KONEKSI PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI COMB SISI DAN KAITANNYA DALAM MENUMBUHKAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Yulianita Hastuti

NIM 130210101020

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017

KONEKSI PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI COMB SISI DAN KAITANNYA DALAM MENUMBUHKAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Yulianita Hastuti

NIM 130210101020

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah S.W.T yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. orang tuaku tercinta: Ibu Dra. Kusna'u Idhawati Churba dan Ayah Drs. Bambang Setiawan, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta, kasih sayang, dan keringat serta doa yang tiada pernah putus, selalu mendukung setiap pilihan hidupku, selalu mengisi hariku dengan tawa dan amarah kasih sayang;
2. kakak-kakakku: (Ayu Kartika Sari, S.Farm., Apt. dan Dian Kusuma Ningrum, S.Pd.), yang selalu mendoakan, menyayangi, dan rela meluangkan waktu untuk selalu membantuku;
3. bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. yang dengar tulus ihklas membimbing dan memberikan ilmu selama menyelesaikan skripsi ini;
4. guru dan dosen serta almamater tercinta TK Al-Irsyad Jember, SD Muhammadiyah 1 Jember, SMPN 3 Jember, SMAN 1 Jember, dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
5. sahabat setia (Anggraeni Eka Melati, Beta Mutiara Putri P.P., Firda Dyah Alvin H., Nofiela Nuning H. dan Aghni Ermawati A.) yang setia menemani dan tanpa henti memberi bantuan serta semangat;
6. sahabat setia (Lendy Aulina, Riri Endiani Febria, dan Yuke Aulia Novianti) yang selalu mendukung sepenuh hati;
7. mas Nirfan Abdul Wahid, S.Pd dan keluarga yang mendoakan tanpa henti;
8. jajaran pengurus MSC 2015 yang selalu berbagi suka dan duka, terimakasih atas kerjasama dan kebersamaan sampai saat ini;
9. sahabat pejuang graf (Ulul, Wahyu, Darian, Putu, Elita, Lisa, Mita, Alivia, Rudi, Hasan, Ali, Aghni, dan Puput) yang selalu berbagi suka duka dan selalu memberikan dukungan untuk terus semangat;
10. Sahabat Saklawase REGUKU angkatan 2013 FKIP Pendidikan Matematika yang telah menorehkan sebuah pengalaman indah yang tak terlupakan.

HALAMAN MOTTO

وَمَن جَٰهَدَ فَإِنَّمَا يُجَٰهِدُ لِنَفۡسِهِۦٓۚ إِنَّ ٱللَّهَ لَغَنِيٌّ عَنِ ٱلۡعَٰلَمِينَ ٦

"Barangsiapa bersungguh-sungguh, sesungguhnya kesungguhannya itu adalah untuk dirinya sendiri"
(Q.S. Al-Ankabut [29] : 6)*)

"Compare yourself only to your previous."
(Gostle)**)

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama"
(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.)***)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. Al-*Qur'an* dan Terjemahannya. Bandung. CV Penerbit J-ART.
**) https://ogieurvil.com
***) http://repository.unej.ac.id

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yulianita Hastuti

NIM : 130210101020

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Koneksi Pelangi Kuat pada Graf Hasil Operasi Comb Sisi dan Kiatannya dalam Menumbuhkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 11 April 2017

Yang menyatakan,

Yulianita Hastuti

NIM. 130210101020

SKRIPSI

KONEKSI PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI COMB SISI DAN KAITANNYA DALAM MENUMBUHKAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Oleh

Yulianita Hastuti
NIM 130210101020

Pembimbing

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

HALAMAN PENGAJUAN

KONEKSI PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI COMB SISI DAN KAITANNYA DALAM MENUMBUHKAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaiakan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama	: Yulianita Hastuti
NIM	: 130210101020
Tempat dan Tanggal Lahir	: Madiun, 14 Juli 1994
Jurusan / Program Studi	: Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19680802 199303 1 004	NIP. 19820529 200912 1 003

PENGESAHAN

Skripsi berjudul Koneksi Pelangi Kuat pada Graf Hasil Operasi Comb Sisi dan Kaitannya dalam Menumbuhkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari / tanggal : Selasa, 11 April 2017
Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Dosen Pembimbing Utama,	Dosen Pembimbing Anggota,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. NIP.19680802 199303 1 004	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. NIP. 19820529 200912 1 003
Dosen Penguji Utama,	Dosen Penguji Anggota,
Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si. NIP.19581209 198603 1 003	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. NIP.19700307 199512 2 001

Mengesahkan,
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP.19680802 199303 1 004

RINGKASAN

KONEKSI PELANGI KUAT PADA GRAF HASIL OPERASI COMB SISI DAN KAITANNYA DALAM MENUMBUHKAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI; Yulianita Hastuti, 130210101020; 2017: 89 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori Graf merupakan sebuah topik bahasan yang saat ini telah banyak dikembangkan. Berbagai situasi dapat dimodelkan dengan teori graf. Permasalahan yang cukup menarik dalam teori graf adalah koneksi pelangi. Misalkan G adalah graf terhubung *nontrivial* dengan *edge − coloring* $c : E(G) \to \{1, 2, 3, ..., n\}, n \in \mathbb{N}$, dikatakan pewarnaan koneksi pelangi pada G jika untuk setiap pasang titik u dan v di sisi terdapat suatu lintasan dengan u dan v sebagai titik ujung yang setiap isinya memperoleh warna berbeda. Comb sisi graf tangga dengan graf lingkaran didefinisikan dengan mengambil satu salinan graf tangga dan salinan graf lingkaran sebanyak jumlah sisi graf tangga dan melekatkan satu sisi dari setiap salinan graf lingkaran ke setiap sisi pada graf tangga yang dinotasikan dengan $(L_p \trianglerighteq C_m)$. Graf ini merupakan graf yang memiliki dua *expand* pada indeks p, dan m. Dimana nilai p adalah banyaknya selubung pada bagian graf tangga, nilai m adalah banyaknya *expand* titik pada graf lingkaran. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan nilai koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$ serta kaitannya dalam menumbuhkan keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan Taksonomi Bloom yang telah direvisi. Metode yang digunakan adalah Metode deduktif aksiomatik, yaitu penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema tentang koneksi pelangi yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Hal tersebut kemudian diterapkan pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$. Hasil penelitian ini berupa teorema baru mengenai koneksi pelangi dan koneksi

pelangi kuat pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$ serta kaitannya dalam menumbuhkan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

Comb sisi dari graf tangga dengan graf tangga $(L_p \trianglerighteq L_r)$ dengan $p \geq 2$ dan $r \geq 2$ memiliki $rc(L_p \trianglerighteq L_r) = p + 2r + 1$, dan $src(L_p \trianglerighteq L_r) = p + 2pr + 1$. Comb sisi dari graf tangga dengan graf lingkaran $(L_p \trianglerighteq C_m)$ dengan $p \geq 2$ dan $m \geq 4$ memiliki $rc(L_p \trianglerighteq C_m) = p + m$, dan $src(L_p \trianglerighteq C_m) = (m-1)(3p+1) + p + 1$. Comb sisi dari graf lingkaran dengan graf lingkaran $(C_n \trianglerighteq C_m)$ dengan $n \geq 4$ dan $m \geq 4$ memiliki $rc(C_n \trianglerighteq C_m) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + m - 1$, dan $src(C_n \trianglerighteq C_m) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + n(m-1)$. Comb sisi dari graf lingkaran dengan graf tangga $(C_n \trianglerighteq L_r)$ dengan $n \geq 4$ dan $r \geq 2$ memiliki $rc(C_n \trianglerighteq L_p) = src(C_n \trianglerighteq L_p) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 2p)$.

Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dengan koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat pada comb sisi graf tangga dengan graf lingkaran terbagi dalam 6 tahap. Tahap mengingat melipui mengingat kembali jenis graf yang akan digunakan yaitu graf yang tidak berarah, terhubung, dan graf yang berhingga. Tahap memahami meliputi memahami intruksi dan menegaskan pengertian/ makna ide atau konsep yang telah diajarkan. Pada tahap ini yang dilakukan adalah memahami tentang operasi graf comb sisi dan tentang kardinalitas dari graf hasil operasi comb sisi serta diameter. Tahap menerapkan yaitu mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Pada tahap ini yang dilakukan adalah menerapkan pewarnaan pelangi pada graf hasil operasi comb sisi. Tahap menganalisis meliputi kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Pada tahap ini yang dilakukan adalah menganalisis fungsi koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat. Tahap mengevaluasi yaitu merupakan kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Pada tahap ini yang dilakukan adalah mengecek dan mengkaji ulang pewarnaan koneksi pelangi. Hal ini dimaksudkan untuk mengetahui apakah suatu graf G warna yang digunakan adalah yang paling minimal dan optimal sehingga mencapai batas bawah berdasarkan teorema. Tahap mencipta yaitu merupakan kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheran, atau membuat sesuatu yang orisinil. Pada tahap ini yang dilakukan adalah menciptakan 4 teorema baru berdasarkan observasi sebelumnya.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Koneksi Pelangi Kuat pada Graf Hasil Operasi Comb Sisi dan Kaitannya dalam Menumbuhkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmunya;
6. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
7. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
8. Keluarga besar Mathematic Students Club (MSC) yang luar biasa, terutama teman seperjuangan angkatan 2013 yang selalu mengisi tawaku dan pengalaman berharga;
9. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 11 April 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
$G(V,E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
$\|V(G)\|$	=	Himpunan titik dari graf G yang disebut *order*
$\|E(G)\|$	=	Himpunan sisi dari graf G yang disebut ukuran (*size*)
P_n	=	Graf lintasan dengan n titik
C_n	=	Graf siklus dengan n titik
F_n	=	Graf kipas dengan n titik
S_n	=	Graf bintang dengan n titik
L_n	=	Graf tangga dengan n tangga
Bt_n	=	Graf buku segitiga dengan$n$ segitiga
$G+H$	=	Operasi *joint* dari graf G dan$H$
$Amalgamasi(G_1,\ v,\ n)$	=	Operasi *Amalgamasi* titik dari graf G_1 sebanyak n
$G \trianglerighteq H$	=	Operasi *edge comb product* dari graf$G$ dan$H$
$Shackle(G_1,\ v,\ n)$	=	Operasi *shackle* titik dari graf G_1 sebanyak n
$Shackle(G_1,\ e,\ n)$	=	Operasi *shackle* sisi dari graf G_1 sebanyak n
$L_p \trianglerighteq L_r$	=	Operasi *edge comb product* dari graf L_p danL_r
$L_p \trianglerighteq C_m$	=	Operasi *edge comb product* dari graf L_p danC_m
$C_n \trianglerighteq C_m$	=	Operasi *edge comb product* dari graf C_n danC_m
$C_n \trianglerighteq L_r$	=	Operasi *edge comb product* dari graf C_n danL_r
p	=	banyak p ekspanan graf tangga sebagai graf dasar
r	=	banyak r ekspanan graf tangga sebagai graf cangkok
n	=	banyak n ekspanan graf lingkaran sebagai graf dasar
m	=	banyak m ekspanan graf lingkaran sebagai graf cangkok
$rc(G)$	=	Nilai koneksi pelangi pada graf G
$src(G)$	=	Nilai koneksi pelangi kuat pada graf G
$diam(G)$	=	Jarak maksimum dari pasangan titik pada graf G

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Ujian Nasional atau biasa disebut UN sudah tidak asing lagi didengar oleh masyarakat Indonesia. Ujian dilakukan setiap tahun untuk mengukur hasil belajar siswa-siswi di Indonesia dengan bobot soal yang sama di seluruh penjuru negara. Sejak tahun 2014 UN dilaksanakan dengan dua jenis, yaitu *Computer Based Test* (CBT) dan *Paper Based Test* (PBT). Tidak semua sekolah menggunakan jenis CBT, hanya sekolah-sekolah yang memadai dalam hal fasilitas sedangkan banyak sekolah masih menggunakan jenis konvensional. Karena masih ada dan banyak sekolah menggunakan jenis PBT, soal-soal UN didistribusi manual dan harus dijaga dengan ketat agar tidak terjadi kebocoran. Dengan menggunakan koneksi pelangi, kita dapat mendapatkan cara termudah, tersingkat, dan teraman agar soal-soal UN dapat terdistribusi dengan baik.

Konsep koneksi pelangi (*rainbow connection*) adalah salah satu topik dari teori graf yang pertama kali diperkenalkan pada tahun 2008 oleh Chartrand, Johns, McKeon and Zhang. Berbagai situasi dapat dimodelkan dengan teori graf. Misalkan G adalah graf terhubung *nontrivial* dengan $edge-coloring\ c : E(G) \to \{1, 2, 3, ..., n\}, n \in \mathbb{N}$, dikatakan pewarnaan koneksi pelangi pada G jika untuk setiap pasang titik u dan v di sisi terdapat suatu lintasan dengan u dan v sebagai titik ujung yang setiap isinya memperoleh warna berbeda. Lintasan tersebut dinamakan lintasan pelangi. Bilangan terhubung pelangi graf G adalah bilangan bulat positif terkecil sehingga G mempunyai suatu pewarnaan koneksi pelangi dinotasikan $rc(G)$. G dikatakan pewarnaan koneksi pelangi kuat, jika untuk setiap titik u dan v di sisi terdapat lintasan pelangi dengan panjangnya sama dengan jarak u dan v, yang dinamakan sebagai lintasan pelangi kuat. Bilangan bulat posistif terkecil sehingga G mempunyai suatu pewarnaan koneksi pelangi kuat didefinisikan sebagai bilangan terhubung pelangi kuat yang dinotasikan dengan $src(G)$. Diameter graf dinotasikan dengan $diam(G)$, merupakan maksimum dari himpunan jarak dua titik pada G. Melalui definisi maka $diam(G) \leq rc(G) \leq src(G) \leq m$. (Chartrand, dkk., 2008).

Teori graf merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang sangat menarik untuk diulas lebih lanjut. Teori Graf merupakan sebuah topik bahasan yang saat ini telah banyak dikembangkan, seiring dengan perkembangannya tersebut teori graf banyak memiliki penerapan bagi masyarakat.

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 ketika mencoba membuktikan kemungkinan untuk melewati empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel di Konigsberg, Rusia dalam sekali waktu. Pembuktian Euler tersebut ditulis dalam karya tulisnya yang berjudul (*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*). Masalah jembatan Konigsberg tersebut merupakan masalah yang sangat terkenal di Eropa. Kurang lebih seratus tahun setelah lahirnya tulisan Euler tersebut tidak ada perkem - bangan yang berarti berkenaan dengan teori graf.

Perkembangan teori graf saat ini tidak hanya secara teoritis, tetapi juga secara aplikatif seperti dalam ilmu jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, musik, dan ilmu-ilmu lainnya. juga dapat melatih untuk senantiasa berpikir logis dan kritis dalam memecahkan berbagai masalah termasuk permasalah-permasalahan yang semakin banyak muncul seiring berkembangnya zaman. Manusia dituntut untuk semakin berkembang dan kritis dalam menyelesaikan permasalahan tersebut. Berfikir menurut kamus bahasa indonesia adalah menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu. Berpikir juga berarti berjerih-payah secara mental untuk memahami sesuatu yang dialami atau mencari jalan keluar dari persoalan yang sedang dihadapi. Kemampuan berpikir terdiri dari dua yaitu kemampuan berpikir dasar dan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Kemampuan berpikir dasar (*lower order thinking*) hanya menggunakan kemampuan terbatas pada hal-hal rutin dan bersifat mekanis, misalnya menghafal dan mengulang-ulang informasi yang diberikan sebelumnya. Sementara, kemampuan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking*) membuat siswa untuk mengintrepretasikan, menganalisa atau bahkan mampu memanipulasi informasi sebelumnya sehingga tidak monoton. Kemampuan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking*) digunakan apabila seseorang menerima informasi baru dan menyimpannya untuk kemudian digunakan atau disusun kembali untuk keperluan pemecahan masalah berdasarkan situasi.

