



ANALISIS NUMERIK ALIRAN UDARA PADA *COAL PILE*
MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA SEBAGAI
MONOGRAF PEMODELAN MATEMATIKA

SKRIPSI

Oleh

Devi Yuliyanti
NIM 130210101009

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017



**ANALISIS NUMERIK ALIRAN UDARA PADA *COAL PILE*
MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA SEBAGAI
MONOGRAF PEMODELAN MATEMATIKA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk
menyelesaikan pendidikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Devi Yuliyanti
NIM 130210101009

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2017

HALAMAN PERSEMPAHAN

Bismillahirrohmanirrohim. Dengan menyebut nama Allah SWT. yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad SAW., kupersembahkan sebuah karya sederhana ini kepada:

1. Kedua orang tuaku: Ayahanda Ahmad Sukateno dan Ibunda Siti Maesaroh, serta Kakakku Didik Wahyudi dan Aini, yang senantiasa memberikan kasih sayang, perhatian, dukungan dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
2. Kakek (Alm.) dan nenek beserta keluarga besar saya yang telah memberikan doa dan dukungan yang tiada henti;
3. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing skripsi yang tulus ihklas, sabar dalam membimbing dan selalu memberikan motivasi sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan;
4. Almamater tercinta Fakultas Keguruan dan Ilmu pendidikan Universitas Jember;
5. Semua guru dan dosenku yang telah memberikan ilmu, pengalaman dan membimbingku dengan penuh kesabaran dan kasih sayang;
6. Teman-teman satu bimbingan yang selalu memberikan bantuan dan dukungan dalam perjalanan mengerjakan skripsi ini;
7. Teman-teman KKMT Pendidikan Matematika (M. Hasan Ma'ruf, Ratna Purwati, Siti Syaukiyah, Adhelways Ria .S., Erna Lestari, Dinar Adi, Amalia Febrianti, Putri Indah, Ifa Mahfudhoh, Siska Rahmawati) yang selalu memberikan dukungan dan pengalaman luar biasa;
8. Teman-teman Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember Angkatan 2013

HALAMAN MOTTO

فَإِنْ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا O إِنْ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا O

”Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan,
sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”
(Q.S. Al-Insyirah ayat 5-6)

”Pendidikan merupakan senjata paling ampuh
yang bisa kamu gunakan untuk merubah dunia”
(Nelson Mandela)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Devi Yuliyanti

NIM : 130210101009

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul:

"Analisis Numerik Aliran Udara pada Coal Pile Menggunakan Metode Volume Hingga sebagai Monograf Pemodelan Matematika" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumber rujukannya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 29 Maret 2017

Yang menyatakan,

Devi Yuliyanti

NIM. 130210101009

HALAMAN PENGAJUAN

ANALISIS NUMERIK ALIRAN UDARA PADA *COAL PILE*
MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA SEBAGAI
MONOGRAF PEMODELAN MATEMATIKA

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa	:	Devi Yuliyanti
NIM	:	130210101009
Jurusan	:	Pendidikan MIPA
Program Studi	:	Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun	:	2013
Tempat, Tanggal Lahir	:	Banyuwangi, 16 Desember 1994

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP.19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd, M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul "*Analisis Numerik Aliran Udara pada Coal Pile Menggunakan Metode Volume Hingga sebagai Monograf Pemodelan Matematika*" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Rabu

Tanggal : 29 Maret 2017

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Arif Fatahillah, S.Pd, M.Si.

NIP. 19680802 199303 1 004

NIP. 19820529 200912 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.

NIP. 197003007 199512 2 001

NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Numerik Aliran Udara pada *Coal Pile* Menggunakan Metode Volume Hingga sebagai Monograf Pemodelan Matematika; Devi Yuiyanti, 130210101009; 2017: 76 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Matematika merupakan ilmu yang mendasari pengembangan ilmu-ilmu lainnya. Hal ini dikarenakan pada sebagian disiplin ilmu tertentu, matematika sering digunakan untuk membantu dalam menyelesaikan berbagai permasalahan yang khususnya berkaitan dengan perhitungan. Selain itu, dalam kehidupan sehari-hari konsep dan prinsip matematika masih banyak digunakan salah satunya yaitu dalam bidang pertambangan khususnya pada manajemen penimbunan batubara.

Pengelola batubara yang baik harus dapat memperhatikan kualitas dan kuantitas batubara serta dapat memenuhi kebutuhan konsumen, untuk memenuhi hal tersebut perlu adanya manajemen penimbunan yang baik dan benar. Dalam penelitian Rama. (270:2015) Manajemen penimbunan batubara merupakan suatu upaya agar batubara yang diproduksi dapat dikontrol, baik kuantitas maupun kualitasnya.

Dari uraian di atas maka dalam penelitian ini akan dibangun suatu model matematika aliran udara pada *coal pile*, dengan menganalisa pengaruh faktor kecepatan angin dan *geometri* (ukuran tinggi dan sudut kemiringan) terhadap perubahan suhu pada *coal pile*. Untuk membantu proses analisa dan simulasi model matematika tersebut, maka digunakan MATLAB dan FLUENT.

Berdasarkan hasil dari penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika aliran udara pada *coal pile* adalah persamaan yang diselesaikan dengan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi (*QUICK*), dimana persamaan yang dimaksud adalah merupakan persamaan momentum dan persamaan energi.

$$\phi_e \left[\frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & \phi_w \left[\frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{(1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} - \frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t \right] + \\
 & \phi_n \left[\frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}} \Delta x \Delta t}{H_R^{\frac{1}{7}}} - \frac{\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] + \\
 & \phi_s \left[\frac{\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} - \frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t \right] = \\
 & -P \Delta y \Delta t - P \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + \left(\frac{2\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta x H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta y \Delta t + \\
 & \left(\frac{2\mu V_R H^{\frac{1}{7}} + \mu U_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta y H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta x \Delta t + \left(\frac{\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta t - \\
 & \mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2 - 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta t - \\
 & \left[\frac{\frac{6h(1-\varepsilon) T_g \Delta x^2 \Delta y^2 \Delta t}{d\varepsilon}}{(1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

2. Pada aliran udara di *coal pile*, semakin besar kecepatan angin maka semakin meningkat pula suhu pada *coal pile*.
3. Pada aliran udara di *coal pile*, semakin tinggi ukuran dan besar sudut kemiringan *coal pile* maka semakin luas permukaan atas sehingga semakin luas pula area yang mengalami perubahan suhu.
4. Penggunaan metode volume hingga efektif dalam menyelesaikan model matematika aliran udara pada *coal pile* karena nilai *error* yang didapat dari metode iterasi Gauss Seidell kurang dari nilai toleransi yang ditentukan yaitu 0,01 sehingga nilai tersebut mendekati nilai sebenarnya.

KATA PENGANTAR

Puji syukur Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat terselesaikannya skripsi ini yang berjudul *Analisis Numerik Aliran Udara pada Coal Pile Menggunakan Metode Volume Hingga sebagai Monograf Pemodelan Matematika*. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembahas dan Dosen Pengaji yang telah memberikan masukan demi kesempurnaan skripsi ini;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
7. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
8. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
9. semua pihak yang membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis juga menerima kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 29 Maret 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Kebaharuan Penelitian	4
2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Pemodelan Matematika	5
2.2 <i>Computational Fluida Dynamics</i> (CFD)	5
2.2.1 Metode Volume Hingga	6
2.2.2 Persamaan Momentum	7
2.2.3 Persamaan Energi	8
2.3 Fluida	9
2.3.1 Jenis-Jenis Fluida	10
2.3.2 Jenis-Jenis Aliran Fluida	11
2.4 Batubara	12

2.4.1	Manajemen Penimbunan Batubara (<i>coal pile management</i>)	13
2.5	Monograf	15
2.6	Matlab 7.0 (<i>Matrix Laboratory 7.0</i>)	15
2.6.1	Metode Gauss Seidell	17
2.6.2	Teknik Diskritisasi <i>Quadratic Upwind Interpolation Consecutive Kinematics(QUICK)</i>	21
2.6.3	GAMBIT(<i>Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit</i>)	23
2.6.4	FLUENT	24
2.6.5	GALAT atau Error	25
3	METODE PENELITIAN	32
3.1	Jenis Penelitian	32
3.2	Prosedur Penelitian	32
3.3	Definisi Operasional	33
3.4	Tempat Penelitian	34
3.5	Metode Pengumpulan Data	34
3.6	Analisis Data	35
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	37
4.1	Persamaan Matematika Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i>	37
4.2	Penyelesaian Model Matematika Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i>	43
4.3	Diskritisasi	48
4.4	Efektivitas Metode Volume Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> Dalam Analisis Numerik Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i>	57
4.4.1	Format Programing	57
4.4.2	Penggunaan Batas <i>Error</i> (Toleransi) pada Metode Volume Hingga	60
4.4.3	Simulasi Pemodelan	60
4.4.4	Hasil dan Pembahasan	61
4.4.5	Komputasi <i>MATLAB</i>	61
4.4.6	Simulasi <i>FLUENT</i>	64

4.4.7 Analisis Efektivitas Metode Volume Hingga Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i>	73
5 KESIMPULAN DAN SARAN	74
5.1 Kesimpulan	74
5.2 Saran	75
DAFTAR PUSTAKA	76
LAMPIRAN-LAMPIRAN	
A. FORMAT <i>PROGRAMMING MATLAB</i>	79
B. HASIL SIMULASI DENGAN METODE GAUSS SEIDELL .	91
C. MONOGRAF	97

DAFTAR GAMBAR

2.1	Bagan Volume Kendali Persamaan Umum	7
2.2	Bagan Volume Kendali Persamaan Energi	8
2.3	Fluida Cair	10
2.4	Fluida Gas	11
2.5	Aliran Laminar dan Turbulen	12
2.6	Batubara	13
2.7	Kondisi <i>Stockpile</i> Batubara	14
2.8	Desain <i>Coal Pile</i>	14
2.9	Tampilan MATLAB	16
2.10	Diskritisasi QUICK	21
2.11	Tampilan GAMBIT	23
2.12	Hasil Simulasi Menggunakan <i>Software</i> FLUENT	25
3.1	Bagan Alur Penelitian	36
4.1	Bagan Volume Kendali Persamaan Umum	38
4.2	Bagan Volume Kendali Persamaan Energi	42
4.3	Skema Diskritisasi Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i>	54
4.4	Grafik Pengaruh Kecepatan Angin terhadap Suhu pada <i>Coal Pile</i>	62
4.5	Grafik Pengaruh Ukuran Tinggi terhadap Suhu pada <i>Coal Pile</i>	62
4.6	Grafik Pengaruh Sudut Kemiringan terhadap Suhu pada <i>Coal Pile</i>	63
4.7	Kontur (<i>velocity</i>) dengan Kecepatan Angin 2 m/s	65
4.8	Kontur (<i>velocity</i>) dengan Kecepatan Angin 2.5 m/s	65
4.9	Kontur (<i>velocity</i>) dengan Kecepatan Angin 3 m/s	66
4.10	Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Kecepatan Angin 2 m/s	67
4.11	Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Kecepatan Angin 2.5 m/s	68
4.12	Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Kecepatan Angin 3 m/s	68
4.13	Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Ketinggian 5 m	69
4.14	Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Ketinggian 7 m	69
4.15	Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Ketinggian 9 m	70

4.16 Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Sudut Kemiringan 35°	71
4.17 Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Sudut Kemiringan 45°	71
4.18 Kontur (<i>temperatur</i>) dengan Sudut Kemiringan 55°	72



DAFTAR TABEL

B.1	Tabel Hasil Simulasi Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i> dengan Kecepatan Angin Berbeda Menggunakan Metode Gauss Seidell	91
B.2	Tabel Hasil Simulasi Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i> dengan Ukuran Tinggi Berbeda Menggunakan Metode Gauss Seidell	93
B.3	Tabel Hasil Simulasi Aliran Udara pada <i>Coal Pile</i> dengan Sudut Kemiringan Berbeda Menggunakan Metode Gauss Seidell	95

DAFTAR LAMBANG

p	= tekanan
μ	= kekentalan cairan
g	= gaya gravitasi
x	= sumbu x
t	= waktu
F	= gaya (N)
ρ	= massa jenis
τ	= tegangan
$\frac{\partial}{\partial x}$	= derivatif terhadap x
$\frac{\partial}{\partial t}$	= derivatif terhadap t
ϕ_0	= kecepatan awal aliran
ϕ_e	= kontrol permukaan <i>east</i> atau timur
ϕ_w	= kontrol permukaan <i>west</i> atau barat
ϕ_n	= kontrol permukaan <i>north</i> atau utara
ϕ_s	= kontrol permukaan <i>south</i> atau selatan
i	= komponen vektor pada sumbu x
j	= komponen vektor pada sumbu y
k	= komponen vektor pada sumbu z
u	= komponen kecepatan pada sumbu x
v	= komponen kecepatan pada sumbu y
g_1	= gaya permukaan 1
g_2	= gaya permukaan 2
H	= tinggi <i>coal pile</i>
H_R	= tinggi acuan
T_g	= temepratur gas
λ_c	= konduktivitas termal
C	= konsentrasi gas
d	= diameter
h	= koefisien perpindahan panas
ε	= porositas

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang mendasari pengembangan ilmu-ilmu lainnya. Hal ini dikarenakan pada sebagian disiplin ilmu tertentu, matematika sering digunakan untuk membantu dalam menyelesaikan berbagai permasalahan yang khususnya berkaitan dengan perhitungan. Selain itu, dalam kehidupan sehari-hari konsep dan prinsip matematika masih banyak digunakan salah satunya yaitu dalam bidang pertambangan khususnya pada manajemen penimbunan batubara.

Indonesia merupakan salah satu penghasil batubara terbesar di dunia. Sumber energi batubara yang melimpah menjadi salah satu sumber devisa bagi negara Indonesia. Selain itu, Indonesia masuk dalam daftar perhitungan di internasional sebagai salah satu negara produsen dan eksportir terbesar batubara. Perindustrian di Indonesia telah umum menggunakan batubara sebagai bahan bakar utama selain solar, hal ini dikarenakan batubara jauh lebih hemat dibandingkan dengan solar.

Dunia perkembangan perbatubaraan dalam beberapa tahun terakhir ini mengalami perkembangan yang sangat pesat, terutama dalam hal produksi. Tingginya harga bahan bakar minyak (BBM) dunia merupakan salah satu penyebab meningkatnya produksi batubara tersebut. Batubara menjadi salah satu produk yang berperan penting dalam dunia industri diantaranya industri semen, industri tekstil, industri logam dan industri lainnya.

Pengelola batubara yang baik harus dapat memperhatikan kualitas dan kuantitas batubara serta dapat memenuhi kebutuhan konsumen, untuk memenuhi hal tersebut perlu adanya manajemen penimbunan yang baik dan benar. Gejala swabakar (pembakaran batubara sendiri) merupakan salah satu masalah dalam penimbunan batubara yang tidak memperhatikan teknik penimbunannya. Penyebab swabakar batubara dapat dipengaruhi oleh faktor intrinsik dan faktor ekstrinsik, faktor intrinsik salah satunya yaitu karakteristik batubara sedangkan

faktor ekstrinsik dipengaruhi oleh kecepatan angin, temperatur, air, kadar oksigen, geometri dan *management stockpile*. Dalam penelitian Rama. (270:2016) Manajemen penimbunan batubara merupakan suatu upaya agar batubara yang diproduksi dapat dikontrol, baik kuantitas maupun kualitasnya. Selain itu manajemen penimbunan juga dimasukkan untuk mengurangi kerugian yang mungkin muncul dari proses penanganan batubara di *stockpile*.

Dari uraian di atas maka dalam penelitian ini akan dibangun suatu model matematika aliran udara pada *coal pile*, dengan menganalisa pengaruh faktor kecepatan angin dan *geometri* (ukuran tinggi dan sudut kemiringan) terhadap perubahan suhu pada *coal pile*. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode volume hingga, hal ini disebabkan aliran udara yang akan diteliti tergolong tidak terstruktur. Metode volume hingga memiliki ketelitian yang tinggi, perhitungan yang relatif sederhana dan bisa digunakan untuk semua kasus aliran fluida. Untuk membantu proses analisa dan simulasi model matematika tersebut, maka digunakan MATLAB dan FLUENT. MATLAB merupakan software yang dikembangkan oleh Mathworks, Inc. dan merupakan software yang paling efisien untuk perhitungan numerik berbasis matriks. FLUENT adalah salah satu jenis program CFD yang menggunakan metode volume hingga. (Tuakia, 2008:133).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

- 1.) bagaimana model matematika aliran udara pada *coal pile*?
- 2.) bagaimana hasil analisis pengaruh kecepatan angin terhadap suhu pada *coal pile*?
- 3.) bagaimana hasil analisis pengaruh ukuran tinggi terhadap suhu pada *coal pile*?
- 4.) bagaimana hasil analisis pengaruh sudut kemiringan terhadap suhu pada *coal pile*?
- 5.) bagaimana efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis aliran udara pada *coal pile*?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka dalam penelitian ini masalahnya dibatasi pada:

- 1.) model numerik aliran udara pada *coal pile*.
- 2.) simulasi dilakukan dengan mengabaikan jenis batubara.
- 3.) model dasar *coal pile* di desain sesuai dengan literatur
- 4.) bahan dalam simulasi ini menggunakan oksigen (O_2)
- 5.) fokus pada penelitian ini adalah bagaimana hasil analisis pengaruh kecepatan angin, ukuran tinggi, dan sudut kemiringan terhadap perubahan suhu pada *coal pile*.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

- 1.) mengetahui model aliran udara pada *coal pile*.
- 2.) mengetahui hasil analisis pengaruh kecepatan angin terhadap suhu pada *coal pile*.
- 3.) mengetahui hasil analisis pengaruh ukuran tinggi terhadap suhu pada *coal pile*.
- 4.) mengetahui hasil analisis pengaruh sudut kemiringan terhadap perubahan suhu pada *coal pile*.
- 5.) mengetahui efektivitas metode volume hingga dalam menganalisis aliran udara pada *coal pile*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

- 1.) menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika.
- 2.) menjadi sumber bacaan bagi para peneliti lain yang ingin melakukan penelitian dalam bidang pemodelan matematika.

- 3.) memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika dengan menggunakan metode volume hingga.
- 4.) memberikan informasi baru bagi industri pertambangan batubara khususnya dalam manajemen penimbunan batubara setelah ditambang.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Adapun kebaharuan dari penelitian ini adalah:

- 1.) menggunakan aplikasi MATLAB terbaru
- 2.) adanya perubahan model rumus dari penelitian sebelumnya
- 3.) menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Convectiv Kinematics (QUICK)*
- 4.) adanya perubahan data dari variabel pada penelitian sebelumnya.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Model adalah suatu konsep atau obyek yang digunakan untuk menyatakan atau mengekspresikan sesuatu. Model matematika merupakan perubahan yang tepat untuk menggambarkan perubahan variabel-variabel sebagai salah satu langkah dalam mendekripsikan suatu sistem.

Menurut Iswanto (2012:2) Pemodelan matematika diartikan sebagai desain untuk memberikan deskripsi secara fisik dengan persamaan, yang mengidentifikasi bahwa pemodelan matematika menjalankan ilmu pengetahuan dengan metode dan struktur matematika dengan fungsi dan tujuan yang menyertainya.

Adapun beberapa tahapan penyusunan pemodelan Matematika, yaitu sebagai berikut:

1. Pengamatan fenomena sistem fisik yang akan dimodelkan
2. Mengidentifikasi beberapa elemen yang menyusun sistem, termasuk variabel *dependent* dan variabel *independent*
3. Identifikasi banyak elemen yang menyusun elemen sistem dan pengidentifikasi hubungan sebab akibat, sebagaimana pada konservasi yang berhubungan dengan keadaan kualitas keadaan sistem
4. Persamaan model Matematika menggunakan variabel *dependent* dengan mengeksplor hubungan antara sebab akibat yang dimiliki.

2.2 *Computational Fluida Dynamics* (CFD)

Sebelum memahami CFD, perlu diketahui bahwa *Computational Fluida Dynamics* dibagi menjadi dua kata-kata, yaitu:

1. *Computational*: segala sesuatu yang berhubungan dengan matematika dan metode numerik atau komputasi

2. *Fluida Dynamics*: dinamika dari segala sesuatu yang mengalir (Tuakia, 2008:1)

CFD merupakan ilmu yang mempelajari cara yang memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika (model matematika). (Tuakia, 2008:2). *Computational Fluida Dynamics* adalah salah satu metode komputasi yang menggunakan metode numerik dan algoritma untuk menyelesaikan dan menganalisa masalah-masalah aliran fluida. CFD merupakan salah satu pemanfaatan teknologi komputer untuk memprediksi secara kuantitas apa yang terjadi saat suatu fluida mengalir sehingga prediksi aliran fluida pada berbagai sistem dapat dilakukan dengan biaya murah dan relatif mudah dibandingkan dengan menggunakan metode eksperimen.

Beberapa contoh penggunaan CFD yaitu:

- a. Aerodinamika pada pesawat dan kendaraan;
- b. Penyebaran polutan dan limbah;
- c. Aliran sungai;
- d. Aliran darah melalui pembuluh darah arteri dan vena
- e. Analisis sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekerasan tanah dan pola tanam graf tangga segitiga. Beberapa contoh penggunaan CFD dalam penelitian dapat dilihat pada tabel (2.1)

2.2.1 Metode Volume Hingga

Salah satu metode yang dapat digunakan dalam pemodelan matematika dari suatu kejadian tertentu adalah metode volume hingga. Menurut Apsley (dalam Niam, 2011:20) metode volume hingga cocok diterapkan pada masalah aliran fluida dan aerodinamika. Selain itu metode volume hingga adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk membantu menentukan model matematika dengan suatu titik-titik diskrit yang kontinu, suatu gird atau mesh dalam metode ini dibentuk oleh keteraturan antara jarak dengan titik-titik diskrit yang kontinu.

