



**ANALISA PEWARNAAN TITIK r -DINAMIS PADA GRAF HASIL
OPERASI *COMB PRODUCT***

SKRIPSI

Oleh

**Sida Laila Fauziah
NIM 131810101039**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER**

2017



**ANALISA PEWARNAAN TITIK r -DINAMIS PADA GRAF HASIL
OPERASI *COMB PRODUCT***

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Sida Laila Fauziah

NIM 131810101039

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER**

2017

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah S.W.T yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dengan teriring rasa terimakasihku yang terdalam kepada:

1. Kedua orang tuaku tercinta: Ibunda Fauziah dan Ayahanda Moh. Sholeh yang selalu mencurahkan kasih sayangnya dan mendo'akan dengan tulus tanpa kenal lelah;
2. Nenekku tersayang Umi Farida yang telah membimbing dan mendo'akan dengan tulus;
3. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D., Bu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si., Bapak Kusbudiono S.Si., M.Si. dan Bapak Dr. M. Fatekurohman, S.Si., M.Si. yang dengan sabar tulus dan ikhlas membimbing sehingga skripsi ini terselesaikan;
4. Guru - guru SDN Kaliboto Lor 01, SMPN 1 Jatiroto, MAN 1 Jember dan dosen - dosen FMIPA Matematika Uiversitas Jember yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. Sahabat - sahabat terbaikku: Marissa, Cindy, Yessy, Yanti, Rosanita, Dinda, Hairus, Vela, Andre, dan keluarga besar angkatan matematika 2013 (ATLAS) yang selalu memberikan dukungan, semangat serta kenangan dan pengalaman indah yang tak terlupakan;
6. Abdurro'uf Achmad Sholeh dan keluarga yang dengan tulus memberikan do'a dan semangat;
7. Alamamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

"... Sesungguhnya Allah tidak akan merubah keadaan suatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada mereka sendiri..."

(Q.S Ar-radu:11)¹

"Banyak kegagalan dalam hidup ini dikarenakan orang-orang tidak menyadari betapa dekatnya mereka dengan keberhasilan saat mereka menyerah"

(Thomas Alva Edison)²

1

¹Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. *Al-Quran dan Terjemahannya*. Bandung: CV. Penerbit Diponegoro.

²Thomas Alva Edison, penemu mesin telegraf.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Sida Laila Fauziah

NIM : 131810101039

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Analisa Pewarnaan titik r -Dinamis pada Graf Khusus Hasil Operasi *Comb Product*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juni 2017

Yang Menyatakan

Sida Laila Fauziah
NIM 131810101039

SKRIPSI

**ANALISA PEWARNAAN TITIK r -DINAMIS PADA GRAF HASIL
OPERASI *COMB PRODUCT***

Oleh

Sida Laila Fauziah
NIM 131810101039

Pembimbing :

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Analisa Pewarnaan Titik r -Dinamis pada Graf Khusus Hasil Operasi *Comb Product*" telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

NIP. 196808021993031004

NIP. 198408012008012006

Dosen Penguji I,

Dosen Penguji II,

Kusbudiono, S.Si., M.Si

Dr. Mohamad Fatekurohman, S.Si., M.Si.

NIP. 197704302005011001

NIP. 196906061998031001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Jember,

Drs. Sujito, Ph.D.

NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Analisa Pewarnaan Titik r -Dinamis pada Graf Khusus Hasil Operasi *Comb Product*; Sida Laila Fauziah, 131810101039: 124 halaman; Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Pewarnaan graf merupakan kasus khusus dari pelabelan graf. Ada tiga macam pewarnaan pada graf yaitu pewarnaan titik, pewarnaan sisi dan pewarnaan wilayah. Konsep dalam pewarnaan graf menggunakan k warna tidak diperbolehkan menggunakan warna sama yang berdekatan namun pewarnaan haruslah seminimum mungkin, k adalah bilangan bulat positif terkecil atau disebut bilangan kromatik yang dinotasikan dengan $\chi(G)$. Pewarnaan titik adalah pemberian warna pada setiap titik yang berbeda dalam suatu graf. Satu warna untuk setiap titik, sehingga titik - titik yang bertetangga diwarnai dengan warna yang berbeda. Adapun warna yang digunakan dapat berupa elemen dari sebarang himpunan (seperti: merah, biru, hijau) ataupun bilangan bulat positif $\{1, 2, 3, \dots, k\}$. Penggunaan bilangan bulat positif sebagai warna lebih memudahkan kita apabila membutuhkan jenis warna dalam jumlah yang besar.

Pewarnaan graf mengalami perkembangan menjadi pewarnaan r -dinamis. Pewarnaan r -dinamis merupakan pengembangan dari pewarnaan k -warna dinamis yang diperkenalkan oleh Montogeometry pada tahun 2002. Pewarnaan k -warna dinamis pada graf G merupakan pewarnaan titik pada graf G sebanyak k -warna sedemikian hingga setiap titik berderajat minimum dua pada G setidaknya memiliki dua warna berbeda pada titik - titik ketetanggaannya. Himpunan ketetanggan suatu titik v , dinotasikan dengan $N(v)$, merupakan himpunan titik-titik bertetangga dengan titik v . Derajat dari suatu titik v dinotasikan dengan $d(v)$, derajat titik yang minimum pada graf G dinotasikan dengan $\delta = \delta(G)$, dan derajat titik yang maksimum pada graf G dinotasikan dengan $\Delta = \Delta(G)$. Titik yang saling bertetangga memiliki paling sedikit 2 warna. Pewarnaan r -dinamis suatu graf G didefinisikan sebagai pemetaan c dari V ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi berikut:

1. jika $uv \in E(G)$ maka $c(u) \neq c(v)$, dan
2. $\forall v \in V(G), |c(N(v))| \geq \min\{r, d(v)\}$

Jumlah warna r – *dynamic* dari graf G dinotasikan dengan $\chi_r(G)$ merupakan warna minimum k . Bilangan terkecil k dari k –pewarnaan titik graf G disebut bilangan kromatik dinamis graf G yang dinotasikan dengan $\chi_d(G)$.

Pada penelitian ini telah diteliti pewarnaan titik r -dinamis pada 8 graf khusus hasil operasi *Comb Product*. Graf tersebut diantaranya $P_n \triangleright C_3, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$. Dari penelitian ini didapat 8 teorema baru diantaranya:

Teorema 4.1. *Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright C_4, n \geq 3$ dapat ditulis:*

$$\chi_r(P_n \triangleright C_4) = \begin{cases} r + 1 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ 5 & , \text{ untuk } r \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 4.2. *Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright W_3, n \geq 3$ dapat ditulis:*

$$\chi_r(P_n \triangleright W_3) = \begin{cases} 4 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ 5 & , \text{ untuk } r = 4 \\ 6 & , \text{ untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

Teorema 4.3. *Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright Bt_3, n \geq 3$ dengan titik puncak Bt_3 sebagai titik cangkok pada graf $P_n \triangleright Bt_3$ dapat ditulis:*

$$\chi_r(P_n \triangleright Bt_3) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ 4 & , \text{ untuk } r = 3 \\ 5 & , \text{ untuk } r \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 4.4. *Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright F_4, n \geq 3$ dengan titik pusat F_4 sebagai titik cangkok pada graf $P_n \triangleright F_4$ s dapat ditulis:*

$$\chi_r(P_n \triangleright F_4) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 6 \\ 7 & , \text{ untuk } r \geq 6 \end{cases}$$

Teorema 4.5. *Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright C_3, n \geq 3$ dapat ditulis:*

$$\chi_r(L_n \triangleright C_3) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 5 \\ 6 & , \text{ untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

Teorema 4.6. Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright W_3, n \geq 3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright W_3) = \begin{cases} 4 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 6 \\ 7 & , \text{ untuk } r \geq 6 \end{cases}$$

Teorema 4.7. Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright Bt_3, n \geq 3$ dengan titik pucak Bt_3 sebagai titik cangkok pada graf $L_n \triangleright Bt_3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright Bt_3) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 5 \\ 6 & , \text{ untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

Teorema 4.8. Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}, n \geq 3$ dengan titik pusat F_4 sebagai titik cangkok pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright Wd_{3,2}) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 7 \\ 8 & , \text{ untuk } r \geq 7 \end{cases}$$

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah S.W.T atas segala rahmad dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisa Pewarnaan Titik r -Dinamis pada Graf Khusus Hasil Operasi *Comb Product*". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pada Kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Drs. Sujito, Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Kusbudiono, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
3. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing Utama, Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota, Kusbudiono, S.Si., M.Si, selaku Dosen Penguji I dan Dr. Mohammad Fatekurohman, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji II, yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. Dosen dan karyawan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam;
5. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah S.W.T dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juni 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
RINGKASAN	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xiii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
1.5 Kebaharuan	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Terminologi Dasar Graf	4
2.2 Graf Khusus	6
2.3 Operasi Graf	9
2.4 Pewarnaan Graf	10
2.4.1 Pewarnaan Titik (<i>Vertex Coloring</i>)	10
2.4.2 Pewarnaan Sisi (<i>Edge Coloring</i>)	11

2.4.3	Pewarnaan Wilayah (<i>Region Coloring</i>)	12
2.5	Pewarnaan Titik r-Dinamis	13
2.6	Aplikasi Graf	14
2.7	Hasil Pewarnaan r-dinamis Sebelumnya	19
BAB 3.	METODE PENELITIAN	22
3.1	Jenis Penelitian	22
3.2	Rancangan Penelitian	22
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN	24
4.1	Bilangan Kromatik dan Fungsi Pewarnaan Titik r-Dinamis	24
4.2	Pembahasan	85
BAB 5.	PENUTUP	90
5.1	Kesimpulan	90
5.2	Saran	93
DAFTAR PUSTAKA	94
Lampiran	97

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf G	4
2.2 Graf Lintasan P_5 dan P_6	6
2.3 Graf Lingkaran C_5 dan C_6	6
2.4 Graf Kipas F_4 dan F_5	7
2.5 Graf Roda W_3 dan W_4	7
2.6 Graf Tangga L_4 dan L_5	8
2.7 Graf Buku Segitiga BT_3 dan BT_4	8
2.8 Graf Kincir $Wd_{3,2}$ dan $Wd_{3,3}$	9
2.9 Operasi <i>Comb Product</i>	10
2.10 Pewarnaan Titik	11
2.11 Pewarnaan Sisi	11
2.12 Pewarnaan Wilayah	12
2.13 Contoh Pewarnaan Titik r -dinamis pada graf P_8	13
2.14 Tabel adjention siswa bimbel SD	15
2.15 Representasi Graf	16
2.16 Pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf	16
2.17 Pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf	17
2.18 Pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf	18
3.1 Skema Rancangan Penelitian	23
4.1 (a) Graf Lintasan P_n (b) graf lingkaran c_4 (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $P_n \triangleright C_4$	26
4.2 Pewarnaan titik 1-dinamis pada graf $P_n \triangleright C_4$	28
4.3 Pewarnaan titik 2-dinamis pada graf $P_n \triangleright C_4$	29

