NILAI DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI TITIK DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Alivia Zisza Tauhida

NIM 130210101018

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER

2017

NILAI DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI TITIK DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Alivia Zisza Tauhida
NIM 130210101018

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang serta Sholawat dan salam atas Nabi Muhammad S.A.W. Karya sederhana ini dan rasa terima kasih dipersembahkan kepada:

1. Ayahanda tercinta Santosa dan Ibunda tercinta Zulfaidah yang senantiasa memberikan dorongan, semangat, kasih sayang, dan do'a yang tak pernah putus dalam mengiringiku meraih impian;
2. Bapak Prof. Slamin M.Comp.Sc., Ph.D., Bapak Prof. Drs. Dafik., M.Sc., Ph.D., dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
3. Semua guru dari SDN Patrang 1 Jember, SMP Negeri 4 Jember, SMA Negeri Arjasa Jember, dan Dosen Program Studi Pendidikan Matematika UNEJ yang telah mendidik dengan penuh kesabaran;
4. Keluarga besar yang selalu memberikan dukungan, semangat dan kebahagiaan. Khususnya saudaraku Iftitah Dian Furaida;
5. Rekan seperjuangan Putu Liana, Ika Nur Maylisa, Siti Aisyah, Indira Arifiana, Apriliana Tezha, Alina Mahdia dan Rizka.
6. Rekan Pendidikan Matematika angkatan 2013, CGANT, BIDANG 4 MSC, dan KKMT AN NUR memberikan pengalaman indah yang tak terlupakan;
7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
8. semua pihak yang telah membantu dan memotivasi.

MOTTO

يٰٓاَيُّهَا الَّذِيْنَ اٰمَنُوا اسْتَعِيْنُوْا بِالصَّبْرِ وَالصَّلٰوةِ ۗ اِنَّ اللّٰهَ مَعَ
الصّٰبِرِيْنَ ١٥٣

"Hai orang-orang yang beriman, jadikanlah sabar dan shalatmu sebagai penolongmu, sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar."

(QS. Al-Baqarah: 153) *)

"Keberhasilan saya diperoleh dari 99% keringat/kerja keras, 1% sisanya inspirasi/*IQ*."

(Thomas Alva Edison) **)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. Al-*Qur'an* dan Terjemahannya. Bandung. CV Penerbit J-ART.

**) Thomas Alva Edison, penemu bola lampu pijar.

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Alivia Zisza Tauhida

NIM : 130210101018

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: *Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalagamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi* adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumber rujukannya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, April 2017
Yang menyatakan,

Alivia Zisza Tauhida
NIM. 130210101018

SKRIPSI

NILAI DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI TITIK DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Oleh

Alivia Zisza Tauhida
NIM 130210101018

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

PENGAJUAN

NILAI DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI TITIK DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa	: Alivia Zisza Tauhida
NIM	: 130210101018
Jurusan	: Matematika
Angkatan Tahun	: 2013
Daerah Asal	: Jember
Tempat, Tanggal Lahir	: Jember, 30 Maret 1995

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19680802 199303 1 004	NIP. 19820529 200912 1 003

PENGESAHAN

Skripsi berjudul Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalagamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari :

Tanggal :

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19680802 199303 1 004	NIP. 19820529 200912 1 003
Anggota I,	Anggota 2,
Susi Setiawani, S.Si., M.Si.	Drs. Toto' Bara S., M.Si.
NIP. 197003007 199512 2 001	NIP. 19581209 198603 1 003

Mengesahkan,
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalagamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Alivia Zisza Tauhida, 130210101018; 2017; 71 halaman; Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Konsep dimensi metrik muncul dari himpunan pembeda yang dikenal dengan istilah himpunan pembeda. Himpunan W didefinisikan sebagai himpunan pembeda G jika titik G mempunyai representasi berbeda. Dimensi metrik adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda. Secara umum dimensi metrik dari graf G atau biasa dinotasikan $\dim(G)$ adalah menentukan banyaknya titik pada basis graf G, dimana basis merupakan himpunan pembeda yang mempunyai kardinalitas minimal. Untuk himpunan terurut dari himpunan pembeda $W = \{w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n\}$ dari himpunan titik di graf terhubung G dan sebuah titik v di G, k-vektor (k-tuple terurut) $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \ldots, (v, w_k))$.

Salah satu kajian dalam dimensi metrik yaitu dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi *(non isolated resolving set)*. Himpunan pembeda tidak terisolasi yaitu himpunan pembeda nya satu sama lain harus saling terhubung. Kajian ini sedang sering dibicarakan karena konsep himpunan pemisah yang mempunyai kardinalitas minimum haruslah himpunan pemisahnya saling tidak terisolasi dan telah terbukti sangat berguna untuk pembahasan pada bidang lain.

Penelitian ini tergolong ke dalam penelitian eksploratif yaitu penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Penelitian ini bertujuan untuk mencari nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalagamasi titik. Graf $Amal(C_n, v, m)$, graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan $Amal(S_n, v = x_n, m)$ sehingga penelitian ini menghasilkan 3 teorema, antara lain :

Teorema 4.1.1 Untuk $n \geq 3$ dan m$\geq$ 2, nilai dimensi metrik dengan *non-isolated*

resolving set graf $Amal(C_n, v, m)$ adalah $nr(Amal(C_n, v, m)) = 2m$.

Teorema 4.1.2 Untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$, nilai dimensi metrik dan *non-isolated resolving set* graf $Amal(S_n, v = a, m)$ adalah $dim(Amal(S_n, v = a, m)) = (mn) - 1$ dan $nr(Amal(S_n, v = a, m)) = nm$.

Teorema 4.1.3 Untuk $m \geq 2$, nilai dimensi metrik dan *non-isolated resolving set* graf $Amal(P_n, v = x_n, m)$ adalah $dim(Amal(P_n, v = x_n, m)) = (n-2)m$ dan $nr(Amal(P_n, v = x_n, m)) = mn - m + 1$.

Berpikir tingkat tinggi dalam menentukan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf khusus dan hasil operasinya yakni dalam menentukan graf yang digunakan (mengingat), menentukan kardinalitas himpunan pembeda tidak terisolasi (memahami), menentukan himpunan pembeda W pada graf yang akan diteliti (menerapkan), menghitung representasi koordinat setiap titik terhadap himpunan pembeda W dan melakukan pengecekan (menganalisis), menentukan fungsi untuk mencari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi (mengevaluasi), menemukan teorema baru yang terkait dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi (mencipta).

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan strata satu (S1) pada Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Bapak Prof. Drs. Dafik., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes. selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Jember;
3. Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Jember;
4. Bapak Prof. Slamin M.Comp.Sc., Ph.D., Bapak Prof. Drs. Dafik., M.Sc., Ph.D., dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing dan Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Si., Bapak Totok Bara Setiawan selaku Dosen Penguji, yang telah meluangkan waktu pikiran dan perhatian selama penulisan skripsi ini;
5. Bapak Prof. Drs. Dafik., M.Sc., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis selama menjadi mahasiswa;
6. Seluruh Dosen dan karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan motivasi dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu penulis juga menerima segala kritik maupun saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, April 2017

Penulis

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
V(G)	=	Himpunan titik pada Graf G
E(G)	=	Himpunan sisi pada Graf G
p=$\|V(G)\|$	=	Banyaknya titik pada Graf G
q=$\|E(G)\|$	=	Banyaknya sisi pada Graf G
$\Delta(G)$	=	Derajat terbesar pada Graf G
$\delta(G)$	=	Derajat terkecil pada Graf G
C_n	=	Graf *Cycle* dengan n Titik
S_n	=	Graf Bintang dengan n+1 Titik
P_n	=	Graf *Path* dengan n Titik
Shack (G,v,r)	=	Operasi *Shackle* titik dari Graf G
Shack (G,e,r)	=	Operasi *Shackle* sisi dari graf Graf G
Amalgamasi (G,v,r)	=	Operasi *Amalgamasi* titik dari Graf G
Amalgamasi (G,e,r)	=	Operasi *Amalgamasi* sisi dari Graf G
dim(G)	=	Dimensi Metrik dari Graf G
nr(G)	=	Kardinalitas Minimum dari Himpunan Pembeda Tak Terisolasi dari Graf G

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pendidikan dalam era globalisasi seperti sekarang ini adalah kebutuhan pokok bagi umat manusia. Pendidikan selalu berkembang dan mengalami kemajuan seiring dengan perkembangan zaman yang terjadi. Pendidikan yang selalu berkembang tentunya juga harus diiringi dengan perkembangan manusia nya itu sendiri, khusunya perkembangan kualitas berpikir. Oleh karena itu manusia perlu menguasai keterampilan berpikir yang lebih baik dari sebelumnya.

