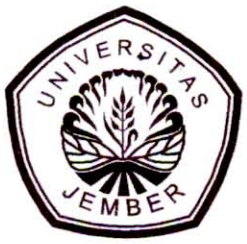


KOMPUTASI FUNGSI NILAI DISTORSI DENGAN PEMROGRAMAN GEOMETRIK

SKRIPSI

Oleh

Muhammad Safak
031810101078

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2007

KOMPUTASI FUNGSI NILAI DISTORSI DENGAN PEMROGRAMAN GEOMETRIK

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar sarjana Sains

Oleh

Muhammad Safak

031810101078

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2007

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Bapak Supardi dan Ibu Suparmi terhormat, tersayang dan tercinta, yang telah mendoakan dan memberi segala kasih sayang serta pengorbanan selama ini;
2. guru-guruku sejak Taman Kanak-kanak sampai Perguruan Tinggi terhormat, yang telah memberi ilmu, mendidik dan membimbing dengan penuh kesabaran;
3. almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat.

(*Terjemahan Surat Al-Mujadalah Ayat 11*)

Memang penting untuk menjadi orang penting
tapi lebih baik menjadi orang baik.

(*Ebet Kadarusman*)

Selalu berusaha menjadi nomor 1
meski nomor 1 tidak pernah datang padaku

(*Muhammad Safak*)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Muhammad Safak

NIM : 031810101078

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: *Komputasi Fungsi Nilai Distorsi Dengan Pemrograman Geometrik* adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum pernah diajukan pada institusi mana pun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juni 2007

Yang menyatakan,

Muhammad Safak

NIM 031810101078

SKRIPSI

KOMPUTASI FUNGSI NILAI DISTORSI DENGAN PEMROGRAMAN GEOMETRIK

Oleh

Muhammad Safak

NIM 031810101078

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Ahmad Kamsyakawuni, S.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Komputasi Fungsi Nilai Distorsi Dengan Pemrograman Geometrik* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember pada:

Hari : SENIN

Tanggal : 09 JUL 2007

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si.

NIP. 132 257 933

Sekretaris,

Ahmad Kamsyakawuni, S.Si.

NIP. 132 206 038

Anggota Tim Penguji

Penguji I,

Drs. Budi Lestari, PGD.Sc., M.Si.

NIP. 131 945 800

Penguji II,

Bagus Juliyanto, S.Si.

NIP. 132 304 782

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Ir. Sumadi, MS.

NIP. 130 368 784

RINGKASAN

Komputasi Fungsi Nilai Distorsi Dengan Pemrograman Geomerik; Muhammad Safak, 031810101078; 2007; 26 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Fungsi nilai distorsi merupakan salah satu dari konsep dasar teori informasi. Dalam mencari nilai optimasi dari fungsi nilai distorsi secara analitik dibutuhkan perhitungan yang rumit dan kompleks. Sehingga tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan nilai optimum dari fungsi nilai distorsi secara komputasi dengan mengubah fungsi nilai distorsi ke dalam bentuk konveks pemrograman geometrik terlebih dahulu, dengan menggunakan bantuan program komputer.

Penelitian diawali dengan proses instalasi jalur ggplab ke dalam MATLAB. Selanjutnya adalah membangun fungsi objektif dan fungsi kendala fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar dengan input peluang kemunculan setiap huruf-huruf, simbol-simbol dan spasi (p), kendala distorsi yang disebabkan adanya gangguan di dalam pengiriman (D) dan distorsi dari kemunculan setiap huruf-huruf, simbol-simbol dan spasi (d). Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai optimum fungsi nilai distorsi dengan mencari nilai variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk konveks terlebih dahulu. Hasil dari nilai variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk konveks ditransformasi menjadi variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar, sehingga nilai optimum fungsi nilai distorsi dapat ditentukan dengan memasukkan variabel optimum pemrograman geometrik bentuk standar ke dalam fungsi objektif fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar. Untuk mengetahui nilai optimum fungsi nilai distorsi yang didapat adalah benar, yang harus dilakukan adalah mengetahui hasil pengiterasian dari nilai *duality gap*.

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini bahwa yang mempunyai pengaruh terbesar terhadap perubahan nilai optimum fungsi nilai distorsi adalah input D, dengan $0 \leq D \leq 1{,}9805$ memberikan nilai optimum fungsi nilai distorsi yang berbeda-beda dan mendekati 0 seiring dengan naiknya nilai D, sedang $D > 1{,}9805$ memberikan nilai distorsi sebesar 0.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *Komputasi Fungsi Nilai Distorsi Dengan Pemrograman Geometrik*. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Ibu Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si., dan Bapak Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Bapak Drs. Budi Lestari, PGD.Sc., M.Si., dan Bapak Bagus Juliyanto, S.Si, selaku dosen penguji yang telah memberikan segala masukan buat terselesainya skripsi ini;
3. Bapak Mohammad Fatekurohman, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama menjadi mahasiswa;
4. Bapak, Ibuku, serta Kakak-kakakku sekeluarga yang telah memberikan dorongan dan doanya demi terselesaikannya skripsi ini;
5. Lia, Nyas, Titin, Azwar, Edy, Siro, Eni, Nora, Nyam, Dewi, semua rekan seangkatan, kakak dan adik angkatan yang telah memberi dorongan semangat;
6. Insan, Jumadi, Ricky, Masrur, Pak Topan sekeluarga, Zainul, Joko, Didin serta semua penghuni BT Club yang telah memberi warna dalam hidupku;
7. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga telah menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juni 2007

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL i

HALAMAN PERSEMBAHAN ii

HALAMAN MOTTO iii

HALAMAN PERNYATAAN iv

HALAMAN PEMBIMBINGAN v

HALAMAN PENGESAHAN vi

RINGKASAN vii

PRAKATA ix

DAFTAR ISI x

DAFTAR GAMBAR xii

BAB 1. PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang 2

1.2 Rumusan Permasalahan 2

1.3 Tujuan Penelitian 2

1.4 Manfaat Penelitian 2

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA 3

2.1 Himpunan Konveks dan Fungsi Konveks 3

2.2 Bentuk Umum Monomial dan Posinomial 5

2.3 Bentuk Umum Pemrograman Geometrik 6

2.4 Lagrange Dual Nilai Distorsi 8

2.4.1 Masalah Fungsi Nilai Distorsi 8

2.4.2 Fungsi Nilai Distorsi Pemrograman Geometrik 10

2.5 Algoritma dan Pemrograman 11

BAB 3. HASIL DAN PEMBAHASAN 13

3.1 Hasil 13

3.1.1 Prosedur Membangun Fungsi Objektif dan Fungsi Kendala 13
3.1.2 Prosedur Menghitung Nilai Fungsi Distorsi 16
3.2 Pembahasan **20**
BAB 4. KESIMPULAN DAN SARAN **25**
4.1 Kesimpulan **25**
4.2 Saran **25**
DAFTAR PUSTAKA **26**
LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Himpunan konveks dan konkaf	4
2.2 Fungsi konveks dan konkaf	5
2.3 *Encoder* dan *decoder*	9
3.1 Plot antara iterasi dan *duality gap*	22

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pemrograman non linier merupakan alat analisis suatu masalah yang mempunyai variabel-variabel bersifat terukur (deterministik) dan setiap variabel-variabelnya mempunyai hubungan non linier satu dengan lainnya. Pada pemrograman non linier, fungsi tujuan dan fungsi kendala berbentuk non linier. Sampai saat ini pemrograman non linier terus berkembang, banyak ahli yang berusaha untuk menemukan berbagai teknik pemrograman non linier. Adapun salah satu kelas pemrograman non linier yang berkembang hingga saat ini adalah pemrograman geometrik.

