ANALISIS *LOCATING EDGE DOMINATING SET* PADA GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE*

SKRIPSI

Oleh

Aminatus Zuhro
NIM 131810101020

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018

ANALISIS *LOCATING EDGE DOMINATING SET* PADA GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE*

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Aminatus Zuhro
NIM 131810101020

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2018

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah S.W.T Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyay serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, saya persembahkan skripsi ini kepa

1. orang tuaku dan keluarga tercinta bapak Sabarno, ibu Miswati dan kakak pertama Anang Yuli W, kedua Yanik Novi A, ketiga Ukhruf Imaniyah;
2. dosen pembimbing bapak Kusbudiono S.Si., M.Si., dan Ibu Ika Hesti Agustin S.Si., M.Si.;
3. dosen dan guru-guruku sejak taman kanak-kanak sampai dengan pergurua tinggi;
4. keluarga besar matematika angkatan 2013 (ATLAS);
5. motivator dan sahabatku: Askur Kurniawan, Ainun Nafisatul Fachriah, Dyah Wahyu Iftitah, dan Aprilia Dwi Artika;
6. almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTO

”Tiada perjuangan tanpa pengorbanan. Tiada pengorbanan tapi usaha dan kerja keras. Yakinlah pada kemampuan diri sendiri. Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. Ikhtiar, doa dan tawakkal. Hasil akhir tetaplah Allah Yang Punya Kuasa.”

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Aminatus Zuhro

NIM : 131810101020

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul ”Analisis *Locati* *Edge Dominating Set* Pada Graf Hasil Operasi *Shackle*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pern diajukan pada institusi mana pun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang ha dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 23 Januari 2018

Yang menyatakan,

Aminatus Zuhro

NIM. 131810101020

SKRIPSI

ANALISIS *LOCATING EDGE DOMINATING SET* PADA GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE*

Oleh

AMINATUS ZUHRO
NIM 131810101020

Dosen Pembimbing 1 : Kusbudiono, S.Si., M.Si
Dosen Pembimbing 2 : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul ”Analisis *Locating Edge Dominating Set* Pada Graf Hasil Operasi *Shackle*” karya Aminatus Zuhro telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal: Selasa, 23 Januari 2018

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jem

Tim Penguji :

Ketua,	Seketaris,
Kusbudiono, S.Si., M.Si NIP. 197704302005011001	Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. NIP. 198408012008012006
Anggota I,	Anggota II,
Dr.Kristiana W, M.Si NIP. 197408132000032004	Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. NIP. 196908281998021001

Mengesahkan
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember,

Drs. Sujito, Ph.D.
NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Analisis *Locating Edge Dominating Set* pada Graf Hasil Operasi *Shackle*
Aminatus Zuhro, 131810101020; 2018: 42 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Teori Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit yang merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit tersebut. Graf merupakan representasi visual yang menyatakan objek sebagai titik *(vertex)* dan hubungan antar objek sebagai sisi *(edge)*. Meskipun pada awalnya graf digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah, namun graf telah mengalami perkembangan yang sangat luas didalam teori graf itu sendiri, diantaranya adalah teori *edge dominating set* dan perluasan dari teori *edge dominating set* yaitu teori *locating edge dominating set*. Perkembangan baru tentang *edge dominating set* yaitu *locating edge dominating set*. Himpunan $D \subseteq E$ merupakan *locating edge dominating set* jika dua sisi $e_1, e_2 \in E(G)$-D dengan memenuhi syarat $N(e_1) \cap D \neq \emptyset$, $N(e_2) \cap D \neq \emptyset$ dan $N(e_1) \cap D \neq N(e_2) \cap D$. *Locating edge dominating number* adalah kardinalitas minimum dari *locating edge dominating set*. Data dalam penelitian ini berupa jenis-jenis graf yang dioperasikan *Shackle*. Jenis-jenis graf yang digunakan yaitu graf matahari S_3, graf *helm* H_3, graf buku segitiga Bt_3, graf *cycle* C_5. Pada penelitian ini dihasilkan 4 teorema baru terkait *locating edge dominating number* yaitu:

Teorema 4.1 Jika graf buku segitiga (Bt_3) dioperasikan secara *shackle* titik yang dinotasikan dengan $shack(Bt_3, v, m)$ untuk m adalah bilangan bulat positif dan $m \geq 3$ maka *locating edge dominating number* $shack(Bt_3, v, m)$ adalah $\gamma_L^0 shack(Bt_3, v, m) \leq 3m$.

Teorema 4.2 Jika graf lingkaran *(cycle)* (C_5) dioperasikan secara *shackle* titik yang dinotasikan dengan $shack(C_5, v, m)$ untuk m adalah bilangan bulat positif dan $m \geq 3$ maka *locating edge dominating number* $shack(C_5, v, m)$ adalah $\gamma_L^0 shack(C_5, v, m) \leq 2m$.

