MODEL PERMUKAAN RESPON
PADA PERCOBAAN FAKTORIAL

SKRIPSI

Diajukan Guna Melengkapi Tugas Akhir dan Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan Mencapai Gelar Sarjana Sains

Oleh:

NURUL ISNAINI
NIM 031810101018

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER

2007

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan penuh rasa syukur kehadirat Allah SWT, kupersembahkan skripsi ini untuk:

1. Ayahanda Moh. Jadi dan Ibunda Susetyowati, terima kasih atas curahan kasih sayang, untaian do'a dan kesabarannya;
2. Kakanda Taufik Rahman dan Adinda Kurniawan terima kasih atas senyum yang terukir selama ini;
3. Mbah Soewardi, dan keluarga di Sampang;
4. *ikhwahfillah* di IONS.

MOTTO

"Apakah manusia mengira mereka akan dibiarkan saja mengatakan, "Kami beriman", padahal mereka belum diuji? Dan sesungguhnya Kami telah menguji orang-orang yang sebelum mereka, maka sesungguhnya Allah mengetahui orang-orang yang benar dan sesungguhnya Allah mengetahui orang-orang yang dusta."
(Terjemah Surat Al-Ankabut : 2-3)

"Masing-masing dari kamu adalah seorang penggembala dan masing-masing dari kamu kelak akan dimintai pertanggungjawaban tentang gembalaannya."
(HR. Bukhari, Muslim, Ahmad, Abu Dawud, dan lain-lain)

"Jika pikiranmu mengatakan perkara itu sulit bagimu, tanamkan dalam hatimu bahwa perkara itu tidak sesulit yang kamu bayangkan agar kamu bersemangat. Sebaliknya, jika pikiranmu mengatakan perkara itu mudah bagimu, tanamkan dalam hatimu bahwa perkara itu tidak semudah yang kamu bayangkan agar kamu tidak meremehkannya."
(nIs)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Nurul Isnaini

NIM : 031810101018

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis yang berjudul *Model Permukaan Respon Pada Percobaan Faktorial* adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum pernah diajukan pada institusi mana pun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2007

Yang menyatakan,

Isnaini

Nurul Isnaini

NIM 031810101018

SKRIPSI

MODEL PERMUKAAN RESPON PADA PERCOBAAN FAKTORIAL

Oleh:
Nurul Isnaini
NIM 031810101018

Pembimbing

Dosen Pembimbing I : Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si.
Dosen Pembimbing II : Bagus Juliyanto, S.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Model Permukaan Respon Pada Percobaan Faktorial* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember pada:

hari : RABU

tanggal : 15 AUG 2007

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Tim Penguji:

Ketua,

Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si.
NIP 132 287 621

Sekretaris,

Bagus Juliyanto, S.Si.
NIP 132 304 782

Punguji I,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP 131 592 357

Penguji II,

Drs. Budi Lestari, PGD., Sc., M.Si.
NIP 131 945 800

Mengesahkan
Dekan Fakultas MIPA,

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL UNIVERSITAS JEMBER FAKULTAS MATEMATIKA & ILMU PENGETAHUAN ALAM

Ir. Sumadi, M.S.
NIP 130 368 784

RINGKASAN

"Model Permukaan Respon Pada Percobaan Faktorial"; Nurul Isnaini, 031810101018; 2007 : 28 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Percobaan merupakan salah satu metode pengumpulan data. Berdasarkan pada jumlah faktor penyusun perlakuan yang dicobakan, ada dua macam percobaan, yaitu percobaan satu faktor dan percobaan faktorial. Salah satu hal yang ingin dicapai dari percobaan faktorial adalah mendapatkan level-level faktor yang menyebabkan respon optimal. Metode yang mempelajari hal tersebut adalah *Response Surface Methodology* (RSM). Sehingga tujuan dari penelitian ini adalah bagaimana penerapan analisa RSM untuk mendapatkan persamaan permukaan respon dari percobaan faktorial, level faktor yang menyebabkan respon percobaan optimum serta nilai optimum respon dari persamaan permukaan respon yang telah didapat.

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data yang terdapat di www.wam.umd.edu/~bmomen/BIOM602/Lab/LabManuals/04%20Factorial%20SO6.pdf. Data tersebut dianalisa dengan menggunakan bantuan software Minitab13 dan Maple8. Hubungan yang mungkin terjadi antara variabel adalah model orde satu dan model orde dua. Kedua model harus dianalisa dengan langkah-langkah sebagai berikut. Pertama, menentukan faktor-faktor dan respon percobaan. Kedua, membuat model regresi dari data yang ada. Ketiga, mengestimasi parameter menggunakan metode *least square*. Keempat menguji hipotesis berhubungan dengan estimasi dan model. Langkah selanjutnya menginterpretasi hasil model, memprediksi respon optimum berdasarkan pada permukaan respon dan kontur yang didapat dari persamaan respon, dan mencari level yang menyebabkan respon optimum.

Hasil dari penelitian ini adalah persamaan permukaan respon dari percobaan faktorial tentang pengaruh penggunaan *microwave* terhadap ATP (*Adenosin Tri Phospat*) daging dinyatakan dalam $y = 2{,}15746 + 0{,}413596\ x_1 - 0{,}0273246\ x_2 - 0{,}302632\ x_1^2 + 0{,}000219298\ x_2^2 + 0{,}00583333\ x_1 x_2$ dengan x_1 menyatakan *cooktime*, dan x_2 menyatakan *thawtime*. Sedangkan level faktor yang menyebabkan respon optimal terjadi pada saat $x_1 = 1{,}1379$ dan $x_2 = 47{,}1663$ dengan respon (ATP) di titik stasioner sebesar 1,75.

PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur penulis haturkan kepada Allah Swt. atas rahmat, nikmat, karunia yang tidak berhingga sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi yang berjudul *Model Permukaan Respon Pada Percobaan Faktorial*. Shalawat dan salam semoga selalu tercurah kepada tauladan kita, Nabi Muhammad Saw., beserta keluarga, sahabat dan orang-orang yang menempuh jalanNya.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan banyak pihak, sehingga ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada :

1. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing utama dan Bagus Juliyanto, S.Si., selaku dosen pembimbing anggota, yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikirannya untuk terselesaikannya skripsi ini;
2. Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D. dan Drs. Budi Lestari, PGD., Sc., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan kritikan terhadap skripsi ini;
3. Keluarga Besar Mbah Soewardi dan Mbah Adim, terima kasih atas cinta kasih dan dorongan semangatnya selama ini;
4. *ikhwahfillah* di IONS dan UKI lain, Ukh Titin, Ukh Dian, terima kasih telah memberikan makna dan warna tersendiri dalam hidup ini;
5. DeMA, rekan angkatan 2003, teman seperjuangan yang telah mengajariku organisasi, terima kasih atas kebersamaan dan kenangannya, SEMANGAT!!!
6. semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis telah menerima saran dan kritik dari semua pihak demi kesempurnaan kripsi ini. Akhirnya penulis berharap agar skripsi ini bermanfaat bagi pembaca.

Jember, Juli 2007

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Percobaan merupakan salah satu metode pengumpulan data. Pada metode percobaan, seorang peneliti memiliki keleluasaan untuk melakukan pengawasan terhadap sumber-sumber keragaman. Peneliti dapat menciptakan perlakuan yang diinginkan dan mengamati perubahan-perubahan yang terjadi pada responnya (Aunudin, 2005:7).

Perlakuan merupakan suatu metode atau prosedur yang diterapkan pada unit percobaan. Perlakuan dapat disusun dari beberapa faktor atau peubah bebas. Faktor bisa bersifat kualitatif (misalnya tipe pupuk, obat, dan habitat) dan bisa juga bersifat kuantitatif (misalnya dosis, dan jumlah pertumbuhan). Berdasarkan pada jumlah faktor penyusun perlakuan yang dicobakan, ada dua macam percobaan, yaitu percobaan satu faktor dan percobaan faktorial.