Pemrograman geometrik pertama kali diperkenalkan pada tahun 1961 oleh Clarenze Zener dan Richard Duffin. Pemrograman geometrik banyak digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam permasalahan. Salah satunya adalah masalah sistem komunikasi. Masalah yang dibahas dalam sistem komunikasi antara lain arsitektur jaringan komunikasi, algoritma *processing* sinyal, teori informasi, optimasi sistem antrean dan beberapa alokasi jaringan (Chiang, tanpa tahun).

Dalam skripsi ini akan dibahas mengenai salah satu dari konsep dasar teori informasi yaitu fungsi nilai distorsi, lebih khusus lagi akan dibahas mengenai komputasi dari fungsi nilai distorsi. Thomas dan Cover (1991) menyatakan bahwa fungsi nilai distorsi bisa disebut juga fungsi informasi nilai distorsi. Fungsi informasi nilai distorsi untuk sumber X dengan fungsi distorsi $d(x,\hat{x})$ didefinisikan sebagai $R(D)=\min_{P:E[d(X,\hat{X})]\le D} I(X;\hat{X})$.

Dalam penghitungan nilai optimum dari $R(D)$ secara analitik dibutuhkan perhitungan yang rumit dan kompleks sehingga penulis tertarik untuk menghitung

nilai optimum menggunakan bantuan komputer dengan terlebih dahulu mengubah $R(D)$ ke dalam bentuk konveks pemrograman geometrik.

1.2 Rumusan Permasalahan

Berdasarkan pada latar belakang, permasalahan yang akan dibahas adalah bagaimana mendapatkan nilai optimum dari $R(D)$ secara komputasi dengan terlebih dahulu mengubah $R(D)$ ke dalam bentuk konveks pemrograman geometrik dengan menggunakan bantuan program komputer.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan nilai optimum dari $R(D)$ secara komputasi dengan menggunakan bantuan program komputer.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini selain menambah pengetahuan tentang masalah teori informasi juga bermanfaat bagi peneliti lain untuk lebih mendalami sistem komunikasi khususnya masalah teori informasi karena fungsi nilai distorsi merupakan salah satu konsep dasar dari teori informasi.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Masalah fungsi nilai distorsi merupakan aplikasi dari pemrograman geometrik. Beberapa konsep yang diperlukan dalam masalah optimasi fungsi nilai distorsi dengan menggunakan pemrograman geometrik disajikan berikut ini.

2.1 Himpunan Konveks dan Fungsi Konveks

Sebuah titik $X \in \Re^n$ dapat dituliskan $X = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ dengan $x_i \in \Re$, $i = 1,2,...,n$. Titik $X \in \Re^n$ dikatakan kombinasi konveks dari $X_1, X_2, ..., X_m \in \Re^n$ apabila terdapat $\lambda_j \geq 0$, $j = 1,2,...,m$, $m \geq n$, dan $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j = 1$ sehingga

$$X = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j X_j = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + ... + \lambda_m X_m \qquad (2.1)$$

Jika diketahui titik $X = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ dan $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)^T$ di $\Re^n$ maka segmen garis antara kedua titik tersebut didefinisikan sebagai himpunan semua titik kombinasi konveks dari X dan Y, atau dengan kata lain himpunan semua titik $Z \in \Re^n$ dengan koordinat

$$z_i = \lambda x_i + (1-\lambda) y_i, \; i = 1,2,...n \text{ dan } 0 \leq \lambda \leq 1 \qquad (2.2)$$

Jika sebarang 2 titik X_1 dan X_2 berada pada himpunan titik di $\Re^n$ maka semua titik pada segmen garis antara kedua titik tersebut berada dalam himpunan titik di $\Re^n$, dengan demikian himpunan titik di $\Re^n$ adalah konveks. Misalkan titik $X_1, X_2 \in \Re^n$ dan S menunjukkan himpunan konveks, secara matematis dapat didefinisikan sebagai berikut :

Jika titik $X_1, X_2 \in S$, maka titik $X \in S$ memenuhi

$$X = \alpha X_1 + (1-\alpha) X_2, \; 0 \leq \alpha \leq 1 \qquad (2.3)$$

Berikut ini contoh himpunan konveks dan himpunan konkaf.

a. Himpunan konveks b. Himpunan konkaf

Gambar 2.1 Himpunan konveks dan konkaf

Teorema 2.1

Interseksi dari beberapa himpunan konveks juga himpunan konveks.

Suatu fungsi $f(X)$ dikatakan konveks apabila untuk setiap dua titik yang berbeda $X_1 = (x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n})^T$ dan $X_2 = (x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2n})^T$ dan untuk semua $0 \le \lambda \le 1$ memenuhi

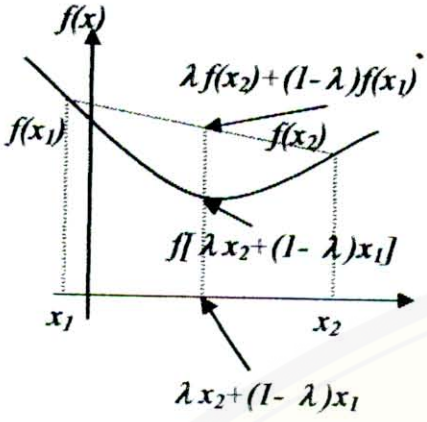
$$f(\lambda X_2 + (1-\lambda)X_1) \le \lambda f(X_2) + (1-\lambda) f(X_1) \tag{2.4}$$

yaitu segmen garis antara 2 titik berada diatas atau pada grafik $f(X)$. Begitu juga $f(X)$ dikatakan konkaf apabila untuk setiap dua titik yang berbeda $X_1 = (x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n})^T$ dan $X_2 = (x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2n})^T$ dan untuk semua $0 \le \lambda \le 1$ memenuhi

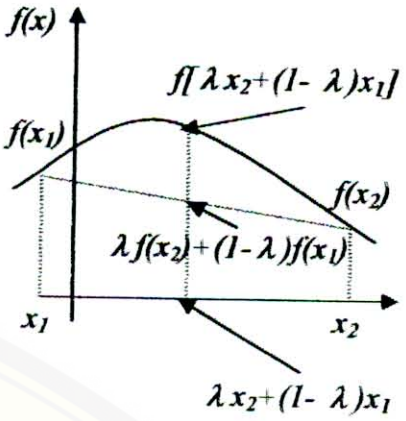
$$f(\lambda X_2 + (1-\lambda)X_1) \ge \lambda f(X_2) + (1-\lambda) f(X_1) \tag{2.5}$$

yaitu segmen garis antara 2 titik berada dibawah atau pada grafik $f(X)$.