Teorema 4.3 Jika graf matahari *(Sun)* (S_3) dioperasikan secara *shackle* titik yang dinotasikan dengan $shack(S_3, v, m)$ untuk m adalah bilangan bulat positif dan $m \geq 3$ maka *locating edge dominating number* $shack(S_3, v, m)$ adalah $\gamma_L^0 shack(S_3, v, m) \leq 3m$.

Teorema 4.4 Jika graf *(Helm)* (H_3) dioperasikan secara *shackle* titik yang dinotasikan dengan $shack(H_3, v, m)$ untuk m adalah bilangan bulat positif dan $m \geq 3$ maka *locating edge dominating number* $shack(H_3, v, m)$ adalah $\gamma_L^0 shack(H_3, v, m) \leq 3m$.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis *Locating Edge Dominating Set* Pada Graf Hasil Operasi *Shackle*". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Sujito, Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Kusbudiono S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
3. Kusbudiono S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Utama, Ika Hesti Agustin S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota, Dr. Kristiana W, S.Si., M.Si., selaku dosen Penguji I dan Kosala Dwidja P, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. dosen dan karyawan Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
5. semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 23 Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
HALAMAN PERSEMBAHAN ii
HALAMAN MOTO iii
HALAMAN PERNYATAAN iv
HALAMAN PENGESAHAN vi
RINGKASAN vii
PRAKATA viii
DAFTAR ISI ix
DAFTAR GAMBAR xi
1 PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Tujuan Penelitian 3
1.4 Manfaat Penelitian 3
2 TINJAUAN PUSTAKA 4
2.1 Terminologi Dasar Graf 4
2.2 Jenis-jenis Graf 7
2.3 Operasi Graf Shackle 9
2.4 *Locating Edge Dominating Set* 9
3 METODE PENELITIAN 12
3.1 Jenis Penelitian 12
3.2 Rancangan Penelitian 12
4 HASIL DAN PEMBAHASAN 14
4.1 *Locating Edge Dominating Set* pada Graf Hasil Operasi *Shackle* . 14

5 PENUTUP 24
5.1 Kesimpulan. 24
5.2 Saran 24
DAFTAR PUSTAKA 26

DAFTAR GAMBAR

2.1 Contoh Graf G_1 dan G_2 4
2.2 Contoh Dua Graf yang Isomorfis 6
2.3 Graf *Triangular Book* Bt_3 dan Bt_5 7
2.4 Graf Siklus C_4 dan C_5 8
2.5 Graf *Helm* H_3 dan H_4 8
2.6 Graf Matahari S_3 dan S_5 9
2.7 Graf Hasil Operasi $Shack(C_4, v, 3)$ 9

3.1 Rancangan Penelitian 13

4.1 *Locating Edge Dominating Set* $shack(Bt_3, v, 3)$ 16
4.2 *Locating Edge Dominating Set* $shack(C_3, v, 3)$ 18
4.3 *Locating Edge Dominating Set* $shack(S_3, v, 3)$ 20
4.4 *Locating Edge Dominating Set* $shack(H_3, v, 3)$ 23

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit yang mem presentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit terse- but. Graf merupakan representasi visual yang menyatakan objek sebagai titik *(vertex)* dan hubungan antar objek sebagai sisi *(edge)*. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler, seorang matematikawan berkebangsaan Sw pada tahun 1736 melalui tulisannya yang berisi upaya pemecahan masalah Jem batan Konigsberg yang sangat sulit dipecahkan pada masa itu. Beberapa per- masalahan lain yang telah dipecahkan menggunakan teori graf diantaranya ada jaringan komunikasi, ilmu komputer, riset operasi, ilmu kimia, sosiologi, karto- graph, teknik konstruksi, peningkatan keterampilan daya pikir dan sebagainya.

Salah satu teori yang dikembangkan dalam teori graf adalah *dominating se* Konsep dari *dominating set* yaitu penentuan suatu titik pada graf dengan keten- tuan titik sebagai *dominating set* bisa mengkover titik yang ada disekitarnya da bertetangga *(adjacent)*, yang mulai diperkenalkan pada tahun 1850. Kardinalitas minimum dari *dominating set* disebut *dominating number* yang disimbolkan den gan $\gamma(G)$. Teori *dominating* telah dipelajari dari tahun 1960, akan tetapi tingkat pengkajian tentang *dominating set* berkembang dan meningkat secara pesat pa pertengahan 1970. Salah satu perluasan teori *dominating set* yaitu teori *locat- ing dominating set*. Penerapan teori *locating dominating set* dimulai pada tahun 1980 oleh Slater dengan membuat sebuah kode perlindungan untuk be- berapa fasilitas dengan menggunakan jaringan detektor. *Locating dominating set* diartikan sebagai himpunan titik D pada graf $G = (V, E)$ yang memenuhi syarat

$\emptyset \neq N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$ untuk setiap pasangan titik yang berbeda u dan v pa $V(G) - D$ dimana $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u dan $N(v)$ adalah himpunan titik tetangga dari v. Kardinalitas minimum dari *locating dominating set* disebut *locating dominating number* yang disimbolkan dengan $\gamma_L^0(G)$.