Penelitian teori graf terkait rainbow connection berkembang cukup pesat, dalam penelitian ini, peneliti akan mengangkat bagaimana koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat pada graf operasi dan kaitannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Sehingga dalam penelitian ini penulis memilih judul "**Koneksi Pelangi Kuat pada Graf Hasil Operasi Comb Sisi dan Kaitannya dalam Menumbuhkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**"

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

a) bagaimanakah nilai koneksi pelangi (*rainbow connection*) pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$?

b) bagaimanakah nilai koneksi pelangi kuat (*strong rainbow connection*) pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$?

c) bagaimanakah keterkaitan antara pewarnaan koneksi pelangi kuat dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dari penelitian ini yaitu:

a) pada penelitian ini hanya menggunakan graf tidak berarah;

b) graf khusus yang digunakan yaitu: graf tangga (*ladder*) dan graf lingkaran (*cycle*);

c) graf hasil operasi comb sisi yang digunakan yaitu $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$;

d) $p \geq 2, r \geq 2, n \geq 4$, dan $m \geq 4$

e) menggunakan taksonomi bloom yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) untuk mengetahui nilai koneksi pelangi (*rainbow connection*) pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$;

b) untuk mengetahui nilai koneksi pelangi kuat (*strong rainbow connection*) pada graf $(L_p \trianglerighteq L_r)$, $(L_p \trianglerighteq C_m)$, $(C_n \trianglerighteq C_m)$, dan $(C_n \trianglerighteq L_r)$;

c) untuk mengetahui keterkaitan antara pewarnaan koneksi pelangi kuat dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

a) menambah pengetahuan baru mengenai aplikasi khususnya teori graf yang berkaitan dengan koneksi pelangi kuat pada graf hasil operasi comb sisi;

b) memberikan motivasi pada peneliti lain untuk meneliti lebih luas tentang pencarian koneksi pelangi kuat pada graf hasil operasi comb sisi yang lainnya;

c) memberikan motivasi pada peneliti lain untuk meneliti mengenai aplikasi yang lain dari teori graf dalam kehidupan sehari-hari;

d) hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan atau perluasan ilmu dan aplikasi yang menyangkut koneksi pelangi kuat.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Kebaharuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) pada penelitian sebelumnya terkait dengan koneksi pelangi terfokus pada koneksi pelangi biasa namun pada penelitian ini lebih kepada koneksi pelangi kuat dimana lintasan yang diteliti adalah lintasan terpendek;

b) lintasan yang akan diteliti adalah lintasan terpendek, dimana lintasan yang terpendek sangat dibutuhkan untuk efisiensi pada pewarnaan koneksi pelangi kuat;

c) pada penelitian ini, graf-graf yang digunakan adalah hasil comb sisi pada graf tangga dan graf lingkaran yang belum pernah diteliti sebelumnya.

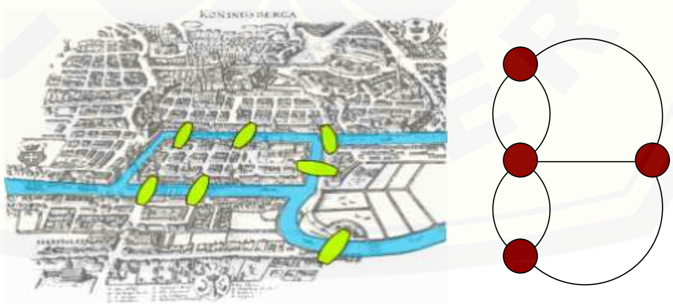
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan disajikan beberapa landasan teori mengenai pengertian serta beberapa konsep-konsep dasar dalam teori graf untuk dapat digunakan dalam memecahkan masalah yang diteliti. Beberapa pengertian dasar tersebut, disajikan dalam bentuk definisi yang diambil dari beberapa sumber yang telah dipublikasikan seperti yang disebutkan dalam daftar pustaka.

Sebuah graf G adalah pasangan (V, E) dimana V adalah himpunan tak kosong yang anggotanya disebut *verteks* dan E adalah himpunan yang anggotanya pasangan tak berurut dari elemen himpunan V yang disebut *edge*.

2.1 Terminologi Dasar Graf

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 ketika mencoba membuktikan untuk melewati empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel di Konigsberg, Jerman. Masalah jembatan Konigsberg tersebut dapat dinyatakan dalam istilah graf dengan menentukan keempat daerah itu sebagai titik (*vertex*) dan ketujuh jembatan sebagai sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai. Graf adalah kumpulan simpul yang dihubungkan dengan garis.



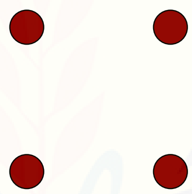
Gambar 2.1 Representasi Jembatan Konigsberg

Secara matematis, graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.1.1. *Sebuah graf G merupakan himpunan (V(G), E(G), dimana V(G) adalah himpunan berhinggga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan E(G) adalah sebuah himpunan (boleh kosong) dari pasangan tak terurut u, v dari titik-titik u, v elemen V(G) yang disebut sisi. V(G) disebut himpunan titik dari G dan E(G) disebut himpunan sisi dari G (Slamin, 2009:11).*

Graf $G(V, E)$ terdiri atas himpunan simpul atau titik yang dinyatakan dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_n\}$ dan himpunan busur atau sisi yang yang dinyatakan dengan $E = \{e_1, e_2, e_3, ..., e_n\}$ dengan $e_i = (v_i, v_j)$ merupakan busur yang menghubungkan simpul v_i dan simpul v_j.

Dari definisi graf, himpunan sisi E memungkinkan berupa himpunan kosong. Jika graf tersebut mempunyai himpunan sisi yang merupakan himpunan kosong maka graf tersebut dinamakan graf kosong (*empty graph*). Contoh graf kosong dapat dilihat pada Gambar 2.2



Gambar 2.2 Graf Kosong

Dua buah titik v_1, v_2 dari graf G adalah bertetangga jika v_1v_2 adalah sebuah sisi pada graf G. Dapat dikatakan juga bertetangga bila keduanya terhubung langsung yaitu pada sisi e ditulis dengan $c = v_1v_2$.

Sebuah jalan ($walk$) dari suatu graf G dinotasikan dengan $W(G)$ adalah sebuah barisan berhingga yang bergantian antara titik dan sisi yang diawali dan diakhiri dengan titik dimana titik dan sisi yang diawali dan diakhiri dengan titik dimana titik dan sisinya boleh berulang. Cara mengetahui panjang sebuah jalan W yaitu dengan menghitung banyaknya sisi yang dilintasi oleh jalan W tersebut.

Sebuah lintasan ($Path$) pada graf G didefinisikan sebagai sebuah jalan dengan titik dan sisi yang berbeda dan tidak ada titik maupun sisinya yang dipakai berulang.

Jarak atau *distance* dinotasikan $d(v_i, v_j)$ yang artinya jarak antara dua titik v_i dan v_j. Jarak pada graf G adalah panjang lintasan terpendek dari titk v_i ke titik v_j. jarak maksimum antara dua titik sebarang pada graf G disebut diameter, dinotasikan $diamG = max\{e(v) : v \in V\}$.

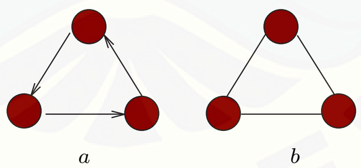
Dua buah titik v_1 dan v_2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2. G disebut graf terhubung jika untuk setiap pasang titik v_1 dan v_2 dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_1 ke v_2. Jika tidak, maka G disebut graf tak-terhubung (Purwanto dkk,2006).

2.2 Jenis-Jenis Graf

Berdasarkan sifatnya graf dapat dikelompokan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang pengelompokannya.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas dua jenis yaitu graf tak berarah (*undirected graph*) dan graf berarah (*directed graph*) atau *digraph*). Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Sedangkan graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.

Pada topik teori graf mengenai koneksi pelangi jenis graf yang digunakan adalah graf tidak berarah karena jalur lintasan yang dilewati tanpa menghiraukan arahnya.



Gambar 2.3 (a) Graf C_3 Berarah, (b) Graf C_3 Tak Berarah

Berdasarkan jumlah simpul yang dimiliki, graf digolongkan menjadi dua jenis yaitu graf berhingga (*limited graf*) dan graf tak-berhingga (*unlimited graf*). Graf berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya, n berhingga. Graf tak berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya, n tidak berhingga banyaknya disebut graf tak berhingga.

Pada topik teori graf mengenai koneksi pelangi jenis graf yang digunakan adalah graf berhingga karena suatu jalur lintasan selalu ada akhirnya sebagai tujuan.

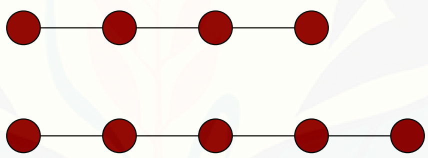
2.3 Graf Khusus dan Operasi Graf

Graf khusus adalah graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus. Keunikan graf khusus adalah tidak isomorfis dengan graf lainnya. Karakteristik bentuknya dapat diperluas sampai order n dan tetap simetris. Berikut ini adalah beberapa contoh graf khusus.

a. Graf Lintasan (*Path*)

Graf lintasan adalah graf yang terdiri dari urutan titik dan sisi secara bergantian. Graf lintasan dengan n buah titik dilambangkan dengan P_n dimana $n \geq 2$. Jumlah sisi pada graf lintasan yang terdiri dari n buah titik adalah n-1 sisi (Akram, 2015)

Contoh dari graf lintasan bisa dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Graf Lintasan P_4 dan P_5

b. Graf Lingkaran (*Cycle*)

Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap titiknya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n titik dilambangkan dengan C_n.

