



**ANALISIS KEMAMPUAN BERFIKIR KRITIS SISWA
DALAM MENYELESAIKAN SOAL GENERALISASI DERET**

TESIS

Oleh

**Alfia Nur Filah
NIM. 150220101009**

**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2017



**ANALISIS KEMAMPUAN BERFIKIR KRITIS SISWA
DALAM MENYELESAIKAN SOAL GENERALISASI DERET**

TESIS

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Magister Pendidikan Matematika (S2)
dan mencapai gelar Magister Pendidikan

Oleh

**Alfia Nur Filah
NIM. 150220101009**

**PROGRAM STUDI MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017**

HALAMAN PENGAJUAN

**ANALISIS KEMAMPUAN BERFIKIR KRITIS SISWA
DALAM MENYELESAIKAN SOAL GENERALISASI DERET**

TESIS

Diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan Program Pendidikan
Strata Dua Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Program Studi Magister Pendidikan Matematika
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Nama : Alfia Nur Filah
NIM : 150220101009
Jurusan : Pendidikan MIPA
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Angkatan : 2015
Daerah Asal : Jember
Tempat dan Tanggal Lahir : Jember, 4 Maret 1992

Disetujui oleh :

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP. 19610108 198602 1 001

PERSEMBAHAN

Dengan penuh kebahagiaan dan rasa terima kasih yang tak terhingga atas kemudahan yang Allah SWT berikan kepada penulis. Tesis ini saya persembahkan kepada yang terhormat:

1. Seluruh Dosen Magister Pendidikan Matematika yang selalu sabar dalam memberikan ilmunya kepada penulis.
2. Kepada Dosen S1 Pendidikan Matematika Universitas Jember dan IKIP PGRI Jember yang telah memberikan masukan kepada penulis.
3. Abiku M. Abi Alfan Isma'il Majid tercinta, Umiku Rosida tercinta, Kakekku Muhammad Ruksin tercinta, Nenekku Siti Hawa tercinta yang selalu mendoakan, membimbing dan memberikan segala limpahan kasih sayang serta pengorbanannya selama ini, semoga Allah selalu melindunginya.
4. Kakakku Miswanto tercinta dan Suamiku M. Yasir Arafat tercinta yang telah memberikan kasih sayang, doa dan dukungannya selama ini.
5. Keluarga besar MA Darus Sholah Jember yang telah memberikan dukungan, doa dan semangat untuk keberhasilan studiku yang kuraih hingga saat ini.
6. Saudaraku dari Mahasiswa Magister Pendidikan Matematika angkatan 2015 yang tidak pernah bosan dalam membantuku.
7. Almamaterku tercinta Universitas Jember Program Studi Pendidikan Matematika sebagai tempat menimba ilmu.
8. Agama, Bangsa dan Negara.

MOTO

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ

Artinya : “Allah meninggikan orang-orang yang beriman diantara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat”

(Al Qur’an Surat Al-Mujaadilah Ayat 11)

*“Ketahuilah bahwa bersama kesabaran ada kemenangan,
bersama kesusahan ada jalan keluar dan
bersama kesulitan ada kemudahan”*

(Hadist Riwayat Tirmidhi)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Alfia Nur Filah

NIM : 150220101009

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah ini yang berjudul “Analisis Kemampuan Berfikir Kritis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Deret” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia menerima sanksi akademik jika dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 28 Mei 2017

Yang menyatakan,

(ALFIA NUR FILAH)

NIM. 150220101009

TESIS

**ANALISIS KEMAMPUAN BERFIKIR KRITIS SISWA
DALAM MENYELESAIKAN SOAL GENERALISASI DERET**

Oleh

Alfia Nur Filah
NIM. 150220101009

Pembimbing

Pembimbing I : Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.

Pembimbing II : Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.

PENGESAHAN

Tesis berjudul “Analisis Kemampuan Berfikir Kritis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Deret” telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember pada:

Hari, tanggal : Rabu, 21 Juni 2017

Jam : 10.00 - selesai

Tempat : Gedung 3 FKIP Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua

Sekretaris

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
NIP. 19610108 198602 1 001

Anggota I

Anggota II

Anggota III

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd.
NIP. 19540501 198303 1 005

Dr. Hobri S.Pd., M.Pd.
NIP. 19730506 199702 1 001

Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19591220 198503 1 002

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Kemampuan Berfikir Kritis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Deret; Alfia Nur Filah, 150220101009; 2015: 91 halaman; Program Studi Magister Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Kemampuan berfikir kritis merupakan suatu kemampuan yang dimiliki oleh setiap orang yang menuntut untuk selalu berusaha keras dalam mengetahui apa yang belum diketahui dan selalu berusaha mencari suatu pemecahan masalah yang tepat. Pembelajaran matematika khususnya dalam menyelesaikan soal generalisasi deret, siswa dituntut untuk menggali dan menunjukkan kemampuan berpikir kritisnya mulai dari memahami masalah, merencanakan pemecahan, melaksanakan rencana penyelesaian, dan memeriksa kembali pemecahan masalah yang telah dilaksanakan. Namun, pada saat ini masih banyak siswa yang belum mengembangkan berpikir kritisnya dalam menyelesaikan soal. Dalam penelitian ini dibagi menjadi 3 level pada proses solusi yaitu (P_1) level satu, siswa mencari rumus S_n ; (P_2) level dua, membuktikan rumus S_n dengan induksi matematika; (P_3) level tiga, siswa menemukan suatu generalisasi deret. Tujuan dari penelitian ini adalah 1) untuk mengetahui proses berfikir kritis dalam menyelesaikan soal generalisasi deret; 2) untuk mengetahui Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) siswa dalam menyelesaikan soal generalisasi deret; 3) untuk mengetahui pengembangan monograf dari hasil berfikir kritis siswa tentang generalisasi deret. Pendekatan Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif. Metode pengumpulan data terdiri dari observasi, wawancara dan tes tertulis, pada bagian observasi dilakukan dua kali yaitu pertama, pada saat sebelum siswa diwawancarai dan mengerjakan soal tes, kedua saat wawancara dan tes berlangsung; pada bagian wawancara juga dilakukan dua kali yaitu melakukan wawancara sebelum siswa mengerjakan soal dan setelah mengerjakan soal yang diberikan oleh guru; pada

bagian tes tertulis digunakan untuk menggali kemampuan berpikir kritis siswa berdasarkan 3 level proses solusi soal. Wawancara ini digunakan untuk menggali data dari objek penelitian secara langsung. Sedangkan Observasi digunakan untuk mengamati objek secara langsung. Subjek dari penelitian ini terdiri dari 3 subjek yang memiliki tingkat kemampuan akademik berbeda satu sama lain khususnya pada mata pelajaran matematika yaitu, siswa dengan kemampuan akademik tinggi, sedang, dan rendah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan tinggi dalam menyelesaikan soal generalisasi deret dilihat dari proses berfikirnya tergolong bagian konseptual, dilihat dari Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) berada pada TKBK 3 (kritis). Siswa dengan kemampuan sedang dalam menyelesaikan soal generalisasi deret dilihat dari proses berfikirnya tergolong bagian semi konseptual, dilihat dari Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) berada pada TKBK 1 (kurang kritis). Hal ini terjadi karena siswa tidak mampu mengungkap indikator berfikir kritis bagian 5, 6 dan 7. Sedangkan siswa dengan kemampuan rendah dalam menyelesaikan soal generalisasi deret dilihat dari proses berfikir tergolong bagian komputasional, dilihat dari Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) berada pada TKBK 0 (Tidak Kritis). Hal ini terjadi karena siswa tersebut hanya bisa mengungkap data pada tahap memilah apa yang diketahui dan yang ditanya, selain itu seperti melaksanakan rencana, memeriksa kembali siswa tidak bisa menyelesaikan dengan benar.

Berdasarkan hasil analisis kemampuan berfikir kritis, hanya satu siswa yang mampu menggeneralisasi deret yaitu siswa berkemampuan tinggi. Siswa yang berkemampuan sedang hanya sampai pada pembuktian rumus S_n tetapi masih ada yang tidak bisa membuktikan rumus tersebut pada poin b dan c. Sedangkan siswa yang berkemampuan rendah hanya mampu mengidentifikasi soal, tidak mampu menerapkan rumus S_n , tidak mampu membuktikan rumus S_n adalah benar dan tidak mampu menggeneralisasi deret.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini dengan baik dan lancar yang berjudul “Analisis Kemampuan Berfikir Kritis Siswa dalam Menyelesaikan Soal generalisasi deret”. Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan Studi S2 pada Program Studi Magister Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis menyampaikan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Dafik, M.Sc, Ph.D, selaku Dekan FP MIPA dan Dosen Pembimbing I.
2. Bapak Prof. Kusno, DEA, Ph.D, selaku Dosen Pembimbing II.
3. Bapak Dr. Hobri, S.Pd, M.Pd, selaku Ka Prodi Magister Pendidikan Matematika.
4. Seluruh Dosen Pascasarjana Universitas Jember.
5. Semua pihak yang telah memberikan dukungan dalam penyusunan tesis ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa penyusunan tesis ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan tesis ini akan kami terima dengan senang hati, semoga tesis ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan bagi para pembaca pada umumnya untuk pengembangan dalam dunia pendidikan, amin.

Jember, 28 Mei 2017

Penulis,

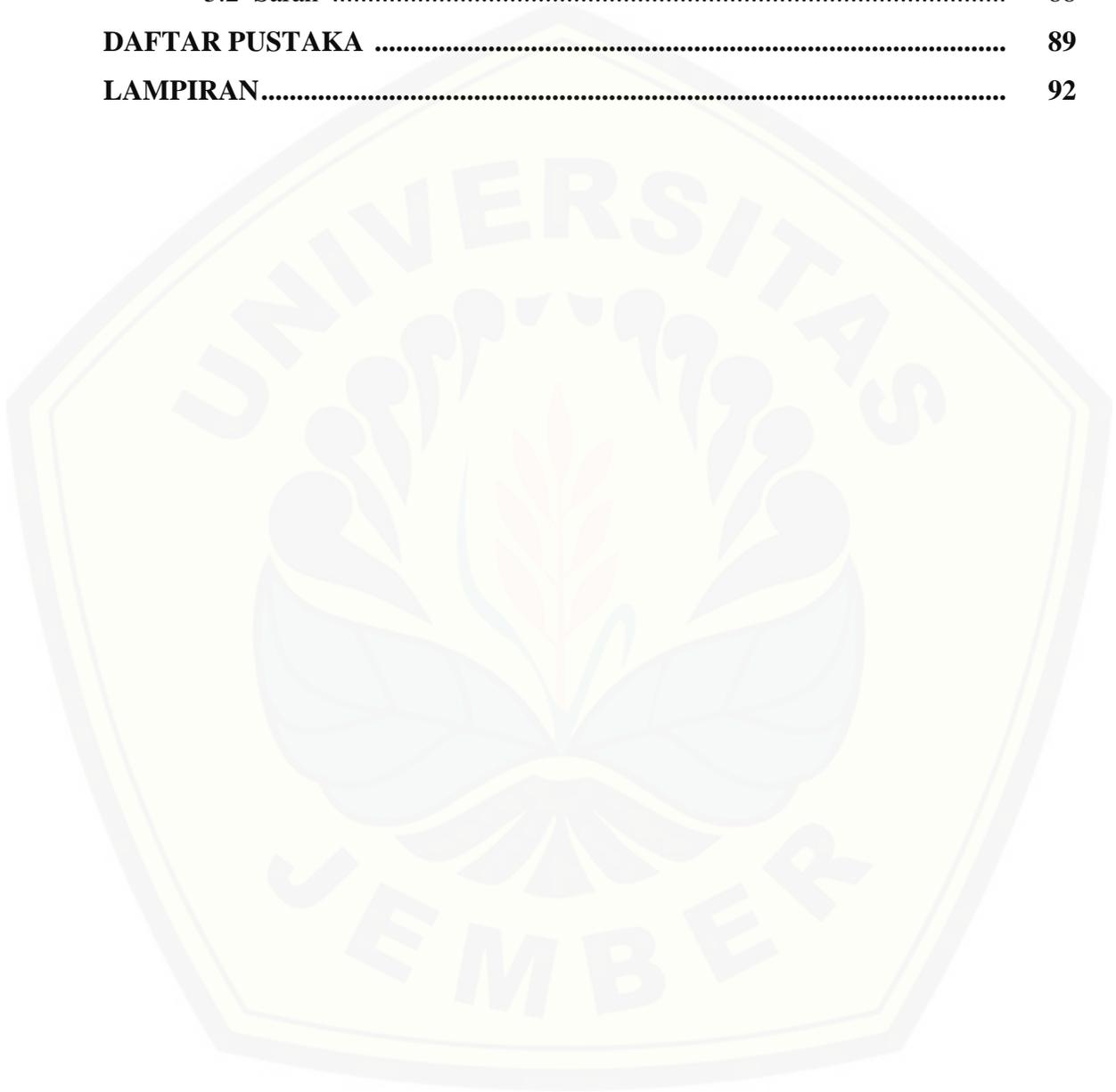
Alfia Nur Filah

DAFTAR ISI

| | Halaman |
|--|----------------|
| HALAMAN SAMBUNG | <i>i</i> |
| HALAMAN JUDUL | <i>ii</i> |
| HALAMAN PENGANTAR | <i>iii</i> |
| HALAMAN PERSEMBAHAN | <i>iv</i> |
| HALAMAN MOTO | <i>v</i> |
| HALAMAN PERNYATAAN | <i>vi</i> |
| HALAMAN PEMBIMBING | <i>vii</i> |
| HALAMAN PENGESAHAN | <i>viii</i> |
| RINGKASAN | <i>ix</i> |
| PRAKATA | <i>xi</i> |
| DAFTAR ISI | <i>xii</i> |
| DAFTAR TABEL | <i>xv</i> |
| DAFTAR GAMBAR | <i>xvi</i> |
| DAFTAR SINGKATAN | <i>xviii</i> |
| DAFTAR LAMPIRAN | <i>xix</i> |
| BAB 1. PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang Masalah | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah | 3 |
| 1.3 Tujuan Penelitian | 4 |
| 1.4 Manfaat Penelitian | 4 |
| 1.5 Pembaharuan..... | 4 |
| BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA | 6 |
| 2.1 Level Kognitif Taksonomi Bloom | 6 |
| 2.2 Kemampuan Berfikir Kritis dalam Pembelajaran | 7 |
| 2.2.1 Pengertian Berfikir Kritis | 7 |

| | |
|---|-----------|
| 2.2.2 Berfikir Kritis dalam Pembelajaran | 8 |
| 2.2.3 Model Berfikir Kritis Paul dan Elder | 12 |
| 2.2.4 Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) | 17 |
| 2.3 Generalisasi Deret Aritmetika | 20 |
| 2.5 Contoh Proses TKBK Berdasar Level Proses Solusi/Problem | 25 |
| 2.6 Penelitian yang Relevan | 29 |
| BAB 3. METODE PENELITIAN | 32 |
| 3.1 Jenis Penelitian | 32 |
| 3.2 Subjek dan Objek Penelitian | 32 |
| 3.3 Definisi Operasional | 32 |
| 3.4 Metode Pengumpulan Data | 33 |
| 3.4.1 Observasi | 33 |
| 3.4.2 <i>Interview</i> | 33 |
| 3.4.3 Tes | 34 |
| 3.5 Metode Analisis Data | 34 |
| 3.6 Tahap-tahap Penelitian | 35 |
| BAB 4. HASIL PENELITIAN | 37 |
| 4.1 Paparan Data | 37 |
| 4.1.1 Deskripsi Pelaksanaan Penelitian | 37 |
| 4.1.2 Pelaksanaan Lapangan | 38 |
| 4.1.3 Penyajian Data | 39 |
| 4.1.3.1 Data Observasi | 40 |
| 4.1.3.2 Data Wawancara dan Tes | 41 |
| 4.2 Temuan Penelitian | 75 |
| 4.3 Pembahasan Penelitian | 80 |
| 4.3.1 Siswa (MR) Dengan Kemampuan Akademik Tinggi | 80 |
| 4.3.2 Siswa (AR) Dengan Kemampuan Akademik Sedang | 81 |
| 4.3.3 Siswa (SR) Dengan Kemampuan Akademik Rendah | 83 |

| | |
|-----------------------------|-----------|
| BAB 5. PENUTUP | 86 |
| 5.1 Kesimpulan | 86 |
| 5.2 Saran | 88 |
| DAFTAR PUSTAKA | 89 |
| LAMPIRAN..... | 92 |