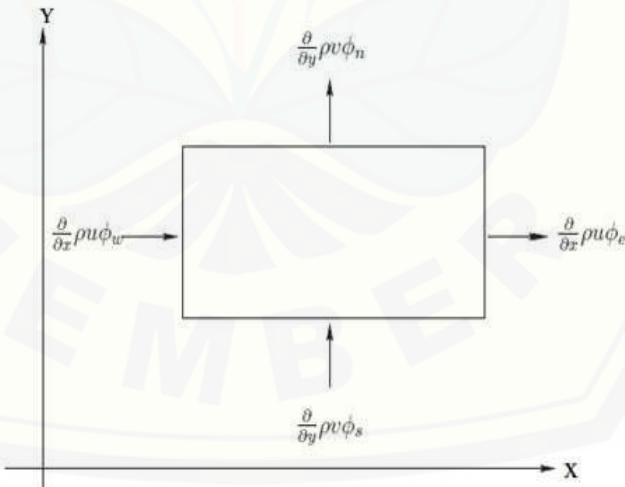
Bentuk geometri merupakan komponen yang mempengaruhi dalam penyelesaian model matematika dengan menggunakan metode volume hingga. Sehingga

perlu diketahui terlebih dahulu bentuk geometri dari benda yang akan diteliti atau diamati. Selain itu, pada metode volume hingga harus diketahui domainnya dengan jelas, dari domain tersebut dapat dibagi menjadi bagian-bagian (grid-grid) baik terstruktur maupun tidak struktural. Masing-masing grid memenuhi persamaan matematikan yang terbentuk. Persamaan yang telah terbentuk mewakili bidang pada bentuk geometri. Pada metode ini perlu dilakukan proses diskritisasi untuk memperoleh persamaan yang mewakili titik-titik pada bentuk geometri.

Pemodelan matematika aliran udara pada *coal pile* batubara menggunakan teknik deskritisasi, yaitu teknik *Quadratic Upwind Interpolation Convectiv Kinematics* (QUICK). Teknik ini dipilih karena pada penyelesaian pemodelan matematika menggunakan metode volume hingga dan gird pada domain tidak terstruktur. Dengan dua persamaan alur aliran fluida yang menyatakan hukum kekekalan fisika yaitu persamaan momentum dan persamaan energi.

2.2.2 Persamaan Momentum

Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekalan momentum yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran (White,1986:202).



Gambar 2.1 Bagan Volume Kendali Persamaan Umum

Persamaan umum untuk momentum adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = F \quad (2.1)$$

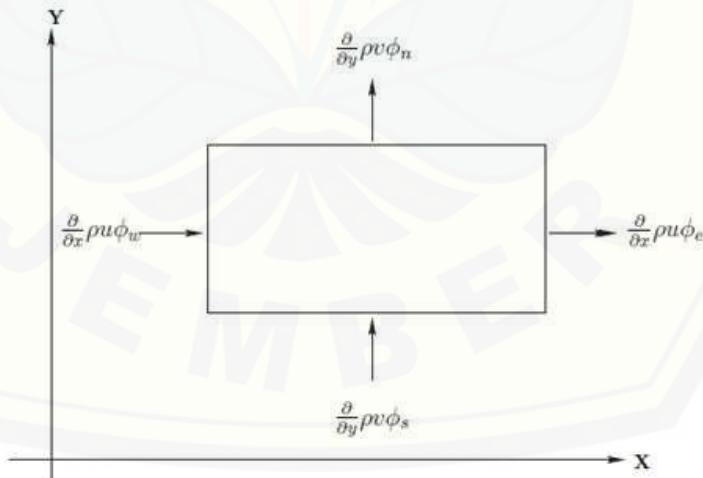
Karena objek yang diamati tidak terlihat yaitu udara, maka *pure rate* = *output - input*.

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [output - input] = F \quad (2.2)$$

Fluks momentum terjadi di keempat sisi seperti pada Gambar 2.2, yaitu dua masuk dan dua keluar. F adalah gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali yaitu *pressure/tekanan*(p), gravitasi(g), dan viskositas(μ).

2.2.3 Persamaan Energi

Semua persamaan diferensial dasar gerak fluida dapat diturunkan dengan meninjau sebuah volume keunsuran atau suatu sistem keunsuran (White, 1986:202). Dalam penelitian ini, dipilih sebuah volume kendali keunsuran yang letaknya tetap. Dalam penelitian ini aliran udara merupakan aliran fluida yang turbulen, sehingga persamaan energi yang dibentuk merupakan persamaan energi untuk aliran turbulen.



Gambar 2.2 Bagan Volume Kendali Persamaan Energi

Bentuk umum persamaan energi adalah:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = S \quad (2.3)$$

Karena objek yang diamati tidak terlihat yaitu udara, maka

$$pure\ rate = output - input.$$

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [output - input] = S \quad (2.4)$$

Fluks energi terjadi di keempat sisi seperti pada Gambar 2.3, yaitu dua masuk dan dua keluar. S (*source*) adalah energi sistem pada persamaan energi.

2.3 Fluida

Menurut Victor L. Streeter & E. Benjamin Wylic terjemahan Arko Prijono fluida adalah zat yang dapat berubah bentuk secara kontinu (terus-menerus) jika mendapatkan gaya geser. Artinya fluida adalah suatu zat yang dapat bergerak dan berubah bentuk jika terdapat gaya yang bekerja pada zat tersebut. Gaya yang bekerja pada fluida tidak tergantung pada besar atau kecilnya gaya geser itu. Gaya tersebut adalah tegangan geser, yaitu perbandingan antara besarnya gaya geser dengan luas permukaan. Gaya geser adalah komponen yang menyinggung permukaan.

Definisi yang dapat membedakan antara zat padat dengan fluida adalah dari karakteristik deformasi bahan tersebut. Zat padat merupakan zat yang menunjukkan reaksi deformasi (mengalir) yang terbatas ketika mendapat suatu tenggangan geser. Sedangkan fluida merupakan zat yang terus menerus (kontinu) dapat berubah bentuk apabila terdapat tenggangan geser. Fluida tidak mampu menahan tegangan geser tanpa berubah bentuk. Fluida memiliki sifat yang mendasari diberikannya gaya (tahanan) terhadap tegangan geser oleh fluida tersebut. sifat ini disebut viskositas (kekentalan). Jika suatu fluida dapat mengalami pergeseran (perubahan), maka fluida tersebut mulai bergerak dengan laju tegangan (τ) yang berbanding terbalik dengan suatu besaran yang disebut koefisien kekentalan (μ). Maka tegangan geser yang bekerja juga berbanding langsung dengan gradien kecepatan

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.5)$$

Fluida ideal dapat didefinisikan sebagai fluida yang tidak viskos. Jadi tegangan geser yang bekerja pada fluida ideal tidak ada, meskipun fluida itu mengalami deformasi. Walaupun fluida yang tidak viskos tidak pernah ada studi tentang fluida seperti ini penting sekali untuk rekayasa karena perilaku fluida viskos sering dianggap ideal sehingga dapat dijabarkan analisis terhadap gerak fluida yang ideal tersebut.

2.3.1 Jenis-Jenis Fluida

Ditinjau dari bentuknya, fluida dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

1. Cair

Zat merupakan salah satu bentuk fluida. Sebagaimana yang telah dijelaskan di atas fluida merupakan zat yang dapat bergerak dan berubah bentuk secara kontinu jika memperoleh gaya. Zat cair merupakan suatu zat yang bergerak dan berubah bentuk sesuai dengan tempat yang ditempatinya. Zat cair cenderung mempertahankan volumenya karena memiliki gaya kohesif yang relatif kuat dibanding zat gas dan akan membentuk permukaan bebas. Contoh fluida cair dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 2.3 Fluida Cair
(<http://jambiindependent.com>)

2. Gas

Sama halnya seperti zat cair, gas yaitu suatu keadaan zat dalam hal ini molekul-molekulnya dapat bergerak sangat bebas, dan dapat mengisi seluruh ruangan yang ditempatinya. Gas mempunyai permukaan bebas serta massanya selalu berkembang sehingga dapat mengisi seluruh volume ruangan. Tidak seperti zat cair, zat gas dapat dimampatkan. Contoh fluida gas dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Fluida Gas
(<http://informasiana.com>)

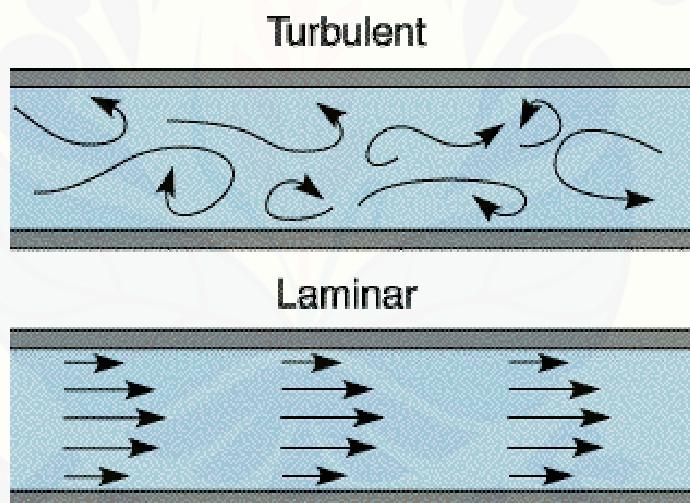
2.3.2 Jenis-Jenis Aliran Fluida

Fluida dapat juga dikatakan sebagai suatu zat yang mengalir. Dalam fluida, banyak hal yang berpengaruh antara satu sama lain. Diantaranya jenis zat, kekentalan, dan kecepatan alir. Berdasarkan karakteristik struktur internal aliran atau bentuknya aliran fluida dibagi menjadi tiga macam yaitu aliran laminar, aliran turbulen, dan transisi.

1. Aliran laminar merupakan aliran fluida dimana partikel-partikel fluida berggerak secara teratur sepanjang lintasan dengan kondisi lapisan-lapisan membentuk garis alir yang tidak berpotongan satu dengan yang lain. Aliran laminar apabila kecepatan aliran rendah, ukuran saluran kecil, dan zat cair mempunyai kekentalan besar. Aliran laminar dapat terbentuk apabila angka

Reynold kurang daripada 2000. Salah satu contoh aliran fluida laminar adalah aliran air dalam pipa.

2. Aliran Turbulen Aliran turbulen adalah aliran fluida yang partikel-partikelnya bergerak secara tidak teratur dan kecepatan yang berubah-ubah dengan kecepatan berfluktiasi yang saling interaksi. Hal tersebut berakibat garis alir antar partikel fluidanya saling berpotongan. Aliran turbulen dapat terbentuk apabila bilangan Renynold lebih besar daripada 4000.
3. Aliran Transisi Aliran transisi adalah aliran peralihan dari aliran laminar ke aliran turbulen. Aliran darah dalam pembuluh darah, diawali dari aliran laminer kemudian pada fase berikutnya aliran berubah menjadi aliran turbulen. Fase inilah yang disebut dengan aliran transisi. Aliran transisi dapat dibentuk apabila bilangan Reynold antara 2000-4000. Contoh aliran fluida laminar dan turbulen dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Aliran Laminar dan Turbulen

2.4 Batubara

Batubara adalah endapan senyawa organik karbonan yang terbentuk secara alamiah dari sisa-sisa tumbuhan. Menurut Krevelen, 1993 (dalam Adiguna, 2009) Batubara merupakan terminologi masyarakat yang dipergunakan untuk menyebut semua sisa tumbuhan yang telah menjadi fosil bersifat padat, berwarna gelap dan

dapat dibakar. Batubara merupakan bahan tambang non logam yang sifatnya seperti arang kayu, tetapi panas yang dihasilkan lebih besar. Batubara adalah fosil dari tumbuh-tumbuhan yang mengalami perubahan kimia akibat tekanan dan suhu yang tinggi dalam kurun waktu lama.



Gambar 2.6 Batubara

2.4.1 Manajemen Penimbunan Batubara (*coal pile management*)

Pada umumnya batubara setelah ditambang tidak langsung dikirim pada konsumen tetapi ditumpuk sementara ditempat penumpukan yang disebut *stockpile*. Pada penilitian Maryuningsih (2005) *Stockpile* berfungsi sebagai penyangga antara pengiriman dan proses produksi batubara, sebagai persediaan yang baik, strategis dan meminimalkan gangguan yang bersifat jangka pendek atau jangka panjang.

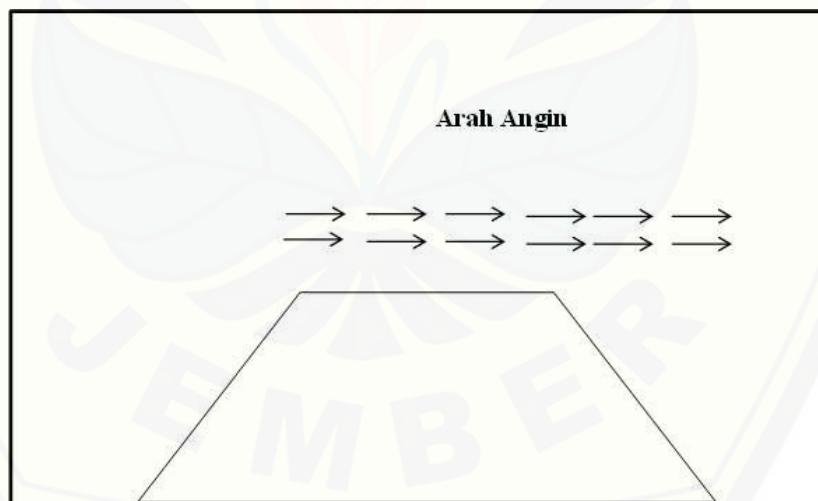
Manajemen penimbunan batubara adalah proses pengaturan atau prosedur yang terdiri dari pengaturan kualitas dan prosedur penimbunan batubara di *stockpile*. Manajemen penimbunan juga dimaksudkan untuk mengurangi kerugian yang mungkin muncul pada proses *handling* (penanganan batubara di *stockpile*).

Sistem penimbunan batubara perlu diatur sedemikian rupa agar dapat meminimalkan resiko terjadi peningkatan suhu di *stockpile*, untuk meminimalkan resiko tersebut dapat dilakukan dengan cara posisi *coal pile* memanjang searah angin dominan, hal ini bertujuan agar permukaan *coal pile* yang menghadap ke arah datangnya angin dominan menjadi kecil. Pada penilitian ini angin dominan diasumsikan searah sumbu *x*, sehingga desain *coal pile* dibuat memanjang searah sumbu *x*, selain itu desain *coal pile* dibuat dengan permukaan datar hal ini berkai-

tan dengan kelancaran sistem *drainage* dan mempermudah dalam pembentukan desain *geometri* pada aplikasi GAMBIT. Kondisi *stockpile* dan desain *coal pile* dapat dilihat pada Gambar 2.7 dan Gambar 2.8.



Gambar 2.7 Kondisi *Stockpile* Batubara
(Sumber:<https://www.google.com>)



Gambar 2.8 Desain *Coal Pile*
(Rama,29:2016)

2.5 Monograf

Menurut Kurniawan (dalam Ardi, 2010:14) Monograf adalah sebuah karya tulis bertema tunggal yang biasanya ditulis hanya satu pengarang. Hasilnya dapat berupa buku atau dimuat dalam sebuah jurnal ilmiah. Dasar penulisan monograf adalah hasil penelitian dan pemikiran penulis. Substansi pembahasannya hanya pada satu hal saja serta dalam satu bidang ilmu berisi topik atau sejumlah topik (subjek) yang saling berkaitan. Terbitan monograf yang selesai dalam satu jilid dan tidak berkelanjutan.

Adapun ciri-ciri monograf sebagai berikut:isinya membahas satu permasalahan pokok, berjilid, mempunyai halaman judul, terdapat daftar isi, teks yang dibagi dalam bab-bab, terdapat lembar pendahuluan dan / atau kata pengantar, terbit dalam satu jilid atau beberapa volume dengan bentuk jilid sama, dan umumnya memiliki ISBN (*International Standard Book Number*) (Mansjur, 5:2000).

2.6 Matlab 7.0 (*Matrix Laboratory* 7.0)

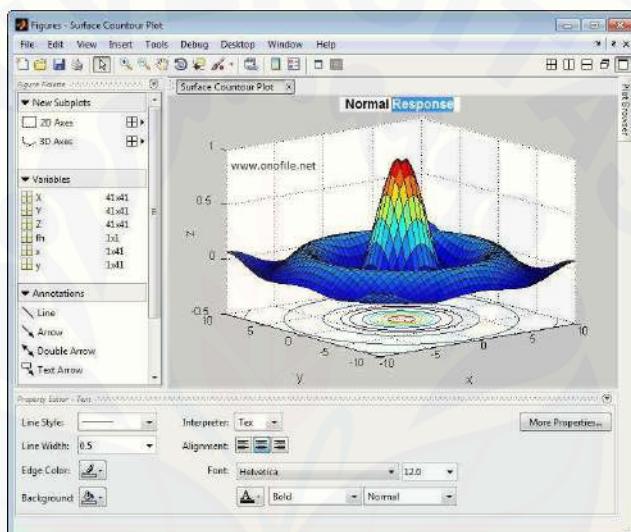
MATLAB merupakan bahasa yang kompleks untuk teknik komputasi. Nama MATLAB sendiri adalah akronim dari *MATRIX LABoratory* karena elemen data dasar yang digunakan adalah sebuah matriks. MATLAB (*Matrix Laboratory*) adalah sebuah program untuk analisis dan komputasi numerik, merupakan suatu bahasa pemrograman matematika lanjutan yang dibentuk dengan dasar penelitian menggunakan sifat dan bentuk matriks. Dengan demikian MATLAB dapat membantu dalam proses formulasi masalah ke dalam format matriks, sehingga MATLAB merupakan *software* terbaik untuk penyelesaian numeriknya.

MATLAB merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi berbasis pada matriks sering digunakan untuk teknik komputasi numerik. Program ini memiliki fungsi *tools* yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan umum berbasis matematika. Oleh karena itu MATLAB digunakan untuk masalah-masalah yang melibatkan operasi matematika elemen, matrik, optimasi, aproksimasi, dan lain-lain. Sehingga MATLAB banyak digunakan pada:

1. matematika dan komputasi,
2. pemrograman modelling dan simulasi,

3. analisis data, numerik, statistik, eksplorasi, dan visualisasi,
4. pengembangan aplikasi teknik.

Selain itu, MATLAB merupakan perangkat lunak yang cocok dipakai sebagai alat komputasi yang melibatkan penggunaan matriks dan vektor. Fungsi-fungsi dalam *toolbox* MATLAB dibuat untuk memudahkan perhitungan tersebut. Sebagai contoh, MATLAB dibuat dengan mudah dipakai untuk menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linier, program linier dengan simpleks, hingga sistem yang kompleks seperti peramalan runtun waktu (*time series*), pengolahan citra, dll (Siang, 2004)



Gambar 2.9 Tampilan MATLAB
(www.onofile.net)

Ada beberapa macam window yang tersedia dalam MATLAB, antara lain:

- a. MATLAB *CommandWindow/editor*

MATLAB merupakan suatu paket perangkat lunak yang dapat melakukan komputasi matematika, menganalisis data, mengembangkan algoritma, melakukan simulasi dan pemodelan, dan menghasilkan tampilan grafik. MATLAB *Command Window/editor* merupakan window yang dibuka pertama kali setiap kali MATLAB dijalankan. Pada window di atas dapat dilakukan akses-akses ke icommand window MATLAB dengan mengetikkan barisan-barisan ekspresi MATLAB, seperti mengakses window dan lain-lainnya.

Command window juga digunakan untuk memanggil tool MATLAB seperti editor, debugger, atau fungsi. Ciri winow ini adalah adanya prompt ($>>$) yang menyatakan MATLAB siap menerima perintah. Perintah dapat berupa fungsi-fungsi pengaturan file (seperti perintah DOS/UNIX) maupun fungsi-fungsi bawaan/ toolbox MATLAB sendiri.

b. MATLAB Editor/Debugger (Editor M-File/Pencarian Kesalahan)

Window ini merupakan tool yang disediakan oleh MATLAB versi 5 ke atas yang berfungsi sebagai editor script MATLAB (M-File). Untuk mengakses window M-File dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Memilih File kemudian pilih New.
 2. Pilih M-File, maka MATLAB akan menampilkan editor window
- Selain cara di atas, untuk menampilkan editor M-File dapat juga dilakukan dengan mengetik: $>> edit$

c. Figure Window

Window ini adalah hasil visualisasi script MATLAB. Window ini berfungsi sebagai visualisasi output dapat juga sekaligus menjadi media input yan interaktif.

d. MATLAB help Window

MATLAB menyediakan sistem *help* yang dapat diakses dengan perintah *help*. Misalnya, untuk memperoleh informasi mengenai fungsi *elfun*, yaitu fungsi untuk trigonometri, eksponensial, kompleks dan lain-lain, maka pada *command window* cukup menuliskan $>> help \text{elfun}$ dan akan terbuka tampilan *Help Window* yang berisi cara-cara menuliskan fungsi logaritma atau yang lainnya.

2.6.1 Metode Gauss Seidell

Secara umum, penyelesaian suatu persamaan linier dapat menggunakan dua metode yaitu metode langsung dan metode tak langsung (iteratif). Metode langsung seperti metode invers, eliminasi Gauss, dan dekomposisi LU. Metode iteratif merupakan metode dengan penentuan nilai awal x_0 untuk membangun

sebuah urutan aproksimasi terbaik terhadap pemecahan eksak. Termasuk metode iteratif seperti iterasi Jacobi, iterasi Gauss-Seidel, dan iterasi SOR.