Contoh dari graf lingkaran bisa dilihat pada Gambar 2.5.

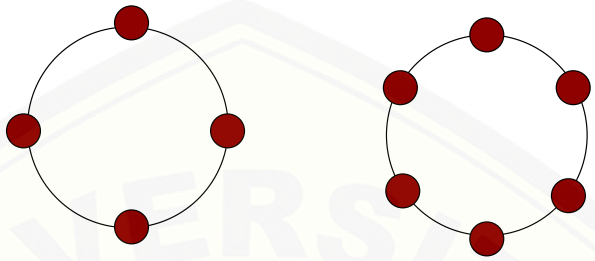
c. Graf Bintang (*Star Graph*)

Graf Bintang adalah graf pohon yang terdiri dari satu titik pusat yang berderajat n dan n titik yang berderajat 1. Jadi, graf bintang S_n terdiri dari $n+1$ titik dan n sisi dengan $n \geqslant 2$.

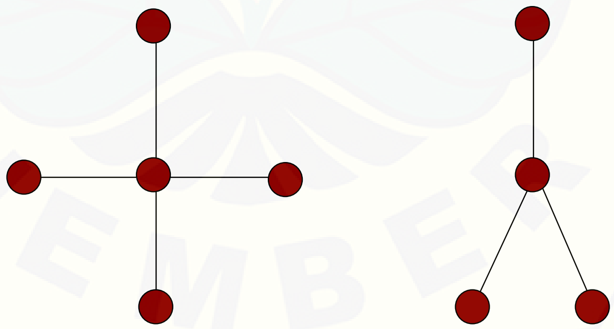
Contoh dari graf bintang bisa dilihat pada Gambar 2.6.

d. Graf Kipas (*Fan Graph*)

Graf kipas yang dinotasikan dengan f_n adalah graf yang terbentuk dari operasi

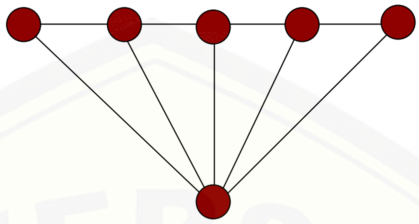


Gambar 2.5 Graf Lingkaran C_4 dan C_6



Gambar 2.6 Graf Bintang S_4 dan S_3

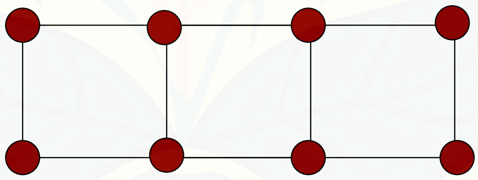
joint antara cycle dengan satu vertex, tetapi ada salah satu e pada cycle yang dihapus $n \geqslant 3$ memiliki n+1 titik dan 2n-1 sisi (Meilin, 2015). Contoh dari graf kipas bisa dilihat pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Graf Fan $F_(1,5)$

e. Graf Tangga (*Ladder Graph*)

Graf tangga yang dilambangkan dengan L_n adalah sebuah graf yang berpedoman dengan K_2 x P_n dengan titik V(L_n)= $\{x_i,\ v_i\ :\ 1 \geqslant i \geqslant n\}$ dan E(L_n)=$\{x_i x_{i+1},\ v_i v_{i+1}\ :\ 1 \geqslant i \geqslant n-1\}$. Graf tangga mempunyai 2n titik dan 3n-2 sisi (Sugeng, 2005:14). Contoh dari graf tangga bisa dilihat pada Gambar 2.8.



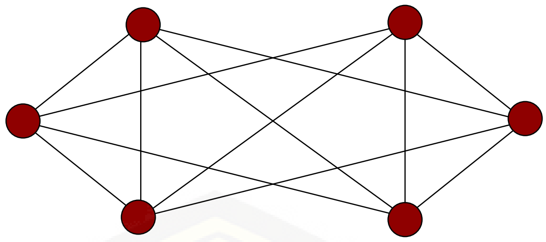
Gambar 2.8 Graf Tangga L_3

f. Graf (*Cocktail Party*)

Graf cocktail party adalah graf yang didapat dari hasil disjoint complent dari n copy graf lengkap. Contoh dari graf cocktail party bisa dilihat pada Gambar 2.9.

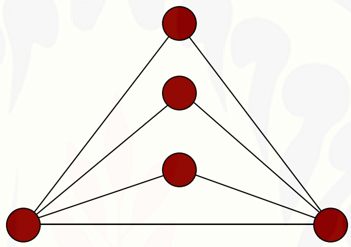
g. Graf Buku Segitiga (*Triangular Book Graph*)

Menurut Dafik dkk (2013) graf buku yang dinotasikan dengan Bt_n yaitu graf yang terdiri dari sejumlah n buah segitiga $n \geqslant 2$ dengan setiap segitiga memiliki sebuah sisi yang dipakai bersama atau dengan kata lain setiap segitiga memiliki



Gambar 2.9 Graf Cocktail Party $H_(2,3)$

2 titik yang sama. Contoh dari graf buku segitiga bisa dilihat pada Gambar 2.10.

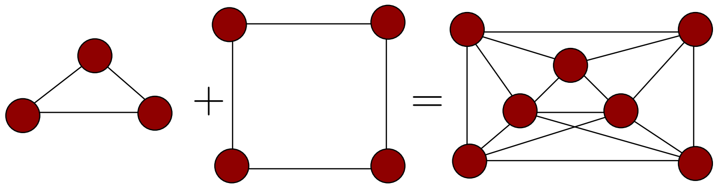


Gambar 2.10 Graf Buku Segitiga Bt_3

Operasi graf merupakan cara untuk memperoleh graf baru dengan melakukan suatu operasi terhadap dua graf. Berikut ini adalah operasi graf beserta contohnya yamg digunakan dalam penelitian.

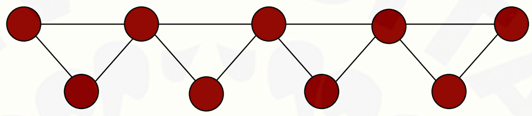
Definisi 2.3.1. *Graph Joint* $(G_1 + G_2)$ *dari graf* G_1 *dan* G_2*, dinotasikan dengan* $G = G_1 + G_2$*, adalah graf* G *dimana* $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ *dan* $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup uv|u \in V(G_1), v \in V(G_2)$, $(Harary,$ 1994$)$. Contoh dari operasi *joint* dapat dilihat pada Gambar 2.11.

Definisi 2.3.2. *Graph Shackel dinotasikan dengan Shack(G,r) dimana G adalah graf terhubung non trivial, r merupakan banyaknya graf G yang akan di-shackle, dan untuk setiap* G_i *dan* $G_i + 1$*, dimana* $1 \geqslant i \geqslant r$ *terdapat tepat satu titik yang sama yang disebut vertex linkage, dimana r-1 vertex linkage semua berbeda (Harsya dkk, 2014).*

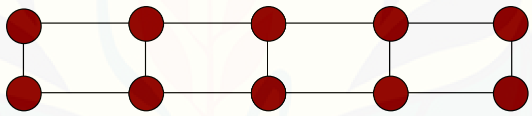


Gambar 2.11 Contoh Operasi *Joint* ($C_3 + C_4$)

Contoh operasi Shackle Titik lihat pada Gambar 2.12 dan operasi Shackle Sisi lihat pada Gambar 2.13.