Jika ditinjau dari grafiknya maka fungsi konveks melengkung ke atas dan fungsi konkaf melengkung ke bawah (Gambar 2.2). Negatif fungsi konveks adalah fungsi konkaf dan sebaliknya. Penjumlahan dari fungsi konveks adalah fungsi konveks dan penjumlahan dari fungsi konkaf adalah fungsi konkaf.



a. Fungsi konveks



b. Fungsi konkaf

Gambar 2.2 Fungsi konveks dan konkaf

Jika tanda "≤" pada persamaan (2.4) diganti tanda "<" maka $f(X)$ disebut fungsi konveks ketat (*strictly conveks*) dan jika tanda "≥" pada persamaan (2.5) diganti tanda ">" maka $f(X)$ disebut fungsi konkaf ketat (*strictly concave*).

Teorema 2.2

Suatu fungsi $f(X)$ adalah konveks apabila untuk dua titik X_1 dan X_2 memenuhi

$$f(X_2) \geq f(X_1) + \nabla f^T(X_1)(X_2 - X_1) \qquad (2.6)$$

dengan $\nabla f^T = \dfrac{\partial f^T}{\partial X}$

Apabila $f(X)$ fungsi konkaf maka tanda "≥" pada pertidaksamaan (2.6) menjadi "≤"(Boyd, S & Vandenberg, L. 2004).

2.2 Bentuk Umum Monomial dan Posinomial

Misal $x_1, x_2, \ldots, x_n$ merupakan bilangan real positif dan $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ adalah himpunan titik bilangan real positif dengan komponen-komponen x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$. Sehingga himpunan titik bilangan real positif tersebut akan menghasilkan sebuah fungsi $f(X)$ berbentuk:

$$f(X) = c x_1^{a_1} x_2^{a_2} \ldots x_n^{a_n} \tag{2.7}$$

dengan $c > 0$ dan $a_i \in \Re$, $i = 1,2,\ldots, n$ yang disebut dengan fungsi monomial, atau secara umum disebut monomial. Konstanta c tersebut menyatakan koefisien sedangkan konstanta $a_1, a_2, \ldots, a_n$ menyatakan konstanta eksponensial.

Posinomial merupakan jumlah dari satu atau lebih monomial. Sebuah fungsi posinomial dapat didefinisikan sebagai:

$$F(X) = \sum_{k=1}^{K} f_k(X) = f_1(X) + f_2(X) + \ldots + f_K(X) \tag{2.8}$$

dengan $f_k(X) = c_k \prod_{i=1}^{n} x_i^{a_{ik}} = c_k x_1^{a_{1k}} x_2^{a_{2k}} \ldots x_n^{a_{nk}}$; $c_k > 0$; $a_{ik} \in \Re$; $x_i > 0$; $1 \le i \le n$; dan $1 \le k \le K$. Fungsi $F(X)$ mengambil sebuah bentuk polinomial dan karena semua $c_k > 0$ serta variabelnya bernilai positif, maka $F(X)$ diberi nama posinomial (Rakhmawati, 2006).

Sebagai contoh, $2x_1^{-\pi} x_2^{0.5} + 3x_1 x_3^{100}$ adalah fungsi posinomial dan $x_1 x_2^{-1}$ adalah fungsi monomial sekaligus fungsi posinomial.

2.3 Bentuk Umum Pemrograman Geometrik

Pemrograman geometrik merupakan kelas optimasi yang dikembangkan untuk menyelesaikan salah satu masalah pemrograman non linier. Ada dua bentuk persamaan pemrograman geometrik yaitu bentuk standar dan bentuk konveks. Pemrograman ini digunakan untuk mencari nilai optimum sebuah fungsi tujuan yang berbentuk posinomial. Jika ada kendala maka kendala tersebut dapat berbentuk posinomial ataupun monomial.

Bentuk standar pemrograman geometrik atau bisa juga disebut bentuk posinomial dapat diformulasikan sebagai berikut :

minimumkan $F_0(X)$;

dengan kendala $F_i(X) \le 1, \quad i = 1,2,...,m;$

$$f_l(X) = 1, \quad l = 1,2,...,M; \tag{2.9}$$

dimana $F_i(X) = \sum_{k=1}^{K_i} c_{ik} x_1^{a_{ik}} x_2^{a_{ik}} ... x_n^{a_{ik}}$ adalah fungsi posinomial dengan $i = 1,2,...,m$; $f_l(X) = c_l x_1^{a_l} x_2^{a_l} ... x_n^{a_l}$ adalah fungsi monomial dengan $l = 1,2,...,M$ dan x_i dengan $i = 1,2,...,n$ adalah variabel optimasi. Kendala persamaan monomial dapat diekspresikan sebagai dua kendala pertidaksamaan monomial yaitu $f_l(X) \ge 1$ dan $f_l(X) \le 1$. Berikut adalah contoh pemrograman geometrik dalam bentuk standar .

minimumkan $xy + xz$;

dengan kendala $\dfrac{0{,}8\sqrt{yz}}{x^2} \le 1$;

$$\frac{0{,}5}{\sqrt{xy}} \le 1 \text{ dan } \frac{1}{x} \le 1;$$

dengan variabel optimum x, y, dan z.

Pemrograman geometrik bentuk standar bukan masalah optimasi konveks karena posinomialnya bukan merupakan fungsi konveks. Namun demikian, dengan memisalkan $y_i = \log(x_i)$, $b_{ik} = \log(c_{ik})$ dan $b_l = \log(c_l)$ dan mensubstitusikannya ke dalam persamaan (2.9) didapatkan

minimumkan $\sum_{k=1}^{K_0} \exp\left(a_{0k}^T y + b_{0k}\right)$;

dengan kendala $\sum_{k=1}^{K_i} \exp\left(a_{ik}^T y + b_{ik}\right) \le 1, \ i = 0, 1, ..., m$;

$$a_l^T y + b_l = 0, \ l = 1, 2, ..., M;$$

dengan variabel optimum y dan $a_{ik} = \left[a_{ik}^{(1)}, a_{ik}^{(2)}, ..., a_{ik}^{(n)}\right]^T$ (2.10)

Sehingga bentuk konveks pemrograman geometrik dari bentuk standar pemrograman geometrik masalah (2.9) adalah

$$\text{minimumkan } p_0(y) = \log \sum_{k=1}^{K_0} \exp\left(a_{0k}^T y + b_{0k}\right)$$

$$\text{dengan kendala } p_i(y) = \log \sum_{k=1}^{K_i} \exp\left(a_{ik}^T y + b_{ik}\right) \le 0,\ i = 0, 1, \ldots, m$$

$$q_l(y) = a_l^T y + b_l = 0,\ l = 1,2,\ldots,M$$

dengan variabel optimum y (2.11)

Berikut ini diberikan sebuah contoh bentuk konveks pemrograman geometrik yang dibangun dari contoh bentuk standar pemrograman geometrik dengan memisalkan $\tilde{x} = \log(x)$, $\tilde{y} = \log(y)$ dan $\tilde{z} = \log(z)$ sehingga diperoleh (Chiang dan Boyd, 2004).

$$\text{minimumkan } \log\left(\exp(\tilde{x} + \tilde{y}) + \exp(\tilde{x} + \tilde{z})\right)$$

$$\text{dengan kendala } 0{,}5\tilde{y} + 0{,}5\tilde{z} - 2\tilde{x} + \log(0{,}8) \le 0$$

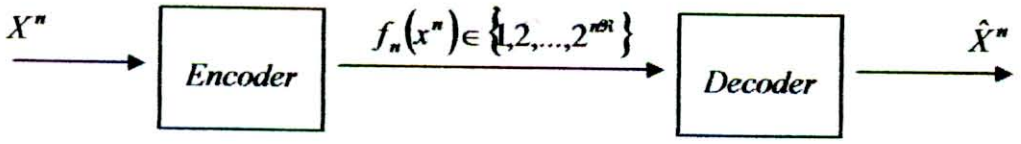
$$0{,}5\tilde{x} + \tilde{y} + \log(0{,}5) \le 0 \text{ dan } -\tilde{x} \le 0$$

dengan variabel optimum $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$.