Pada percobaan faktorial yang bersifat kualitatif, umumnya peneliti hanya melakukan uji perbandingan nilai tengah perlakuan. Metode yang biasa digunakan adalah uji Beda Nilai Tengah (BNT), Beda Nyata Jujur (BNJ), *Duncan*, *Dunnet* atau ortogonal level faktor (kontras). Pada uji ini, peneliti mendapatkan kesimpulan yang menyatakan bahwa level pada suatu faktor atau interaksi antar level berbeda (signifikan) atau memberikan pengaruh terhadap level lainnya.

Sedangkan untuk faktor kuantitatif, peneliti menggunakan kontras polinomial. Metode ini biasa digunakan oleh peneliti hanya untuk mendapatkan nilai tengah perlakuan yang signifikan. Padahal, kontras polinomial bisa digunakan untuk mendapatkan regresi persamaan respon dari percobaan yang dilakukan.

Hal lain yang diharapkan dari sebuah percobaan faktorial adalah memperoleh level-level faktor yang membuat percobaan optimal. Metode yang mempelajari hal tersebut adalah *Response Surface Methodology* (RSM). Sayangnya metode ini jarang digunakan oleh peneliti. Ada beberapa keuntungan dari RSM, yaitu meminimalkan pengamatan dengan menggunakan rancangan percobaan dan optimasi menggunakan pendugaan persamaan respon yang dihasilkan.

Oleh karena itu, penulis tertarik untuk menelaah tentang RSM dan menuliskannya dalam tulisan yang berjudul *Model Permukaan Respon pada Percobaan Faktorial*.

1.2 Rumusan Masalah

Pada penulisan skripsi ini, masalah yang akan dibahas adalah bagaimana penerapan analisa RSM untuk mendapatkan persamaan permukaan respon dari percobaan faktorial, level faktor yang menyebabkan respon percobaan optimum serta nilai optimum respon dari persamaan permukaan respon yang telah didapat.

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah mendapatkan persamaan permukaan respon dari percobaan faktorial, level faktor yang menyebabkan respon percobaan optimum serta nilai optimum respon dari persamaan permukaan respon yang telah didapat dengan menggunakan analisa RSM.

1.4 Manfaat

Manfaat yang bisa diambil dari penulisan skripsi ini adalah :

a. menjelaskan keterkaitan antara pendekatan polynomial dan *Response Surface Methodology* (RSM) secara geometris.
b. berguna bagi peneliti dalam hal pengambilan keputusan dan desain/rancangan percobaan untuk meminimalkan pengamatan.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Percobaan Faktorial

Percobaan faktorial adalah sebuah percobaan yang melibatkan dua faktor atau lebih. Contoh percobaan faktorial yang mudah adalah pemberian dua jenis obat (misal obat A, dan obat B) pada pasien dengan 3 dosis berbeda (0. 1 kali, dan 2 kali). Pada contoh ini, terdapat 2 faktor, yaitu obat dan dosis. Faktor pertama (obat) mempunyai 2 level dan faktor kedua (dosis) mempunyai 3 level. Percobaan tersebut dapat diTabelkan sebagai berikut :

Tabel 2.1 Contoh Percobaan Faktorial

Obat	Dosis		
	0	1x	2x
A	T_{A0}	T_{A1}	T_{A2}
B	T_{B0}	T_{B1}	T_{B2}

Menurut Max2jik dan Sumertajaya (2006), istilah faktorial lebih mengacu pada bagaimana perlakuan-perlakuan yang akan diteliti disusun. Tetapi tidak menyatakan bagaimana perlakuan-perlakuan tersebut ditempatkan pada unit percobaan.

Percobaan faktorial lebih efisien daripada percobaan satu faktor, baik dari segi waktu maupun jumlah percobaan yang dilakukan. Hal ini disebabkan banyak masalah dalam dunia nyata atau percobaan yang responnya dipengaruhi oleh beberapa faktor secara simultan. Percobaan faktorial juga mengurangi kesimpulan yang salah akibat adanya interaksi antar faktor. Selain itu, pengaruh faktor pada percobaan faktorial bisa diestimasi di beberapa level atas faktor lainnya dan kesimpulannya dapat diterima (valid) untuk kondisi di luar *range* percobaan (Montgomery, 2001:175).

2.2 Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square Method*)

Dalam suatu kasus dengan total n percobaan, persamaan regresi diekspresikan dengan matriks sebagai berikut :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e} \tag{2.1}$$

dengan :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & . & . & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & . & . & x_{2k} \\ . & . & . & & & . \\ . & . & . & . & & . \\ . & . & . & & . & . \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & . & . & x_{nk} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ . \\ . \\ . \\ \beta_k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Salah satu metode untuk mengestimasi koefisien persamaan dari sebuah model adalah metode kuadrat terkecil (*least square method*). Metode ini bertujuan untuk meminimalkan jumlah kuadrat kesalahan dengan estimator tak bias dari β dan ditulis dalam bentuk :

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{2.2}$$

Sedangkan matriks variansi covariansinya dihitung dengan rumus :

$$\mathrm{cov}(\mathrm{b}_i, \mathrm{b}_j) = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \tag{2.3}$$

Masing-masing koefisien penduga pada persaman (2.2), diuji menggunakan statistik-t yang dirumuskan sebagai berikut :

$$t_0 = \frac{b_j}{\sqrt{\sigma^2 C_{jj}}} \tag{2.4}$$

dengan σ^2 adalah estimasi variansi terhadap $\mathbf{Y}$;

C_{jj} adalah elemen ke-jj dari matriks $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$.

Hipotesis yang diujikan :

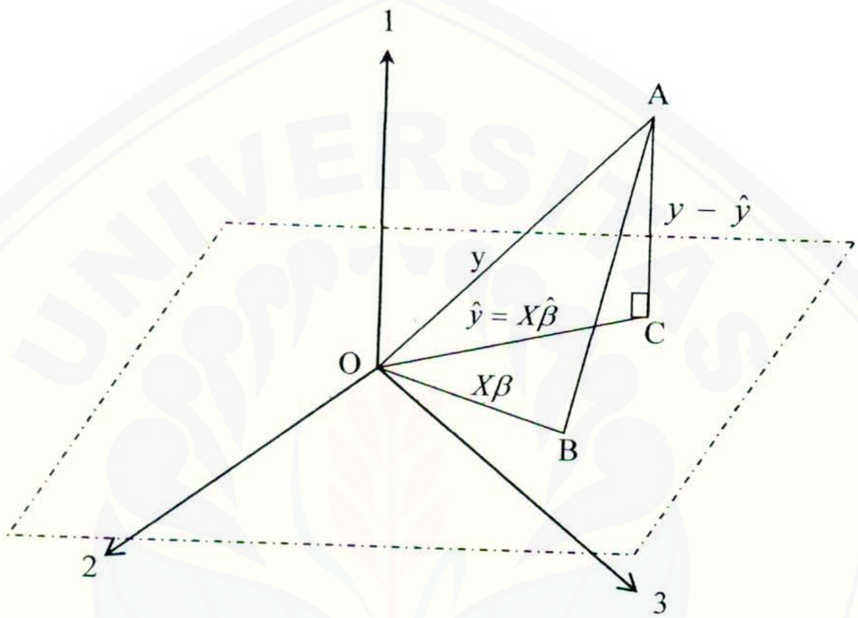
$H_0 : \beta_j = 0, j = 0,\dots,n$

$H_1 : \beta_j \neq 0$

Kesimpulan :

Jika $|t_0| > t_{\alpha/2,n-k-1}$ atau *p-value* $< \alpha$ maka H_0 ditolak, artinya nilai estimasi mempengaruhi model.