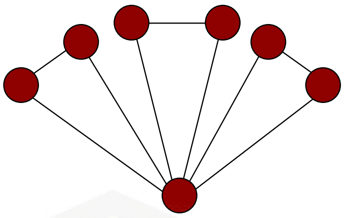
Gambar 2.12 Contoh Operasi *Shackel* Titik (*Shackle*(C_3,V,4))



Gambar 2.13 Contoh Operasi *Shackel* Sisi (*Shackle*(C_4,E,4))

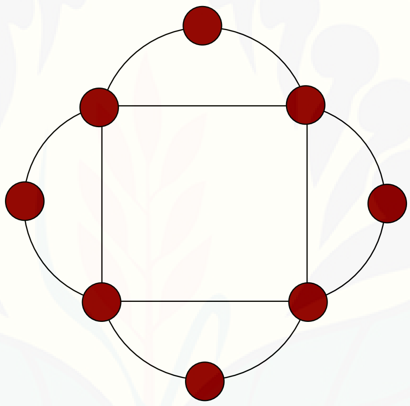
Definisi 2.3.3. *Misalkan* $\{G_i\}$ *merupakan kumpulan graf berhingga dan masing-masing* G_i *mempunyai titik tertentu yang sama, yakni* v_{oi}*, yang disebut sebagai titik terminal. Amalgamasi pada* G_i*, dinotasikan dengan amal*$\{G_i, v_{oi}\}$*, diperoleh dengan cara menyatukan seluruh graf* G_i *pada titik terminalnya (Maryati, dkk., 2010: 339). Contoh graf dengan operasi amalgamasi dapat dilihat pada gambar 2.14.*

Definisi 2.3.4. *Graf Comb Sisi (Edge Comb Product graph yang dinotasikan dengan* $(G \trianglerighteq H)$ *adalah sebuah graf yang dibangun dari graf* G *dan* H*, dimana setiap sisi pada graf* G *diganti oleh graf* H *dengan cara menempelkan satu sisi dari graf* H *terhadap sebanyak jumlah sisi pada graf* G*. Apabila* $|V(G)| = p_1$ *dan*



Gambar 2.14 Contoh Operasi *Amalgamasi* ($Amalgamasi(C_3)$)

$|E(G)| = q_1$, sedangkan $|V(H)| = p_2$ dan $|E(H)| = q_2$ maka $|V(G \trianglerighteq H)| = q_1(p_2$ - 2)+p_1 dan $|E(G \trianglerighteq H)| = q_1\ q_2$ (Dafik, 2016). Contoh graf hasil operasi comb sisi dapat dilihat pada gambar 2.15.



Gambar 2.15 Contoh Operasi *Comb Sisi* ($C_4 \trianglerighteq C_3$)

2.4 Koneksi Pelangi dan Koneksi Pelangi Kuat

Konsep koneksi pelangi pada graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 2006 oleh Chartrand dkk. Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf terhubung tak-trivial dan definisikan dengan fungsi c :E(G)→ $1, 2, ..., k$, k elemen N, dikatakan pewarnaan k-pelangi pada G, jika untuk setiap pasang titik u dan v terdapat suatu lintasan dengan u dan v sebagai titik ujung yang setiap sisinya memperoleh warna berbeda. Lintasan tersebut dimanakan lintasan pelangi. Bilangan terhubung pelangi graf G adalah bilangan bulat positif terkecil k sehingga G mempunyai suatu pewarnaan k-pelangi, dinotasikan dengan $rc(G)$.

Selanjutnya, c dikatakan pewarnaan k-pelangi kuat, jika untuk setiap titik u dan v terdapat lintasan pelangi dengan panjangnya sama dengan jarak u dan v, yang dinamakan sebagai lintasan pelangi kuat. Dalam hal ini, bilangan bulat postif terkecil K sehingga G mempunyai suatu pewarnaan k-pelangi kuat didefinisikan sebagai bilangan terhubung pelangi kuat yang dinotasikan dengan $src(G)$. Dari definisi dapat disimpulkan bahwa $rc(G) \leq src(G)$.

Diameter graf dinotasikan dengan $diam(G)$, merupakan maksimum dari himpunan jarak dua titik pada G. Untuk menemukan diameter dari graf, harus ditentukan jarak dari setiap dua titk pada G, bilangan terbesarnya merupakan diameter dari graf tersebut. Orde bgraf G didefinisikan sebagai banyak titik pada G. Misalkan k menyatakan ukuran dari G, yakni banyak sisi pada G, maka $diam(G) \leq rc(G) \leq src(G) \leq k$.

Teorema yang digunakan untuk batas atas dan bawah dari koneksi pelangi adalah sebagai berikut:

Teorema 2.4.1. *(Li dan Sun, 2012) Misalkan G adalah sebuah graf terhubung dengan* $d(G) \geq 2$. *Maka*
(i) jika G adalah sebuah graf interval, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 1$, *di sisi lain, jika G adalah sebuah unit graf interval, maka* $k(G) = rc(G)$;
(ii) jika G adalah AT-free, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 3$;
(iii) jika G adalah sebuah threshold graph, $k(G) \leq rc(G) \leq 3$;
(iv) jika G adalah sebuah chain graph, $k(G) \leq rc(G) \leq 4$;
(v) jika G adalah sebuah circular arc graph, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 4$;

Teorema yang digunakan untuk koneksi pelangi kuat adalah sebagai berikut:

Teorema 2.4.2. *Misalkan G adalah graf terhubung nontrivial dengan size m. maka*

- $diam(G) \leq rc(G) \leq src(G) \leq m$, *dimana* $diam(G)$ *adalah diameter G dan m adalah banyak sisi dari G,*

- $rc(G) = 1$ *jika dan hanya jika G adalah graf lengkap,* $src(G) = 1$ *jika dan hanya jika G adalah graf lengkap;*

- *$rc(G) = 2$ jika dan hanya jika $src(G) = 2$;*
- *$rc(G) = m$ jika dan hanya jika G adalah graf pohon, $src(G) = m$ jika dan hanya jika G adalah graf pohon.*

Beberapa rangkuman hasil penelitian koneksi pelangi di sebarang graf khusus yang dapat digunakan sebagai rujukan penelitian ini. Sehingga hasil penelitian sebelumnya dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1: Hasil penelitian $rc(G)$ dan $src(G)$

Graf	Hasil	Penemu
C_n (*Cycle Graph*); $n \geq 4$	$rc(C_n) = src(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$	Chartrand,dkk, 2008
K_n (*Complete Graph*); $n \geq 2$	$rc(K_n) = src(K_n) = 1$	Chartrand,dkk, 2008
T_n (*Tree*); $n \geq 2$	$rc(T_n) = src(T_n) = m$	Chartrand,dkk, 2008
W_n (*Wheel Graph*); $n \geq 3$	$rc(W_n) = 1; n = 3$ $rc(W_n) = 2; 4 \leq n \leq 6$ $rc(W_n) = 3; n \geq 7$ $src(W_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil$	Chartrand,dkk, 2008
$K_{s,t}$ (*Complete Bipartit*); $2 \leq s \leq t$	$rc(K_{s,t}) = min\{\lceil \sqrt[s]{t} \rceil, 4\}$ $src(K_{s,t}) = \lceil \sqrt[s]{t} \rceil$	Chartrand,dkk, 2008
$G = K_{n_1,n_2,\ldots,n_k}$ (*Complete k-partit*); dengan $k \geq 3$ dan $n_1 \leq n_2 \leq \ldots \leq n_k$	$rc(G) = 1; n_k = 1$ $rc(G) = 2; n_k \geq 2, s > t$ $rc(G) = min\{\lceil \sqrt[s]{t} \rceil, 3\}; s \leq t$ $src(G) = rc(G); n_k = 1$ dan $n_k \geq 2, s > t$ $src(G) = \lceil \sqrt[s]{t} \rceil; s \leq t$	Chartrand,dkk, 2008
G_n (*Gear Graph*); $n \geq 4$	$rc(G_n) = 4$	Syafrizal, 2014

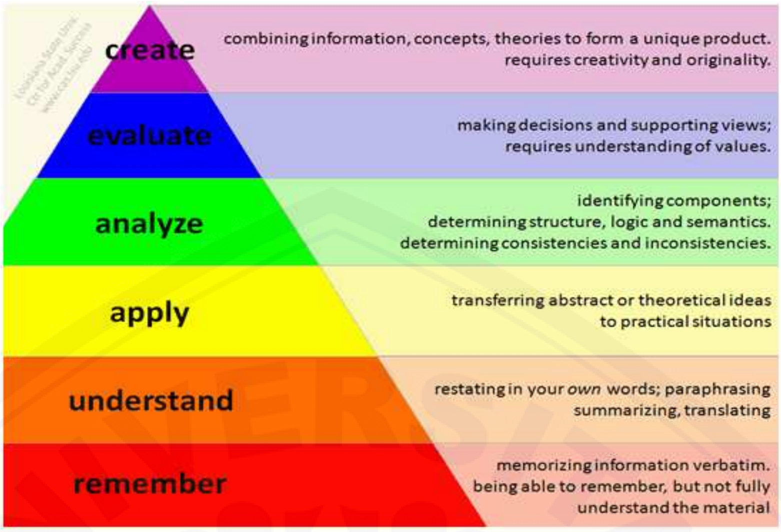
Graf	Hasil	Penemu
B_n (*Book Graph*); $n \geq 3$	$rc(B_n) = 4$	Syafrizal, 2014
$G \cong (C_1, C_2, ...C_{n_k})$-path $n_i \geq 3$ dan $k \geq 2$	$rc(G) = \lceil \frac{n_1}{2} \rceil + s = \sum_{i=2}^{k} \lceil \frac{n_i}{2} \rceil$	Syafrizal, 2014
F_n (*Fan Graph*); $n \geq 2$	$rc(F_n) = 1;n = 2$ $rc(F_n) = 2;3 \leq n \leq 6$ $rc(F_n) = 3;n \geq 7$ $src(F_n) = rc(F_n);2 \leq n \leq 6$ $src(F_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil;n \geq 7$	Syafrizal,dkk, 2014
S_n (*Sun Graph*)	$rc(S_n) = src(S_n) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + n$	Syafrizal,dkk, 2014
Bt_n (*Triangle Book*);$n \geq 1$	$rc(Bt_n) = 1;n = 1$ $rc(Bt_n) = 2;n = 2$ $rc(Bt_n) = 3;n \geq 3$	Alfarisi,dkk, 2014
Kt_n (*Handle Fan*);$n \geq 2$	$rc(Kt_n) = 2;n = 2$ $rc(Kt_n) = 3;n \geq 3$	Alfarisi,dkk, 2014
Fl_n (*Flower Graph*);$n \geq 2$	$rc(Fl_n) = 3$	Alfarisi,dkk, 2014
Wb_n (*Spider Web*);$n \geq 3$	$rc(Wb_n) = 3;3 \leq n \leq 6$ $rc(Wb_n) = 4;n = 7$ $rc(Wb_n) = 5;n \geq 8$	Alfarisi,dkk, 2014
Dl_n (*Diamond Ladder*);$n \geq 2$	$rc(Dl_n) = n + 1$	Alfarisi,dkk, 2014
PC_n (*Parachute Graph*);$n \geq 2$	$rc(PC_n) = n + 1$	Alfarisi,dkk, 2014
W_4^n (*Windmill Graph*);$n \geq 2$	$rc(W_4^n) = 3$	Alfarisi,dkk, 2014