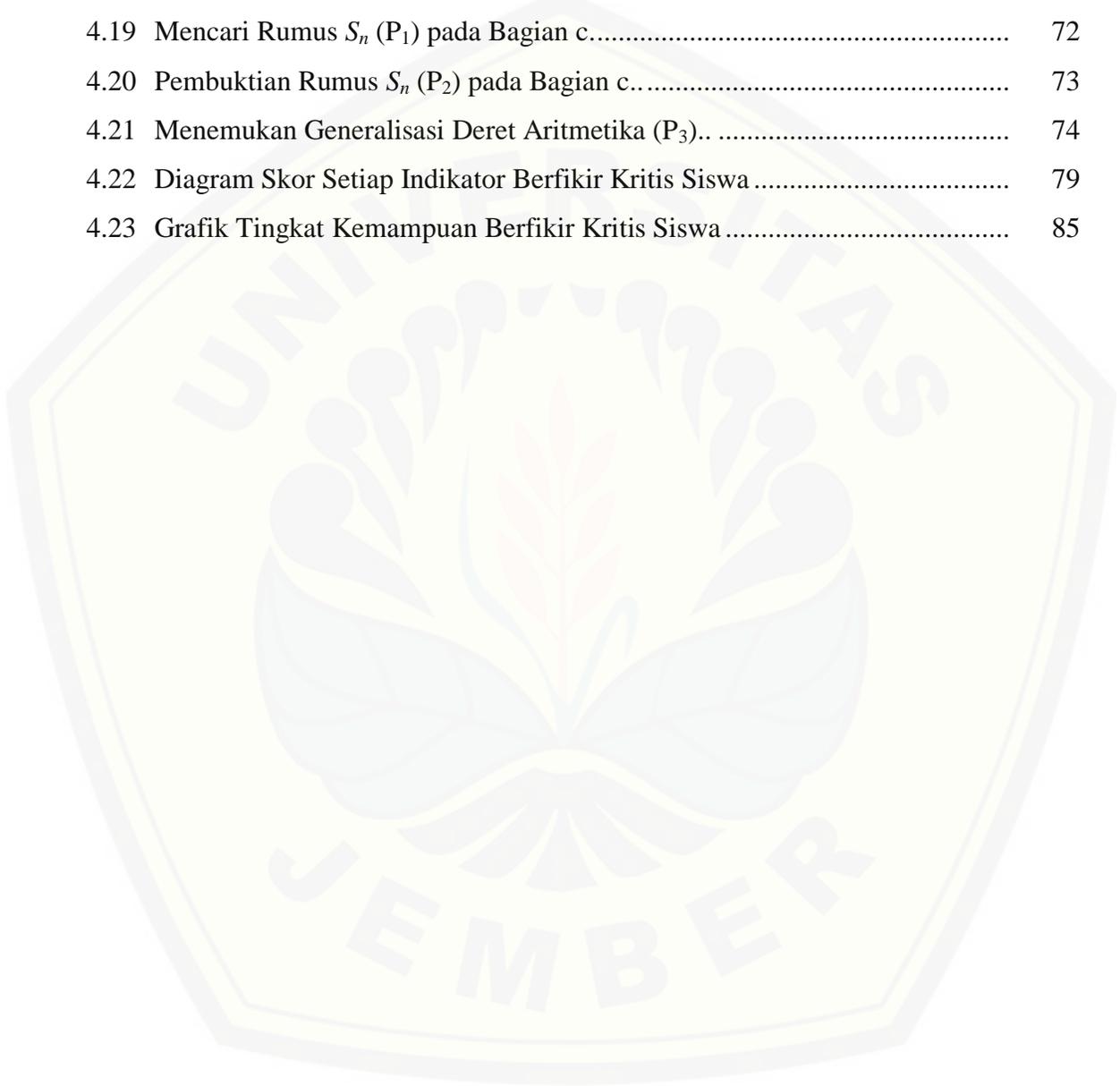
DAFTAR TABEL

| | Halaman |
|--|----------------|
| 2.1 Draf Revisi Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa | 19 |
| 2.2 Operator Beda (Δ) Derajat 6 secara Umum | 23 |
| 2.3 Level Proses Solusi/Problem(Soal) dalam TKBK | 24 |
| 2.4 Penguasaan Materi Minimal | 28 |
| 4.1 Tahap Pelaksanaan Penelitian | 38 |
| 4.2 Daftar Nama Subjek Penelitian dan Kode Siswa | 39 |
| 4.3 Analisis Kemampuan Berfikir Kritis dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Deret | 76 |

DAFTAR GAMBAR

| | Halaman |
|--|----------------|
| 2.1 Level Kognitif Taksonomi Bloom Versi <i>Kreathwohl</i> | 6 |
| 2.2 Bagan Indikator Berfikir Kritis | 10 |
| 2.3 Rumus S_n | 21 |
| 2.4 Deret Berderajat Satu | 22 |
| 2.5 Deret Berderajat Dua | 22 |
| 2.6 Deret Berderajat Tiga | 22 |
| 3.1 Skema Pelaksanaan Penelitian | 36 |
| 4.1a. Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian a. | 45 |
| 4.1b. Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian a. | 45 |
| 4.2 Pembuktian Rumus S_n (P_2) Bagian a..... | 46 |
| 4.3 Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian b..... | 47 |
| 4.4 Pembuktian rumus S_n (P_2) pada Bagian b..... | 48 |
| 4.5 Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian c..... | 49 |
| 4.6a Pembuktian Rumus S_n (P_2) pada Bagian c..... | 50 |
| 4.6b. Pembuktian Rumus S_n (P_2) pada Bagian c..... | 51 |
| 4.7a. Menemukan Generalisasi Deret (P_3)..... | 52 |
| 4.7b. Menemukan Generalisasi Deret (P_3)..... | 53 |
| 4.8 Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian a..... | 57 |
| 4.9 Pembuktian Rumus S_n (P_2) pada Bagian a..... | 58 |
| 4.10 Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian b..... | 59 |
| 4.11 Pembuktian rumus S_n (P_2) pada Bagian b..... | 60 |
| 4.12 Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian c..... | 61 |
| 4.13a.Pembuktian Rumus S_n (P_2) Bagian c..... | 62 |
| 4.13b.Pembuktian Rumus S_n (P_2) Bagian c..... | 63 |
| 4.14 Menemukan Generalisasi Deret Aritmetika (P_3)..... | 64 |
| 4.15 Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian a..... | 68 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.16 | Pembuktian Rumus S_n (P_2) pada Bagian a..... | 69 |
| 4.17 | Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian b..... | 70 |
| 4.18 | Pembuktian Rumus S_n (P_2) pada Bagian b..... | 71 |
| 4.19 | Mencari Rumus S_n (P_1) pada Bagian c..... | 72 |
| 4.20 | Pembuktian Rumus S_n (P_2) pada Bagian c..... | 73 |
| 4.21 | Menemukan Generalisasi Deret Aritmetika (P_3).. | 74 |
| 4.22 | Diagram Skor Setiap Indikator Berfikir Kritis Siswa | 79 |
| 4.23 | Grafik Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis Siswa | 85 |



DAFTAR SINGKATAN

TKBK = Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis

IBK = Indikator Berfikir Kritis

P_1 = Level Proses Solusi ke 1; siswa mencari rumus S_n

P_2 = Level Proses Solusi ke 2; siswa membuktikan rumus S_n dengan induksi matematika

P_3 = Level Proses Solusi ke 3; siswa menemukan rumus generalisasi deret

M_1 = Memahami Masalah

M_2 = Merencanakan Penyelesaian

M_3 = Melaksanakan Rencana

M_4 = Memeriksa Kembali

DAFTAR LAMPIRAN

| Lampiran | Halaman |
|---|----------------|
| 1. Kisi-kisi Pedoman Observasi Kemampuan Berfikir Kritis Siswa..... | 92 |
| 2. Kisi-kisi Pedoman Wawancara Kemampuan Berfikir Kritis Siswa..... | 93 |
| 3. Kisi-kisi Pedoman Soal Tes Kemampuan Berfikir Kritis Siswa..... | 94 |
| 4. Pedoman Observasi Kemampuan Berfikir Kritis Siswa | 95 |
| 5. Pedoman Wawancara Kemampuan Berfikir Kritis Siswa | 97 |
| 6. Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) | 98 |
| 7. Draf Revisi Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis Siswa. | 116 |
| 8. Pedoman Penilaian Kemampuan Berfikir Kritis | 117 |
| 9. Lembar Validasi Pedoman Observasi Kemampuan Berfikir Kritis | 118 |
| 10. Lembar Validasi Pedoman Wawancara Kemampuan Berfikir Kritis | 124 |
| 11. Lembar Validasi LKPD..... | 130 |
| 12. Monograf Generalisasi Deret | 136 |
| 13. Hasil Observasi Kemampuan Berfikir Kritis Siswa..... | 178 |
| 14. Hasil Wawancara Kemampuan Berfikir Kritis Siswa..... | 184 |
| 15. Hasil Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) | 194 |
| 16. Surat Ijin Penelitian | 215 |
| 17. Surat Keterangan Telah Melaksanakan Penelitian..... | 216 |

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring perkembangan zaman, Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK) berkembang begitu pesat, hal ini tidak terlepas dari pendidikan yang memiliki peran penting dalam menciptakan Sumber Daya Manusia (SDM) yang mampu bersaing secara global. Oleh karena itu sudah merupakan kewajiban kita khususnya pemerintah dalam memperhatikan dan memprioritaskan suatu perkembangan pendidikan yang berkualitas, sebagaimana dikemukakan oleh Feire (dalam Tilaar, dkk., 2011) pendidikan berkualitas merupakan pendidikan yang membuka mata hati dan mata akal manusia terhadap problema yang ada di dalam masyarakat, bukan hanya menghilangkan problema-problema tersebut tetapi masyarakat juga memiliki kewajiban mengembangkan kemampuannya untuk pengembangan diri yang produktif dan kreatif.

Dalam era globalisasi yang berkembang pesat tentunya akan berdampak besar khususnya terhadap siswa itu sendiri karena semakin kompleksnya permasalahan yang harus dihadapi oleh siswa sehingga membutuhkan kemampuan yang cukup untuk bisa menghadapinya, salah satunya dengan memiliki kemampuan berfikir kritis. Kemampuan berfikir kritis merupakan suatu kompetensi yang sangat penting untuk dilatihkan kepada siswa karena siswa dapat menelaah permasalahan yang mereka hadapi, dapat mencari dan memilih pemecahan secara tepat. Mengingat tingkat kemampuan berpikir kritis setiap siswa yang berbeda-beda, dalam hal ini sangat dibutuhkan oleh seorang guru untuk mengetahui dan menganalisis apakah siswa itu termasuk pemikir kritis yang baik atau kurang baik. Faktanya partisipasi siswa masih rendah, cenderung pasif dalam mengikuti pembelajaran di kelas khususnya pada pembelajaran matematika, sehingga siswa tidak bisa mengembangkan kemampuan berfikir kritisnya.

Posisi Indonesia berdasarkan studi PISA, pada tahun 2000 menunjukkan skor perolehan matematika 367 peringkat 39 dari 41 negara, pada tahun 2003 menunjukkan skor perolehan matematika 360 peringkat 38 dari 40 negara, pada tahun 2006 menunjukkan skor perolehan matematika 391 peringkat 50 dari 57 negara, pada tahun 2009 menunjukkan skor perolehan matematika 371 peringkat 61 dari 65 negara. Hal ini menunjukkan bahwa prestasi siswa Indonesia masih jauh dari predikat memuaskan karena lemahnya kemampuan berfikir kritis siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Berdasarkan penelitian Sudjiarto (dalam Kurniasih, 2012) kegiatan pembelajaran di Negara berkembang khususnya Indonesia pada saat ini tidak lebih dari mencatat, menghafal dan mengingat kembali, sehingga salah satu penyebab rendahnya kemampuan berfikir kritis pembelajaran matematika dalam kegiatan belajarnya adalah belum mampu mendorong aktivitas yang dapat mengembangkan kemampuan berfikir kritis. Menurut Fritjers,dkk., 2008 (dalam Alfia, 2016) siswa yang lulus dari masing-masing sekolah diberbagai negara tidak memiliki kemampuan dalam bersaing pada skala global, hal ini terjadi karena siswa tidak memiliki kemampuan untuk berfikir kritis. Selain itu berdasarkan penjelasan dari guru mata pelajaran matematika yang mengajar di MA Darus Sholah menjelaskan bahwa nilai rata-rata ujian nasional tahun pelajaran 2016/2017 khususnya pada mata pelajaran matematika untuk siswa MA Darus Sholah masih tergolong rendah dibandingkan mata pelajaran yang lainnya yaitu 26,50. Hal ini bisa jadi karena siswa tidak dibiasakan diri untuk berfikir kritis.

Menyelesaikan suatu problem merupakan suatu tujuan umum dari pembelajaran matematika dimana lebih mengutamakan proses dan strategi yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal, tentunya hal ini harus diimbangi dengan kemampuan berfikir siswa. Dengan adanya suatu masalah umumnya mendorong siswa untuk berusaha memecahkan masalah dengan segera namun tidak tahu secara langsung bagaimana cara menyelesaikannya. Selain itu kemampuan menyelesaikan suatu problem matematika dibutuhkan konsep dan penalaran sehingga mampu mempermudah dalam menyelesaikan soal yang diberikan.

Menurut (Arifin, 2009) matematika memiliki tiga fungsi utama, diantaranya: “1) sebagai alat, matematika digunakan untuk memahami atau menyampaikan informasi; 2) sebagai pola pikir, matematika digunakan untuk memahami suatu pengertian melalui penalaran logis dan berpikir kritis; (3) sebagai ilmu, matematika dikembangkan untuk kesejahteraan manusia”. Salah satu materi dalam matematika tingkat SMA/MA adalah deret yaitu deret aritmetika dan deret geometri. Oleh karena itu sangat dibutuhkan oleh siswa untuk memiliki kemampuan berfikir kritis. Hal ini sepadan dengan penelitian yang dilakukan oleh (Indahwati, 2016) tentang berfikir kritis menunjukkan bahwa siswa yang memiliki gaya kognitif berbeda, terdapat beberapa proses berfikir kritis yang berbeda pula.

Monograf generalisasi deret diberikan kepada siswa yaitu sebagai acuan atau referensi dan informasi dasar dalam menyelesaikan masalah deret aritmetika karena monograf dibuat lebih detail dalam satu topik pokok bahasan sehingga siswa diajak untuk bagaimana mengembangkan suatu problem berdasarkan monograf tersebut. Hal ini sangat dibutuhkan bagi siswa untuk memiliki kemampuan berfikir kritis Oleh karena itu sangat perlu bagi peneliti untuk membuat monograf yang berkaitan dengan penelitiannya. Berdasarkan uraian di atas mendorong penulis untuk melakukan penelitian tentang “Analisis Kemampuan Berfikir Kritis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Generalisasi Deret”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, rumusan masalah yang akan dikaji pada penelitian ini adalah:

- bagaimana proses berfikir kritis dalam menyelesaikan soal generalisasi deret?
- bagaimana Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa dalam menyelesaikan soal generalisasi deret?
- Bagaimana pengembangan monograf dari hasil berfikir kritis siswa tentang generalisasi deret?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah:

- untuk mengetahui proses berfikir kritis dalam menyelesaikan soal generalisasi deret;
- untuk mengetahui Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa dalam menyelesaikan soal generalisasi deret;
- untuk mengetahui pengembangan monograf dari hasil berfikir kritis siswa tentang generalisasi deret.

1.4 Manfaat Penelitian

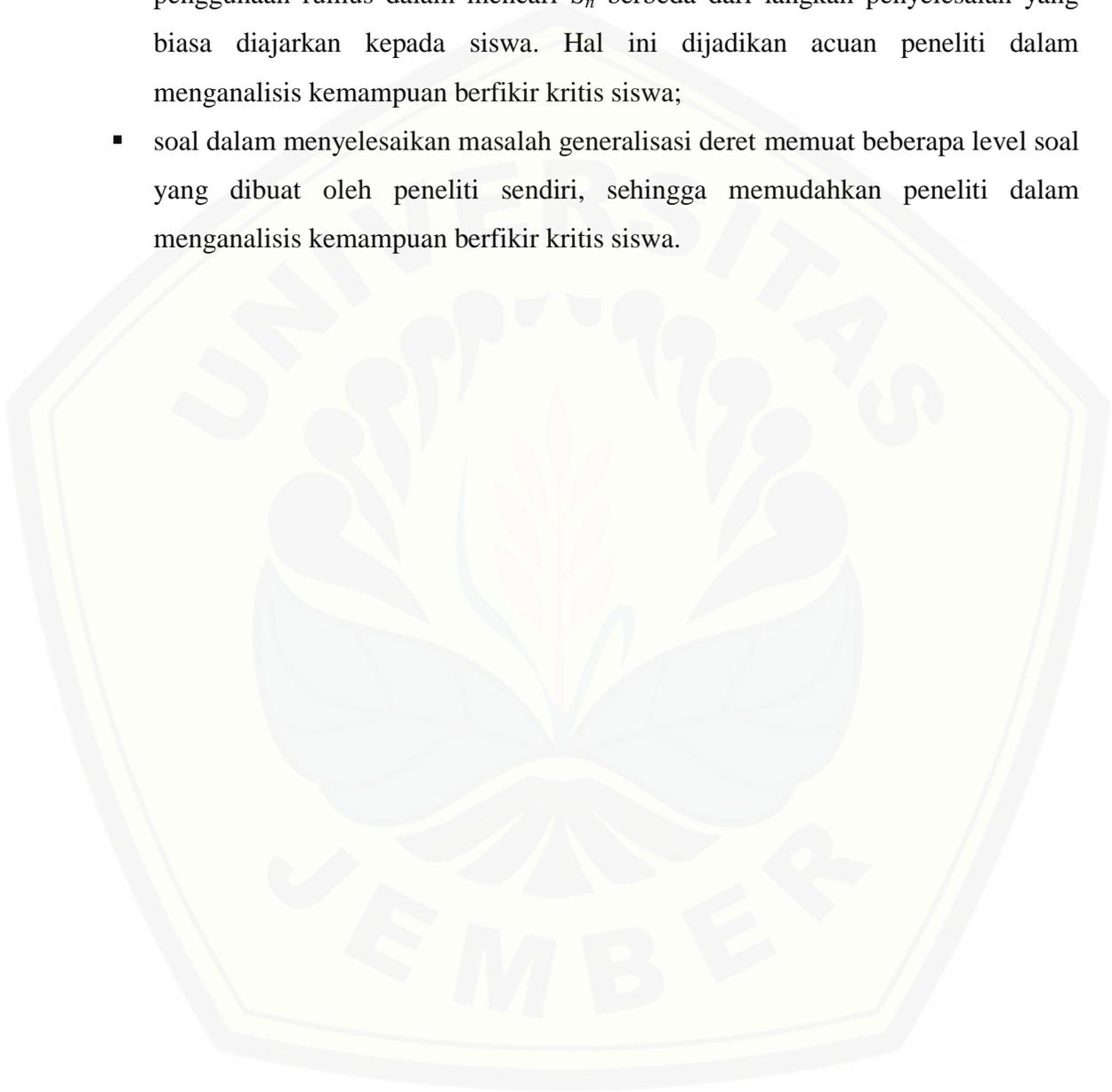
Jika tujuan di atas dapat dicapai, maka hasil penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi:

- guru matematika khususnya: sebagai masukan agar dapat memperhatikan kemampuan berfikir kritis siswa dalam pembelajaran;
- peneliti: sebagai pengetahuan tentang Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa dalam menyelesaikan soal generalisasi deret dan memberikan bimbingan kepada peneliti terhadap pemahaman tentang menganalisis kemampuan berfikir kritis dalam menyelesaikan soal generalisasi deret;
- siswa: sebagai bahan materi pengayaan yang dapat membiasakan diri untuk berfikir kritis;
- sekolah: menjadi acuan untuk meningkatkan peran guru dalam proses belajar mengajar sehingga dapat mengetahui perkembangan siswa secara efektif dan efisien untuk mencapai tujuan pendidikan yang ingin dicapai;
- peneliti lain: hasil penelitian ini dapat menjadi bahan refleksi untuk melakukan penelitian lebih lanjut.