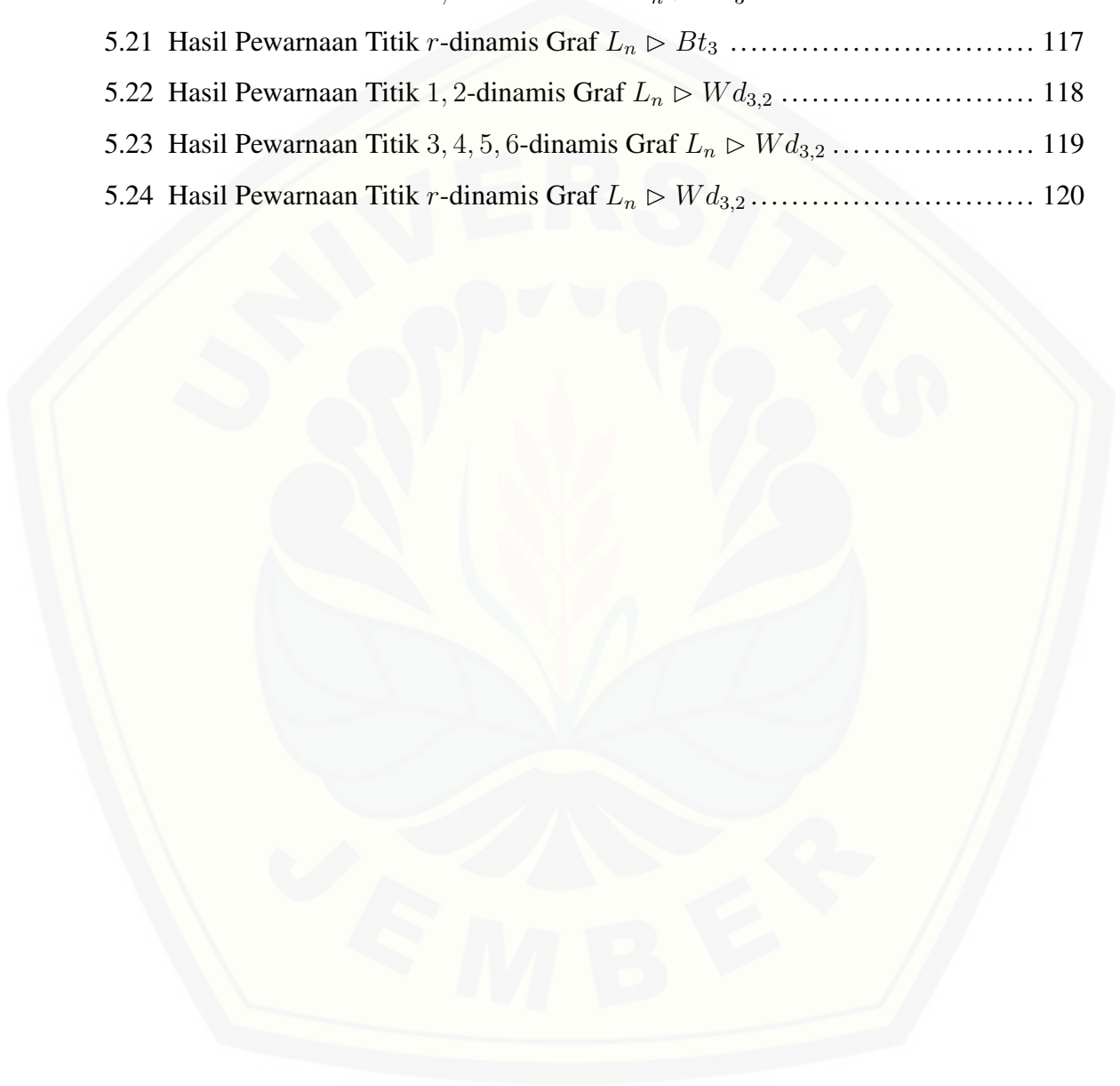
4.4	Pewarnaan titik 3-dinamis pada graf $P_n \triangleright C_4$	29
4.5	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $r \geq 4$ pada graf $P_n \triangleright C_4$	30
4.6	(a) Graf Lintasan P_n (b) graf roda W_3 (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $P_n \triangleright W_3$	32
4.7	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $1 \leq r \leq 3$ pada graf $P_n \triangleright W_3$	33
4.8	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $P_n \triangleright W_3$	35
4.9	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $r \geq 5$ pada graf $P_n \triangleright W_3$	36
4.10	(a) Graf Lintasan P_n (b) graf buku segitiga Bt_3 (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $P_n \triangleright Bt_3$	38
4.11	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $1 \leq r \leq 2$ pada graf $P_n \triangleright Bt_3$	40
4.12	Pewarnaan titik 3-dinamis pada graf $P_n \triangleright Bt_3$	41
4.13	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $r \geq 4$ pada graf $P_n \triangleright Bt_3$	43
4.14	(a) Graf Lintasan P_n (b) graf kipas F_4 (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $P_n \triangleright F_4$	44
4.15	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $1 \leq r \leq 2$ pada graf $P_n \triangleright F_4$	46
4.16	Pewarnaan titik 3-dinamis pada graf $P_n \triangleright F_4$	47
4.17	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $P_n \triangleright F_4$	48
4.18	Pewarnaan titik 5-dinamis pada graf $P_n \triangleright F_4$	50
4.19	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $r \geq 6$ pada graf $P_n \triangleright F_4$	51
4.20	(a) Graf tangga L_n (b) graf lingkaran C_3 (b) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $L_n \triangleright C_3$	53
4.21	Pewarnaan titik 1, 2-dinamis pada graf $L_n \triangleright C_3$	54
4.22	Pewarnaan titik 3-dinamis pada graf $L_n \triangleright C_3$	56
4.23	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $L_n \triangleright C_3$	57
4.24	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $L_n \triangleright C_3$	59
4.25	(a) Graf tangga L_n (b) graf roda W_3 (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $L_n \triangleright W_3$	60

4.26	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $1 \leq r \leq 3$ pada graf $L_n \triangleright W_3$	62
4.27	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $L_n \triangleright W_3$	63
4.28	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $L_n \triangleright W_3$	65
4.29	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $r \geq 6$ pada graf $L_n \triangleright W_3$	67
4.30	(a) Graf tangga L_n (b) graf buku segitiga Bt_3 (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $L_n \triangleright Bt_3$	68
4.31	Pewarnaan titik r -dinamis untuk $1 \leq r \leq 2$ pada graf $L_n \triangleright Bt_3$	70
4.32	Pewarnaan titik 3-dinamis pada graf $L_n \triangleright Bt_3$	72
4.33	Pewarnaan titik 4-dinamis pada graf $L_n \triangleright Bt_3$	74
4.34	Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$	76
4.35	(a) Graf tangga L_n (b) graf kincir $Wd_{3,2}$ (c) Graf hasil operasi <i>comb product</i> $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	77
4.36	Pewarnaan Titik r -dinamis untuk $1 \leq r \leq 2$ pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	79
4.37	Pewarnaan Titik 3-dinamis pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	80
4.38	Pewarnaan Titik 4-dinamis pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	81
4.39	Pewarnaan Titik 5-dinamis pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	82
4.40	Pewarnaan Titik 5-dinamis pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	84
4.41	Pewarnaan Titik r -dinamis untuk $r \geq 7$ pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	86

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Hasil Pewarnaan Titik 2-dinamis Graf P_8	14
2.2 Hasil Simpul Ketetangaan	15
2.3 Tabel Pewarnaan Titik 1-dinamis	17
2.4 Tabel Pewarnaan Titik 2-dinamis	18
2.5 Tabel Pewarnaan Titik 3-dinamis	19
2.6 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Penelitian Terdahulu	20
5.1 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $P_n \triangleright C_4$	97
5.2 Hasil Pewarnaan Titik 3-dinamis Graf $P_n \triangleright C_4$	98
5.3 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright C_4$	99
5.4 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2, 3-dinamis Graf $P_n \triangleright W_3$	100
5.5 Hasil Pewarnaan Titik 4-dinamis Graf $P_n \triangleright W_3$	101
5.6 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright W_3$	102
5.7 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $P_n \triangleright Bt_3$	103
5.8 Hasil Pewarnaan Titik 3-dinamis Graf $P_n \triangleright Bt_3$	104
5.9 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright Bt_3$	105
5.10 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $P_n \triangleright F_4$	106
5.11 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4, 5-dinamis Graf $P_n \triangleright F_4$	107
5.12 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright F_4$	108
5.13 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $L_n \triangleright C_3$	109
5.14 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4-dinamis Graf $L_n \triangleright C_3$	110
5.15 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright C_3$	111
5.16 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2, 3-dinamis Graf $L_n \triangleright W_3$	112
5.17 Hasil Pewarnaan Titik 4, 5-dinamis Graf $L_n \triangleright W_3$	113

5.18 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright W_3$	114
5.19 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$	115
5.20 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4-dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$	116
5.21 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$	117
5.22 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	118
5.23 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4, 5, 6-dinamis Graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	119
5.24 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$	120



BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang digunakan untuk memecahkan masalah. Teori graf pertama kali di perkenalkan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Swiss bernama Leonhard Euler pada tahun 1736. Euler berhasil memecahkan masalah jembatan yang berada di kota Konisberg. Menurut Ardiana(2016), graf adalah salah satu pokok bahasan yang telah lama dan banyak diaplikasikan di berbagai bidang. Fungsi graf sangat banyak, namun pada umumnya digunakan sebagai alat bantu dalam memodelkan suatu masalah agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan.

Seiring perkembangan zaman bidang kajian dalam teori graf juga mengalami perkembangan. Salah satu bidang kajian yang mengalami perkembangan adalah pewarnaan graf. Penerapan pewarnaan teori graf dapat digunakan untuk model matematis suatu permasalahan bidang lain maupun kehidupan sehari-hari, namun masih belum banyak dilakukan. Salah satu contoh penerapan pewarnaan graf adalah untuk penjadwalan matakuliah dan ujian fakultas. Terdapat tiga jenis pewarnaan antara lain pewarnaan titik (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*), dan pewarnaan wilayah (*region coloring*). Konsep dalam pewarnaan graf menggunakan k warna tidak diperbolehkan menggunakan warna sama yang berdekatan namun pewarnaan haruslah seminimum mungkin, k adalah bilangan bulat positif terkecil atau disebut bilangan kromatik yang dinotasikan dengan $\chi(G)$.

Pewarnaan graf mengalami perkembangan menjadi pewarnaan r -dinamis. Bilangan kromatik pewarnaan r -dinamis dari graf G dinotasikan dengan $\chi_r(G)$ adalah k minimum yang digunakan untuk mewarnai graf G (kang, 2015). Pewarnaan

r -dinamis dibagi menjadi tiga macam yaitu pewarnaan titik r -dinamis, pewarnaan sisi r -dinamis dan pewarnaan total r -dinamis. Tahun 2013, Lu mengkaji tentang pewarnaan titik pada graf bipartit dan pada tahun yang sama Ardiyansyah melakukan penelitian terhadap bilangan kromatik hasil amalgamasi pada dua buah graf. Kaiser (2014) mengkaji pewarnaan titik pada graf pesawat (*Plane graph*). Harsya *et al* (2014) meneliti pengembangan pewarnaan titik pada operasi graf siklus dengan graf lintasan. Irwanto (2014) meneliti tentang bilangan kromatik pada graf roda untuk $n \geq 5$, graf helm F_n dengan $n \geq 4$, graf anti prisma H_m untuk $m \geq 4$, graf prisma H_n untuk $n \geq 4$. Tarmidzi (2015) meneliti tentang bilangan kromatik pada graf khusus dan graf hasil operasi shackle. Penelitian terbaru dilakukan oleh Irawati (2016) yang meneliti tentang pewarnaan titik r -dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi dan shackle serta Seruni (2016) yang meneliti tentang pewarnaan vertex r -dinamis pada graf khusus hasil operasi.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, maka penulis tertarik untuk meneliti mengenai pewarnaan titik r -dinamis pada graf hasil operasi yang belum diteliti sebelumnya. Operasi yang akan digunakan untuk penelitian ini adalah operasi *comb product*, sehingga pada penelitian ini peneliti mengambil judul "Analisa Pewarnaan Titik r -Dinamis pada Graf Hasil Operasi *Comb Product*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

- a. bagaimana kardinalitas titik dan kardinalitas sisi pada graf $P_n \triangleright C_3, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$?
- b. bagaimana menentukan bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright C_3, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

- menentukan kardinalitas titik dan kardinalitas sisi pada graf $P_n \triangleright C_3, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$;
- menentukan bilangan kromatik dari pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright C_3, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang didapatkan dari penelitian ini yaitu:

- menambah pengetahuan dan wawasan baru mengenai pewarnaan titik pada graf hasil operasi *comb product*;
- memberikan motivasi pada peneliti selanjutnya untuk memperluas penelitian mengenai pewarnaan titik r -dinamis.