2.4 Lagrange Dual Nilai Distorsi

2.4.1 Masalah Fungsi Nilai Distorsi

Diasumsikan sebuah sumber yang menghasilkan barisan variabel random $X_1, X_2, \ldots, X_n \sim p$, dengan X_i adalah sebuah sumber alphabet χ yang diskrit dengan N *alphabet* simbol dan $p \in \Re^{1\times N}$ adalah distribusi sumber. *Encoder* menggambarkan barisan sumber X^n dengan $f_n(x^n) \in \{1,2,\ldots,2^{n\Re}\}$, dan $x^n \in X^n$. *Decoder* membangun kembali X^n dengan estimasi $\hat{X}^n = g_n(f_n(X^n))$ dalam membangun kembali *alphabet* $\hat{X}$ yang berhingga, sebagai ilustrasi dapat dilihat Gambar 2.3 berikut ini.



Gambar 2.3 *Encoder* dan *decoder*

Definisi 2.1

Fungsi distorsi adalah pemetaan dari himpunan pasangan terurut *alphabet* sumber dan penghasil *alphabet* terhadap himpunan bilangan real non negatif

$$d : x \times \hat{x} \to \Re^+ \tag{2.12}$$

Definisi 2.2

Distorsi antara barisan x^n dan $\hat{x}^n$ didefinisikan sebagai berikut

$$d(x^n, \hat{x}^n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d(x_i, \hat{x}_i) \tag{2.13}$$

Fungsi nilai distorsi $R(D)$ dari sumber diskrit dapat dievaluasi sebagai minimum informasi timbal balik $I(X;\hat{X})$ diantara sumber dan membangun kembali dibawah kendala penyimpangan. Jadi

$$R(D) = \min_{P:E[d(X,\hat{X})] \le D} I(X;\hat{X}) \tag{2.14}$$

dengan $P_{ij} = \Pr ob\{\hat{X} = j \mid X = i\}$ $i = 1, 2, ..., N$ dan $j = 1, 2, ..., M$ atau bisa diformulasikan dalam bentuk:

$$\text{minimumkan} \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i P_{ij} \log \frac{P_{ij}}{\sum_k P_{kj} p_k} \tag{2.15}$$

$$\text{dengan kendala} \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i P_{ij} d_{ij} \le D$$

$$\sum_{j=1}^{M} P_{ij} = 1,\ i = 0, 1, ..., N$$

$$P_{ij} \geq 0,\ i = 1, 2, ..., N \text{ dan } j = 1, 2, ..., M$$

dimana variabel-variabelnya adalah rekonstruksi probabilitas P_{ij}; dengan parameter konstan adalah distribusi sumber p; ukuran distorsi $d_{ij} = d\left(X = i, \hat{X} = j\right)$ dan kendala distorsi D.

2.4.2 Fungsi Nilai Distorsi Pemrograman Geometrik

Teorema 2.3

Lagrange dual dari masalah nilai distorsi atau persamaan (2.15) dapat ditulis kembali dalam bentuk pemrograman geometrik konveks sebagai berikut :

$$\text{maksimumkan } p\alpha^T - \gamma D \tag{2.16}$$

$$\text{dengan kendala } \log \sum_{i=1}^{N} e^{\left(\log p_i + \alpha_i - \gamma_{ij}\right)} \leq 0,\ j = 1, 2, ..., M,\ \gamma \geq 0$$

dimana $\alpha, p \in \Re^{1 \times N}$, γ adalah variabel optimasi, d_{ij}, dan D adalah kendala distorsi.

Versi yang sama dari masalah lagrange dual dapat juga ditulis dalam bentuk pemrograman geometrik standar sebagai berikut :

$$\text{maksimumkan } w^{-D} \prod_{i=1}^{N} z_i^{p_i} \tag{2.17}$$

$$\text{dengan kendala } \sum_{i=1}^{N} p_i z_i w^{-d_{ij}} \leq 1,\ j = 1, 2, ..., M$$

$$w \geq 1,\ z_i \geq 0,\ i = 1, 2, ..., N$$

dimana z dan w adalah variabel optimasi sedang $p \in \Re^{1 \times N}$, d_{ij}, dan D adalah kendal distorsi.

Lagrange dual antara masalah pada persamaan (2.15) dan masalah pada persamaan (2.16) menghasilkan pernyataan berikut ini.

1. *Weak duality*. Penyelesaian layak (α, γ) dari lagrange dual masalah pada persamaan (2.16) menghasilkan batas bawah dari fungsi nilai distorsi
$$p\alpha - \gamma D \le R(D)$$
2. *Strong duality*. Nilai optimal dari lagrange dual masalah pada persamaan (2.16) adalah $R(D)$ (Chiang dan Boyd, 2004).

2.5 Algoritma dan Pemrograman

Algoritma adalah urutan langkah instruksi logis yang disusun secara sistematis untuk menyelesaikan suatu masalah (Munir, 1999). Rancangan yang baik untuk suatu algoritma adalah menguraikan prosedur dalam beberapa sub prosedur, dari sub prosedur ini diuraikan lagi menjadi sub-sub prosedur dan seterusnya. Metode ini disebut rancangan algoritma terstruktur yang memberikan kemudahan pemahaman logika algoritma.

Pemrograman komputer adalah suatu instruksi untuk dilaksanakan komputer agar hasil tertentu dapat diperoleh. Jadi pemrograman komputer merupakan perwujudan dan implementasi dari algoritma yang ditulis dalam bahasa pemrograman tertentu sehingga dapat dilaksanakan komputer.

Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan yang telah dijelaskan adalah :

1. membuat instalasi jalur ggplab ke dalam MATLAB;
2. membangun fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
    1. menginput p, D dan d;
    2. mendefinisikan variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar.
    3. membangun fungsi objektif dan fungsi kendala.

3. mendapatkan nilai optimum dari fungsi nilai distorsi, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
    1. membuat matriks konstanta eksponensial dan matriks logaritma koefisien dari fungsi objektif dan fungsi kendala fungsi nilai distorsi pemrograman geomerik bentuk standar;
    2. mendapatkan nilai dari variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk konveks;
    3. mengubah nilai variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk konveks menjadi variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar;
    4. memasukkan nilai variabel optimum fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar kedalam fungsi objektif fungsi nilai distorsi pemrograman geometrik bentuk standar;

BAB 4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan diperoleh suatu kesimpulan bahwa perubahan nilai optimum fungsi nilai distorsi banyak disebabkan oleh input D, dengan $0 \le D \le 1{,}9805$ memberikan nilai optimum fungsi nilai distorsi yang berbeda-beda dan mendekati 0 seiring dengan naiknya nilai D, sedang $D > 1{,}9805$ memberikan nilai optimum fungsi nilai distorsi sebesar 0.