1.5 Kebaharuan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa kebaharuan diantaranya:

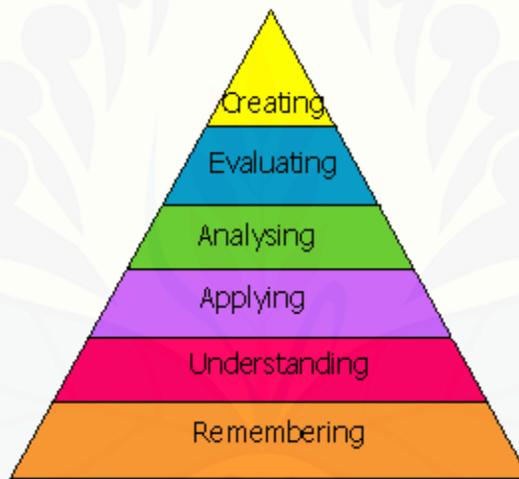
- pengembangan monograf pada materi generalisasi deret. Monograf ini berisi materi pengembangan matematika sekolah yaitu pada materi deret yang mana penggunaan rumus dalam mencari S_n berbeda dari langkah penyelesaian yang biasa diajarkan kepada siswa. Hal ini dijadikan acuan peneliti dalam menganalisis kemampuan berfikir kritis siswa;
- soal dalam menyelesaikan masalah generalisasi deret memuat beberapa level soal yang dibuat oleh peneliti sendiri, sehingga memudahkan peneliti dalam menganalisis kemampuan berfikir kritis siswa.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Level Kognitif Taksonomi Bloom

Taksonomi Bloom versi *Kreathwohl* (dalam Utari, 2011) pada ranah kognitif dibagi menjadi enam level yaitu: mengingat atau *remembering* (C1), memahami atau *understanding* (C2), menerapkan atau *applying* (C3), menganalisis atau *analyzing* (C4), evaluasi atau *evaluating* (C5) dan mencipta atau *creating* (C6), yang mana tiga level pertama(dari bawah) merupakan *Lower Order Thinking Skills*, sedangkan tiga level berikutnya *Higher Order Thinking Skill*. (Lihat Gambar 2.1)



Gambar 2.1. Level Kognitif Taksonomi Bloom Versi *Kreathwohl*

Berikut ini penjelasan dari beberapa level kognitif yang sudah direvisi: mengingat: kemampuan menyebutkan kembali informasi/pengetahuan yang tersimpan dalam ingatan; memahami: kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian/makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis, maupun grafik/diagram; menerapkan: kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu; menganalisis: kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh; mengevaluasi: kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria

atau patokan tertentu; mencipta: kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi sesuatu bentuk baru yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinal.

2.2 Kemampuan Berfikir Kritis dalam Pembelajaran

2.2.1 Pengertian Berfikir

Manusia dikatakan sebagai makhluk berfikir yang memiliki kesadaran untuk berfikir. Dengan berfikir seseorang bisa mengambil suatu keputusan dalam menyelesaikan masalah. Reason (dalam Saifullah, 2015) “berfikir (*thinking*) adalah proses mental seseorang yang lebih dari sekedar mengingat (*remembering*) dan memahami (*comprehending*). Mengingat pada dasarnya hanya melibatkan usaha penyimpanan sesuatu yang telah dipahami untuk suatu saat dikeluarkan kembali atas permintaan, sedangkan memahami memerlukan perolehan apa yang didengar dan dibaca serta melihat keterkaitan antar aspek dalam memori”. Menurut Ruggiero(dalam Rahayuningsih, 2016) mengartikan berpikir sebagai suatu aktivitas mental untuk membantu memformulasikan atau menyelesaikan masalah, membuat suatu keputusan dan memenuhi hasrat keingintahuan. Alex Sobur, 2003: 201 (dalam Rasiman dan Kartinah, 2013) mengatakan bahwa berpikir merupakan kegiatan mental yang melibatkan kerja otak. Sedangkan menurut Marpaung (dalam Prastiti dan Mairing, 2010) juga mendefinisikan berpikir adalah proses yang terjadi atas penerimaan informasi (dari luar atau dari dalam diri siswa), pengolahan, penyimpanan dan pengambilan kembali informasi tersebut dari ingatan siswa. Artinya, dalam berpikir seseorang pasti melakukan sebuah proses untuk menemukan suatu kesimpulan atau penyelesaian tentang sesuatu yang dipikirkan. Berdasarkan pendapat ahli tersebut dapat disimpulkan bahwa berfikir merupakan suatu tindakan yang disadari untuk menelaah apa yang diketahui ataupun belum diketahui oleh pemikir itu sendiri.

Menurut Zuhri, 1998 (dalam Retna, 2013) mengelompokkan proses berpikir menjadi tiga yaitu konseptual, semi konseptual, dan komputasional. Proses berpikir konseptual adalah proses berpikir yang selalu menyelesaikan soal dengan

menggunakan konsep yang telah dimiliki berdasarkan hasil pelajarannya selama ini. Proses berpikir semi konseptual adalah proses berpikir yang cenderung menyelesaikan suatu soal dengan menggunakan konsep tetapi mungkin karena pemahamannya terhadap konsep tersebut belum sepenuhnya lengkap maka penyelesaiannya dicampur dengan cara penyelesaian yang menggunakan intuisi. Sedangkan proses berpikir komputasional adalah proses berpikir yang pada umumnya menyelesaikan suatu soal tidak menggunakan konsep tetapi lebih mengandalkan intuisi.

Menurut (Suryabrata, 1993) (dalam Retna, 2013) saat berpikir seseorang akan melalui tiga proses, yaitu:

1. Pembentukan pengertian

Pada proses ini, seseorang akan mengamati dan menganalisis ciri-ciri beberapa objek yang sejenis kemudian membandingkan ciri-ciri yang sama;

2. Pembentukan pendapat

Sebuah pendapat dapat menyatakan secara jelas hubungan antara dua buah pernyataan, menyatakan secara jelas bahwa tidak ada hubungan antara dua buah pernyataan, ataupun menyatakan hubungan antara dua buah pernyataan yang masih belum jelas;

3. Pembentukan keputusan

Pada tahap terakhir dari proses berpikir ini seseorang akan membentuk sebuah pendapat baru yang diperoleh dari pendapat-pendapat sebelumnya.

2.2.2 Berfikir Kritis dalam Pembelajaran

Ennis (dalam Tilaar, 2011) mendefinisikan berfikir kritis adalah suatu proses berfikir reflektif yang berfokus untuk memutuskan apa yang diyakini untuk diperbuat. Menurut Moore and Parker, 1988 (dalam Rini, 2015) Berpikir kritis adalah penentuan secara hati-hati dan disengaja apakah menerima, menolak, atau menunda keputusan tentang suatu klaim atau pernyataan. Sedangkan menurut Glaser (dalam Fisher, 2009) berfikir kritis adalah suatu sikap mau berfikir secara mendalam tentang

masalah-masalah dan hal-hal yang berada dalam jangkauan pengalaman seseorang. Berdasarkan pendapat dari beberapa ahli tersebut dapat disimpulkan bahwa berfikir kritis merupakan suatu sikap usaha sadar yang dilakukan secara aktif, dengan diimbangi kemampuan intelektual mereka masing-masing untuk memilih suatu keputusan yang tepat.

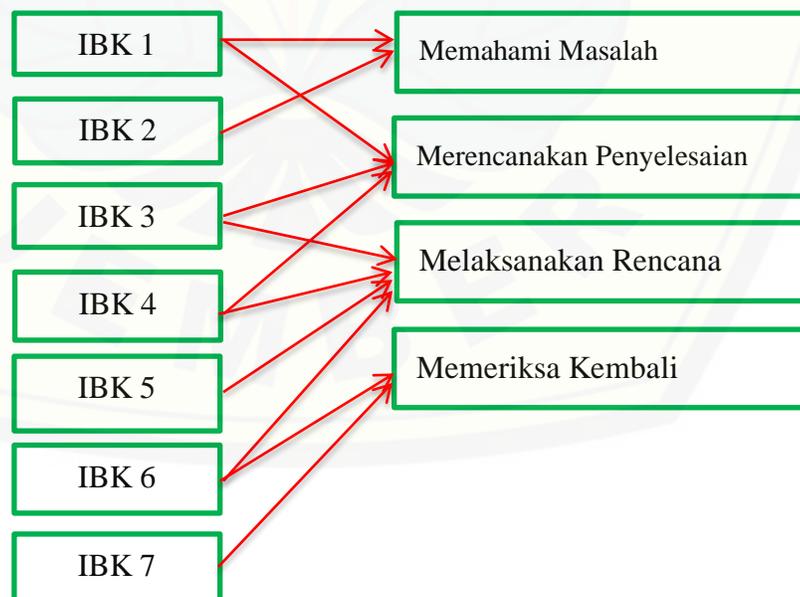
(Rasiman dan Kartinah, 2013) menyebutkan indikator berfikir kritis dalam penelitiannya yaitu: 1) mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1); 2) merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2); 3) menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3); 4) mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4); 5) memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5); 6) mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6); dan 7) membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid/tidak valid (IBK 7).

Di dalam pelajaran matematika, akan sering dijumpai banyak soal yang menuntut siswa untuk bisa menyelesaikannya. Namun tidak semua soal dalam matematika yang diberikan kepada siswa dianggap sebagai suatu masalah. Menurut Siswono (dalam Irawati dan Hasanah, 2016) mengemukakan bahwa masalah dapat diartikan sebagai suatu situasi yang dihadapi oleh setiap individu atau kelompok ketika mereka tidak memiliki suatu langkah penyelesaian untuk menentukan jawabannya. Menurut Russefendi (dalam Hobri, 2009) mengemukakan bahwa suatu persoalan merupakan masalah bagi seseorang apabila persoalan itu tidak dikenalnya, dan orang tersebut mempunyai keinginan untuk menyelesaikannya, terlepas apakah pada akhirnya dia sampai atau tidak kepada jawaban masalah itu.

Pemecahan masalah menurut Polya (dalam Haryani, 2011) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak segera dapat dicapai. Polya membagikan pemecahan masalah kedalam empat langkah yaitu: 1) Memahami masalah: dalam tahap ini, masalah harus benar-benar dipahami, seperti mengetahui apa yang tidak

diketahui, apa yang sudah diketahui, apakah kondisi yang ada cukup atau tidak cukup untuk menentukan yang tidak diketahui, adakah yang berlebih-lebihan atau adakah yang bertentangan, menentukan suatu gambaran masalah, menggunakan notasi yang sesuai; 2) Merencanakan penyelesaian: mencari hubungan antara informasi yang ada dengan yang tidak diketahui. Dalam membuat rencana ini seseorang dapat dibantu dengan memperhatikan masalah yang dapat membantu jika suatu hubungan tidak segera dapat diketahui sehingga akhirnya diperoleh suatu rencana dari pemecahan; 3) Melaksanakan rencana: pada tahap ini rencana dilaksanakan, periksa setiap langkah sehingga dapat diketahui bahwa setiap langkah itu benar dan dapat membuktikan setiap langkah benar; 4) Memeriksa kembali penyelesaian: pada tahap ini dapat diajukan pertanyaan seperti dapatkah memeriksa hasil, dapatkah memeriksa alasan yang dikemukakan, apakah diperoleh hasil yang berbeda, dapatkah melihat sekilas pemecahannya, dapatkah menggunakan pemecahan yang telah diperoleh atau metode yang sudah digunakan untuk masalah lain yang sama.

Berikut adalah bagan indikator berfikir kritis yang mengadopsi dari peneliti terdahulu yaitu Rasiman dan Kartinah.



Gambar 2.2. Bagan indikator berfikir kritis

Seorang guru perlu melakukan suatu penelitian dalam pembelajaran guna mengetahui perkembangan siswa baik perkembangan kognitif, afektif maupun psikomotorik. Oleh karena itu sangat penting bagi guru yang akan melakukan suatu penelitian untuk mengetahui sistematis dalam mengumpulkan data guna memperoleh bahan-bahan yang relevan dan akurat. Menurut (Riduwan, 2012) metode pengumpulan data dalam penelitian yaitu: angket, wawancara, pengamatan (*observation*), tes, dan dokumentasi. Namun dari pengumpulan data tersebut tidak harus semua digunakan oleh peneliti.

Menurut (Riduwan, 2012) Observasi yaitu melakukan pengamatan secara langsung ke objek penelitian guna melihat dari dekat kegiatan yang dilakukan. Menurut Yatim riyanto (dalam Fauzi, 2009) observasi dibagi menjadi lima jenis yaitu:

1. Observasi partisipan yaitu dimana orang yang melakukan pengamatan berperan serta ikut ambil bagian dalam kehidupan orang yang diobservasi;
2. Observasi non partisipan yaitu apabila observer tidak berperan serta ikut ambil bagian kehidupan observernya;
3. Observasi sistematis yaitu apabila pengamat menggunakan pedoman sebagai instrumen pengamatan;
4. Observasi non sistematis yaitu apabila pengamat tidak menggunakan instrumen penelitian;
5. Observasi eksperimental yaitu dilakukan dengan cara orang yang observasi dimasukkan kedalam suatu kondisi atau situasi tertentu.

Menurut (Soeratno dan Arsyad 1983:92) (dalam Fauzi, 2009) wawancara adalah metode pengumpulan data dengan cara bertanya langsung (berkomunikasi langsung) dengan responden. Sedangkan menurut (Riduwan, 2012) wawancara adalah suatu cara pengumpulan data yang digunakan untuk memperoleh informasi langsung dari sumbernya. Berdasarkan dua pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa wawancara merupakan serangkaian tanya jawab antara dua pihak yaitu pewawancara dan narasumber untuk memperoleh data, keterangan atau pendapat tentang suatu hal.

Menurut (Sudjana, 1989) (dalam Primasyah, dkk., 2016) jenis *interview* ada tiga macam yaitu: *interview* bebas, *interview* terpimpin, *interview* bebas terpimpin. berikut penjelasannya dari ketiga jenis *interview* tersebut: *interview* bebas yaitu pewawancara bebas menanyakan apa saja, tetapi juga mengingat akan data apa yang dikumpulkan; *interview* terpimpin yaitu *interview* yang dilakukan oleh pewawancara dengan membawa sederetan pertanyaan lengkap dan terperinci; *interview* bebas terpimpin yaitu kombinasi antara *interview* bebas dan *interview* terpimpin.

Menurut (Arikunto, 2010) tes merupakan serentetan pertanyaan atau latihan serta alat lain yang digunakan untuk mengukur keterampilan, pengetahuan inteligensi, kemampuan atau bakat yang dimiliki oleh individu atau kelompok.

Menurut (Mulyadi, 2010) pengelompokan tes berdasarkan pembuatannya dibagi menjadi dua bagian, yaitu: 1) Tes standar (*Standard Direct Test*): tes standar atau tes yang dibakukan mengandung prosedur yang seragam untuk menentukan nilai dan administrasinya. Tes standar bisa membandingkan kemampuan murid dengan murid lain pada usia atau level yang sama dan dalam kasus perbandingan ini dilakukan ditingkat nasional. Tes standar mencakup berbagai materi yang lazimnya diajarkan dikebanyakan kelas. Tes standar yang penyusunannya telah melalui proses menggunakan patokan-patokan tertentu dan memiliki aturan umum serta telah diuji validitas dan reabilitasnya, biasanya tes ini dibuat oleh sekelompok (tim) yang ahli dibidang pembuatan tes; 2) Tes buatan guru (*Teacher Made Test*) : tes buatan guru cenderung difokuskan pada tujuan instruksional untuk kelas tertentu. Tes buatan guru adalah tes yang dibuat oleh guru untuk kepentingan prestasi belajar maupun mengembangkan keterampilannya.

2.2.3 Model Berfikir Kritis Paul dan Elder

Paul dan Elder sebagai pakar berpikir kritis dalam tradisi filosofis yang menyusun suatu model berpikir kritis dengan nama populer yaitu Model Berpikir Kritis Paul dan Elder. Ada 3 macam komponen model berpikir kritis yaitu :

1. Elemen bernalar

Adapun elemen bernalar terdiri dari 8 yaitu sebagai berikut:

- a) Tujuan (*purpose*): untuk memahami beberapa hal, seseorang harus dapat mendefinisikan tujuan dengan jelas;
- b) Pertanyaan (*questions*): penalaran adalah usaha menjawab pertanyaan yang menjadi masalah, dapat dilakukan dengan cara menggambarkan sesuatu, menetapkan pertanyaan dan menyelesaikan masalah;
- c) Asumsi (*assumptions*): mencoba mengidentifikasi asumsi dengan jelas dan menentukan apakah asumsi tersebut dapat dipertanggungjawabkan serta bagaimana asumsi tersebut membentuk sudut pandang;
- d) Sudut pandang (*points of view*): penalaran dibuat dengan memperhatikan beragam sudut pandang sehingga memberikan beragam alternatif penyelesaian;
- e) Informasi (*information*): berpikir mencoba mengidentifikasi informasi (data dan fakta), meyakinkan bahwa informasi yang digunakan jelas dan relevan dengan pertanyaan yang menjadi pokok masalah;
- f) Konsep dan ide (*concepts and ide*): penalaran dinyatakan dan dibentuk berdasarkan konsep dan ide yaitu definisi, teori, prinsip, aturan dan model;
- g) Penyimpulan (*inferences*): penalaran terdiri dari penarikan kesimpulan atau interpretasi yang menggambarkan kesimpulan dan memberi pengertian dari data;
- h) Implikasi (*implications*): penalaran akan memiliki implikasi dan konsekuensi. Karena itu penting untuk menemukan implikasi dan konsekuensi dari suatu penalaran, mencari implikasi negatif dan positifnya serta mempertimbangkan konsekuensi yang mungkin terjadi.