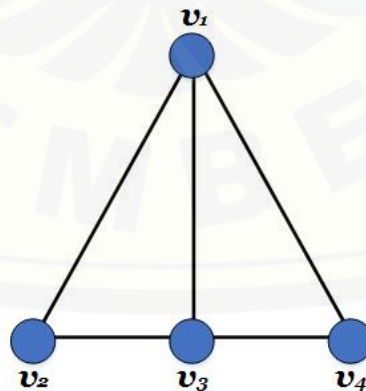
1.5 Kebaharuan

Peneliti sebelumnya telah meneliti pewarnaan titik r -dinamis pada beberapa graf khusus dan hasil operasinya. Operasi yang digunakan terdiri dari beberapa operasi. Sedangkan pada penelitian ini, akan diteliti pewarnaan titik r -dinamis pada beberapa graf khusus hasil operasi *comb product*nya saja. Graf khusus yang digunakan yaitu graf lintasan (P_n), graf lingkaran (C_n), graf kipas (F_n), graf roda (W_n), graf tangga (L_n), graf buku segitiga (BT_n), graf kincir ($Wd_{n,m}$).

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Graf G adalah pasangan himpunan dari (V, E) dengan V adalah himpunan tak kosong yang anggotanya disebut himpunan titik (*vertex*) dan E adalah himpunan yang anggotanya tak berurut dari titik V yang disebut himpunan sisi (*edges*), digambarkan sebagai garis yang menghubungkan sepasang titik. Dari pengertian graf tersebut menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi dan hanya memiliki satu titik (Slamin, 2009). Graf yang hanya memiliki satu titik dan tidak memiliki sisi disebut graf trivial. Himpunan titik di G dinotasikan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinotasikan dengan $E(G)$. Sedangkan banyaknya unsur yang berada di V disebut order dari G , dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di E disebut size dari G , dilambangkan dengan $q(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1996). Gambar 2.1 berikut ini merupakan contoh dari graf G



Gambar 2.1 Graf G

Graf G terdiri dari himpunan titik yang dinotasikan dengan $V(G) = v_1, v_2, v_3, v_4$ dan himpunan sisi yang dinotasikan dengan $E(G) = v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_3v_4$. Banyaknya titik pada suatu graf disebut kardinalitas titik dinotasikan dengan $|V|$ sedangkan banyaknya sisi pada suatu graf disebut kardinalitas sisi dinotasikan dengan $|E|$ (Nugroho, 2008). Titik v_1 dan v_2 pada graf G dikatakan berdampingan atau tetangga (*adjacent*) jika terdapat sebuah sisi yang menghubungkan antara v_1 dan v_2 , yaitu v_1v_2 . Dengan demikian, v_1 dan v_2 dikatakan bersisian (*incident*) dengan sisi v_1v_2 . Gambar 2.1 menunjukkan jika titik v_2 bertetangga dengan titik v_1 dan v_3 tetapi tidak bertetangga dengan v_4 . Titik v_3 bersisian dengan v_1v_3, v_2v_3 dan v_4v_3 .

Derajat dari suatu titik v pada graf G , ditulis $d(v)$ merupakan banyaknya titik dalam G yang incident pada v (Munir, 2012). Graf pada Gambar 2.1 memiliki $d(v_1) = 3, d(v_2) = 2, d(v_3) = 3, dan d(v_4) = 2$. Suatu titik dengan derajat nol disebut sebagai titik terisolasi (*isolated vertex*). Derajat terbesar dari suatu graf G dinotasikan $\Delta(G)$ merupakan banyaknya maksimal sisi yang adjacent pada suatu titik v_i di graf G diantara titik-titik lainnya, sedangkan derajat minimum pada G dinotasikan dengan $\delta(G)$. Graf pada Gambar 2.1 memiliki $\Delta(G) = 3$. Suatu graf G yang memiliki derajat yang sama disebut dengan graf reguler. Sebuah titik yang memiliki derajat satu disebut dengan anting-anting (*pendant vertex*).

Graf dapat dikelompokkan berdasarkan ada tidaknya sisi ganda dan loop, jumlah titik, atau berdasarkan orientasi arah pada sisi. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf maka graf digolongkan menjadi dua jenis yaitu graf sederhana (*simple graph*) dan graf tak sederhana (*unsimple graph*). Graf sederhana (*simple graph*) merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda. Pada graf sederhana sisi merupakan pasangan tak terurut. Jadi sisi (u, v) sama saja dengan (v, u) . Sedangkan graf tak-sederhana (*unsimple graph*) merupakan graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu graf ganda (*multigraph*) atau graf semu (*pseudograph*). Graf ganda adalah graf yang

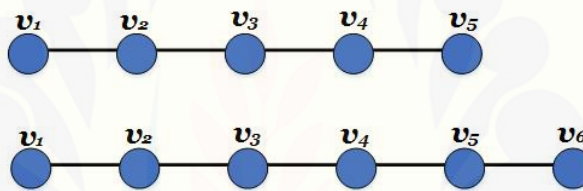
mengandung sisi ganda dan graf semu adalah graf yang mengandung gelang (*loop*).

2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang memiliki keunikan dan karakteristik bentuk khusus. keunikan graf khusus adalah tidak isomorfis dengan graf lainnya, sedangkan karakteristik bentuknya dapat diperluas sampai order n dan tetap simetris. Berikut adalah graf khusus yang akan digunakan untuk penelitian

a. Graf Lintasan (*Path*)

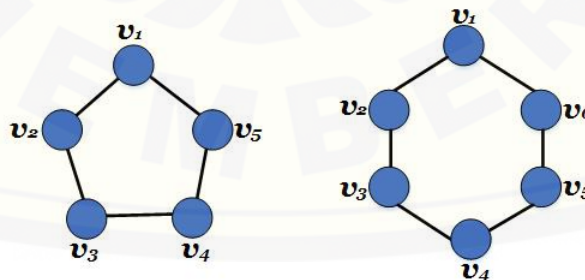
Graf lintasan (*Path*) adalah graf sederhana yang dinotasikan dengan P_n yang memiliki n titik dan $n - 1$ sisi (Damayanti, 2011).



Gambar 2.2 Graf Lintasan P_5 dan P_6

b. Graf Lingkaran (*Cycle*)

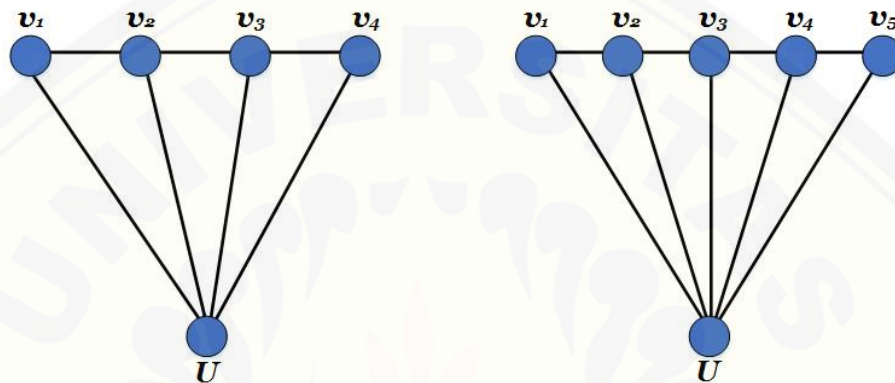
Graf Lingkaran (*Cycle*) adalah graf sederhana yang dinotasikan dengan C_n yang memiliki n titik dan $n - 1$ sisi (Harray *et al*, 2011).



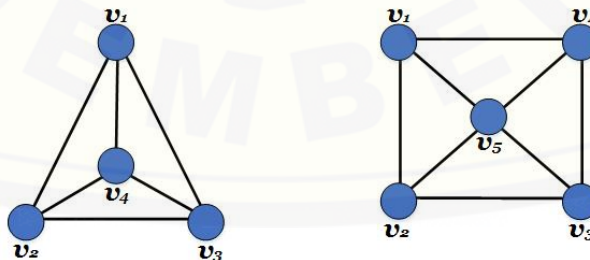
Gambar 2.3 Graf Lingkaran C_5 dan C_6

c. Graf Kipas (F_n)

Graf Kipas (F_n) adalah graf yang diperoleh dengan menghubungkan semua titik dari graf lintasan (P_n) pada satu titik pusat. Graf kipas dinotasikan dengan F_n dimana $n \geq 2$. Graf kipas (F_n) memiliki $n + 1$ titik dan $2n - 1$ sisi (Dafik *et al*, 2007).

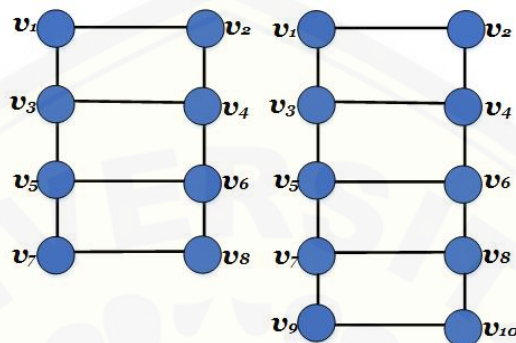
Gambar 2.4 Graf Kipas F_4 dan F_5 d. Graf Roda (W_n)

Graf Roda (W_n) adalah graf yang diperoleh dengan cara menambahkan satu titik pada graf lingkaran (C_n) dan menghubungkan titik baru tersebut dengan semua titik pada graf lingkaran (C_n). Graf roda dinotasikan dengan W_n dimana $n \geq 3$. Graf roda memiliki $n + 1$ titik dan $2n$ sisi (Harary, 2011).

Gambar 2.5 Graf Roda W_3 dan W_4

e. Graf Tangga (*Ladder*)

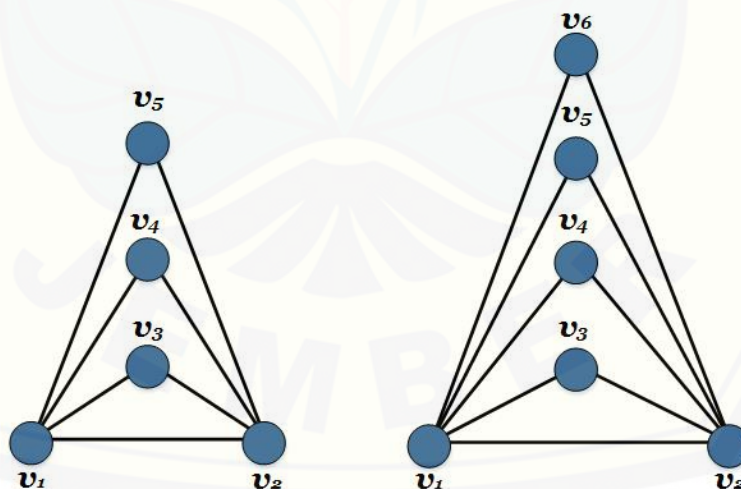
Graf Tangga (*Ladder*) adalah graf sederhana yang dinotasikan dengan L_n yang memiliki $2n$ titik dan $n + 2(n - 1)$ sisi (Tarmidzi, 2015).



