grafis barisan generasi yang dihasilkan dari aksioma dan aturan produksi yang diberikan. Penafsiran grafis fraktal *i-Fibonacci word* pada langkah ini akan digambarkan hingga beberapa generasi sebagai pembandingan dengan hasil visualisasi pada program.

3.3 Pembuatan Program

Langkah selanjutnya yaitu pembuatan program visualisasi fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap menggunakan *L-systems*. Algoritma program penerapan *L-systems* dalam membangun fraktal *i-Fibonacci Word* generasi *i* genap diuraikan sebagai berikut:

- a. Menentukan aksioma dan aturan produksi;
- b. Menentukan nilai generalisasi dan generasi fraktal *i-Fibonacci Word* yang akan divisualisasi sebagai input. Nilai generalisasi dan generasi tersebut dinyatakan dalam bilangan positif dan dimulai dari angka satu;
- c. Menentukan panjang segmen, sudut putar, arah dan posisi titik awal pada fraktal *i-Fibonacci Word*, yaitu:
 - 1) panjang segmen garis pada fraktal *i-Fibonacci Word*:
untuk $L(x)$, $R(x)$ dan $F(x)$, $x = l$ satuan panjang

- untuk $K(x)$ dan $Q(x)$, $x = \frac{l}{1+\sqrt{2}}$ satuan panjang;
- 2) nilai satu satuan sudut θ (sudut putar) adalah $\pi/2$ radian;
 - 3) perintah belok kanan dan belok kiri dalam program menggunakan asumsi empat arah yaitu utara, selatan, timur dan barat;
 - 4) posisi titik awal adalah $(X_0, Y_0) = (0, 0)$, menghadap ke arah timur atau utara.
- d. Mengiterasikan nilai generasi hingga generasi ke- n berdasarkan aksioma dan aturan produksi yang telah diberikan;
- e. Menggambar fraktal *i-Fibonacci Word* berdasarkan ketentuan pada point c dan generasi yang telah didapatkan pada langkah sebelumnya.

3.4 Pembahasan

Hasil yang diperoleh dari pembuatan program adalah visualisasi *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word*. Selanjutnya, program yang telah dibuat digunakan untuk mengetahui karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* saat *L-Systems* diterapkan untuk generalisasi i genap secara visual. Selain itu, analisis untuk mengidentifikasi karakteristik fraktal *i-Fibonacci Word* saat *L-Systems* diterapkan untuk generalisasi i genap juga digunakan analisis secara matematis berdasarkan pada definisi barisan *i-Fibonacci Word* pada persamaan (2.1). Program yang dibuat juga digunakan untuk memvariasikan panjang segmen dari string K dan Q pada aturan produksi *L-Systems* dengan nilai $-2l, -l, 0, l$, dan $20l$ sehingga dapat diketahui perubahan pola pada fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi i genap.