Interpretasi *least square* secara geometri dijelaskan dengan gambar 2.1 sebagai berikut :



Gambar 2.1 Interpretasi *Least Square*

Keterangan Gambar :

a. Vektor $\overline{OA} = y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ menyatakan vektor dari pengamatan (percobaan).

Koordinat-koordinat ruang sampel dimensi 3 dibentuk dari y_1, y_2, y_3.

b. X merupakan suatu matriks yang terdiri atas $p=2$ vektor kolom 3×1 yang masing-masing kolom mendefinisikan satu vektor dari pangkal (nol) dalam ruang sampel.

c. p vektor membentuk subruang dimensi p, disebut ruang estimasi.

d. Sembarang titik dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari vektor-vektor *1*, *x1*, *x2*. Jadi sembarang titik dalam ruang estimasi adalah dari bentuk $X\beta$.

f. Vektor $X\beta$ menentukan titik B, sehingga jarak kuadrat B ke A adalah $S(\beta) = (y - X\beta)'(y - X\beta)$

g. Karena $y - \hat{y} = y - x\hat{\beta}$ tegak lurus ruang estimasi, sehingga $X'(y - X\hat{\beta}) = 0$ atau $X'X\hat{\beta} = X'y \Rightarrow \hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$

2.3 Polinomial Ortogonal

Perbandingan perlakuan dengan menggunakan kontras biasanya dilakukan jika kita mengharapkan perbandingan-perbandingan tertentu dari perlakuan. Kontras polinomial digunakan untuk faktor yang bertaraf kuantitatif. Orde pada polinomial tergantung dari banyak taraf faktor yang diteliti (Max2jik dan Sumertajaya : 2006).

Analisa yang digunakan untuk menerangkan fungsi hubungan antara respon dan perlakuan adalah uji trend (metode polinomial ortogonal). Metode ini bertujuan untuk mencari pangkat polinomial terendah yang dapat menerangkan hubungan antara variabel tak bebas *Y* dan variabel bebas *X*. Fungsi paling sederhana dan paling umum yang digunakan adalah fungsi polinomial yang ditulis dalam bentuk :

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \ldots + \beta_n X^n \tag{2.5}$$

dengan :

α = *intercept* (perpotongan fungsi Y dengan sumbu Y);
β_i = koefisien regresi parsial, $i = 1,\ldots,n$

Persamaan polinomial terbaik dalam menerangkan hubungan perlakuan dan respon adalah polinom pangkat tertinggi yang berbeda nyata.

Ada dua kasus pada polinomial ortogonal, yaitu perlakuan yang intervalnya sama dan perlakuan yang intervalnya berbeda. Untuk perlakuan yang intervalnya sama, maka koefisien polinomial sudah baku dan dapat digunakan untuk uji kesesuaian (*goodness of fit*) polinomial berbagai derajat. Sedangkan bila interval perlakuannya tidak sama dan atau rata-rata respon Y berasal dari pengamatan yang tidak sama maka perhitungan koefisien polinomial diperoleh dari rumus rekursi. Polinomial yang berurutan bersifat bebas satu sama lain dan memungkinkan untuk menghitung jumlah kuadrat tambahan yang disumbangkan oleh berbagai pangkat X (Steel dan Torrie, 1995:552).

2.4 *Response Surface Methodology*

2.4.1 Model Permukaan Respon

Suatu hasil percobaan faktorial dengan faktor kuantitas yang bersifat kontinyu dapat dianalisa dengan pendekatan regresi untuk mendapatkan pendugaan respon. Teknik statistika dan matematika yang mempelajari masalah ini adalah *Response Surface Methodology* (RSM). RSM juga terdiri dari rancangan percobaan untuk meminimalkan variansi dan optimasi dengan menggunakan pendugaan respon yang dihasilkan.

Hubungan respon dan variabel bebas pada masalah permukaan respon (*response surface*) tidak diketahui. Oleh sebab itu, langkah pertama dalam RSM adalah mencari penduga fungsi yang cocok untuk menggambarkan respon dan variabel bebas. Ada dua macam hubungan yang mungkin, yaitu model orde satu (*first-order model*) dan model orde dua (*second-order model*). Jika fungsi linier dapat memodelkan respon secara baik maka pendugaan model permukaan respon adalah model orde satu dengan persamaan umum sebagai berikut :

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{ij} + \varepsilon \ , \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{2.6}$$

Tetapi, jika terdapat lengkungan dalam sistem maka polinomial lebih tinggi (model orde dua) harus digunakan. Salah satu bentuk model orde dua, yaitu polinomial kuadratik dengan persamaan :

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^{\,2} + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \tag{2.7}$$

2.4.2 Uji Hipotesis

Analisa ragam digunakan untuk menentukan apakah model yang didapat sesuai dengan data dan dapat ditabelkan sebagai berikut :

Tabel 2.2 Analisa Ragam Untuk 2 Faktor

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F hit
Regresi	$db_R = p$	JK_R	$KT_R = JK_R / db_R$	F_R
Linier	db_L	JK_L	$KT_L = JK_L / db_L$	F_L
Kuadratik	db_K	JK_K	$KT_K = JK_K / db_K$	F_K
Interaksi	$db_I = n_c - 1$	JK_I	$KT_I = JK_I / db_I$	F_I
Sisaan	$db_{RES} = n-p-1$	JK_{RES}	$KT_{RES} = JK_{RES} / db_{RES}$	
Lack-of-fit	$db_{LOF} = n-m$	JK_{LOF}	$KT_{LOF} = JK_{LOF} / db_{LOF}$	
Galat murni	db_E	JK_E	$KT_E = JK_E / db_E$	
Total	$db_T = n-1$	JK_T		

Ada dua uji yang dilakukan berdasarkan analisa ragam di atas, yaitu :

1. Pengujian Regresi (model)

Pengujian parameter model berguna untuk mengetahui ketepatan model yang dihasilkan. Untuk itu, harus didapatkan jumlah kuadrat dan kuadrat tengah regresi dengan menggunakan rumus :

$$JK_R = \beta' X' y - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n} \qquad (2.8)$$

$$KT_R = JK_R / db_R$$

$$F_{hitung} = \frac{KT_R}{KT_{RES}}$$

Perhitungan ini digunakan untuk menguji parameter secara simultan, dengan uji hipotesis adalah sebagai berikut :

$H_0 : \beta_j = 0, j = 0, \ldots, n$

H_1 : sedikitnya terdapat satu buah $\beta_j \neq 0$

Daerah penolakan :

Menolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{\alpha(p,(n-p-1))}$ atau *p-value* < ∝.

Pada percobaan dua faktor, ada 3 kemungkinan model hubungan respon dan variabel yaitu :

a. Linier

Uji signifikansi ini berfungsi untuk menentukan apakah ada hubungan linier antara variabel respon *y* dan sebarang variabel bebas *x1, x2, ..., x_k*. Perhitungan yang dapat dilakukan adalah :

$$JK_R = JK_L + JK_K + JK_I \Longrightarrow JK_L = JK_R - (JK_K + JK_I) \tag{2.9}$$

b. Kuadratik

$$JK_K = SS_{Pure\ quadratic} = \frac{n_f n_c(\bar{y}_f - \bar{y}_c)^2}{n_f + n_c}$$

$$KT_K = \frac{JK_K}{db_K} \tag{2.10}$$

$$F_{hitung} = \frac{KT_K}{KT_{RES}}$$

dengan :

$\bar{y}_c$ adalah rata-rata respon di titik pusat;

$\bar{y}_f$ adalah rata-rata respon di titik-titik percobaan faktorial;

n_f adalah jumlah titik percobaan faktorial; dan

n_c adalah jumlah ulangan pada titik pusat.