Berpikir merupakan suatu aktivitas mental untuk membantu memecahkan masalah, membuat keputusan, atau memenuhi rasa keingintahuan. Kemampuan berpikir terdiri dari kemampuan berpikir dasar (*lower order thinking*) dan kemampuan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking*). Keterampilan berpikir tingkat tinggi termasuk dalam ranah kognitif. Taksonomi Bloom merupakan teori yang membahas keterampilan berpikir tingkat tinggi. Tiga ranah aspek kognitif menurut taksonomi Bloom meliputi aspek analisa, aspek evaluasi, dan aspek mencipta. Bloom juga mengklasifikasikan ranah kognitif dalam enam tingkatan, yaitu pengetahuan (*knowledge*), pemahaman (*comprehension*), penerapan (*application*), analisis (*analysis*), sintesin (*synthesis*), dan evaluasi (*evaluation*). Taksonomi Bloom yang telah direvisi adalah mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan. Keterampilan berpikir dimulai dari berpikir tingkat rendah hingga berpikir tingkat tinggi. Mengingat, memahami, dan menerapkan adalah kategori keterampilan berpikir tingkat rendah. Menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan termasuk kategori berpikir tingkat tinggi. Hal ini berarti untuk mencapai keterampilan tingkat tinggi tetap harus melewati tiga ranah dasar yaitu mengingat, memahami, dan menerapkan.

Keterampilan berpikir tingkat tinggi dapat ditingkatkan melalui salah satu cabang ilmu matematika yaitu matematika diskrit yang memuat teori graf dalam kajiannya. Teori graf memiliki beragam aplikasi di berbagai bidang ilmu dalam kehidupan sehari-hari seperti pemecahan masalah jaringan komputer, pencarian rute terpendek, dan jaringan telepon.

Teori Graf merupakan ilmu matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh L. Euler, matematikawan asal Swiss pada tahun 1736. Idenya muncul sebagai upaya dalam menyelesaikan masalah jembatan Konigsberg menggunakan graf. Ide inilah yang mengundang banyak ilmuan mengembangkan Teori Graf untuk memecahkan berbagai masalah yang muncul dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu topik dalam teori graf yang dapat menyelesaikan permasalahan adalah dimensi metrik. Konsep tersebut muncul dari himpunan pembeda yang dikenal dengan istilah himpunan pembeda. Himpunan W didefinisikan sebagai himpunan pembeda G jika titik G mempunyai representasi berbeda. Dimensi metrik adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda.

Secara umum dimensi metrik dari graf G atau biasa dinotasikan $\dim(G)$ adalah menentukan banyaknya titik pada basis graf G, dimana basis merupakan himpunan pembeda yang mempunyai kardinalitas minimal. Untuk himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n\}$ dari himpunan titik di graf terhubung G dan sebuah titik v di graf G, k-vektor (k-tuple terurut) $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \ldots, d(v, w_k))$.

Kajian tentang dimensi metrik pada graf ini merupakan kajian yang sedang marak dibicarakan. Dimensi metrik menjadi menarik untuk dibahas karena konsep himpunan pemisah yang mempunyai kardinalitas minimum telah terbukti sangat berguna untuk pembahasan pada bidang lain. Dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi (*non isolated resolving set*). Nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi ini merupakan penelitian yang dilakukan oleh Arumugam dan masih dilakukan pada Graf Khusus saja. Pada bpenelitian kali ini peneliti melakukan pada operasi Amalgamasi Titik, lebih mnguntungkan bagi peneliti memilih amalgamasi titik karena ketika menambah himpunan pembeda di titik terminalnya nilai dari himpunan pembeda nya dapat menjadi tidak terisolasi. Hal ini yang akan diteliti adalah kaitannya pada bidang keterampilan berpikir tingkat tinggi seseorang. Berdasar hal tersebut maka peneliti mengambil judul "**Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pem-**

beda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi."

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. Berapa nilai dimensi metrik pada graf hasil operasi amalgamasi titik (Graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan Graf $Amal(P_n, v = x_n, m)$)?
b. Berapa nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalgamasi titik (Graf $Amal(C_n, v, m)$, Graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan Graf $Amal(P_n, v = x_n, m)$)?
c. Bagaimana kaitan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi :

a. Operasi graf yang digunakan adalah operasi amalgamasi titik.
b. Graf khusus yang digunakan dalam operasi amalgamasi titik meliputi graf lingkaran, bintang dan lintasan.
c. Menggunakan operasi pada sebuah graf.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Menentukan nilai dimensi metrik pada graf hasil operasi amalgamasi titik (Graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan Graf $Amal(P_n, v = x_n, m)$).
b. Menentukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalgamasi titik (Graf $Amal(C_n, v, m)$, Graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan Graf $Amal(P_n, v = x_n, m)$).
c. Menentukan kaitan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Menambah wawasan baru dalam bidang teori graf, khususnya mengenai teori dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.

b. Memberikan motivasi pada peneliti lain untuk meneliti dimensi metrik pada graf khusus dengan jenis graf lainnya.

c. Hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.6 Keterbaruan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa kebaruan dibandingkan dengan penelitian terdahulu, yaitu:

a. Penelitian terkait dengan dimensi metrik hanya terbatas mencari dim, sedangkan dalam penelitian ini diteliti nr.

b. Penelitian ini menggunakan tiga graf satu operasi sehingga bermakna untuk karakterisasi operasi graf dalam penelitian dimensi metrik.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

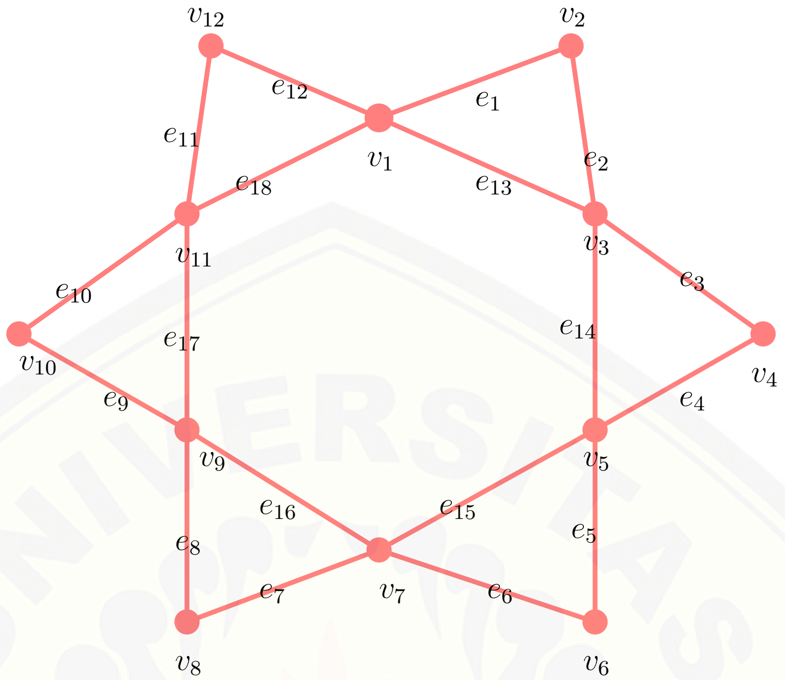
2.1 Terminologi Dasar Graf

Sebuah graf G didefinisikan sebagai pasangan terurut himpunan ($V(G)$, $E(G)$) dimana $V(G)$ adalah sebuah himpunan berhingga tak kosong yang elemen-elemennya dinamakan titik (*vertex*), sedangkan $E(G)$ adalah sebuah himpunan sisi (*edge*) berbentuk garis lurus atau lengkung yang menghubungkan dua buah titik. Suatu graf dengan p buah titik dan q buah sisi ditulis dengan $G(p, q)$. Iswadi (2011) menyatakan bahwa banyaknya titik dari sebuah graf G disebut *order* dari G yang dinotasikan dengan p atau $|V(G)|$, sedangkan banyaknya sisi dari sebuah graf G disebut *size* dari G yang dinotasikan dengan q atau $|E(G)|$. Apabila terdapat sisi (*edge*) yang lebih dari satu dan menghubungkan dua buah titik disebut sisi ganda *paralel*, selain itu sebuah sisi disebut *loop* apabila sis tersebut berawal dan berakhir pada titik (*vertex*) yang sama.