4.2 Saran

Seiring dengan perkembangan teknologi, penelitian ini masih terbuka bagi peneliti lain yang ingin lebih mendalaminya. Perubahan dapat dilakukan pada saluran lain seperti saluran kontinu dan saluran campuran dengan menggunakan program komputer yang ada.

DAFTAR PUSTAKA

Almir, M. K., Kwangmoo, S., Kim, dan Boyd, S. 2006. *GGPLAB: A Simple Matlab Toolbox For Geometric Programming Version 1.00.* http://www.stanford.edu/~boyd/ggplap

Boyd, S dan Vandenberg, L. 2004. *Convex Optimization.* USA: Cambride University.

Chiang, M. Tanpa Tahun. *Geometric Programming for Communication Systems.* USA: Princeton University.

Chiang, M. dan Boyd, S. 2004. *Geometric Programming Duals of Channel Capacity and Rate Distortion.* http://www.princeton.edu/~chiangm/gpdual.pdf.

Cover, T. M dan Thomas, J. A. 1991. *Elements of Information Theory.* New York: John Willey & Sons, Inc.

Munir, R. 1999. *Algoritma dan Pemrograman Komputer Bahasa Pascal dan C.* Bandung: CV. Informatika.

Rakhmawati, A. 2006. *Optimasi Kode pada Gaussian Channel dengan Menggunakan Pemrograman Geometrik.* Skripsi. Jember: Universitas Jember. (Tidak Dipublikasikan).

LAMPIRAN A

Bentuk M-File *ggplab*

M-File gpvar

```
% GPVARS Displays all the GP variables defined in the workspace.
%% GPVARS will list all the GP variables present in the workspace,
%   together with their size, bytes size, and class.
%gpvars__names = []; gpvars__whos = whos;
for gpvars__k = 1:length(gpvars__whos)
  if strcmp(gpvars__whos(gpvars__k).class, 'gpvar')
    gpvars__names = [gpvars__names gpvars__whos(gpvars__k).name ' '];
  end
end
disp(' ');
disp('Available GP variables are:')
disp(' ');
if isempty(gpvars__names)
  disp('  None.');
else
  eval(['whos ' gpvars__names])
end
disp(' ');
clear gpvars__names gpvars__whos gpvars__k;
```

M-File gp constraint

```
function constr = gpconstraint(varargin)
% GPCONSTRAINT is a GP constraint class constructor.
%% Inequality operators between GP objects, such as positive
%   scalars, GP variables, monomials, posynomials, and generalized
%   posynomials (when valid) return GPCONSTRAINT objects.
%   These GPCONSTRAINT objects can be assigned to variables, for example,
%     constr1 = x*y <= z;
%     constr2 = x^5 == 1;
%   are two valid GP constraints.
%% A set of constraint is represented as an array of GP constraints, i.e.,
%     constr_set = [constr1 constr2];
%% You can also define GP constraints using:
%     constr = gpconstraint('constraint string')
%if nargin == 0 % create an empty constraint
  constr.lhs    = [];
  constr.type   = [];
  constr.rhs    = [];
  constr.gpvars = {};
  constr = class(constr,'gpconstraint');
  return;
```

```
end

if nargin == 1 % one argument
  % invoke copy constructor if the new object is gpconstraint
  if isa(varargin{1},'gpconstraint')
    constr = varargin{1};
    return;
  end
end
if nargin == 3
  % standard argument list
  constr.lhs      = varargin{1};
  constr.type     = varargin{2};
  constr.rhs      = monomial(varargin{3});
  if( isnumeric(constr.lhs) )
    constr.lhs    = monomial(constr.lhs);
    constr.gpvars = constr.rhs.gpvars;
  elseif( isa(constr.lhs,'gpvar') )
    constr.lhs    = monomial(constr.lhs);
    constr.gpvars = union(constr.lhs.gpvars, constr.rhs.gpvars );
  else
    constr.gpvars = union(constr.lhs.gpvars, constr.rhs.gpvars);
  end
  constr = class(constr,'gpconstraint');
  return;
end
M-File gpconstrain
function constr = gpconstraint(varargin)
% GPCONSTRAINT is a GP constraint class constructor.
%% Inequality operators between GP objects, such as positive
%  scalars, GP variables, monomials, posynomials, and generalized
%  posynomials (when valid) return GPCONSTRAINT objects.
%  These GPCONSTRAINT objects can be assigned to variables, for example,
%    constr1 = x*y <= z;
%    constr2 = x^5 == 1;
%  are two valid GP constraints.
%% A set of constraint is represented as an array of GP constraints, i.e.,
%    constr_set = [constr1 constr2];
%% You can also define GP constraints using:
%    constr = gpconstraint('constraint string')
%if nargin == 0 % create an empty constraint
  constr.lhs    = [];
  constr.type   = [];
  constr.rhs    = [];
```

```
  constr.gpvars = {};
  constr = class(constr,'gpconstraint');
  return;
end
if nargin == 1 % one argument
  % invoke copy constructor if the new object is gpconstraint
  if isa(varargin{1},'gpconstraint')
    constr = varargin{1};
    return;
  end
end
if nargin == 3
  % standard argument list
  constr.lhs      = varargin{1};
  constr.type     = varargin{2};
  constr.rhs      = monomial(varargin{3});
  if( isnumeric(constr.lhs) )
    constr.lhs    = monomial(constr.lhs);
    constr.gpvars = constr.rhs.gpvars;
  elseif( isa(constr.lhs,'gpvar') )
    constr.lhs    = monomial(constr.lhs);
    constr.gpvars = union(constr.lhs.gpvars, constr.rhs.gpvars );
  else
    constr.gpvars = union(constr.lhs.gpvars, constr.rhs.gpvars);
  end
  constr = class(constr,'gpconstraint');
  return;
end
```