Uji hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} = 0$$

$$H_1 : \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} \neq 0$$

Kesimpulan :

Jika $F_{hitung} > F_{\alpha(n_c-1,(n-p-1))}$ atau jika *p-value* $< \alpha$, maka H_0 ditolak.

Apabila H_0 diterima dapat juga disimpulkan bahwa permukaan respon menerima model orde dua.

c. Interaksi

Dengan menggunakan kode variabel (ξ_i), maka perhitungannya menjadi:

$$JK_I = SS_{interaksi} = \frac{\left(\sum_{i=1} \xi_i y_i\right)^2}{db_I}$$

$$KT_I = \frac{JK_I}{db_I} \tag{2.11}$$

$$F = \frac{SS_{intearksi}}{KT_{RES}}$$

dengan $\xi_i = \dfrac{x_i - \bar{x}}{d}$; dan d = jarak/selisih level faktor.

Pada pengujian regresi (model) juga ditampilkan perhitungan lain untuk mengetahui keterandalan model. Hal ini dilakukan dengan menghitung koefisien deterministik dengan rumus :

$$R^2 = \frac{JK_R}{JK_T} = 1 - \frac{JK_E}{JK_T} \tag{2.12}$$

Semakin tinggi nilai R^2 dapat disimpulkan bahwa model semakin mampu menerangkan perilaku variabel respon *Y*. Berhubung R^2 meningkat sesuaia dengan penambahan nilai ke model, maka digunakan *adjusted* R^2 *statistic* yang dapat dicari dengan rumus :

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{JK_E/(n-p)}{JK_T/(n-1)} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-p}\right)(1 - R^2) \tag{2.13}$$

Apabila nilai R^2 sangat berbeda dengan R^2_{adj}, maka ada nilai tidak signifikan telah terdapat di dalam model.

2. Pengujian *Lack Of Fit*

Pengujian ini digunakan untuk mengetahui apakah model yang diterima sudah layak untuk menggambarkan respon percobaan. Perhitungan secara manual, dihitung menggunakan rumus berikut :

$$JK_{RES} = SS_{residual} = SS_T - SS_R = y'y - \beta'X'y \tag{2.14}$$

dengan :

$$SS_T = y'y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}{n} \tag{2.15}$$

Residual (sisaan) dibagi menjadi dua komponen, yaitu :

a. Galat murni

$$JK_E = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$
$$KT_E = \frac{JK_E}{db_E} \tag{2.16}$$

b. *Lack Of Fit*

$$JK_{LOF} = \sum_{i=1}^{m} n_i(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$
$$KT_{LOF} = \frac{JK_{LOF}}{db_{LOF}} \tag{2.17}$$
$$F_{hitung} = \frac{KT_{LOF}}{KT_E}$$

Hipotesis yang digunakan :

H_0 : tidak terdapat *lack of fit*

H_1 : terdapat *lack of fit*

Kesimpulan :

Jika $F_{hitung} > F_{\alpha(m-p,(n-m))}$ atau jika *p-value* < α, maka H_0 ditolak. Dengan kata lain, ada ketidaklayakan model dengan respon yang ada.

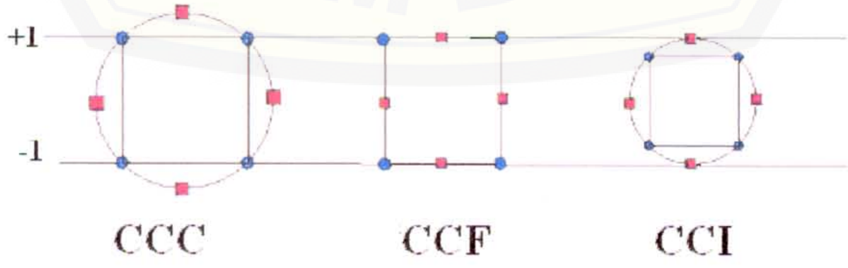
Pemecahan pada analisa ragam ini bisa berubah-ubah, sesuai dengan kebutuhan penelitian. Tetapi, inti dari pemecahan ini adalah memperkecil sisaan (residual) dari sebuah regresi. Sehingga diharapkan penduga y hanya dipengaruhi oleh x.

2.4.3 *Center Point* dan *Central Composite Design*

Umumnya percobaan dua faktor akan menerima model orde satu. Hal ini disebabkan derajat bebas pada percobaan dua faktor adalah 1. Tetapi kita harus mengantisipasi diterimanya *second-order model* (model orde dua) dalam percobaan tersebut. Satu metode yang bisa dilakukan adalah penambahan pengamatan pada titik pusat percobaan dengan n_c ulangan. Hal ini dilakukan karena titik pusat tidak mempengaruhi pendugaan desain di 2^k (Montgomery, 2001:272).

Desain yang paling terkenal untuk mencocokkan model orde dua yaitu dengan *Central Composite Design* (CCD). Secara umum, CCD terdiri dari 2^k titik faktor, $2k$ sumbu dan n_c pengulangan titik pusat, $n_c > 1$. Ada dua parameter yang harus dirinci pada CCD, yaitu jarak *star point* yang dinotasikan dengan α dan pengulangan di titik pusat.

Berdasarkan jarak *star (axial) point*nya, ada tiga macam CCD, yaitu CCC (*Circumscribed*), CCI (*inscribed*) dan CCF (*Face-Center*). Gambar 2.2 menggambarkan ketiganya. Pada CCF, *star point* berada di tengah dari masing-masing sisi pada selang level faktor atau dengan kata lain, nilai $\delta = \pm 1$. Biasanya, ulangan pada titik pusat adalah 3 sampai 5 kali (www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/sex1ion3/pri3361.htm).



Gambar 2.2 Jenis CCD

2.4.4 Optimalisasi

Misal dicari titik level $x1$, $x2$, ..., x_k yang menyebabkan respon optimal. Hal ini dapat diselesaikan dengan mencari titik stasioner dari persamaan permukaan respon yang didapat. Berhubung variabel bebas lebih dari satu, maka titik stasioner dicari dengan menggunakan turunan parsial dari persamaan permukaan yang didapatkan dan menyamadengankan nol yang ditulis dalam bentuk :

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{\partial y}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial y}{\partial x_k} = 0 \qquad (2.18)$$

Titik ini akan menghasilkan tiga macam kemungkinan titik, yaitu titik maksimum, titik minimum atau titik pelana (*saddle point*).

Aunudin (2005:216) menyatakan permukaan respon yang terbentuk dicirikan dengan nilai akar dari matrik B (yang dilambangkan dengan λ). Apabila semua nilai akar cirinya positif, maka permukaan respon memiliki nilai minimum dan sebaliknya. Tetapi, jika sebagian bernilai positif dan lainnya negatif maka titik stasioner berbentuk pelana.