Serupa dengan konsep *dominating set*, terdapat variasi lain dalam pembahasan mengenai *dominating* yaitu *edge dominating set* yang dikenalkan oleh Mitchel and Hedetniemi. Himpunan bagian E dari sisi pada suatu graf G disebut sebagai *edge dominating set* dari G jika setiap sisi yang bukan elemen E bertetangga dengan sedikitnya satu sisi dalam E. *Edge dominating number* dari G yang dinotasikan dengan $\gamma'(G)$ adalah kardinalitas minimum dari keseluruhan himpunan sisi yang mendominasi dari G.

Perkembangan baru tentang *edge dominating set* yaitu *locating edge dominating set*. Himpunan $D \subseteq E$ merupakan *locating edge dominating set* jika dua sisi $e_1, e_2 \in E(G)$-D dengan memenuhi syarat $N(e_1) \cap D, N(e_2) \cap D \neq \emptyset$ dan $N(e_1) \cap D \neq N(e_2) \cap D$. *Locating edge dominating number* adalah kardinalitas minimum dari *locating edge dominating set*.

Penelitian sebelumnya tentang *dominating set* telah banyak dilakukan diantaranya Wardani (2014) melakukan penelitian mengenai *dominating set* pada graf bunga F_n, graf gunung berapi $\vartheta_{n,m}$, graf *firecracker* $F_{n,k}$, graf pohon pisang $B_{n,m}$, dan graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ serta mengaplikasikan teori *dominating set* pada analisis topologi jaringan *Wide Area Network* (WAN). Penelitian tentang *Edge Dominating* diteliti oleh S.Mitchell dan S.Hedetniemi meneliti tentang *Edge Domination in trees* dan selanjutnya *Edge Dominating* ini diteliti oleh S.Arumuga dan S.Velammal (1998) meneliti tentang "*Edge Domination In Graph*" menunjukkan bilangan dominasi sisi pada graf lingkaran.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, maka penulis tertarik untuk meneliti mengenai *Locating Edge Dominating Set* pada graf hasil operasi. Operasi yang akan digunakan untuk penelitian ini adalah operasi *shackle* pada beberapa jenis graf seperti graf *triangular book*, graf *cycle*, graf *sun*, graf *helm*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalan penelitian ini yaitu:

a. bagaimana *locating edge dominating set* pada graf hasil operasi *shackle* Bt_3, C_5, S_3, H_3?

b. berapa *locating edge dominating number* pada graf hasil operasi *shackle* B_3, C_5, S_3, H_3?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

a. menentukan *locating edge dominating set* pada graf hasil operasi *shackle* Bt_3, C_5, S_3, H_3 ;

b. menentukan *locating edge dominating number* pada graf hasil operasi *shac* Bt_3, C_5, S_3, H_3.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang didapatkan dari penelitian ini yaitu:

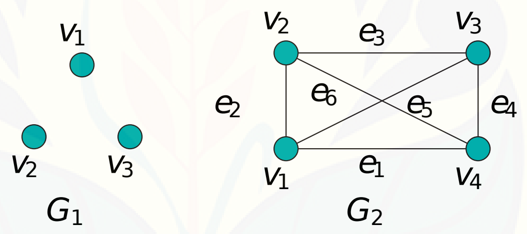
a. menambah pengetahuan dan wawasan baru mengenai teori *edge dominati* *set* khususnya *locating edge dominating set* ;

b. hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan ata perluasan ilmu tentang *locating edge dominating set*.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dimana V adalah himpunan tidak kosong dari elemen yang disebut titik *(vertex)* dan E adalah himpunan sisi (boleh kosong) dari pasangan tidak terurut dua titik (v_1, v_2) dimana $v_1, v_2 \in V$, yang disebut sisi *(edges)*. V disebut himpunan titik dari G, dan E disebut himpunan sisi dari G. Sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi, tetapi mempunyai minimal satu buah titik. Sebuah graf yang tidak mempunyai sisi tetapi memiliki sebuah titik dinamakan graf trivial (Munir, 2009).



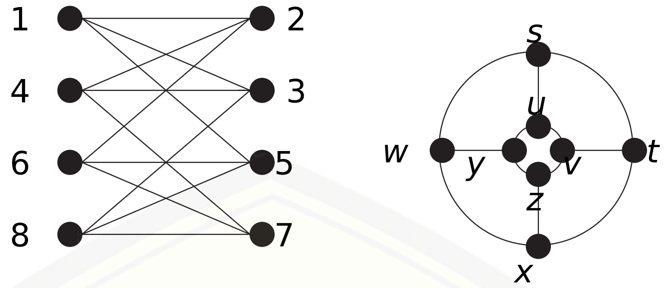
Gambar 2.1 Contoh Graf G_1 dan G_2

Suatu graf dengan p buah titik dan q buah sisi ditulis dengan $G(p, q)$. Secara umum graf dapat digambarkan dengan suatu diagram dimana titik yang ditunjukkan sebagai titik yang dinotasikan dengan v_i, i = 1, 2, 3, ..., dan sisi yang digambarkan dengan sebuah garis lurus atau dengan garis lengkung yang menghubungkan dua titik v_i, v_j dan dinotasikan e_k, k = 1, 2, 3, ..., q disebut dengan simpul-simpul titik dari e_k. Dengan kata lain titik pada graf dapat dinomori dengan huruf, dengan bilangan asli, atau dengan menggunakan huruf dan angka (bilangan asli). Misalkan v_i dan v_j adalah titik pada suatu graf, maka sisi yang menghubungkan titik v_i dan v_j dinyatakan dengan pasangan (v_i, v_j) atau dengan lambang $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ (Douglas, 2003) .