Suatu sistem persamaan linier dapat dituliskan dengan bentuk $AX = B$, dengan A merupakan matriks koefisien dari x , X merupakan matriks variabel sistem persamaan, dan B merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem $AX = B$ dan Q adalah matriks *non-singular* dapat dituliskan dalam bentuk:

$$AX = B \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} (Q - A)X + AX &= (Q - A)X + B \\ QX &= (Q - A)X + B \end{aligned} \quad (2.7)$$

Selanjutnya dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- k :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.8)$$

Sebuah matriks A dapat dituliskan dalam bentuk $A = L + D + U$, dengan L adalah matriks segitiga bawah, D adalah matriks diagonal, dan U adalah matriks segitiga atas. Pada iterasi gauss-seidel dipilih $Q = D + L$, tetapi pada iterasi SOR dipilih $Q = \frac{1}{\omega}D + L$ dengan ω adalah faktor skala. Sehingga Persamaan (2.8) menjadi:

$$\begin{aligned} QX^{(k)} &= (Q - A)X^{(k-1)} + B \\ \left(\frac{1}{\omega}D + L\right)X^{(k)} &= \left(\frac{1}{\omega}D + L - A\right)X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D + D + L - A\right)X^{(k-1)} + B \\ \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D - U\right)X^{(k-1)} + B \\ \omega D^{-1} \left(\frac{1}{\omega}DX^{(k)}\right) &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right)D - U\right)X^{(k-1)} + B \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X^{(k)} &= \omega D^{-1} \left[-LX^{(k)} + \left(\frac{1}{\omega}D - D - U \right) X^{(k-1)} + B \right] \\
 X^{(k)} &= -\omega D^{-1} LX^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1}U) X^{(k-1)} + \omega D^{-1} B \\
 X^{(k)} &= (1 - \omega) X^{(k-1)} - \omega D^{-1} LX^{(k)} - \omega D^{-1} UX^{(k-1)} + \omega D^{-1} B \\
 X^{(k)} &= (1 - \omega) X^{(k-1)} - \omega D^{-1} (LX^{(k)} + UX^{(k-1)} - B)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

untuk $k = 1, 2, 3, \dots$. Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan n persamaan dan n variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n &= b_3 \\
 &\vdots \\
 a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai x_1 sampai x_n seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n) \\
 x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n) \\
 x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n) \\
 &\vdots \\
 x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{n(n-1)}x_{n-1})
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Pada iterasi gauss-seidel nilai x_1 yang telah diperoleh dimasukkan kedalam x_2 yang akan dicari, karena nilai x_1 yang diperoleh lebih dekat dengan nilai eksak. Selanjutnya untuk mencari nilai x_3 maka tinggal memasukkan nilai x_1 dan x_2 yang telah diperoleh. Dan seterusnya sampai diperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Berikut contoh langkah-langkah penyelesaiannya:

- iterasi ke-1

$$\begin{aligned}
 x_1^1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0 - \cdots - a_{1n}x_n^0) \\
 x_2^1 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^1 - a_{23}x_3^0 - \cdots - a_{2n}x_n^0) \\
 x_3^1 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^1 - a_{32}x_2^1 - \cdots - a_{3n}x_n^0) \\
 &\vdots \\
 x_n^1 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^1 - a_{n2}x_2^1 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^1)
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

o iterasi ke-2

$$\begin{aligned}
 x_1^2 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^1 - a_{13}x_3^1 - \cdots - a_{1n}x_n^1) \\
 x_2^2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^2 - a_{23}x_3^1 - \cdots - a_{2n}x_n^1) \\
 x_3^2 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^2 - a_{32}x_2^2 - \cdots - a_{3n}x_n^1) \\
 &\vdots \\
 x_n^2 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^2 - a_{n2}x_2^2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^2)
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

o dan seterusnya sampai langkah k .

Sehingga untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi Gaus-Seidel dengan langkah $k = 1, 2, 3, \dots$ adalah,

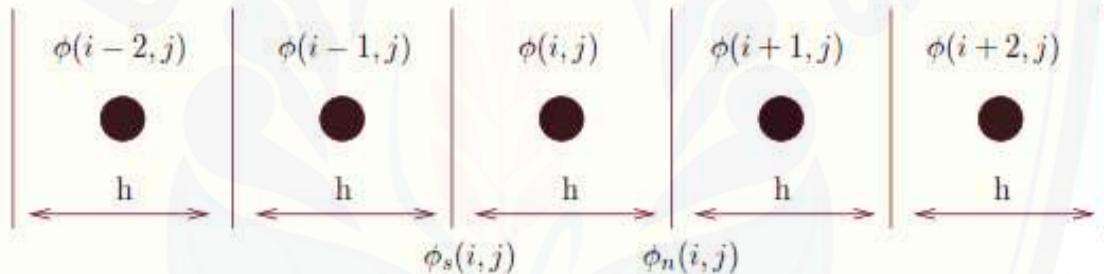
$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{2.14}$$

Sedangkan untuk mencari nilai x_i menggunakan iterasi SOR dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ untuk langkah k adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \tag{2.15}$$

2.6.2 Teknik Diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematics*(QUICK)

Bentuk geometris dari aliran fluida pada masing-masing domain dibuat dalam bentuk *gird*. *Grid* dari domain dapat berupa *grid* yang terstruktur atau *gird* yang tidak terstruktur, ataupun *gird* dalam koordinat kartesius atau *gird* yang non kartesius. Masing-masing *gird* memiliki kontrol *face* dan kontrol *node*. Kontrol *face* untuk dua dimensi terdiri dari w, e, n, dan s, sedangkan kontrol *node* terdiri dari W, E, N, dan S. Deskritisasi dengan menggunakan metode QUICK untuk merubah nilai pada *face* dan pada *node*. Dalam penelitian ini, peniliti akan membuat model matematika dua dimensi dari aliran udar pada *stockpile* sehingga kontrol *face* adalah $\phi_w, \phi_e, \phi_n, \phi_s$ dan kontrol *node* adalah $\phi_w, \phi_e, \phi_n, \phi_s$. Pada Gambar 2.10 mengilustrasikan suatu perubahan nilai pada bidang menjadi nilai pada titik dengan menggunakan metode QUICK dalam proses pendiskritisasian.



Gambar 2.10 Diskritisasi QUICK
(Fatahillah, 2014)

Aspley (dalam Fatahillah, 2014) QUICK scheme untuk kecepatan lebih besar dari nol adalah:

$$\phi_n(i, j) = \phi(i, j) + g_1(\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)) + g_2(\phi(i, j) - \phi(i - 1, j)) \quad (2.16)$$

Dengan bobot g_1 :

$$g_1 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i, j) - \phi(i - 1, j)]}{[\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)][\phi(i + 1, j) - \phi(i - 1, j)]} \quad (2.17)$$

dan bobot untuk g_2 yaitu:

$$g_2 = \frac{[\phi_n(i, j) - \phi(i, j)][\phi_n(i + 1, j) - \phi(i, j)]}{[\phi(i + 1, j) - \phi(i, j)][\phi(i + 1, j) - \phi(i - 1, j)]} \quad (2.18)$$

Berdasarkan diskritisasi Quick pada Gambar 2.2, maka diperoleh nilai dari g_1 dan g_2 yaitu:

$$g_1 = \frac{(\frac{1}{2}h)(\frac{3}{2}h)}{(h)(2h)} = \frac{3}{8} \quad (2.19)$$

$$g_2 = \frac{(\frac{1}{2}h)(\frac{1}{2}h)}{(h)(2h)} = \frac{1}{8} \quad (2.20)$$

Dengan mensubstitusikan nilai g_1 dan g_2 , maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \phi_w(i, j) &= \phi(i-1, j) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + g_2[\phi(i-1, j) - \\ &\quad \phi(i-2, j)] \\ &= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i-1, j) - \\ &\quad \phi(i-2, j)] \\ &= -\frac{1}{8}\phi(i-2, j) + \frac{3}{4}\phi(i-1, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j) \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \phi_e(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] \\ &= \phi(i, j) + \frac{3}{8}[\phi(i+1, j) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \phi(i-1, j)] \\ &= -\frac{1}{8}\phi(i-1, j) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i+1, j) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \phi_s(i, j) &= \phi(i, j-1) + g_1[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] + g_2[\phi(i, j-1) - \\ &\quad \phi(i, j-2)] \\ &= \phi(i, j-1) + \frac{3}{8}[\phi(i, j) - \phi(i, j-1)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j-1) - \\ &\quad \phi(i, j-2)] \\ &= -\frac{1}{8}\phi(i, j-2) + \frac{3}{4}\phi(i, j-1) + \frac{3}{8}\phi(i, j) \end{aligned} \quad (2.23)$$

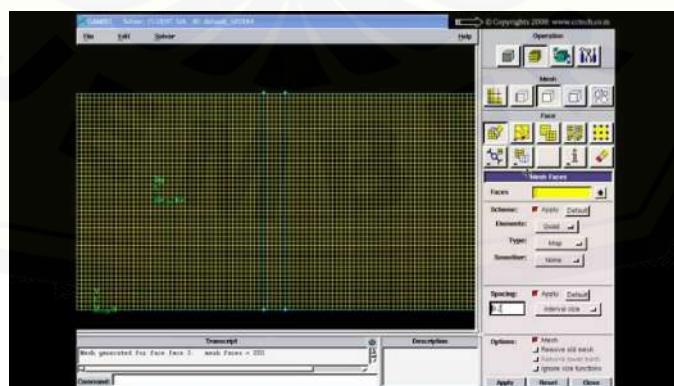
$$\begin{aligned} \phi_n(i, j) &= \phi(i, j) + g_1[\phi(i, j+1) - \phi(i, j)] + g_2[\phi(i, j) - \\ &\quad \phi(i, j-1)] \\ &= \phi(i-1, j) + \frac{3}{8}[\phi(i, j+1) - \phi(i, j)] + \frac{1}{8}[\phi(i, j) - \\ &\quad \phi(i, j-1)] \\ &= -\frac{1}{8}\phi(i, j-1) + \frac{3}{4}\phi(i, j) + \frac{3}{8}\phi(i, j+1) \end{aligned} \quad (2.24)$$

2.6.3 GAMBIT(*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*)

GAMBIT(*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*) merupakan salah satu *preprocessor* yang didesain untuk membantu membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD. Karena menggunakan *graphical user interface* (GUI) saat penerimaan input. GAMBIT memudahkan pengguna dalam pembuatan model dan proses *meshing*. *Meshing* berfungsi untuk membagi model geometri dari objek yang akan diteliti sehingga akan memudahkan peneliti untuk melakukan komputasi. GAMBIT juga dapat digunakan mengakomodasikan berbagai macam aplikasi pemodelan. Selain itu *software* ini juga dapat mengimpor dari berbagai format atau menggabungkan berbagai format dari *software* pemodelan lain, seperti ACIS, STEP, Parasolid, IGES dan lain-lain.

Tampilan GUI pada GAMBIT diperlihatkan pada Gambar yang terdiri dari berbagai komponen utama, yaitu:

1. Main menu bar;
2. Graphics window;
3. Command window;
4. Transcript window;
5. Description window;
6. Global control (Tuakia, 2008:13)



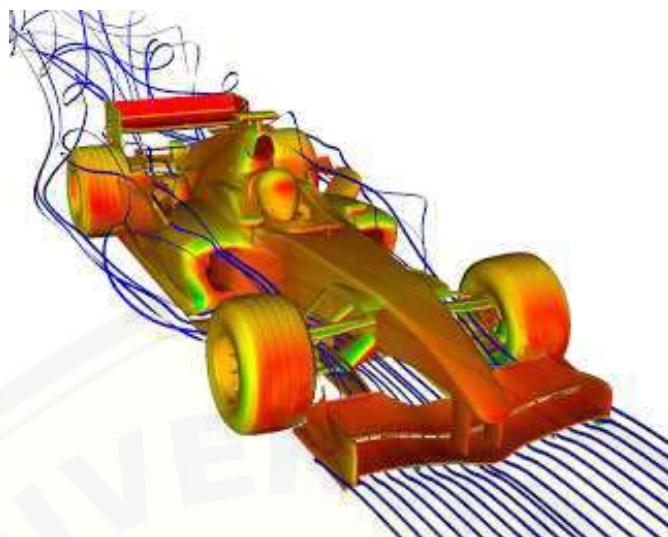
Gambar 2.11 Tampilan GAMBIT

2.6.4 FLUENT

FLUENT merupakan tujuan umum dari komputasi dinamika fluida dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan persamaan untuk konservasi momentum, massa, energi, dan skalar. Fluent menyediakan fleksibilitas *mesh* yang lengkap, sehingga dapat membantu dalam menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh* (*gird*) yang tidak terstruktur sekalipun dengan cara yang relatif mudah. Fluent juga memungkinkan pengguna untuk memperhalus atau memperbesar *mesh* yang sudah ada. Setelah merencanakan analisis CFD pada model, ada beberapa langkah untuk penyelesaian CFD pada fluent, diantaranya:

- a. Membuat geometri dan *mesh* pada model
- b. Memilih solver yang tepat untuk model 2D atau 3D
- c. Mengimpor *mesh* model (*gird*)
- d. Melakukan pemeriksanaan pada *mesh* model
- e. Memilih solver
- f. Memilih persamaan dasar yang akan dipakai dalam analisis, misalnya: laminar, turbulen, reaksi kimia, perpindahan kalor, dan lain-lain.
- g. Menentukan sifat material yang dipakai
- h. Menentukan kondisi batas
- i. Mengatur parameter kontrol solusi
- j. *Instalize the flow field*
- k. Melakukan perhitungan/iterasi
- l. Memeriksa basit iterasi
- m. Menyimpan hasil iterasi.

Dari beberapa langkah di atas Fluent dapat menghasilkan hasil simulasi yang berupa gambaran yang mendekati kondisi sebenarnya. Selain itu, pengguna juga bisa memasukkan indikator-indikator yang sesuai dengan data-data yang diperoleh dari pengamatan. Untuk fluida bisa memasukkan suhu, kecepatan, serta tekanan yang ada pada objek sebenarnya (Tuakia, 2008:138).



Gambar 2.12 Hasil Simulasi Menggunakan *Software* FLUENT
(<http://eka-zulkarnain.blogspot.co.id>)

2.6.5 GALAT atau Error

Galat atau Error adalah selisih antara nilai sebenarnya (sejati) dengan nilai yang dihasilkan dengan pendekatan (aproksimasi). Nilai aproksimasi didapatkan dengan metode numerik. Dalam metode numerik hasil yang diperoleh bukanlah hasil yang sama persis dengan nilai sebenarnya (sejati). Sehingga akan selalu ada selisih antara nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasi.

1. **Galat Pemotongan**, yaitu galat yang ditimbulkan oleh pembatasan jumlah komputasi yang digunakan pada proses metode numerik. Banyak metode dalam metode numerik yang penurunan rumusnya menggunakan proses iterasi yang jumlahnya tak terhingga, sehingga untuk membatasi proses penghitungan, jumlah iterasi dibatasi sampai langkah ke n . Hasil penghitungan sampai langkah ke n akan menjadi hasil hampiran dan nilai penghitungan langkah n ke atas akan menjadi galat pemotongan. Dalam hal ini galat pemotongan akan menjadi sangat kecil sekali jika nilai n di perbesar. Konsekuensinya tentu saja jumlah proses penghitungannya akan semakin banyak
2. **Galat Pembulatan**, yaitu galat yang ditimbulkan oleh keterbatasan kom-

puter dalam menyajikan bilangan real. Hampir semua proses penghitungan dalam metode numerik menggunakan bilangan real. Penyajian bilangan real yang panjangnya tak terhingga tidak bisa disajikan secara tepat. Sehingga terjadilah galat pembulatan. Selain dari definisi diatas galat dapat juga digolongkan menjadi empat jenis, yaitu:

1. Galat Mutlak adalah selisih numerik antara besar nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasinya. Jadi, bila x besar nilai yang sebenarnya, dan x_1 nilai pendekatannya (aproksimasinya), maka galat mutlak (*Absolut Error*) E_a didefinisikan dengan:

$$E_a = x - x_1 = \delta x$$

2. Galat Relatif (E_a) didefinisikan dengan:

$$E_R = \frac{E_a}{x} = \frac{\delta x}{x}$$

Kemudian persentase galat dihitung dari galat relatif yang diberikan dalam bentuk :

$$P_R = 100E_R$$

3. Galat Global Misal $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi dengan variabel banyak $x_i = (1, 2, \dots, n)$, dan misalkan galat dari tiap x_1 adalah Δx_1 . Galat Δu dan u diberikan dalam bentuk:

$$u + \Delta u = f(x_1, \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$$

perluasan ruas kanan dari galat global tersebut oleh deret taylor menghasilkan :

$$\begin{aligned} u + \Delta u = & f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta(x_i)} \Delta x_i \\ & + \text{semua suku yang memuat } (\Delta x_i)^2 \\ & + \text{semua suku yang lain} \end{aligned}$$

Anggap bahwa galat dalam x_i adalah kecil dan $(\Delta x_i)/(x_i) \subset 1$. Kemudian semua suku setelah suku ke dua pada ruas kanan persamaan diatas diabaikan, maka persamaan diatas menjadi:

Formula diatas bentuknya sama dengan diferensial total dari u. Formula untuk galat relatif adalah sebagai berikut:

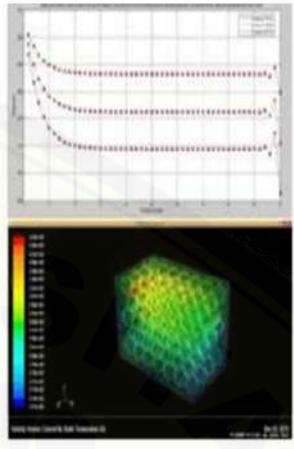
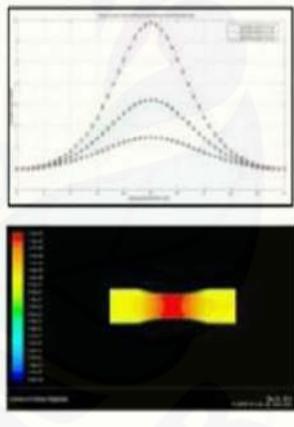
4. Galat dalam Aproksimasi deret

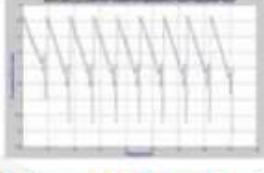
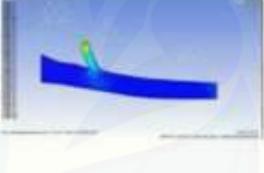
Galat yang ada dalam aproksimasi suatu deret dapat dievaluasi oleh sisa sesudah suku-suku ke n. Pandang deret Taylor untuk $f(x)$ pada $x = a$ yang diberikan dalam bentuk:

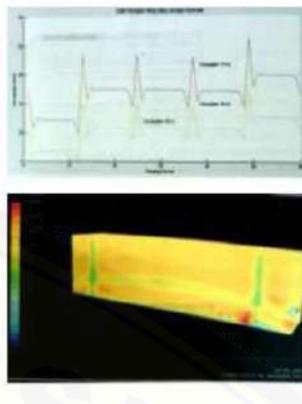
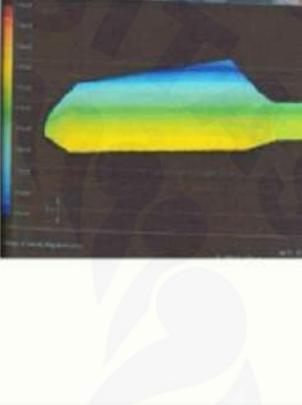
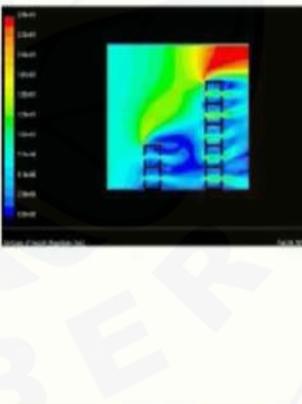
Suku terakhir dalam deret di atas dikenal dengan sebutan suku sisa deret taylor yang didefinisikan sebagai berikut:

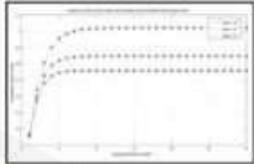
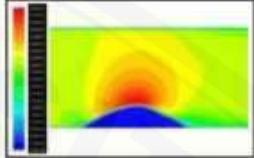
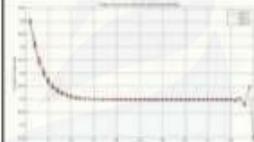
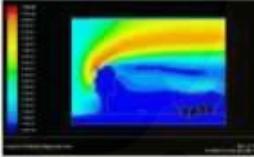
Untuk suatu barisan yang konvergen, suku-suku sisa akan mendekati nol untuk $n \rightarrow \infty$. Jadi bila mengaproksimasikan $f(x)$ oleh n suku pertama dari deret tersebut maka galat maksimum yang dibuat dalam aproksimasi tersebut diberikan oleh suku sisa (Jack, 2006: 7-9).

Beberapa contoh hasil penelitian menggunakan CFD dapat dilihat pada tabel (2.1).