Untuk mempermudah perhitungan, bentuk persamaan model orde dua dibuat dalam bentuk matriks menjadi :

$$\hat{y} = \beta_0 + x'b + x'Bx \qquad (2.19)$$

dengan : $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_k \end{bmatrix}$; $b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ . \\ . \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \frac{\hat{\beta}_{12}}{2} & . & . & \frac{\hat{\beta}_{1k}}{2} \\ & \hat{\beta}_{22} & . & . & . \\ & & . & & \\ & & & . & \\ sym. & & & & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$

Turunan $\hat{y}$ terhadap x dengan menyamadengankan nol adalah :

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x} = b + 2Bx = 0 \qquad (2.20)$$

Sehingga titik stasioner adalah solusi persamaan (2.19), yaitu :

$$X_s = -\tfrac{1}{2} B^{-1} b \tag{2.21}$$

Jika X_s disubstitusikan ke penduga persamaan permukaan respon (2.19) maka diperoleh respon optimumnya, yaitu :

$$\hat{y}_s = \hat{\beta}_0 + \tfrac{1}{2} X_s{}' b \tag{2.22}$$

BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Data Penelitian

Data yang akan dianalisa dalam penelitian ini adalah data percobaan faktorial tentang pengaruh memasak menggunakan *microwave* terhadap konsentrasi ATP (*Adenosin Tri Phospat*) daging. Pada penelitian ini, data percobaan faktorial yang akan dianalisis mempunyai dua variabel, yaitu variabel bebas dan variabel terikat (respon). Variabel bebas mempunyai dua faktor, yaitu *cooktime* (x_1) dan *thawtime* (x_2). *Cooktime* (x_1) mempunyai tiga level faktor, yaitu 0, 1, dan 2; *thawtime* juga mempunyai tiga level faktor, yaitu 0, 30, 60; dan dilakukan empat kali ulangan. Sedangkan variabel terikat (respon) yaitu ATP daging. Faktor pada data penelitian tersebut adalah faktor yang bersifat kualitatif dan kontinyu. Sehingga data bisa dianalisa menggunakan analisa polinomial maupun *Response Surface Methodology* (RSM). Data tersebut telah dianalisa menggunakan polinomial ortogonal dan sudah dijelaskan secara lengkap di www.wam.umd.edu/~bmomen/BIOM602/Lab/LabManuals/04%20Fax1orial%20SO6.pdf.

3.2 Identifikasi Variabel

Dalam penelitian ini, variabel untuk membangun permukaan respon adalah :

a. Variabel respon (y), yaitu ATP daging;
b. Variabel bebas (x) merupakan faktor-faktor pada percobaan faktorial, yaitu :
   1. x_1 = lama waktu memasak, satuan waktu;
   2. x_2 = lama waktu untuk melembutkan daging setelah dibekukan, satuan waktu.

3.3 Metode Analisa dan Pengolahan Data

Pengolahan data untuk menghasilkan permukaan respon ada dua metode, yaitu :

a. Polinomial Ortogonal

Pengolahan data dengan analisa polinomial telah dilakukan oleh Douglass dengan menggunakan program SAS dengan prosedur MIXED. Adapun langkah-langkah penyelesaiannya, yaitu :

1. mengidentifikasi model yang digunakan pada subbarisan analisa regresi;
2. menentukan model polinomial yang mungkin terpenuhi;
3. membuat plot interaksi;
4. mengestimasi parameter;
5. mendapatkan persamaan regresi.

b. *Response Surface Methodology* (RSM)

Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan program Minitab. Untuk analisa RSM digunakan toolbox DOE. Langkah-langkah untuk analisa RSM adalah :

1. membuat desain (rancangan) percobaan;
2. membuat model regresi dari data yang ada;
3. mengestimasi parameter menggunakan metode *least square*;
4. menguji hipotesis;
5. menginterpretasi hasil model;
6. memprediksi respon optimum berdasarkan permukaan respon dan contour yang didapat dari persamaan respon;
7. mencari level yang menyebabkan respon optimum.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan penelitian, diperoleh kesimpulan :

a. Persamaan permukaan respon dapat diperoleh menggunakan analisa polinomial ortogonal maupun *Response Surface Methodology* (RSM). Salah satu kelebihan analisa polinomial ortogonal adalah langsung dipisahnya atau dikeluarkannya faktor yang tidak mempengaruhi model, sehingga model yang dihasilkan akan tepat menggambarkan respon data. Apabila menggunakan analisa RSM maka jumlah percobaan yang dilakukan jauh lebih sedikit daripada menggunakan polinomial ortogonal. Tetapi, analisa RSM ini sangat bergantung pada desain percobaan yang diambil. Kekurangtepatan pemilihan CCD juga akan menyebabkan perbedaan kesimpulan yang akan diambil. Dari data yang dianalisa, didapat persamaan regresi yang sesuai untuk respon percobaan tersebut yaitu :

$$y = 2,15746 + 0,413596\,x_1 - 0,0273246x_2 - 0,302632x_1^2 + 0,000219298\,x_2^2 + 0,00583333\,x_1\,x_2$$

b. Level faktor yang menyebabkan respon percobaan optimal bisa dilakukan setelah diperoleh persamaan regresinya dengan cara menurunkan secara parsial terhadap faktor yang diteliti. Kelebihan RSM bisa memperkirakan letak level yang menyebabkan respon optimal dengan cara melihat kontur yang dihasilkan. Untuk mendapatkan level tersebut, bisa dilakukan secara manual menggunakan toolbox *Calc* pada Minitab13 atau membuat program menggunakan Maple8. Berdasarkan model pada point (a) diperoleh level yang menyebabkan respon optimal terjadi pada saat $x_1 = 1,1379$ dan $x_2 = 47,1663$

c. Pada penelitian ini, tidak terdapat respon optimal, tetapi dapat dihitung nilai respon di titik stasioner dengan memasukkan nilai x_1 dan x_2 pada point b ke persamaan regresi dan didapat respon (ATP) sebesar 1,75.

5.2 Saran

a. Penelitian ini masih sangat mungkin dilanjutkan oleh peneliti lain, terutama yang tertarik pada desain percobaan model orde dua RSM dengan syarat faktor-faktor pada penelitiannya signifikan berdasarkan penelitian sebelumnya atau literatur yang ada.

b. Permasalahan yang dapat diselesaikan oleh analisa RSM sangat kompleks. Masih ada beberapa hal yang belum diangkat dalam skripsi ini.

DAFTAR PUSTAKA

Amago, T. *Response Surface Methodology and Its Application to Automotive Suspension Designs*. [seial on line]. www.personal.engin.umich.edu/~kikuchi/ research/rsm_amago.pdf. [15 Oktober 2006].

Aunuddin. 2005. *Statistika : Rancangan dan Analisa Data*. Bogor : IPBPress.

Douglass, L. Tanpa tahun. BIOM602. [serial on line]. www.wam.umd.edu/~bmomen/ BIOM602/Lab/LabManuals/04%20Fax*1*orial%20SO6.pdf. [20 Oktober 2006].

Mattjik, A.A. dan Sumertajaya, I.M. 2006. *Perancangan Percobaan Dengan Aplikasi SAS dan Minitab*. Bogor : IPBPress.

Montgomery, Douglas C. 2001. *Design and Analisis of Experiments* 5th Edition. New York : John Wiley & Sons, Inc.

Todoroki, A. Tanpa tahun. *Teach Yourself Response Surface Methodology*. [serial on line]. www.Florida.mes.titech.ac.id.jp/English/Yourself.pdf. [12 Oktober 2006].

Steel, R.G.D dan Torrie, J.H. 1995. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik*. Sutrisno, B. (Penerjemah). Jakarta : P.T. Gramedia Pustaka Utama.

Wahjudi, D. 1999. *Optimasi Parameter Operasi Mesin Air Forming untuk Meminimalkan Cacat Produk*. [serial on line]. hx2p://puslit.petra.ac.id/journals/ mechanical/. [14 Mei 2007].