Jalan disebut lintasan *(path)* bila semua titiknya berbeda. Sedangkan jika setiap sisinya yang berbeda maka jalan tersebut dinamakan jejak *(trail)*. Jejak tertutup disebut sirkuit. Sirkuit yang semua titiknya berlainan disebut siklus. Pada graf, jalan dari titik v_0 ke titik v_n adalah barisan selang-seling dari titik dan sisi $v_0, e_0, v_1, e_1, \dots, v_{(n-1)}, e_{(n-1)}, v_n$ yang dimulai dan diakhiri dengan titik, dengan sisi $e_i = v_i v_{(i+1)}$, untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Panjang dari jalan $v_0, e_0, v_1, e_1, \dots, v_{(n-1)}, e_{(n-1)}, v_n$ adalah banyaknya sisi pada barisan tersebut. Titik v_0 dan v_n disebut titik - titik ujung dari jalan tersebut. Jika pada jalan berlaku $v_0 = v_n$ maka disebut jalan tertutup. Suatu graf dikatakan terhubung *(connected)* jika setiap pasang titik di G dihubungkan dengan suatu *path*. Jika terdapat titik di G yang tidak dihubungkan dengan suatu *path*, maka graf G dikatakan tidak terhubung *(disconnected)* (Rosen, 2003).

Dua buah titik pada graf G dikatakan bertetangga *(adjacent)* apabila terdapat sebuah sisi yang menghubungkan kedua titik tersebut. Sedangkan sebuah titik pada suatu graf dikatakan bersisian *(incident)* dengan sebuah sisi apabila titik tersebut merupakan titik ujung dari sisi tersebut (Hartsfiled dan Ringel, 1990). Sebagai contoh pada graf G_2 Gambar 2.1, v_1 *adjacent* dengan v_2 karena terdapat sisi v_1v_2 yang menghubungkan kedua titik tersebut. Selanjutnya titik v_1 dan v_3 *incident* dengan v_1v_3, karena kedua titik tersebut merupakan titik ujung dari sisi v_1v_3.

Derajat *(degree)* didefinisikan sebagai banyaknya sisi yang *incident* pada suatu titik. Derajat dinotasikan dengan d_i (*index i* menunjukkan titik ke-*i* pada graf). Derajat terkecil dari sebuah graf G adalah banyaknya sisi paling sedikit yang *incident* dengan titik v_i. Derajat terkecil dari graf G dinotasikan dengan $\delta(G)$. Derajat terbesar dari graf G adalah banyaknya sisi paling banyak yang *incident* dengan titik v_i. Derajat terbesar dari graf G dinotasikan dengan $\Delta(G)$.



Gambar 2.2 Contoh Dua Graf yang Isomorfis

Menurut (Gross and Yellen, 2006) Dua buah graf dikatakan isomorfis jika kedua graf tersebut mempunyai struktur yang sama namun berbeda cara pemberian label titik-titik dan sisi-sisinya, atau cara menggambarkannya. Contoh dua graf yang isomorfis dapat dilihat pada Gambar 2.2.

Dua graf G_1 dan G_2 dikatakan isomorfis jika terdapat suatu fungsi bijektif $\varphi : V(G_1) \longrightarrow V(G_2)$ sedemikian hingga simpul u dan v bertetangga dalam G_1 $\Longleftrightarrow \varphi(u) dan \varphi(v)$ bertetangga dalam G_2. Fungsi φ dinamakan sebuah fungsi isomorfis. Notasi dari dua buah graf G_1 dan G_2 yang isomorfis adalah $G_1 \cong G_2$. Jika graf G_1 dan G_2 isomorfis, maka kedua graf tersebut selalu memenuhi 3 syarat sebagai berikut:

a. Jumlah titik G_1 = jumlah titik G_2 (jumlah titik yang sama).
b. Jumlah sisi G_1 = jumlah sisi G_2 (jumlah sisi yang sama).
c. Memiliki jumlah titik berderajat tertentu yang sama dalam graf G_1 dan G_2.