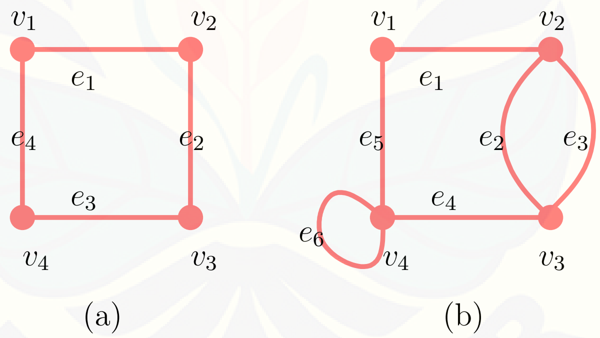
Pada Gambar 2.1 merupakan sebuah graf dengan himpunan titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_{12}\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}\}$.

Fitriana (2015) mengungkapkan bahwa apabila dalam suatu graf G dengan dua buah titik v_1, v_2 terhubung, maka titik tersebut dikatakan bertetangga (*adjacent*). (Hartsfield dan Ringel, 1990)mengungkapkan bahwa sebuah titik v_1 dinamakan *incident* dengan sisi e_1 apabila v_1 termasuk titik ujung dari e_1. Sebagai contoh, pada Gambar 2.1 v_2 *adjacent* dengan v_1 dan v_3,tetapi v_2 tidak *adjacent* dengan v_4, sedangkan v_1 dan v_2 *incident* dengan (v_1v_2). Derajat *(degree)* yaitu banyaknya sisi yang *incident* pada suatu titik dan dinotasikan dengan d_i (*index i* menunjukkan titik ke-i pada graf). Derajat suatu titik dibagi menjadi dua yaitu derajat terkecil dan derajat terbesar. Derajat terkecil dari suatu graf G adalah banyaknya minimal sisi yang *incident* pada titik v_i di graf G yang dituliskan dengan $\delta(G)$. Derajat terbesar pada suatu graf G adalah banyaknya maksimal sisi yang *incident* di titik v_i pada graf G dituliskan dengan $\Delta(G)$ (Santi, 2015).

Sebagai contoh, pada Gambar 2.1 memiliki $\delta(G) = 2$ dan $\Delta(G) = 4$.



Gambar 2.1 Contoh Graf dengan $|V(G)| = 12$ dan $|E(G)| = 18$



Gambar 2.2 (a) Contoh Graf Sederhana (b) Contoh graf Tak Sederhana

Suatu graf yang terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua titik, maka sisi-sisi tersebut disebut sisi rangkap (*multiple edges*). Graf sederhana (*simple graph*) adalah graf yang tidak memuat *loop* (gelung) dan sisi rangkap, sedangkan graf tak sederhana adalah graf yang memuat *loop*(gelung) atau sisi rangkap.

Graf dibedakan atas dua jenis, diantaranya :

a. Berdasarkan orientasi arah

1. Graf tak berarah (*undirect graph*) adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah;
2. Graf berarah (*direct graph*) adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah.

b. Berdasarkan ada tidaknya *loop* ataupun sisi ganda

1. Graf sederhana (*simple graph*) adalah graf yang tidak mengandung *loop* ataupun sisi ganda;
2. Graf tak sederhana (*unsimple graph*) adalah graf yang mengandung *loop* ataupun sisi ganda.

c. Berdasarkan jumlah titik

1. Graf berhingga (*limited graph*) adalah graf yang jumlah titiknya berhingga;
2. Graf tak berhingga (*unlimited graph*) adalah graf yang jumlah titiknya tidak berhingga.

d. Berdasarkan titik yang terhubung

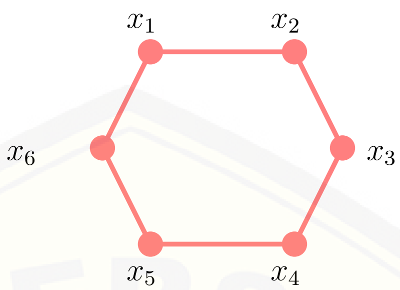
1. Graf terhubung (*connected graph*)
   Graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap dua titik yang berbeda v_i dan v_j di G terdapat lintasan dari v_i ke v_j;
2. Graf tak terhubung (*disconnected graph*)
   Graf G dikatakan tak terhubung jika ada minimal dua titik yang berbeda v_i dan v_j di G, sehingga tidak terdapat lintasan dari v_i ke v_j.

2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang memiliki karakteristik bentuk khusus. Graf ini memiliki keunikan yaitu tidak isomorfis dengan graf lainnya. Karekteristik bentuknya dapat diperluas sampai *order* n tetapi simetris. Graf khusus yang sudah populer dinamakan *well-known special graph*, sedangkan graf khusus yang belum populer tetapi dengan karakteristik graf khusus dinamakan *well-defined special graph*. Berikut ini beberapa contoh graf khusus, diantaranya :

a. Graf Siklus (C_n)

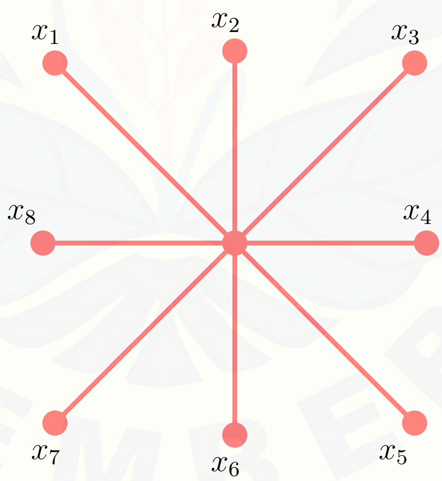
Graf Siklus adalah graf reguler yang berderajat dua, artinya pada graf siklus untuk setiap titiknya mempunyai derajat dua, sehingga dalam graf siklus jumlah titik dan sisinya sama. Graf siklus C_n hanya dapat dibentuk dengan $n \geq 3$. Gambar 2.3 adalah contoh graf (C_6).



Gambar 2.3 Graf (C_6)

b. Graf Bintang (S_n)

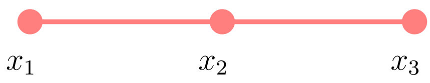
Graf Bintang adalah graf yang terdiri dari satu titik yang berderajat m dan m titik yang berderajat satu. Graf Bintang (S_n) terdiri dari $n+1$ titik dan n sisi dengan $n \geq 3$. Gambar 2.4 adalah contoh graf S_8.



Gambar 2.4 Graf Bintang S_8

c. Graf Lintasan (P_n)

Graf Lintasan adalah graf yang terdiri dari satu lintasan. Graf lintasan dengan n buah titik dinotasikan dengan P_n dimana $n \geq 2$. Jumlah sisi pada graf lintasan yang terdiri dari n buah titik adalah $n-1$ sisi. Gambar 2.5 adalah contoh graf P_3.



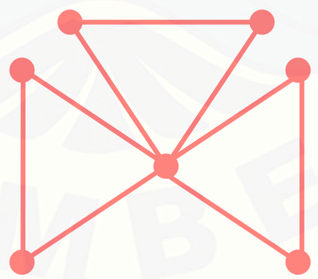
Gambar 2.5 Graf Bintang P_3

2.3 Operasi Graf

Operasi graf adalah mengoperasikan graf-graf dasar yang termasuk ke dalam graf khusus. Macam-macam operasi graf yaitu *joint, cartesian product, tensor product, shackel, amalgamasi dan eksponensial.* Namun pada penelitian ini menggunakan operasi amalgamasi titik:

a. Amalgamasi Titik

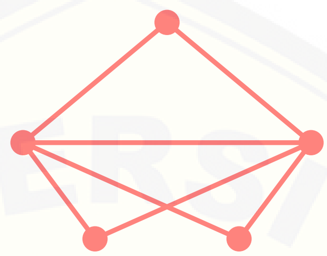
Amalgamasi titik adalah misalkan H_i adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu titik $(v_0 i)$ yang disebut titik terminal. Amalgamasi titik dinotasikan dengan $(H_i, v_0 i)$ dimana dibentuk oleh semua H_i dengan cara merekatkan seluruh titik terminalnya menjadi satu titik. Sehingga amalgamasi titik dinotasikan dengan $Amal(H, v, k)$ dimana k adalah bilangan bulat positif. Carlos dalam Khuri (2015). Gambar 2.6 adalah contoh graf $Amal(C_3, v = x_3, 3)$ Amalgamasi Titik.