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
1.	<p>Model Matematika :</p> $\begin{aligned} \phi_e(\rho u \Delta y \Delta t - \rho \Delta y \Delta t) \\ + \phi_w(-\rho u \Delta y \Delta t + \rho \Delta y \Delta t) \\ + \phi_h(\rho u \Delta x \Delta t - \rho \Delta x \Delta t) \\ + \phi_s(-\rho u \Delta x \Delta t + \rho \Delta x \Delta t) \\ = -\frac{\rho}{c} \lambda_{eff} \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} \\ - \frac{2\rho}{c} \lambda_{eff} \phi_0 \Delta t - \frac{\rho}{c} \lambda_{eff} \phi_0 \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta x} \\ + \frac{\rho^2}{c^2} \beta c u' \phi'_0 \Delta y \Delta t \\ + \frac{\rho^2}{c^2} \beta c u' \phi'_0 \Delta x \Delta t - P \Delta y \Delta t \\ - P \Delta x \Delta t - \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t \\ + 2\mu u \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x \Delta t} + \mu u \Delta t + \mu v \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} \\ + 2\mu v \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + \mu u \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + \mu v \Delta t \\ - \rho u \Delta y \Delta t - \rho v \Delta x \Delta t \end{aligned}$		Chudin, Soleh. 2015. Analisis Simulasi Sirkulasi Udara dalam Optimasi Teknologi Pascapanen Buah Berdasarkan Prosedur Pengemasan dan Sebagai Bahan Ajar. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP
2.	<p>Model Matematika :</p> $\begin{aligned} \phi_w \rho u \Delta t - \phi_w \rho \Delta t \\ - \phi_e \rho u \Delta t - \phi_e \rho \Delta t \\ = -p \Delta t + 2\mu \frac{u}{\Delta x} \Delta t \\ \text{dimana} \\ p = \frac{Q8\eta l}{\pi r^4} \end{aligned}$		Zauri, A. S. 2014. Analisis Numerik Aliran Darah pada Penyempitan Pembuluh Darah Arteri Menggunakan Metode Volume Hingga. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
3.	<p>Model Matematika:</p> $(\phi_u - \phi_e) \rho \Delta y \Delta t - (\phi_u - \phi_e) \rho u \cos \theta \Delta y \Delta t +$ $(\phi_z - \phi_s) \rho \Delta x \Delta t - (\phi_z - \phi_s) \rho v \sin \theta \Delta x \Delta t = \Delta y \Delta t$ $\left(\rho g - p - \rho \left(-\rho u^2 + 2\rho u'v' - \frac{1}{2} \rho u'^2 \right) \right) + \Delta x \Delta t$ $\left(\rho g - p - \rho \left(-\rho v^2 + 2\rho u'v' - \frac{1}{2} \rho v'^2 \right) \right) + 2\rho u$ $\left(u' \Delta y \Delta t + \frac{1}{2} (u' \Delta x \Delta t + v' \Delta y \Delta t) + v' \Delta x \Delta t \right) +$ $\rho^2 u' v' \left(u \Delta y \Delta t + \frac{1}{2} (u \Delta x \Delta t + v \Delta y \Delta t) + v \Delta x \Delta t \right)$ $+ \mu v_z \left(2 \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right) + \left(\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + 2 \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)$	 	<p>Nurrohim, M.2014. <i>Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kekasaratan Tanah dan Pola Tanam Graf Tangga Segitiga menggunakan Metode Volume Hingga.</i> Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
4.	<p>Model Matematika :</p> $v_x \Delta y \Delta t (1 - \rho) C_e + v_x \Delta y \Delta t (\rho - 1) C_w + v_y \Delta x \Delta t (1 - \rho) C_s + v_y \Delta x \Delta t (\rho - 1) C_n = \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t - \rho \Delta y \Delta t + \rho \Delta x \Delta t + 2\mu \left(v_x \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + v_y \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right) + \mu (v_x \Delta t + v_y \Delta t) + \mu \left(v_x \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + v_y \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} \right) - D_x \frac{C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - D_y \frac{C \Delta x \Delta t}{\Delta y}$	 	<p>Gangga, M.2014. <i>Analisis Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair pada Air Tanah.</i> Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
5.	<p>Model Matematika :</p> $\phi_e (-\rho \Delta y \Delta t - \rho u \cos \theta \Delta y \Delta t) + \phi_u (\rho \Delta y \Delta t + \rho u \cos \theta \Delta y \Delta t) + \phi_s (-\rho \Delta x \Delta t - \rho v \sin \theta \Delta x \Delta t) + \phi_z (\rho \Delta x \Delta t - \rho v \sin \theta \Delta x \Delta t) = -\rho \Delta y \Delta t - \rho \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + 2\mu \frac{u}{\Delta x} \Delta y \Delta t + \mu \frac{v}{\Delta x} \Delta y \Delta t + \mu \frac{u}{\Delta x} \Delta x \Delta t + 2\mu \frac{v}{\Delta x} \Delta x \Delta t$	 	<p>Hardiyanti, S. A. 2014. <i>Analisis Sterilisasi Saluran Akar Gigi dengan menggunakan Metode Numerik Volume Hingga.</i> Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>

6.	<p>Model Matematika :</p> $(c_x - u)\phi_u \rho \Delta y + (c_y - u)\phi_v \rho \Delta x + (u - c_z)\phi_e \rho \Delta y + (v - c_y)\phi_n \rho \Delta x = (\rho g - p)\Delta x + (\rho g - p)\Delta y + (2\mu u + \mu v - K\phi_0) \frac{\Delta y}{\Delta x} + (2\mu v + \mu u - K\phi_0) \frac{\Delta x}{\Delta y} + (u + v)\mu$		<p>Aprianto.D.2013. <i>Analisis Aliran Udara pada Jembatan Suramadu dengan Menggunakan Metode Volume Hingga.</i> Skripsi.Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
7.	<p>Model Matematika :</p> $((u - w)\rho\phi_e \Delta y + (-u + w)\rho\phi_u \Delta y) + ((v - w)\rho\phi_n \Delta x + (-v + w)\rho\phi_v \Delta x) = ((-P + \rho f')\Delta y) + ((-P + \rho f')\Delta x) + \left((2\mu u + \mu v - \tau_w w) \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) + \left((2\mu v + \mu u - \tau_w w) \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) + ((Y_w - G_w - D_w - S_w)\Delta x \Delta y) + (\mu u + \mu v - 2\tau_w w)$		<p>Zahroh, M. 2014. <i>Pemodelan Wind Turbine Rotor Tipe HAWT (Horizontal Axis Wind Turbine) Menggunakan Metode Volume Hingga.</i> Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
8.	<p>Model Matematika :</p> $(\rho u \Delta y - u \Delta y)\phi_e + (u \Delta y - \rho u \Delta y)\phi_u + (\rho v \Delta x - v \Delta x)\phi_n + (v \Delta x - \rho v \Delta x)\phi_v = -C\phi_0 \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) - 2\mu(u \Delta y)^2 - \mu(u \Delta x + u \Delta y)^2 - 2\mu(u \Delta x)^2 - P \Delta y - P \Delta x + \rho(g \Delta y + g \Delta x) + 2\mu u \frac{\Delta y}{\Delta x} + \mu \left(u + v \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) + \mu \left(u \frac{\Delta x}{\Delta y} + v \right) + 2\mu v \frac{\Delta x}{\Delta y}$		<p>Susanto, J. 2014. <i>Analisis Kecepatan Aliran Udara pada Gedung Bertingkat Karena Pengaruh Penghalang Didepannya.</i> Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
9.	<p>Model Matematika :</p> $\phi_e (\rho u - \rho) \Delta y \Delta t - \phi_w (\rho u - \rho)$ $\Delta y \Delta t + \phi_n (\rho v - \rho) \Delta x \Delta t$ $- \phi_s (\rho v - \rho) \Delta x \Delta t =$ $- P \Delta y \Delta t - P \Delta x \Delta t + \frac{\mu u \Delta y \Delta t}{\Delta x} +$ $2 \mu u \Delta t + \frac{\mu v \Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\mu u \Delta y \Delta t}{\Delta y} +$ $2 \mu v \Delta t + \frac{\mu v \Delta x \Delta t}{\Delta y} +$ $\mu \left(\frac{2u}{\Delta x} \Delta y \Delta t + \frac{v}{\Delta x} \Delta y \Delta t \right) (\rho - \rho u)$ $- \rho \left(g + \frac{g_T}{\sigma_K} \right) K \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} - 2 \rho \left(g + \frac{g_T}{\sigma_K} \right)$ $K \Delta t - \rho \left(g + \frac{g_T}{\sigma_K} \right) K \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y}$	 	<p>Rizal, A.S. 2014. <i>Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kemiringan Tanah dan Pola Tanam Graf Tangga Segitiga menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
10.	<p>Model Matematika :</p> $\phi_e (\rho u \Delta y \Delta t - \rho \Delta y \Delta t) +$ $\phi_w (-\rho u \Delta y \Delta t + \rho \Delta y \Delta t) +$ $\phi_n (\rho v \Delta x \Delta t - \rho \Delta x \Delta t) +$ $\phi_s (-\rho v \Delta x \Delta t + \rho \Delta x \Delta t) =$ $- 2 \rho \mu u \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} - 2 \rho \eta v \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} -$ $\rho \eta v \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} - 2 \rho \eta u \Delta t - \rho \eta u \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} -$ $\rho \Delta y \Delta t - \rho \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t +$ $\rho g \Delta x \Delta t + 2 \mu u \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + 2 \mu v \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} +$ $\mu v \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \mu v \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + \mu u \Delta t + \mu v \Delta t$	 	<p>Trisnani, D. 2014. <i>Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Faktor Tanaman Pelindung dan Pola Tanam Graf Tangga menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Berdasarkan jenisnya, penelitian ini merupakan jenis penelitian dasar atau penelitian murni. Penelitian dasar atau penelitian murni adalah pencarian terhadap sesuatu karena ada perhatian dan keingintahuan terhadap hasil suatu aktivitas. Hasil penelitian dasar adalah pengetahuan umum dan pengertian-pengertian tentang alam serta hukum-hukumnya. (Nazir, 1988: 29 & 30) Pada penelitian ini, peneliti memodelkan aliran udara pada *coal pile* batubara dengan menggunakan metode volume hingga yang dipengaruhi oleh kecepatan angin dan ukuran tinggi *coal pile*, sehingga didapat hasil atau data-data yang diperoleh mendekati keadaan sebenarnya.

3.2 Prosedur Penelitian

Di dalam penelitian dibutuhkan suatu prosedur penelitian yang dijadikan suatu tahapan yang dilakukan sampai diperoleh data-data untuk dianalisis hingga diperoleh suatu kesimpulan yang sesuai dengan tujuan dari pada penelitian. Prosedur penelitian dibagi menjadi dua bagian yaitu rancangan penelitian dan teknik penelitian.

Rancangan penelitian merupakan rencana yang mengambarkan apa yang hendak diteliti dan bagaimana penelitian dilaksanakan (Sudjana , 1989:469). Teknik penelitian merupakan tahapan yang dilakukan sampai diperoleh data-data untuk dianalisis hingga dicapai suatu kesimpulan yang sesuai dengan tahapan dalam menyelesaikan pemodelan matematika dengan metode numerik. Dalam penelitian ini menggunakan beberapa teknik penelitian, antara lain:

1. Melakukan studi pustaka tentang aliran udara pada *coal pile*.
2. Mengumpulkan data.
3. Membuat model matematika dari persamaan momentum dan persamaan energi yang kemudian diselesaikan menggunakan metode volume hingga.

4. Membuat program dari model matematika aliran udara *coal pile* pada *software* MATLAB.
5. Menganalisis hasil simulasi dari model matematika aliran udara pada *coal pile*.
6. Simulasi menggunakan FLUENT.
7. Menganalisis hasil dari simulasi dengan FLUENT.
8. Memberikan kesimpulan dari data yang dihasilkan. Secara umum langkah-langkah penelitian dapat dilihat pada Gambar (3.1)

3.3 Definisi Operasional

Adapun beberapa istilah yang digunakan dalam penelitian ini guna menghindari terjadinya perbedaan pemahaman, antara lain:

1. Model matematika adalah suatu persamaan matematika yang dibentuk untuk mengambarkan masalah yang ada pada suatu keadaan yang sesunguhnya.
2. MATLAB (*Matrix Laboratory*) yaitu MATLAB merupakan suatu paket perangkat lunak yang dapat melakukan komputasi matematika, menganalisis data, mengembangkan algoritma, melakukan simulasi dan pemodelan, dan menghasilkan tampilan grafik.
3. Teknik Diskritisasi *Quadratic Upwind Interpolation* (QUICK) merupakan suatu teknik yang dipakai dalam metode volume hingga yang berfungsi untuk mempartisi bagian-bagian objek dengan bantuan sel pusat dan sel vertex.
4. CFD merupakan ilmu yang mempelajari cara yang memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika (model matematika).
5. Menurut Apsley (dalam Niam, 2011:20) metode volume hingga cocok diterapkan pada masalah aliran fluida dan aerodinamika. Selain itu metode volume hingga adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan pemodelan matematika dengan suatu titik-titik diskrit yang kontinu, suatu *grid* atau *mesh* dalam metode ini dibentuk oleh keteraturan antara jarak dengan titik-titik diskrit yang kontinu.

6. FLUENT merupakan tujuan umum dari komputasi dinamika fluida dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan persamaan untuk konservasi momentum, massa, energi, dan skalar.
7. GAMBIT (*Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*) merupakan salah satu *preprocessor* yang didesain untuk membantu membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD.
8. Manajemen penimbunan batubara adalah proses pengaturan atau prosedur yang terdiri dari pengaturan kualitas dan prosedur penimbunan batubara di *stockpile*. Manajemen penimbunan juga dimaksudkan untuk mengurangi kerugian yang mungkin muncul pada proses *handling* (penanganan batubara di *stockpile*).

3.4 Tempat Penelitian

Tempat penelitian merupakan tempat yang menjadi pusat pelaksanaan kegiatan penelitian. Pada penelitian ini penyelesaian numerik dan pemodelan *Computational Fluid Dynamics* dilakukan di Laboratorium Matematika Gedung III FKIP Universitas Jember yang telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung penelitian ini dengan adanya komputer yang dilengkapi dengan program MATLAB untuk penyelesaian numerik dan FLUENT untuk simulasi pemodelan.

3.5 Metode Pengumpulan Data

Nazir, (211:1988) Metode pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang diperlukan. Data penelitian dikumpulkan sesuai dengan rancangan penelitian yang telah ditentukan. Metode pengumpulan data yang tepat akan berpengaruh pada tercapainya tujuan dalam penelitian.

Dalam penelitian ini, metode dokumentasi akan dijadikan suatu bentuk peniliti untuk mengumpulkan data. Metode dokumentasi yaitu metode pengumpulan data yang berupa hal-hal atau variabel yang terdiri dari catatan, transkrip, buku, surat kabar, majalah, prasasti, notulen rapat, agenda, dan lain sebagainya (Arikunto, 1998:234). Peneliti akan memperoleh data yang diharapkan dengan

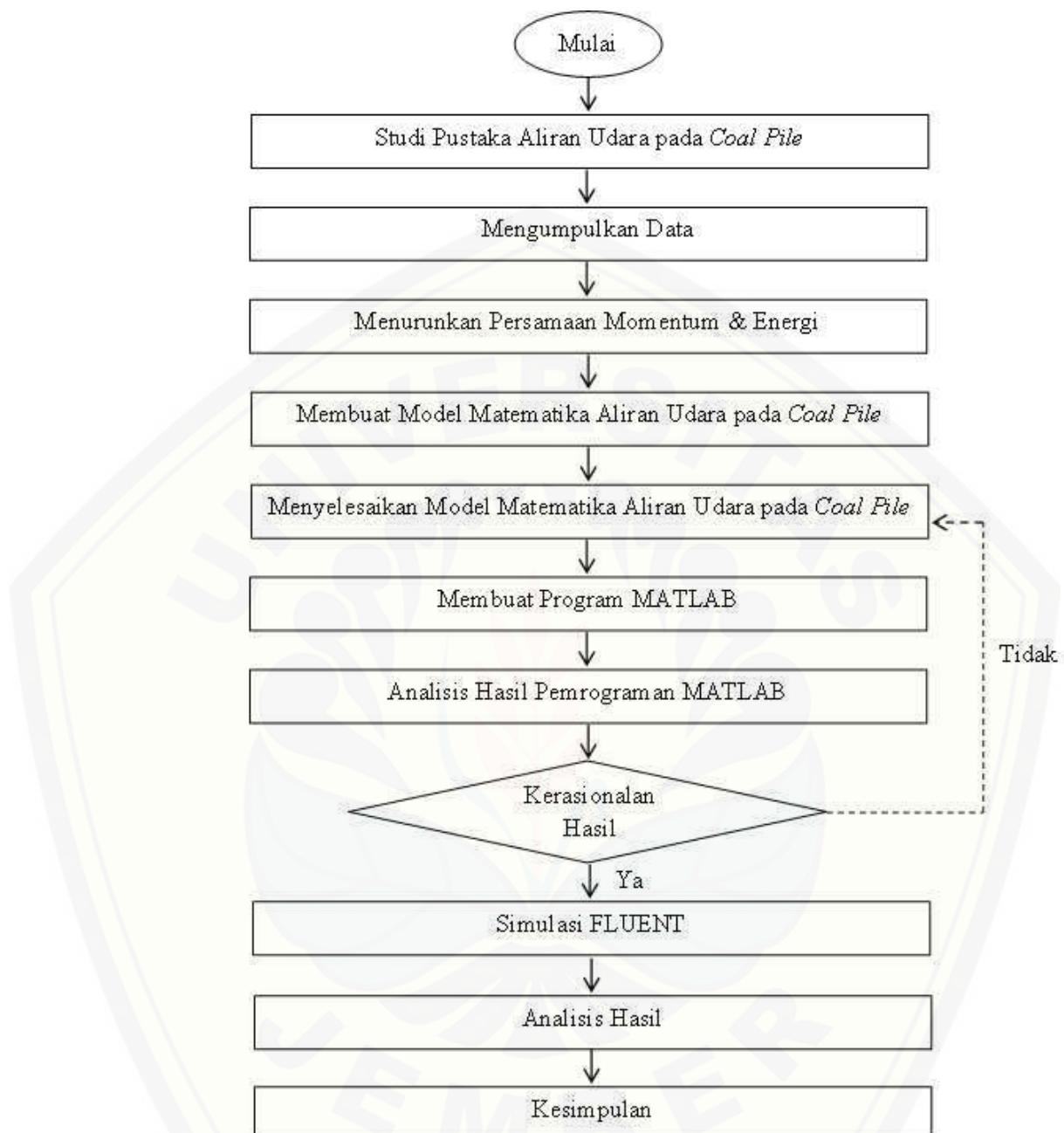
mempelajari buku, jurnal-jurnal ilmiah serta data-data yang diambil dari catatan dan internet.

3.6 Analisis Data

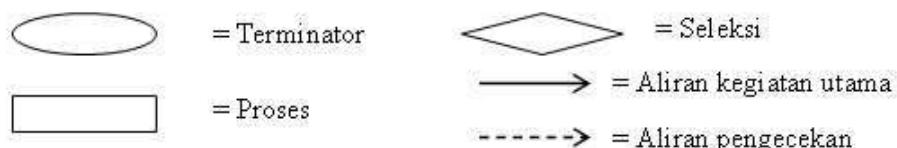
Analisis data merupakan tahapan akhir dari suatu penelitian. Data yang telah diperoleh peneliti selanjutnya diolah dan dianalisa secara sistematis dan logis menurut tahapan pada rancangan penelitian yang telah ditetapkan. Dalam tahap ini peneliti berharap mendapatkan suatu kesimpulan yang akurat.

Setelah membuat model matematika dari aliran udara pada *coal pile*, kemudian diselesaikan dengan menggunakan metode volume hingga mendekritisasikan dengan teknik *QUICK*. Pada metode diskritisasi *QUICK* nantinya akan didapatkan suatu matriks yang menyatakan persamaan dari setiap kontrol volume kendali. Persamaan ini akan diselesaikan secara numerik dengan menggunakan bantuan *software* MATLAB sehingga didapatkan penyelesaian numerik yang konvergen. Penyelesaian ini bisa dikatakan mendekati penyelesaian eksak dari persamaan diferensialnya. Apabila nilai error yang didapatkan dalam perhitungan MATLAB lebih kecil dibanding dengan nilai sebenarnya, maka hasil yang diperoleh sudah benar. Namun, jika terdapat perbedaan yang signifikan antara hasil perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya, maka akan dicari kesalahan saat memodelkan dan validasi ulang dari proses penurunan rumus dan juga penyelesaian dengan MATLAB hingga didapat hasil yang benar.

Pada tahap analisis data proses simulasi aliran udara pada *coal pile* menggunakan bantuan FLUENT. *Output* berupa gambar kontur aliran udara pada *coal pile* dapat dilihat bagaimana gambaran mengenai area-area yang mengalami perubahan suhu secara 2 dimensi. Untuk mengetahui perubahan tersebut, peniliti akan menganalisis penyebaran aliran udara dengan mengamati warna pada *output* simulasi *coal pile*. Parameter warna pada simulasi *coal pile* yaitu warna biru sampai warna merah, dimana warna biru menunjukkan suhu minimum sedangkan warna merah menunjukkan suhu maksimum.