LAMPIRAN A

Data Asli untuk Analisa Polinomial Ortogonal

Effect of microwave cooking on the ATP conc of meat (y)
COOKTIME (x_1) and THAWTIME (x_2)

OBS	x_1	x_2	REP	y
1	0	0	1	2.1
2	0	0	2	1.9
3	0	0	3	1.8
4	0	0	4	2.2
5	0	30	1	1.5
6	0	30	2	1.5
7	0	30	3	1.9
8	0	30	4	1.4
9	0	60	1	1.2
10	0	60	2	1.4
11	0	60	3	0.9
12	0	60	4	1.1
13	1	0	1	2.3
14	1	0	2	2.3
15	1	0	3	2.1
16	1	0	4	2.2
17	1	30	1	1.8
18	1	30	2	1.3
19	1	30	3	1.9
20	1	30	4	1.8
21	1	60	1	1.5
22	1	60	2	1.7
23	1	60	3	1.6
24	1	60	4	1.7
25	2	0	1	1.7
26	2	0	2	1.8
27	2	0	3	1.9
28	2	0	4	1.8
29	2	30	1	1.6
30	2	30	2	1.8
31	2	30	3	1.6
32	2	30	4	1.5
33	2	60	1	1.6
34	2	60	2	1.7
35	2	60	3	1.4
36	2	60	4	1.4

Cuplikan Hasil Analisa Polinomial Orthogonal

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
x1	2	27	8.31	0.0015
x2	2	27	35.06	<.0001
x1*x2	4	27	3.51	0.0196

Contrasts

Label	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
x1 linear	1	27	1.16	0.2916
x1 quadratic	1	27	15.47	0.0005
x2 linear	1	27	68.01	<.0001
x2 quadratic	1	27	2.10	0.1588
x1 lin *x2 lin	1	27	11.34	0.0023
x1 lin *x2 quad	1	27	0.06	0.8018
x1 quad*x2 lin	1	27	0.06	0.8018
x1 quad*x2 quad	1	27	2.59	0.1190

Dari analisa tersebut, didapat bahwa *x2* kuadratik tidak mempengaruhi model. Sehingga, dilanjutnya dengan langkah selanjutnya dan diperoleh estimasi sebagai berikut :

Solution for Fixed Effects

Effect	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|
Intercept	2.0063	0.07492	31	26.78	<.0001
x2	-0.01438	0.001862	31	-7.72	<.0001
x1	0.3688	0.1345	31	2.74	0.0101
x1*x1	-0.2375	0.06118	31	-3.88	0.0005
x2*x1	0.004792	0.001442	31	3.32	0.0023

Type 3 Tests of Fixed Effects

Effect	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
x2	1	31	59.63	<.0001
x1	1	31	7.52	0.0101
x1*x1	1	31	15.07	0.0005
x2*x1	1	31	11.04	0.0023

(Douglass, tanpa tahun).

LAMPIRAN B

Data dan Analisa RSM

1. Data dan Analisa untuk Model Orde Satu :

x1	x2	y
0	0	2.2
0	60	1.4
1	30	1.8
1	30	1.9
1	30	1.8
2	0	1.7
2	60	1.6

Response Surface Regression: *y* versus *x1*, *x2*

The analysis was done using coded units.

Estimated Regression Coefficients for *y*

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1.7714	0.07302	24.260	0.000
x1	-0.0750	0.09659	-0.776	0.481
x2	-0.2250	0.09659	-2.329	0.080

S = 0.1932 R-Sq = 60.1% R-Sq(adj) = 40.2%

Analysis of Variance for *y*

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	2	0.225000	0.225000	0.112500	3.01	0.159
Linear	2	0.225000	0.225000	0.112500	3.01	0.159
Residual Error	4	0.149286	0.149286	0.037321		
Lack-of-Fit	2	0.142619	0.142619	0.071310	21.39	0.045
Pure Error	2	0.006667	0.006667	0.003333		
Total	6	0.374286				

Estimated Regression Coefficients for *y* using data in uncoded units

Term	Coef
Constant	2.07143
x1	-0.0750000
x2	-0.00750000

2. Data dan analisa untuk model orde dua RSM :

x1	x2	y
0	0	2.2
0	30	1.4
0	60	1.4
1	0	2.3
1	30	1.8
1	30	1.9
1	30	1.8
1	60	1.7
2	0	1.7
2	30	1.6
2	60	1.6

Response Surface Regression: y versus x1; x2

The analysis was done using coded units.

Estimated Regression Coefficients for y

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1,8211	0,05484	33,204	0,000
x1	-0,0167	0,04365	-0,382	0,718
x2	-0,2500	0,04365	-5,728	0,002
x1*x1	-0,3026	0,06717	-4,505	0,006
x2*x2	0,1974	0,06717	2,938	0,032
x1*x2	0,1750	0,05346	3,274	0,022

S = 0,1069   R-Sq = 93,1%   R-Sq(adj) = 86,2%

Analysis of Variance for y

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	5	0,768305	0,768305	0,153661	13,44	0,006
Linear	2	0,376667	0,376667	0,188333	16,48	0,006
Square	2	0,269139	0,269139	0,134569	11,77	0,013
Interaction	1	0,122500	0,122500	0,122500	10,72	0,022
Residual Error	5	0,057149	0,057149	0,011430		
Lack-of-Fit	3	0,050482	0,050482	0,016827	5,05	0,170
Pure Error	2	0,006667	0,006667	0,003333		
Total	10	0,825455				

Observation	y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
1	2,200	2,157	0,095	0,043	0,88
2	1,400	1,535	0,076	-0,135	-1,80
3	1,400	1,307	0,095	0,093	1,91
4	2,300	2,268	0,076	0,032	0,42
5	1,800	1,821	0,055	-0,021	-0,23
6	1,900	1,821	0,055	0,079	0,86
7	1,800	1,821	0,055	-0,021	-0,23
8	1,700	1,768	0,076	-0,068	-0,91
9	1,700	1,774	0,095	-0,074	-1,53
10	1,600	1,502	0,076	0,098	1,31
11	1,600	1,624	0,095	-0,024	-0,50

```
Estimated Regression Coefficients for y using data in uncoded units

Term            Coef
Constant        2,15746
x1              0,413596
x2             -0,0273246
x1*x1          -0,302632
x2*x2           0,000219298
x1*x2           0,00583333
```

Program menentukan titik stasioner dan plot 3D menggunakan Maple8, yaitu :

```
> restart;
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
> y:=2.15746+0.413596*x1 -0.0273246*x2-0.302632*x1^2
+0.000219298*x2^2+0.0058333*x1*x2;
```

$$y := 2.15746 + 0.413596\, x1 - 0.0273246\, x2 - 0.302632\, x1^2 + 0.000219298\, x2^2 + 0.0058333\, x1\, x2$$

```
> w:=diff(y,x1);
```

$$w := 0.413596 - 0.605264\, x1 + 0.0058333\, x2$$

```
> d:=solve(w);
```

$$d := \{x2 = -70.90257659 + 103.7601358\, x1, x1 = x1\}$$

```
> v:=diff(y,x2);
```

$$v := -0.0273246 + 0.000438596\, x2 + 0.0058333\, x1$$

```
> subs(d,v);
```

$$-0.05842218648 + 0.05134208052\, x1$$

```
> ct:=solve(%);
```

$$ct := 1.137900644$$

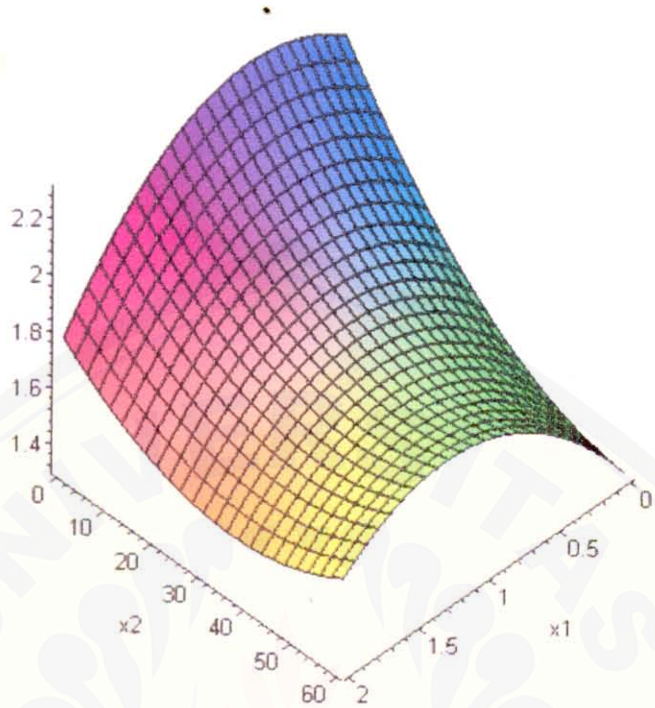
```
> tt:=-70.90257659+103.7601358*ct ;
```