Gambar 2.6 $(Amal(C_3, v = x_3, 3))$ Amalgamasi Titik

b. Amalgamasi Sisi

Amalgamasi sisi adalah misalkan H_i adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu sisi $(e_0 i)$ yang disebut sisi terminal. Amalgamasi sisi dinotasikan dengan $(H_i, e_0 i)$ dimana dibentuk oleh semua H_i dengan cara merekatkan seluruh sisi terminalnya menjadi satu sisi. Sehingga amalgamasi titik dinotasikan dengan $Amal(H, e, k)$ dimana k adalah bilangan bulat positif. Carlos dalam Khuri (2015). Gambar 2.7 adalah contoh graf $(Amal(C_3, e = e_3, 3)$ Amalgamasi Titik.



Gambar 2.7 $(Amal(C_3, e = e_3, 3))$ Amalgamasi Sisi

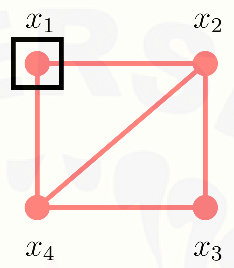
2.4 Dimensi Metrik dan *Non-Isolated Resolving Set*

Dimensi metrik adalah kardinalitas minimum himpunan pembeda pada G. Untuk titik u dan v dalam graf G, jarak $d(u, v)$ adalah panjang dari lintasan terpendek antara u dan v pada graf G. Untuk himpunan terurut $W = (W_1, W_2, ..., W_k)$ dari titik dalam graf G dan titik r pada graf G adalah vektor-k (pasangan k-tuple), $r(v|W) = (d(v, W_1), d(v, W_2), ..., d(v, W_k))$ menunjukkan representasi dari v pada W. Himpunan W dinamakan himpunan pembeda dari G jika setiap titik di G mempunyai representasi berbeda. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut himpunan pembeda minimum dan kardinalitas minimum dari himpunan pembeda menyatakan dimensi metrik dari graf G yang dinotasikan dengan *dim(G)* (Harary, 1976).

Observasi 2.4.1. *Misal $dim(G)$ dan $nr(G)$ adalah nilai dimensi metrik dan non-isolated resolving set pada graf terhubung G, maka nilai $nr(G) \geq dim(G)$.*

Bukti. Nilai $dim(G)$ merupakan kardinalitas minimum dari himpunan pembeda (W) pada graf (G). Sedangkan $nr(G)$ adalah kardinalitas minimum dari himpunan pembeda $dim(G)$ dengan syarat setiap himpunan pembeda pembedanya saling terhubung. Sehingga syarat dari $nr(G)$ lebih kompleks daripada $dim(G)$, dengan demikian dapat disimpulkan $nr(G) \geq dim(G)$.

Sebuah himpunan pembeda W pada graf G dikatakan himpunan pembeda tak terisolasi jika subgraf $< W >$ diinduksi oleh titik tak terisolasi. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda tak terisolasi pada graf G dikatakan *non-isolated resolving number* dan dinotasikan dengan $nr(G)$ (Chitra dan Arumugam, 2010).

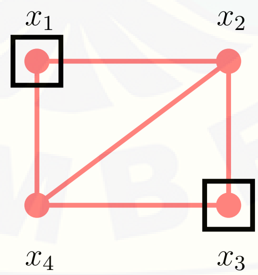


Gambar 2.8 Graf A_1

Gambar 2.8 memiliki $W = \{x_1\}$, maka representasi himpunan pembeda setiap titik di graf A_1 yaitu :

$$r(x_1|W) = (0) \qquad r(x_3|W) = (2)$$
$$r(x_2|W) = (1) \qquad r(x_4|W) = (1)$$

dapat dilihat dengan mudah bahwa terdapat representasi yang sama yaitu $r(x_2|W)$ dan $r(x_4|W)$, maka $W = \{x_1\}$ bukan merupakan himpunan pembeda.

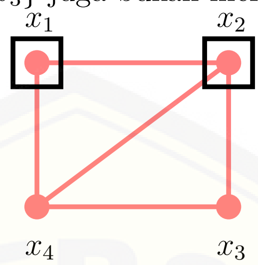


Gambar 2.9 Graf A_2

Jika kita ambil himpunan pembeda $W' = \{x_1, x_3\}$, maka representasi setiap titik di graf A_1, yaitu :

$$r(x_1|W) = (0,2) \qquad r(x_3|W) = (2,0)$$
$$r(x_2|W) = (1,1) \qquad r(x_4|W) = (1,1)$$

dapat dilihat dengan mudah bahwa terdapat representasi yang sama yaitu $r(x_2|W)$ dan $r(x_4|W)$, maka $W = \{x_1, x_3\}$ juga bukan merupakan himpunan pembeda.

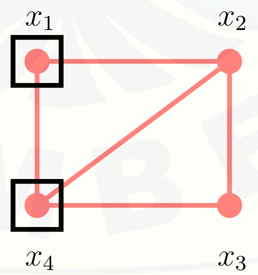


Gambar 2.10 Graf A_3

Gambar 2.10 memiliki $W = \{x_1, x_2\}$, sehingga representasi himpunan setiap titik di grsf A_3 adalah :

$$r(x_1|W) = (0,1) \qquad r(x_3|W) = (2,1)$$
$$r(x_2|W) = (1,0) \qquad r(x_4|W) = (1,1)$$

$W = \{x_1, x_2\}$ merupakan salah satu himpunan pembeda dikarenakan semua titik pada graf tersebut memiliki representasi yang berbeda terhadap W dan seluruh $x \in W$ terhubung dalam W. Dari gambar diatas $W = \{x_1, x_2\}$ merupakan himpunan pembeda dan disebut sebagai himpunan pembeda yang mempunyai jumlah anggota minimum (basis metrik) sehingga $\dim(G) = 2$, $W = \{x_1, x_2\}$ juga merupakan *non-isolated resolving set* $(nr(G))$ dikarenakan himpunan pembedanya saling terhubung.

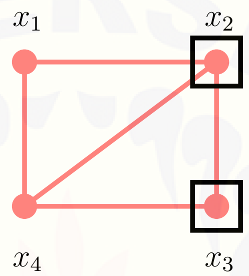


Gambar 2.11 Graf A_4

Gambar 2.11 memiliki $W = \{x_1, x_4\}$, sehingga representasi himpunan pembeda di setiap titik di graf A_4 adalah:

$$r(x_1|W) = (0,1) \qquad r(x_3|W) = (2,1)$$
$$r(x_2|W) = (1,1) \qquad r(x_4|W) = (1,0)$$

$W = \{x_1, x_4\}$ juga merupakan salah satu himpunan pembeda karena semua titik pada graf tersebut memiliki representasi yang berbeda terhadap W dan seluruh $x \in W$ terhubung dalam W. $W = \{x_1, x_4\}$ merupakan himpunan pembeda dari graf diatas, dan disebut sebagai himpunan pembeda yang mempunyai jumlah anggota minimum (basis metrik) sehingga $\dim(G) = 2$. $W = \{x_1, x_4\}$ dan juga merupakan *non-isolated resolving set* ($nr(G)$) dikarenakan himpunan pembedanya saling terhubung.



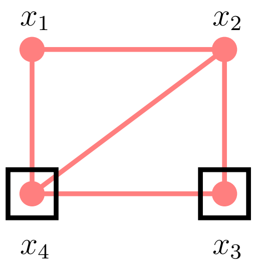
Gambar 2.12 Graf A_5

Gambar 2.12 memiliki $W = \{x_2, x_3\}$, sehingga representasi himpunan pembeda setiap titik di graf A_5 adalah:

$$r(x_1|W) = (1,2) \qquad r(x_3|W) = (1,0)$$
$$r(x_2|W) = (0,1) \qquad r(x_4|W) = (1,1)$$

$W = \{x_2, x_3\}$ juga merupakan salah satu himpunan pembeda karena semua titik pada graf tersebut memiliki representasi yang berbeda terhadap W dan seluruh $x \in W$ terhubung dalam W. $W = \{x_2, x_3\}$ merupakan himpunan pembeda dari graf diatas, dan disebut sebagai himpunan pembeda yang mempunyai jumlah anggota minimum (basis metrik) sehingga $\dim(G) = 2$. $W = \{x_2, x_3\}$ dan juga merupakan *non-isolated resolving set* ($nr(G)$) dikarenakan himpunan pembedanya saling terhubung.