Gambar 2.6 Graf Tangga L_4 dan L_5

f. Graf Buku Segitiga (*Triangular Book*)

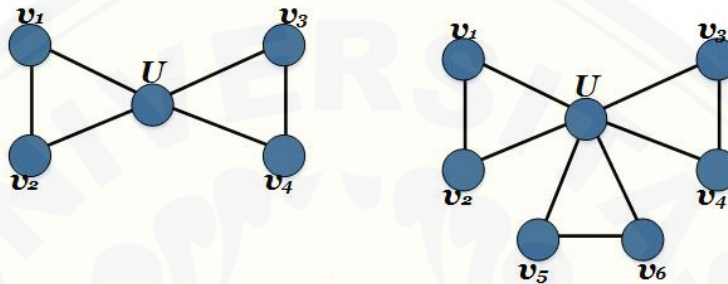
Graf Buku Segitiga (*Triangular Book*) adalah graf sederhana yang dinotasikan dengan BT_n yang memiliki $n - 1$ titik dan $n + 2$ sisi (Tarmidzi, 2015).



Gambar 2.7 Graf Buku Segitiga BT_3 dan BT_4

g. Graf Kincir (*Windmill*)

Graf Kincir (*Windmill*) adalah graf sederhana dengan satu titik pusat yang dipakai bersama. Graf kincir dinotasikan dengan $Wd_{n,m}$ dimana $n \geq 3$ dan $m \geq 2$ yang memiliki $(n - 1)m + 1$ titik dan $\frac{mn(n - 1)}{2}$ sisi (Ardiyansyah dan Darmadji, 2013).

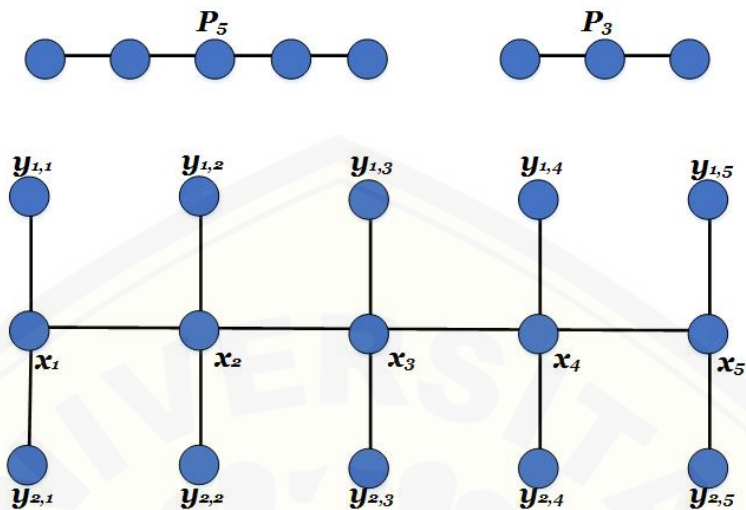


Gambar 2.8 Graf Kincir $Wd_{3,2}$ dan $Wd_{3,3}$

2.3 Operasi Graf

Operasi graf merupakan suatu cara untuk menghasilkan graf baru dengan mengoperasikan dua buah graf. Operasi graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah operasi *Comb Product*.

Definisi 2.1 Misalkan L dan H adalah graf terhubung dan \circ adalah titik di H . Operasi *Comb Product* dari graf L dan H dinotasikan $L \triangleright H$, merupakan operasi graf yang diperoleh dengan mengambil salinan dari graf L dan $|V(L)|$ salinan dari H dan merekatkan salinan ke- i dari graf H di titik cangkok pada titik ke- i dari graf L dengan demikian, himpunan titik dan sisi dari graf $L \triangleright H$ adalah sebagai berikut : $V(L \triangleright H) = \{(a, v) | a \in V(L), v \in V(H)\}$ dan $(a, v)(b, w) \in E(L \triangleright H)$ jika $a = b$ dan $vw \in E(H)$ atau $ab \in E(L)$ maka $v = w = \circ$ (Saputro *et al*, 2013).

Gambar 2.9 Operasi *Comb Product*

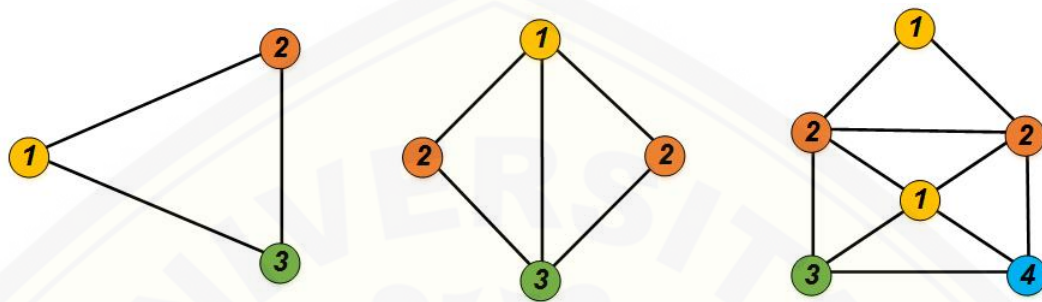
2.4 Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf merupakan suatu bentuk pelabelan pada graf dengan cara memberikan warna pada elemen graf. Terdapat tiga macam pewarnaan pada graf, yaitu pewarnaan titik (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*), dan pewarnaan wilayah (*region coloring*).

2.4.1 Pewarnaan Titik (*Vertex Coloring*)

Pewarnaan Titik pada graf G adalah pemberian warna pada titik-titik graf G , satu warna untuk setiap titik, sehingga titik-titik yang bertetangga diwarnai dengan warna yang berbeda (Chartrand dan Zhang, 2009: 147). Adapun warna yang digunakan dapat berupa elemen dari sebarang himpunan (seperti: merah, biru, hijau) ataupun bilangan bulat positif $(1, 2, 3, \dots, k)$. Penggunaan bilangan bulat positif sebagai warna lebih memudahkan kita apabila membutuhkan jenis warna dalam jumlah yang besar. Dengan demikian, pewarnaan titik dapat dianggap sebagai fungsi $c : V(G) \rightarrow N$ dimana N bilangan bulat positif, sedemikian hingga $c(u) \neq c(v)$ jika u dan v merupakan dua titik yang bertetangga.

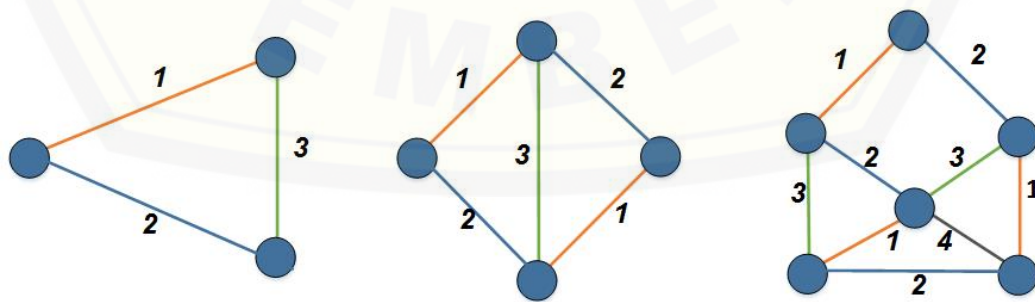
Bilangan bulat positif k yang minimum untuk mewarnai titik pada graf G disebut dengan bilangan kromatik yang dinotasikan dengan $X(G)$ Pewarnaan titik dapat dilihat pada Gambar 2.10



Gambar 2.10 Pewarnaan Titik

2.4.2 Pewarnaan Sisi (*Edge Coloring*)

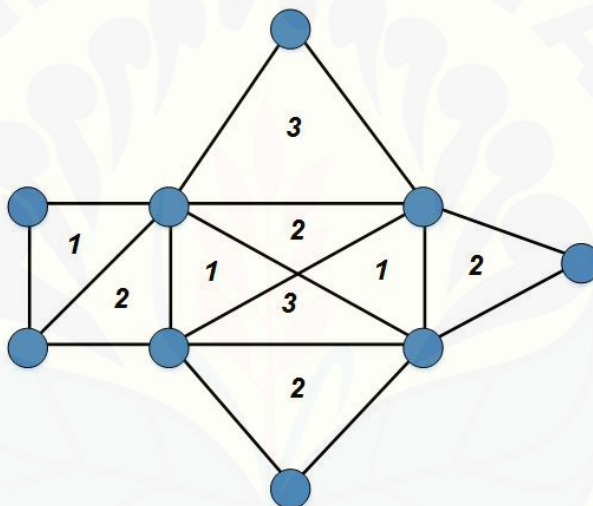
Pewarnaan sisi pada graf G adalah pewarnaan semua sisi G sedemikian hingga setiap dua sisi yang terkait pada titik yang sama mendapatkan warna yang berbeda (Budayasa, 2007). Sama halnya pada pewarnaan titik, pewarnaan sisi dapat digambarkan sebagai fungsi $c : E(G) \rightarrow N$ dimana N bilangan bulat positif, sedemikian hingga $c(e) \neq c(f)$ untuk setiap dua sisi e dan f yang bertetangga pada G . Bilangan bulat positif k yang minimum untuk mewarnai sisi pada graf G disebut sebagai indeks kromatik (atau disebut juga bilangan kromatik sisi) graf G dan dinotasikan $\chi'(G)$. Contoh pewarnaan sisi dapat dilihat pada Gambar 2.11



Gambar 2.11 Pewarnaan Sisi

2.4.3 Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*)

Pewarnaan wilayah pada graf G adalah memberikan warna pada setiap wilayah pada graf sehingga wilayah yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama (Chartrand dan Zhang, 2009:249). Seperti halnya dengan pewarnaan titik dan pewarnaan sisi, pewarnaan wilayah juga dapat dinyatakan sebagai fungsi $c : R(G) \rightarrow N$ dimana N adalah bilangan bulat positif sedemikian hingga $c(r) \neq c(s)$ untuk setiap wilayah r dan s merupakan wilayah bertetangga pada G . Contoh pewarnaan wilayah dapat dilihat pada Gambar 2.12



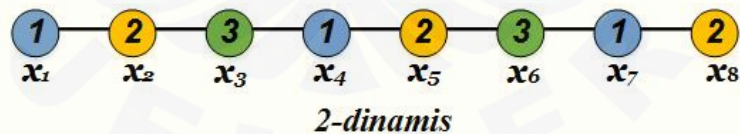
Gambar 2.12 Pewarnaan Wilayah

2.5 Pewarnaan Titik r -Dinamis

Pewarnaan r -dinamis merupakan pengembangan dari pewarnaan k -warna dinamis yang diperkenalkan oleh Montogeometry pada tahun 2002. Pewarnaan k -warna dinamis pada graf G merupakan pewarnaan titik pada graf G sebanyak k -warna sedemikian hingga setiap titik berderajat minimum dua pada G setidaknya memiliki dua warna berbeda pada titik - titik ketetanggaannya. Himpunan ketetanggan suatu titik v , dinotasikan dengan $N(v)$, merupakan himpunan titik-titik bertetangga dengan titik v . Derajat dari suatu titik v dinotasikan dengan $d(v)$, derajat titik yang minimum pada graf G dinotasikan dengan $\delta = \delta(G)$, dan derajat titik yang maksimum pada graf G dinotasikan dengan $\Delta = \Delta(G)$. Titik yang saling bertetangga memiliki paling sedikit 2 warna. Pewarnaan r -dinamis suatu graf G didefinisikan sebagai pemetaan c dari V ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi berikut:

1. jika $uv \in E(G)$ maka $c(u) \neq c(v)$, dan
2. $\forall v \in V(G), |c(N(v))| \geq \min\{r, d(v)\}$

Jumlah warna r - *dynamic* dari graf G dinotasikan dengan $\chi_r(G)$ merupakan warna minimum k . Bilangan terkecil k dari k -pewarnaan titik graf G disebut bilangan kromatik dinamis graf G yang dinotasikan dengan $\chi_d(G)$.