2. Standar intelektual bernalar

Adapun standar intelektual bernalar yang paling penting, yaitu sebagai berikut:

- a) Kejelasan (*clarity*): kejelasan adalah pintu gerbang standar intelektual. Jika pernyataan tidak jelas, kita tidak bisa menentukan apakah itu akurat atau relevan. Dalam rangka merespon pernyataan, kita harus mengetahui pertanyaan yang membantu kejelasan bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalarnya jelas, apakah tujuannya jelas, apakah dapat diberikan contoh dan dapatkah dibuat ilustrasinya;
- b) Ketepatan (*accuracy*): ketepatan adalah elemen bernalar yang bebas dari kesalahan dan mengandung kebenaran. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui ketepatan bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalar benar, bagaimana mengecek kebenaran elemen bernalarnya dan bagaimana dapat mengetahui bahwa elemen bernalar tersebut benar;
- c) Ketelitian (*precision*): ketelitian merupakan elemen bernalar menjelaskan sesuai dengan tepat. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui ketelitian bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalar tersebut memiliki ketelitian, dapatkah dijelaskan dengan rinci dan dapatkah penalaran yang dibuat lebih spesifik;
- d) Relevansi (*relevance*): relevansi berhubungan dengan pokok masalah yang dihadapi. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui relevansi seseorang, yaitu apakah elemen bernalar tersebut relevan, bagaimana elemen bernalar tersebut berhubungan dengan pertanyaan, apakah elemen bernalar tersebut mengandung pokok-pokok masalah dan bagaimana elemen bernalar tersebut membantu mengatasi pokok permasalahan;
- e) Kedalaman (*depth*): pertanyaan yang dapat membantu mengetahui kedalaman bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalar cukup dalam atau sangat dangkal, bagaimana menjawab kekomplekan pertanyaan, apakah dapat dicari sejumlah masalah dari suatu pertanyaan dan faktor-faktor apa yang membuat bernalar menjadi sukar;
- f) Keluasan (*breadth*): keluasan adalah elemen bernalar mengandung sudut pandang. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui keluasan bernalar seseorang, yaitu apakah perlu dicari/ diduga sudut pandang yang lain, apakah

terdapat cara lain untuk melihat pertanyaan, apakah bernalar ini seperti terlihat sebagai sudut pandang yang konservatif, bagaimana melihat bernalar dari sudut pandang yang lain dan apakah elemen berpikir cukup luas ataukah perlu dicari data yang lebih luas lagi;

- g) Logis (*logic*): kombinasi berpikir yang mendukung satu sama lain dan membuat pengertian dalam kombinasi maka berpikir menjadi logis. Ketika kombinasi tidak mendukung antara satu dengan yang lainnya (terdapat kontradiksi) atau tidak dapat membuat suatu pengertian maka kombinasi berpikir tersebut tidak logis. Pertanyaan yang membantu mengetahui kelogisan bernalar, yaitu apakah elemen bernalar tersebut membuat suatu pengertian, apakah ada dampak dari apa yang disampaikan dan bagaimana dampaknya.

3. Ciri-ciri (karakter) intelektual;

Pemikir yang baik akan berusaha terbuka sehingga mereka akan mengembangkan karakter intelektual bernalar seperti berikut ini:

- a) Kerendahan hati intelektual (*intellectual humility*)

Kerendahan hati intelektual yang dimaksud adalah pengetahuan tentang hal yang tidak diketahui, sensitivitas terhadap apa yang diketahui dan apa yang tidak diketahui. Menyadari keterbatasan seseorang. Kerendahan hati intelektual bergantung pada penghargaan bahwa seseorang tidak dapat menuntut pada apa yang benar-benar diketahui seseorang. Hal ini berdampak pada kurangnya kesombongan intelektual;

- b) Keberanian intelektual (*intellectual courage*)

Keberanian intelektual yang dimaksud adalah kecenderungan untuk menanyakan sesuatu kepercayaan yang dirasakan benar. Keberanian ini berhubungan dengan pengakuan bahwa ide mempertimbangkan bahaya atau kemustahilan yang terkadang dibenarkan secara rasional dan kesimpulan serta kepercayaan ditanamkan pada kita terkadang salah atau menyesatkan. Keberanian intelektual diperlukan karena dapat terjadi kebenaran yang dianggap

berbahaya atau mustahil dan menyimpang, atau kesalahan dari beberapa ide yang dipegang teguh oleh kelompok sosial;

c) Empati intelektual (*Intellectual Empathy*)

Empati intelektual yang dimaksud adalah kesadaran akan kebutuhan untuk mempunyai pandangan-pandangan yang berbeda dengan pandangan yang dimiliki seseorang. Menyadari kebutuhan imajinatif menempatkan seseorang pada pikiran orang lain untuk memahami pikiran orang lain tersebut dengan sungguh-sungguh. Karakter ini berhubungan dengan kemampuan merekonstruksi sudut pandang dan bernalar orang lain dengan tepat;

d) Integritas intelektual (*intellectual integrity*)

Integritas intelektual pengakuan kebutuhan kebenaran pikiran seseorang, konsisten dengan standar intelektual yang diterapkan, menerapkan apa yang dianjurkan orang lain, serta jujur mengakui ketidaksesuaian dan ketidakkonsistenan pikiran dan tindakannya sendiri;

e) Ketekunan intelektual (*intellectual perseverance*)

Ketekunan intelektual kecenderungan untuk terus bekerja dengan cara yang dipilih meskipun muncul suatu perasaan frustrasi dalam mengerjakannya. Menyadari kebutuhan menggunakan pengertian mendalam intelektual dan kebenaran meskipun sukar. Pengertian kebutuhan berjuang dengan pertanyaan yang membingungkan dan tidak tentu selama beberapa lama untuk mendapatkan pemahaman atau pengertian yang lebih mendalam;

f) Percaya Diri dengan Penalarannya (*faith in reason*)

Kepercayaan bahwa minat tinggi seseorang dapat dilayani dengan cara mendorong orang untuk membuat kesimpulannya sendiri dengan mengembangkan kecakapan rasionalnya, menggambarkan kesimpulan yang bernalar, mengajak orang lain dengan penalaran dan menjadi pribadi yang bernalar, meskipun terdapat halangan mendalam pada karakter asli pikiran manusia dan masyarakat;

g) Berpikir Terbuka (*faith-mindedness*)

Menyadari kebutuhan membahas beragam sudut pandang tanpa referensi dari perasaan orang lain atau minat pribadi, atau perasaan atau minat pribadi orang lain, komunitas atau bangsa, mengakibatkan ketaatan terhadap standar intelektual tanpa referensi terhadap manfaat seseorang atau manfaat sekelompok orang.

2.2.4 Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK)

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang diberikan kepada siswa tiap jenjang yang dapat membekali mereka untuk berfikir kritis. Hal ini sesuai dengan Syaban (dalam Haryani, 2011) sikap dan cara berfikir kritis dapat dikembangkan melalui proses pembelajaran matematika karena matematika memiliki struktur dan keterkaitan yang jelas dan kuat antar konsepnya sehingga memungkinkan yang mempelajarinya terampil berfikir rasional, logis, dan kritis.

Berpikir kritis dalam matematika akan muncul jika peserta didik memiliki keinginan untuk menemukan jawaban dan mencapai pemahaman. Pemikir yang kritis akan meneliti proses berfikir mereka sendiri dan proses berfikir orang lain untuk mengetahui apakah proses berfikir yang mereka lakukan masuk akal.

Dalam teori Paul dan Elder (dalam Alfia, 2016), tingkat kemampuan berfikir kritis didasarkan pada standar intelektual bernalar dan elemen bernalar untuk mengukur tingkat kemampuan berfikir kritis seseorang yang disingkat dengan TKBK dan disusun secara diskrit yaitu 0, 1, 2, 3, 4. Berikut ini adalah tingkat kemampuan berfikir kritis (TKBK) beserta karakteristiknya.

1. Tingkat 0 (TKBK 0) disebut juga berfikir yang tidak direfleksikan (*unreflective thinking*)

Karakteristik TKBK 0 diantaranya siswa belum mampu menyelesaikan masalah; siswa dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan informasi berupa data dan fakta yang tidak jelas, tidak tepat, tidak teliti dan tidak relevan; siswa dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan pada konsep dan ide berupa definisi, konsep, teorema, prinsip dan prosedur yang

tidak jelas, tidak relevan dan tidak dalam; siswa dalam penyimpulan tidak jelas dan tidak logis; siswa dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan sudut pandang yang tidak jelas dan terbatas (penyelesaian tunggal).

2. Tingkat 1 (TKBK 1) disebut juga berpikir yang menantang (*challenged thinking*)

Karakteristik TKBK 1 diantaranya siswa telah mengembangkan kemampuan berpikirnya. Namun kemampuan berfikirnya masih terbatas; siswa sadar memiliki kelemahan dalam berpikirnya. Namun tidak tahu dimana kelemahannya sehingga menyebabkan pemikir sering menerapkan konsep secara tidak tepat, sudut pandang penyelesaian tidak jelas, penalarannya juga tidak jelas dan logis.

3. Tingkat 2 (TKBK 2) disebut juga berpikir permulaan (*beginning thinking*)

Karakteristik TKBK 2 diantaranya siswa sudah mulai mengidentifikasi masalah; siswa mengenal hubungan antara apa yang diketahui dengan masalah yang dihadapi; siswa mulai mencari konsep yang relevan dan tepat; siswa mulai menggunakan analogi dalam menyelesaikan masalah meskipun masih dengan wawasan terbatas; kurang memiliki perencanaan yang sistematis.

4. Tingkat 3 (TKBK 3) disebut juga berpikir latihan (*practicing thinking*)

Karakteristik TKBK 3 diantaranya siswa menganalisis pemikirannya secara aktif dalam sejumlah bidang; siswa masih mempunyai wawasan terbatas dalam tingkatan berpikir yang mendalam.

5. Tingkat 4 (TKBK 4) disebut juga berpikir lanjut (*advanced thinking*)

Karakteristik TKBK 4 diantaranya : siswa aktif menganalisis pikirannya, memiliki pengetahuan yang penting tentang masalah pada tingkat berpikir yang mendalam. Namun mereka belum mampu berpikir pada tingkat yang lebih tinggi secara konsisten pada semua dimensi kehidupannya. Mampu berpikir sistematis dan membentuk perencanaan penyelesaian masalah yang teratur; memiliki sudut pandang yang jelas dan dapat merencanakan penyelesaian dengan strategi yang jelas; mulai berpikir sistematis, membuat penalaran terhadap langkah-langkah pengerjaan yang jelas; telah mampu menilai kualitas berpikirnya sehingga dapat

memilah penalaran yang tidak dapat digunakan dengan penalaran yang dapat digunakan.

6. Tingkat 5 (TKBK 5) disebut juga berpikir yang unggul (*master thinking*)

Siswa menginternalisasi kemampuan dasar berpikir secara mendalam; berpikir kritis dilakukan secara sadar dan menggunakan intuisi yang tinggi; mereka menilai pikiran tentang kejelasan, ketepatan, ketelitian, relevansi dan kelogisan secara intuitif.

Berdasarkan penelitian (Rasiman dan Kartinah, 2013) Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) pada awalnya dirumuskan secara teoritis yang terdiri dari 4 jenjang dan disusun secara diskrit yaitu 0, 1, 2, 3. Rumusan yang dijadikan dasar pada Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa ini adalah tujuh indikator berfikir kritis. Berikut ini adalah draf hasil revisi Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa.

Tabel 2.1. Draf Revisi Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa

| Indikator Berfikir Kritis | TKBK 0 (Tidak kritis) | TKBK 1 (Kurang kritis) | TKBK 2 (Cukup Kritis) | TKBK 3 (Kritis) |
|---|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1. Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1) | √ | √ | √ | √ |
| 2. Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2) | √ | √ | √ | √ |
| 3. Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3) | - | √/- | √/- | √/- |
| 4. Mengungkap data/definisi/teorema dalam | - | √ | √ | √ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4) | | | | |
| 5. Memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5) | - | - | √ | √ |
| 6. Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6) | - | - | √ | √ |
| 7. Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid / tidak valid. (IBK 7) | - | - | - | √ |

Keterangan :

“-” = tidak memenuhi

"√" = memenuhi

2.3 Generalisasi Deret

Generalisasi adalah suatu proses penalaran yang bertolak dari fenomena khusus menuju kesimpulan umum. Sedangkan Deret merupakan jumlah suku-suku dari barisan baik barisan aritmetika atau barisan geometri.

Bentuk umum dari deret aritmetika :

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \text{ atau}$$

$$a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n$$

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n \quad (1)$$

Persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut :

$$S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \quad (2)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan persamaan (2), kita mendapatkan

$$\begin{aligned}
 S_n &= a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n \\
 S_n &= U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a \\
 \hline
 2S_n &= a + U_n + (a + U_n) + (a + U_n) + \dots + (a + U_n) + (a + U_n) +
 \end{aligned}$$

(a + U_n) ada sebanyak n

$$2S_n = n(a + U_n)$$

$$S_n = \frac{n(a + U_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Maka

$$S_n = \frac{n}{2}(a + a + (n - 1)b)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Secara umum dapat dituliskan rumus untuk menghitung deret sampai suku ke-*n* adalah

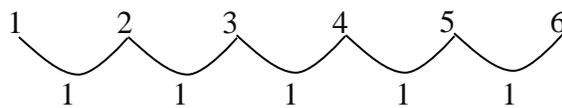
$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Gambar 2.3. Rumus *S_n*

dimana *S_n* = Jumlah suku ke-*n*; *n* = Banyaknya suku; *a* = Suku pertama; sedangkan *b* = Beda dan *U_n* = Suku ke-*n*.

Suatu deret disebut berderajat satu bila beda (selisih) tetap diperoleh dalam satu tingkat pengerjaan, disebut berderajat dua bila beda (selisih) tetap diperoleh dalam dua tingkat pengerjaan dan seterusnya. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini:

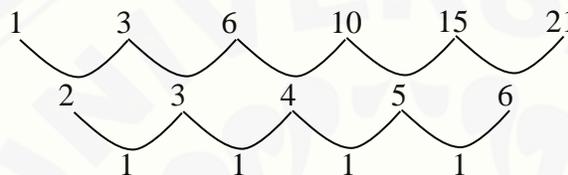
1. Deret : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + ... disebut deret berderajat satu karena beda (selisih) tetap diperoleh dari proses memperoleh beda seperti pada Gambar 2.4 di bawah ini



Selisih tetap = 1

Gambar 2.4. Deret berderajat satu

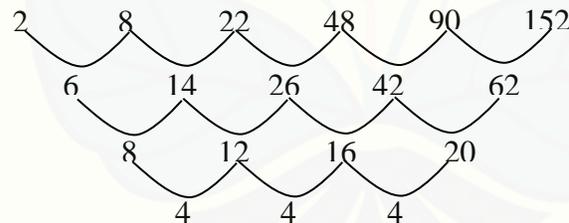
2. Deret : $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + \dots$ disebut deret berderajat dua karena beda (selisih) tetap diperoleh dari proses memperoleh beda seperti pada Gambar 2.5 di bawah ini



Selisih tetap = 1

Gambar 2.5. Deret berderajat dua

3. Deret : $2 + 8 + 22 + 48 + 90 + 152 + \dots$ disebut deret berderajat tiga karena beda (selisih) tetap diperoleh dari proses memperoleh beda seperti pada Gambar 2.6 di bawah ini



Selisih tetap = 4

Gambar 2.6. Deret berderajat tiga

Berdasarkan penjelasan di atas diperoleh suatu bentuk umum deret aritmetika dengan menggunakan operator beda yang dilambangkan dengan Δ , yang mana Δ merupakan operator beda derajat satu, Δ^2 operator beda derajat dua dan seterusnya. Berikut ini adalah tabel 2.2 operator beda (Δ) derajat 6 secara umum.

Tabel 2.2. Operator beda (Δ) derajat 6 secara umum.

| X | U_x | ΔU_x | $\Delta^2 U_x$ | $\Delta^3 U_x$ | $\Delta^4 U_x$ | $\Delta^5 U_x$ | $\Delta^6 U_x$ |
|-----|-------|--------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0 | U_0 | | | | | | |
| | | ΔU_0 | | | | | |
| 1 | U_1 | | $\Delta^2 U_0$ | | | | |
| | | ΔU_1 | | $\Delta^3 U_0$ | | | |
| 2 | U_2 | | $\Delta^2 U_1$ | | $\Delta^4 U_0$ | | |
| | | ΔU_2 | | $\Delta^3 U_1$ | | $\Delta^5 U_0$ | |
| 3 | U_3 | | $\Delta^2 U_2$ | | $\Delta^4 U_1$ | | $\Delta^6 U_0$ |
| | | ΔU_3 | | $\Delta^3 U_2$ | | $\Delta^5 U_1$ | |
| 4 | U_4 | | $\Delta^2 U_3$ | | $\Delta^4 U_2$ | | |
| | | ΔU_4 | | $\Delta^3 U_3$ | | | |
| 5 | U_5 | | $\Delta^2 U_4$ | | | | |
| | | ΔU_5 | | | | | |
| 6 | U_6 | | | | | | |

Pada kolom $\Delta^6 U_x$ nilainya konstan, sedangkan pada kolom $\Delta^7 U_x$ dan seterusnya nilainya 0, sehingga dapat disimpulkan pada tabel kolom beda $\Delta^n U_x$ nilainya konstan dan pada kolom beda $\Delta^{n+1} U_x$ seterusnya bernilai 0.