Keterangan :



Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Model matematika aliran udara pada *coal pile* adalah persamaan yang diselesaikan dengan menggunakan metode volume hingga dengan teknik diskritisasi (*QUICK*), dimana persamaan yang dimaksud adalah merupakan persamaan momentum dan persamaan energi.

$$\begin{aligned}
 & \phi_e \left[\frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] + \\
 & \phi_w \left[\frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} - \frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t \right] + \\
 & \phi_n \left[\frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] + \\
 & \phi_s \left[\frac{\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} - \frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t \right] = \\
 & -P \Delta y \Delta t - P \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + \left(\frac{2\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta x H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta y \Delta t + \\
 & \left(\frac{2\mu V_R H^{\frac{1}{7}} + \mu U_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta y H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta x \Delta t + \left(\frac{\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta t - \\
 & \mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2 - 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta t -
 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\frac{6h(1-\varepsilon)T_g\Delta x^2\Delta y^2\Delta t}{d\varepsilon}}{(1-\varepsilon)\rho C\Delta x\Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c\Delta y\Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c\Delta x\Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon)\Delta x\Delta y\Delta t}{d\varepsilon}} \right] \quad (5.1)$$

2. Pada aliran udara di *coal pile*, semakin besar kecepatan angin maka semakin meningkat pula suhu pada *coal pile*.
3. Pada aliran udara di *coal pile*, semakin tinggi ukuran dan besar sudut kemiringan *coal pile* maka semakin luas permukaan atas sehingga semakin luas pula area yang mengalami perubahan suhu.
4. Penggunaan metode volume hingga efektif dalam menyelesaikan model matematika aliran udara pada *coal pile* karena nilai error yang didapat dari metode iterasi Gauss Seidell kurang dari nilai toleransi yang ditentukan yaitu 0,01 sehingga nilai tersebut mendekati nilai sebenarnya.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis numerik aliran udara pada *coal pile*:

1. Pemodelan matematika aliran udara pada *coal pile* ini bisa dikembangkan lagi dalam melakukan penelitian dengan menggunakan fluida lainnya.
2. Pemodelan matematika aliran udara pada *coal pile* ini bisa dikembangkan lagi dengan analisis pengaruh lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Adiguna, Waskita. 2009. *Pengelolaan Penimbunan Muatan Curah Kering (studi kasus: PLTU Paiton)*.
- Arikunto, S. 1998. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Fatahillah, Arif. 2014. *Jurnal KadikmA:Analisis Numerik Profil Sedimentasi Pasir Pada Pertemuan Dua Sungai Berbantuan Software Fluent*.
- Fatahillah, Arif, Dafik, Nurohim, M. Romanza P, M. A, Susanto. 2014. *The Air Flow Analysis of Coffe Plantation Based on Crops Palnting Patern of The Triangular Grid and Shackle of Wheel Graphs by Using A Finite Volume Method*. Jember: University of Jember
- Fatahillah, Arif, Dafik, Susanto. 2014. *Jurnal KadikmA:Analisis Kecepatan Aliran Udara pada Gedung Bertingkat Karena Pengaruh Penghalang Didepannya*.
- Fatahillah, Arif, Gangga. 2015. *Jurnal Al-khwarizmi:Analisis Kecepatan Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair pada Air Tanah*.
- Fatahillah, Arif, Setiawani, S, Aprianto, D.,D. 2014. *Jurnal KadikmA:Analisis Aliran Udara pada Jembatan Suramadu dengan Menggunakan Metode Volume Hingga*.
- Jack. 2006. *Metode Numerik*. Lampung: UNILA.
- Maryuningsih, Yuyun. 2015. *Analisis Dampak Industri Stockpile Batubara Terhadap Lingkungan dan Tingkat Kesehatan Masyarakat Desa Pesisir Rawau-rip Kec. Pangenan Kab. Cirebon*.
- Mansjur, Surya, dkk. 2000. *Mengenal Bahan Pustaka dan Cara Mnkelolanya*. Bogor: Badan Penelitian dan Pengembangan Pertanian
- Nazir, M. 1988. *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Niam, A. G. 2011. *Simulasi Distribusi Suhu dan Pola Pergerakan Udara pada Rumah Tanaman Tipe standard Peak Berventilasi Mekanis Menggunakan*

- CFD (Computation Fluid Dynamics).* Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Nugraha, Setya. B. 2010. *Analisis Pengaruh Variasi Sudut Mixing Chamber Inlet Terhadap Entrainment Ratio pada Steam Ejector dengan Menggunakan CFD.*
- Rama, Puja. K. K, dkk. 2015. *Manajemen Stockpile Batubara di CV Putra-Parayangan Mandiri Kecamatan Satui Kabupaten Tanah Bambu Provinsi Kalimantan Selatan.*
- Romanza, P. 2014. *Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Pola Tanam Graf Prisma dan Tingkat Kemiringan Batang Menggunakan Metode Volume Hingga.*
- Siang, J. J. 2004. *Jaringan Syarat Tiruan dan Pemrogramannya menggunakan MATLAB.* Yogyakarta: ANDI
- Lembaga Penelitian dan Pengabdian pada Masyarakat (LP2M). 2014. *Standar Penulisan Bahan Ajar Pendidikan Tinggi.* Stekom Semarang.
- Streeter, V. L & Wylic, E. B. 1985. *Mekanika Fluida.*
- Sudjana. 1989. *Penelitian dan Penelaian Pendidikan.* Bandung: Bandung Sinar Baru.
- Suseno, Triswan, dkk. 2009. *Analisis Stok Batubara dalam Rangka Menjamin Kebutuhan Energi Nasional.*
- Tuakia, Firman. 2008. *Dasar-Dasar CFD Menggunakan FLUENT.* Bandung: Informatika
- Versteg, H. K. & Malalasekera. W. 1995. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Methode.* Loughborough: Longman Scientific & Technical.
- White, F. M. 1986. *Mekanika Fluida.* (Edisi Kedua Jilid I) Jakarta: Erlangga
- Widowati dan Sutimin. 2007. *Pemodelan Matematika.* Semarang: Universitas Diponegoro.

Zhang, Jian, dkk. 2015. *Transient CFD Modelling of Low-Temperature Spontaneous Heating Behaviour in Multiple Coal Stockpiles with Wind Forced Convection.*



LAMPIRAN A. FORMAT *PROGRAMMING MATLAB*

A.1 Format *Programming* Simulasi Aliran Udara pada *Coal Pile*

Berdasarkan Kecepatan Angin Menggunakan Metode Gauss Seidel

```

clear all; clc;
disp('-----');
disp(' By : Devi Yuliyanti      ');
disp(' 130210101009      ');
disp(' SIMULASI ALIRAN UDARA PADA COAL PILE      ');
disp(' Menggunakan Metode Gauss Seidell      ');
disp('-----');

%TAHAP INPUT
m=50; n=1;
UR1=2;           %kecepatan angin minimal arah sumbu x
UR2=3;           %kecepatan angin maksimal arah sumbu x
dUR=(UR2-UR1)/2; %interval kecepatan angin
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=46.2;
xall_plot=[];
tol=0.01;        %toleransi
N=100;           %batas maksimum iterasi
%for i=1:m
%    for s=1:1
%        X0(i,s)=input(['tebakan awal X(',num2str(i),':'
%                      ,num2str(s),')=']);
%    end
%end
%TAHAP INISIALISASI
rho=0.5;          %massa jenis (kg*m^-3)
deltt=2;
deltx=0.39;
delty=0.09;
miu=0.55;         %kekentalan zat (kg/ms)
g=9.8;            %gravitasi m/s^2
VR=0.7;           %kecepatan arah sumbu y (m/s)
epsilon=0.999;    %porositas
h=0.2;             %koefisien perpindahan panas (W/m^2*C)
d=1;               %diameter (m)
HR=10;             %tinggi acuan (m)
C=0.9;             %konsentrasi gas (kmol/m^3)

```

```

Tg=35; %temperatur gas (C)
H=7; %tinggi coal pile(m)
lamdc=0.89; %konduktivitas batubara (W/m*C)
P=10; %tekanan (Pa)
Xall_plot=[];
for UR=UR1:dUR:UR2;
u=UR*(H(1/7)/(HR)^(1/7));
v=VR*(H(1/7)/(HR)^(1/7));
k=((epsilon^3)*(d^3))/(150*(1-epsilon)^2);
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN Matriks
A=[((-1/8)*((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))+((1/8)*(rho*u*delty*deltt))];
B=[((7/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))-((7/8)*(rho*u*delty*deltt))];
M=[((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*
deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))+(3/8)*(rho*v*deltx*
deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*
*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*
*deltt/(d*epsilon)))]];
D=[((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*
deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))]];
E=[((-1/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))+((1/8)*(rho*v*deltx*deltt))];
F=[((-7/8)*(rho*v*deltx*deltt))+((7/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*
*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))]];
G=[((3/8)*(rho*v*deltx*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*
*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*

```

```

*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))))];
T=[-P*delty*deltt-P*deltx*deltt+rho*g*delty*deltt+rho*g*deltx*deltt
+((2*miu*v+miu*u)/delty)*deltx*deltt+((2*miu*u+miu*v)/deltx)*delty
*deltt+(miu*u+miu*v*deltt*-((1-epsilon*miu/k)*(u+v))*deltx*delty*
deltt-((6*h*(1-epsilon)*Tg*(deltx^2)*(delty^2)*deltt/(d*epsilon))
/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/
deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*
deltx*delty*deltt/(d*epsilon))))];
K=zeros(m*n:m*n);

%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=M;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=T;

%PENGERJAAN MATRIKS
R1=X0;
w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:w
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
X1(i)=S/K(i,i);
end

```

```
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
R1=[R1,X0];
if(error<tol)|(reller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
R1;
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end

%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:,1:m*n),Xall_plot(:,:,1:m*n),'rd',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain')
ylabel('temperatur(C)')
title('simulasi aliran udara pada coal pile')
legend(strcat('kecepatan
angin=',num2str((UR1:dUR:UR2)),'m/s'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

**A.2 Format *Programming* Simulasi Aliran Udara pada *Coal Pile*
Berdasarkan Ukuran Tinggi Menggunakan Metode Gauss Seidell**

```

clear all; clc;
disp('-----');
disp(' By : Devi Yuliyanti      ');
disp(' 130210101009      ');
disp(' SIMULASI ALIRAN UDARA PADA COAL PILE      ');
disp(' Menggunakan Metode Gauss Seidell      ');
disp('-----');

%TAHAP INPUT
m=50; n=1;
w=10;
H1=5;           %kecepatan angin minimal arah sumbu x
H2=9;           %kecepatan angin maksimal arah sumbu x
dH=(H2-H1)/2;    %interval kecepatan
xall_plot=[];
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=50;
tol=0.01;
N=100;          %iterasi maksimal

%TAHAP INISIALISASI
rho=0.5;         %massa jenis (kg*m^-3)
deltt=2;
deltx=0.39;
delty=0.09;
miu=0.52;        %kekentalan zat (kg/ms)
g=9.8;           %gravitasi m/s^2
UR=3;            %kecepatan arah sumbu x (m/s)
VR=0.7;           %kecepatan arah sumbu y (m/s)
epsilon=0.999;    %porositas
h=0.2;            %koefisien perpindahan panas (W/m^2*C)
d=1;              %diameter (m)
HR=10;            %tinggi acuan (m)
C=0.9;            %konsentrasi gas (kmol/m^3)
Tg=35;            %temperatur gas (C)
lamdc=0.89;       %konduktivitas batubara (W/m*C)
P=10;             %tekanan (Pa)

Xall_plot=[];
for H=H1:dH:H2;
u=UR*(H(1/7)/(HR)^(1/7));

```

```

v=VR*(H(1/7)/(HR)^(1/7));
k=((epsilon^3)*(d^3))/(150*(1-epsilon)^2);
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN Matriks
A=[((-1/8)*((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C
*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))+((1/8)*(rho*u*delty*deltt))];
B=[((7/8)*((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))-((7/8)*(rho*u*delty*deltt))];
M=[((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*
deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))+(3/8)*(rho*v*deltx*
deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)
*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty
*deltt/(d*epsilon))]];
D=[((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*
deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))]];
E=[((-1/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))+((1/8)*(rho*v*deltx*deltt))];
F=[((-7/8)*(rho*v*deltx*deltt))+((7/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty
*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))]];
G=[((3/8)*(rho*v*deltx*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty
*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))]];
T=[-P*delty*deltt-P*deltx*deltt+rho*g*delty*deltt+rho*g*deltx*deltt
+((2*mju*v+mju*u)/delty)*deltx*deltt+((2*mju*u+mju*v)/deltx)*delty
*deltt+(mju*u+mju*v*deltt*-((1-epsilon*mju/k)*(u+v))*deltx*delty*
deltt-((6*h*(1-epsilon)*Tg*(deltx^2)*(delty^2)*deltt/(d*epsilon))
/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/

```

```

deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*
deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))];
K=zeros(m*n:m*n);

%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=M;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=T;

%PENGERJAAN MATRIKS
R1=X0;
w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X1(i)=S/K(i,i);
    end
    e=abs(X1-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X1)*eps);
    X0=X1;
    R1=[R1,X0];
    if(error<tol)|(reller<tol)
        break
    end
end

```

```
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
R1;
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end

%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:,1:m*n),Xall_plot(:,:,1:m*n),'rd',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain')
ylabel('temperatur(C)')
title('simulasi aliran udara pada coal pile')
legend(strcat('tinggi= ',num2str((H1:dH:H2))), 'm'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

**A.3 Format *Programming* Simulasi Aliran Udara pada *Coal Pile*
Berdasarkan Sudut Kemiringan Menggunakan Metode Gauss Seidel**

```

clear all; clc;
disp('-----');
disp(' By : Devi Yuliyanti      ');
disp(' 130210101009      ');
disp(' SIMULASI ALIRAN UDARA PADA COAL PILE      ');
disp(' Menggunakan Metode Gauss Seidell      ');
disp('-----');

%TAHAP INPUT
m=50; n=1;
teta1=35;           %sudut kemiringan minimal
teta2=3;            %sudut kemiringan maksimum
dteta=(teta2-teta1)/2; %interval sudut kemiringan
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=43.8;
xall_plot=[];
tol=0.01;          %toleransi
N=100;             %batas maksimum iterasi
%for i=1:m
%    for s=1:1
%        X0(i,s)=input(['tebakan awal X(',num2str(i),':'
%                      ,num2str(s),')=']);
%
%    end
%end
%TAHAP INISIALISASI
rho=0.5;           %massa jenis (kg*m^-3)
deltt=1;
deltx=0.29;
delty=0.09;
miu=0.55;          %kekentalan zat (kg/ms)
g=9.8;              %gravitasi m/s^2
UR=2.5;             %kecepatan arah sumbu x (m/s)
VR=0.7;             %kecepatan arah sumbu y (m/s)
epsilon=0.999;       %porositas
h=0.2;               %koefisien perpindahan panas (W/m^2*C)
d=1;                 %diameter (m)
HR=10;               %tinggi acuan (m)
C=0.9;               %konsentrasi gas (kmol/m^3)

```

```

Tg=35; %temperatur gas (C)
H=7; %tinggi coal pile(m)
lamdc=0.89; %konduktivitas batubara (W/m*C)
P=10; %tekanan (Pa)
Xall_plot=[];
for UR=UR1:dUR:UR2;
u=UR*cos(teta*pi/180)*(H(1/7)/(HR)^(1/7));
v=VR*sin(teta*pi/180)*(H(1/7)/(HR)^(1/7));
k=((epsilon^3)*(d^3))/(150*(1-epsilon)^2);
X_all=[];
%TAHAP PENDEFINISIAN Matriks
A=[((-1/8)*((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))+((1/8)*(rho*u*delty*deltt))];
B=[((7/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))-((7/8)*(rho*u*delty*deltt))];
M=[((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*
deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))+(3/8)*(rho*v*deltx*
deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*
*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*
*deltt/(d*epsilon)))] ;
D=[((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*
deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))] ;
E=[((-1/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*
*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*
epsilon)))+((1/8)*(rho*v*deltx*deltt))];
F=[((-7/8)*(rho*v*deltx*deltt))+((7/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*
*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*
*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))] ;
G=[((3/8)*(rho*v*deltx*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*
*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*

```

```

*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))))];
T=[-P*delty*deltt-P*deltx*deltt+rho*g*delty*deltt+rho*g*deltx*deltt
+((2*miu*v+miu*u)/delty)*deltx*deltt+((2*miu*u+miu*v)/deltx)*delty
*deltt+(miu*u+miu*v*deltt*-((1-epsilon*miu/k)*(u+v))*deltx*delty*
deltt-((6*h*(1-epsilon)*Tg*(deltx^2)*(delty^2)*deltt/(d*epsilon))
/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/
deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*
deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))] ;
K=zeros(m*n:m*n);

%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=M;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=T;

%PENGERJAAN MATRIKS
R1=X0;
w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
for i=1:w
S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
X1(i)=S/K(i,i);
end

```

```
e=abs(X1-X0);
error=norm(e);
reller=error/(norm(X1)+eps);
X0=X1;
R1=[R1,X0];
if(error<tol)|(reller<tol)
break
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
R1;
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end

%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:,1:m*n),Xall_plot(:,:,1:m*n),'rd',
'MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain')
ylabel('temperatur(C)')
title('simulasi aliran udara pada coal pile')
legend(strcat('kecepatan
kemiringan= ',num2str((teta1:dteta:teta2)), 'm^o'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

LAMPIRAN B. HASIL SIMULASI ALIRAN UDARA PADA *COAL PILE* DENGAN METODE GAUSS SEIDELL

B.1 Tabel Hasil Simulasi Aliran Udara pada *Coal Pile* dengan Kecepatan Angin 2 m/s, 2.5 m/s, dan 3 m/s

Titik ke-	2m/s($^{\circ}$ C)	2.5 m/s($^{\circ}$ C)	3 m/s($^{\circ}$ C)
1	20.205	22.958	25.368
2	31.048	36.134	40.79
3	35.366	41.883	48.038
4	36.878	44.138	51.152
5	37.369	44.978	52.437
6	37.52	45.281	52.957
7	37.565	45.389	53.165
8	37.577	45.427	53.247
9	37.581	45.44	53.28
10	37.582	45.445	53.293
11	37.582	45.447	53.297
12	37.582	45.447	53.299
13	37.582	45.448	53.299
14	37.582	45.448	53.299
15	37.582	45.448	53.299
16	37.582	45.448	53.299
17	37.582	45.448	53.299
18	37.582	45.448	53.299
19	37.582	45.448	53.299
20	37.582	45.448	53.299
21	37.582	45.448	53.299
22	37.582	45.448	53.299
23	37.582	45.448	53.299
24	37.582	45.448	53.299
25	37.582	45.448	53.299
26	37.582	45.448	53.299
27	37.582	45.448	53.299
28	37.582	45.448	53.299
29	37.582	45.448	53.299
30	37.582	45.448	53.299
31	37.582	45.448	53.299
32	37.582	45.448	53.299
33	37.582	45.448	53.299
34	37.582	45.448	53.299

35	37.582	45.448	53.299
36	37.582	45.448	53.299
37	37.582	45.448	53.299
38	37.582	45.448	53.299
39	37.582	45.448	53.299
40	37.582	45.448	53.299
41	37.582	45.448	53.299
42	37.582	45.448	53.299
43	37.582	45.447	53.299
44	37.583	45.45	53.302
45	37.577	45.439	53.286
46	37.602	45.481	53.353
47	37.488	45.3	53.087
48	37.996	46.058	54.149
49	35.713	42.87	49.931
50	45.956	56.26	66.711

$$\text{error relatif} = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{46.2 - 45.956}{45.956} \right| = 0.0053094$$

dengan:

X_0 = tebakan awal;

X_i = nilai numerik

B.2 Tabel Hasil Simulasi Aliran Udara dengan Ukuran Tinggi *Coal Pile* 5 m, 7 m, dan 9 m

Titik ke-	5 m ($^{\circ}\text{C}$)	7 m($^{\circ}\text{C}$)	9 m($^{\circ}\text{C}$)
1	20.451	21.355	22.033
2	32.104	33.62	34.764
3	37.134	38.971	40.361
4	39.084	41.072	42.581
5	39.799	41.856	43.417
6	40.054	42.14	43.724
7	40.143	42.241	43.835
8	40.174	42.277	43.875
9	40.185	42.29	43.89
10	40.189	42.295	43.895
11	40.191	42.297	43.897
12	40.191	42.298	43.898
13	40.191	42.298	43.899
14	40.192	42.298	43.899
15	40.192	42.298	43.899
16	40.192	42.299	43.899
17	40.192	42.299	43.899
18	40.192	42.299	43.899
19	40.192	42.299	43.899
20	40.192	42.299	43.899
21	40.192	42.299	43.899
22	40.192	42.299	43.899
23	40.192	42.299	43.899
24	40.192	42.299	43.899
25	40.192	42.299	43.899
26	40.192	42.299	43.899
27	40.192	42.299	43.899
28	40.192	42.299	43.899
29	40.192	42.299	43.899
30	40.192	42.299	43.899
31	40.192	42.299	43.899
32	40.192	42.299	43.899
33	40.192	42.299	43.899
34	40.192	42.299	43.899
35	40.192	42.299	43.899
36	40.192	42.299	43.899
37	40.192	42.299	43.899

38	40.192	42.299	43.899
39	40.192	42.299	43.899
40	40.192	42.299	43.899
41	40.191	42.299	43.899
42	40.191	42.299	43.899
43	40.19	42.298	43.899
44	40.191	42.3	43.901
45	40.181	42.29	43.89
46	40.216	42.328	43.931
47	40.059	42.157	43.75
48	40.71	42.859	44.493
49	37.936	39.889	41.372
50	49.661	52.34	54.386

$$\text{error relatif} = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{50 - 49.661}{49.661} \right| = 0.0068262$$

dengan:

X_0 = tebakan awal;

X_i = nilai numerik

B.3 Tabel Hasil Simulasi Aliran Udara dengan Sudut Kemiringan *Coal Pile* 35° , 45° , dan 55°

Titik ke-	$35^\circ(^oC)$	$45^\circ(^oC)$	$55^\circ(^oC)$
1	20.193	22.303	23.668
2	30.467	33.405	35.206
3	34.271	37.391	39.23
4	35.482	38.608	40.411
5	35.829	38.938	40.714
6	35.921	39.018	40.783
7	35.943	39.035	40.795
8	35.948	39.038	40.797
9	35.949	39.038	40.797
10	35.949	39.038	40.797
11	35.949	39.038	40.796
12	35.949	39.038	40.796
13	35.949	39.038	40.796
14	35.949	39.038	40.796
15	35.949	39.038	40.796
16	35.949	39.038	40.796
17	35.949	39.038	40.796
18	35.949	39.038	40.796
19	35.949	39.038	40.796
20	35.949	39.038	40.796
21	35.949	39.038	40.796
22	35.949	39.038	40.796
23	35.949	39.038	40.796
24	35.949	39.038	40.796
25	35.949	39.038	40.796
26	35.949	39.038	40.796
27	35.949	39.038	40.796
28	35.949	39.038	40.796
29	35.949	39.038	40.796
30	35.949	39.038	40.796
31	35.949	39.038	40.796
32	35.949	39.038	40.796
33	35.949	39.038	40.796
34	35.949	39.038	40.796
35	35.949	39.038	40.796
36	35.949	39.038	40.796
37	35.949	39.038	40.796

38	35.949	39.038	40.796
39	35.949	39.038	40.796
40	35.949	39.038	40.796
41	35.949	39.038	40.796
42	35.949	39.038	40.796
43	35.949	39.038	40.796
44	35.949	39.039	40.797
45	35.943	39.035	40.794
46	35.96	39.055	40.81
47	35.871	38.971	40.724
48	36.281	39.395	41.129
49	34.329	37.374	39.103
50	43.542	47.15	49.057

$$\text{error relatif} = \left| \frac{X_0 - X_i}{X_i} \right| = \left| \frac{43.8 - 43.542}{43.542} \right| = 0.005925$$

dengan:

X_0 = tebakan awal;

X_i = nilai numerik

LAMPIRAN C. MONOGRAF



MONOGRAF PEMODELAN MATEMATIKA

**Analisis numerik aliran udara pada *coal pile*
menggunakan metode volume hingga**

Devi Yuliyanti



Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER

Monograf PEMODELAN MATEMATIKA

**Analisis Numerik Aliran Udara pada *Coal Pile*
Menggunakan Metode Volume Hingga**

Devi Yuliyanti

Prof.Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si

Author

©Maret, 2017, Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT. Atas limpahan rahmat, tauhid serta hidayahnya sehingga penyusun dapat menyelesaikan monograf pemodelan matematika ini. Monograf ini berisikan tentang informasi bagaimana proses pemodelan matematika yang lebih khususnya memahami analisis numerik aliran udara pada *coal pile*. Pada monograf ini akan disajikan bagaimana simulasi aliran udara pada *coal pile* yang dipengaruhi oleh kecepatan angin dan ukuran tinggi.

Penulis menyadari bahwa monograf ini masih jauh dari kata sempurna, oleh karena itu kritik dan saran dari semua pihak yang berisi membangun selalu penulis harapkan demi kesempurnaan monograf ini. Penulis berharap semoga monograf ini dapat memberikan manfaat bagi pembacanya dan dapat dipergunakan dengan sebaiknya.

Jember, Maret 2017

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	v
DAFTAR LAMBANG	vii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
BAB 2 KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA	2
2.1 Batubara	2
2.2 Manajemen Penimbunan Batubara(<i>Coal Pile Management</i>).....	2
2.3 Persaman Momentum	4
2.4 Persamaan Energi	8
2.4 Diskritisasi	11
2.4.1 Diskritisasi Menggunakan Metode QUICK	11
2.4.2 Skema Diskritisasi	15
BAB 3 KOMPUTASI MATLAB	16
BAB 4 SIMULASI FLUENT	30
DAFTAR PUSTAKA	37
GLOSARIUM.....	38

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Batubara	2
Gambar 2.2 Kondisi <i>Stockpile</i> Batubara	2
Gambar 2.3 Desain <i>Coal Pile</i>	2
Gambar 2.4 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum	3
Gambar 2.5 Bagan Volume Kendali Persamaan Energi	6
Gambar 2.6 Skema Diskritisasi <i>Coal Pile</i> Batubara	12
Gambar 2.7 Tampilan <i>Comand Window</i>	21
Gambar 2.8 Grafik Pengaruh Kecepatan Angin Terhadap Suhu pada <i>Coal Pile</i> ...	22
Gambar 2.9 Grafik Pengaruh Ukuran Tinggi Terhadap Suhu pada <i>Coal Pile</i>	29
Gambar 2.10 Desain <i>Coal Pile</i> dengan GAMBIT	30
Gambar 2.11 Desain <i>Coal Pile</i> Setelah di <i>Mesh</i>	31
Gambar 2.12 Simulasi Kecepatan Angin 2 m/s terhadap Suhu di Sekitar <i>Coal Pile</i>	33
Gambar 2.13 Simulasi Kecepatan Angin 2.5 m/s terhadap Suhu di Sekitar <i>Coal Pile</i>	33
Gambar 2.14 Simulasi Kecepatan Angin 3 m/s terhadap Suhu di Sekitar <i>Coal Pile</i>	34
Gambar 2.15 Simulasi Kecepatan Angin 2 m/s terhadap Suhu di <i>Coal Pile</i>	34
Gambar 2.16 Simulasi Kecepatan Angin 2.5 m/s terhadap Suhu di <i>Coal Pile</i>	35

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.17 Simulasi Kecepatan Angin 3 m/s terhadap Suhu di *Coal Pile* 35

Gambar 2.18 Simulasi dengan Ukuran Tinggi ($a = 5 \text{ m}$, $b = 7 \text{ m}$, dan $c = 9 \text{ m}$) 36

DAFTAR LAMBANG

- P = tekanan
 μ = viskositas
 g = gravitasi
 x = sumbu x
 y = sumbu y
 t = waktu
 F = gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali
 ρ = massa jenis
 τ = tegangan
 $\frac{\partial}{\partial x}$ = derivatif terhadap x
 $\frac{\partial}{\partial y}$ = derivatif terhadap y
 $\frac{\partial}{\partial t}$ = derivatif terhadap t
 ϕ_0 = kecepatan awal
 ϕ_e = kecepatan permukaan *east* atau timur
 ϕ_w = kecepatan permukaan *west* barat
 ϕ_n = kecepatan permukaan *north* atau utara
 ϕ_s = kecepatan permukaan *south* atau selatan
 i = komponen vektor pada sumbu x
 j = komponen vektor pada sumbu y
 k = komponen vektor pada sumbu z
 U_R = kecepatan arah sumbu x
 V_R = kecepatan arah sumbu y
 T_g = temperatur gas

DAFTAR LAMBANG

ε = porositas

H_R = tinggi acuan

H = tinggi *coal pile*

g_1 = gaya permukaan 1

g_2 = gaya permukaan 2

d = diameter

h = perpindahan panas

C = konsentrasi gas

λ_c = konduktivitas termal

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

1.

PENDAHULUAN

Pemodelan matematika (*Mathematical Modelling*) merupakan salah satu tahapan dalam penerapan matematika. Pemodelan matematika merupakan proses pemahaman membangun suatu model matematika untuk menggambarkan dinamika suatu sistem. Representasi unsur-unsur pokok dari suatu sistem yang sedang dibangun disajikan dalam bentuk yang dapat dipakai untuk menjelaskan keadaan sistem tersebut. Dalam kehidupan sehari-hari terdapat banyak masalah kontekstual yang membutuhkan model matematika salah satunya dalam bidang pertambangan khususnya pada manajemen penimunan batubara.

Aliran fluida, seperti halnya zat cair dan zat gas merupakan zat yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya seperti air, asap pembuangan barik dan sebagainya. Untuk mempermudah dalam menganalisa aliran fluida, maka dikembangkan *Computational Fluid Dynamics* (CFD) yang merupakan salah satu pemanfaatan teknologi komputer untuk memprediksi secara kuantitas apa yang terjadi saat suatu fluida mengalir sehingga prediksi aliran fluida pada berbagai sistem dapat dilakukan dengan biaya murah dan relative mudah dibandingkan dengan menggunakan metode eksperimen. Dalam monografi ini disajikan model matematika aliran udara pada *coal pile*. Setelah mendapatkan model matematika, akan dilakukan suatu simulasi menggunakan *software FLUENT* untuk mengetahui pengaruh kecepatan angin dan ukuran tinggi terhadap suhu di *coal pile*.

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

2.

Konstruksi model matematika

2.1 Batubara

Batubara merupakan bahan tambang non logam yang sifatnya seperti arang kayu, tetapi panas yang dihasilkan lebih besar. Batubara adalah fosil dari tumbuh-tumbuhan yang mengalami perubahan kimia akibat tekanan dan suhu yang tinggi dalam kurun waktu lama.



Gambar 2.1 Batubara

2.2 Manajemen Penimbunan Batubara (*Coal Pile Management*)

Manajemen penimbunan dimaksudkan untuk mengurangi kerugian yang mungkin muncul dari proses *handling* (penanganan batubara di *stockpile*). *Stockpile* berfungsi sebagai tempat penimbunan sementara sebelum batubara diangkut dan didistribusikan kepada konsumen. Selain itu, *stockpile* berfungsi sebagai tempat pencampuran dan pembagian menurut jenis batubara agar sesuai dengan permintaan konsumen.

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

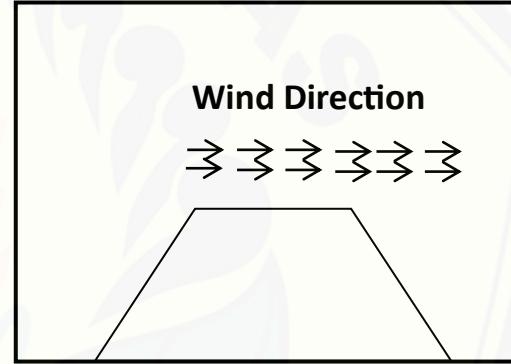
**BAB
2.**

Konstruksi model matematika

Berikut Gambar kondisi *stockpile* dan Gambar desain *Coal pile*



Gambar 2.2 Kondisi *Stockpile*



Gambar 2.3 Desain *Coal Pile*

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

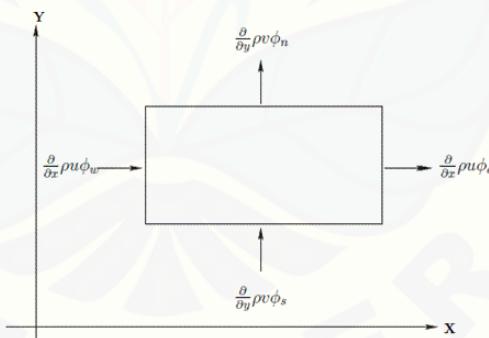
2.

Konstruksi model matematika

2.3 Persamaan Momentum

Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekalan momentum yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran (White,1986:202). Jika ditinjau dari sumbu x dan sumbu y maka akan bekerja momentum masuk dan momentum keluar sesuai dengan volume kendali dua dimensi yang dapat dimodelkan sesuai dengan gambar diagram alir momentum seperti berikut:

$$\frac{d}{dt}(\text{momentum}) + [\text{fluks momentum keluar} - \text{fluks momentum masuk}] = \text{force} \quad (1)$$



Gambar 2.4 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum

Fluks momentum terjadi di keempat sisi, yaitu dua fluks masuk dan dua fluks keluar, seperti Gambar 2.4.

- ♦ Fluks momentum yang masuk (input)

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

2.

Konstruksi model matematika

$$\frac{\partial(\rho u \phi_w)}{\partial x}, \frac{\partial(\rho v \phi_s)}{\partial y} \quad (2)$$

- Fluks momentum yang keluar (*output*)

$$\frac{\partial(\rho u \phi_e)}{\partial x}, \frac{\partial(\rho v \phi_n)}{\partial y} \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan Gambar 2.4 maka persamaan konservasi momentum sebagai beriku:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \phi_e)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho u \phi_w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi_n)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v \phi_s)}{\partial y} = F \quad (4)$$

Force (F) merupakan gaya. Gaya-gaya yang bekerja adalah gaya tekanan (*p*), kekentalan zat, gravitasi (*g*), dan massa jenis, maka persamaan (4) menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \phi_e)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho u \phi_w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi_n)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v \phi_s)}{\partial y} &= -\nabla P + \rho g i + \nabla \tau_{ij} \\ &\quad - \varepsilon \frac{\mu}{k} (U + V) \end{aligned} \quad (5)$$

Dimana:

$$\nabla P = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}, g_1 = \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y}, \nabla \tau_{ij} = \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx} + \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yy} + \tau_{yx})$$

$$U = U_R \left(\frac{H}{H_R} \right)^{\frac{1}{7}}, V = V_R \left(\frac{H}{H_R} \right)^{\frac{1}{7}}, k = \frac{\varepsilon^3 d^2}{150(1-\varepsilon)^2}$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right), \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right), \tau_{yy} = 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (6)$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

Dengan mensubstitusikan Persamaan 6 ke Persamaan 5 maka diperoleh persamaan momentum seperti pada Persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho U_R H^{\frac{1}{7}} \phi_e}{\partial x H_R^{\frac{1}{7}}} - \frac{\partial \rho U_R H^{\frac{1}{7}} \phi_w}{\partial x H_R^{\frac{1}{7}}} \right] + \left[\frac{\partial \rho V_R H^{\frac{1}{7}} \phi_n}{\partial y H_R^{\frac{1}{7}}} - \frac{\partial \rho V_R H^{\frac{1}{7}} \phi_s}{\partial y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] &= -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} + \\
 \rho \left[\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right] + \mu \left[\frac{2\partial^2 U_R H^{\frac{1}{7}} + \partial^2 V_R H^{\frac{1}{7}}}{\partial x^2 H_R^{\frac{1}{7}}} \right] + \mu \left[\frac{2\partial^2 V_R H^{\frac{1}{7}} + \partial^2 U_R H^{\frac{1}{7}}}{\partial y^2 H_R^{\frac{1}{7}}} \right] + \mu \left[\frac{\partial^2 U_R H^{\frac{1}{7}} + \partial^2 V_R H^{\frac{1}{7}}}{\partial x \partial y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \\
 -\mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}}(1-\varepsilon)^2 + 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}}(1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] & \tag{7}
 \end{aligned}$$

Persamaan 7 mengandung variabel bebas x , y , dan t sehingga untuk menyelesaiakannya harus diintegralkan sebanyak tiga kali yaitu terhadap x , terhadap y , dan terhadap t maka diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_R H^{\frac{1}{7}} \phi_e}{\partial x H_R^{\frac{1}{7}}} - \frac{\partial \rho U_R H^{\frac{1}{7}} \phi_w}{\partial x H_R^{\frac{1}{7}}} + \frac{\partial \rho V_R H^{\frac{1}{7}} \phi_n}{\partial y H_R^{\frac{1}{7}}} - \frac{\partial \rho V_R H^{\frac{1}{7}} \phi_s}{\partial y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] dx dy dt = \\
 \int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho \left[\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right] + \mu \left[\frac{2\partial^2 U_R H^{\frac{1}{7}} + \partial^2 V_R H^{\frac{1}{7}}}{\partial x^2 H_R^{\frac{1}{7}}} \right] + \right. \\
 \mu \left[\frac{2\partial^2 V_R H^{\frac{1}{7}} + \partial^2 U_R H^{\frac{1}{7}}}{\partial y^2 H_R^{\frac{1}{7}}} \right] + \mu \left[\frac{\partial^2 U_R H^{\frac{1}{7}} + \partial^2 V_R H^{\frac{1}{7}}}{\partial x \partial y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] - \\
 \left. \mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}}(1-\varepsilon)^2 + 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}}(1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] \right] dx dy dt \tag{8}
 \end{aligned}$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

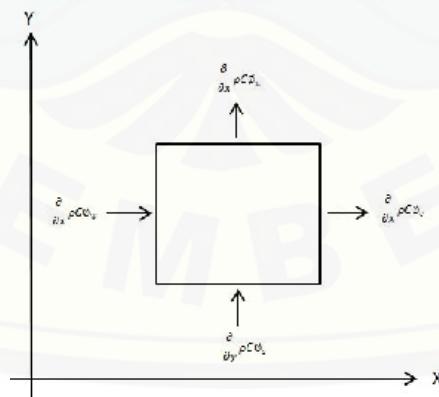
Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 & \rho\phi_0\Delta x\Delta y + \left[\frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}\phi_e - \rho U_R H^{\frac{1}{7}}\phi_w}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta y\Delta t + \left[\frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}\phi_n - \rho V_R H^{\frac{1}{7}}\phi_s}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta x\Delta t = -P\Delta y\Delta t - P\Delta x\Delta t + \\
 & \rho g\Delta y\Delta t + \rho g\Delta x\Delta t + \left[\frac{2\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta x H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta y\Delta t + \left[\frac{2\mu V_R H^{\frac{1}{7}} + \mu U_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta x\Delta t + \\
 & \left[\frac{\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta t - \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}}(1-\varepsilon)^2 + 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}}(1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}}\varepsilon^2 d^2} \right] \Delta x\Delta y\Delta t
 \end{aligned} \tag{9}$$

2.4 Persamaan Energi

Objek yang diamati tergolong tidak teratur (udara), sehingga persamaan energi yang dibentuk merupakan persamaan energi untuk aliran turbulen.

$$(1 - \varepsilon) \frac{d}{dt}(\text{energi}) + [\text{fluks energi keluar} - \text{fluks energi masuk}] = \text{Source} \tag{10}$$



Gambar 2.5 Bagan Volume Kendali Persamaan Energi

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

2.

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

- Fluks energi yang masuk (input)

$$\frac{\partial(\rho C \phi_w)}{\partial x}, \frac{\partial(\rho C \phi_s)}{\partial y} \quad (11)$$

- F luks energi yang keluar (*output*)

$$\frac{\partial(\rho C \phi_e)}{\partial x}, \frac{\partial(\rho C \phi_n)}{\partial y} \quad (12)$$

Berdasarkan persamaan (10) dan Gambar 2.5 maka persamaan energi aliran udara pada *coal pile* sebagai berikut:

$$(1 - \varepsilon)\rho C \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho C \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \rho C \phi_w}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial \rho C \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \rho C \phi_s}{\partial y} \right] = S \quad (13)$$

Dimana:

$$S = (1 - \varepsilon)\lambda_c \left[\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} \right] + \frac{6(1-\varepsilon)h(T_g - \phi_0)}{d\varepsilon} \quad (14)$$

Dengan menstibstitusikan Persamaan (14) ke Persamaan (13) maka diperoleh Persamaan energi sebagai berikut:

$$(1 - \varepsilon)\rho C \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho C \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \rho C \phi_w}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial \rho C \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \rho C \phi_s}{\partial y} \right] = (1 - \varepsilon)\lambda_c \left[\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} \right] + \frac{6(1-\varepsilon)h(T_g - \phi_0)}{d\varepsilon} \quad (15)$$

Untuk menyelesaikan Persamaan energi aliran udara pada *coal pile*, cara yang digunakan sama dengan penyelesaian pada persamaan momentum yaitu Persamaan (15) diintegralkan terhadap *x*, terhadap *y* dan terhadap *t*.

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[(1-\varepsilon) \rho C \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho C \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \rho C \phi_w}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial \rho C \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \rho C \phi_s}{\partial y} \right] \right] dx dy dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[(1-\varepsilon) \lambda_c \left[\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} \right] + \frac{6(1-\varepsilon)h(T_g - \phi_0)}{d\varepsilon} \right] dx dy dt \end{aligned} \quad (16)$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} (1-\varepsilon) \rho C \phi_0 \Delta x \Delta y + [\rho C \phi_e - \rho C \phi_w] \Delta y \Delta t + [\rho C \phi_n - \rho C \phi_s] \Delta x \Delta t &= \frac{\lambda_c (1-\varepsilon) \phi_0}{\Delta x} \Delta y \Delta t + \\ \frac{\lambda_c (1-\varepsilon) \phi_0}{\Delta y} \Delta x \Delta t + \frac{6h(1-\varepsilon)(T_g - \phi_0)}{dx} \Delta x \Delta y \Delta t & \end{aligned} \quad (17)$$

Persamaan 17 dapat disederhanakan menjadi:

$$\phi_0 = \frac{[\rho C \phi_e - \rho C \phi_w] \Delta y \Delta t + [\rho C \phi_n - \rho C \phi_s] \Delta x \Delta t + \frac{6h(1-\varepsilon)(T_g)}{dx} \Delta x \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{\lambda_c (1-\varepsilon) \phi_0}{\Delta x} \Delta y \Delta t - \frac{\lambda_c (1-\varepsilon) \phi_0}{\Delta y} \Delta x \Delta t - \frac{6h(1-\varepsilon)}{dx} \Delta x \Delta y \Delta t} \quad (18)$$

Substitusi Persamaan 18 ke Persamaan 9, sehingga diperoleh persamaan seperti pada Persamaan 19.

$$\begin{aligned} \phi_e &= \left[\frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] + \\ \phi_w &= \left[\frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} - \frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t \right] + \\ \phi_n &= \left[\frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] + \end{aligned}$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

2.

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

$$\begin{aligned}
 \phi_s & \left[\frac{\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} - \frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t \right] = \\
 & - P \Delta y \Delta t - P \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + \left(\frac{2\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta x H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta y \Delta t + \\
 & \left(\frac{2\mu V_R H^{\frac{1}{7}} + \mu U_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta y H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta x \Delta t + \left(\frac{\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right) \Delta t - \\
 & \mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2 - 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta t - \\
 & \left[\frac{\frac{6h(1-\varepsilon) T_g \Delta x^2 \Delta y^2 \Delta t}{d\varepsilon}}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] \quad (19)
 \end{aligned}$$

2.5 Diskritisasi

2.5.1 Diskritisasi Menggunakan Metode QUICK

Dengan menggunakan diskritisasi teknik QUICK diperoleh nilai pada bidang menjadi pada titik sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \phi_w(i, j) &= -\frac{1}{8} \phi(i-2, j) + \frac{3}{4} \phi(i-1, j) + \frac{3}{8} \phi(i, j) \\
 \phi_s(i, j) &= -\frac{1}{8} \phi(i, j-2) + \frac{3}{4} \phi(i, j-1) + \frac{3}{8} \phi(i, j) \\
 \phi_e(i, j) &= -\frac{1}{8} \phi(i-1, j) + \frac{3}{4} \phi(i, j) + \frac{3}{8} \phi(i+1, j) \\
 \phi_n(i, j) &= -\frac{1}{8} \phi(i, j-1) + \frac{3}{4} \phi(i-1, j) + \frac{3}{8} \phi(i, j+1) \quad (20)
 \end{aligned}$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

Substitusi Persamaan 20 ke Persamaan 19, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\emptyset(i-2,j) &= \left[-\frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} + \frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t \right] + \\ \emptyset(i-1,j) &= \left[-\frac{7\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t + \frac{7\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right] + \\ \emptyset(i,j) &= \left[\frac{3\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t + \frac{3\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t \right] - \\ &\quad \left[\frac{3\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right] \\ &\quad \left[-\frac{3\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right] + \\ \emptyset(i+1,j) &= \left[-\frac{3\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} + \frac{3\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t \right] + \\ \emptyset(i,j-2) &= \left[\frac{\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right]\end{aligned}$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

$$\begin{aligned}
 \phi(i, j - 1) &= \left[\frac{7\rho V H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t - \frac{7\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon)\Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right] = \\
 \phi(i, j + 1) &= \left[\frac{3\rho V H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t - \frac{3\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon)\Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right] = \\
 &- P \Delta y \Delta t - P \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + \left[\frac{2\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta x H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta y \Delta t + \left[\frac{2\mu V_R H^{\frac{1}{7}} + \mu U_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta x \Delta t \\
 &+ \left[\frac{\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta t - \mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2 + 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta t \\
 &- \left[\frac{\frac{6h(1-\varepsilon)Tg \Delta x^2 \Delta y^2 \Delta t}{d\varepsilon}}{(1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon)\Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right] \tag{21}
 \end{aligned}$$

Untuk memudahkan dalam penulisan matriks maka Persamaan 21 dapat dimisalkan menjadi:

$$\begin{aligned}
 A &= \left[\frac{\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon)\Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} \right] \\
 B &= \left[\frac{7\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon)\rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon)\lambda_c C \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon)\Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} - \frac{7\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t \right] + \\
 C &= \left[\frac{3\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t + \frac{3\rho V_R H^{\frac{1}{7}}}{8H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t \right] -
 \end{aligned}$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

$$D = \left[-\frac{\frac{3\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)}} - \frac{\frac{3\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)}} - \frac{-\frac{3\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} + \frac{3\rho U_R H^{\frac{1}{7}}}{8 H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta y \Delta t}{3\rho V H^{\frac{1}{7}} \Delta x \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)}} \right]$$

$$E = \left[\frac{\rho V H^{\frac{1}{7}} \Delta x \Delta t - \frac{\rho^2 C \Delta x \Delta y^2 \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)}} \right]$$

$$F = \left[\frac{7\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)} - \frac{7\rho V H^{\frac{1}{7}}}{8 H_R^{\frac{1}{7}}} \Delta x \Delta t \right]$$

$$G = \left[\frac{3\rho V H^{\frac{1}{7}} \Delta x \Delta t - \frac{3\rho^2 C \Delta x^2 \Delta y \Delta t}{8 \left((1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon} \right)}} \right]$$

$$H = -P \Delta y \Delta t - P \Delta x \Delta t + \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t + \left[\frac{2\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta x H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta y \Delta t + \left[\frac{2\mu V_R H^{\frac{1}{7}} + \mu U_R H^{\frac{1}{7}}}{\Delta y H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta x \Delta t + \left[\frac{\mu U_R H^{\frac{1}{7}} + \mu V_R H^{\frac{1}{7}}}{H_R^{\frac{1}{7}}} \right] \Delta t - \mu \left[\frac{150\varepsilon U_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2 + 150\varepsilon V_R H^{\frac{1}{7}} (1-\varepsilon)^2}{H_R^{\frac{1}{7}} \varepsilon^2 d^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta t - \left[\frac{\frac{6h(1-\varepsilon) T_g \Delta x^2 \Delta y^2 \Delta t}{d\varepsilon}}{(1-\varepsilon) \rho C \Delta x \Delta y - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta y \Delta t}{\Delta x} - \frac{(1-\varepsilon) \lambda_c \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{6h(1-\varepsilon) \Delta x \Delta y \Delta t}{d\varepsilon}} \right]$$

MONOGRAF

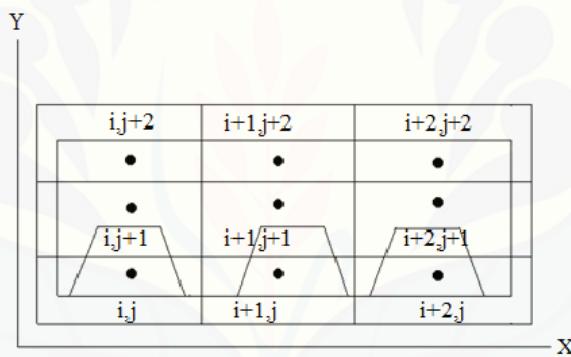
PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
2.**

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

2.4.2 Skema Diskritisasi

Sehubungan dengan penentuan matriks dari penyelesaian matematika yang telah dibuat sebelumnya, langkah selanjutnya dibuat skema dari objek yang akan diteliti dimana benda tersebut akan dibagi menjadi beberapa bagian dengan meletakkan node pada masing-masing bagian.



Gambar 2.6 Skema Diskritisasi pada Coal Pile

Berdasarkan Gambar 2.6 maka didapatkan matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} C & D & 0 & G & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B & C & D & 0 & G & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A & B & C & 0 & 0 & G & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ F & 0 & 0 & C & D & 0 & G & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & F & 0 & B & C & D & 0 & G & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & F & A & B & C & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ E & 0 & 0 & F & 0 & 0 & C & D & \cdots & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 & F & 0 & B & C & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 & F & A & B & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \\ \phi_8 \\ \phi_9 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ H_7 \\ H_8 \\ H_9 \\ \vdots \\ H \end{bmatrix}$$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

- Setelah mendapatkan persamaan akhir (Persamaan 21), maka selanjutnya program dieksekusi dengan mensubstitusikan nilai-nilai dari koefisien yang diketahui, dalam proses ini dibuat dua program matlab, yaitu program matlab pertama digunakan untuk mengetahui pengaruh kecepatan angin terhadap peningkatan suhu pada *coal pile* dan program matlab kedua digunakan untuk mengetahui pengaruh ukuran tinggi terhadap peningkatan suhu pada *coal pile*. Adapun program matlab yang dijalankan:

- Simulasi program MATLAB berdasarkan pengaruh kecepatan angin

```
clear all;
clc;
disp('-----');
disp('          By : Devi Yuliyanti      ');
disp('          130210101009      ');
disp('      SIMULASI ALIRAN UDARA PADA COAL PILE      ');
disp('      Menggunakan Metode Gauss Seidell      ');
disp('-----');

% TAHAP INPUT
m=input('masukkan diskritisasi sumbu x = ');
n=input('masukkan diskritisasi sumbu y= ');

% TAHAP INPUT
m=50; n=1;
w=10;
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
U_r1=2;           %kecepatan angin minimal arah sumbu x
U_r2=3;           %kecepatan angin minimal arah sumbu y
dU_r=(U_r2-U_r1)/2; %interval kecepatan
xall_plot=[];
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=61.75;
tol=0.01;
%TAHAP INISIALISASI
rho=0.5;          %massa jenis (kg*m^-3)
deltt=2;
deltx=0.39;
delty=0.099;
miu=0.75;         %kekentalan zat (kg/ms)
g=9.8;            %gravitasi m/s^2
UR=2.5;
VR=0.4;           %kecepatan arah sumbu y (m/s)
epsilon=0.999;    %porositas
h=0.091;          %koefisien perpindahan panas (W/m^2*^oC)
d=1;               %diameter (m)
HR=10;             %tinggi acuan (m)
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
C=0.9; %konsentrasi gas (kmol/m^3)
Tg=100; %temperatur gas (^oC)
lamdc=0.89; %konduktivitas batubara (W/m^*^oC)
P=10; %tekanan (Pa)
Xall_plot=[];
N=100; %iterasi maksimal
for U_r=U_r1:dU_r:U_r2; % kecepatan angin
    u=UR*(H^(1/7)/(HR)^(1/7));
    v=VR*(H^(1/7)/(HR)^(1/7));
    k=((epsilon^3)*(d^3))/(150*(1-epsilon)^2);
    X_all=[];

```

%TAHAP PENDEFINISIAN MATRIKS

```
A = [(((1/8)*((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*  
    delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*  
    deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))+((1/8)*  
    (rho*u*delty*deltt))];
```

```
B = [(7/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*  
    delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*  
    deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))-((7/8)*  
    (rho*u*delty*deltt))];
```

```
M = [((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/  
    ((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-  
    ((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*  
    deltt/(d*epsilon))))+ ((3/8)*(rho*v*deltx*deltt))-((3/8)* (((rho^2)*C*
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*
lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1
epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))))];
```

```
D = [((3/8)*(rho*u*delty*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt)/
((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/
(d*epsilon))))];
```

```
E=[((-1/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-
((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*deltt/
delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon)))+(1/8)*(rho*v*
deltx*deltt))];
```

```
F= [((-7/8)*(rho*v*deltx*deltt))+((7/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt)/
((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/
(d*epsilon))))];
```

```
G= [((3/8)*(rho*v*deltx*deltt))-((3/8)*(((rho^2)*C*(deltx^2)*delty*deltt)/
((1-epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/
(d*epsilon))))];
```

```
T= [-P*delty*deltt-P*deltx*deltt+rho*g*delty*deltt+rho*g*deltx*deltt+(2*
miu*v+miu*u)/delty)*deltx*deltt+((2*miu*u+miu*v)/deltx)*delty*deltt+
miu*u+miu*v)*deltt-((epsilon*miu/k)*(u+v))*deltx*delty*deltt-((6*h*(1-
epsilon)*Tg*(deltx^2)*(delty^2)*deltt)/(d*epsilon))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*-
deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))))];
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
+((2*miu*v+miu*u)/dely)*deltx*deltt+((2*miu*u+miu*v)/deltx*dely*deltt
+miu*u+miu*v)*deltt-((epsilon*miu/k)*(u+v))*deltx*dely*deltt-((6*h*(1-
epsilon)*Tg*(deltx^2)*(dely^2)*deltt)/(d*epsilon))/((1-epsilon)*rho*C*
deltx*dely-((1-epsilon)*lamdc*dely*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*
deltx*deltt/dely)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*dely*deltt/(d*epsilon))];
```

```
K=zeros(m*n:m*n);
```

```
%pendefinisan untuk i-2,j
```

```
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
```

```
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
```

```
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
```

```
%pendefinisan untuk i-1,j
```

```
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
```

```
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
```

```
%pendefinisan untuk i,j
```

```
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=M;
```

```
%pendefinisan untuk i+1,j
```

```
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
```

```
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
```

```
%pendefinisan untuk i,j-2
```

```
K(m^2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
```

```
%pendefinisan untuk i,j-1
```

```
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
```

```
%pendefinisan untuk i,j+1
```

```
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
```

```
%pendefinisan konstanta
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
%PENGERJAAN Matriks
R1=X0;
w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X1(i)=S/K(i,i);
    R1=X0;
    w=length(L);
    X1=X0;
    for k=1:N
        for i=1:w
            S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
            X1(i)=S/K(i,i);
        end
        e=abs(X1-X0);
        error=norm(e);
        reller=error/(norm(X1)+eps);
        X0=X1;
        R1=[R1,X0];
        if(error<tol)|(reller<tol)
            break
        end
    end
%disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
```

MONOGRAF

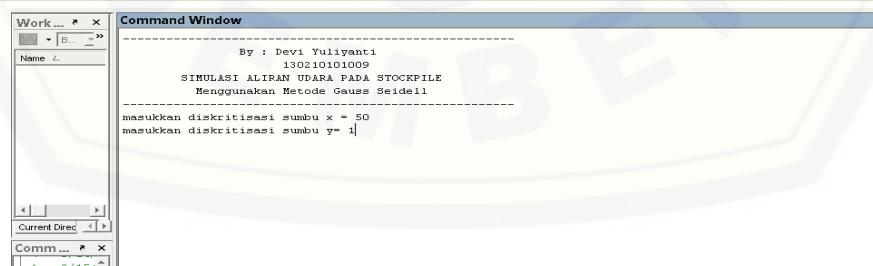
PEMODELAN MATEMATIKA

BAB
3.

KOMPUTASI MATLAB

```
R1;  
X1;  
X_all=[X_all X1];  
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];  
X1;  
X_all=[X_all X1];  
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];  
end  
%PLOT GRAFIK  
plot(1:m*n,Xall_plot(:,:,1:m*n,Xall_plot(:,:,1:m*n,'rd','MarkerEdgeColor','K','MarkerFaceColor','r');  
xlabel('panjang domain')  
ylabel('temperatur(^oC)')  
title('simulasi aliran udara pada stockpile')  
legend(strcat('kecepatan angin= ',num2str((U_r1:dU_r:U_r2)'),'m'));  
grid on;  
hold on;  
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

- Selanjutnya *save* dan *run* (bisa tekan tombol F5 pada *keyboard*), sehingga muncul tampilan *command window* sebagai berikut:



Gambar 2.7. Tampilan Comand Window

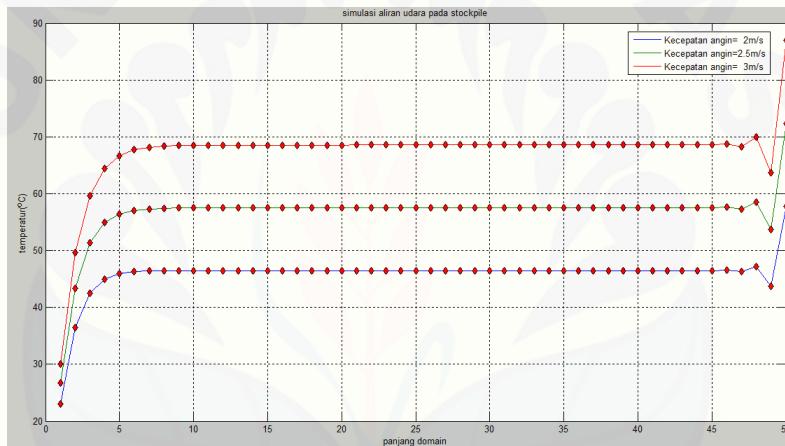
MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB
3.

KOMPUTASI MATLAB

- Input nilai masing-masing diskritisasi, kemudian tekan $>> enter$, sehingga muncul grafik sebagai berikut:



Gambar 2.8. Grafik Kecepatan Angin Terhadap Suhu pada Coal Pile

2. Simulasi program MATLAB berdasarkan pengaruh kecepatan angin

```
clear all;
clc;
disp('-----');
disp('          By : Devi Yuliyanti      ');
disp('          130210101009      ');
disp('      SIMULASI ALIRAN UDARA PADA COAL PILE      ');
disp('      Menggunakan Metode Gauss Seidell      ');
disp('-----');
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
disp ('-----');
%TAHAP INPUT
m=input('masukkan diskritisasi sumbu x = ');
n=input('masukkan diskritisasi sumbu y= ');
%TAHAP INPUT
m=50; n=1;
w=10;
H1=5;           %tinggi minimal
H2=9;           %tinggi maksimal
dH=(H2-H1)/2; %interval tinggi
xall_plot=[];
X0=zeros(m,1);
X0(1:1:m)=61.75;
tol=0.01;
%TAHAP INISIALISASI
rho=0.5;         %massa jenis (kg*m^-3)
deltt=2;
deltx=0.39;
delyt=0.099;
miu=0.75;        %kekentalan zat (kg/ms)
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
g=9.8; %gravitasi m/s^2
UR=2.5;
VR=0.4; %kecepatan arah sumbu y (m/s)
epsilon=0.999; %porositas
h=0.091; %koefisien perpindahan panas (W/m^2*^oC)
d=1; %diameter (m)
HR=10; %tinggi acuan (m)
C=0.9; %konsentrasi gas (kmol/m^3)
Tg=100; %temperatur gas (^oC)
lamdc=0.89; %konduktivitas batubara (W/m*^oC)
P=10; %tekanan (Pa)
Xall_plot=[];
N=100; %iterasi maksimal
for H=H1:dH:H2;
    u=UR*(H^(1/7)/(HR)^(1/7));
    v=VR*(H^(1/7)/(HR)^(1/7));
    k=((epsilon^3)*(d^3))/(150*(1-epsilon)^2);
    X_all=[];
    %TAHAP PENDEFINISIAN MATRIKS
    A = [((( -1/8)*((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*
        delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*
        deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/(d*epsilon))))+((1/8)*
        (rho*u*delty*deltt))];
    B = [(7/8)*(((rho^2)*C*deltx*(delty^2)*deltt))/((1-epsilon)*rho*C*deltx*
        delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1-epsilon)*lamdc*deltx*
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

$\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon}))) - ((7/8)*\text{rho}*\text{u}*\text{delty}*\text{deltt}))];$

$\text{M} = [((3/8)*(\text{rho}*\text{u}*\text{delty}*\text{deltt})) - ((3/8)*(((\text{rho}^2)*\text{C})*\text{deltx}*(\text{delty}^2)*\text{deltt})) / ((1-\text{epsilon})*\text{rho}*\text{C}*\text{deltx}*\text{delty} - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{delty}*\text{deltt}/\text{deltx}) - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{deltx}*\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon}))) + ((3/8)*(\text{rho}*\text{v}*\text{deltx}*\text{deltt})) - ((3/8)*(((\text{rho}^2)*\text{C})*(\text{deltx}^2)*\text{delty}*\text{deltt})) / ((1-\text{epsilon})*\text{rho}*\text{C}*\text{deltx}*\text{delty} - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{delty}*\text{deltt}/\text{deltx}) - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{deltx}*\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon})))];$

$\text{D} = [((3/8)*(\text{rho}*\text{u}*\text{delty}*\text{deltt})) - ((3/8)*(((\text{rho}^2)*\text{C})*\text{deltx}*(\text{delty}^2)*\text{deltt})) / ((1-\text{epsilon})*\text{rho}*\text{C}*\text{deltx}*\text{delty} - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{delty}*\text{deltt}/\text{deltx}) - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{deltx}*\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon})))];$

$\text{E} = [((-1/8)*(((\text{rho}^2)*\text{C})*(\text{deltx}^2)*\text{delty}*\text{deltt})) / ((1-\text{epsilon})*\text{rho}*\text{C}*\text{deltx}*\text{delty} - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{delty}*\text{deltt}/\text{deltx}) - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{deltx}*\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon}))) + ((1/8)*\text{rho}*\text{v}*\text{deltx}*\text{deltt})];$

$\text{F} = [((-7/8)*(\text{rho}*\text{v}*\text{deltx}*\text{deltt})) + ((7/8)*(((\text{rho}^2)*\text{C})*(\text{deltx}^2)*\text{delty}*\text{deltt})) / ((1-\text{epsilon})*\text{rho}*\text{C}*\text{deltx}*\text{delty} - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{delty}*\text{deltt}/\text{deltx}) - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{deltx}*\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon})))];$

$\text{G} = [((3/8)*(\text{rho}*\text{v}*\text{deltx}*\text{deltt})) - ((3/8)*(((\text{rho}^2)*\text{C})*(\text{deltx}^2)*\text{delty}*\text{deltt})) / ((1-\text{epsilon})*\text{rho}*\text{C}*\text{deltx}*\text{delty} - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{delty}*\text{deltt}/\text{deltx}) - ((1-\text{epsilon})*\text{lamdc}*\text{deltx}*\text{deltt}/\text{delty}) + (6*h*(1-\text{epsilon})*\text{deltx}*\text{delty}*\text{deltt}/(\text{d}*\text{epsilon})))];$

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
T= [-P*delty*deltt-P*deltx*deltt+rho*g*delty*deltt+rho*g*deltx*deltt+(2*
miu*v+miu*u)/delty)*deltx*deltt+((2*miu*u+miu*v)/deltx)*delty*
deltt+miu*u+miu*v)*deltt-((epsilon*miu/k)*(u+v))*deltx*delty*deltt
((6*h*(1-epsilon)*Tg*(deltx^2)*(delty^2)*deltt)/(d*epsilon))/((1
epsilon)*rho*C*deltx*delty-((1-epsilon)*lamdc*delty*deltt/deltx)-((1
epsilon)*lamdc*deltx*deltt/delty)+(6*h*(1-epsilon)*deltx*delty*deltt/
(d*epsilon))];
```

```
K=zeros(m*n:m*n);
%pendefinisian untuk i-2,j
K(3:m*n+1:(m*n)^2-2*(m*n))=A;
K(m*n*(m-2)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
K(m*n*(m-1)+m+2:m*(m*n+1):m*n*(m*n-2))=0;
%pendefinisian untuk i-1,j
K(2:m*n+1:m*n*(m*n-1))=B;
K(m*n*(m-1)+m+1:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j
K(1:m*n+1:m^2*n^2)=M;
%pendefinisian untuk i+1,j
K(m*n+1:m*n+1:m^2*n^2-1)=D;
K(m^2*n+m:m*(m*n+1):m*n*(m*n-1))=0;
%pendefinisian untuk i,j-2
K(m*2+1:m*n+1:m^2*n*(n-2))=E;
%pendefinisian untuk i,j-1
K(m+1:m*n+1:m^2*n*(n-1))=F;
%pendefinisian untuk i,j+1
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

3.

KOMPUTASI MATLAB

```
K(m^2*n+1:m*n+1:m^2*n^2-m)=G; K
%pendefinisian konstanta
L(1:(m*n),1)=T;
%PENGERJAAN MATRIKS
R1=X0;
w=length(L);
X1=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
        X1(i)=S/K(i,i);
    R1=X0;
    w=length(L);
    X1=X0;
    for k=1:N
        for i=1:w
            S=L(i)-K(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-K(i,i+1:w)*X0(i+1:w);
            X1(i)=S/K(i,i);
        End
    e=abs(X1-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X1)+eps);
    X0=X1;
    R1=[R1,X0];
    if(error<tol)|(reller<tol)
        break
    end
```

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

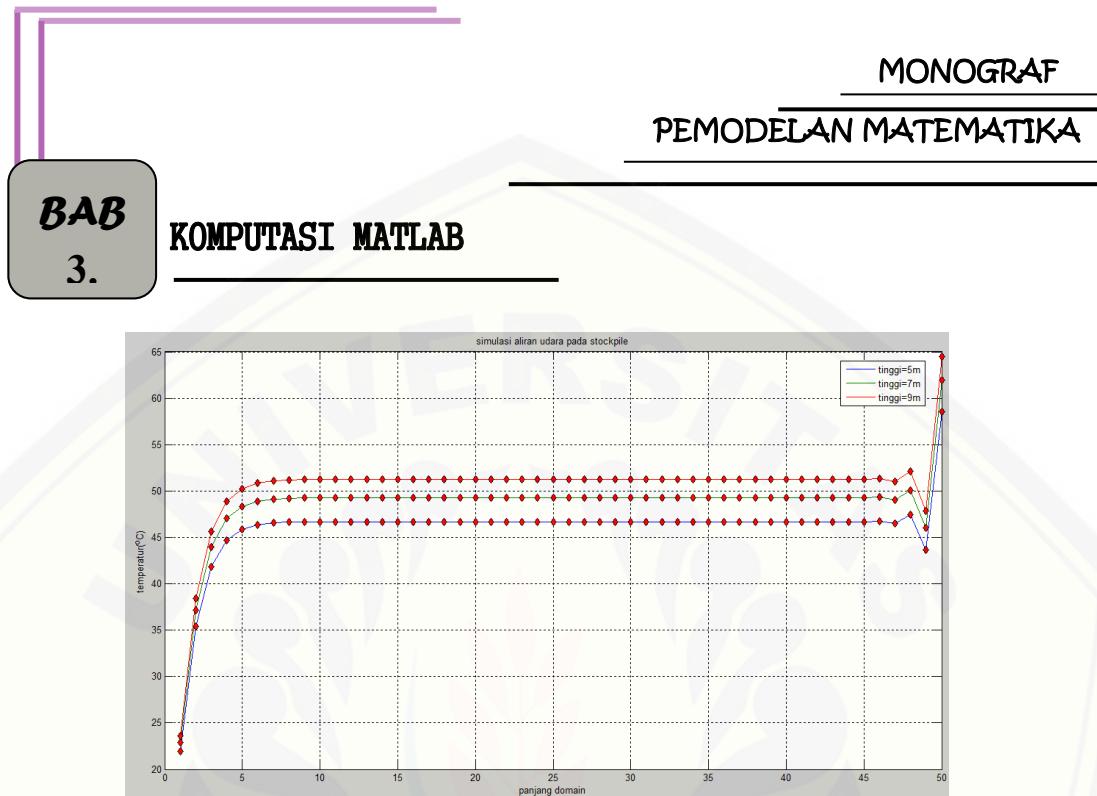
3.

KOMPUTASI MATLAB