BAB 5. PENUTUP

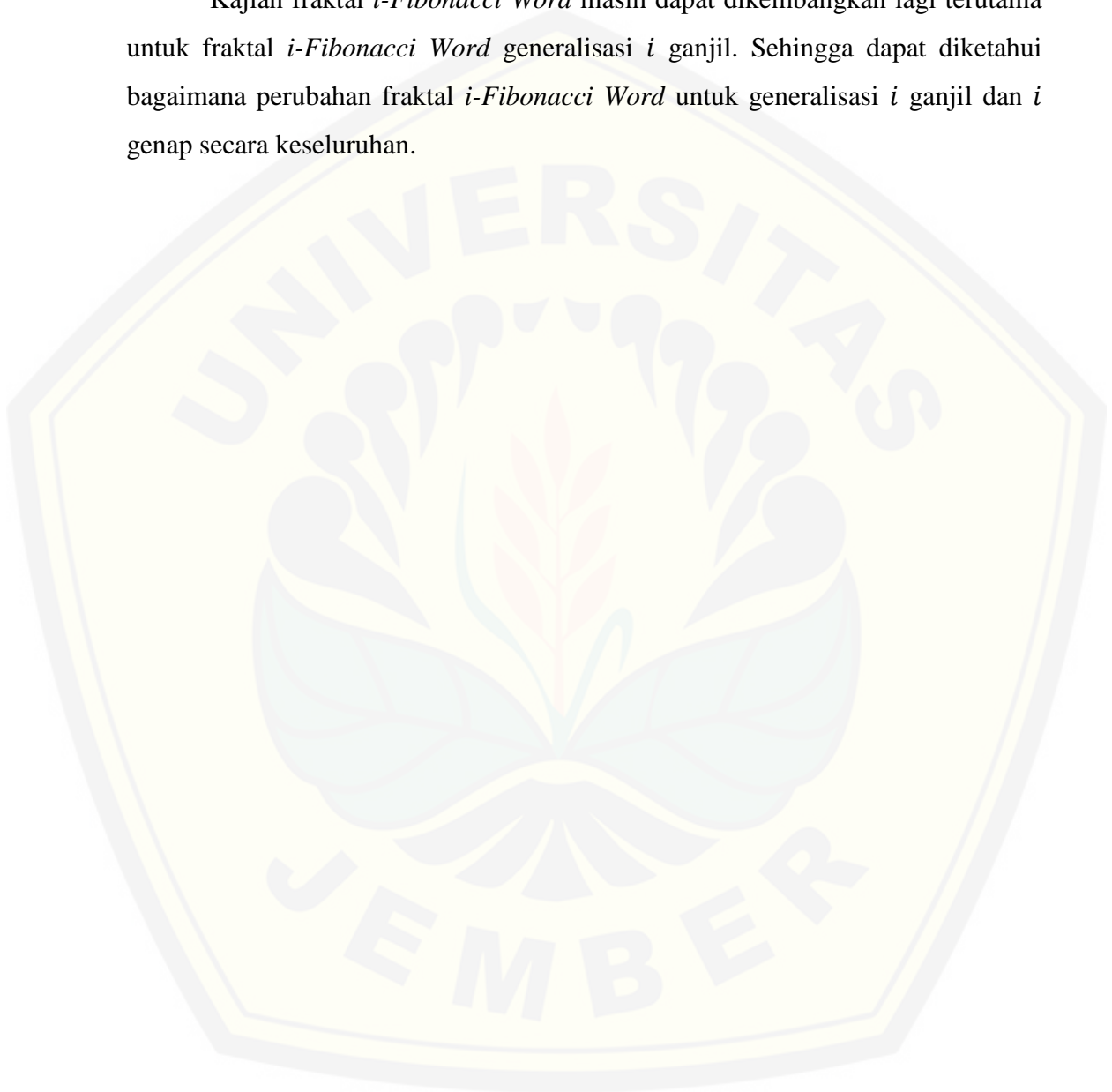
5.1 Kesimpulan

Berdasarkan dari hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

- a. Fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap dapat dibangun menggunakan *L-Systems* dengan cara menemukan komponen-komponen *L-Systems* berdasarkan bentuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap yang dihasilkan dengan menggunakan aturan garis ganjil-genap.
- b. Beberapa karakteristik *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap yang didapatkan antara lain:
 1. Banyaknya segmen garis generasi *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap yang dinotasikan sebagai $|k|$ dapat didefinisikan sebagai berikut.
$$|k| = f_n^{[i]}, \text{ untuk } n = 3k$$
dimana *i* dan *k* berturut-turut adalah nilai generalisasi dan nilai generasi *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap.
 2. Banyaknya segmen pada setiap generalisasi menghasilkan bentuk fraktal dengan belokan lebih banyak.
- c. Berdasarkan hasil visualisasi variasi panjang segmen dari string *K* dan *Q* dengan nilai $-2l, -l, 0, l$, dan $20l$ pada aturan produksi *L-Systems* fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap, secara keseluruhan bentuk fraktal yang diperoleh memiliki pola yang mirip dengan fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi *i* genap yang belum divariasikan.
- d. Variasi panjang segmen *string* $K = Q = -l$ menghasilkan aturan produksi *L-Systems* yang baru. Oleh karena itu, variasi panjang segmen *string* $K = Q = -l$ memiliki dua aturan produksi.

5.2 Saran

Kajian fraktal *i-Fibonacci Word* masih dapat dikembangkan lagi terutama untuk fraktal *i-Fibonacci Word* generalisasi i ganjil. Sehingga dapat diketahui bagaimana perubahan fraktal *i-Fibonacci Word* untuk generalisasi i ganjil dan i genap secara keseluruhan.



DAFTAR PUSTAKA

- Dumaine, A. M. 2009. *The Fibonacci Word Fractal*. https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/367972/filename/The_Fibonacci_word_fractal.pdf. [Diakses pada 2 April 2017]
- Kontributor Wikipedia. 2017. *Fraktal*. [Http://www.wikiwand.com/id/Fraktal](http://www.wikiwand.com/id/Fraktal). [Diakses pada 11 Juli 2017]
- Mandelbrot, B. B. 1977. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Nopiyanto, I. 2006. *Membangun Objek-objek Fraktal dengan L-Systems*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Ochoa, G. 1998. *An Introduction to Lindenmayer Systems*. http://nsdl.loncapa.org/res/msu/botonl/b_online/e28_3/lsys.html. [Diakses pada 28 Mei 2017].
- Peitgen, H.O. dan Soupe, D. 1988. *The Science of Fractal Images*. New York: Springer-Verlag
- Purnomo, K.D., R.D Alyagustin, dan Kusbudiono. 2015. Variasi Fraktal Fibonacci Word. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. ISBN 978-602-73403-0-5 : 14 November 2015. Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta: 335-340.
- Ramirez, Jose L dan Rubiano, G N. 2014. *Properties and Generalizations of the Fibonacci Word Fractal*.
- Santosa, P. I. 1994. *Grafika Komputer dan Antarmuka Grafis Teknik Penyusunan Program Aplikasi Berbasis Grafis yang Profesional*. Yogyakarta : Andi Offset.
- Wright, D. J. 1996. *Dynamical Systems and Fractals Lecture*. <http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/lecnotes.html>. [28 Mei 2017]