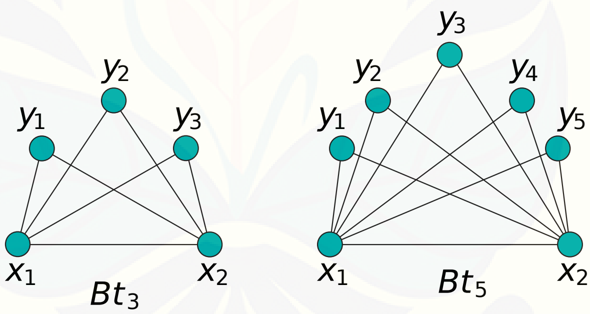
Graf dapat dikelompokan menjadi beberapa kategori bergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Berdasarkan titik yang terhubung pada suatu graf, graf dibedakan atas dua jenis yaitu graf terhubung dan graf tidak terhubung. Graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap dua titik yang berbeda v_i dan v_j di G terdapat lintasan dari v_i ke v_j. Sedangkan graf G dikatakan tak terhubung jika ada minimal dua titik yang berbeda v_i dan v_j di G yang tidak terdapat lintasan dari v_i ke v_j. Maka terdapat graf berarah dimana graf ini merupakan pasangan himpunan ($V(G)$, $E(G)$) dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen berbeda yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan pasangan terurut (u, v) dari titik yang berbeda dimana $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi berarah.

2.2 Jenis-jenis Graf

Terdapat beberapa jenis-jenis graf. Berikut jenis-jenis graf dan definisinya :

a. Graf Buku Segitiga *(Triangular Book Graph)*

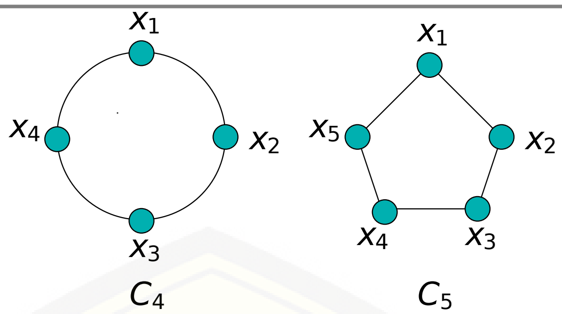
Menurut Dafik dkk (2013) graf buku segitiga merupakan keluarga graf *complete tripartite* ($K_{m,n,l}$) yang dinotasikan dengan Bt_n. Graf Buku Segitiga Bt_n merupakan graf yang terdiri dari n buah segitiga ($n \geq 2$) dan setiap segitiga memiliki sebuah sisi yang dipakai bersama. Banyaknya sisi pada graf buku segitiga yang terdiri dari $n + 2$ titik adalah $2n + 1$. Contoh graf buku segitiga dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Graf *Triangular Book* Bt_3 dan Bt_5

b. Graf Siklus *(Cycle Graph)*

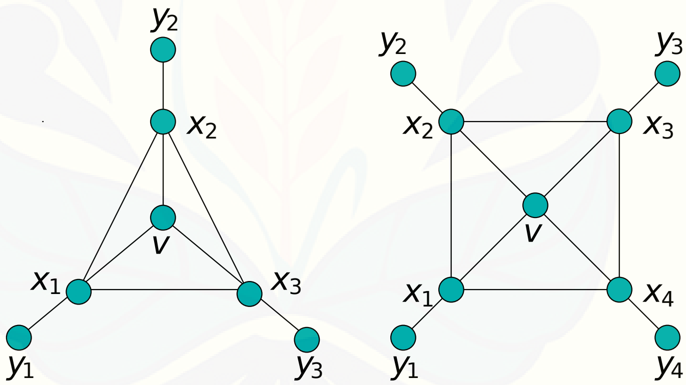
Graf siklus adalah graf sederhana yang terdiri dari sebuah siklus tunggal dan setiap titiknya berderajat dua. Graf siklus dengan n titik dinotasikan dengan C_n, $n \geq 3$. Jika titik-titik pada C_n adalah $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n$ maka sisi-sisinya adalah $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \ldots, (v_{(n-1)}, v_n), (v_n, v_1)$. Dengan kata lain, ada sisi dari titik terakhir v_n ke titik pertama v_1 (Rosen, 2003).



Gambar 2.4 Graf Siklus C_4 dan C_5

c. Graf *Helm*

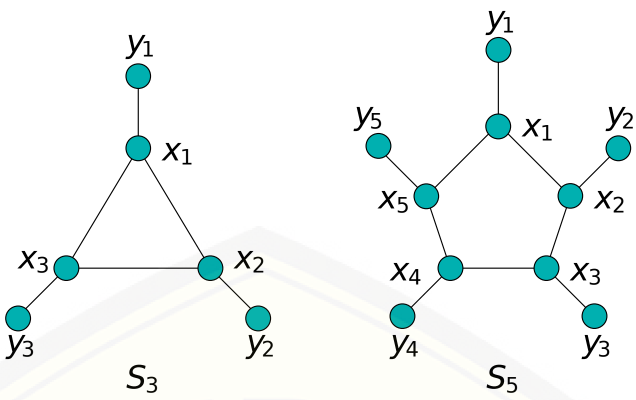
Graf *helm* adalah jenis graf dari *family* graf roda. Graf *helm* adalah sebuah graf yang dinotasikan dengan H_n dimana $V(H_n) = A, x_i, y_i; 1 \le i \le n$ dan $E(H_n) = x_n x_1, Ax_i, x_i y_i; 1 \le i \le n, \cup x_i x_{i+1}; 1 \le i \le n-1$. Contoh graf *helm* dapat dilihat pada gambar 2.5.