```
end
%disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
%disp(['besarnya relatif error= ',num2str(eller)]);
R1;
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
X1;
X_all=[X_all X1];
Xall_plot=[Xall_plot X_all(:,end)];
end

%PLOT GRAFIK
plot(1:m*n,Xall_plot(:,1),1:m*n,Xall_plot(:,1),'rd','MarkerEdgeColor','K',
'MarkerFaceColor','r');
xlabel('panjang domain')
ylabel('temperatur(^oC)')
title('simulasi aliran udara pada coal pile')
legend(strcat('tinggi= ',num2str((H1:dH:H2)),',m'));
grid on;
hold on;
disp('Gauss-Seidel method converged');
```

- Dengan cara yang sama pada program matlab pertama, maka didapatkan grafik pengaruh ukuran tinggi sebagai berikut:



Gambar 2.9 Grafik Pengaruh Ukuran Tinggi terhadap Suhu pada

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

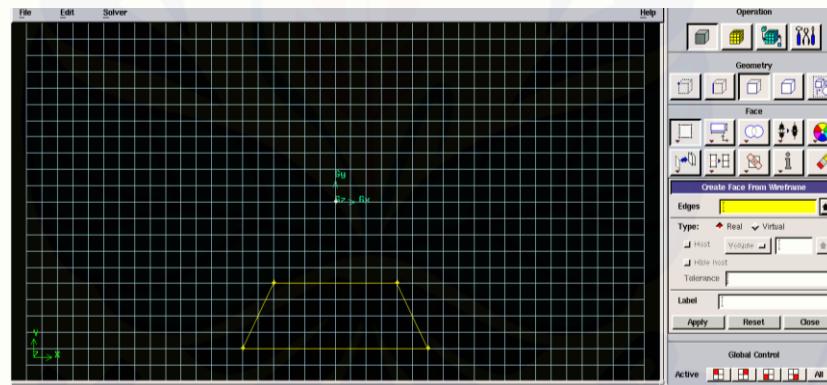
4.

SIMULASI FLUENT

Pada tahap ini akan disajikan tiga simulasi, yaitu simulasi pertama dilakukan untuk mengetahui pengaruh jarak terhadap suhu di sekitar *coal pile*, simulasi kedua dilakukan untuk mengetahui pengaruh kecepatan angin terhadap suhu di *coal pile* dan simulasi ketiga dilakukan untuk mengetahui pengaruh ukuran tinggi terhadap suhu di *coal pile*. Langkah awal pada tahap simulasi *Fluent* ini yaitu

4.1 GAMBIT

- Buatlah desain geometri dari benda yang diteliti



Gambar 2.10 Desain Coal Pile

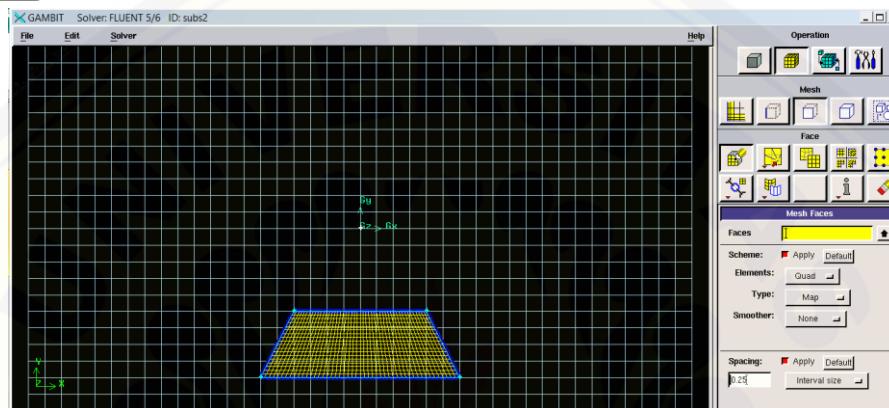
- Kemudian klik menu >> solver >> pilih Fluent 5/6
- Mesh* desain geometri yang telah dibuat.

MONOGRAF

PEMODELAN MATEMATIKA

**BAB
4.**

SIMULASI FLUENT



Gambar 2.11 Tampilan Desain *Geometri Coal Pile* yang Telah di *Mesh*

- Kemudian mendefinisikan setiap sisi sebagai *wall*, *input* dan *output*.
- Langkah terakhir *save* dan *export >> pilih mesh*.

4.2 Hasil Simulasi

Sebelum melakukan simulasi pilih versi *fluent* yang akan dijalankan, dalam simulasi ini memilih versi 2ddp karena desain *geomerti* yang dibuat adalah dua dimensi.

- Pilih menu *file >> read >> case*
- Selanjutnya pilih nama *file* yang akan disimulasikan
- Selanjutnya menu *grid >> check*, pada menu ini pilih *>> smooth&swap*.
- Pilih menu *difine >> models>>solver*, pada menu ini jenis aliran yang diinginkan Pada simulasi ini jenis aliran yang digunakan yaitu *unsteady*,

MONOGRAF

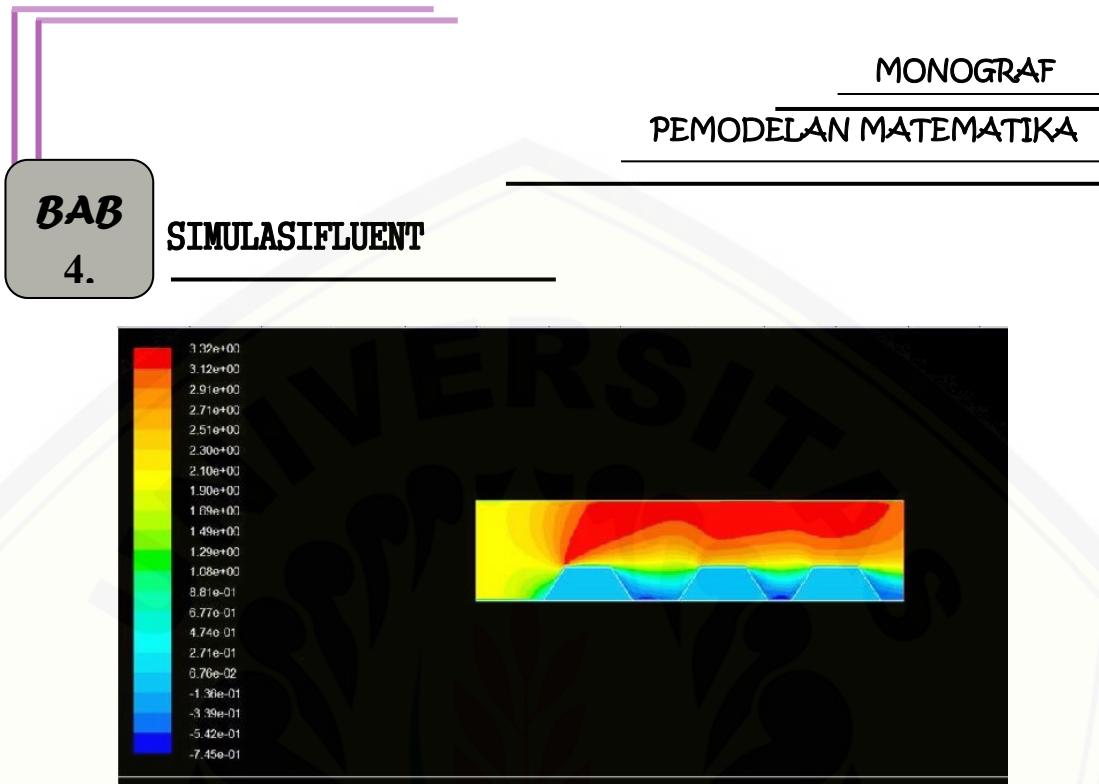
PEMODELAN MATEMATIKA

BAB

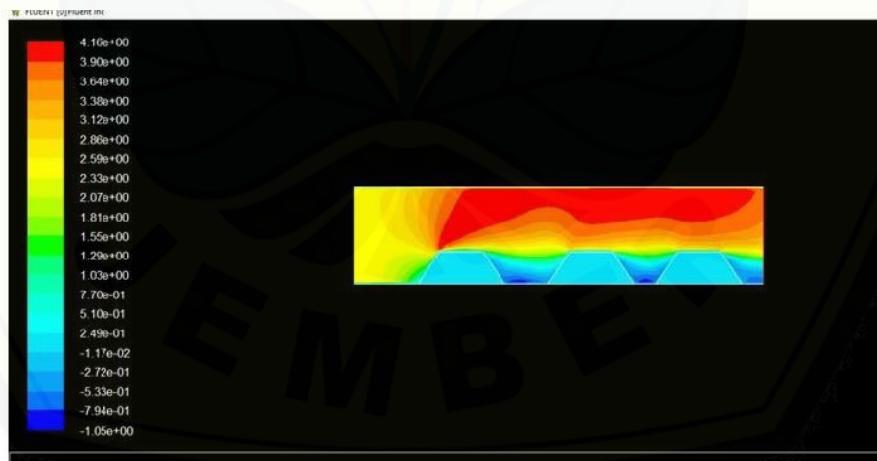
4.

SIMULASI FLUENT

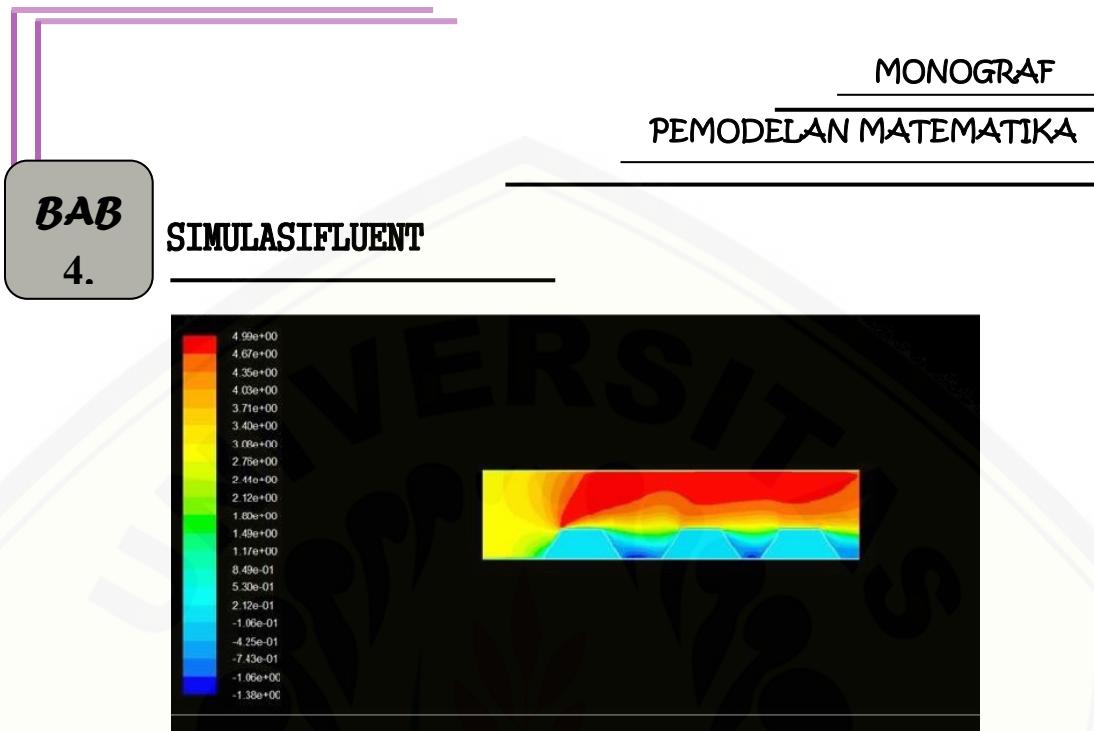
- Pilih *define >> models >> energy equations >> check list energy equations.*
- Klik menu *define >> materials*, pada menu ini pilih *materials* fluida yang diinginkan.
Pada simulasi ini *materials* yang digunakan yaitu udara (O_2).
- *Define >> boundary condition*, pada menu ini terdapat dua pendefinisian dari sisi desain yang telah dibuat sebelumnya yaitu:
 1. *Wall*
 2. *Velocity inlet*
 3. *Pressure Outlet*
- Klik menu *solve >> initialize >> initialize*, pada menu ini input nilai awal simulasi.
- Pilih *solve >> monitor >> residual >> check list plot*, kemudian pilih *iterate >> input iterasinya* yang diinginkan.
- Pilih menu *display >> counter >> temperature*.
- Hasil simulasi menggunakan aplikasi FLUENT ini dapat dilihat pada Gambar berikut ini:



Gambar 2.12 Kontur (*velocity*) dengan Kecepatan Angin 2 m/s.

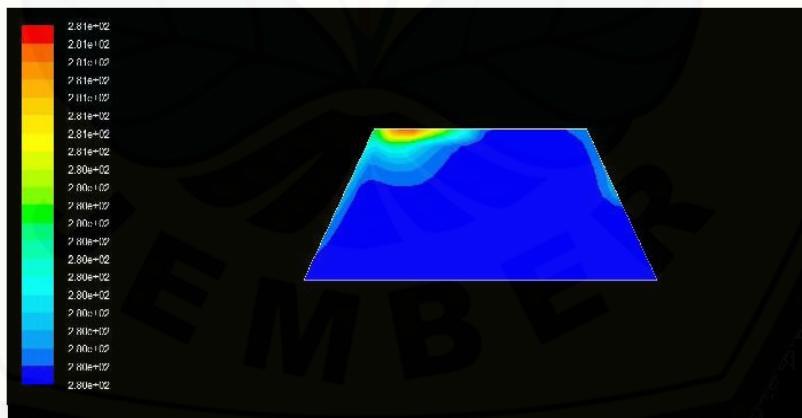


Gambar 2.13 Kontur (*velocity*) dengan Kecepatan Angin 2,5 m/s.



Gambar 2.14 Kontur (*velocity*) dengan Kecepatan Angin 3 m/s.

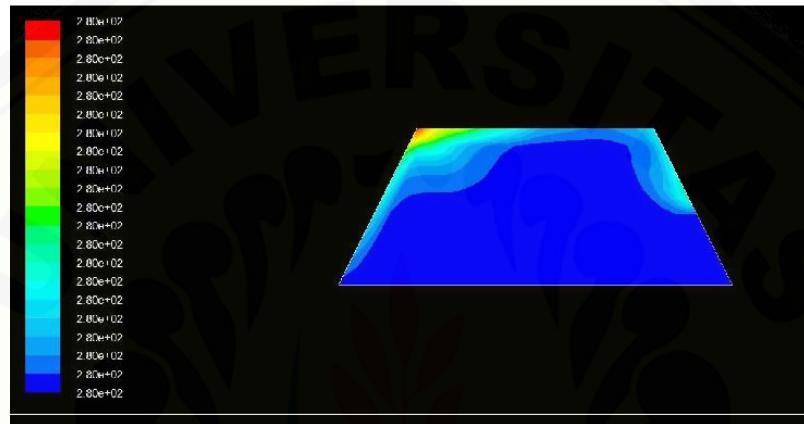
b. Simulasi Kecepatan Angin Terhadap Suhu di *Coal Pile*



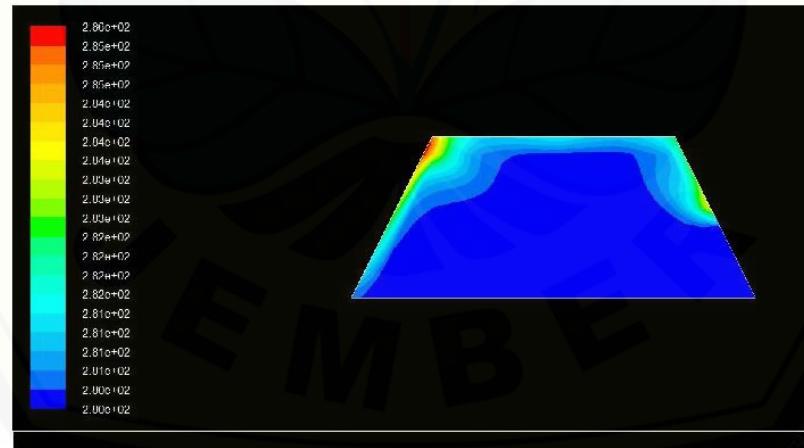
Gambar 2.15 Kontur (*temperatur*) dengan Kecepatan Angin 2 m/s.

MONOGRAF
PEMODELAN MATEMATIKA

BAB
4.
SIMULASI FLUENT



Gambar 2.16 Kontur (*temparture*) dengan Kecepatan angin 2,5 m/s



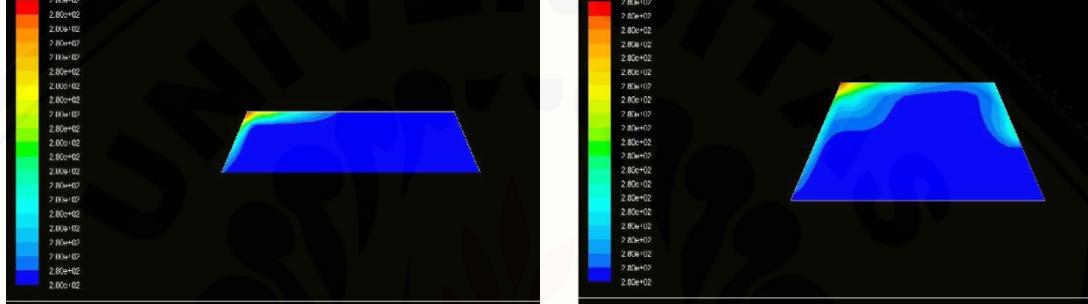
Gambar 2.17 Kontur (*temparture*) dengan Kecepatan angin 3 m/s

MONOGRAF
PEMODELAN MATEMATIKA

BAB
4.

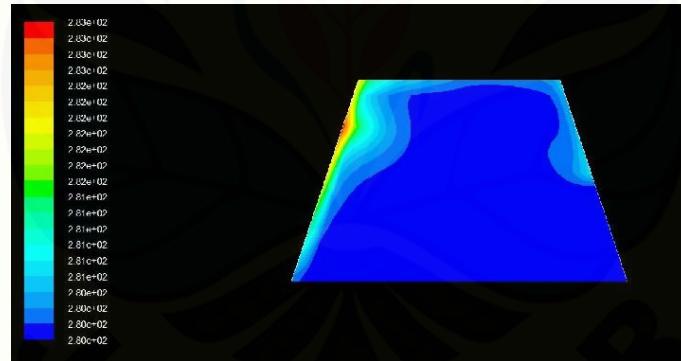
SIMULASI FLUENT

c. Simulasi Pengaruh Ukuran Tinggi Terhadap Suhu pada *Coal Pile*



(a)

(b)



(c)

Gambar 2.18 Kountur (*Temperature*) dengan Ukuran Tinggi
($a = 5$ m, $b = 7$ m, dan $c = 9$ m)

DAFTAR PUSTAKA

- Adiguna, Waskita. 2009. *Pengelolaan Penimbunan Muatan Curah Kering* (studi kasus: PLTU Paiton).
- Fatahillah, Arif. 2014. Jurnal KadikmA: *Analisis Numerik Profil Sedimentasi Pasir Pada Pertemuan Dua Sungai Berbantuan Software Fluent.*
- Fatahillah, Dafik, Nurohim, M. Romanza P, M. A, Susanto. 2014. *The Air Flow Analysis of Coffe Plantation Based on Crops Palnting Patern of The Triangular Grid and Shackle of Wheel Graphs by Using A Finite Volume Method.* Jember: University of Jember.
- Fatahillah, Dafik, Susanto. 2014. Jurnal KadikmA: *Analisis Kecepatan Aliran Udara pada Gedung Bertingkat Karena Pengaruh Penghalang Didepannya.*
- Rama, Puja. K. K.dkk. 2015. *Manajemen Stockpile Batubara di CV PutraParayangan Mandiri Kecamatan Satui Kabupaten Tanah Bambu Provinsi Kalimantan Selatan.*
- Zhang, Jian, dkk. 2015. *Transient CFD Modelling of Low-Temperature Spontaneous Heating Behaviour in Multiple Coal Stockpiles with Wind Forced Convection.*

GLOSARIUM

- MATLAB : merupakan suatu paket perangkat lunak yang dapat melakukan komputasi matematika, menganalisis data, mengembangkan algoritma, melakukan simulasi dan pemodelan, dan menghasilkan tampilan grafik.
- Diskritisasi QUICK : merupakan suatu teknik yang dipakai dalam metode volume hingga yang berfungsi untuk mempartisi bagian-bagian objek dengan bantuan sel pusat dan sel vertex.
- CFD : merupakan ilmu yang mempelajari cara yang memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika (model matematika).
- GAMBIT : merupakan salah satu *preprocessor* yang didesain untuk membantu membuat model dan melakukan diskritisasi *meshing* pada model untuk analisis CFD.
- FLUENT : merupakan tujuan umum dari komputasi dinamika fluida dalam memecahkan masalah yang berhubungan dengan persamaan untuk konservasi momentum, massa, energi, dan skalar.