LAMPIRAN

Lampiran 4.1 Script Program

```

clc ;
n='L';
gen=str2num(get(handles.generalisasi,'string'));
iterasi=str2num(get(handles.iterasi,'string'));
a='-F+F';
b='+F-F';
for i=1:(gen/2)-1
    RF(4*i-3:4*i)=a;
    FF(4*i-3:4*i)=b;
end
if gen==2
    RF='';FF='';
end
L=['+R',RF,'-LKL',RF,'-R'];
R=['-L',FF,'+RQR',FF,'+L'];
K='+L';
Q='-R';
m=n;

for k=1:iterasi
    q=1;
    for i=1:length(n)
        if n(i)=='L'
            if k~= 1
                if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
                    if i~=2
                        j(q:length(L)+q-1)=[n(i-1),L(2:length(L))];
                    else
                        j(q:length(L)+q-1)=L;
                    end
                else
                    j(q:length(L)+q-1)=L;
                end
            else
                j(q:length(L)+q-1)=L;
            end
            q=length(j)+1;
        elseif n(i)=='R'
            if k~= 1
                if n(i-1)=='+' || n(i-1)=='-'
                    if i~=2
                        j(q:length(R)+q-1)=[n(i-1),R(2:length(R))];
                    else
                        j(q:length(R)+q-1)=R;
                    end
                else
                    j(q:length(R)+q-1)=R;
                end
            else
                j(q:length(R)+q-1)=R;
            end
        end
    end
end

```

```

        q=length(j)+1;
    elseif n(i)=='K'
        j(q:length(K)+q-1)=K;
        q=length(j)+1;
    elseif n(i)=='Q'
        j(q:length(Q)+q-1)=Q;
        q=length(j)+1;

    end

end

n=j;
j='';
disp(['generasi ke' num2str(k)]);
disp(n);
disp(' ');
end

l=0;r=0;k=0;q=0;f=0;
for i=1:length(n)
    if n(i)=='L'
        l=l+1;
    elseif n(i)=='R'
        r=r+1;
    elseif n(i)=='K'
        k=k+1;
    elseif n(i)=='Q'
        q=q+1;
    elseif n(i)=='F'
        f=f+1;
    end
end
t=l+r+k+q+f;
disp(['jumlah segmen = ' num2str(t)]);
set(handles.text8,'string',t);

pl=0; mn=0;
for i=1:length(n)
    if n(i)=='+'
        pl=pl+1;
    elseif n(i)=='-'
        mn=mn+1;
    end
end
to=pl+mn-1;
disp(['jumlah belokan = ' num2str(to)]);
set(handles.text9,'string',to);

for i=1:length(n)
    if n(i)=='F';
        n(i)='L';
    end
end
end

```

```

g1=n;
matrik_g1=matrik(g1);
n=length(matrik_g1);

K=1/(1+sqrt(2));
Q=1/(1+sqrt(2));
R1=1;
L1=1;
A=[0;0] ;%x,y
B=A;
s=0;
for i=1:n % panjang LRQK
    c=0;
    while c==0
        s=s+1;
        if g1(s)=='L'
            p=L1;
            c=1;
        elseif g1(s)=='R'
            p=R1;
            c=1;
        elseif g1(s)=='K'
            u=K;
            c=0;
        elseif g1(s)=='Q'
            u=Q;
            c=0;
        end
    end
    %=====
    B=B+matrik_g1(:,i)*p;
    if max(matrik_g1(:,i))==2
        [a b]=max(matrik_g1(:,i));
        if b==1
            plot([A(1) A(1)+u],[A(2) A(2)],'g','linewidth',2);
            A=A+[u 0]';
            B=B-[1*p-u 0]';
        else
            plot([A(1) A(1)],[A(2) A(2)+u],'g','linewidth',2);
            A=A+[0 u]';
            B=B-[0 1*p-u]';
        end
    elseif min(matrik_g1(:,i))==-2
        [a b]=min(matrik_g1(:,i));
        if b==1
            plot([A(1) A(1)-u],[A(2) A(2)],'g','linewidth',2);
            A=A-[u 0]';
            B=B+[1*p-u 0]';
        else
            plot([A(1) A(1)],[A(2) A(2)-u],'g','linewidth',2);
            A=A-[0 u]';
            B=B+[0 1*p-u]';
        end
    end
end
end

```

```
    plot([A(1) B(1)],[A(2) B(2)],'r',[-1 -1],[-1 -  
1], 'linewidth',2); hold on  
    A=B;  
    A1=A;  
    B1=B;  
    % pause(1)  
    axis off  
  
end  
hold off
```