$$tt := 47.16614871$$

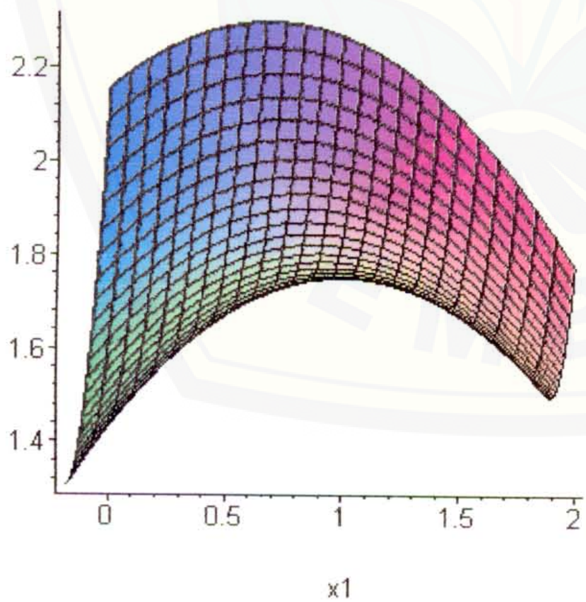
```
> subs(x1=1.137900644,x2=47.16614871,y);
```

$$1.748377504$$

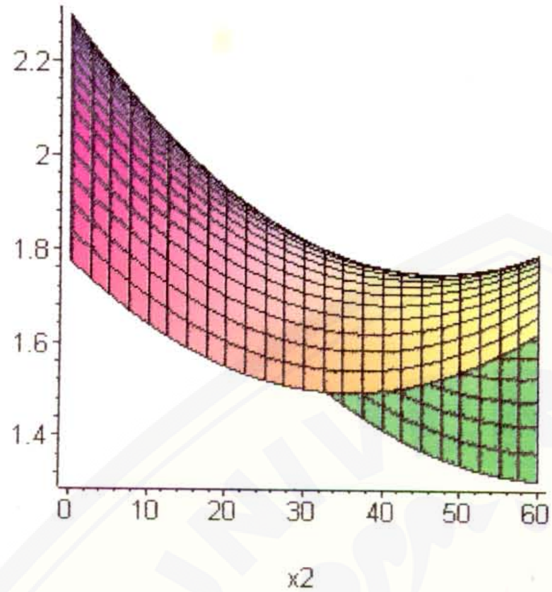
```
> plot3d(y,x1=0..2,x2=0..60);
```



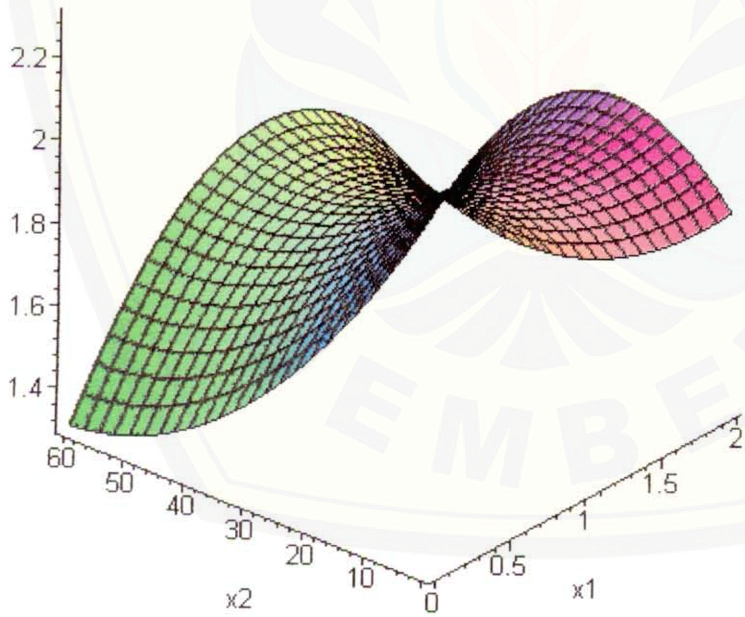
Berikut contoh plot 3D dilihat dari berbagai sudut pandang :



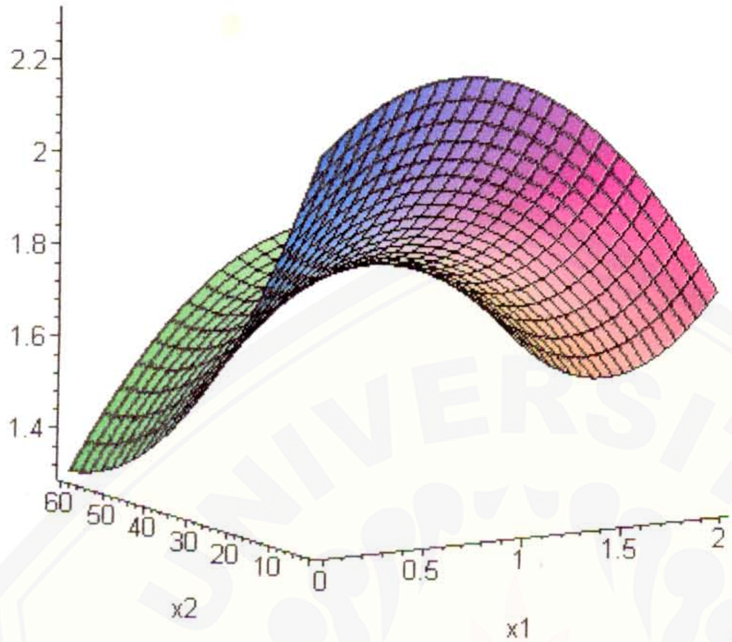
tampak depan (sisi x1)



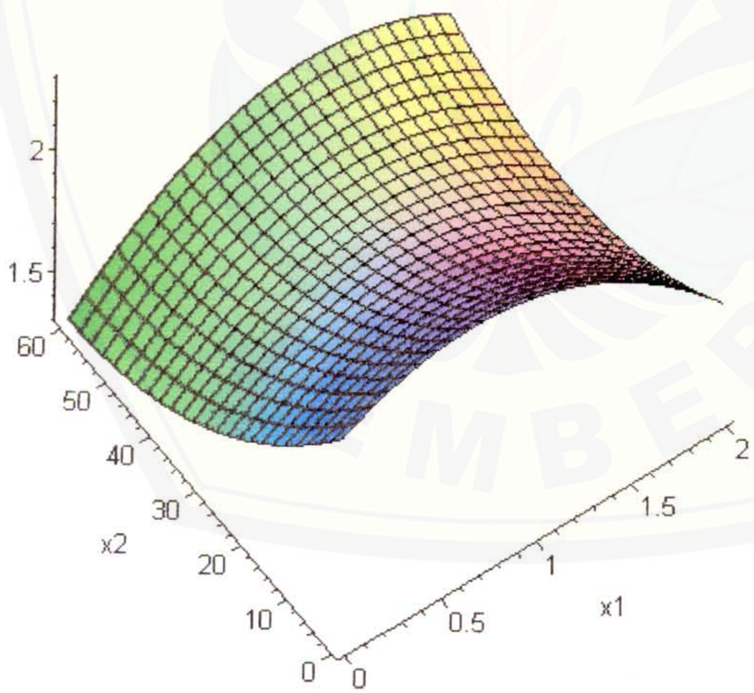
tampak depan (sisi x2)



tampak sudut 45^0



tampak serong bawah



tampak atas (serong)