Konsep Integral: Soehardjo, 2000a (dalam Mulyani, 2014) merumuskan bentuk integral dengan

$$\Delta^{-1} x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}; n \neq -1 \quad (3)$$

yang mana Δ^{-1} merupakan lambang integral, sedangkan di matematika sekolah penggunaan lambang integral seperti ini \int

Polinomial Faktorial: Soehardjo, 2000a (dalam Mulyani, 2014) Pernyataan $x^{(n)}$ dibaca “ x , n faktorial” untuk $n \in$ bilangan asli.

$$x^{(n)} = x(x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-(n-1)) \quad (4)$$

Teorema Newton: menurut Soehardjo, 2000a (dalam Mulyani, 2014) jika U_x adalah polinomial derajat n dalam variabel x maka U_x dapat ditulis dalam bentuk

$$U_x = U_0 + \frac{\Delta U_0}{1!} x + \frac{\Delta^2 U_0}{2!} x^2 + \frac{\Delta^3 U_0}{3!} x^3 + \dots + \frac{\Delta^n U_0}{n!} x^n \quad (5)$$

Berdasarkan pokok kajian di atas ada beberapa penguasaan materi minimal yang harus dikuasai oleh siswa. Peneliti membagi penguasaan konsep soal ke dalam tiga level proses solusi yang mana setiap level menunjukkan tingkat kemampuan berfikir kritis siswa yaitu :

- (P_1) level satu, siswa mencari rumus S_n lihat persamaan (3);
- (P_2) level dua, siswa membuktikan rumus S_n dengan induksi matematika;
- (P_3) level tiga, siswa menemukan suatu generalisasi deret.

Ketiga level tersebut memiliki proses berfikir dan tingkat kemampuan berfikir kritis yang secara bertahap dapat menentukan apakah siswa termasuk pemikir kritis yang baik atau tidak. Dalam proses level P_1 sampai level P_3 tersebut diperlukan beberapa tingkatan berfikir kritis. Dalam penelitian ini menggunakan indikator berfikir kritis yang mengadaptasi dari Rasiman dan Kartinah.

Adapun hubungan yang terjadi antara level proses solusi (P) dan Indikator Berfikir Kritis (IBK) disajikan seperti pada Tabel 2.3 di bawah ini:

Tabel 2.3. Level proses solusi dalam TKBK

| Problem P_i | Indikator berfikir kritis |
|---------------|--------------------------------|
| P_1 | IBK 1, IBK 2 dan IBK 3 |
| P_2 | IBK 4, IBK 5, dan IBK 6 |
| P_3 | IBK 1, IBK 2, IBK 6, dan IBK 7 |

2.4 Contoh Proses TKBK Berdasar Level Proses Solusi/Problem

Dalam contoh ini merupakan hasil pengembangan dari matematika sekolah pokok kajian deret aritmetika guna melatih berfikir kritis siswa, yaitu:

- 1) Diberikan suatu deret $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1)$

Bisakah anda menemukan generalisasi deret dari rumus jumlah n suku pertama pada deret tersebut dan membuktikan bahwa rumus S_n adalah benar?

Penyelesaian:

Diketahui : deret $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1)$

Ditanya : S_n dan membuktikan rumus S_n benar?

Jawab : ada beberapa tahap dalam menemukan rumus S_n yaitu:

- ✧ Pertama menentukan rumus $U_x = x(x + 1)$ dengan suku ke-1 sesuai dengan nilai $x = 1$, suku ke- n sesuai dengan nilai $x = n$;
- ✧ Kedua menentukan nilai U_x dengan menggunakan polinomial faktorial $U_x = x(x + 1) = (x + 1)^{(2)}$;
- ✧ Ketiga mencari nilai S_n dengan mengintegalkan nilai U_x sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_n &= \sum_{x=1}^n U_x = \sum_{x=1}^n (x + 1)^{(2)} \\
 S_n &= \Delta^{-1}(x + 1)^{(2)} \Big|_1^{n+1} = \frac{1}{3}(x + 1)^{(3)} \Big|_1^{n+1} \\
 &= \frac{1}{3}(n + 2)^{(3)} - \frac{1}{3}(2)^{(3)} \\
 &= \frac{1}{3}((n + 2)^{(3)} - (2)^{(3)}) \\
 &= \frac{1}{3}((n + 2)(n + 1)n - (2)(1)(0)) \\
 &= \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2)
 \end{aligned}$$

\therefore Rumus S_n dari deret $1.2 + 2.3 + \dots + n(n + 1) = \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2)$

Pada point ketiga ini bisa saja siswa dalam menemukan proses S_n masih diuraikan terlebih dahulu nilai $U_x = (x + 1)^{(2)} = (x + 1)(x + 1)$ karena angka (2) pada

$(x + 1)^{(2)}$ dianggap bukan faktorial polinomial melainkan perpangkatan biasa sehingga menimbulkan suatu jawaban yang berbeda dari teman yang lainnya. Langkah ini untuk mengetahui kemampuan berfikir kritis pada bagian IBK 1, IBK 2, dan IBK 3.

Pembuktian rumus dengan menggunakan induksi matematika

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1) = \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2)$$

Langkah pertama diuji untuk $n = 1$; ruas kanan sama dengan ruas kiri

$$n(n + 1) = \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2)$$

$$1(1 + 1) = \frac{1}{3} \cdot 1(1 + 1)(1 + 2)$$

$$2 = 2 \therefore S_1 \text{ benar}$$

Langkah kedua asumsikan $n = k$

$$S_k = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + k(k + 1) = \frac{1}{3}k(k + 1)(k + 2)$$

Sehingga harus dibuktikan bahwa pernyataan juga benar untuk $n = k+1$ yaitu

$$S_{k+1} = 1.2 + 2.3 + \dots + k(k + 1) + (k + 1)(k + 2) = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}k(k + 1)(k + 2) + (k + 1)(k + 2) = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}((k^2 + k)(k + 2)) + k^2 + 3k + 2 = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 3k^2 + 2k) + k^2 + 3k + 2 = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 3k^2 + 2k + 3k^2 + 9k + 6) = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 6k^2 + 11k + 6) = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}[k \cdot (k^2 + 5k + 6) + 1 \cdot (k^2 + 5k + 6)] = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3)$$

$$\frac{1}{3}[(k + 1)(k^2 + 5k + 6)] = \frac{1}{3}(k + 1)(k + 2)(k + 3) \text{ adalah terbukti benar}$$

\therefore untuk S_{k+1} adalah benar

dari langkah 1 dan 2 dapat disimpulkan bahwa S_n benar untuk setiap bilangan asli n . \square

Dalam membuktikan rumus dengan induksi matematika, bisa saja siswa banyak memiliki perbedaan dalam menyelesaikan langkah 2 pada bagian membuktikan $n = k + 1$ karena bisa jadi siswa kurang tepat dalam memisalkan $n = k + 1$ sehingga S_{k+1} tidak terbukti. Langkah ini untuk mengetahui kemampuan berfikir kritis pada bagian IBK 4, IBK 5, dan IBK 6.

Selanjutnya untuk menemukan generalisasinya

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1) = \frac{1}{3} n(n + 1) (n + 2)$$

$$1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n + 1) (n + 2) = \frac{1}{4} n(n + 1) (n + 2) (n + 3)$$

\vdots

dst

Sehingga dapat ditemukan suatu generalisasi deret aritmetika seperti di bawah ini:

$$\frac{1}{m + 1} (n + m)^{(m+1)}$$

Syarat $a = 1$; $b = 1$

Keterangan :

a = bilangan pertama pada suku 1;

b = beda (selisih) pada setiap suku

m = banyak bilangan setiap suku;

$(n + m)^{(m+1)}$ = polinomial faktorial

Contoh penggunaan rumus generalisasi yang diperoleh

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1) = \frac{1}{3} n(n + 1) (n + 2)$$

$$a = 1; b = 1 ; m = 2;$$

$$\frac{1}{m + 1} (n + m)^{(m+1)} = \frac{1}{2 + 1} (n + 2)^{(2+1)}$$

$$= \frac{1}{3} (n + 2)^{(3)}$$

$$= \frac{1}{3} (n + 2)(n + 1)n$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{3}(n+2)(n+1)n$$

$$1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

$$a = 1; b = 1; m = 3;$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{m+1}(n+m)^{(m+1)} &= \frac{1}{3+1}(n+3)^{(3+1)} \\ &= \frac{1}{4}(n+3)^{(4)} \\ &= \frac{1}{4}(n+3)(n+2)(n+1)n \end{aligned}$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{4}(n+3)(n+2)(n+1)n$$

□

Pada bagian ini siswa bisa saja dalam menemukan generalisasi deret kurang tepat sehingga ketika di aplikasikan ke soal rumus general tersebut salah. Langkah ini untuk mengetahui kemampuan berfikir kritis pada bagian IBK 1, 2, 6 dan 7. Berdasarkan problem tersebut dapat kita lihat dalam bentuk Tabel 2.4 di bawah ini untuk mengetahui penguasaan materi minimal terhadap tingkat kemampuan berfikir kritis berdasarkan level proses solusi:

Tabel 2.4. Penguasaan materi minimal

| (Level Proses Solusi) P_i | Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis | |
|--------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| | Langkah penyelesaian soal | Indikator berfikir kritis |
| P_1 | M_1 | IBK 1, IBK 2 |
| | M_2 | IBK 1, IBK 3 |
| | M_3 | IBK 3 |
| P_2 | M_2 | IBK 4 |
| | M_3 | IBK 4, IBK 5 |
| | M_4 | IBK 6 |

| | | |
|----------------|----------------|--------------|
| P ₃ | M ₁ | IBK 1, IBK 2 |
| | M ₂ | IBK 1 |
| | M ₃ | IBK 6 |
| | M ₄ | IBK 7 |

2.5 Penelitian yang Relevan

Penelitian yang dilakukan oleh (Rasiman dan Kartinah, 2013) berjudul Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP PGRI Semarang dalam Menyelesaikan Masalah Matematika, mendeskripsikan tingkat kemampuan berfikir kritis Mahasiswa berada pada tingkat 3 (kritis), masih belum mencapai tingkat sangat kritis, dengan jenis penelitian kualitatif eksploratif.

Penelitian yang dilakukan oleh (Woro, 2010) yang berjudul Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNES dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. Penelitian ini mendeskripsikan jenjang kemampuan berpikir kritis dan identifikasi tahap berpikir kritis dengan subjek penelitiannya adalah mahasiswa prodi pendidikan matematika FMIPA UNNES dengan menggunakan materi konsep dan teorema turunan fungsi, pembelajaran yang digunakan PBL, tingkat kemampuan berpikir kritis mahasiswa prodi pendidikan matematika FMIPA UNNES dalam menyelesaikan masalah matematika hanya sampai TKBK 3 (kritis) dan tidak sampai pada TKBK 4 (sangat kritis). Sehingga kesimpulan dari penelitian ini adalah TKBK mahasiswa hanya sampai pada tingkat kritis dan sebagian besar mahasiswa menunjukkan kemampuan berpikir kritis rendah. Meski penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilaksanakan, namun pada dasarnya berbeda. Karena peneliti menggunakan subjek siswa MA Darus Sholah sedangkan penelitian terdahulu menggunakan mahasiswa, peneliti membagi proses

penyelesaian menjadi tiga level, selain itu peneliti juga membuat sebuah monograf tentang generalisasi deret sedangkan penelitian terdahulu tidak membuat monograf.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti di atas yaitu menggunakan penelitian kualitatif yang mana menurut (Imam, 2013) pendekatan kualitatif adalah suatu prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari orang-orang dan perilaku yang diamati. Menurut (Sukmadinata, 2012) Penelitian deskriptif (*descriptive research*) adalah suatu metode penelitian yang ditujukan untuk menggambarkan fenomena-fenomena yang ada, yang berlangsung pada saat ini atau saat yang lampau.

Menurut Miles dan Huberman (dalam Gunawan, 2013) ada tiga tahapan yang harus dikerjakan dalam menganalisis data penelitian kualitatif yaitu :

1) Reduksi Data (*Data Reduction*)

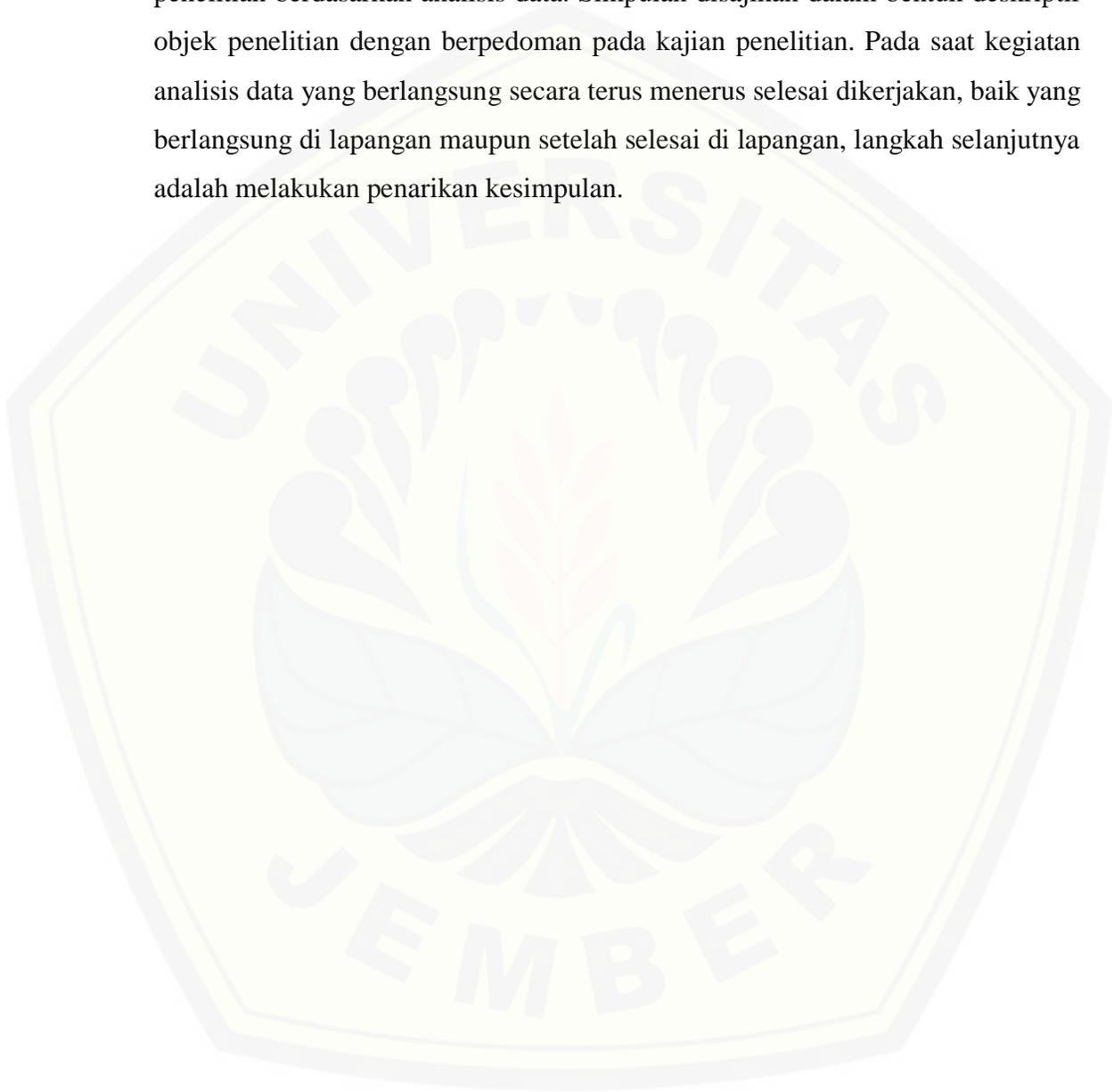
Mereduksi data merupakan kegiatan merangkum, memilih hal-hal pokok, memfokuskan pada hal-hal yang penting, dan mencari tema dan polanya. Data yang telah direduksi akan memberikan gambaran lebih jelas dan memudahkan untuk melakukan pengumpulan data. Temuan yang dipandang asing, tidak dikenal, dan belum memiliki pola, maka hal itulah yang dijadikan perhatian karena penelitian kualitatif bertujuan mencari pola dan makna yang tersembunyi dibalik pola dan data yang tampak. Data kualitatif dapat disederhanakan dan ditransformasikan dalam aneka macam cara seperti melalui tes ketat, ringkasan/uraian singkat, menggolongkannya dalam satu pola yang lebih besar dan lain sebagainya.

2) Paparan Data (*Data Display*)

Data yang sudah direduksi maka langkah selanjutnya adalah memaparkan data. Pemaparan data sebagai sekumpulan informasi tersusun, dan memberi kemungkinan adanya penarikan kesimpulan dan pengambilan tindakan. Penyajian data digunakan untuk lebih meningkatkan pemahaman kasus dan sebagai acuan mengambil tindakan berdasarkan pemahaman dan analisis sajian data.

3) Penarikan Kesimpulan (*Conclusion Drawing*)

Penarikan kesimpulan merupakan hasil penelitian yang menjawab fokus penelitian berdasarkan analisis data. Simpulan disajikan dalam bentuk deskriptif objek penelitian dengan berpedoman pada kajian penelitian. Pada saat kegiatan analisis data yang berlangsung secara terus menerus selesai dikerjakan, baik yang berlangsung di lapangan maupun setelah selesai di lapangan, langkah selanjutnya adalah melakukan penarikan kesimpulan.



BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis Penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Dalam penelitian ini akan dianalisis Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa berdasarkan level proses solusi/problem (soal) menggunakan draf tingkat kemampuan berfikir kritis dari penelitian Rasiman dan Kartinah.