M-File gpsolve

```
function [obj_value, solution, status] = gpsolve(varargin)
% GPSOLVE Solves a geometric programming optimization problem.
%% GPSOLVE calls the internal primal-dual interior point solver
%   in order to solve the specified GP problem.
%   GPSOLVE calling sequence is:
%% [obj_value, solution, status] = gpsolve(obj, constr_array, flag)
%% where inputs are:
%   obj          - objective function for the GP problem
%   constr_array - array of problem constraints
%   flag         - 'min' or 'max' (optional, default is 'min')
%% and outputs are:
%   obj_value - the optimal objective value (a number)
%   solution  - a cell array of GP variable names and their optimal values
%   status    - the problem status flag
%% The status can be 'Solved' (if the optimization was successful),
```

```
%   'Infeasible' (if the problem was determined to be infeasible), and
%   'Failed' (if the optimization was not successful).
%% The inputs can also be empty arrays. If the objective is an empty
%   array or a constant, then GPSOLVE solves a feasibility problem.
%   If the constraint array is empty, then we have an unconstrained GP.
%% Internally GPSOLVE creates a GP problem object (gpproblem) and
%   calls its solve method.
%if nargin == 2
  obj    = varargin{1};
  constr = varargin{2};
  flag   = 'min';
elseif nargin == 3
  obj    = varargin{1};
  constr = varargin{2};
  flag   = varargin{3};
else
  error('Wrong number of input arguments.')
end
gp_problem_obj = gpproblem(obj, constr, flag);
result_obj = solve(gp_problem_obj);
obj_value = result_obj.obj_value;
solution  = result_obj.solution;
status    = result_obj.status;

function [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,varargin)
% [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,G,h,l,u,quiet)
% solves the geometric program in convex form
%  minimize    lse(y0)
%  subject to  lse(yi) <= 0,    i=1,...,m,
%              Ai*x+bi = yi,    i=0,...,m,
%              G*x+h = 0,
%              li <= xi <= ui, i=1,...,n
% where lse is defined as  lse(y) = log sum_i exp yi,
% and the dual problem,
%  maximize    b0'*nu0 + ... + bm'*num + h'*mu + lambdal'*l - lambdau'*u +
%                 entr(nu0) + lambdal*entr(nul/lambdal) +
%                 ,..., + lambdam*entr(num/lambdam)
%  subject to  nui >= 0,          i=0,...,m,
%              lambdai >= 0,      i=1,...,m,
%              1'*nu0 = 1
%              1'*nui = lambdai, i=1,...,m,
%              A0'*nu0 + ... + Am'*num + G'*mu + lambdau - lambdal = 0,
% where entr is defined as  entr(y) = -sum_i yi*log(yi).
%% Calling sequences:
```

```
%%  [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs)
%   [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,G,h)
%   [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,G,h,l,u)
%   [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,G,h,l,u,quiet)
%% Examples:
%%  [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,G,h)
%   [x,status,lambda,nu,mu] = gpcvx(A,b,szs,[],[],[],[],quite)
%% Input arguments:
%% - A:          (sum_i n_i) x n matrix;  A   = [A0' A1' ... Am' ]'
% - b:          (sum_i n_i) vector;      b   = [b0' b1' ... bm' ]'
% - szs:        dimensions of Ai and bi; szs = [n0 n1 ... nm]'
%               where Ai is (ni x n) and bi is (ni x 1)
% - G:          p x n matrix
% - h:          p-vector
% - l:          n-vector; lower bound for x
% - u:          n-vector; upper bound for x
% - quiet:      boolean variable; suppress all the print messages if true
% Output arguments:
% - x:          n-vector; primal optimal point
% - nu:         (sum_i n_i) vector;  nu = [nu0' nu1' ... num']'
%               dual variables for constraints Ai*x + bi = yi
% - mu:         (sum_i l_i) vector;  mu = [mu0' mu1' ... mul']'
%               dual variables for constraints G*x + h = 0
% - lambda:     m-vector, dual variables for inequality constraints
% - status:     string; 'Infeasible', 'Solved', or 'Failed'
%
% gpcvx sets up phase 1 and phase 2 and calls the real sovler, gppd2.m.
%-------------------------------------------------------------------------
%       INITIALIZATION
%-------------------------------------------------------------------------
% PARAMETERS
LOWER_BOUND = -250;
UPPER_BOUND = +250;
% DIMENSIONS
N  = size(A,1);      % # of terms in the obj. and inequalities
n  = size(A,2);      % # of variables (x1,..,xn)
m  = length(szs)-1; % # of inequalities
n0 = szs(1);         % # of terms in the objective
% VARIABLE ARGUMENT HANDLING
defaults  = {[],[],LOWER_BOUND*ones(n,1),UPPER_BOUND*ones(n,1),false};
givenArgs = ~cellfun('isempty',varargin);
defaults(givenArgs) = varargin(givenArgs);
[G,h,l,u,quiet]  = deal(defaults{:});
% MATLAB LIMIT OF LOWER/UPPER BOUNDS
```

```
l(l<LOWER_BOUND) = LOWER_BOUND;
u(u>UPPER_BOUND) = UPPER_BOUND;
if (isempty(G))
    G = zeros(0,n);
    h = zeros(0,1);
end
p  = size(G,1);      % # of (terms in) the equality constraints
% E is a matrix s.t. [1'*y0  1'*y1  ... 1'*ym ]' = E*y
indsl = cumsum(szs);
indsf = indsl-szs+1;
lx    = zeros(N,1);
lx(indsf) = 1;
E = sparse(cumsum(lx),[1:N],ones(N,1));
%-------------------------------------------------------------------
%               PHASE I
%-------------------------------------------------------------------
% solves the feasibility problem
%%  minimize    s
%  subject to  lse(yi) <= s,      i=1,...,m,
%              Ai*x+bi = yi,      i=0,...,m,
%              G*x+h = 0,
%              li <= xi <= ui,    i=1,...,n
%% where lse is defined as  lse(y) = log sum_i exp yi,
%% For phase I
% 1) change objective function to s
% 2) change constraints from fi(x) <= 0 to fi(x) <= s
% 3) add bound constraints; li <= xi <= ui
%% Hence, we set up a new objective and constraints,
%    i.e., A,b,G,h and szs for Phase I optimization.
%% Change the size vector, szs.
%% Change A and b
%          s    xi
%   A1 = [ 1 | 0 0 0      b1 = [ 0      <- (a1) new objective
%          ---+------             -
%          -1 |
%          -1 |A(ineq)           b      <- (a2) new inequalities
%          -1 |
%          ---+------             -
%          -1 |-1 0 0            l1
%          -1 | 0-1 0            l2     <- (a4) l <= xi
%          -1 | 0 0-1            l3
%          ---+------             -
%          -1 | 1 0 0           -u1
%          -1 | 0 1 0           -u2     <- (a6) xi <= u
```

```
%          -1 | 0 0 1 ];          -u3 ];
% FORM SZS
szs1     = [1; szs(2:end); ones(2*n,1) ];
% FORM INITIAL X
if (p == 0)
    xinit = zeros(n,1);
else
    xinit = G'*((G*G')\h);
end
% FORM INITIAL S
%  sinit = max(fi,0) since fi <= si and 0 <= si
y = A*xinit+b;
[f,expyy] = lse(E,y);
finit = f(2:m+1);
linit = -xinit+1;
uinit = +xinit-u;
sinit = max([0; finit; linit; uinit]) + 1; % + 1 is for margin.
% FORM A AND B
A1 = [+1              , sparse(1,n);...
      -ones(N-n0,1) , A(n0+1:N,:);...
      -ones(n,1)     ,-speye(n)    ;...
      -ones(n,1)     ,+speye(n)    ];
b1 = [ 0; b((n0+1):N); 1; -u ];
% FORM G AND H
G1 = [spalloc(size(G,1),1,0), G];
h1 = [h];
% CALL THE INTERNAL GP SOLVER
[x,status,lambda,nu,mu] = gppd2(A1,b1,szs1,[sinit;xinit],G1,h1,true,quiet);
% EXTRACT X FROM [S; X]
x0 = x(2:n+1);
y = A*x0+b;
[f,expyy] = lse(E,y);
flm       = f(2:m+1);
% FEASIBILITY CHECK OF PHASE I SOLUTION
if (status <= 0 || max([flm; -Inf]) >= 0)
    status = 'Infeasible';
    if (~quiet) disp(status); end
    return
end
clear A1 b1 G1 h1 x01 szs1;
%-------------------------------------------------------------------------
%                PHASE II
%-------------------------------------------------------------------------
% solves the geometric program in convex form
```

```
%%  minimize    lse(y0)
%   subject to  lse(yi) <= 0,    i=1,...,m,
%               Ai*x+bi = yi,    i=0,...,m,
%               G*x+h = 0,
%               li <= xi <= ui, i=1,...,n