Gambar 2.13 Contoh Pewarnaan Titik r -dinamis pada graf P_8

Tabel 2.1 Hasil Pewarnaan Titik 2-dinamis Graf P_8

V	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(V)\}$
x_1	1	1	2	1	1	YA
x_2	2	2	2	2	2	YA
x_3	3	2	2	2	2	YA
x_4	1	2	2	2	2	YA
x_5	2	2	2	2	2	YA
x_6	3	2	2	2	2	YA
x_7	1	2	2	2	2	YA
x_8	2	1	2	1	1	YA

◇ **Teorema 2.1.** $\chi_r(G) \geq \min\{\Delta(G), r\} + 1$ (Jahanbekam S. et al, 2014).

Observasi 2.1. $\chi_{r+1}(G) \geq \chi_r(G)$ (Kang, et al, 2015).

2.6 Aplikasi Graf

Bentuk implementasi dari teori graf banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Aplikasi dari teori graf sangat bermanfaat dalam dunia luas seperti halnya penjadwalan, optimasi, ilmu komputer, jaringan komunikasi, analisis algoritma dan graph coloring. Graf dapat memodelkan masalah yang terjadi dan digambarkan secara jelas. Penyelesaian masalah yang dilakukan graf dengan cara mengubah objek diskrit menjadi titik-titik yang kemudian dihubungkan dengan sisi untuk menggambarkan suatu permasalahan.

Permasalahan yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana cara menyusun jadwal bimbel seminimal mungkin agar waktu yang telah ditentukan tidak bentrok dengan pelajaran bimbel lainnya. Aplikasi graf yang digunakan adalah pewarnaan titik r -dinamis. langkah awal yang dilakukan adalah memberi label titik untuk masing - masing pelajaran bimbel diantaranya, matematika (15.00 WIB) v_1 , bahasa indonesia (15.00 WIB) v_2 , bahasa inggris (15.00 WIB) v_3 , IPA (15.30 WIB) v_4 , IPS (15.30 WIB) v_5 , PKN (15.00 WIB) v_6 . langkah kedua adalah membuat label

relasi antara siswa SD dan mata pelajaran bimbil yang diikuti. Matriks adjention relasi siswa SD dan mata pelajaran bimbil yang diikuti dapat dilihat pada gambar 2.14

SISWA SD	MATA PELAJARAN BIMBEL					
	v1	v2	v3	v4	v5	v6
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1
3	1	0	0	1	1	0
4	0	0	0	1	1	1
5	0	1	1	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1
8	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	1

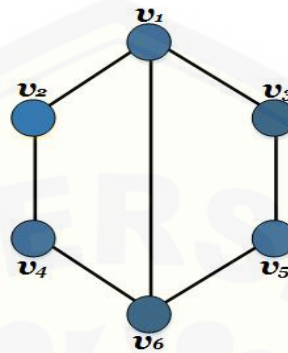
Gambar 2.14 Tabel adjention siswa bimbil SD

Langkah ke tiga adalah menentukan simpul ketetanggan. Berdasarkan gambar 2.14 dapat dilihat ketetanggan dari mata pelajaran bimbil yang diambil oleh 10 siswa SD. Simpul ketetanggannya dapat dilihat pada tabel 2.2

Tabel 2.2 Hasil Simpul Ketetangaan

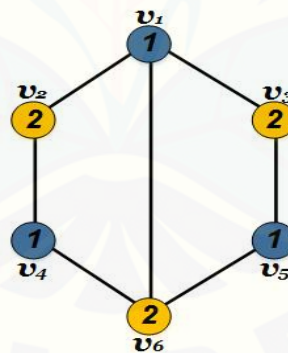
Vertex/Simpul	Ketetangaan
v_1	v_2, v_3, v_6
v_2	v_1, v_4
v_3	v_1, v_5
v_4	v_2
v_5	v_1, v_6
v_6	v_1, v_5

Dari simpul ketetangaan diatas dapat direpresentasikan kedalam graf seperti pada gambar 2.15



Gambar 2.15 Representasi Graf

Langkah keempat memberikan pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf yang dapat dilihat pada gambar. Berdasarkan gambar 2.15 pewarnaan minimum dimulai dengan pewarnaan dua warna seperti pada gambar 2.16



Gambar 2.16 Pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf

Berdasarkan gambar 2.6 terdapat 2 warna yang berbeda untuk 6 simpul pelajaran bimbel, atau dapat dikatakan bahwa graf tersebut memiliki bilangan kromatis 2. selanjutnya ditentukan bilangan r -dinamis sebagai berikut:

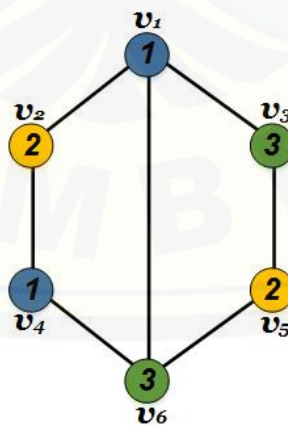
Berdasarkan pewarnaan 1-dinamis dari tabel 2.3 hasil penjadwalan bimbel yang diperoleh adalah sebagai berikut :

Tabel 2.3 Tabel Pewarnaan Titik 1-dinamis

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
v_1	1	1	1	3	1	YA
v_2	2	1	1	2	1	YA
v_3	2	1	1	2	1	YA
v_4	1	1	1	2	1	YA
v_5	1	1	1	2	1	YA
v_6	2	1	1	3	1	YA

1. senin : matematika (15.00 WIB) v_1 , IPA (15.30 WIB) v_4 , IPS (15.30 WIB) v_5 ;
2. selasa : bahasa indonesia (15.00 WIB) v_2 , bahasa inggris (15.00) v_3 , PKN (15.00 WIB) v_6 .

Dapat dilihat bahwa dari pewarnaan 1-dinamis jadwal pelajaran bimbel masih ada yang bentrok yaitu matematika, ipa pada hari senin dan bahasa indonesia, bahasa inggris pada hari selasa, sedangkan jadwal yang disusun haruslah tidak ada mata pelajaran yang berjalan diwaktu yang sama pada hari yang sama untuk itu dilanjutkan kepewarnaan r -dinamis berikutnya yaitu dengan menambahkan warna awal yang semula 2 warna (2 hari) menjadi 3 warna (3 hari).



Gambar 2.17 Pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf

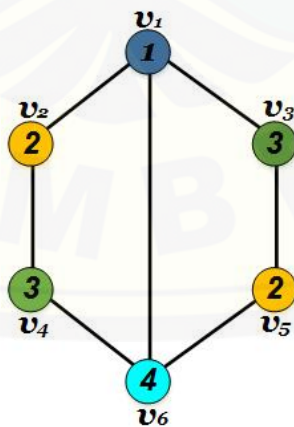
Tabel 2.4 Tabel Pewarnaan Titik 2-dinamis

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
v_1	1	2	2	3	2	YA
v_2	2	1	2	2	2	YA
v_3	3	2	2	2	2	YA
v_4	1	2	2	2	2	YA
v_5	2	1	2	2	2	YA
v_6	3	2	2	3	2	YA

Berdasarkan pewarnaan 2-dinamis dari tabel 2.4 hasil penjadwalan bimbel yang diperoleh adalah sebagai berikut :

1. senin : matematika (15.00 WIB) v_1 , IPA (15.30 WIB) v_4 ;
2. selasa : bahasa indonesia (15.00 WIB) v_2 , IPA (15.30) v_5 ;
3. rabu : bahasa inggris (15.00 WIB) v_3 PKN (15.00 WIB) v_6 .

Dapat dilihat bahwa dari pewarnaan 2-dinamis jadwal pelajaran bimbel masih ada yang bentrok yaitu bahasa inggris dan PKN pada hari rabu. untuk itu dilanjutkan ke pewarnaan r -dinamis berikutnya yaitu dengan menambahkan warna awal yang semula 3 warna (3 hari) menjadi 4 warna (4 hari).



Gambar 2.18 Pewarnaan titik r -dinamis pada representasi graf

Tabel 2.5 Tabel Pewarnaan Titik 3-dinamis

v	$c(v)$	$ c(n(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(n(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
v_1	1	3	3	3	3	YA
v_2	2	2	3	2	3	YA
v_3	3	2	3	2	3	YA
v_4	3	2	3	2	3	YA
v_5	2	2	3	2	3	YA
v_6	4	3	3	3	3	YA

Berdasarkan pewarnaan 3-dinamis dari tabel 2.5 hasil penjadwalan bimbel yang diperoleh adalah sebagai berikut :

1. senin : matematika (15.00 WIB) v_1 ;
2. selasa : bahasa indonesia (15.00 WIB) v_2 , IPS (15.30) v_5 ;
3. rabu : bahasa inggris (15.00 WIB) v_3 , IPA (15.30 WIB) v_4 ;
4. Kamis : PKN (15.00 WIB) v_6 .

Dapat dilihat bahwa dari pewarnaan 3-dinamis jadwal pelajaran bimbel sudah tidak bentrok dimana tidak ada mata pelajaran yang berjalan diwaktu dan hari yang bersamaan.

2.7 Hasil Pewarnaan r -dinamis Sebelumnya

Pada penelitian sebelumnya didapatkan beberapa hasil pewarnaan titik r -dinamis yang dapat digunakan sebagai rujukan penelitian ini. Adapun beberapa hasil penelitian terdahulu mengenai pewarnaan titik r -dinamis bisa dilihat pada Tabel 2.6

Tabel 2.6 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Penelitian Terdahulu

Graf	Bilangan Kromatik r -dinamis	Keterangan
$P_2 \otimes C_n, n$ ganjil	$\chi(G) = 6$	Harsya, dkk 2014
$P_2 \otimes C_n, n$ genap	$\chi(G) = 4$	Harsya, dkk 2014
$P_3 \odot C_n, n$ ganjil	$\chi(G) = 6$	Harsya, dkk 2014
Graf Cycle(C_6)	$\chi(G) = 2$	Sesa, J. 2014
Graf Kipas(F_n), $n \geq 4$	$\chi(G) = 3$	Irwanto, dkk 2014
Graf Roda(W_n), $n \geq 5$	$\chi(G) = 4$	Irwanto, dkk 2014
Graf Helm(H_n), $n \geq 4$	$\chi(G) = 3$	Irwanto, dkk 2014
Graf AntiPrisma(H_m), $n \geq 4$	$\chi(G) = 4$	Irwanto, dkk 2014
Graf AntiPrisma(H_m), $n \geq 5$	$\chi(G) = 4$	Irwanto, dkk 2014
$C_n \odot C_m$	$\chi(G) = 4$	Puspasari, dkk 2014
$C_n \otimes C_m$	$\chi(G) = 3$	Puspasari, dkk 2014
$S_n \otimes C_m$	$\chi(G) = 3$	Dewi, N.L dkk 2014
graf particular	$\chi(G) = 2$	Lai, dkk 2002
$W_n + P_m = W_n + P_m, n$ genap	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = \chi_4(G) = 5$	Wulandari, dkk 2015
$W_n + P_m = W_n + P_m, n$ genap	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = \chi_4(G) = 6$	Wulandari, dkk 2015
$W_n \odot P_m$	$\chi(G) = \chi_d(G) = 4$	Wulandari, dkk 2015
$P_m \odot W_n, n$ genap	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 5$	Wulandari, dkk 2015
$P_m \odot W_n, n$ ganjil	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 5$	Wulandari, dkk 2015
Graf Kipas(F_n), $n \geq 3$	$\chi(G) = \chi_d = 3$	Dicky, dkk 2015
Graf Triangular Book(TCL_n) $n \geq 2$	$\chi(G) = \chi_d = 3$	Dicky, dkk 2015
Graf Kipas(F_n), $n \geq 3$	$\chi(G) = \chi_d = 3$	Dicky, dkk 2015
Graf Tangga Tiga Siklus(TCL_n) $n \geq 2$	$\chi(G) = \chi_d = 3$	Dicky, dkk 2015
Graf Tangga($L_n, n \geq 2$)	$\chi(G) = 2$	Dicky, dkk 2015
Shackel Graf Triangular Book	$\chi(G) = \chi_d(G) = 3$	Dicky, dkk 2015
Graf Banana Tree($B_{m,4}$), $m \geq 2$	$\chi_r(G) = r + 1$	Dicky, dkk 2015
$amal(F_n, v, m), n \geq 2$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 3$	Irawati, 2016

Graf	Bilangan Kromatik r -dinamis	Keterangan
$gshack(Wd_3^3, e), n \geq 2$	$\chi(G) = \chi_d(G) = 3$	Irawati, 2016
$amal(W_4, v, n), n \geq 3$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$	Irawati, 2016
$shack(K_4, v, n), n \geq 3$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$	Irawati, 2016
$gshack(K_4, v, n), n \geq 3$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$	Irawati, 2016
$amal(K_4, v, n), n \geq 3$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$	Irawati, 2016
$shack(Wd_4^2, v, m)$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$ $\chi_4(G) = \chi_5(G) = 6$	Devita, 2016
$shack(H_4, 2v, m)$	$\chi(G) = \chi_d(G) = 3$ $\chi_3(G) = 4$	Devita, 2016
$shack(B_{3,2}, v, m)$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$	Devita, 2016
$W_4 \odot P_m$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$ $\chi_4(G) = \chi_5(G) = 6$	Devita, 2016
$Bt_3 \odot P_m$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$	Devita, 2016
$H_4 \odot P_m$	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 4$ $\chi_4(G) = 5$	Devita, 2016

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

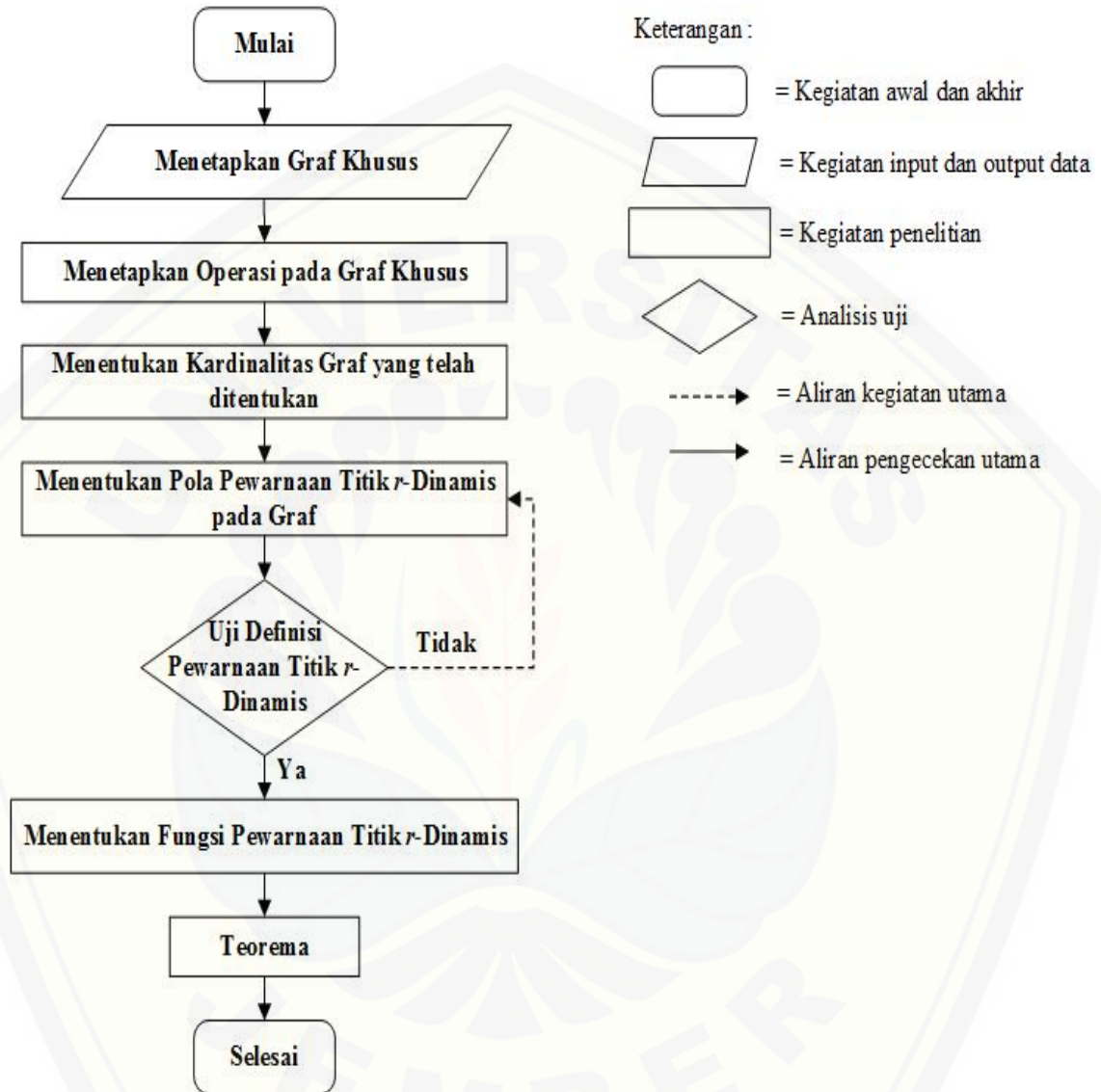
Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode deduktif aksiomatik. Metode deduktif menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma dan teorema yang telah ada untuk memecahkan masalah. Dalam proses deduktif mungkin juga diawali dengan proses induktif yang meliputi penyusunan konjektur, model matematika, analogi dan generalisasi melalui pengamatan terhadap suatu data. Penelitian ini pada prosesnya menggunakan metode pendeteksian pola (patttern recognition), yaitu dengan merumuskan bagaimana pola pewarnaan titik r -dinamis sedemikian hingga diperoleh bentuk pola umumnya.

3.2 Rancangan Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada graf khusus. Adapun teknik penelitian adalah sebagai berikut:

- a. menentukan graf-graf khusus sebagai objek penelitian;
- b. menerapkan operasi graf pada graf khusus yang telah ditentukan;
- c. menentukan kardinalitas titik dan sisi graf-graf khusus yang telah dioperasikan;
- d. menentukan pola pewarnaan titik r -dinamis;
- e. memeriksa definisi pewarnaan titik r -dinamis, jika memenuhi definisi maka akan dilanjutkan ke tahap selanjutnya, apabila tidak memenuhi akan kembali ke tahap sebelumnya yaitu menentukan pola pewarnaan titik r -dinamis;
- f. menentukan fungsi pewarnaan titik r -dinamis pada masing-masing graf yang kemudian dibuktikan sehingga diperoleh teorema-teorema.

Adapun skema dari rancangan penelitian ini dapat dilihat pada gambar 3.1.



Gambar 3.1 Skema Rancangan Penelitian

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan terkait himpunan titik dan himpunan sisi dari graf yang diteliti serta nilai bilangan kromatik dari graf tersebut. Adapun graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah $P_n \triangleright C_4, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$.

- Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $P_n \triangleright C_4$ dengan titik y_4 sebagai titik cangkok pada graf C_4 yaitu $V(P_n \triangleright C_4) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 3\}$, $E(P_n \triangleright C_4) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{y_{j,i} y_{3,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{x_i y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 2\}$ sehingga $|V(P_n \triangleright C_4)| = 4n$ dan $|E(P_n \triangleright C_4)| = 5n - 1$.

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $P_n \triangleright W_3$ dengan titik y_1 sebagai titik cangkok pada graf W_3 yaitu $V(P_n \triangleright W_3) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 3\}$, $E(P_n \triangleright W_3) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 3\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq n, j = 2\}$ sehingga $|V(P_n \triangleright W_3)| = 3n$ dan $|E(P_n \triangleright W_3)| = 7n - 1$.

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $P_n \triangleright Bt_3$ yaitu $V(P_n \triangleright Bt_3) = \{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 4\}$, $E(P_n \triangleright Bt_3) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 4\} \cup \{y_{j,i} y_{3,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{y_{j,i} y_{4,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 3\}$ sehingga $|V(P_n \triangleright Bt_3)| = 5n$ dan $|E(P_n \triangleright Bt_3)| = 8n - 1$

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $P_n \triangleright F_4$ yaitu $V(P_n \triangleright F_4) =$

$\{x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 4\}$, $E(P_n \triangleright F_4) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_{j,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 4\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 3\}$ sehingga $|V(P_n \triangleright F_4)| = 5n$ dan $|E(P_n \triangleright W_3)| = 8n - 1$.

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $L_n \triangleright C_3$ yaitu $V(L_n \triangleright C_3) = \{x_i; 1 \leq i \leq 2n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 2\}$, $E(L_n \triangleright C_3) = \{x_{2i-1} x_{2i}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{2i-1} x_{2i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_{2i} x_{2i+2}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i, y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; j = 1\}$ sehingga $|V(L_n \triangleright C_3)| = 6n$ dan $|E(L_n \triangleright W_3)| = 9n - 3$.

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $L_n \triangleright W_3$ yaitu $V(L_n \triangleright W_3) = \{x_i; 1 \leq i \leq 2n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 3\}$, $E(L_n \triangleright W_3) = \{x_{2i-1} x_{2i}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{2i-1} x_{2i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_{2i} x_{2i+2}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i, y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 3\} \cup \{y_{1,i} y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 2 \leq j \leq 3\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq 2n, j = 2\}$ sehingga $|V(L_n \triangleright W_3)| = 8n$ dan $|E(L_n \triangleright W_3)| = 15n - 2$.

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $L_n \triangleright Bt_3$ yaitu $V(L_n \triangleright Bt_3) = \{x_i; 1 \leq i \leq 2n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 4\}$, $E(L_n \triangleright Bt_3) = \{x_{2i-1} x_{2i}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{2i-1} x_{2i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_{2i} x_{2i+2}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i, y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 3 \leq j \leq 4\} \cup \{y_{j,i} y_{3,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{y_{j,i} y_{4,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq 2n, j = 3\}$ sehingga $|V(L_n \triangleright Bt_3)| = 10n$ dan $|E(L_n \triangleright Bt_3)| = 17n - 2$.

Himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$ yaitu $V(L_n \triangleright Wd_{3,2}) = \{x_i; 1 \leq i \leq 2n\} \cup \{y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 4\}$, $E(L_n \triangleright Wd_{3,2}) = \{x_{2i-1} x_{2i}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{2i-1} x_{2i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_{2i} x_{2i+2}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i, y_{j,i}; 1 \leq i \leq 2n, 1 \leq j \leq 4\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq 2n, j = 1\} \cup \{y_{j,i} y_{j+1,i}; 1 \leq i \leq 2n, j = 3\}$ sehingga $|V(L_n \triangleright Wd_{3,2})| = 10n$ dan $|E(L_n \triangleright Wd_{3,2})| = 15n - 2$.

b. Hasil dari pembahasan bab sebelumnya diperoleh 8 teorema.

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright C_4, n \geq 3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(P_n \triangleright C_4) = \begin{cases} r + 1 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ 5 & , \text{ untuk } r \geq 4 \end{cases}$$

. Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright W_3, n \geq 3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(P_n \triangleright W_3) = \begin{cases} 4 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ 5 & , \text{ untuk } r = 4 \\ 6 & , \text{ untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright Bt_3, n \geq 3$ dengan titik puncak Bt_3 sebagai titik cangkok pada graf $P_n \triangleright Bt_3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(P_n \triangleright Bt_3) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ 4 & , \text{ untuk } r = 3 \\ 5 & , \text{ untuk } r \geq 4 \end{cases}$$

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $P_n \triangleright F_4, n \geq 3$ dengan titik pusat F_4 sebagai titik cangkok pada graf $P_n \triangleright F_4$ dapat ditulis:

$$\chi_r(P_n \triangleright F_4) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 6 \\ 7 & , \text{ untuk } r \geq 6 \end{cases}$$

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright C_3, n \geq 3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright C_3) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 5 \\ 6 & , \text{ untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright W_3, n \geq 3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright W_3) = \begin{cases} 4 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 6 \\ 7 & , \text{ untuk } r \geq 6 \end{cases}$$

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright Bt_3, n \geq 3$ dengan titik puncak Bt_3 sebagai titik cangkok pada graf $L_n \triangleright Bt_3$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright Bt_3) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 5 \\ 6 & , \text{ untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

Bilangan kromatik pewarnaan titik r -dinamis pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}, n \geq 3$ dengan titik pusat $Wd_{3,2}$ sebagai titik cangkok pada graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$ dapat ditulis:

$$\chi_r(L_n \triangleright Wd_{3,2}) = \begin{cases} 3 & , \text{ untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ r + 1 & , \text{ untuk } r < 7 \\ 8 & , \text{ untuk } r \geq 7 \end{cases}$$

5.2 Saran

Berdasarkan hasil dari penelitian mengenai pewarnaan titik r -dinamis graf khusus hasil operasi *comb product* pada graf $P_n \triangleright C_4, P_n \triangleright W_3, P_n \triangleright Bt_3, P_n \triangleright F_4, L_n \triangleright C_3, L_n \triangleright Wd_{3,2}, L_n \triangleright Bt_3, L_n \triangleright W_3$, maka peneliti memberikan saran kepada pembaca untuk mengembangkan pewarnaan titik r -dinamis graf khusus dengan operasi yang lain meliputi *comb sisi*, *amalgamasi*, *join*, *cartesian*, *crown* dsb.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustin I.H. dan Dafik. 2014. On The Dominating Number of Some Families of Special Graph. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. 1(1):139-143.
- Agustin I.H.,Dafik, A.Y. Harsya. 2016. On r -dynamic Coloring of some Graph Operations. *Indonesian Journal of Combinatorics* 1(1),22-30.
- Ardiana, F.E. 2016. Pewarnaan Total r -Dynamic Pada Model Graf Khusus Dengan Operasi Shaket dan Generalisasinya.*Jurnal.Jember: Universitas Jember*.
- Ardiyansah, R. dan Darmaji. 2013. Bilangan Kromatik Graf Hasil Amalgamasi Dua Buah Graf. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*. 2(1): 2337-3520.
- Budayasa, K. 2007 *Teori Graf dan Aplikasinya*. Universitas Negeri Surabaya.
- Chartrand, G dan Lesniak, L. 1996. *Graphs and Digraphs Third Edition*. California: Chapman & Hall.
- Chartrand, G dan Zing, Ping. 2009. *Chromatic Graph Theory*. California: Chapman & Hall.
- Dafik dan Meganingtyas, D. 2015. *On Edge r -Dynamic Coloring of Graphs*. Graph Master Workshop: Universitas Jember.
- Damayanti, R. T. 2011. Automorfisma graf bintang dan graf lintasan. <http://ejournal.unega.ac.id/article/6101/29/article/pdf>. [Diakses pada 27 Agustus 2016].
- Harary. 2011. *Graph Theory*. New London: Wesley.

- Harsya, A.Y., Dafik, dan Agustin, I.H. 2014. *Pewarnaan Titik Pada Graf Sikel dengan Graf Lintasan*. Artikel (Tidak dipublikasikan). Jember: UNEJ.
- Irawati. 2016. *Pewarnaan Titik r-Dinamis pada Amalgamasi dan Shaket Serta Generalisasinya dari Graf Khusus*. *Jurnal Jember: Universitas Jember*.
- Irwanto, J. dan Dafik. 2014. *Pewarnaan Titik pada Graf Spesial dan Graf Operasinya*. *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematik*. 1(1).
- Jahanbekam, S., Suil., West, D. 2014. *On r-Dynamic Coloring of Graphs*. Artikel [Tidak Dipublikasikan]. USA: University of Colorado.
- Kang, R., Muller, T., dan West. 2015. *On r-Dynamic Coloring Of Grids*. *Discrete Applied Mathematics*. 186: 286-290.
- Kim, S.J., Lee, S.J., dan Park, W.J. 2013. *Dynamic Coloring and List Dynamic Coloring of Planar Graphs*. *Discrete Applied Mathematics*. 161 (1): 2207-2212.
- Kristina A.I., Dafik, Ika H.A. dan M.Imam Utoyo. 2017. *On-r-dynamic Chromatic Number of Corronation of Path and Saveral Graph*. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)*. Vol-4, Issue, Apr-2017.
- Lai, H., dan Montgomery, B. 2002. *Dynamic Coloring of Graphs*. Artikel [Tidak Dipublikasikan]. Morgantown: West Virginia University.
- Lu, H. 2013. *Vertex Colouring Edge Weighting of Bipartite Graphs with Two Edge Weight*. Artikel (Tidak Dipublikasikan). China: Xian Jiatong University.
- Meningtyas D.E.W., Dafik, Slamim. 2015. *On r-Dynamic Coloring of Operation Product of Cycle and Path Graph*. *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2015 Vol 1 No 1: Universitas Jember*
- Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit Revisi Kelima*. Bandung: Informatik.

- Nugroho, D.B. 2008. *Catatan Kuliah (2SKS) MX 324 Pengantar Teori Graf*. Universitas Kristen Satya Wacana.
- Saputro, S.W., Mardiana, N., dan Purwasih, I.A. 2013. The Dimension of Comb Product Graphs. *Graph Theory Conference in honor of Egawa's 60th Birthday*:1-2.
- Seruni, D.A. 2016. Analisis Vertex r -Dinamic Coloring pada Beberapa Operasi Graf Khusus. *Jurnal.Jember*: Universitas Jember.
- Slamin. 2009. *Desain Jaringan: Pendekatan Teori Graf*. Jember: Jember University Press.
- Tarmidzi, M.D. 2015. The Chromatic Number and r -Dynamic Vertex Coloring of Special Graph *Jurnal*. Jember: Universitas Jember.
- Wulandari, N.I., Ika H.A., Dafik 2015. On- r -Dynamic Coloring of Some Graph Operations. *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2015 Vol 1 No 1*: Universitas Jember.

LAMPIRAN

Tabel 5.1 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $P_n \triangleright C_4$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
x_2	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_3	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_4	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_5	2	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{2,1}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{3,1}$	1	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{1,2}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{2,2}$	1	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{3,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	1	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{2,3}$	2	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{3,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{2,4}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{3,4}$	1	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{1,5}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{2,5}$	1	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,T,T
$y_{3,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y

Tabel 5.2 Hasil Pewarnaan Titik 3-dinamis Graf $P_n \triangleright C_4$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	3	2,3,4	3	2,3,3	Y,Y,T
x_2	2	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
x_3	3	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
x_4	1	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
x_5	2	2	2,3,4	3	2,3,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	3	1	2,3,4	2	2,2,2	T,T,T
$y_{2,1}$	4	1	2,3,4	2	2,2,2	T,T,T
$y_{3,1}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	4	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	3	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	4	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	2	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	3	1	2,3,4	2	2,2,2	T,T,T
$y_{2,4}$	4	1	2,3,4	2	2,2,2	T,T,T
$y_{3,4}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	4	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	3	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y

Tabel 5.3 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright C_4$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	3	3,4,5, ...	3	3,3,3, ...	Y,Y,Y, ...
x_2	2	4	3,4,5, ...	4	3,4,4, ...	Y,Y,Y, ...
x_3	3	4	3,4,5, ...	4	3,4,4, ...	Y,Y,Y, ...
x_4	1	4	3,4,5, ...	4	3,4,4, ...	Y,Y,Y, ...
x_5	2	3	3,4,5, ...	3	3,4,4, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{1,1}$	5	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{2,1}$	4	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{3,1}$	3	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{1,2}$	5	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{2,2}$	4	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{3,2}$	3	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{1,3}$	5	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{2,3}$	4	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{3,3}$	2	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{1,4}$	5	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{2,4}$	4	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{3,4}$	3	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{1,5}$	5	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{2,5}$	4	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...
$y_{3,5}$	3	2	3,4,5, ...	2	2,2,2, ...	Y,Y,Y, ...

Tabel 5.4 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2, 3-dinamis Graf $P_n \triangleright W_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	3	3	1,2,3,4	4	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_2	4	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_3	3	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_4	4	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_5	3	3	1,2,3,4	4	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
$y_{1,1}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,1}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,1}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,2}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,2}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,2}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,3}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,3}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,3}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,4}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,4}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,4}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,5}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,5}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,5}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y

Tabel 5.5 Hasil Pewarnaan Titik 4-dinamis Graf $P_n \triangleright W_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	3	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_2	4	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_3	5	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_4	3	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_5	4	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,1}$	5	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	1	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	2	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	3	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	1	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	2	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	3	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	1	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	2	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	5	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	1	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	2	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	3	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	1	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	2	3	3,4,5	3	3,3,3	Y,Y,Y

Tabel 5.6 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright W_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	3	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_2	4	5	4,5, ...	5	4,5, ...	Y,Y, ...
x_3	5	5	4,5, ...	5	4,5, ...	Y,Y, ...
x_4	3	5	4,5, ...	5	4,5, ...	Y,Y, ...
x_5	4	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{1,1}$	6	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{2,1}$	1	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{3,1}$	2	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{1,2}$	6	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{2,2}$	1	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{3,2}$	2	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{1,3}$	6	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{2,3}$	1	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{3,3}$	2	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{1,4}$	6	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{2,4}$	1	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{3,4}$	2	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{1,5}$	6	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{2,5}$	1	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{3,5}$	2	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...

Tabel 5.7 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $P_n \triangleright Bt_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
x_2	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_3	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_4	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_5	2	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,1}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,2}$	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,3}$	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,4}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,4}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,5}$	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T

Tabel 5.8 Hasil Pewarnaan Titik 3-dinamis Graf $P_n \triangleright Bt_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	3	2,3,4	3	2,3,3	Y,Y,Y
x_2	2	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
x_3	3	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
x_4	1	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
x_5	2	3	2,3,4	3	1,2,3	Y,Y,Y
$y_{1,1}$	2	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	3	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{4,1}$	4	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{1,2}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	2	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	3	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{4,2}$	4	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{1,3}$	2	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	3	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	1	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{4,3}$	4	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{1,4}$	3	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	2	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{4,4}$	2	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{1,5}$	1	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	2	2	2,3,4	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	3	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T
$y_{4,5}$	4	3	2,3,4	4	2,3,4	Y,Y,T

Tabel 5.9 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright Bt_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	3	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
x_2	4	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_3	2	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_4	3	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_5	4	3	4,5, ...	3	3,3, ...	Y,Y, ...
$y_{1,1}$	2	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,1}$	4	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{3,1}$	5	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{4,1}$	1	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{1,2}$	3	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,2}$	2	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{3,2}$	5	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{4,2}$	1	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{1,3}$	3	2	4,5, ...	2	4,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,3}$	4	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{3,3}$	5	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{4,3}$	1	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{1,4}$	2	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,4}$	4	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{3,4}$	5	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{4,4}$	1	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{1,5}$	3	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,5}$	2	2	4,5, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{3,5}$	5	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{4,5}$	1	4	4,5, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...

Tabel 5.10 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $P_n \triangleright F_4$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_2	2	2	1,2,3	6	1,2,3	Y,Y,T
x_3	1	2	1,2,3	6	1,2,3	Y,Y,T
x_4	2	2	1,2,3	6	1,2,3	Y,Y,T
x_5	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	3	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{3,1}$	2	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,1}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	3	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{3,2}$	1	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,2}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	3	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{3,3}$	2	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	3	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{3,4}$	1	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,4}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	3	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{3,5}$	2	2	1,2,3	3	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,5}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y

Tabel 5.11 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4, 5-dinamis Graf $P_n \triangleright F_4$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	4	3,4,5,6	5	3,4,5,6	Y,Y,T,T
x_2	2	5	3,4,5,6	6	3,4,5,6	Y,Y,Y,T
x_3	3	5	3,4,5,6	6	3,4,5,6	Y,Y,Y,T
x_4	1	5	3,4,5,6	6	3,4,5,6	Y,Y,Y,T
x_5	2	4	3,4,5,6	5	3,4,5,6	Y,Y,T,T
$y_{1,1}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{2,1}$	5	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,1}$	6	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{4,1}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{1,2}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{2,2}$	5	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,2}$	6	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{4,2}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{1,3}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{2,3}$	5	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,3}$	6	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{4,3}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{1,4}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{2,4}$	5	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,4}$	6	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{4,4}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{1,5}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y
$y_{2,5}$	5	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,5}$	6	3	3,4,5,6	3	3,3,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{4,5}$	4	2	3,4,5,6	2	2,2,2,2	Y,Y,Y,Y

Tabel 5.12 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $P_n \triangleright F_4$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_2	2	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_3	3	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_4	1	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_5	2	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
$y_{1,1}$	4	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,1}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,1}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{4,1}$	7	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,2}$	4	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,2}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,2}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{4,2}$	7	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,3}$	4	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,3}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,3}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{4,3}$	7	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,4}$	4	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,4}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,4}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{4,4}$	7	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,5}$	4	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,5}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,5}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{4,5}$	7	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...

Tabel 5.13 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $L_n \triangleright C_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_2	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_3	2	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_4	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_5	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_6	2	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_7	2	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_8	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_9	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_{10}	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{1,10}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	2	2	1,2,3,4	2	1,2,2	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{2,10}$	4	1	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y

Tabel 5.14 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4-dinamis Graf $L_n \triangleright C_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_2	3	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_3	2	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_4	5	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_5	3	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_6	2	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_7	1	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_8	3	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_9	2	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_{10}	5	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,1}$	5	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	4	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	2	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	4	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	3	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	4	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	1	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	4	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	5	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{1,10}$	1	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	4	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{2,10}$	4	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y

Tabel 5.15 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright C_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	4	5,6, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_2	3	4	5,6, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_3	2	5	5,6, ...	5	5,5, ...	Y,Y, ...
x_4	5	5	5,6, ...	5	5,5, ...	Y,Y, ...
x_5	4	5	5,6, ...	5	5,5, ...	Y,Y, ...
x_6	6	5	5,6, ...	5	5,5, ...	Y,Y, ...
x_7	1	5	5,6, ...	5	5,5, ...	Y,Y, ...
x_8	3	5	5,6, ...	5	5,5, ...	Y,Y, ...
x_9	2	4	5,6, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
x_{10}	5	4	5,6, ...	4	4,4, ...	Y,Y, ...
$y_{1,1}$	5	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,1}$	6	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{1,2}$	2	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,2}$	4	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{1,3}$	3	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,3}$	6	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{1,4}$	1	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,4}$	4	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{1,5}$	5	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
:	:	:	:	:	:	:
$y_{1,10}$	1	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
$y_{2,5}$	3	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...
:	:	:	:	:	:	:
$y_{2,10}$	4	2	5,6, ...	2	2,2, ...	Y,Y, ...

Tabel 5.16 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2, 3-dinamis Graf $L_n \triangleright W_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_2	2	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_3	2	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_4	1	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_5	1	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_6	2	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_7	2	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_8	1	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_9	1	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
x_{10}	2	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	Y,Y,Y,T
$y_{1,1}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,1}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,1}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,2}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,2}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,2}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,3}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,3}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,3}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,4}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{2,4}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,4}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{1,5}$	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{1,10}$	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	YY,Y,Y,Y
$y_{2,5}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{2,10}$	3	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
$y_{3,5}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{3,10}$	4	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	Y,Y,Y,Y

Tabel 5.17 Hasil Pewarnaan Titik 4, 5-dinamis Graf $L_n \triangleright W_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	5	4,5,6	5	4,5,5	Y,Y,Y
x_2	3	5	4,5,6	5	4,5,5	Y,Y,Y
x_3	2	5	4,5,6	6	4,5,6	Y,Y,T
x_4	5	5	4,5,6	6	4,5,6	Y,Y,T
x_5	3	5	4,5,6	6	4,5,6	Y,Y,T
x_6	2	5	4,5,6	6	4,5,6	Y,Y,T
x_7	1	5	4,5,6	6	4,5,6	Y,Y,T
x_8	3	5	4,5,6	6	4,5,6	Y,Y,T
x_9	2	5	4,5,6	5	4,5,6	Y,Y,Y
x_{10}	5	5	4,5,6	5	4,5,6	Y,Y,Y
$y_{1,1}$	6	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	5	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	4	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	6	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	2	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	4	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	3	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	6	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	4	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	1	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	6	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	4	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	6	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{1,10}$	1	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	5	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{2,10}$	6	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	4	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{3,10}$	4	3	4,5,6	3	3,3,3	Y,Y,Y

Tabel 5.18 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright W_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_2	7	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_3	2	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_4	5	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_5	6	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_6	3	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_7	1	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_8	7	6	5,6,...	6	5,6,...	Y,Y,...
x_9	2	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_{10}	5	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
$y_{1,1}$	3	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{2,1}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,1}$	4	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{1,2}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{2,2}$	2	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,2}$	4	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{1,3}$	7	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{2,3}$	3	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,3}$	4	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{1,4}$	1	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{2,4}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,4}$	4	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{1,5}$	7	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{1,10}$	1	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{2,5}$	5	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{2,10}$	6	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
$y_{3,5}$	4	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{3,10}$	4	3	5,6,...	3	3,3,...	Y,Y,...

Tabel 5.19 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_2	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_3	3	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_4	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_5	2	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_6	3	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_7	1	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_8	2	2	1,2,3	5	1,2,3	Y,Y,T
x_9	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
x_{10}	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,1}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,2}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,3}$	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,4}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,4}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{1,10}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{2,10}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	1	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{3,10}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
$y_{4,5}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y_{4,10}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	Y,Y,T

Tabel 5.20 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4-dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_2	3	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_3	2	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_4	5	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_5	3	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_6	2	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_7	1	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_8	3	4	3,4,5	5	3,4,5	Y,Y,T
x_9	2	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
x_{10}	5	4	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,1}$	2	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	3	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	5	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{4,1}$	4	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	1	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	5	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	2	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{4,2}$	4	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	1	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	5	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	3	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{4,3}$	4	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	2	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	3	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	1	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{4,4}$	4	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	1	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
:	:	:	:	:	:	:
$y_{1,10}$	2	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	2	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
:	:	:	:	:	:	:
$y_{2,10}$	3	2	3,4,5	2	2,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	5	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
:	:	:	:	:	:	:
$y_{3,10}$	1	2	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
$y_{4,5}$	4	3	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y
:	:	:	:	:	:	:
$y_{4,10}$	4	2	3,4,5	4	3,4,4	Y,Y,Y

Tabel 5.21 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright Bt_3$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	4	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
x_2	3	4	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
x_3	2	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_4	5	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_5	4	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_6	6	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_7	1	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_8	3	5	5,6,...	5	5,5,...	Y,Y,...
x_9	2	4	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
x_{10}	5	4	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{1,1}$	2	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,1}$	3	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,1}$	5	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{4,1}$	6	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{1,2}$	1	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,2}$	5	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,2}$	2	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{4,2}$	4	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{1,3}$	1	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,3}$	5	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,3}$	3	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{4,3}$	6	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{1,4}$	2	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,4}$	3	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,4}$	1	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{4,4}$	4	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{1,5}$	2	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
:	:	:	:	:	:	:
$y_{1,10}$	2	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,5}$	2	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
:	:	:	:	:	:	:
$y_{2,10}$	3	2	5,6,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,5}$	5	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
:	:	:	:	:	:	:
$y_{3,10}$	1	2	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
$y_{4,5}$	4	3	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...
:	:	:	:	:	:	:
$y_{4,10}$	4	2	5,6,...	4	4,4,...	Y,Y,...

Tabel 5.22 Hasil Pewarnaan Titik 1, 2-dinamis Graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	2	1,2,3	6	1,2,3	Y,Y,T
x_2	2	2	1,2,3	6	1,2,3	Y,Y,T
x_3	2	2	1,2,3	7	1,2,3	Y,Y,T
x_4	1	2	1,2,3	7	1,2,3	Y,Y,T
x_5	1	2	1,2,3	7	1,2,3	Y,Y,T
x_6	2	2	1,2,3	7	1,2,3	Y,Y,T
$y_{1,1}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,1}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,1}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{4,1}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,2}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,2}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,2}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{4,2}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,3}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,3}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{4,3}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,4}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,4}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,4}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{4,4}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,5}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,5}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{4,5}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{1,6}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{2,6}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{3,6}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y
$y_{4,6}$	1	2	1,2,3	2	1,2,2	Y,Y,Y

Tabel 5.23 Hasil Pewarnaan Titik 3, 4, 5, 6-dinamis Graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	6	3,4,5,6,7	6	3,4,5,6,6	Y,Y,Y,Y,Y
x_2	3	6	3,4,5,6,7	6	3,4,5,6,6	Y,Y,Y,Y,Y
x_3	7	6	3,4,5,6,7	7	3,4,5,6,7	Y,Y,Y,Y,T
x_4	2	6	3,4,5,6,7	7	3,4,5,6,7	Y,Y,Y,Y,T
x_5	3	6	3,4,5,6,7	7	3,4,5,6,7	Y,Y,Y,Y,T
x_6	1	6	3,4,5,6,7	7	3,4,5,6,7	Y,Y,Y,Y,T
$y_{1,1}$	2	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{2,1}$	5	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{3,1}$	4	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{4,1}$	6	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{1,2}$	7	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{2,2}$	5	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{3,2}$	4	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{4,2}$	6	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{1,3}$	3	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{2,3}$	5	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{3,3}$	4	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{4,3}$	6	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{1,4}$	1	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{2,4}$	5	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{3,4}$	4	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{4,4}$	6	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{1,5}$	2	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{2,5}$	5	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{3,5}$	4	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{4,5}$	6	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{1,6}$	7	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{2,6}$	5	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{3,6}$	4	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y
$y_{4,6}$	6	2	3,4,5,6,7	2	2,2,2,2,2	Y,Y,Y,Y,Y

Tabel 5.24 Hasil Pewarnaan Titik r -dinamis Graf $L_n \triangleright Wd_{3,2}$

v	$c(v)$	$ c(N(v)) $	r	$d(v)$	$\min\{r, d(v)\}$	$ c(N(v)) \geq \min\{r, d(v)\}$
x_1	1	6	6,7,...	6	6,6,...	Y,Y,...
x_2	3	6	6,7,...	6	6,6,...	Y,Y,...
x_3	7	7	6,7,...	7	7,7,...	Y,Y,...
x_4	2	7	6,7,...	7	7,7,...	Y,Y,...
x_5	8	7	6,7,...	7	7,7,...	Y,Y,...
x_6	4	7	6,7,...	7	7,7,...	Y,Y,...
$y_{1,1}$	2	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,1}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,1}$	4	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{4,1}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,2}$	7	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,2}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,2}$	8	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{4,2}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,3}$	3	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,3}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,3}$	4	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{4,3}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,4}$	1	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,4}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,4}$	8	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{4,4}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,5}$	3	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,5}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,5}$	2	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{4,5}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{1,6}$	1	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{2,6}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{3,6}$	7	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...
$y_{4,6}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	Y,Y,...