Gambar 2.13 memiliki $W = \{x_3, x_4\}$, sehingga representasi himpunan setiap titik di graf A_6 adalah:



Gambar 2.13 Graf A_6

$$r(x_1|W) = (1,2) \qquad r(x_3|W) = (1,0)$$
$$r(x_2|W) = (1,1) \qquad r(x_4|W) = (0,1)$$

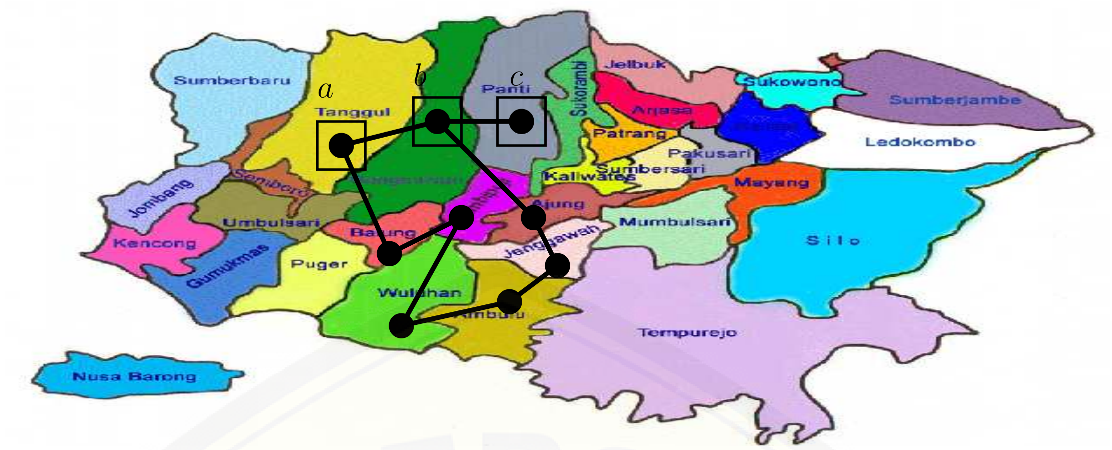
$W = \{x_3, x_4\}$ juga merupakan salah satu himpunan pembeda karena semua titik pada graf tersebut memiliki representasi yang berbeda terhadap W dan seluruh $x \in W$ terhubung dalam W. $W = \{x_3, x_4\}$ merupakan himpunan pembeda dari graf diatas, dan disebut sebagai himpunan pembeda yang mempunyai jumlah anggota minimum (basis metrik) sehingga $\dim(G) = 2$. $W = \{x_3, x_4\}$ dan juga merupakan *non-isolated resolving set* $(nr(G))$ dikarenakan himpunan pembedanya saling terhubung.

2.5 Aplikasi Dimensi Metrik

Aplikasi dimensi metrik salah satunya diterapkan untuk pembangunan lembaga bimbingan belajar (LBB) agar menjangkau seluruh di daerah kota Jember. Untuk memudahkan membangun LBB tersebut, maka setiap calon lokasi LBB harus memiliki kode koordinat yang berbeda. Koordinat berbeda itu dibentuk dari elemen himpunan pembeda dengan jumlah minimal karena sekaligus merupakan gedung LBB tersebut. Gambar 2.14 menunjukkan graf representasi lokasi LBB.

Berdasarkan Gambar 2.14, diketahui bahwa jumlah calon lokasi LBB ada 3 yaitu terletak pada A, B dan C. Selanjutnya akan dipetakan wilayah terhadap 3 calon lokasi LBB tersebut.

Dalam hal ini ditentukan sistem A menangani untuk jumlah koordinat $x + y + z \leq 3$ dan sistem B menangani untuk jumlah koordinat $4 \leq x + y + z \leq 9$, kemudian daerah C menangani $10 \leq x + y + z \leq 12$.



Gambar 2.14 Graf Representasi Lokasi LBB

2.6 Hasil Penelitian Dimensi Metrik

Pada bagian ini disajikan beberapa rangkuman terkait dimensi metrik yang dapat digunakan sebagai rujukan. Beberapa hasil penelitian tersebut diantaranya dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.1: Hasil Penelitian Dimensi Metrik Terdahulu

Graf	Hasil $dim(G)$	Keterangan
Graf Tangga (L_n)	$\dim(L_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Saifudin, I. 2015
Shackle Graf Tangga (SL_n)	$\dim(SL_n) = n$ untuk $n \geq 2$	Saifudin, I. 2015
Graf Komplemen (L_n)	$\dim(L_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Saifudin, I. 2015
Graf Komposisi $L_n[L_1]$	$\dim(L_n[L_1]) = n$ untuk $n \geq 3$	Saifudin, I. 2015
Graf Tangga Tiga-Siklus (TCL_n)	$\dim(TCL_n) = n$ untuk $n \geq 2$	Saifudin, I. 2015
Graf *Cycle*(C_n)	$\dim(C_n) = 2$ untuk $n \geq 3$	Septiani, dkk. 2012
Graf Bipartit Komplit ($K_{m,n}$)	$\dim(K_{m,n}) = n - 1$ untuk $n \geq 4$	Septiani, dkk. 2012
Graf Cartesian Product ($C_3 \square P_n$)	$\dim(C_3 \square P_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Fitriana, R. A. 2015
Graf gShack (C_{25}, P_2, n)	$\dim(C_{25}, P_2, n) = 2$ untuk $n \geq 1$	Fitriana, R. A. 2015

Graf	Hasil $dim(G)$	Keterangan
Graf Amal (B_3, n)	$\dim(B_3, n) = 4$ untuk $n \geq 2$	Fitriana, R. A. 2015
Graf $E(E_n)$	$\dim(E_n) = 2$ untuk $n \geq 3$	Fitriana, R. A. 2015
Graf Cartesian Product $(W_4 \square P_n)$	$\dim(W_4 \square P_n) = 3$ untuk $n \geq 2$	Fitriana, R. A. 2015
Graf Cartesian Product $(W_{23} \square P_n)$	$\dim(W_{23} \square P_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Fitriana, R. A. 2015
Graf Cartesian Product $(F_{1,3} \square P_n)$	$\dim(F_{1,3} \square P_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Fitriana, R. A. 2015
Graf Cartesian Product $(C_5 \square P_n)$	$\dim(C_5 \square P_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Fitriana, R. A. 2015
Graf $Shack(F_4, v, n)$	$\dim(Shack(F_4, v, n)) = 2$ untuk $n \geq 2$	Santi, R. N. 2015
Graf $Shack(F_4, e, n)$	$\dim(Shack(F_4, e, n)) = 2$ untuk $n \geq 2$	Santi, R. N. 2015
Graf $Amal(F_4, v, n)$	$\dim(Amal(F_4, v, n)) = n$ untuk $n \geq 2$	Santi, R. N. 2015
Graf Bintang S_n	$\dim(S_n) = n - 1$ untuk $n \geq 2$	Santi, R. N. 2015
Graf gShack (W_n, C_{41}, n)	$\dim(W_n, C_{41}, n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Santi, R. N. 2015
Graf Anti Prisma H_n	$\dim(H_n) = 3$ untuk $n \geq 3$	Santi, R. N. 2015
Graf Prisma (H_5, n)	$\dim(H_5, n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Santi, R. N. 2015
Graf Lintasan (P_n)	$\text{nr}(P_n) = 2$ untuk $n \geq 2$	Chitra, P. J. B. 2010
Graf Lengkap (K_n)	$\text{nr}(K_n) = 2$ untuk $n \geq 3$	Chitra, P. J. B. 2010
Graf Complete Bipartite $(K_{m,n})$	$\text{nr}(K_{m,n}) = m + n - 2$ untuk $n \geq 2$	Chitra, P. J. B. 2010
Graf $(P_n \square P_n)$	$\text{nr}(P_n \square P_n) = 4$ untuk $n \geq 2$	Chitra, P. J. B. 2010
Graf $(C_n \square K_2)$	$\text{nr}(C_n \square K_2) = 3$ untuk $n \geq 3$	Chitra, P. J. B. 2010

2.7 Fungsi dan Barisan Aritmatika

Fungsi seringkali dikenal sebagai pemetaan. Istilah "fungsi", "pemetaan", "peta", "transformasi", dan "operator" biasanya dipakai secara sinonim. Secara umum, fungsi dari himpunan A ke himpunan B didefinisikan sebagai aturan yang memetakan setiap anggota himpunan daerah *domain* kepada tepat satu anggota himpunan daerah *kodoma-in*. Anggota himpunan yang dipetakan dapat berupa apa saja (kata, orang, atau objek lain), namun biasanya yang dibahas adalah besaran matematika seperti bilangan riil. Fungsi dari A ke B di notasikan $f : A \rightarrow B$, yang artinya bahwa fungsi f yang memetakan setiap elemen himpunan A kepada tepat satu elemen himpunan B.

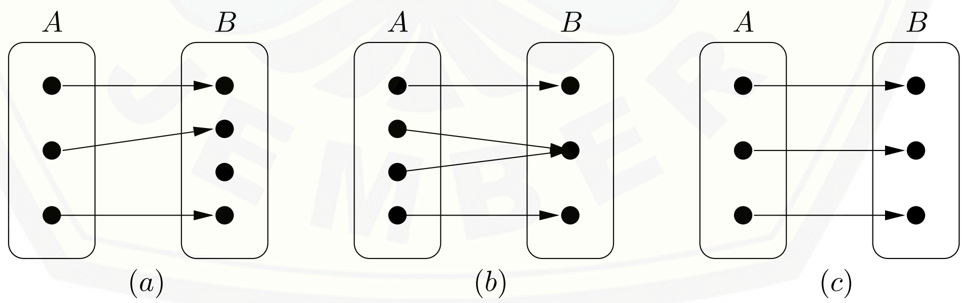
Jenis fungsi ada tiga yaitu :

a. Fungsi satu-satu (injektif) adalah pemetaan dimana setiap elemen di daerah *kodomain* yang berpasangan mempunyai pasangan elemen tepat satu di daerah *domain*, $\forall\ a_1$ dan $a_2 \in A$, $a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$. Dengan kata lain, $f : A \rightarrow B$ disebut fungsi satu-satu atau fungsi injektif jika dan hanya jika untuk sebarang a_1 dan $a_2 \in A$ dengan a_1 tidak sama dengan a_2 maka berlaku $f_(a_1)$ tidak sama dengan $f(a_2)$.

b. Fungsi $f : A \rightarrow B$ disebut fungsi kepada atau fungsi surjektif $\Leftrightarrow \forall\ b \in B$, $\exists\ a \in A \ni f(a) = b$. Dengan kata lain, suatu *kodomain* fungsi surjektif sama dengan kisarannya *(range)*. Dengan kata lain, $f : A \rightarrow B$ disebut fungsi kepada atau fungsi surjektif jika dan hanya jika untuk setiap b dalam *kodomain* B terdapat paling tidak satu a dalam *domain* A sehingga berlaku $f(a) = b$. Dengan kata lain, suatu *kodomain* fungsi surjektif sama dengan kisarannya *(range)*.

c. Fungsi $f : A \rightarrow B$ disebut fungsi bijektif apabila fungsi tersebut merupakan fungsi injektif sekaligus surjektif.

Gambar 2.15 menunjukkan fungsi injektif, surjektif dan bijektif.



Gambar 2.15 (a) Fungsi Injektif, (b) Fungsi Surjektif dan (c) Fungsi Bijektif

Barisan yang dibentuk dengan cara menambah atau mengurangi suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap tertentu disebut barisan aritmatika. Secara umum, barisan aritmatika suku ke-n dirumuskan :

$$U_n = a + b(n - 1)$$

Barisan mempunyai suku pertama (U_1) yang biasa disebut a dan beda yang disebut b. Barisan bilangan ($U_1, U_2, U_3, \ldots, U_{n-1}, U_n$) disebut barisan aritmatika jika $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \ldots = U_n - U_{n-1} =$ konstanta. Berikut merupakan salah satu contoh barisan aritmatika :
Misalkan 25, 30, 35, 40, 45, ... adalah barisan aritmetika maka :
$U_1 = 25 = 25 + 5(0)$
$U_2 = 30 = 25 + 5 = 25 + 5(1)$
$U_3 = 35 = 25 + 5 + 5 = 25 + 5(2) \ldots U_n = 25 + 5(n - 1)$
Oleh sebab itu, suku ke-n dapat dirumuskan $U_n = a + b(n - 1)$.

2.8 Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem

Aksioma adalah proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi. Teorema adalah proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah lemma dan *corollary* (akibat). Lemma adalah teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain. Lemma biasanya tidak menarik namun berguna pada pembuktian proposisi yang lebih kompleks, yang dalam hal ini pembuktian tersebut dapat lebih mudah dimengerti bila menggunakan sederetan lemma, setiap lemma dibuktikan secara individual. Corollary (akibat) adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan corollary adalah teorema yang mengikuti dari teorema lain. Konjektur adalah sebuah proposisi yang dipradugakan sebagai hal yang nyata, benar, atau asli, sebagian besarnya didasarkan pada landasan inkonklusif (tanpa simpulan). Konjektur bertentangan dengan hipotesis (oleh karenanya bertentangan pula dengan teori, aksioma, atau prinsip), yang merupakan pernyataan yang mengandung perjanjian menurut landasan yang dapat diterima. Di dalam matematika, konjektur adalah proposisi yang tidak terbuktikan atau tidak memerlukan bukti atau juga teorema yang dianggap pasti benar adanya. Open problem (masalah terbuka atau pertanyaan terbuka) adalah beberapa masalah yang dapat secara akurat dinyatakan, dan belum diselesaikan (tidak ada solusi untuk diketahui).

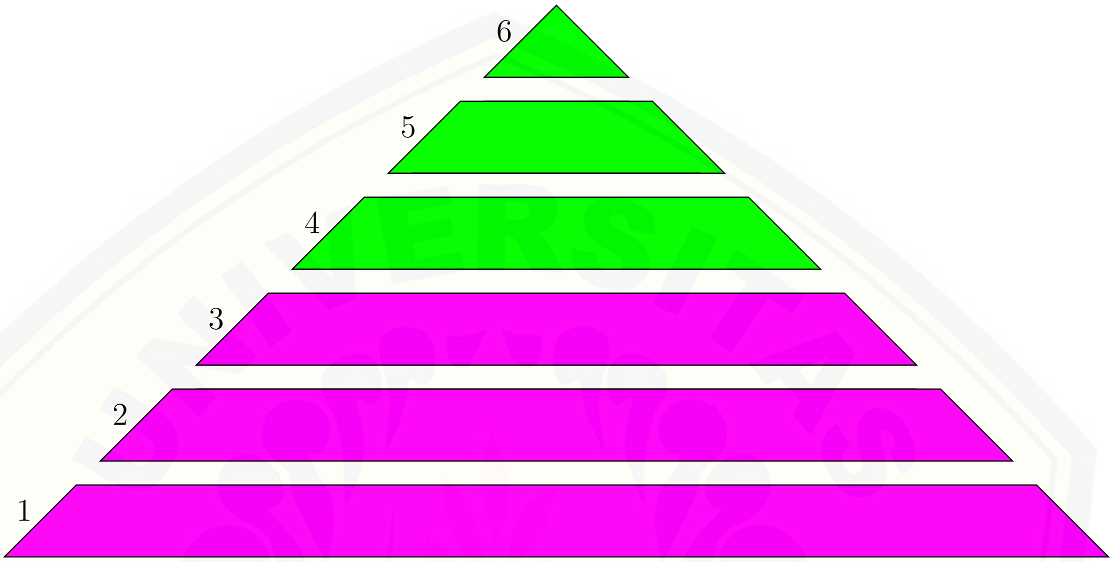
2.9 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Berpikir melibatkan manipulasi dan mentransformasi informasi dan memori (Santrock, 2008). Menurut Dewey (dalam Kowiyah, 2012) berpikir adalah suatu proses yang dimulai apabila seseorang dihadapkan pada suatu masalah dan menghadapi sesuatu yang menghendaki adanya jalan keluar sehingga yang bersangkutan harus memanfaatkan pengetahuan, pemahaman, atau keterampilan yang dimilikinya. Sedangkan secara singkat Soemanto (1990) mengartikan berpikir adalah meletakkan hubungan antar bagian pengetahuan yang diperoleh manusia. Dapat disimpulkan bahwa berpikir adalah proses mengaitkan pengetahuan, pemahaman, dan keterampilan melalui transformasi informasi dan memori untuk mencari jalan keluar dari suatu masalah.

Kemampuan berpikir setiap orang berbeda. Terdapat dua klasifikasi tingkat berpikir yaitu berpikir tingkat rendah dan berpikir tingkat tinggi. Kemampuan tingkat rendah (*Lower Order Thinking Skill* - LOTS) adalah kemampuan berpikir yang hanya menuntut seseorang untuk mengngat, memahami, dan mengaplikasikan suatu rumus atau hukum. Sedangkan, Berpikir tingkat tinggi (Higher Order Thinking Skill - HOTS) adalah keterampilan yang lebih dari sekedar mengingat, memahami, dan mengaplikasikan.

Dewanto dan Amalia (2013) berpendapat bahwa berpikir tingkat tinggi adalah suatu kapasitas diatas informasi yang diberikan, dengan sikap yang kritis untuk mengevaluasi, mempunyai kesadaran metakognitif dan memiliki kemampuan memecahkan masalah. Corebina, dkk, dalam Kawuwung (2011) mengatakan bahwa keterampilan tingkat tinggi dapat diketahui dari kemampuan kognitif sesorang pada tingkat analisis, sintesis, dan evaluasi. Dari pendapat tersebut dapat disimpulkan, berpikir tingkat tinggi adalah proses berpikir yang mencapau tahap analisis, sintesis, evaluasi, dan menciptakan suatu yang baru.

Taksonomi Bloom dianggap sebagai dasar bagi proses berpikir. Sebelum di revisi, taksonomi Bloom meliputi pengetahuan, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi. Taksonomi Bloom mengalami revisi sehingga tahapannya menjadi mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan menciptakan (*creating*).



Ketererangan:

1. Mengingat
2. Memahami
3. Menerapkan
4. Menganalisis
5. Mengevaluasi
6. Mengkreasi

Gambar 2.16 Tahapan Taksonomi Bloom yang telah Direvisi

Semakin rendah level berpikir seseorang semakin rendah pula kemampuan berpikirnya, bila semakin tinggi level berpikirnya maka semakin tinggi keterampilan berpikirnya. Tiga level berpikir yang termasuk level rendah (LOTS) adalah mengingat, memahami, menerapkan, sedangkan menganalisis, mengevaluasi dan menciptakan adalah level tinggi dan tergolong HOTS. Utari (2013) menjelaskan setiap level berpikir sebagai berikut:

1. Mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi atau pengetahuan yang tersimpan dalam ingata. Kata kerja kuncinya: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.

2. Memahami adalah kemampuan dalam memahami instruksi dan menegaskan pengertian makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik diagram. Kata kerja kuncinya: Menerangkan, menjelaskan, menterjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.

3. Menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, melaksakanan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktekkan.

4. Menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep ke dalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisihkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan.

5. Mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi.

6. Mencipta adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinil. Kata

kuncinya: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

2.10 Hubungan Dimensi Metrik dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Dari kajian pustaka yang peneliti dapatkan maka peneliti dapat mengambil hipotesa yaitu:

1. Mengingat yakni dalam menentukan graf dan operasi graf yang akan digunakan.
2. Memahami yakni dalam menentukan kardinalitas himpunan pembeda tidak terisolasi.
3. Menerapkan yakni dalam menentukan himpunan pembeda W pada graf yang akan diteliti.
4. Menganalisis yakni dalam menghitung representasi koordinat setiap titik terhadap himpunan pembeda W dan melakukan pengecekan.
5. Mengevaluasi yakni dalam menentukan fungsi untuk mencari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.
6. Mencipta yakni dalam menemukan teorema baru yang terkait dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) dan deduktif aksiomatik :

a. Metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) yaitu mencari pola untuk dilakukan konstruksi himpunan pembeda untuk mendapatkan nilai dimensi metrik sedemikian hingga didapatkan nilai kardinalitas minimum dengan koordinat titik yang berbeda.

b. Metode deduktif aksiomatik yaitu metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah.

3.2 Definisi Operasional

Definisi operasional variabel yang digunakan untuk memberikan gambaran sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Definisi Operasional yang dimaksud sebagai berikut :

3.2.1 Dimensi Metrik

Dimensi metrik adalah kardinalitas minimum himpunan pembeda pada G. Untuk titik u dan v dalam graf terhubung G, jarak $d(u, v)$ adalah panjang dari lintasan terpendek antara u dan v pada G. Untuk himpunan terurut $W = (W_1, W_2, ..., W_k)$ dari titik dalam graf terhubung G dan titik r pada G adalah vektor-k (pasangan k-tuple), $r(v|W) = (d(v, W_1), d(v, W_2), ..., d(v, W_k))$ menunjukkan representasi dari v pada W. Himpunan W dinamakan himpunan pembeda pada graf G jika titik G mempunyai representasi berbeda. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut himpunan pembeda minimum dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik dari G yang dinotasikan dengan *dim(G)*.

b. Graf Hasil Operasi Amalgamasi Titik dari Graf C_n dan S_n

- Graf Hasil Operasi C_n

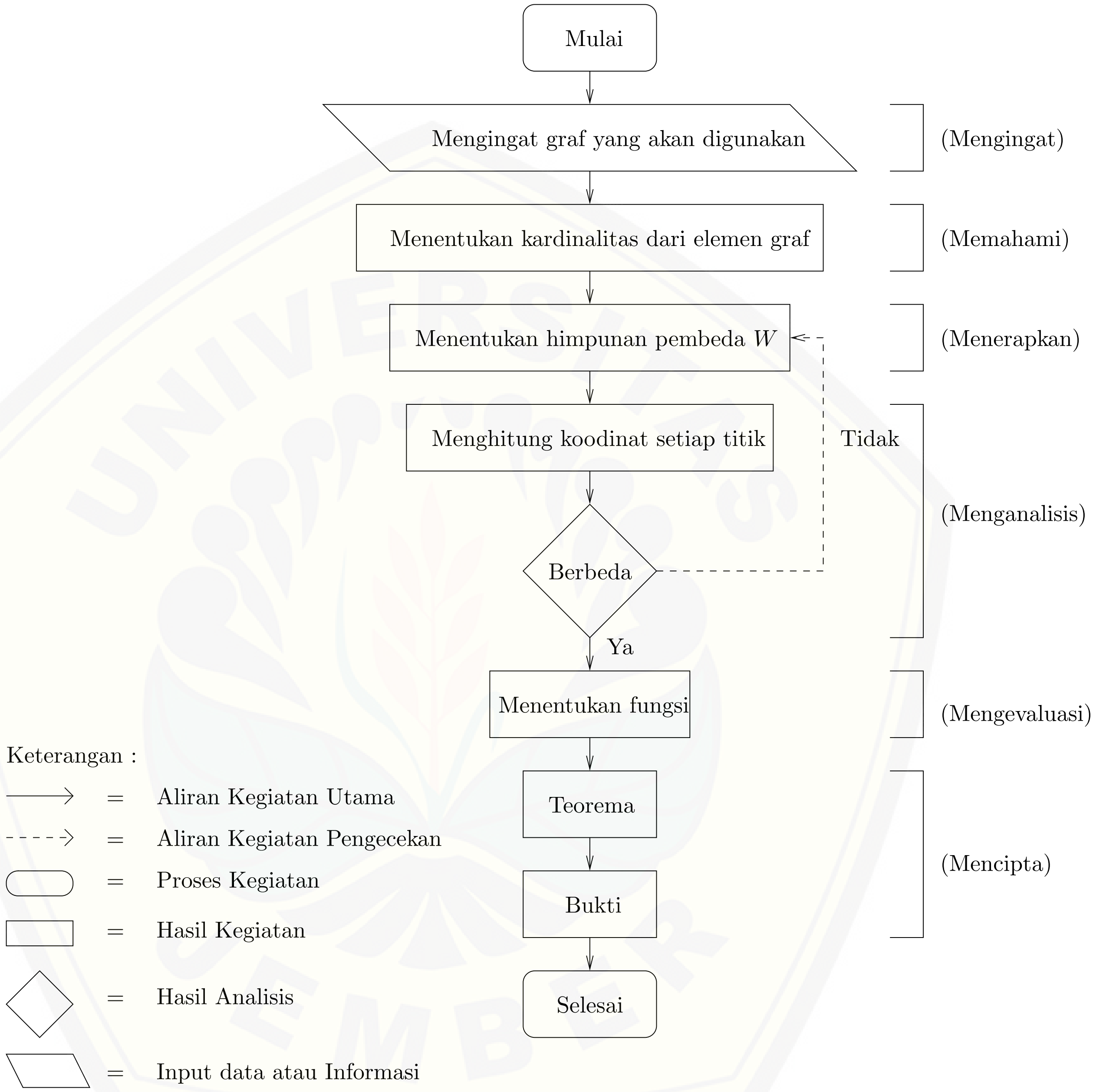
  Graf Operasi (C_n, v, m) adalah salah satu hasil operasi amalgamasi titik pada graf lingkaran C_n dengan $m \geq 2$. Graf operasi (C_n, v, m) memiliki himpunan titik $V(C_n, v, m) = y, x_k; 1 \leq k \leq m$ dan himpunan sisi $E(C_n, v, m) = yx_k, x_kx_k + 1$.
- Graf Hasil Operasi S_n

  Graf Operasi (S_n, v, m) adalah salah satu hasil operasi amalgamasi titik pada graf bintang S_n dengan $m \geq 2$. Graf operasi (S_n, v, m) memiliki himpunan titik $V(S_n, v, m) = a, x_{i,j}; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq m$ dan himpunan sisi $E(S_n, v, m) = ax_{ij}$.

3.3 Rancangan Penelitian

Rancangan penelitian untuk nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalgamasi titik dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan oleh Gambar 3.1. Uraian dari rancangan peneliti-an ini adalah sebagai berikut :

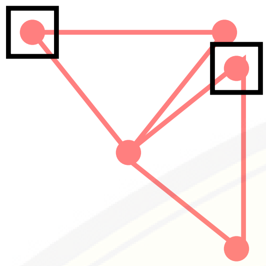
a. menentukan graf yang akan digunakan untuk dianalisa dimensi metriknya;
b. menentukan kardinalitas setiap elemen-elemen graf yang digunakan;
c. menentukan himpunan pembeda W;
d. menghitung representasi titik terhadap W hingga mendapatkan hasil yang berbeda setiap titiknya;
e. menghitung kardinalitas minimum himpunan pembeda untuk menentukan nilai dimensi metrik;
f. menentukan fungsi dim(G);
f. menentukan teorema hasil penelitian pada graf khusus;
e. membuktikan dengan menghitung formulasi koordinat titik.



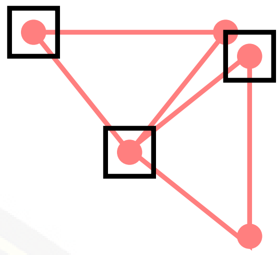
Gambar 3.1 Rancangan Penelitian

3.4 Observasi Awal

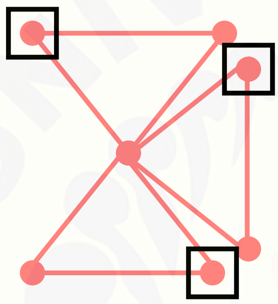
Dalam penelitian ini digunakan data sekunder berupa graf khusus. Penelitian awal mendapatkan hasil sebagai berikut pada Gambar 3.2.



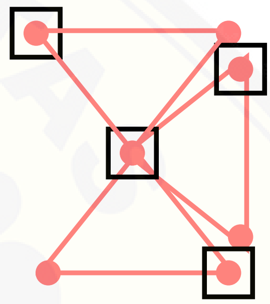
$dim(AmalgamasiC_3, v, 2) = 2$



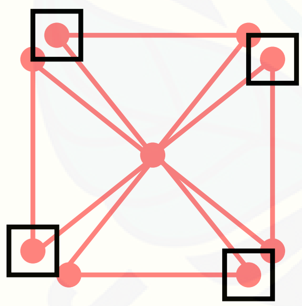
$nr(AmalgamasiC_3, v, 2) = 3$



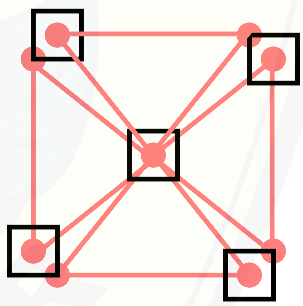
$dim(AmalgamasiC_3, v, 3) = 3$



$nr(AmalgamasiC_3, v, 3) = 4$



$dim(AmalgamasiC_3, v, 4) = 4$



$nr(AmalgamasiC_3, v, 4) = 5$

Gambar 3.2 Observasi Awal

$dim(AmalgamasiC_3, v, n) = n$, untuk $n \geq 2$

$nr(AmalgamasiC_3, v, n) = n + 1$, untuk $n \geq 2$

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa didapatkan 3 teorema dimensi metrik dan *non - isolated resolving set* pada graf hasil operasi amalgamasi titik yaitu pada graf $Amal(C_n, v, m)$, graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan $Amal(P_n, v = x_n, m)$, diantaranya adalah:

a. Nilai dimensi metrik pada graf hasil operasi amalgamasi titik dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

   1. $dim(Amal(S_n, v = a, m)) = (mn) - 1$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$;
   2. $dim(Amal(P_n, v = x_n, m)) = m(n - 2)$ untuk $m \geq 2$;

b. Nilai *non-isolated resolving set* pada graf hasil operasi amalgamasi titik dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

   1. $nr(Amal(C_n, v, m)) = 2m$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$;
   2. $nr(Amal(S_n, v = a, m)) = nm$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$;
   3. $nr(Amal(S_n, v = x_n, m)) = mn - m + 1$ untuk $m \geq 2$;

   c. Berpikir tingkat tinggi dalam menentukan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf khusus dan hasil operasinya yakni dalam menentukan graf yang digunakan (mengingat), menentukan kardinalitas himpunan pembeda tidak terisolasi (memahami), menentukan himpunan pembeda W pada graf yang akan diteliti (menerapkan), menghitung representasi koordinat setiap titik terhadap himpunan pembeda W dan melakukan pengecekan (menganalisis), menentukan fungsi untuk mencari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi (mengevaluasi), menemukan teorema baru yang terkait dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi (mencipta).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai dimensi metrik dan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf khusus dan hasil operasinya yaitu pada Graf $Amal(C_n, v, m)$, graf $Amal(S_n, v = a, m)$ dan $Amal(P_n, v = x_n, m)$ maka peneliti memberikan saran kepada pembaca agar dapat mengembangkan penelitian dimensi metrik dan *non-isolated resolving set* pada graf khusus dan hasil operasi lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Amalia, R. 2013. *Penerapan Model Pembelajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat Tinggi Siswa SMA*. Skripsi. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Chitra, P. J. B dan Arumugam, S. 2010 *Resolving Sets Without Isolated Vertices.* Kalasalingan University: India.

Dafik, Slamin, Tanna, D. 2016 *Constructions of H-Antimagic graph using smaller edge antimagic graphs.* (ars. Combinatoria).

Fitriana, R. A. 2015. *Pengembangan Dimensi Metrik Pada Graf Khusus dan Operasinya.* Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Harary, F dan Melter, R. A. 1976. On The Metric Dimension of Graph. *Ars Combin.* **2**(1):191-195.

Hartsfield, N. dan Ringel, G. 1990. *Pearls in Graph Theory*. London: Accademic Press Limited.

Iswadi, H. 2011. Batas Atas Bilangan Dominasi Lokasi Metrik Graf Hasil Operasi Korona. *Prosiding Seminar Nasional Teknologi Informasi dan Multimedia 2011 (SNASTIA 2011).* 1-5.

Kawuwung, F. 2011. *Profil Guru Pemahaman Kooperatif NHT, dan Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi di SMP Kabupaten Minahasa Utara.* Jurnal Elhayah. Vol 1, No 4 Maret 2012.

Khuri, Faridatun N. 2015. *Super(a, d)-H- Antimagic Total Dekomposisi pada Amalgamasi Graf Kipas*. Tidak dipublikasikan (Skripsi), Jember: Universitas Jember.

Kowiyah. 2012. *Kemampuan Berpikir*. Jakarta:None

Saifudin, I. 2015. *Dimensi Partisi Dari Graf Khusus Dan Operasinya*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Santi, R. N. 2015. *Analisa Dimensi Metrik Pada Beberapa Graf Khusus*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Septiana, E dan Budi, R. 2012 *Dimensi Metrik Pada Graf Lintasan, Graf Komplit, Graf Sikel, Graf Bintang dan Graf Bipartit Komplit*. Jurnal: Universitas Negeri Surabaya. **1**(1): 1-5

Soemanto, Wasti. 1990. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Aneka Cipta.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan: Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.

Utari, R. 2013. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya*. Pusdiklat KNKP. Widyaiswara Madya.