%% where lse is defined as  lse(y) = log sum_i exp yi,
%% Change A and b to add the bound of x into the inequality constraints.
%
%   A2 = [  A          b2 = [ b
%         ------              ----
%         -1 0 0               l1
%          0-1 0               l2      <- li <= xi
%          0 0-1               l3
%         ------              ----
%          1 0 0              -u1      <- xi <= ui
%          0 1 0              -u2
%          0 0 1 ];           -u3 ];
szs2 = [ szs ; ones(2*n,1) ];
A2   = [ sparse(A); -speye(n); speye(n) ];
b2   = [ b; l; -u ];
% CALL THE INTERNAL GP SOLVER
[x,status,lambda,nu,mu] = gppd2(A2,b2,szs2,x0,G,h,false,quiet);
if (status <= 0)
    status = 'Failed';
    if (~quiet) disp(status); end
    return
else
    status = 'Solved';
    if (~quiet) disp(status); end
    return
end

function [x,status,la,nu,mu] = gppd2(A,b,szs,x0,G,h,phase1,quiet)
% [x,nu,mu,la,status] = gppd2(A,b,szs,x0,G,h,phase1,quiet)
% solves the geometric program in convex form with a starting point.
%  minimize    lse(y0)
%  subject to  lse(yi) <= 0,    i=1,...,m,
%              Ai*x+bi = yi,    i=0,...,m,
%              G*x+h = 0,
% where lse is defined as  lse(y) = log sum_i exp yi,
% and the dual problem,
%  maximize    b0'*nu0 + ... + bm'*num + h'*mu +
%                 entr(nu0) + la1*entr(nu1/la1) +
%                 ,...,  + lam*entr(num/lam)
```

```
%  subject to  nui >= 0,          i=0,...,m,
%              lai >= 0,      i=1,...,m,
%              1'*nu0 = 1
%              1'*nui = lai, i=1,...,m,
%              A0'*nu0 + ... + Am'*num + G'*mu = 0,
% where entr is defined as  entr(y) = -sum_i yi*log(yi).
% x0 should satisfy the primal inequality constraints.
% Input arguments:
% - A:          (sum_i n_i) x n matrix; A = [A0' A1' ... Am' ]'
% - b:          (sum_i n_i) vector;   b = [b0' b1' ... bm' ]'
% - szs:        dimensions of Ai and bi; szs = [Nob n1 ... nm]'
%               where Ai is (ni x n) and bi is (ni x 1)
% - x0:         n-vector; MUST BE STRICTLY FEASIBLE FOR INEQUALITIES
% - G:          p x n matrix
% - h:          p-vector
% - phase1:     boolean variable; indicator for phase I and phase II
%               true -> Phase I, false -> Phase II
% - quiet:      boolean variable; suppress all the print messages if true
% Output arguments:
% - x:          n-vector; primal optimal point
% - nu:         (sum_i n_i) vector;  nu = [nu0' nu1' ... num']'
%               dual variables for constraints Ai*x + bi = yi
% - mu:         p vector; mu = [mu1 ... mup]'
%               dual variables for constraints G*x + h = 0
% - la:         m vector; la = [lambda1 ... lambdam]'
%               dual variables lambda; la_i = sum(nu_i)
% - status:     scalar;
%               2       Function converged to a solution x.
%               1       Phase I success; x(1:szs(1)) <= 0.
%              -1       Number of iterations exceeded MAXITERS.
%              -2       Starting point is not strictly feasible.
%              -3       Newton step calculation failure.
%-------------------------------------------------------------------
%               INITIALIZATION
%-------------------------------------------------------------------
% PARAMETERS
ALPHA   = 0.01;     % backtracking linesearch parameter (0,0.5]
BETA    = 0.5;      % backtracking linesearch parameter (0,1)
MU      = 2;        % IPM parameter: t update
MAXITER = 500;      % IPM parameter: max iteration of IPM
EPS     = 1e-8;     % IPM parameter: tolerance of surrogate duality gap
EPSfeas = 1e-8;     % IPM parameter: tolerance of feasibility
% DIMENSIONS
[N,n] = size(A); m = length(szs)-1; p = size(G,1); n0 = szs(1);
```

```
if (isempty(G)), G = zeros(0,n); h = zeros(0,1); end
warning off all;
% SPARSE ZERO MATRIX
Opxp = sparse(p,p);
% SUM MATRIX: E is a matrix s.t. [1'*y0  1'*y1  ... 1'*ym ]' = E*y
indsl = cumsum(szs);
indsf = indsl-szs+1;
lx    = zeros(N,1);
lx(indsf) = 1;
E = sparse(cumsum(lx),[1:N],ones(N,1));
x = x0;
% flm is a LHS vector of inequality constraints s.t [f1' ... fm']'
y = A*x+b;
[f,expyy] = lse(E,y);
flm       = f(2:m+1);
% CHECK THE INITIAL CONDITIONS
if (max(flm) >= 0)
   if (~quiet) disp(['x0 is not strictly feasible.']); end
   la = []; nu = []; mu = [];
   status = -2;
   return;
end;
% INITIAL DUAL POINT
la = -1./flm;   % positive value with duality gap 1.
nu = ones(N,1); % ANY value.
mu = ones(p,1); % ANY value.
step = Inf;
if (~quiet) disp(sprintf('\n%s %15s %11s %20s %18s \n',...
    'Iteration','primal obj.','gap','dual residual','previous step.')); end
%-------------------------------------------------------------------------
%               MAIN LOOP
%-------------------------------------------------------------------------
for iters = 1:MAXITER
    gap = -flm'*la;
    % UPDATE T
    % update t only when the current x is not to far from the cetural path.
    if (step > 0.5)
        t = m*MU/gap;
   end
    % CALCULATE RESIDUALS
    % gradfy = exp(y)./(E'*(E*exp(y)));
    gradfy   = expyy./(E'*(E*expyy));
    resDual  = A'*(gradfy.*(E'*[1;la])) + G'*mu;
    resPrim  = G*x + h;
```

```
resCent  = [-la.*flm-1/t];
residual = [resDual; resCent; resPrim];
if (~quiet) disp(sprintf('%4d %20.5e %16.5e %14.2e %16.2e',...
    iters,f(1),-flm'*la,norm(resDual),step)); end
% STOPPING CRITERION FOR PHASE I
if ((phasel == true) & max(x(1:szs(1))) < 0)
    nu = gradfy.*(E'*[1;la]);
    status = 1;
    return;
end;
% STOPPING CRITERION FOR PHASE I & II
if ( (gap <= EPS) & ...
        (norm(resDual) <= EPSfeas) & (norm(resPrim) <= EPSfeas) )
    % this calculation of nu is correct only when reached to optimal
    nu = gradfy.*(E'*[1;la]);
    status = 2;
    return;
end;
% CALCULATE NEWTON STEP
diagL1  = sparse(1:m+1,1:m+1,[0;-la./flm]);
diagL2  = sparse(1:m+1,1:m+1,[1;la]);
diagG1  = sparse(1:N,1:N,gradfy);
diagG2  = sparse(1:N,1:N,gradfy.*(E'*[1;la]));
EGA = E*diagG1*A;
H1  = EGA'*(diagL1-diagL2)*EGA + A'*diagG2*A;
dz  = -[ H1, G'   ; ...
         G , Opxp ]...
       \ ...
       [EGA'*[1;-1./(t*flm)]+G'*mu ; resPrim ];
% PERTURB KKT WHEN (ALMOST) SINGULAR
%  add small diagonal terms when the matrix is almost singular.
perturb = EPS;
while (any(isinf(dz)))
   dz = -([ H1, G'; G , Opxp ] + sparse(1:n+p,1:n+p,perturb))...
         \ ...
         [EGA'*[1;-1./(t*flm)]+G'*mu ; resPrim ];
    % increase the size of diagonal term if still singular
    perturb = perturb*10;
end
% ERROR CHECK FOR NEWTON STEP CALCULATION
if (any(isnan(dz)))
    nu = gradfy.*(E'*[1;la]);
    status = -3;
    return;
```

```
    end
    dx  = dz(1:n); dy  = A*dx; dmu = dz(n+[1:p]');
    dla = -la./flm.*(E(2:m+1,:)*(gradfy.*dy))+resCent./flm;
    % BACKTRACKING LINESEARCH
    negIdx = (dla < 0);
    if (any(negIdx))
        step = min( 1, 0.99*min(-la(negIdx)./dla(negIdx)) );
    else
        step = 1;
    end
    while (1)
        newx    = x  + step*dx;
        newy    = y  + step*dy;
        newla   = la + step*dla;
        newmu   = mu + step*dmu;
        [newf,newexpyy] = lse(E,newy);
        newflm  = newf(2:end);
        % UPDATE RESIDUAL
        % newGradfy = exp(newy)./(E'*(E*exp(newy)));
        newGradfy = newexpyy./(E'*(E*newexpyy));
        newResDual  = A'*(newGradfy.*(E'*[1;newla])) + G'*newmu;
        newResPrim  = G*newx + h;
        newResCent  = [-newla.*newflm-1/t];
        newResidual = [newResDual; newResCent; newResPrim];
        if ( max(newflm) < 0 && ...
             norm(newResidual) <= (1-ALPHA*step)*norm(residual) )
            break;
        end
        step = BETA*step;
    end;
    % UPDATE PRIMAL AND DUAL VARIABLES
    x  = newx; mu = newmu; la = newla; y = A*x+b;
    [f,expyy] = lse(E,y); flm = f(2:m+1);
end
if (iters >= MAXITER)
    if (~quiet) disp(['Maxiters exceeded.']); end
    nu = gradfy.*(E'*[1;la]);
    status = -1;
    return;
end
```