3.2 Subjek dan Objek Penelitian

Dalam penelitian ini yang menjadi objek penelitian adalah kemampuan berfikir kritis. Penelitian ini akan dilaksanakan di MA Darus Sholah, sekolah ini dipilih karena belum pernah dilakukan penelitian terkait kemampuan berfikir kritis selain itu merupakan salah satu sekolah swasta yang berbasis pondok pesantren yang memiliki prestasi baik di bidang akademik maupun non akademik dan juga ketersediaan MA Darus Sholah sebagai tempat penelitian. Sedangkan subjek penelitian yang dipilih yaitu siswa kelas XII IPA karena materi yang digunakan dalam penelitian ini adalah materi kelas XII IPA tentang deret aritmetika, selain itu dari pihak guru mata pelajaran matematika telah mendukung untuk melakukan penelitian di kelas ini. Subjek yang dipilih dalam penelitian ini hanya 3 siswa berdasarkan kemampuan akademik mereka dibidang mata pelajaran matematika yaitu siswa yang berkemampuan rendah, sedang dan tinggi di dalam kelas tersebut. Pemilihan subjek tersebut berdasarkan informasi yang diberikan oleh guru mata pelajaran matematika kelas XII IPA.

3.3 Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan persepsi dan kesalahtafsiran maka perlu adanya definisi operasional. Adapun beberapa istilah yang perlu didefinisikan dalam penelitian ini adalah:

- Berfikir kritis merupakan suatu kemampuan yang dimiliki oleh setiap orang yang menuntut untuk selalu berusaha keras untuk mengetahui apa yang belum diketahui dan berusaha mencari suatu pemecahan masalah yang tepat.
- Proses berfikir dalam penelitian ini mengadopsi dari Zuhri, 1998 (dalam Retna, 2013) yang dikelompokkan menjadi tiga yaitu konseptual, semi konseptual, dan komputasional.
- Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) merupakan tahap dari suatu kemampuan berfikir kritis siswa yang disusun secara diskrit dan digunakan sebagai penentu apakah siswa berfikir kritis atau tidak.
- Monograf merupakan terbitan tunggal yang selesai dalam satu jilid dan tidak berkelanjutan.
- Generalisasi merupakan suatu proses penalaran yang bertolak dari fenomena khusus menuju kesimpulan umum.

3.4 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data yang digunakan oleh peneliti yaitu: observasi, *interview* dan tes.

3.4.1 Observasi

didalam penelitian ini, peneliti menggunakan observasi sistematis, karena dalam pelaksanaannya observasi menggunakan instrumen pengamatan. Hal ini mengantisipasi supaya data yang didapat sesuai dengan tujuan yang akan dicapai. Observasi yang dilakukan yaitu mengamati siswa saat dilaksanakannya tes dan wawancara.

3.4.2 Interview

Berdasarkan jenis-jenis *interview* menurut (Sudjana, 1989) (dalam Primasyah, dkk., 2016) maka dalam penelitian ini menggunakan *interview* bebas terpimpin, peneliti menanyakan apa saja yang diperlukan sebagai penelitian tetapi juga mengingat keperluan yang akan diteliti dan peneliti menyiapkan berbagai pertanyaan tentang keperluan yang akan diteliti. Pada penelitian ini wawancara

dilaksanakan secara bersamaan dengan diberikannya tes. Ada dua tahap pelaksanaan wawancara ini pertama dilaksanakan pada saat sebelum mengerjakan soal tes, kedua setelah mengerjakan soal tes.

3.4.3 Tes

Berdasarkan pengelompokan tes yang dikemukakan oleh (Mulyadi, 2010) tersebut peneliti menggunakan tes buatan guru (*Teacher Made Test*), dengan mempertimbangkan atau menyesuaikan daya tangkap siswa serta penyesuaian materi yang disampaikan dan tersedianya tenaga dan waktu yang terbatas. tes tertulis ini berupa soal uraian yang terdiri dari tiga soal, yang mana ketiga soal tersebut untuk menganalisis kemampuan berfikir kritis siswa dalam menyelesaikan masalah generalisasi deret aritmetika berdasarkan level kemampuan mengembangkan kontroversi yang konstruktif.

3.5 Metode Analisis Data

Pada hakikatnya, analisis data sudah dapat dilakukan saat peneliti mulai mengumpulkan data, dengan cara memilah data mana yang sangat penting untuk menjawab fokus penelitian. Peneliti menggunakan acuan terdahulu dengan mengikuti jejak Rasiman dan Kartinah yang menggunakan 4 Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) yaitu TKBK 0, TKBK 1, TKBK 2, dan TKBK 3.

Proses analisa data mengadopsi dari Miles & Huberman (dalam Gunawan, 2013) yang terdiri dari beberapa tahap yaitu:

- Reduksi Data (*Data Reduction*) peneliti merangkum hal-hal pokok yang dianggap penting sehingga mendapatkan gambaran yang lebih jelas guna mempermudah dalam pengumpulan data;
- Paparan Data (*Data Display*) data yang sudah direduksi maka langkah selanjutnya adalah memaparkan data. Di dalam penelitian ini data yang akan didapat berupa hasil tes pekerjaan siswa, kalimat, kata-kata yang berhubungan dengan fokus penelitian yang disusun ke dalam bentuk tabel, kata-kata yang urut

sehingga sajian data merupakan sekumpulan informasi yang tersusun secara sistematis dan dapat memberikan kemungkinan untuk ditarik suatu kesimpulan;

- Penarikan Kesimpulan (*Conclusion Drawing*) peneliti membuat suatu kesimpulan dari hasil analisis data yang berasal dari observasi, wawancara, dan tes.

3.6 Tahap-Tahap Penelitian

Tahap-tahap Penelitian Secara umum, tahap-tahap yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1) Tahap persiapan

Melakukan Observasi terhadap Sekolah yang akan diteliti, meminta surat permohonan izin penelitian kepada Dekan Universitas Jember, menyerahkan surat permohonan izin kepada Kepala MA Darus Sholah, konsultasi dengan Kepala Sekolah, Waka Kurikulum MA Darus Sholah, konsultasi dengan dosen pembimbing guna menyusun instrumen berupa soal tes, lembar observasi dan pedoman wawancara, melakukan validasi instrumen sebelum soal tes, lembar observasi dan pedoman wawancara diberikan kepada responden, terlebih dahulu dilakukan validasi oleh validator (dosen selain dosen pembimbing dan dosen penguji). Hal ini dilakukan agar soal tes, lembar observasi, dan pedoman wawancara yang digunakan benar-benar layak untuk diujikan.

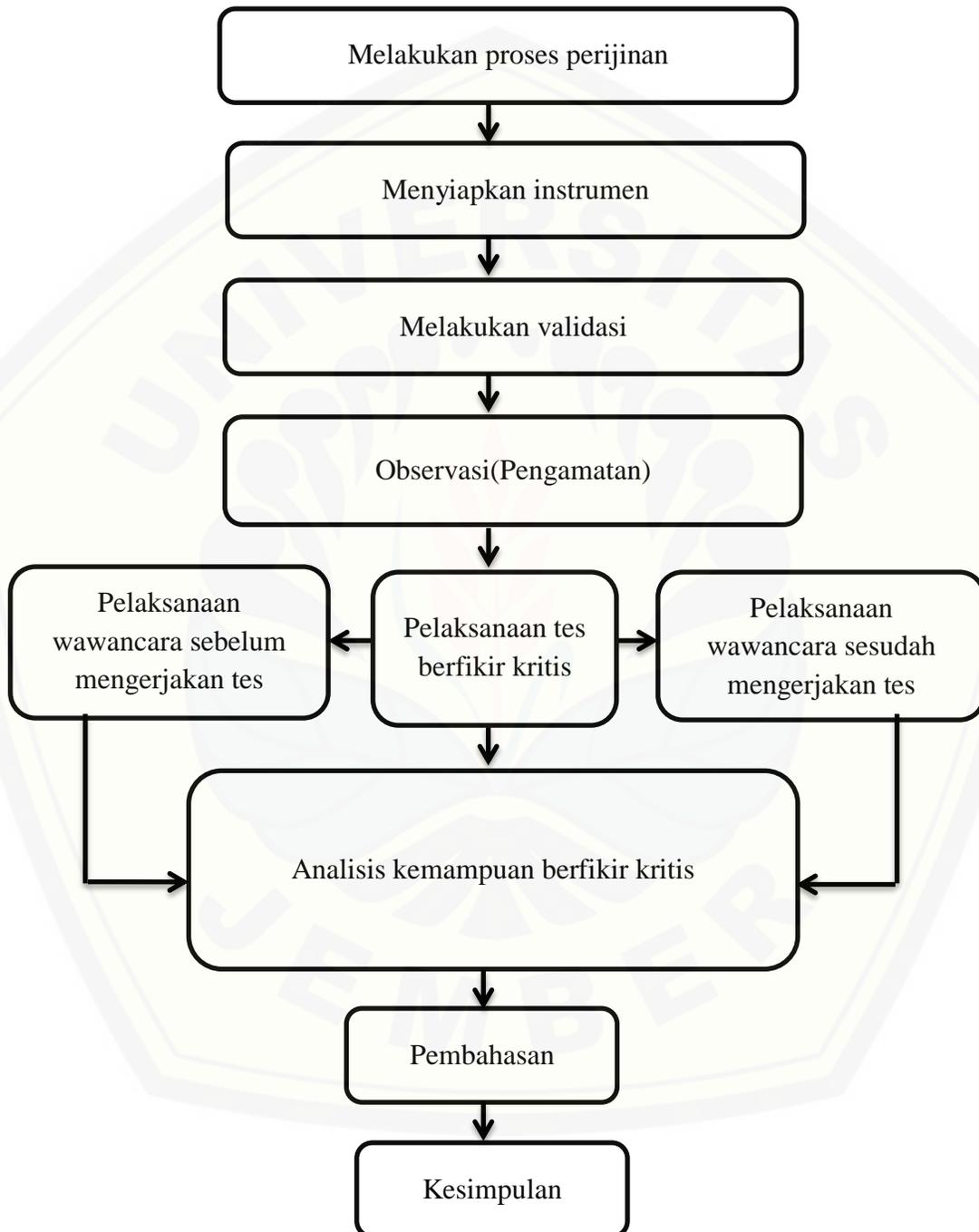
2) Tahap pelaksanaan

Pada tahap ini pertama menunjuk beberapa siswa untuk dijadikan subjek tes dan wawancara; observasi dilaksanakan pada saat tes berlangsung, kemudian melakukan wawancara sebelum dan sesudah mengerjakan tes; mengumpulkan data.

3) Tahap akhir

Menganalisis data, membahas dan menyimpulkan, meminta surat bukti penelitian kepada kepala MA Darus Sholah.

Secara singkat, tahap-tahap yang dilakukan dalam penelitian ini dapat di gambarkan pada bagan berikut ini:



Gambar 3.1. Skema pelaksanaan penelitian

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan untuk mengukur kemampuan berpikir kritis siswa dalam menyelesaikan soal generalisasi deret yang mana penelitian ini mengambil subjek penelitian tiga orang terhadap siswa MA Darus Sholah kelas XII IPA yaitu Mardiyah L. (MR) berkemampuan tinggi, Ahmad Arjun (AR) berkemampuan sedang, dan Sheila Rizqia (SR) berkemampuan rendah, diperoleh suatu kesimpulan sebagai berikut.

1. Proses berfikir kritis dalam menyelesaikan soal generalisasi deret.
 - Pada saat proses pembentukan pengertian; ketiga siswa tersebut mampu mengamati dan menganalisis apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal, siswa mampu membandingkan bentuk deret pada kedua soal sehingga bisa mengetahui kalau bentuk deret yang disajikan adalah sama namun berbeda penyajiannya, soal pertama berupa gambar susunan batang korek api sedangkan soal kedua bentuk deret berupa bilangan.
 - Pada saat proses pembentukan pendapat; untuk siswa berkemampuan tinggi dan sedang telah mampu menyatakan secara jelas hubungan tiap langkah pengerjaannya baik pada level soal 1-3, sedangkan untuk siswa berkemampuan rendah masih kesulitan dalam menyatakan secara jelas hubungan dari tiap langkah pengerjaannya yang ada pada soal.
 - Pada saat proses pembentukan keputusan; untuk siswa berkemampuan tinggi dan sedang telah mampu membuat suatu keputusan dalam menyelesaikan soal, hal ini dapat dilihat dari cara siswa menerapkan tahap-tahap penyelesaian untuk mencari rumus deret yang sudah ada di monograf, selain itu menerapkan induksi matematika dalam menyelesaikan soal. Namun untuk siswa berkemampuan sedang hanya bisa membuktikan bentuk deret biasa, sedangkan pada bentuk deret bertingkat tidak

bisa membuktikan dengan benar. Untuk siswa berkemampuan rendah tidak mampu menerapkan langkah penyelesaian dalam mencari rumus S_n dan membuktikan kalau rumus tersebut benar.

Berdasarkan penggolongan proses berfikir, siswa yang memiliki kemampuan tinggi tergolong proses berfikir bagian konseptual, siswa yang memiliki kemampuan sedang tergolong proses berfikir bagian semi konseptual, sedangkan siswa berkemampuan rendah tergolong proses berfikir bagian komputasional.

2. Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis (TKBK) Siswa dalam menyelesaikan soal generalisasi deret.

Siswa dengan kemampuan tinggi berada pada TKBK 3 (kritis) dimana siswa tersebut memenuhi tujuh indikator berpikir kritis. Siswa dengan kemampuan sedang berada pada TKBK 1 (kurang kritis) karena tidak semua indikator berpikir kritis terpenuhi dan hanya sampai pada menentukan rumus yang digunakan dengan tepat untuk proses penghitungan masih ada yang kurang tepat, IBK 1, 2, 3, dan 4 yang terpenuhi. Sedangkan siswa dengan kemampuan rendah berada pada TKBK 0 (tidak kritis) karena tidak semua indikator berpikir kritis dipenuhinya dan hanya sampai pada merumuskan pokok-pokok permasalahan yang ada dengan jelas yaitu IBK 1 dan 2 saja yang terpenuhi.

3. Pengembangan monograf dari hasil berfikir kritis siswa tentang generalisasi deret.

Berdasarkan hasil analisis kemampuan berfikir kritis, hanya satu siswa yang mampu menggeneralisasi deret yaitu siswa berkemampuan tinggi. Siswa yang berkemampuan sedang hanya sampai pada pembuktian rumus S_n tetapi masih ada yang tidak bisa membuktikan rumus tersebut pada poin b dan c. Sedangkan siswa yang berkemampuan rendah hanya mampu mengidentifikasi soal, tidak mampu menerapkan rumus S_n , tidak mampu membuktikan rumus S_n adalah benar dan tidak mampu menggeneralisasi deret.

5.2 Saran

Adapun saran yang dapat diberikan oleh peneliti dalam penelitian ini yaitu diantaranya:

1. Bagi sekolah, dengan adanya hasil penelitian ini hendaknya dapat dijadikan suatu masukan dan pertimbangan sebagai salah satu bahan alternatif dalam kemajuan semua mata pelajaran khususnya mata pelajaran matematika serta bisa digunakan sebagai acuan untuk melatih kemampuan berpikir kritis siswa.
2. Bagi guru matematika, sebagai masukan untuk membiasakan diri dalam melatih siswa berpikir kritis. Hal ini dapat dilakukan dengan seringnya memberikan soal-soal permasalahan terkait materi matematika.
3. Bagi peserta didik, hendaknya dijadikan motivasi untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis mereka dalam segala bidang mata pelajaran khususnya dalam mata pelajaran matematika dalam menyelesaikan soal.
4. Bagi peneliti, hendaknya bisa menambah pengetahuan dan pengalaman dalam menerapkan ilmu yang diperoleh dibangku kuliah terhadap masalah yang dihadapi di dunia pendidikan secara nyata dan menjadi bekal di masa mendatang serta bisa melaksanakan penelitian lebih lanjut jika dimungkinkan.
5. Bagi peneliti selanjutnya, karena subjek dalam penelitian ini hanya beberapa siswa dari kelas XII IPA di MA Darus Sholah saja serta masih bersifat khusus, terbatas dan masih banyak kekurangan sehingga diharapkan untuk peneliti selanjutnya dapat mengembangkannya agar lebih baik lagi.

DAFTAR PUSTAKA

- Arifin, Zaenal. 2009. *Membangun Kompetensi Pedagogis Guru Matematika*. Surabaya: Lentera Cendikia.
- Arikunto, Suharsimi. 2010. *Prosedur penelitian Suatu Pendekatan praktik Edisi Revisi 2010*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Bickford. 2011. A Comparative Analysis of Two Methods for Guiding Discussions Surrounding Controversial and Unrevolved Topic. *Eastern Education Journal*, 40(1), hal. 33-47.
- Fauzi, Muchamad. 2009. *Metode Penelitian Kuantitatif Sebuah Pengantar*. Semarang: Walisongo Press.
- Fisher, Alec. 2009. *Berfikir Kritis Sebuah Pengantar*. Jakarta: Erlangga.
- Gunawan, Imam. 2013. *Metode Penelitian Kualitatif: Teori & Praktik*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Haryani, Desti. 2011. Pembelajaran Matematika dengan Pemecahan Masalah untuk Menumbuhkembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa. *Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 14 Mei 2011*.
- Hobri, 2009. *Model-Model Pembelajaran Inovatif: Center for Society Studies (CSS) Jember*.
- Hosnan, M. 2014. *Pendekatan Scientific dan Kontekstual dalam Pembelajaran Abad 21*. Bogor : Ghalib Indonesia.
- Indahwati, Rohmah. 2016. Level Berfikir Kritis Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Memecahkan Masalah Geometri Analitik. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, 28 Mei 2016, ISBN : 978-602-74238-7-9, hal. 447–450*.
- Irawati, Sri dan SI, Hasanah. 2016. Representasi Mahasiswa Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Memecahkan Masalah Program Linier. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, 28 Mei 2016, ISBN : 978-602-74238-7-9, hal. 485–491*.
- Krisnawati, Haruni., dkk. 2012. Monograf Model-Model Alometrik Untuk Pendugaan Biomassa Pohon Pada Berbagai Tipe Ekosistem Hutan Di Indonesia.