LAMPIRAN C

Perhitungan Nilai b dan B Secara Manual

Dari estimasi diperoleh, persamaan regresi respon adalah sebagai berikut :

$y = 2,15746 + 0,413596\ x_1 - 0,0273246\ x_2 - 0,302632\ x_1^2 + 0,000219298\ x_2^2$
$+ 0,00583333\ x_1\ x2$

Sehingga dapat ditentukan nilai estimasi sebagai berikut:

$\hat{\beta}_1 = 0,413596;$

$\hat{\beta}_2 = -0,0273246;$

$\hat{\beta}_{11} = -0,302632;$

$\hat{\beta}_{22} = 0,000219298;$

$\hat{\beta}_{12} = 0,0058333.$

Berdasarkan persamaan 2.19 diperoleh :

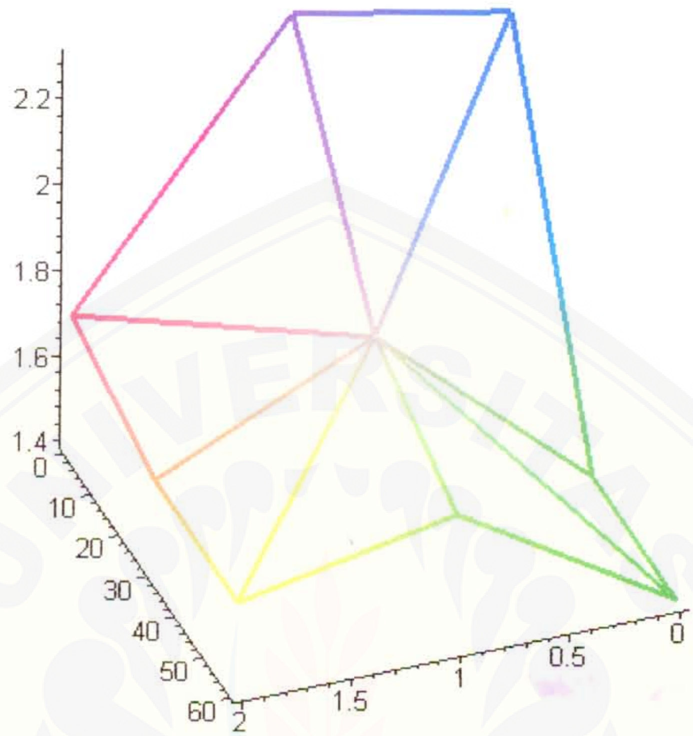
$$b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,413596 \\ -0,0273246 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \frac{\hat{\beta}_{12}}{2} \\ \frac{\hat{\beta}_{12}}{2} & \hat{\beta}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,302632 & 0,00291665 \\ 0,00291665 & 0,000219298 \end{bmatrix}$$

LAMPIRAN D

Penggambaran Menggunakan Titik Data

```
> restart;
> with(plots):
  Warning, the name changecoords has been redefined
> a:=spacecurve([(1-u)*0+u*1,(1-u)*0+u*0,(1-u)*2.2+u*2.3],
  u=0..1,thickness=3):
  b:=spacecurve([(1-u)*1+u*2,(1-u)*0+u*0,(1-u)*2.3+u*1.7],
  u=0..1,thickness=3):
  c:=spacecurve([(1-u)*2+u*2,(1-u)*0+u*30,(1-u)*1.7+u*1.6]
  ,u=0..1,thickness=3):
  d:=spacecurve([(1-u)*2+u*2,(1-u)*30+u*60,(1-u)*1.6+
  u*1.6],u=0..1,thickness=3):
  e:=spacecurve([(1-u)*2+u*1,(1-u)*60+u*60,(1-u)*1.6+
  u*1.7],u=0..1,thickness=3):
  f:=spacecurve([(1-u)*1+u*0,(1-u)*60+u*60,(1-u)*1.7+
  u*1.4],u=0..1,thickness=3):
  g:=spacecurve([(1-u)*0+u*0,(1-u)*60+u*30,(1-u)*1.4+
  u*1.4],u=0..1,thickness=3):
  h:=spacecurve([(1-u)*0+u*0,(1-u)*30+u*0,(1-u)*1.4+
  u*2.2],u=0..1,thickness=3):
  ar:=spacecurve([(1-u)*0+u*1,(1-u)*0+u*30,(1-u)*2.2+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  br:=spacecurve([(1-u)*1+u*1,(1-u)*0+u*30,(1-u)*2.3+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  cr:=spacecurve([(1-u)*2+u*1,(1-u)*0+u*30,(1-u)*1.7+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  dr:=spacecurve([(1-u)*2+u*1,(1-u)*30+u*30,(1-u)*1.6+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  er:=spacecurve([(1-u)*2+u*1,(1-u)*60+u*30,(1-u)*1.6+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  fr:=spacecurve([(1-u)*1+u*1,(1-u)*60+u*30,(1-u)*1.7+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  gr:=spacecurve([(1-u)*0+u*1,(1-u)*60+u*30,(1-u)*1.4+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
  hr:=spacecurve([(1-u)*0+u*1,(1-u)*30+u*30,(1-u)*1.4+
  u*1.83],u=0..1,thickness=3):
```

```
> display(a,b,c,d,e,f,g,h,ar,br,cr,dr,er,fr,gr,hr);
```




```
> art:= plot3d([(v*0+(1-v)*1)*u+ 1*(1-u),
              (v*0+(1-v)*0)*u+ 30*(1-u),
              (v*2.2+(1-v)*2.3)*u+1.83*(1-u)]
               ,u=0..1,v=0..1):
  brt:= plot3d([(v*1+(1-v)*2)*u+ 1*(1-u),
                (v*0+(1-v)*0)*u+ 30*(1-u),
                (v*2.3+(1-v)*1.7)*u+1.83*(1-u)]
                 ,u=0..1,v=0..1):
  crt:= plot3d([(v*2+(1-v)*2)*u+ 1*(1-u),
                (v*0+(1-v)*30)*u+ 30*(1-u),
                (v*1.7+(1-v)*1.6)*u+1.83*(1-u)]
                 ,u=0..1,v=0..1):
  drt:= plot3d([(v*2+(1-v)*2)*u+ 1*(1-u),
                (v*30+(1-v)*60)*u+ 30*(1-u),
                (v*1.6+(1-v)*1.6)*u+1.83*(1-u)]
                 ,u=0..1,v=0..1):
  ert:= plot3d([(v*2+(1-v)*1)*u+ 1*(1-u),
                (v*60+(1-v)*60)*u+ 30*(1-u),
                (v*1.6+(1-v)*1.7)*u+1.83*(1-u)]
                ,u=0..1,v=0..1):
```

```
frt:= plot3d([(v*1+(1-v)*0)*u+ 1*(1-u),
              (v*60+(1-v)*60)*u+ 30*(1-u),
              (v*1.7+(1-v)*1.4)*u+1.83*(1-u)]
              ,u=0..1,v=0..1):
grt:= plot3d([(v*0+(1-v)*0)*u+ 1*(1-u),
              (v*60+(1-v)*30)*u+ 30*(1-u),
              (v*1.4+(1-v)*1.4)*u+1.83*(1-u)]
              ,u=0..1,v=0..1):
hrt:= plot3d([(v*0+(1-v)*0)*u+ 1*(1-u),
              (v*30+(1-v)*0)*u+ 30*(1-u),
              (v*1.4+(1-v)*2.2)*u+1.83*(1-u)]
              ,u=0..1,v=0..1):
> display(art,brt,crt,drt,ert,frt,grt,hrt);
```