2.5 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Berpikir adalah proses yang membentuk representasi mental baru melalui transformasi informasi ke dalam interaksi kompleks dari atribusi mental yang mencakup pertimbangan, pengabstrakan, penalaran, penggambaran, pemecahan masalah logis, pembentukan konsep. Sedangkan berpikir menurut Santrock (2008) melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Kita berpikir untuk membentuk konsep, menalar, berpikir secara kritis membuat keputusan, berfikir secara kreatif dan memecahkan masalah.

Kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan penggunaan proses berpikir pada tingkat lebih tinggi untuk memperoleh wawasan baru dan tantangan baru dalam suatu pemecahan masalah. Rofiah *et al.*(2013:18) mengemukakan bahwa kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan kemampuan menghubungkan, memanipulasi, dan mentransformasi pengetahuan serta pengalaman yang dimiliki untuk berpikir secara kritis dan kreatif dalam upaya menentukan keputusan dan memecahkan masalah pada situasi baru. Berpikir Tingkat Tinggi terjadi ketika seseorang mengambil informasi baru dan informasi yang tersimpan dalam memori dan saling terhubungkan atau menata kembali dan memperluas informasi ini untuk mencapai tujuan atau menemukan jawaban yang dari sebuah permasalahan.

Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir tingkat tinggi. Pemikiran ini didasarkan bahwa beberapa jenis pembeljaran memerlukan proses kognisi yang lebih dari pada yang lain, tetapi memiliki manfaat-manfaat lebih umum (Lewy, 2009:15). Taksonomi Bloom yang digambarkan dalam Gambar 2.16 memuat enam level: mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*) dan mencipta (*creating*). Kebiasaan berpikir akan memacu munculnya kreativitas, inovasi, dan kecerdasan. Semakin tinggi level berpikir seseorang dikatakan semakin tinggi pula keterampilan berpikir. Sebaliknya semakin rendah level berpikir seseorang dikatakan semakin rendah pula keterampilan berpikirnya.



Gambar 2.16 Tahapan Taksonomi Bloom

Dengan demikian yang dimaksud dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi (High Order Thinking Skill) adalah bila seseorang memenuhi tahapan minimal di level 4. Adapun tahapan dari masing-masing level taksonomi Bloom dapat digambarkan sebagi berikut:

Mengingat (*remembering*) adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi yang tersimpan dalam ingatan dengan cara mengurutkan, menjelaskan, mengidentifikasi, menamai, menempatkan, mengulangi , menemukan kembali; memahami (*understanding*) adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian atau makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik atau diagram dengan cara menafsirkan, meringkas, mengklasifikasikan, membandingkan, menjelaskan, membeberkan; menerapkan (*applying*) adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu dengan cara melaksanakan, menggunakan, menjalankan, melakukan, mempraktikan, memilih, menyusun, memulai, menyelesaikan, mendeteksi; menganalisis (*analysing*)yaitu memisahkan konsep ke dalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep secara utuh dengan cara menguraikan, membandingkan, mengorganisir, menyusun ulang, mengubah struktur, mengkerangkakan, menyusun outline, mengintegrasikan, membedakan, menyamakan, membandingkan, mengintegrasikan; mengevaluasi (*evaluating*) adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteri, atau patokan tertentu dengan cara menyusun hipotesi, mengkritik, memprediksi, menilai, menguji, mebenarkan, menyalahkan; mencipta (*creating*) adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi sesuatu bentuk baru yang utuh dan koheren atau membuat sesuatu yang orisinil dengan cara merancang, membangun, merencanakan, memproduksi, menemukan, membaharui, menyempurnakan, memperkuat, memperindah, menggubah.

Gambar 2.17 Revisi Tahapan Taksonomi Bloom

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan kedalam penelitian eksploratif dan penelitian terapan (applied research). Penelitian eksploratif adalah jenis penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. penelitian terapan (applied research) merupakan penyelidikan yang hati-hati, sistematik dan terus-menerus terhadap suatu masalah dengan tujuan untuk digunakan dengan segera untuk keperluan tertentu.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan Metode deduktif aksiomatik dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Hal tersebut kemudian diterapkan dalam koneksi pelangi pada graf hasil operasi comb sisi.

3.3 Definisi Operasional

Definisi operasional variabel digunakan untuk memberikan gambaran secara sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Definisi operasional yang dimaksud adalah sebagai berikut :

3.3.1 Koneksi Pelangi

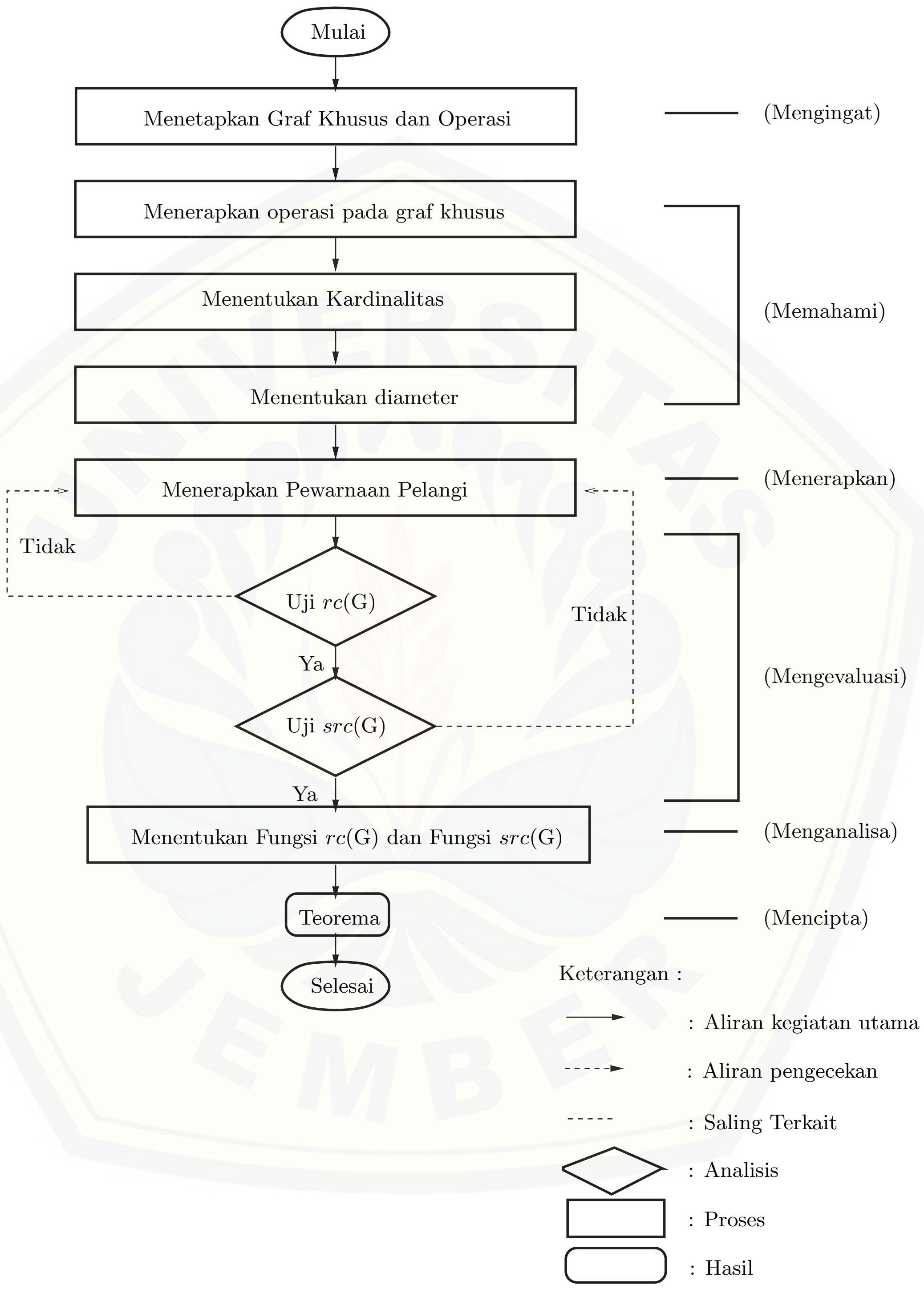
Misalkan G adalah graf terhubung tak-trivial. Fungsi c : $E(G) = 1,2,...,$ k, untuk suatu $k \in N$ dikatakan pewarnaan koneksi pelangi pada G jika untuk setiap pasang titik u dan v di V terdapat suatu lintasan dengan u dan v sebagai titik ujung yang setiap sisinya memperoleh warna berbeda. Lintasan tersebut dinamakan lintasan pelangi. Bilangan terhubung pelangi graf G adalah bilangan bulat positif terkecil k sehingga G mempunyai suatu pewarnaan-koneksi pelangi, dinotasikan dengan $rc(G)$.

Selanjutnya, c dikatakan pewarnaan-koneksi pelangi kuat, jika untuk setiap titik u dan v di V terdapat lintasan pelangi dengan panjangnya sama dengan jarak u dan v, yang dinamakan sebagai lintasan pelangi kuat. Dalam hal ini, bilangan bulat positif terkecil k sehingga G mempunyai suatu pewarnaan-koneksi pelangi kuat didefinisikan sebagai bilangan terhubung pelangi kuat yang dinotasikan de-ngan $src(G)$. Dari definisi, dapat terlihat bahwa $rc(G) \leq src(G)$.

3.4 Rancangan Penelitian

Rancangan penelitian untuk graf hasil eksponensial dari C_4 dan L_r dapat digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan oleh Gambar 3.1 berikut, Untuk uraian dari rancangan penelitian ini sebagai berikut:

1. menetapkan graf khusus;
2. menerapkan operasi graf;
3. menentukan kardinalitas graf yang dioperasikan;
4. menentukan diameter graf yang dioperasikan;
5. menerapkan koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat;
6. memeriksa nilai koneksi pelangi dan nilai koneksi pelangi kuat, apabila sesuai dengan teorema dilanjutkan dengan menentukan fungsi, apabila tidak sesuai akan kembali ke tahap selanjutnya yaitu menerapkan operasi graf;
7. menentukan fungsi koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat;
8. menemukan teorema;



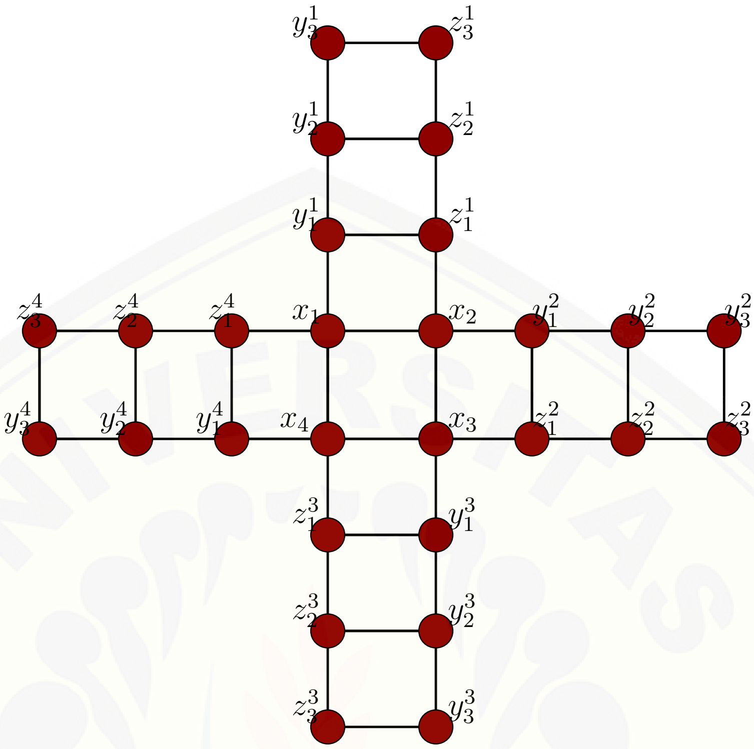
Gambar 3.1 Bagan Teknik Penelitian

3.5 Observasi Awal

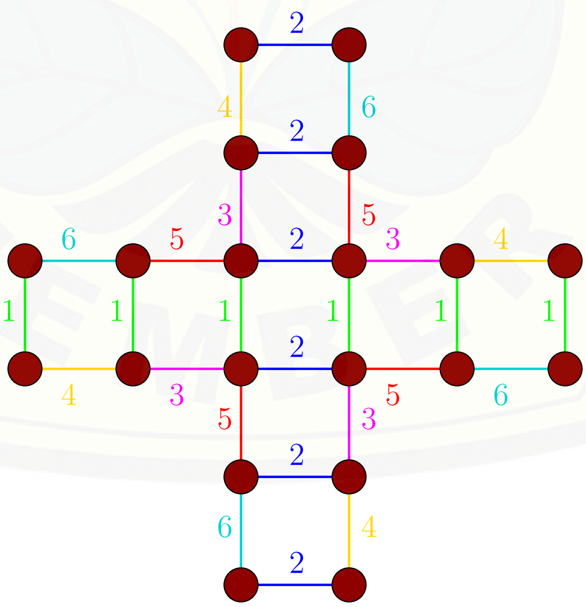
Sebelum melakukan penelitian lanjutan pada graf hasil operasi eksponensial, telah dilakukan observasi awal untuk menentukan diameter pada graf hasil operasi eksponensial antara graf C_4 dan graf L_r $(C_4 \trianglerighteq L_r)$. Setelah melakukan observasi awal tersebut, peneliti menentukan kardinalitas graf hasil operasi eksponensial tersebut lalu menerapkan *Rainbow Colouring* dan *Strong Rainbow Colouring*. Observasi awal yang dilakukan dikaitkan dengan proses berpikir tingkat tinggi berdasarkan Taksonomi Bloom, antara lain tahapannya sebagai berikut : 1) mengingat definisi dan teorema yang telah dibuktikan pada koneksi pelangi (tahap mengingat), 2) memahami definisi dan teorema tersebut untuk diterapkan pada graf hasil operasi eksponensial (tahap memahami), 3) menggunakan definisi dan teorema pada pewarnaan sisi koneksi pelangi yaitu mencari pewarnaan sisi koneksi pelangi pada graf $C_4 \trianglerighteq L_r$ (tahap menerapkan), 4) kemudian menganalisa banyaknya warna koneksi pelangi dan diameter dari graf hasil operasi tersebut (tahap menganalisa), 5) memastikan kembali apakah semua warna koneksi pelangi sudah tepat (tahap mengevaluasi), dan 6) menciptakan teorema baru dari graf hasil operasi tersebut (tahap mencipta).

Berdasarkan tahapan-tahapan tersebut, peneliti menemukan koneksi pelangi untuk graf $C_4 \trianglerighteq L_r$. Gambar 3.1 merupakan observasi awal yaitu koneksi pelangi pada graf $C_4 \trianglerighteq L_r$.

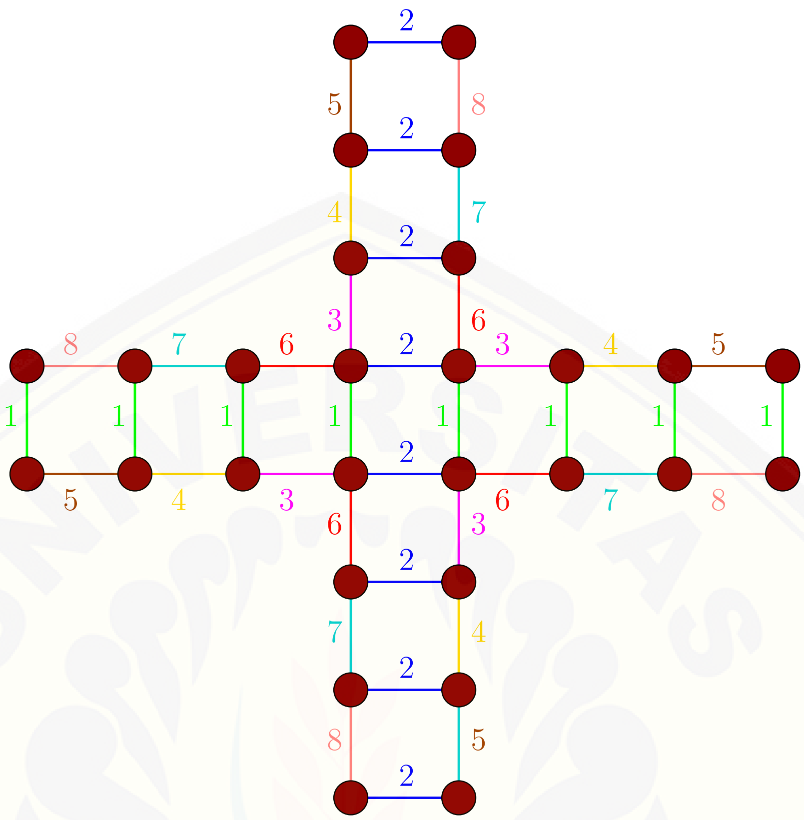
Graf $C_4 \trianglerighteq L_r$ terdiri dari 8n+4 titik dan 12n+4 sisi dimana V($C_4 \trianglerighteq L_n$)=$\{x_i$, y_i^j, z_i^j; $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq r\}$ dan E($C_4 \trianglerighteq L_r$)=$\{x_i x_{i+1}$; $1 \leq i \leq 3$; $x_4 x_1\}$ U $\{x_i y_i^j$, $x_i z_i^j$; $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq r\}$ U$\{y_i^j y_{i+1}^j$, $z_i^j z_{i+1}^j$; $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq r\}$ U $\{y_i^j z_i^j$; $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq r\}$. Contoh koneksi pelangi pada graf Graf $C_4 \trianglerighteq L_r$ dapat dilihat pada Gambar 3.2, 3.3, dan 3.4



Gambar 3.2 $C_4 \trianglerighteq L_3$



Gambar 3.3 contoh pewarnaan koneksi pelangi kuat $C_4 \trianglerighteq L_2$



Gambar 3.4 contoh pewarnaan koneksi pelangi kuat $C_4 \trianglerighteq L_3$

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa:

1. Nilai koneksi pelangi pada graf hasil operasi comb sisi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

   a. $rc(L_p \trianglerighteq L_r) = p + 2r + 1$

   b. $rc(L_p \trianglerighteq C_m) = p + m$

   c. $rc(C_n \trianglerighteq C_m) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + m - 1$

   d. $rc(C_n \trianglerighteq L_p) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 2p$

2. Nilai koneksi pelangi kuat pada graf hasil operasi comb sisi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

   a. $src(L_p \trianglerighteq L_r) = p + 2pr + 1$

   b. $src(L_p \trianglerighteq C_m) = (m - 1)(3p + 1) + p + 1$

   c. $src(C_n \trianglerighteq C_m) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + n(m - 1)$

   d. $src(C_n \trianglerighteq L_p) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 2p$

3. Keterkaitan menumbuhkan keterampilan berpikir tingkat tinggi dan proses menemukan nilai koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat pada graf hasil operasi comb sisi yaitu dimulai dari tahap mengingat jenis graf yang akan digunakan, memahami karakteristik operasi graf comb sisi untuk meneliti pewarnaan pelangi dan menentukan kardinalitasnya, menerapkan konsep atau teorema yang mengenai koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat pada graf yang diteliti, menganalisa fungsi pewarnaan koneksi pelangi hingga ditemukan nilai pewarnaan koneksi pelangi dan nilai pewarnaan koneksi pelangi kuat, mengevaluasi pewarnaan koneksi pelangi dan koneksi pelangi

kuat sesuai dengan teorema, dan terkahir menciptakan teorema baru dalam pewarnaan koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis koneksi pelangi dan koneksi pelangi kuat pada graf hasil operasi comb sisi dimana graf khusus yang digunakan adalah graf tangga dan graf lingkaran, maka peneliti memberikan saran kepada pembaca agar dapat mengembangkan koneksi pelangi kuat pada graf hasil operasi comb sisi lainnya. Dan juga agar pembaca dapat melakukan penelitian bagaimana koneksi pelangi dari graf $(C_n \trianglerighteq C_m)$ dapat mencapai lower bound dan bagaimana karakteristik suatu graf hasil operasi comb sisi yang memiliki $rc(G \trianglerighteq H) = src(G \trianglerighteq H)$.

DAFTAR PUSTAKA

Akram, M. dan Nawas, S. 2015. *Operation on Soft Graph. Science Diret.Vol. 7:423-449.*

Alfarisi, Ridho., Dafik, dan Fatahillah, Arif. 2015. *The Rainbow Connection Number of Special Graphs.* Jurnal: Universitas Jember

Basavaraju, M., L. Sunil Chandran, D. Rajendraprasad, dan A. Ramaswamy. 2011. *Rainbow Connection Number of Graph Power and Graph Products.* Jurnal: Indian Institute of Science, Bangalore.

Chartrand, G., G.L.Johns, K.A. McKeon, dan P. Zhang. 2008. *Rainbow Connection in Graphs.* Jurnal:*Math. Bohem.*, 133, No. 2, 85–98.

Chakraborty, S., F. Eldar, M. Arie dan Y. Raphael. 2009. *Hardness and algorithms for rainbow connection.* Jurnal: Journal of Combinatorial Optimization, 1-18.

Carlson, K. 2006. *Generalized Books and C_m-snakes Are Prime Graphs.* Jurnal: Ars Combinatoria 80, 215-221.

Dafik. 2007. *Structural Properties and Labeling of Graph.* (Tesis) Australia: University of Ballarat.

Dafik, Slamin, Eka F. dan Sya'diyah L. 2013. *Super Antimagicness of Triangular Book and Diamond Ladder Graphs.* (Proceedings of IICMA)

Dafik, Slamin, Tanna,D. 2016. *Constructions of H-antimagic Graphs Using Snaller Edge-antimagic Graphs.* (ars Combinatoria)

Harju, Tero. 2011. *Graph Theory.* Finlandia: University of Turku .

Harrary, F. 1994. *Graph Theory.* Addison: Wesley.

Harsya.A. Y., Agustin I. H., dan Dafik. 2014. *Pewarnaan Titik Pada Operasi Graf Lintasan, Graf Sikel, dan Graf Bintang.* (Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Jember, 1. .

Klavzar, Sandi. 2012. *On The Rainbow Connection of Cartesian Products and Their Subgraphs.* Jurnal: Discussiones Mathematicae Graph Theory 32, 783-793.

L. Sunil Chandran, Anita Das, D. Rajendraprasad, dan N.M. Varma. 2010. *Rainbow Connection Number and Connected Dominating Sets.* Jurnal: National Institute of Technology, Calicut - 673 601, India.

Meilin, Tilukang I., Salman, A. N. M. dan Persulessy, E. R. 2015. *In the Total Irregularity Strength of Fan, Wheel, Triangular Book, and Friendship Graph.* Indonesia: University of Pattimura. Vol. 74: 124-131.

Moradi, Sirous. 2012. *A Note on Tensor Product of Graphs.* Jurnal: Iranian Journal of Mathematical Sciences and Informatics Vol. 7, No. 1, 73–81.

Schiermeyer, Ingo. 2011. *On Minimally Rainbow k-Connected Graphs.* Jurnal: Elsevier B.V. All rights reserved.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendidikan Teori Graf.* Jember : Universitas Jember

Sugeng, Kiki Ariyanti. 2005. *Magic and Labeling of Graphs.* Thesis. Australia: University of Ballarat.

Syafrizal Sy., Medika, Gema., dan Yulianti, Lyra. 2013. *The Rainbow Connection of Fan and Sun.* Jurnal: Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, no. 64, 3155 - 3159.

X. Li dan Y. Sun. 2012. *Rainbow Connection of Graphs.* New York: Springer Briefs in Mathematics

MATRIK PENELITIAN