LAMPIRAN B
Bentuk M-File program pembahasan

```
p=[0.2 0.3 0.1 0.15 0.25];
D=10;
d=[1 1;1 1;0 1;1 0;1 0];
[N,M]=size(d);
gpvar w z(N)
obj=(w^(-D))*(prod(z.^(p')));
for i=1:N
    for j=1:M
        kendala=sum(p(i)*z(i)*(w.^(-d(i,j))));
    end
end
clear
A0=[-10 0.2 0.3 0.1 0.15 0.25];
A1=[-1 1 0 0 0 0; -1 1 0 0 0 0; -1 0 1 0 0 0; -1 0 1 0 0 0; 0 0 0 1 0 0; -1 0 0 1
0 0; -1 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 1 0; -1 0 0 0 0 1; 0 0 0 0 0 1];
b0=[log(1)];
b1=[log(0.2); log(0.2); log(0.3); log(0.3); log(0.1); log(0.1); log(0.15);
log(0.15); log(0.25); log(0.25)];
A=[A0;A1];
b=[b0;b1];
szs=[size(A0,1);size(A1,1)];
[x,status]=gpcvx(A,b,szs)
```

```
Iteration   primal obj.    gap        dual residual   previous step.

   1   1.69315e+000   1.30000e+001    8.89e-001            Inf
   2  -8.61716e+001   1.01824e+001    8.61e-001        3.13e-002

Iteration   primal obj.    gap        dual residual   previous step.

   1  -8.85843e+001   1.30000e+001    1.00e+001            Inf
   2  -1.08543e+003   1.14014e+001    1.00e+001        1.54e-002
   3  -1.94906e+003   1.10760e+001    1.00e+001        3.75e-004
   4  -2.48903e+003   1.06746e+001    1.00e+001        7.38e-004
   5  -2.60458e+003   1.04958e+001    9.98e+000        1.50e-003
   6  -2.61486e+003   1.04721e+001    9.96e+000        1.68e-003
   7  -2.63117e+003   1.03959e+001    9.93e+000        3.81e-003
   8  -2.66243e+003   1.00452e+001    9.83e+000        1.02e-002
   9  -2.69845e+003   9.26378e+000    9.63e+000        2.04e-002
  10  -2.73275e+003   7.55066e+000    9.16e+000        4.88e-002
  11  -2.74618e+003   6.04775e+000    8.10e+000        1.16e-001
  12  -2.74697e+003   6.01036e+000    6.07e+000        2.50e-001
  13  -2.74710e+003   6.42168e+000    7.36e-005        1.00e+000
  14  -2.74852e+003   3.21109e+000    1.83e-004        1.00e+000
  15  -2.74926e+003   1.60555e+000    9.19e-005        1.00e+000
  16  -2.74963e+003   8.02760e-001    2.26e-005        1.00e+000
  17  -2.74981e+003   4.01378e-001    5.35e-006        1.00e+000
  18  -2.74991e+003   2.00689e-001    1.29e-006        1.00e+000
  19  -2.74995e+003   1.00344e-001    3.15e-007        1.00e+000
  20  -2.74998e+003   5.01722e-002    7.79e-008        1.00e+000
  21  -2.74999e+003   2.50861e-002    1.94e-008        1.00e+000
  22  -2.74999e+003   1.25431e-002    4.83e-009        1.00e+000
  23  -2.75000e+003   6.27153e-003    1.21e-009        1.00e+000
  24  -2.75000e+003   3.13576e-003    3.01e-010        1.00e+000
  25  -2.75000e+003   1.56788e-003    7.52e-011        1.00e+000
  26  -2.75000e+003   7.83941e-004    1.88e-011        1.00e+000
  27  -2.75000e+003   3.91970e-004    4.70e-012        1.00e+000
  28  -2.75000e+003   1.95985e-004    1.18e-012        1.00e+000
  29  -2.75000e+003   9.79926e-005    2.94e-013        1.00e+000
  30  -2.75000e+003   4.89963e-005    7.34e-014        1.00e+000
  31  -2.75000e+003   2.44981e-005    1.84e-014        1.00e+000
```