Gambar 2.5 Graf *Helm* H_3 dan H_4

d. Graf Matahari (*Sun Graph*)

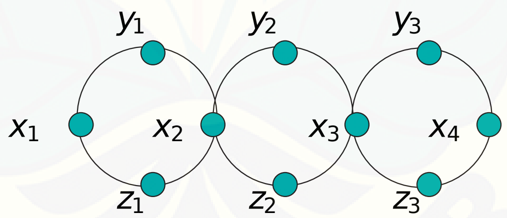
Graf matahari yang dinotasikan dengan S_n merupakan sebuah graf dengan himpunan titik $V(S_n) = \{x_i, y_i; 1 \le i \le n\}$ dan $E(S_n) = \{x_i x_{i+1}; 1 \le i \le n-1\} \cup \{x_i y_i; 1 \le i \le n\} \cup \{x_n x_1\}$. Graf matahari S_n terdiri dari 2n titik dan 2n sisi dengan $n \ge 3$. Contoh graf matahari dapat dilihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Graf Matahari S_3 dan S_5

2.3 Operasi Graf Shackle

Definisi 2.3.1. *Shackle dari graf H dinotasikan dengan $G = shack\ (H, v, n)$ adalah graf G yang dibangun dari graf non trivial $H_1, H_2, ..., H_n$ sedemikian hingga untuk setiap $1 \le s, t \le n$, H_s dan H_t tidak memiliki titik penghubung dimana $|\, s - t \,| \ge 2$ dan untuk setiap $1 \le i \le n - 1$, H_i dan H_{i+1} memiliki tepat satu titik bersama v_i disebut dengan titik penghubung dan $k - 1$ titik penghubung tersebut adalah berbeda (Maryati et al, 2010), pada Gambar 2.7*



Gambar 2.7 Graf Hasil Operasi *Shack* $(C_4, v, 3)$

2.4 *Locating Edge Dominating Set*

Pada *Locating Edge Dominating Set* ini, sebelumnya harus mengetahui terlebih dahulu tentang *edge dominating set* yang dikenalkan oleh Mitchel and Hedniemi. Himpunan bagian E dari sisi pada suatu graf G disebut sebagai *edge* *dominating set* dari G jika setiap sisi yang bukan elemen E bertetangga dengan sedikitnya satu sisi dalam E. *Edge dominating number* dari G yang dinotasikan dengan $\gamma'(G)$ adalah kardinalitas minimum dari keseluruhan himpunan sisi yang mendominasi dari G.

Perkembangan baru tentang *edge dominating set* yaitu *locating edge dominating set*. Himpunan $D \subseteq E$ merupakan *locating edge dominating set* jika dua sisi $e_1, e_2 \in E(G)$ - D dengan memenuhi syarat $N(e_1) \cap D \neq \emptyset$, $N(e_2) \cap D \neq \emptyset$ dan $N(e_1) \cap D \neq N(e_2) \cap D$. *Locating edge dominating number* adalah kardinalitas minimum dari *locating edge dominating set*. Berikut teorema terkait *locating edge dominating set* :

Teorema 2.4.1. *Diberikan graf bintang S_n masing-masing berorde $n-1$, untuk $n \geq 2$.*

$$\gamma'_L(S_n) \doteq n-1$$

Bukti: Graf bintang S_n dengan himpunan titik $V(S_n) = x, x_i; 1 \leq i \leq n$ dan himpunan sisi $E(S_n) \doteq xx_i; 1 \leq i \leq n$. Himpunan kardinalitas titik dan himpunan kardinalitas sisi masing-masing yaitu $|V(S_n)| = n+1$ dan $|E(S_n)| = n$. Bukti dari $\gamma'_L(S_n) \geq n-1$ sama dengan $n \geq 2$, dengan menunjukkan $N(e)$ dengan $E \in (E(G)-D)$ dan $\gamma'_L(S_n) \geq n-1$. Menunjukkan $\gamma'_L(S_n) \geq n-1$, dengan mengambil $\gamma'_L(S_n) < n-1$. Jika *locating edge ominating set* S_n di $D = xx_i; 1 \leq i \leq n-2$, maka kardinalitas *locating edge dominating set* adalah $|D| = n-2$. Himpunan sisi dari S_n elemen dari dominator $E - D = xx_i; n-1 \leq i \leq n$. Hasil himpunan sisi diluar dominator $E - D$ dengan D yaitu:

a. $N(xx_i; i = n-1) \cap D = \{xx_i; 1 \leq i \leq n-2\}$

b. $N(xx_i; i = n) \cap D = \{xx_i; 1 \leq i \leq n-2\}$

Sisi diluar dominator yaitu sisi (xx_{n-1}) dan (xx_n). Penjelasan diatas tentang sisi diluar dominator dengan dominator $N(xx_{n-1}) \cap D = xx_i; 1 \leq i \leq n-2$ dan

$N(xx_n) \cap D = xx_i; 1 \le i \le n-2$ adalah himpunan tetangga yang berbeda dengan D.

Hasil *locating edge dominating number* dari graf S_n adalah $\gamma^0_L(S_n) < n-1$. *locating edge dominating set* dari S_n adalah $D = xx_i; 1 \le i \le n-1$ dan diluar dominator dari S_n $E(G) - D = xx_i; i = n-1$. Hubungan antara himpunan $N(e)$ dengan $E \in (E(G) - D)$, sehingga himpunan dominatornya yaitu:

$N(xx_i; i = n-1) \cap D = xx_i; 1 \le i \le n-2$

Hasil penjelasan diatas, hubungan antara himpunan $N(e)$ dengan $E \in (E(G) - D)$ dan himpunan dominator D yaitu bukan himpunan kosong. *Locating Edge Dominating Set* di S merupakan dominator dari semua sisi di S_n. Maka dapat menyimpulkan bahwa $\gamma^0_L(S_n) \ge n-1$ adalah *locating edge dominating set*. Batas atas dan batas bawah dari *locating edge dominating number* graf S_n yaitu $\gamma^0_L(S_n) \ge n-1$ dan $\gamma^0_L(S_n) \le n-1$. Dapat disimpulkan bahwa *locating edge dominating number* dari S_n adalah $\gamma^0_L(S_n) = n-1$ *(Dafik et al, 2017)*. ¤

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan ke dalam penelitian eksploratif yaitu penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Data dalam penelitian ini berupa jenis-jenis graf yang akan dioperasikan *shackle*. Jenis-jenis graf yang digunakan adalah graf buku segitiga (*triangular book graph*), graf siklu (*cycle graph*), graf matahari (*sun graph*), dan graf *helm*.

3.2 Rancangan Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam log matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Rancangan penelitian untuk *locating edge dominating set* pada jenis-jenis graf dengan operasinya digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan oleh Gambar 3.1. Uraian dari rancangan penelitian ini sebagai berikut:

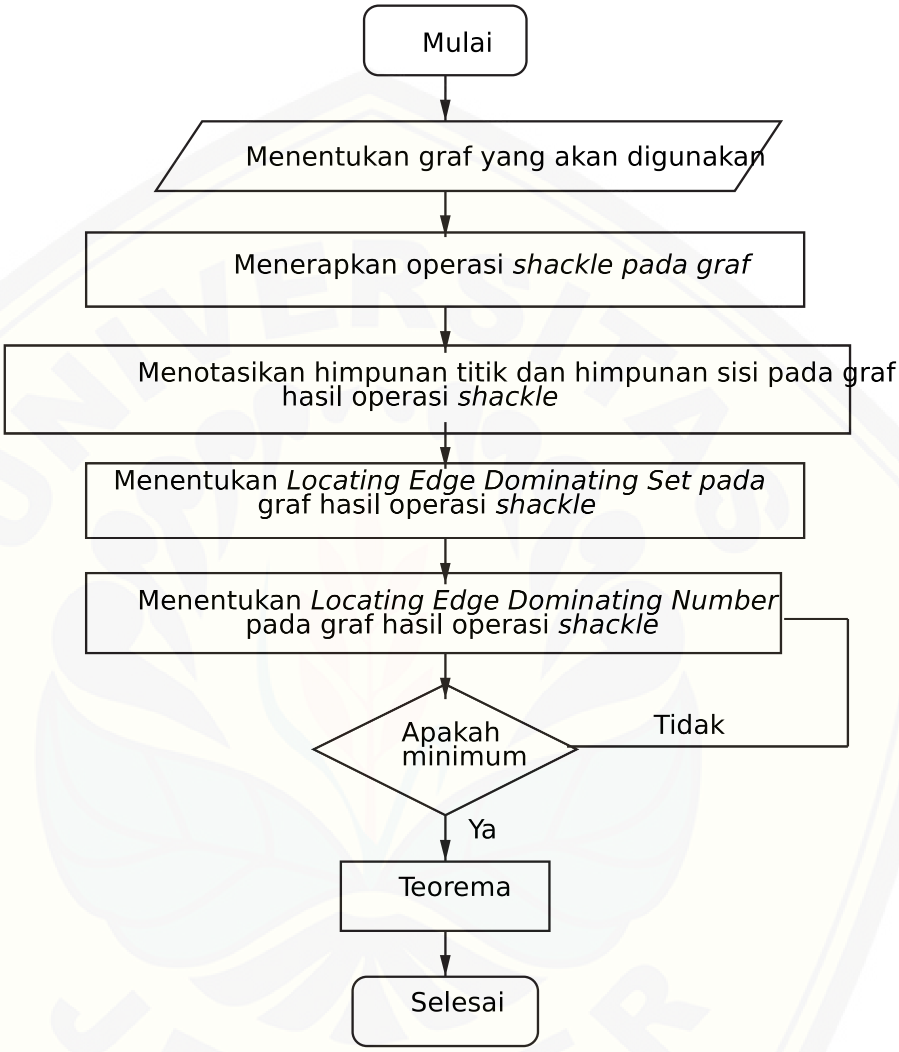
a. menentukan graf yang akan digunakan sebagai objek penelitian;

b. menerapkan operasi *shackle* pada graf yang akan digunakan sebagai objek penelitian;

c. menotasikan himpunan titik dan himpunan sisi pada graf hasil operasi *shac*

d. menentukan graf hasil operasi *shackle* dengan teori *locating edge dominat set* ;

e. menentukan *locating edge dominating number* pada graf hasil operasi *shac*
dan dihasilkan teorema tentang *locating edge dominating number*.



Gambar 3.1 Rancangan Penelitian

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

a. *locating edge dominating set* pada graf hasil operasi *shackle* dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. $Dshack(Bt_3, v, 3) = \{y_i a_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{x_i a_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{y_i a_{i+1}; 1 \leq i \leq m\}$;
2. $Dshack(C_5, v, 3) = \{a_i b_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{x_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq m\}$;
3. $Dshack(S_3, v, 3) = \{x_i y_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{z_i a_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{z_i b_{i+1}; 1 \leq i \leq m\}$;
4. $Dshack(H_3, v, 3) = \{x_i y_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{z_i a_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{z_i b_{i+1}; 1 \leq i \leq m\}$.

b. *locating edge dominating number* pada graf hasil operasi *shackle* dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. $\gamma_L^0(Bt_3, v, 3) \leq 3m$, untuk $m \geq 3$;
2. $\gamma_L^0(C_5, v, 3) \leq 2m$, untuk $m \geq 3$;
3. $\gamma_L^0(S_3, v, 3) \leq 3m$, untuk $m \geq 3$;
4. $\gamma_L(H_3, v, 3) \leq 3m$, untuk $m \geq 3$.

5.2 Saran

Peneliti mengkaji graf Bt_3, C_5, S_3 dan H_3 pada penelitian dengan mengoperasikan secara *shackle* untuk mengetahui *locating edge dominating set* dan *locating edge dominating number*. Sehingga, masih memungkinkan pengembangan dari *locating edge dominating set* dan *locating edge dominating number* p graf hasil operasi *shackle* lainnya. Bagi para peneliti yang ingin melanjutkan penelitian, disarankan untuk mengembangkan graf yang akan dioperasikan seca *shackle* atau menggunakan operasi lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Agustin, I. H. dan Dafik. 2014. On The Domination Number of Some Families of Special Graphs. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, **1**(1): 139-143.

Dafik. 2007. *Structural Properties and Labeling of Graphs*. School of Information Technology and Mathematical Sciences University of Ballarat, Australia, Ph.D.

Dafik, Slamin, Eka, F. R., Sya'diyah, L. 2013. Super Antimagicness of Triangular Book and Diamond Ladder Graphs. *Prosiding of IICMA*, 1-8.

Dafik, Hasan, Adawiyah, Alfarisi. 2017. *On The Locating Edge Domination Number of Comb Product of Graph*, *University of Jember*

Douglas, W. B. 2003. *Introduction to Graph Theory*. New Jersey: Prentice-Hall.

Foucaud, F., Henning, M.A. 2016. Locating-Dominating Sets in Twin-Free Graphs. *Journal of Discrete Applied Mathematics*, **23**(1): 38.

Gross, L., Jonathan, Yellen, and Jay. 2006. *Graph Theory and Its Application*, Chapman and Hall CRC, United State of America.

Hartsfield, N. dan Ringel, G. 1990. *Pearls in Graph Theory*. New York: Academic Press.

Haynes, T.W. 1998. *Fundamental of Domination in Graphs*. New York: Marcel Dekker, INC.

Haynes, T.W and Henning, M.A. 2002. Total Domination Good Vertices in Graphs. *Australasian Journal of Combinatorics*, **26**: 305-315.

Hedetniemi, S. T., and Mithchell, S., 1977. *Edge Dominating In Trees*. hal. 489-509

Muharromah, A., Agustin, I. H., dan Dafik. 2014. Graf-graf Khusus dan Bilangan Dominasinya, *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, 543-548.

Maryati, Salman, Baskoro, Ryan dan Miller. 2010. *On H-supermagic Labelings for Certain Shackles and Amalgamations of a Connected Graph. Utilitas Mathematica 83:333-342*

Munir, R. 2009. *Matematika Diskrit Edisi 3*. Bandung: Informatika Bandung.

Rosen, K. H. 2003. *Discrete Mathematics and Its Applications*. New York : VAGA.

Slater, P. J. 2002. Fault-Tolerant Locating-Dominating Sets. *Discrete Mathematics*, **249**:179-189.

Soleha, S. A. 2016. *Independent Domination Number pada Beberapa Graf Operasi*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Velammal, S., and Arumugam, S., 1998. *Edge Dominating In Graphs*. *Taiwanese Journal of Mathematics*, 173-179.

Wardani, D. A. R., Agustin, I. H., Dafik. 2014. *Bilangan Dominasi dari Graf-graf Khusus*. P*rosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*.