- Pusat Penelitian dan Pengembangan Konservasi dan Rehabilitasi, Badan Penelitian dan Pengembangan Kehutanan. ISBN : 978-979-3145-90-7.*
- Mulyadi. 2010. *Evaluasi Pendidikan Pengembangan Model Evaluasi Pendidikan Agama di Sekolah*. Malang: UIN-MALIKI PRESS.
- NF, Alfia. 2016. Mengembangkan Kemampuan Berfikir Kritis Siswa melalui Pendekatan Constructive Controversy. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, 28 Mei 2016, ISBN : 978-602-74238-7-9, hal.62-66.*
- Nurhadiyanti, Lutfia. 2013. Keterampilan Berfikir Kritis (Critical Thinking Skills) dalam Berbagai Dimensi Pembelajaran Biologi. *Sintesis Jurnal Intenasional*.
- Prastiti, Tri Dyah. dan J.P. Mairing. 2010. Karakter Peraih Medali OSN Matematika dalam Menyelesaikan Masalah. *Repository.ut.ac.id. fkip201025.pdf. Di akses pada tanggal 5 Juni 2016.*
- Primasyah, Tirta., Susanto., dan Nanik. 2016. Analisis Proses Berfikir Siswa Pada Materi Geometri Berdasarkan Teori Van Hiele Berbasis Scientific Approach. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, 28 Mei 2016, ISBN : 978-602-74238-7-9, hal.520-525.*
- Rahayuningsih, Suesthi. 2016. Proses Berfikir Siswa SMA Perempuan dengan Gaya Kognitif Field Independent dalam Memecahkan Masalah Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, 28 Mei 2016, ISBN : 978-602-74238-7-9, hal. 492 – 498.*
- Rasiman dan Kartinah. 2013. Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP PGRI Semarang dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Repository.ut.ac.id. Di akses pada tanggal 5 Juni 2016.*
- Retna, Milda., dkk. 2013. Proses Berfikir Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita ditinjau Berdasarkan Kemampuan Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo Vol. 1, No. 2 September 2013. ISSN: 2337-8166.*
- Riduwan. 2012. *Dasar-Dasar Statistika*. Bandung: Alfabeta.
- Rini Chandrasari, Titis. 2015. Analisis Pendekatan Conflict Resolution dan Constructive Controversy dalam Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa. *Makalah disampaikan pada Seminar Nasional Pendidikan dan Pameran Produk Akademik FKIP Universitas Jember 30-31 Mei 2015.*

- Saifullah, Ucep. 2015. Pengaruh Model Pembelajaran Kolaboratif Tipe Acc Terhadap Kemampuan Berfikir Kritis Siswa. *Jurnal Penelitian Pendidikan. FKIP Universitas Lampung* 2015.
- Syaodih Sukmadinata, Nana. 2012. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Tilaar, H.A.R., dkk. 2011. *Pedagogik Kritis-Perkembangan, Substansi, dan Perkembangannya di Indonesia*. Jakarta : Rineka Cipta.
- Utari, Retno., dkk. 2011. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Menggunakannya?*. Widyaiswara Madya, Pusdiklat KNPk.
- Woro Kurniasih, Ary. 2010. Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNES dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Makalah Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. 27 November 2010 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*.
- Zairozie, Athar. 2016. Fungsi kognitif siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Geometri ditinjau dari Gender. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, 28 Mei 2016, ISBN : 978-602-74238-7-9, hal. 92 – 99*.

Kisi-Kisi Pedoman Observasi Kemampuan Berpikir Kritis Siswa

| No. | Indikator Berfikir Kritis | Butir |
|------------|--|--------------|
| 1. | Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis | 1 |
| 2. | Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat | 2 |
| 3. | Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat | 3 |
| 4. | Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat | 4 |
| 5. | Memutuskan dan melaksanakan dengan benar | 5,6 |
| 6. | Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti | 7,8 |
| 7. | Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid/tidak valid. | 9 |

Kisi-Kisi Pedoman Wawancara Kemampuan Berpikir Kritis Siswa

| No. | Indikator Berfikir Kritis | Butir |
|-----|--|-------|
| 1. | Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis | 1, 2 |
| 2. | Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat | 2, 3 |
| 3. | Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat | 3, 4 |
| 4. | Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat | 4, 5 |
| 5. | Memutuskan dan melaksanakan dengan benar | 5, 6 |
| 6. | Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti | 6 |
| 7. | Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid/tidak valid. | 7, 8 |

Lampiran 3.

Kisi-Kisi Pedoman Soal Tes Kemampuan Berpikir Kritis Siswa

| Kompetensi Dasar | Indikator | Indikator soal | Aspek berfikir kritis | No soal | Bentuk soal |
|--|---|--|--|---------|-------------|
| menentukan jumlah n suku pertama deret aritmetika dan deret geometri | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Menemukan rumus generalisasi deret aritmetika. ▪ Menerapkan rumus generalisasi deret aritmetika dalam menyelesaikan soal deret aritmetika. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Siswa dapat menentukan U_x dengan menggunakan polinomial faktorial ▪ Siswa dapat menemukan rumus S_n dengan menggunakan konsep integral ▪ Siswa dapat membuktikan rumus S_n dengan menggunakan induksi matematika | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis ▪ Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat ▪ Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat ▪ Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat ▪ Memutuskan dan melaksanakan dengan benar ▪ Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti ▪ Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid/tidak valid. | 1 | Uraian |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Siswa dapat menemukan rumus generalisasi deret aritmetika ▪ Siswa dapat menerapkan rumus generalisasi deret aritmetika dalam menyelesaikan soal deret aritmetika | 2 | | | |

Lampiran 4.

Pedoman Observasi Kemampuan Berfikir Kritis Siswa

Subjek :

Tuliskan pendapat Anda terhadap setiap pernyataan dengan cara memberikan tanda centang (\checkmark) angka-angka pada lembar jawaban sebagai berikut:

- 1 : Jika dalam penilaian sangat buruk
- 2 : Jika dalam penilaian buruk
- 3 : Jika dalam penilaian kurang
- 4 : Jika dalam penilaian baik
- 5 : Jika dalam penilaian sangat baik

Daftar Penilaian

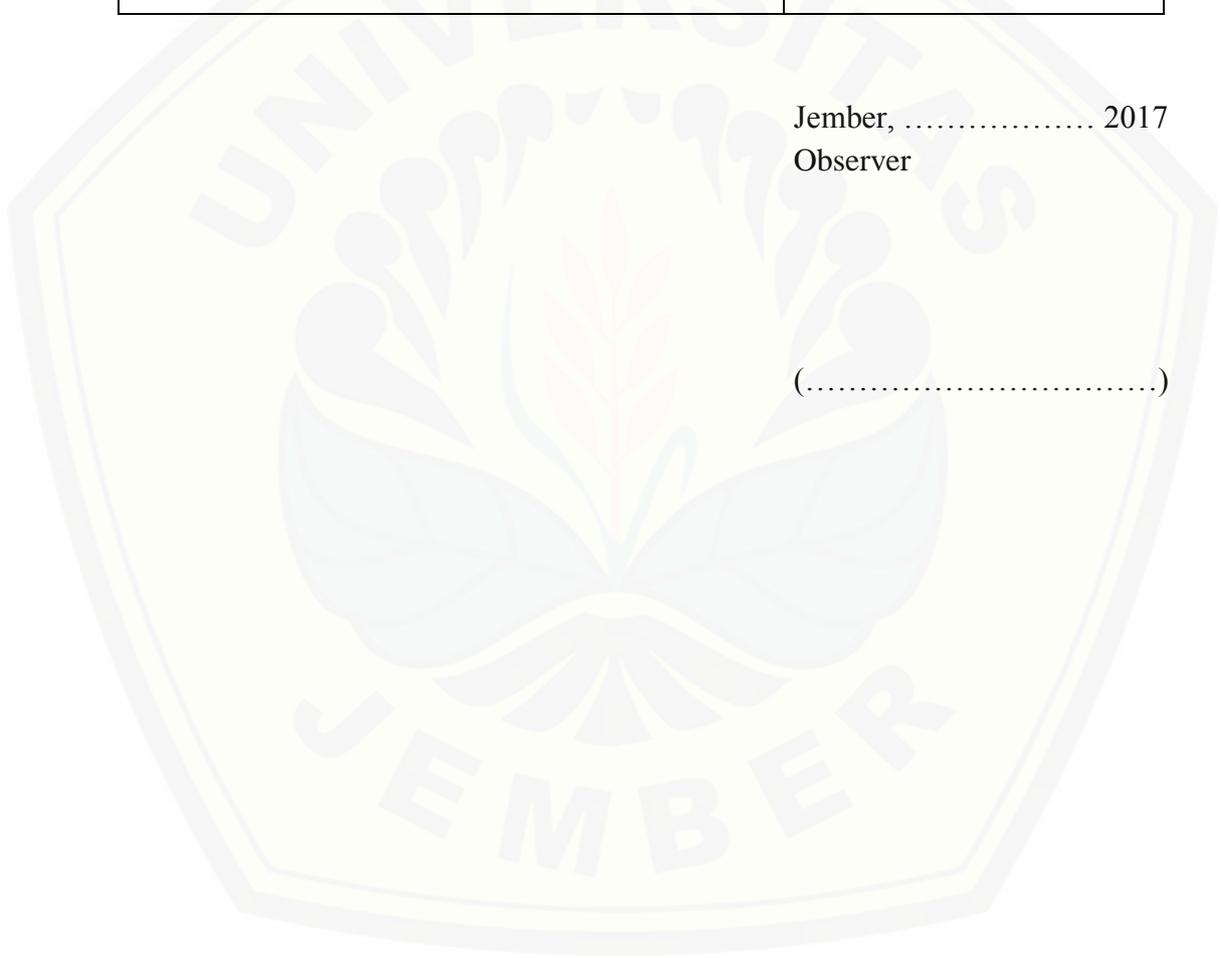
| No | Deskripsi | Pilihan Jawaban | | | | |
|----|--|-----------------|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | Siswa mampu memahami informasi yang ada pada soal dengan jelas | | | | | |
| 2 | Siswa mampu mengungkapkan dan memisahkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal | | | | | |
| 3 | Siswa bisa memperkirakan bagaimana langkah penyelesaian soal berdasarkan yang telah diketahui sebelumnya | | | | | |
| 4 | Siswa mampu mempertimbangkan rumus yang tepat untuk permasalahan tersebut yang ada pada soal | | | | | |
| 5 | Siswa mampu mengungkapkan argumen kenapa menggunakan rumus tersebut | | | | | |
| 6 | Siswa Penuh keyakinan dalam memilih rumus dan menerapkannya kedalam permasalahan | | | | | |

Lampiran 4.

| | | | | | | |
|-------------------|---|--|--|--|--|--|
| 7 | Siswa mampu memberikan penjelasan atau argumen dari setiap langkah penyelesaian | | | | | |
| 8 | Siswa mampu mencocokkan hasil yang diperoleh dengan hal yang ditanyakan | | | | | |
| 9 | Siswa mampu membuat kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh | | | | | |
| Jumlah | | | | | | |
| Skor Total | | | | | | |

Jember, 2017
Observer

(.....)



Lampiran 5.

Pedoman Wawancara Kemampuan Berfikir Kritis Siswa

| Sebelum mengerjakan soal tes | Soal (T_n) | Setelah mengerjakan soal tes |
|---|-------------------|--|
| 1. Setelah kamu membaca soal ini, apa yang bisa kamu pahami dari soal tersebut? 2. Apakah ada informasi yang kamu peroleh dari soal tersebut? Jika ada coba kamu jelaskan! 3. Bagaimana langkah penyelesaiannya? | T_1 | 4. Apakah sudah benar penghitungan dalam mencari rumus S_n pada soal tersebut? 5. Bagaimana cara membuktikan bahwa S_n adalah benar? 6. Sudah yakin benar dengan jawabanmu? |
| | T_2 | 4. Apakah sudah yakin benar rumus S_n pada masing-masing deret? 5. Bisakah kamu menemukan generalisasinya pada deret tersebut? Jika menjawab “ya” maka dilanjutkan pertanyaan nomor 6. Jika menjawab “tidak” maka langsung pertanyaan nomor 8. 6. Bagaimana cara membuktikan bahwa generalisasi deret yang kamu temukan adalah benar? 7. Apa yang dapat kamu simpulkan dari permasalahan ini? |



LKPD

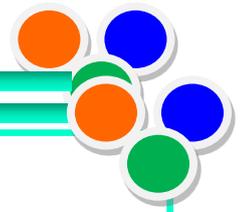
ALFIA NUR FILAH

GENERALISASI DERET

Untuk SMA/MA Kelas



Semester Genap



Nama :

Kelas:

Kompetensi Dasar : Menentukan suku ke- n barisan dan jumlah n suku deret aritmetika dan geometri.

Indikator :

- + Menemukan rumus generalisasi deret.
- + Menerapkan rumus generalisasi deret dalam menyelesaikan soal deret.

Tujuan : Dengan LKPD ini, Peserta didik mampu menemukan generalisasi deret dan menerapkan generalisasi deret aritmetika dalam menyelesaikan soal deret.



Waktu : 45 Menit

Perhatikan pola batang korek api di bawah ini !

a) + + + + + ... + $(n + 2)$

b) x + x + x + ... + $(n + 2)(n + 3)$

c) x x + x x + ... + $(n + 2)(n + 3)(n + 4)$

1. Bagaimana Anda menemukan rumus jumlah n suku pertama (S_n) pada masing-masing pola tersebut dan membuktikan rumus (S_n) adalah benar?

Penyelesaian :

Diketahui : _____

Ditanya : _____



Jawab : _____

a) _____

Langkah pertama _____

Langkah Kedua _____

Langkah ketiga _____

\therefore Rumus S_n dari deret _____

Pembuktian rumus dengan menggunakan _____

i) untuk $n = 1$ _____

ii) asumsikan untuk $n = k$ _____

sehingga $n = k + 1$ _____

Jadi _____



b) _____

Lined writing area for response b)



Penyelesaian:

Diketahui : _____

Ditanya : _____

Jawab : _____

| Pola Deret | Rumus S_n |
|------------|-------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



Kunci Jawaban

1. Diket :

i) $3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2)$

ii) $3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n + 2)(n + 3)$

iii) $3.4.5 + 4.5.6 + 5.6.7 + \dots + (n + 2)(n + 3)(n + 4)$

Dit : S_n dan membuktikan rumus S_n adalah benar?

Jawab :

a) Untuk mendapatkan rumus jumlah n suku pertama dari $3 + 4 + 5 + 6 + \dots + (n + 2)$ ada beberapa tahap yaitu:

✧ Pertama tentukan rumus $U_x = (x + 2)$ dengan suku ke-1 sesuai dengan nilai $x = 1$, suku ke- n sesuai dengan nilai $x = n$;

✧ kedua tentukan nilai U_x dengan menggunakan polinomial faktorial $U_x = (x + 2) = (x + 2)^{(1)}$;

✧ ketiga mencari nilai S_n dengan mengintegrasikan nilai U_x sebagai berikut:

$$S_n = \sum_{x=1}^n U_x = \sum_{x=1}^n (x + 2)^{(1)}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \Delta^{-1} (x + 2)^{(1)} \Big|_1^{n+1} = \frac{1}{2} (x + 2)^{(2)} \Big|_1^{n+1} \\ &= \frac{1}{2} (n + 3)^{(2)} - \frac{1}{2} (3)^{(2)} \\ &= \frac{1}{2} ((n + 3)^{(1)} - (3)^{(2)}) \\ &= \frac{1}{2} ((n + 3)(n + 2) - (3)(2)) \\ &= \frac{1}{2} ((n + 3)(n + 2) - 6) \end{aligned}$$

\therefore Rumus S_n dari deret $3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2) = \frac{1}{2} ((n + 3)(n + 2) - 6)$

Pembuktian rumus dengan menggunakan induksi matematika

$$3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2) = \frac{1}{2} ((n + 3)(n + 2) - 6)$$



Langkah pertama diuji untuk $n = 1$; ruas kanan sama dengan ruas kiri

$$(n + 2) = \frac{1}{2}((n + 3)(n + 2) - 6)$$

$$(1 + 2) = \frac{1}{2}((1 + 3)(1 + 2) - 6)$$

$$3 = \frac{1}{2}((4)(3) - 6)$$

$$3 = 3$$

$\therefore S_1$ benar

Langkah kedua asumsikan $n = k$

$$S_k = 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + (k + 2) = \frac{1}{2}((k + 3)(k + 2) - 6)$$

Sehingga harus dibuktikan bahwa pernyataan juga benar untuk $n = k+1$ yaitu

$$S_{k+1} = 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + (k + 2) + (k + 3) = \frac{1}{2}((k + 4)(k + 3) - 6)$$

$$\frac{1}{2}((k + 3)(k + 2) - 6) + (k + 3) = \frac{1}{2}((k + 4)(k + 3) - 6)$$

$$\frac{1}{2}((k^2 + 5k + 6) - 6) + (k + 3) =$$

$$\frac{1}{2}(k^2 + 5k + 6) + (k + 3) =$$

$$\frac{1}{2}(k^2 + 5k + 6 + 2k + 6) =$$

$$\frac{1}{2}(k^2 + 7k + 6) = \frac{1}{2}((k + 4)(k + 3) - 6)$$

\therefore untuk S_{k+1} adalah benar.

dari langkah 1 dan 2 dapat disimpulkan bahwa S_n benar untuk setiap bilangan asli n . \square

b) Untuk mendapatkan rumus jumlah n suku pertama dari $3.4 + 4.5 + 5.6 + 6.7 + \dots + (n + 2)(n + 3)$ ada beberapa tahap yaitu:

✧ Pertama tentukan rumus $U_x = (x + 2)(x + 3)$ dengan suku ke-1 sesuai dengan nilai $x = 1$, suku ke- n sesuai dengan nilai $x = n$;

✧ kedua tentukan nilai U_x dengan menggunakan polinomial faktorial $U_x = (x + 2)(x + 3) = (x + 3)^{(2)}$; langkah ini untuk mengetahui kem berfikir kritis bagian IBK 1, IBK 2 dan IBK 3.

✧ ketiga mencari nilai S_n dengan mengintegalkan nilai U_x sebagai berikut:



$$S_n = \sum_{x=1}^n U_x = \sum_{x=1}^n (x+3)^{(2)}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \Delta^{-1}(x+3)^{(2)} \Big|_1^{n+1} = \frac{1}{3}(x+3)^{(3)} \Big|_1^{n+1} \\ &= \frac{1}{3}(x+4)^{(3)} - \frac{1}{3}(4)^{(3)} \\ &= \frac{1}{3}((n+4)^{(3)} - (4)^{(3)}) \\ &= \frac{1}{3}((n+4)(n+3)(n+2) - (4)(3)(2)) \\ &= \frac{1}{3}((n+4)(n+3)(n+2) - 24) \end{aligned}$$

∴ Rumus S_n dari deret

$$3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n+2)(n+3) = \frac{1}{3}((n+4)(n+3)(n+2) - 24)$$

Pada point ketiga ini bisa saja siswa dalam menemukan proses S_n masih diuraikan terlebih dahulu nilai $U_x = (x+3)^{(2)} = (x+3)(x+3)$ karena angka (2) pada $(x+3)^{(2)}$ dianggap bukan faktorial polinomial melainkan perpangkatan biasa sehingga menimbulkan suatu jawaban yang berbeda dari teman yang lainnya; langkah ini untuk mengetahui kemampuan berfikir kritis pada bagian IBK 1, IBK 2, dan IBK 3.

Pembuktian rumus dengan menggunakan induksi matematika

$$3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n+2)(n+3) = \frac{1}{3}((n+4)(n+3)(n+2) - 24)$$

Langkah pertama diuji untuk $n = 1$; ruas kanan sama dengan ruas kiri

$$(n+2)(n+3) = \frac{1}{3}((n+4)(n+3)(n+2) - 24)$$

$$(1+2)(1+3) = \frac{1}{3}((1+4)(1+3)(1+2) - 24)$$

$$(3)(4) = \frac{1}{3}((5)(4)(3) - 24)$$

$$12 = \frac{1}{3}(60 - 24)$$

$$12 = \frac{1}{3}(36)$$

$$12 = 12$$

∴ S_1 benar

Langkah kedua asumsikan $n = k$

$$S_k = 3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (k+2)(k+3) = \frac{1}{3}((k+4)(k+3)(k+2) - 24)$$

Sehingga harus dibuktikan bahwa pernyataan juga benar untuk $n = k+1$ yaitu

$$S_{k+1} = \underbrace{3.4 + 4.5 + \dots + (k+2)(k+3)} + \underbrace{(k+3)(k+4)} = \frac{1}{3}((k+5)(k+4)(k+3) - 24)$$

$$\frac{1}{3}((k+2)(k+3)(k+4) - 24) + (k+3)(k+4) = \frac{1}{3}((k+5)(k+4)(k+3) - 24)$$

$$\frac{1}{3}((k^2 + 5k + 6)(k+4) - 24) + (k^2 + 7k + 12) =$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 9k^2 + 26k + 24 - 24) + k^2 + 7k + 12 =$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 9k^2 + 26k) + k^2 + 7k + 12 =$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 9k^2 + 26k + 3k^2 + 21k + 36) =$$

$$\frac{1}{3}(k^3 + 12k^2 + 47k + 36) =$$

$$\frac{1}{3}[k.(k^2 + 7k + 12) + 5.(k^2 + 7k + 12) - 24] =$$

$$\frac{1}{3}[(k+5)(k^2 + 7k + 12) - 24] = \frac{1}{3}((k+5)(k+4)(k+3) - 24)$$

∴ untuk S_{k+1} adalah benar.

dari langkah 1 dan 2 dapat disimpulkan bahwa S_n benar untuk setiap bilangan asli n . □

Dalam membuktikan rumus dengan induksi matematika, bisa saja siswa banyak memiliki perbedaan dalam menyelesaikan langkah 2 pada bagian membuktikan $n = k + 1$ karena bisa jadi siswa kurang tepat dalam memisalkan $n = k + 1$ sehingga S_{k+1} tidak terbukti. Langkah ini untuk mengetahui kemampuan berfikir kritis pada bagian IBK 4, IBK 5, dan IBK 6.

- c) Untuk mendapatkan rumus jumlah n suku pertama dari $3.4.5 + 4.5.6 + 5.6.7 + \dots + (n+2)(n+3)(n+4)$ ada beberapa tahap yaitu:

Pertama tentukan rumus $U_x = (x+2)(x+3)(x+4)$ dengan suku ke-1 sesuai dengan nilai $x = 1$, suku ke- n sesuai dengan nilai $x = n$; kedua tentukan nilai U_x dengan menggunakan polinomial faktorial $U_x = (x+2)(x+3)(x+4) =$



$(x + 4)^{(3)}$; ketiga mencari nilai S_n dengan mengintegalkan nilai U_x sebagai berikut:

$$S_n = \sum_{x=1}^n U_x = \sum_{x=1}^n (x + 4)^{(3)} = \Delta^{-1}(x + 4)^{(3)} \Big|_1^{n+1}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \left\{ \frac{1}{4} (x + 4)^{(4)} \right\} \Big|_1^{n+1} \\ &= \frac{1}{4} (n + 5)^{(4)} - \frac{1}{4} (5)^{(4)} \\ &= \frac{1}{4} ((n + 5)(n + 4)(n + 3)(n + 2) - (5)(4)(3)(2)) \\ &= \frac{1}{4} ((n + 5)(n + 4)(n + 3)(n + 2) - 120) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Rumus } S_n \text{ dari deret } 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + (n + 2)(n + 3)(n + 4) &= \\ \frac{1}{4} ((n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5) - 120) \end{aligned}$$

Pembuktian rumus dengan menggunakan induksi matematika

$$3.4.5 + 4.5.6 + \dots + (n + 2)(n + 3)(n + 4)$$

$$= \frac{1}{4} ((n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5) - 120)$$

Langkah pertama diuji untuk $n = 1$; ruas kanan sama dengan ruas kiri

$$(n + 2)(n + 3)(n + 4) = \frac{1}{4} ((n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5) - 120)$$

$$(1 + 2)(1 + 3)(1 + 4) = \frac{1}{4} ((1 + 2)(1 + 3)(1 + 4)(1 + 5) - 120)$$

$$(3)(4)(5) = \frac{1}{4} ((3)(4)(5)(6) - 120)$$

$$60 = \frac{1}{4} (360 - 120)$$

$$60 = \frac{1}{4} (240)$$

$$60 = 60$$

$\therefore S_1$ benar

Langkah kedua asumsikan $n = k$

$$S_k = 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + (k + 2)(k + 3)(k + 4) = \frac{1}{4} ((k + 2)(k + 3)(k + 4)(k + 5) - 120)$$



Sehingga harus dibuktikan bahwa pernyataan juga benar untuk $n = k+1$ yaitu

$$\begin{aligned}
 S_{k+1} &= 3.4.5 + 4.5.6 + \dots + (k+2)(k+3)(k+4) + (k+3)(k+4)(k+5) \\
 &= \frac{1}{4}((k+3)(k+4)(k+5)(k+6) - 120) \\
 \frac{1}{4}((k+2)(k+3)(k+4)(k+5) - 120) + (k+3)(k+4)(k+5) &= \frac{1}{4}((k+3)(k+4)(k+5)(k+6) - 120) \\
 \frac{1}{4}((k^2 + 5k + 6)(k+4)(k+5) - 120) + ((k^2 + 7k + 12)(k+5)) &= \\
 \frac{1}{4}(k^3 + 9k^2 + 26k + 24)(k+5) - 120 + (k^3 + 12k^2 + 47k + 60) &= \\
 \frac{1}{4}(k^4 + 14k^3 + 71k^2 + 154k + 120) - 120 + (k^3 + 12k^2 + 47k + 60) &= \\
 \frac{1}{4}(k^4 + 14k^3 + 71k^2 + 154k) + (k^3 + 12k^2 + 47k + 60) &= \\
 \frac{1}{4}(k^4 + 14k^3 + 71k^2 + 154k + 4k^3 + 48k^2 + 188k + 240) &= \\
 \frac{1}{4}(k^4 + 18k^3 + 119k^2 + 342k + 240) &= \\
 \frac{1}{4}(k \cdot (k^3 + 12k^2 + 47k + 60) + 6 \cdot (k^3 + 12k^2 + 47k + 60) - 120) &= \\
 \frac{1}{4}((k+6)(k^3 + 12k^2 + 47k + 60) - 120) &= \frac{1}{4}((k+3)(k+4)(k+5)(k+6) - 120)
 \end{aligned}$$

\therefore untuk S_{k+1} adalah benar

dari langkah 1 dan 2 dapat disimpulkan bahwa S_n benar untuk setiap bilangan asli n . \square

2. Diketahui: Deret

- i) $3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2)$
- ii) $3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n + 2)(n + 3)$
- iii) $3.4.5 + 4.5.6 + 5.6.7 + \dots + (n + 2)(n + 3)(n + 4)$

Ditanya: Generalisasi deret

Jawab :

| Pola Deret | Rumus S_n |
|--|---|
| $3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2)$ | $\frac{1}{2}((n + 3)(n + 2) - 6)$ |
| $3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n + 2)(n + 3)$ | $\frac{1}{3}((n + 4)(n + 3)(n + 2) - 24)$ |



| | |
|--|---|
| $3.4.5 + 4.5.6 + \dots + (n+2)(n+3)(n+4)$ | $\frac{1}{4}((n+2)(n+3)(n+4)(n+5) - 120)$ |
| \vdots | \vdots |
| $\frac{1}{m+1} \left((n+(m+2))^{(m+1)} - (m+2)^{(m+1)} \right)$ | |
| <p>Syarat $a = 3$; $b = 1$</p> <p>Keterangan :</p> <p>a = bilangan pertama pada suku 1</p> <p>b = beda (selisih) pada setiap suku</p> <p>m = banyak bilangan pada setiap suku</p> <p> $(n+(m+2))^{(m+1)}$ $(m+2)^{(m+1)}$ </p> | |
| <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block;">Polinomial Faktorial</div> | |

Langkah ini untuk mengetahui kemampuan berfikir kritis pada bagian IBK 1, IBK 2, IBK 6 dan IBK 7.

Contoh penggunaan generalisasi deret aritmetika:

$$3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n+2)(n+3) = \frac{1}{3}((n+4)(n+3)(n+2) - 24)$$

Dengan $m = 2$, $a = 3$, $b = 1$

$$\begin{aligned}
 S_n &= \frac{1}{m+1} \left((n+(m+2))^{(m+1)} - (m+2)^{(m+1)} \right) \\
 &= \frac{1}{2+1} \left((n+(2+2))^{(2+1)} - (2+2)^{(2+1)} \right) \\
 &= \frac{1}{3} \left((n+(4))^{(3)} - (4)^{(3)} \right) \\
 &= \frac{1}{3} \left((n+4)(n+3)(n+2) - (4)(3)(2) \right) \\
 &= \frac{1}{3} \left((n+4)(n+3)(n+2) - 24 \right)
 \end{aligned}$$



∴ Rumus S_n dengan menggunakan generalisasi deret tersebut adalah benar, karena contoh di atas sudah dibuktikan kebenarannya dengan menggunakan induksi matematika.

Contoh lain:

Diketahui deret dengan $m = 4$, $a = 3$ dan $b = 1$, sehingga diperoleh suatu deret

$$3.4.5.6 + 4.5.6.7 + 5.6.7.8 + \dots + (n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5)$$

menemukan rumus jumlah n suku pertama menggunakan Generalisasi deret aritmetika di bawah ini

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m+1} \left((n + (m + 2))^{(m+1)} - (m + 2)^{(m+1)} \right) \\ &= \frac{1}{4+1} \left((n + (4 + 2))^{(4+1)} - (4 + 2)^{(4+1)} \right) \\ &= \frac{1}{5} \left((n + (6))^{(5)} - (6)^{(5)} \right) \\ &= \frac{1}{5} \left((n + 6)(n + 5)(n + 4)(n + 3)(n + 2) - (6)(5)(4)(3)(2) \right) \\ &= \frac{1}{6} \left((n + 6)(n + 5)(n + 4)(n + 3)(n + 2) - 720 \right) \end{aligned}$$

Pembuktian rumus dengan menggunakan induksi matematika

$$3.4.5.6 + 4.5.6.7 + 5.6.7.8 + \dots + (n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5) =$$

$$\frac{1}{5} \left((n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5)(n + 6) - 720 \right)$$

Langkah pertama diuji untuk $n = 1$; ruas kanan sama dengan ruas kiri

$$(n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5) = \frac{1}{5} \left((n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5)(n + 6) - 720 \right)$$

$$(1 + 2)(1 + 3)(1 + 4)(1 + 5) = \frac{1}{5} \left((1 + 2)(1 + 3)(1 + 4)(1 + 5)(1 + 6) - 720 \right)$$

$$(3)(4)(5)(6) = \frac{1}{5} \left((3)(4)(5)(6)(7) - 720 \right)$$

$$360 = \frac{1}{5} (2520 - 720)$$

$$360 = \frac{1}{5} (1800)$$

$$360 = 360 \quad \therefore S_1 \text{ benar}$$



Langkah kedua asumsikan $n = k$

$$S_k = 3.4.5.6 + 4.5.6.7 + 5.6.7.8 + \dots + (k+2)(k+3)(k+4)(k+5) =$$

$$\frac{1}{5}((k+2)(k+3)(k+4)(k+5)(k+6) - 720)$$

Sehingga harus dibuktikan bahwa pernyataan juga benar untuk $n = k+1$ yaitu

$$S_{k+1} = 3.4.5.6 + 4.5.6.7 + \dots + (k+2)(k+3)(k+4)(k+5)$$

$$+ (k+3)(k+4)(k+5)(k+6)$$

$$= \frac{1}{5}((k+3)(k+4)(k+5)(k+6)(k+7) - 720)$$

$$\frac{1}{5}((k+2)(k+3)(k+4)(k+5)(k+6) - 720) + ((k+3)(k+4)(k+5)(k+6))$$

$$= \frac{1}{5}((k+3)(k+4)(k+5)(k+6)(k+7) - 720)$$

$$\frac{1}{5}((k^4 + 14k^3 + 71k^2 + 154k + 120)(k+6) - 720)$$

$$+ ((k^3 + 12k^2 + 47k + 60)(k+6)) =$$

$$\frac{1}{5}(k^5 + 20k^4 + 155k^3 + 580k^2 + 1044k + 720 - 720)$$

$$+ (k^4 + 18k^3 + 119k^2 + 342k + 360) =$$

$$\frac{1}{5}(k^5 + 20k^4 + 155k^3 + 580k^2 + 1044k + 5k^4 + 90k^3 + 595k^2 + 1710k + 1800) =$$

$$\frac{1}{5}(k^5 + 25k^4 + 245k^3 + 1175k^2 + 2754k + 1800) =$$

$$\frac{1}{5}[k \cdot (k^4 + 18k^3 + 119k^2 + 342k + 360)$$

$$+ 7 \cdot (k^4 + 18k^3 + 119k^2 + 342k + 360) - 720] =$$

$$= \frac{1}{5}((k+3)(k+4)(k+5)(k+6)(k+7) - 720) \text{ adalah terbukti benar}$$

\therefore untuk S_{k+1} adalah benar

dari langkah 1 dan 2 dapat disimpulkan bahwa S_n benar untuk setiap bilangan asli

n . \square

Kesimpulan:

Berdasarkan permasalahan di atas dapat ditemukan suatu rumus generalisasi deret aritmetika sehingga dapat dengan mudah dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan deret, yaitu:



$$\frac{1}{m+1} \left((n + (m + 2))^{(m+1)} - (m + 2)^{(m+1)} \right)$$

rumus ini hanya berlaku pada deret yang memiliki $a = 3$ dan beda(selisih) = 1

Keterangan :

a = bilangan pertama pada suku 1

b = beda (selisih) pada setiap suku

m = banyak bilangan pada setiap suku

$$\left. \begin{array}{l} (n + (m + 2))^{(m+1)} \\ (m + 2)^{(m+1)} \end{array} \right\} \text{Polinomial Faktorial}$$

Untuk membuktikan rumus generalisasi deret adalah benar, dibuktikan dengan menggunakan induksi matematika.

Draf Revisi Tingkat Kemampuan Berfikir Kritis Siswa

| Indikator Berfikir Kritis | TKBK 0 (Tidak kritis) | TKBK 1 (Kurang kritis) | TKBK 2 (Cukup Kritis) | TKBK 3 (Kritis) |
|---|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| 1. Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1) | √ | √ | √ | √ |
| 2. Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2) | √ | √ | √ | √ |
| 3. Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3) | - | √/- | √/- | √/- |
| 4. Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4) | - | √ | √ | √ |
| 5. Memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5) | - | - | √ | √ |
| 6. Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6) | - | - | √ | √ |
| 7. Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid / tidak valid. (IBK 7) | - | - | - | √ |

Diadopsi dari Rasiman dan Kartinah

Keterangan :

"-" = tidak memenuhi

"√" = memenuhi

Pedoman Penilaian Kemampuan Berfikir Kritis

| Indikator | Deskripsi |
|---|--|
| Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1) | Siswa mampu memahami informasi yang ada pada soal dengan jelas dan logis |
| Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2) | Siswa mampu mengungkapkan dan memisahkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal |
| Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3) | Siswa bisa memperkirakan bagaimana langkah penyelesaian soal berdasarkan yang telah diketahui sebelumnya |
| Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4) | Siswa mampu mempertimbangkan rumus yang tepat untuk permasalahan tersebut |
| Memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5) | Siswa mampu mengungkapkan argumen kenapa menggunakan rumus tersebut |
| | Penuh keyakinan dalam memilih rumus dan menerapkannya kedalam permasalahan |
| Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6) | Siswa mampu memberikan penjelasan atau argumen dari setiap langkah penyelesaiannya |
| | Siswa mampu mencocokkan hasil yang diperoleh dengan hal yang ditanyakan |
| Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid / tidak valid (IBK 7) | Siswa mampu membuat kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh |