MODIFIKASI BENTUK DAN MOTIF POLIGON MELALUI TRANSFORMASI ISOMETRIK

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Persyaratan Penyelesaian Program Sarjana Sains
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember

Oleh :

Andri Novikarini
NIM. 971810101094

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER

Januari, 2003

Motto

مَنْ جَدَّ وَجَدَ (الحديث)

Siapa yang bersungguh-sungguh, pasti akan mendapatkan
(Al Hadits)

1. Dosa Terbesar adalah *Takut*
2. Rekreasi Terbesar adalah *Bekerja*
3. Kesalahan Terbesar adalah *Putus asa*
4. Keberanian Terbesar adalah *Sabar*
5. Guru Terbaik adalah *Pengalaman*
6. Rahasia Paling Berarti adalah *Hati*
7. Kebanggaan Terbesar adalah *Kepercayaan*
8. Keuntungan Terbesar adalah *Anak yang Sholeh*
9. Pemberian Terbesar adalah *Partisipasi*
10. Modal Terbesar adalah *Percaya Diri*

(10 Falsafah Sayyidina Ali)

Jika kamu kalah,
jangan lupakan pelajaran dibalik kekalahan itu.
Jika kau tidak mendapatkan apa yang kau inginkan,
mungkin saja itu keberuntunganmu.
(Anonim)

Persembahan

Dengan menyebut nama Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang,
Skripsi ini kupersembahkan kepada:

Ayahanda Karsono dan Ibunda Tri Astuti tercinta,
yang senantiasa mengiringi langkahku dengan doa dan segala kasih sayangnya.

Adinda Betty Dwi Wahyuni dan saudara-saudaraku tercinta,
yang selalu menyemangati dan mendoakanku.

Pendidikku,
yang selalu membimbing dan mendorong studiku.

Sahabat-sahabatku tersayang di Mipa,
terimakasih untuk kebersamaan dan semangat yang telah diberikan untukku.

Sahabat-sahabatku tersayang di KSR PMI unit Unej,
terimakasih atas kebersamaan, kerelaan berbagi suka dan duka
serta yang selalu membawa keceriaan dalam hidupku.

Almamaterku tercinta.

DEKLARASI

Skripsi ini berisi hasil kerja penelitian mulai bulan Juli 2002 sampai dengan bulan Januari 2003 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Bersama ini saya nyatakan bahwa isi skripsi ini hasil pekerjaan saya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan skripsi ini belum pernah diajukan pada institusi lain.

Jember, Januari 2003

Penulis

Andri Novikarini

ABSTRAK

Modifikasi Bentuk dan Motif Poligon Melalui Transformasi Isometrik, Andri Novikarini, 971810101094, Skripsi, Januari 2003, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Tujuan dari studi ini adalah mencari prosedur transformasi poligon $\mathcal{P}$ ke bentuk poligon lain $\mathcal{P}'$ dengan luas sama, diantaranya transformasi poligon $\mathcal{P}$ segi-n ke $\mathcal{P}'$ dari kumpulan beberapa persegipanjang atau bujursangkar. Selanjutnya, kita cari transformasi persegipanjang ke segitiga. Selain itu, kita mencari prosedur mentransformasi poligon $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam bentuk motif warna lain. Hasil yang didapat menunjukan bahwa untuk mentransformasi poligon $\mathcal{P}$ segi-n ke bentuk poligon lain (*konveks* atau *konkav*) $\mathcal{P}'$ dari kumpulan beberapa persegipanjang atau bujursangkar luasnya sama dengan $\mathcal{P}$ dapat dilakukan dengan mendekomposisi $\mathcal{P}$ ke persegipanjang-persegipanjang, kemudian menggabungkan persegipanjang-persegipanjang hasil dekomposisi $\mathcal{P}$ melalui proses *rotasi, translasi* dan *refleksi*. Adapun untuk mentransformasikan persegipanjang $\mathcal{P}$ ke bentuk segitiga $\mathcal{P}'$ dapat dilakukan dengan mendekomposisi $\mathcal{P}$ menjadi 2 (dua) persegipanjang, $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$, kemudian mendekomposisi $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$ tersebut ke dalam persegipanjang-persegipanjang kongruen guna membangun segitiga siku-siku $\mathcal{P}_1'$ dan $\mathcal{P}_2'$, yang mengkonstruksi segitiga sebarang tersebut. Akhirnya untuk mentransformasi persegipanjang $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dengan bentuk motif warna lain dapat dilakukan melalui dua cara, diantaranya melalui proses dekomposisi $\mathcal{P}$ dan menukartempatkan warna dari cacahan atau melalui proses operasi geometri (*translasi, rotasi* dan *refleksi*).

Kata Kunci: Poligon, Modifikasi bentuk, Transformasi Isometrik.

PENGESAHAN

Skripsi ini diterima oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember pada:

Hari = SELASA

Tanggal = 28 JAN 2003

Tempat = Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua (Dosen Pembimbing Utama)

(Drs. Kusno, DEA, Ph.D.)
NIP. 131 592 357

Sekretaris (Dosen Pembimbing Anggota)

(Kosala Dwidja P, S.Si.)
NIP. 132 206 019

Anggota I

(Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.)
NIP. 132 048 321

Anggota II

(Kiswara Agung S, S.Si.)
NIP. 132 207 813

Mengesahkan
Dekan FMIPA UNEJ

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL UNIVERSITAS JEMBER FAKULTAS

Ir. Sumadi, MS.
NIP.130 368 784

KATA PENGANTAR

Seiring dengan terselesaikannya skripsi ini, Penulis panjatkan puji syukur kehadirat Illahi Robbi atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya,sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan, bimbingan dan dorongan dari berbagai pihak. Untuk itu pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Drs. Kusno, DEA, Ph.D. sebagai Dosen Pembimbing Utama
2. Kosala Dwidja P, SSi. sebagai Dosen Pembimbing Anggota
3. Drs. Rusli Hidayat, Msc. sebagai Dosen Penguji
4. Kiswara Agung, S.Si. sebagai Dosen Penguji
5. Semua pihak yang membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga Allah SWT menberikan balasan atas kebaikan semua pihak yang telah menberikan bantuan kepada penulis. Besar harapan penulis, skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Jember, Januari 2003

Penulis,

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Halaman

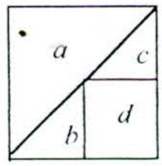
BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

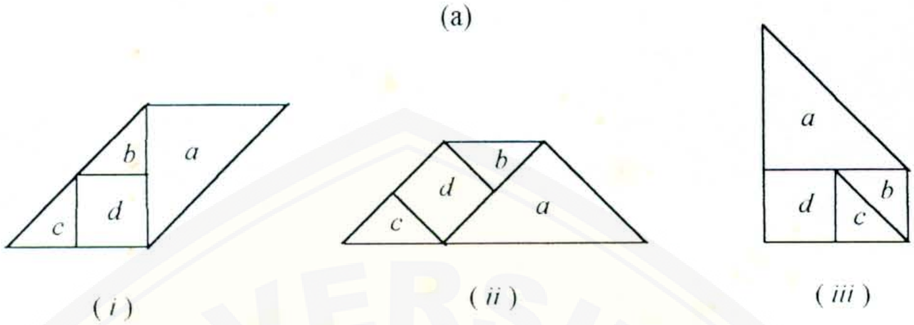
Bidang matematika terdiri atas beberapa kelompok bidang keahlian, diantaranya aljabar, geometri dan statistika. Dalam perkembangannya, ternyata matematika memberikan sumbangan yang besar dalam memecahkan masalah-masalah yang terdapat dalam berbagai bidang, misalnya bidang teknik, ekonomi dan fisika. Banyak permasalahan baru yang sebelumnya menjadi tanda tanya, saat ini dapat dipecahkan dengan bantuan matematika.

Beberapa industri seperti halnya industri lampu hias atau kaca hias, dalam hal khusus untuk memperoleh bentuk-bentuk hiasan yang menarik, baik dari bentuk ataupun motif hiasan, salah satu cara yang dilakukan adalah dengan melakukan pemotongan bahan plat atau kaca. Potongan-potongan plat atau kaca kemudian digabungkan untuk memperoleh bentuk atau motif lain yang lebih menarik. Adapun perlakuan yang dilakukan terhadap bahan plat atau kaca ini secara umum tanpa adanya proses penarikan atau penekanan bahan, sehingga luasnya konstan.

Hal yang menarik sehubungan dengan perlakuan bahan tersebut adalah jika bahan plat atau kaca yang luasnya sudah diketahui, bagaimana mentransformasikan bahan tersebut menjadi berbagai model bentuk poligon dengan luas yang tetap. Dengan demikian selain hasil perubahan bentuk akan memberikan tambahan nilai artistik, juga pemanfaatan bahan plat dan kaca dapat dioptimalkan. Dengan kata lain, andaikan suatu poligon (ambil bujur sangkar) dapat dipotong menjadi poligon-poligon berukuran kecil (Gambar 1.a), kenyataannya dalam praktek, kita perlu mentransformasikan potongan-potongan tersebut menjadi bentuk-bentuk lain yang lebih artistik dengan bahan yang sama (Gambar 1.b). Dalam hal ini transformasi yang mengawetkan luas disebut transformasi isometrik



(a)



(b)

Gambar 1: Transformasi bentuk poligon ke bentuk poligon lain dengan luas ekivalen

1.2 Permasalahan

Misal $\mathcal{P}$ suatu potongan permukaan benda bidang berbentuk poligon konveks, $\mathcal{P}$ terdiri dari m sub-poligon (potongan poligon yang berbentuk poligon juga, yang tidak memuat poligon lain didalamnya). Masalahnya adalah:

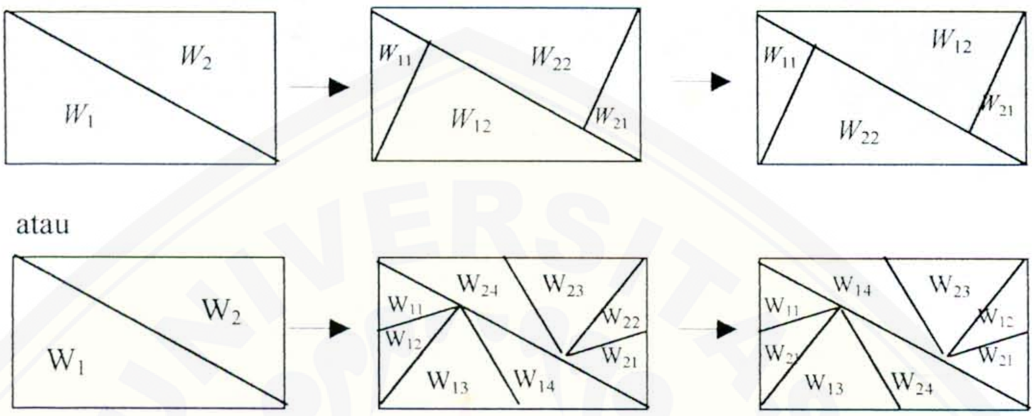
1. a. Jika $\mathcal{P}$ merupakan poligon dari segi-n, tentukan prosedur mendapatkan poligon lain (konveks atau konkav) $\mathcal{P}'$ yang merupakan kumpulan atau gabungan beberapa persegipanjang atau bujursangkar yang jumlah luasnya sama dengan $\mathcal{P}$.

   b. Jika $\mathcal{P}$ berbentuk persegipanjang, tentukan $\mathcal{P}'$ berupa segitiga yang luasnya ekivalen dengan $\mathcal{P}$ (Gambar 2).

Gambar 2: Masalah transformasi persegipanjang $\mathcal{P}$ ke segitiga $\mathcal{P}'$

2. Misalkan poligon $\mathcal{P}$ dipilih berbentuk persegipanjang dengan sub-poligon di dalamnya berupa segitiga siku-siku atau segitiga sama kaki. Semua sub-

poligon yang ada dalam $\mathcal{P}$ akan diwarnai dengan warna berbeda maksimum 4 warna. Jika jumlah warna sub poligon dalam $\mathcal{P}'$ disesuaikan dengan jumlah warna yang digunakan dalam $\mathcal{P}$. Tentukan transformasi dari $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam bentuk motif warna lain yang terkonstruksi oleh k sub-poligon baru berbentuk segitiga siku-siku atau segitiga samakaki, dengan $k \geq 4$ (Gambar 3).



Gambar 3: Transformasi $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dengan motif warna berbeda

Keterangan : W_1, W_2 adalah simbol untuk warna-warna berbeda.

1.3 Tujuan Penelitian

1. a. Mendapatkan metode untuk menentukan $\mathcal{P}'$ berupa kumpulan beberapa persegipanjang atau bujursangkar yang dibangun dari hasil dekomposisi poligon $\mathcal{P}$ dengan luas ekivalen.
   b. Mendapatkan metode untuk menentukan $\mathcal{P}'$ berupa segitiga yang dibangun dari persegipanjang $\mathcal{P}$ dengan luas ekivalen.
2. Menentukan algoritma untuk menentukan persegipanjang $\mathcal{P}'$ yang mempunyai motif berbeda dengan $\mathcal{P}$ yang dikonstruksi dari k sub-poligon baru berbantuk segitiga siku-siku atau segitiga samakaki dari persegipanjang $\mathcal{P}$, dengan $k \geq 4$.

1.4 Manfaat

1. Dengan teknik mentransformasikan bentuk poligon sebarang ke bentuk standar persegipanjang atau bujursangkar, dan teknik mentransformasi persegipanjang ke segitiga dan sebaliknya tersebut, maka dapat memudahkan

menentukan ukuran bahan yang dibutuhkan serta mengoptimalkan pemanfaatan bahan.

2. Variasi motif dapat digunakan dalam pemasangan ubin (pengubinan) sehingga diperoleh hasil pengubinan dengan motif yang lebih menarik.
3. Metode ini dapat dimanfaatkan oleh industri kaca hias ataupun lampu hias guna mendapatkan variasi bentuk hiasan dengan motif yang lebih menarik dan indah.

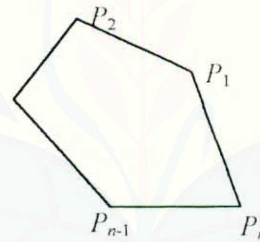
BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi Poligon dan Kekongruenan Poligon

Poligon merupakan salah satu istilah dalam geometri. Beberapa jenis definisi tentang poligon disebutkan seperti dibawah ini (Kusno,1988 dan 1995):

Definisi 1: Poligon adalah suatu himpunan segmen-segmen berhingga dimana setiap ujung dari segmen tepat didukung oleh dua segmen dan tidak satupun dari himpunan bagian dari segmen-segmen mempunyai sifat tersebut.

Definisi 2: Poligon adalah gabungan himpunan titik-titik P_1, P_2, P_3, ..., P_{n-1}, P_n dengan ruas garis-ruas garis: $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, \ldots, \overline{P_{n-1}P}, \overline{P_nP_1}$, sedemikian hingga jika dua dari sebarang ruas garis tersebut berpotongan, titik potongnya adalah salah satu dari titik P_1, P_2, P_3, ..., P_{n-1}, P_n dan tidak ada titik lainnya.



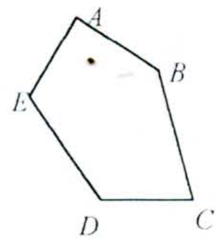
Gambar 4: Poligon segi-*n*

Titik P_1, P_2, P_3, ..., P_{n-1}, P_n disebut titik-titik sudut poligon, sedangkan ruas-ruas garis $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, \ldots, \overline{P_{n-1}P_n}, \overline{P_nP_1}$ disebut sisi poligon.

Suatu poligon dinamakan dengan menyebutkan semua titik-titik sudutnya secara berurutan dengan cara searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam.

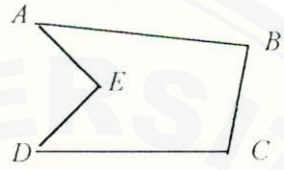
Terdapat beberapa istilah yang berkaitan dengan poligon, diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Poligon konveks adalah poligon yang masing-masing sudutnya lebih kecil dari sudut lurus (Gambar 5).



Gambar 5: Poligon konveks

2. Poligon tidak konveks adalah poligon yang mempunyai minimal satu sudut dalam yang lebih besar dari sudut lurus.(Gambar 6)



Gambar 6: Poligon tidak konveks

3. Korespondensi sudut-sudut dari dua poligon adalah dua sudut dengan titik sudutnya berpasangan yang merupakan korespondensi unsur-unsur yang bersesuaian diantara titik sudut-titik sudut dua poligon.
4. Korespondensi sisi-sisi dari dua poligon adalah dua sisi dengan titik ujung-titik ujungnya berpasangan yang merupakan korespondensi unsur-unsur yang bersesuaian diantara titik sudut-titik sudut dari dua poligon.

Pendefinisian-pendefinisian selanjutnya adalah untuk poligon konveks.

Definisi 3: Dua poligon adalah kongruen, jika ada korespondensi 1-1 diantara titik-titiknya sedemikian hingga:

1. semua sisi yang berkorespondensi kongruen;
2. semua sudut yang berkorespondensi kongruen.

2.2 Penyajian Klasik Segitiga dan Segiempat

2.2.1 Keluarga Segitiga

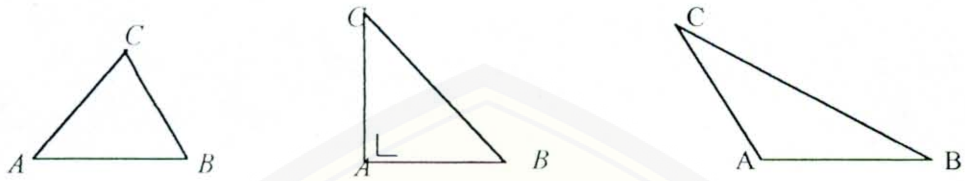
Definisi 4: Segitiga adalah poligon yang bersisi tiga.

Berdasarkan sudut-sudut pembentuknya, segitiga dapat dispesifikasikan sebagai berikut.

a. Segitiga lancip adalah segitiga yang ketiga sudutnya kurang dari 90^o (Gambar 7.*a*)

b. Segitiga siku-siku adalah segitiga yang salah satu sudutnya 90^o (Gambar 7.*b*)

c. Segitiga tumpul adalah segitiga yang salah satu sudutnya lebih dari 90^o (Gambar 7.*c*).



a. Segitiga lancip *b*. Segitiga siku-siku *c*. Segitiga tumpul

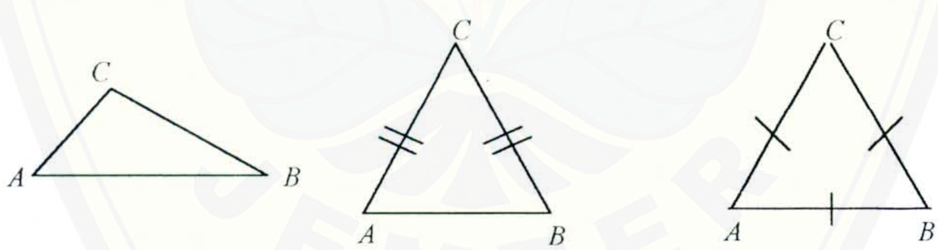
Gambar 7: Segitiga berdasarkan sudut-sudut pembentuknya

Berdasarkan sisi-sisi pembentuknya, segitiga dapat dibedakan menjadi:

a. Segitiga sembarang adalah segitiga yang panjang ketiga sisinya tidak sama panjang (Gambar 8.*a*)

b. Segitiga sama kaki adalah segitiga yang mempunyai dua buah sisi yang sama panjang (Gambar 8.*b*).

c. Segitiga sama sisi adalah segitiga yang ketiga sisinya sama panjang (Gambar 8.*c*).



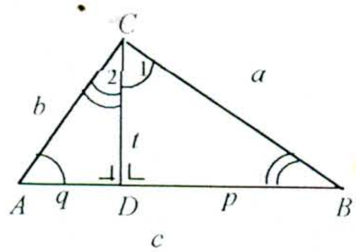
a. Segitiga sembarang b. Segitiga sama kaki c. Segitiga sama sisi

Gambar 8: Segitiga berdasarkan sisi-sisi pembentuknya

Beberapa hal tentang segitiga diuraikan sebagai berikut:

a. Segitiga siku-siku

Suatu segitiga siku-siku dibagi oleh garis tinggi, menjadi dua buah segitiga siku-siku (gambar 9)



Gambar 9: Segitiga siku-siku

Karena $\angle C_2$ menjadi komplemen dari $\angle C_1$ dan $\angle A$, maka $\angle C_1 = \angle A$ dan karena $\angle C_1$ menjadi komplemen dari $\angle C_2$ dan $\angle B$, maka $\angle C2 = \angle B$ (Sudut berkomplemen adalah sudat-sudut yang jika dijumlahkan besarnya 90^o). Jadi disini terdapat tiga buah segitiga sebangun, yaitu ΔABC, ΔACD, ΔCBD (Wijdenes, tanpa tahun).

Panjang ruas garis dinyatakan pada gambar itu dengan huruf kecil; $\overline{AB} = c$. Ruas garis $\overline{BD} = p$ disebut *proyeksi* dari $\overline{BC} = a$ terhadap $\overline{AB}$. Dan ruas garis $\overline{AD} = q$ ialah proyeksi dari $\overline{AC} = b$ terhadap $\overline{AB}$. Dengan menganggap ΔABC sebagai segitiga I, ΔACD sebagai segitiga II, ΔCBD sebagai segitiga III, tiap-tiap pasang segitiga berlaku tiga perbandingan seharga:

I dan II	I dan III	II dan III
1. $a : b = t : q$	4. $a : b = p : t$	7. $t : q = p : t$
2. $a : c = t : b$	5. $a : c = p : a$	8. $t : b = p : a$
3. $b : c = q : b$	6. $b : c = t : a$	9. $q : b = t : a$

Persamaan no.1 dan 9, no.4 dan 8 serta no.6 dan 2 adalah identik, sehingga diperoleh persamaan berikut:

1. $c : b = b : q$ atau $b^2 = cq$
2. $c : a = a : b$ atau $a^2 = cp$
3. $a : c = t : b$ atau $ab = ct$
4. $p : t = t : q$ atau $t^2 = pq$

Hasil-hasil di atas dapat juga dinyatakan dalam dalil-dalil berikut:

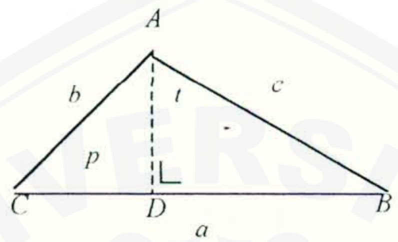
***Dalil 1*:** Kuadrat dari sebuah sisi segitiga siku-siku sama dengan hasilkali dari sisi miring dan proyeksinya terhadap sisi miring itu.

Dalil 2: Hasilkali dari sisi-sisi siku-siku sama dengan hasilkali dari sisi miring dan garis tinggi.

Dalil 3: Kuadrat dari garis tinggi sama dengan hasilkali dari bagian-bagian sisi miring (bagian-bagian sisi miring adalah proyeksi sisi-sisi siku-siku terhadap sisi miring) (Wijdenes, tanpa tahun).

b. Dalil proyeksi

Pandang ΔABC dengan C berupa sudut lancip(gambar 10).

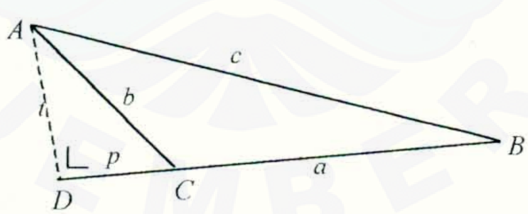


Gambar 10: Segitiga ABC sebarang dengan $\angle C$ lancip

Proyeksi ruas garis $\overline{AC}$ pada $\overline{BC}$ adalah $\overline{CD}$. Misalkan panjang $\overline{BC} = a$, $\overline{AB} = c$ dan $\overline{CD} = p$ maka

$$\begin{aligned} c^2 &= t^2 + (a-p)^2 \\ &= t^2 + p^2 + a^2 - 2ap \\ &= b^2 + a^2 - 2ap \qquad \ldots\ldots (1) \end{aligned}$$

Kemudian pandang ΔABC seperti pada gambar 11 dengan C berupa sudut tumpul.



Gambar 11: segitiga ABC sebarang dengan $\angle C$ tumpul

Proyeksi ruas garis $\overline{AC}$ pada $\overline{BC}$ adalah $\overline{CD}$,Misalkan panjang $\overline{BC} = a$, $\overline{AB} = c$ dan $\overline{CD} = p$ maka

$$\begin{aligned} c^2 &= t^2 + (a+p)^2 \\ &= t^2 + p^2 + a^2 + 2ap \end{aligned}$$

$$= b^2 + a^2 + 2ap \qquad \ldots\ldots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) dapat disimpulkan bahwa untuk segitiga sebarang berlaku $\quad c^2 = b^2 + a^2 \pm 2ap$

Dengan kata lain, dalil proyeksi dapat ditulis sebagai berikut:

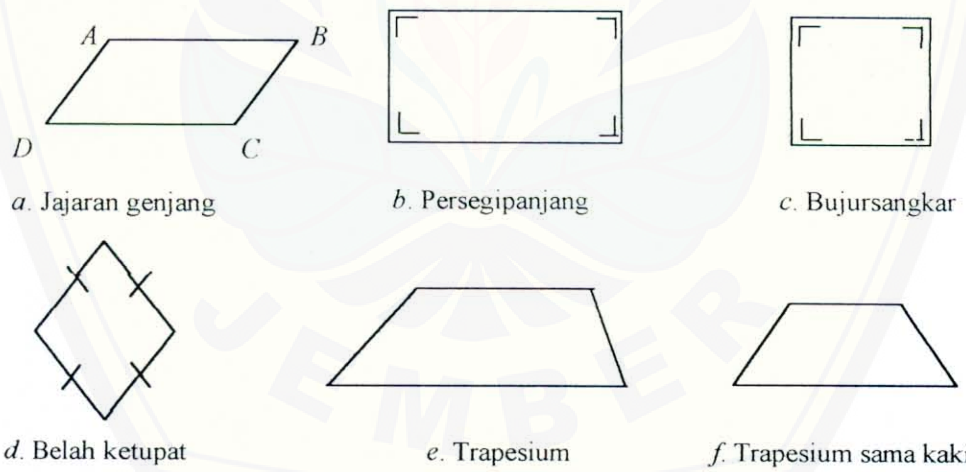
***Dalil 4a*:** Kuadrat dari sebuah sisi yang letaknya di hadapan sebuah sudut lancip adalah sama dengan jumlah kuadrat dua sisi yang lain dikurangi dengan dua kali hasil kali dari salah satu dua sisi itu dan proyeksi dari sisi yang lain terhadap sisi yang disebut pertama kali.

***Dalil 4b*:** Kuadrat dari sebuah sisi yang letaknya di hadapan sebuah sudut tumpul samadengan jumlah kuadrat sisi yang lain, ditambahkan dengan dua kali hasil kali dari salah satu dua sisi itu dan proyeksi dari sisi yang lain terhadap sisi yang disebut pertama kali (Wijdenes, tanpa tahun).

2.2.2 Keluarga Segiempat

Definisi 5: Segiempat adalah poligon yang bersisi empat.

Adapun beberapa bentuk dari segiempat didefinisikan sebagai berikut:



Gambar 12: Segiempat

Definisi 6: Jajaran genjang adalah segiempat dengan sisi-sisi yang berhadapan sejajar (Gambar 12.*a*).

Definisi 7: Persegipanjang adalah jajaran genjang semua sudutnya siku-siku (Gambar 12.*b*).

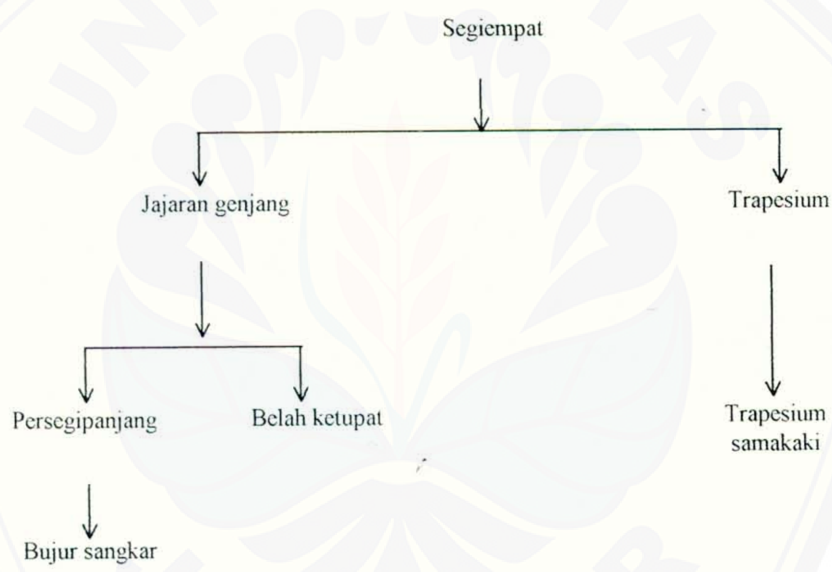
Definisi 8: Bujur sangkar adalah persegipanjang dengan dua sisi bersisihannya sama panjang (Gambar 12.*c*).

Definisi 9: Belah ketupat adalah jajaran genjang dengan dua sisi bersisihannya sama panjang (Gambar 12.*d*).

Definisi 10: Trapesium adalah segiempat yang mempunyai satu dan hanya satu pasang sisi sejajar (Gambar 12.*e*).

Definisi 11: Trapesium samakaki adalah trapesium yang kedua sisi tidak sejajarnya kongruen (Gambar 12.*f*).

Diagram alur pendefinisian objek-objek geometri yang termasuk dalam segiempat, dapat dilihat sebagai berikut:



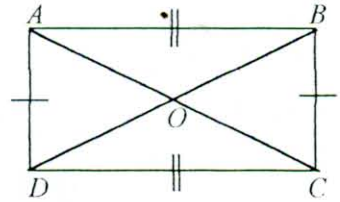
Beberapa hal tentang persegipanjang diuraikan sebagai berikut:

a. Sisi-sisi yang berhadapan sama panjang, yaitu $\overline{AB} = \overline{CD}$ dan $\overline{AD} = \overline{BC}$.

b. Empat buah sudutnya masing-masing besarnya 90°, yaitu $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^{\circ}$.

c. Persegipanjang mempunyai dua diagonal sama panjang.

d. Perpotongan dari dua diagonal membagi dua masing-masing diagonal sama panjang, yaitu $\overline{AO} = \overline{OC}$ dan $\overline{BO} = \overline{OD}$ (Gambar 13).



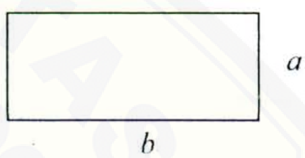
Gambar 13: Persegipanjang $ABCD$

2.2.3 Luas Segiempat dan Luas Segitiga

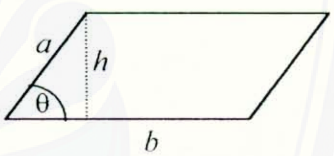
Menghitung luas segiempat dan segitiga dapat diformulasikan sebagai berikut:

a. Segiempat:

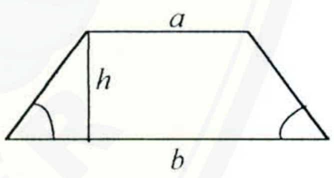
1. Persegipanjang dengan panjang b dan lebar a
   - Luas = $a.b$



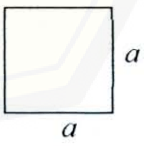
2. Jajaran genjang (paralelogram) dengan tinggi h dan alas b
   - Luas = $b.h$ atau
   - Luas = $a.b \sin \theta$



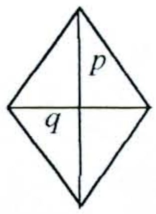
3. Trapesium dengan tinggi h dan sisi-sisi sejajar a dan b
   - Luas = $\frac{1}{2} h(a+b)$



4. Bujur sangkar dengan sisi-sisi a
   - Sisi = a
   - Luas = a^2

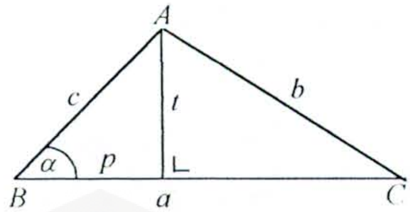


5. Belah ketupat dengan diagonal p dan q
   - Luas = ½ x diagonal p x diagonal q



b. Segitiga

Pandang segitiga dengan tinggi t dan alas a (Gambar 14).



Gambar 14: Segitiga dengan alas a dan tinggi t

Beberapa bentuk rumus mencari luas segitiga secara geometri klasik dapat dinyatakan sebagai berikut $L = ½\, a.t$.

Dalam bentuk persamaan trigonometri $L = ½\, a.c \sin \alpha$

Rumus segitiga yang lain diperoleh dari :

Dengan menggunakan dalil proyeksi diperoleh

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ap$$

$$2ap = a^2 + c^2 - b^2$$

Jadi $p = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$

$$t^2 = c^2 - p^2$$

$$t^2 = c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}\right)^2 = \frac{4a^2c^2 - \left(a^2 + c^2 - b^2\right)^2}{4a^2}$$

$$\begin{aligned} 4a^2t^2 = 16\,L^2 &= 4a^2c^2 - (a^2 + c^2 - b^2)^2 \\ &= (2ac + a^2 + c^2 - b^2)(2ac - a^2 - c^2 + b^2) \\ &= [(a + c)^2 - b^2][b^2 - (a - c)^2] \\ &= (a + c + b)(a + c - b)(b + a - c)(b - a + c) \end{aligned}$$

misal $a + b + c = 2s$

oleh sebab itu

$$\begin{aligned} a + b + c &= 2s \\ 2c &= 2c \quad - \\ \hline a + b - c &= 2s - 2c = 2(s - c) \\ a - b + c &= 2s - 2b = 2(s - b) \\ -a + b + c &= 2s - 2a = 2(s - a) \end{aligned}$$

Dengan demikian kita peroleh

$$16\,L^2 = 2s \times 2(s-a) \times 2(s-b) \times 2(s-c)$$

$$L^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)$$

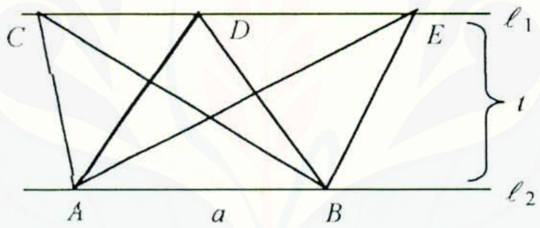
Jadi luas segitiga adalah $L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Dimana s = setengah keliling segitiga

$= \frac{1}{2}(a+b+c)$ (Wijdenes, tanpa tahun)

2.2.4 Luas Bidang Diantara Garis-garis Sejajar

Dua buah poligon yang mempunyai bentuk berbeda kemungkinan mempunyai luas yang sama, jika masing-masing poligon tersebut dapat dipartisi menjadi beberapa buah segitiga, maka dimungkinkan adanya ekivalensi luas pada setiap pasangan segitiga. Hal ini diantaranya disebabkan bahwa segitiga-segitiga yang mempunyai alas yang sama dan berada diantara dua garis yang sejajar yang sama, maka memiliki luas daerah yang sama (Negoro dkk, 1990).



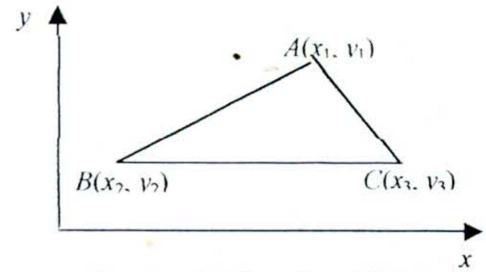
Gambar 15: Ekivalensi luas segitiga

Tiga buah segitiga ABC, ABD dan segitiga ABE berada diantara garis sejajar ℓ_1 dan ℓ_2, mempunyai alas yang sama yaitu $\overline{AB} = a$ dan tinggi yang sama yaitu t, sehingga diperoleh luas masing-masing segitiga adalah $\frac{1}{2}$ x alas x tinggi = $\frac{1}{2}\,at$. Prinsip ini dapat digunakan sebagai cara untuk penerapan pengawetan luas poligon.

2.3 Penyajian Analitik Luas Segitiga dan Segiempat

a. Luas Segitiga

Pandang segitiga ABC dengan titik-titik sudut pada $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ dan $C(x_3, y_3)$(Gambar 16).



Gambar 16: Segitiga ABC

Luas segitiga ABC dapat diperoleh dengan menggunakan rumus berikut

$$\text{Luas} = \pm \tfrac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \pm \tfrac{1}{2} \left(x_1y_2 + y_1x_3 + y_3x_2 - y_2x_3 - y_1x_2 - x_1y_3 \right)$$

Dalam hal ini yang dipilih adalah tanda yang memberikan harga luas non negatif. Jika luas sama dengan nol, maka semua titik tersebut terletak pada satu garis lurus (Spiegel, 1993).

b. Luas Segiempat

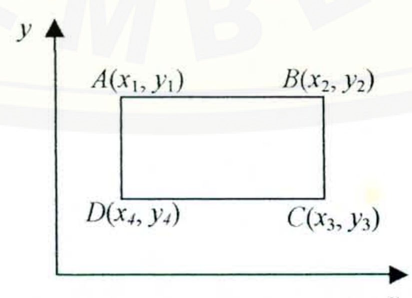
1. Persegipanjang

Pandang persegipanjang $ABCD$ dengan titik-titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ dan $D(x_4, y_4)$, (gambar 17). Luas persegipanjang $ABCD$ dapat ditulis sebagai berikut

$$L = \left|\overline{AB}\right| \cdot \left|\overline{BC}\right|$$

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \cdot \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}$$

$$L = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] \cdot [(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]}$$



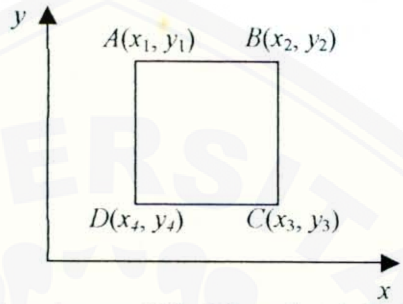
Gambar 17: Persegipanjang dengan titik-titik sudut A, B, C dan D

2. Bujursangkar

Pandang bujursangkar $ABCD$ dengan titik-titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ dan $D(x_4, y_4)$, (Gambar 20). Luas bujursangkar $ABCD$ dapat ditulis sebagai berikut: $L = \left(|\overline{AB}|\right)^2 = \left(|\overline{BC}|\right)^2 = \left(|\overline{CD}|\right)^2 = \left(|\overline{AD}|\right)^2$

$$L = \left(\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}\right)^2$$

$$L = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$



Gambar 18: Bujursangkar dengan titik-titik sudut A, B, C dan D

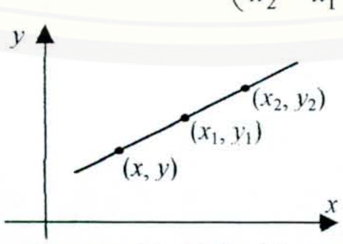
2.4 Relasi Geometri Diantara Titik dan Garis

Pada bagian ini akan dibahas relasi-relasi geometri, antara lain tentang jarak antara dua titik, jarak antara titik ke garis, perpotongan dua garis dan titik tengah garis. Untuk itu, diperkenalkan terlebih dahulu tentang persamaan garis berikut. Persamaan

$$Ax + By + C = 0$$

dimana A, B, dan C adalah konstanta dan salah satu atau keduanya dari A dan B bukan 0. Persamaan ini disebut sebagai persamaan linier dalam x dan y.

Bentuk lain persamaan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) dapat dinyatakan dalam bentuk berikut: $y - y_1 = \left(\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1)$



Gambar 19: Titik-titik segaris

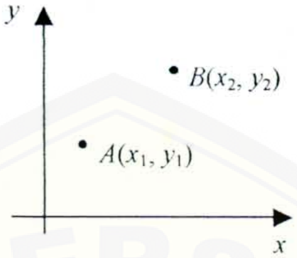
Sedangkan persamaan garis yang berupa persamaan parametrik, disajikan sebagai:

$(x, y) = (x_2, y_1) + \lambda(x_1 - x_2, y_1 - y_2)$

atau $x = x_2 + \lambda(x_1 - x_2)$; $y = y_2 + \lambda(y_1 - y_2)$.

Selanjutnya kita bahas tentang relasi-relasi geometri berikut:

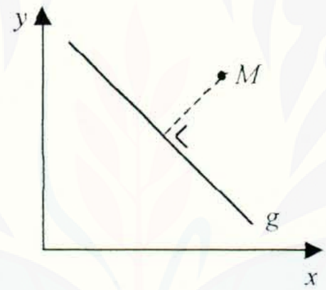
a. *Jarak antara dua titik*



Gambar 20: Jarak antara dua titik

Jarak titik $A(x_1, y_1)$ ke titik $B(x_2, y_2)$ adalah $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

b. *Jarak titik ke garis*



Gambar 21: Jarak titik M ke garis g

Jika $M(x_o, y_o)$ dan garis g mempunyai persamaan $Ax + By + C = 0$, maka jarak titik M ke garis g adalah:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

c. *Perpotongan dua garis*

Misalkan dua garis dalam bentuk g_1 dan g_2 berikut:

g_1: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$

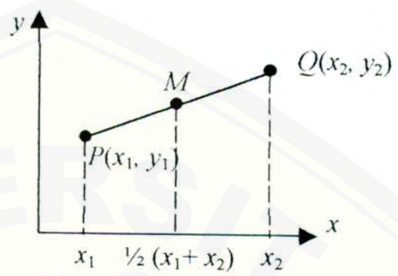
g_2: $A_2x + B_2y + C_2 = 0$

dimana $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ berupa konstanta,maka solusi perpotongan dari dua garis tersebut: $x = \dfrac{B_1C_2 - B_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1}$; $y = \dfrac{A_2C_1 - A_1C_2}{A_1B_2 - A_2B_1}$,dengan $A_1B_2 \neq A_2B_1$ atau

$\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$. Hal khusus bila: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$, bentuk grafik garis merupakan dua garis yang saling sejajar atau berhimpit, sehingga tidak mempunyai titik potong atau mempunyai titik potong yang takhinggga banyaknya (Weber,1994).

d. Titik Tengah Garis

Misal ada dua titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$ dimana $x_1 \leq x_2$, (Gambar 22).



Gambar 22: Titik tengah garis $\overline{PQ}$

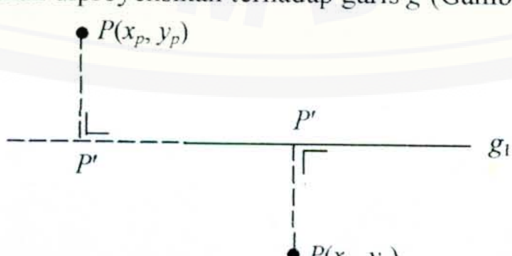
Untuk menentukan absis titik M yang berada di tengah-tengah segmen $\overline{PQ}$, dapat diperoleh dengan cara:

$$\begin{aligned} x_1 + \tfrac{1}{2}(x_2 - x_1) &= x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_1 \\ &= \tfrac{1}{2}x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 \\ &= \frac{x_1 + x_2}{2} \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama untuk ordinat M,dapat diperoleh $\frac{(y_1 + y_2)}{2}$. Jadi koordinat M adalah $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

e. Koordinat Titik Proyeksi

Pandang titik P, akan diproyeksikan terhadap garis g (Gambar 23).



Gambar 23: Proyeksi titik P ke garis g_1

Untuk menententukan koordinat titik P' yang merupakan proyeksi titik $P(x_p, y_p)$ ke garis g_1 dapat digunakan prosedur berikut:

1. Menentukn persamaan garis melalui P dan tegak lurus g_1, misal g_2. Untuk persamaan garis g_2 dapat ditulis sebagai berikut:

   $y - y_p = m_2(x - x_p)$, dengan $m_2 = -\dfrac{1}{m_1}$

   sehingga garis g_2 dapat juga ditulis sebagai berikut:

   $$y - y_p = -\frac{1}{m_1}(x - x_p)$$

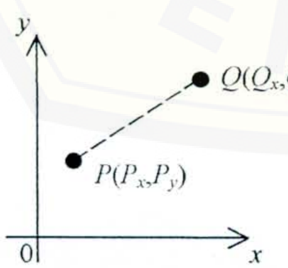
2. Hitung perpotongan antara g_1 dan g_2, maka di peroleh koordinat P'.

2.5 Transformasi

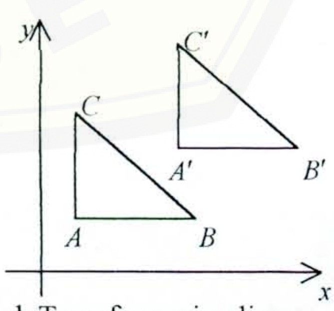
Transformasi adalah suatu cara mengubah posisi setiap titik p ke titik q dengan menggunakan persamaan atau algoritma tertentu. Terdapat dua cara dalam melakukan transformasi, yaitu transformasi objek dan transformasi koordinat. Pada transformasi objek, semua titik pada sebarang objek akan diubah sesuai dengan aturan tertentu sedangkan sistem koordinatnya tetap. Pada transformasi koordinat, posisi objek tetap sedangkan sistem koordinatnya berubah.

2.5.1 Transformasi di R^2

Jenis transformasi di R^2 bermacam-macam diantaranya adalah translasi, rotasi, dilatasi dan refleksi. Misalkan transformasi F akan memetakan titik $P(P_x, P_y)$ ke $Q(Q_x, Q_y)$. Maka dapat dituliskan $F(P_x,P_y) = (Q_x, Q_y)$ atau $Q = F(P)$



a. Transformasi titik



b.Transformasi poligon

Gambar 24: Transformasi Objek

Dalam hal ini diperoleh persamaan dalam notasi matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tr_x \\ tr_y \end{bmatrix}$$

dengan a, b, c, d, tr_x dan tr_y adalah konstanta sebarang.

Secara umum notasi matriks untuk transformasi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Q = \overline{M}P + \overline{T}$$

dimana : P = posisi titik sebelum transformasi

Q = posisi titik hasil transformasi

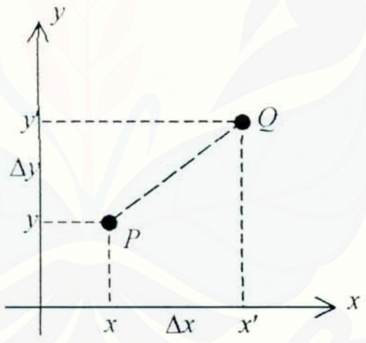
$\overline{M}$ = matriks transformasi

$\overline{T}$ = matriks translasi

a. Translasi

Translasi merupakan proses transformasi yang dilakukan dengan cara menggeser suatu titik ke posisi tertentu.

Pandang sebarang titik P digeser ke titik Q (Gambar 25).



Gambar 25: Translasi titik P ke titik Q

Titik $P(x,y)$ digeser ke titik $Q(x', y')$ maka diperoleh

$x' \quad = x + \Delta x \qquad$ dengan $\Delta x = tr_x$

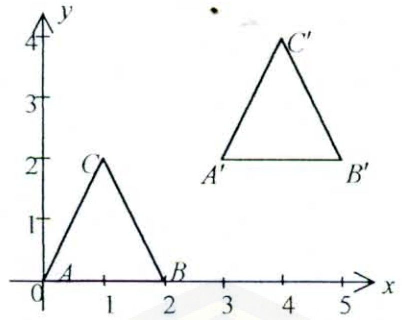
$y' \quad = y + \Delta y \qquad$ dengan $\Delta y = tr_y$

Persamaan di atas dapat juga ditulis:

$Q_x = P_x + tr_x, \qquad Q_y = P_y + tr_y$

atau dalam bentuk matriks diperoleh : $\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tr_x \\ tr_y \end{bmatrix}$

atau $\underset{\sim}{Q} = \bar{I}\,P + \bar{T}$



Gambar 26: Translasi segitiga

Objek segitiga mempunyai sudut $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 2)$ digeser ke $A'(3, 2)$, $B'(5, 2)$, $C'(4, 4)$ melalui pemetaan $x' = x + 3$ dan $y' = y + 2$. Perhitungan ini dapat diperoleh dengan cara :

$\underset{\sim}{Q} = \bar{I}\,P + \bar{T}$

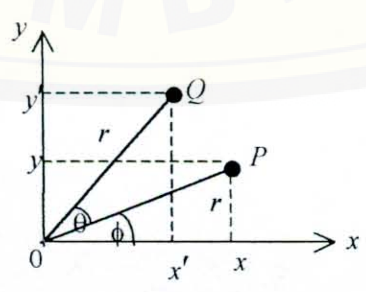
$$\underset{\sim}{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

b. Rotasi (pemutaran)

Rotasi adalah suatu proses mentransformasikan objek dengan cara memutar objek tersebut dengan titik acuan, besar perputaran dan arah tertentu. Sudut putar searah jarum jam menandakan bahwa nilai θ negatif sedangkan sudut putar berlawanan arah jarum jam menyatakan bahwa θ bernilai positif.



Gambar 27: Rotasi titik P ke titik Q

Pandang P adalah titik awal sebelum pemutaran, sedangkan Q adalah titik hasil perputaran dengan sudut θ (Gambar 27).

$$\overline{OP} = \overline{OQ} = r$$

$$\frac{x'}{|OQ|} = \cos(\theta + \phi) \quad \text{, maka}$$

$$\frac{x'}{|OP|} = \cos(\theta + \phi)$$

$$x' = |OP| \cos(\theta + \phi)$$

$$x' = |OP| (\cos\theta \cos\phi - \sin\theta \sin\phi) \qquad \text{...... (3)}$$

sehingga dari gambar 27 juga diperoleh

$$\frac{y}{|OP|} = \sin\phi \quad \text{dan} \quad \frac{x}{|OP|} = \cos\phi$$

dengan mensubsitusikan sin ϕ dan cos ϕ pada persamaan 3 diperoleh

$$x' = |OP| \left(\cos\theta \frac{x}{|OP|} - \sin\theta \frac{y}{|OP|} \right) \text{ maka}$$

$$x' = x \cos\theta - y \sin\theta \qquad \text{...... (4)}$$

sedangkan untuk y' dengan cara yang sama

$$\frac{y'}{|OP|} = \sin(\theta + \phi)$$

$$y' = |OP| \sin(\theta + \phi)$$

$$y' = |OP| (\sin\phi \cos\theta + \sin\theta \cos\phi) \qquad \text{...... (5)}$$

dengan mensubsitusikan sin ϕ dan cos ϕ pada persamaan 4 diperoleh

$$y' = |OP| \left(\frac{y}{|OP|} \cos\theta + \sin\theta \frac{x}{|OP|} \right) \text{ maka}$$

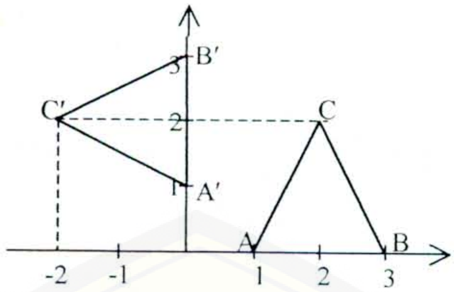
$$y' = y \cos\theta + x \sin\theta \qquad \text{...... (6)}$$

persamaan 4 dan 6 dapat ditulis dalam bentuk

$$Q_x = P_x \cos\theta - P_y \sin\theta$$

$$Q_y = P_x \sin\theta + P_y \cos\theta$$

atau dengan notasi matrik $\begin{bmatrix} Q_x & Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$



Gambar 28: Rotasi segitiga dengan sudut 90° dan pusat (0, 0)

Suatu objek segitiga dengan sudut $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(2, 2)$ diputar dengan sudut sebesar 90° menghasilkan segitiga $A'(0, 1)$, $B'(0, 3)$, $C'(-2, 2)$ yang proses pemutarannya dihitung dengan cara:

$$Q = P\overline{M}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90^0 & \sin 90^0 \\ -\sin 90^0 & \cos 90^0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

c. Dilatasi (Penskalaan)

Penskalaan adalah proses transformasi untuk memperbesar atau memperkecil objek ke arah tertentu. Penskalaan dapat dilakukan ke arah x, ke arah y atau ke kedua arah tersebut. Untuk memperbesar objek, faktor skala yang dipilih harus lebih besar dari 1 atau kurang dari -1, sedangkan untuk memperkecil objek, faktor skalanya harus antara -1 dan 1.

Persamaan umum untuk penskalaan adalah $Q = P\overline{M} + \overline{T}$

dimana :

P $= (P_x, P_y)$ posisi titik awal

Q $= (Q_x, Q_y)$ posisi titik hasil penskalaan

$\bar{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $\bar{M}$ = matrik 2 x 2 untuk penskalaan

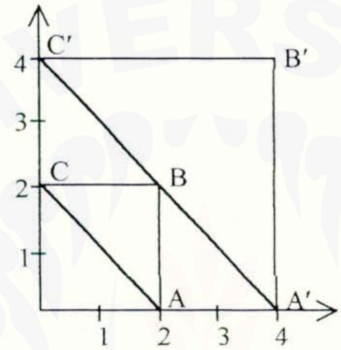
Persamaan diatas dalam bentuk notasi matriks dapat ditulis

$$[Q_x \quad Q_y] = [P_x \quad P_y]\begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

dengan $M = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$

$Q_x \quad = P_x S_x$

$Q_y \quad = P_y S_y$ atau $Q \; = PS$, dimana $S = [S_x \;\; S_y]$ faktor skala



Gambar 29: Segitiga yang diperbesar dengan faktor skala [2, 2]

Sebuah objek segitiga ABC dengan sudut A(2, 0), B(2, 2), C(0, 2) diperbesar kearah sumbu x dan sumbu y sebesar 2 kali dengan menggunakan persamaan

$Q = PS$ diperoleh $Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

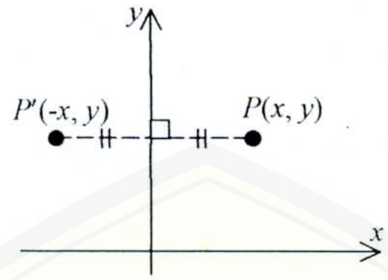
Titik sudut-titik sudut segitiga hasil penskalaan adalah A'(4, 0), B'(4, 4) dan C'(0, 4).

d. Refleksi

Refleksi adalah transformasi, sedemikian hingga sebuah garis (sebagai cermin) adalah disektor tegak lurus terhadap segmen-segmen garis yang menghubungkan titik-titik yang bersesuaian dan jarak antara titik-titik yang bersesuaian tersebut terhadap cerminnya akan sama.

Adapun transformasi refleksi terhadap sumbu koordinat, terhadap garis $y = x$ dan terhadap garis $y = -x$, menggunakan matriks transformasi berikut:

1. Matriks transformasi untuk refleksi terhadap sumbu y



Gambar 30: Refleksi titik terhadap sumbu y

Pandang gambar 30. Misal titik $P(x, y)$ direfleksikan terhadap sumbu y, hasil refleksinya adalah titik P'. Diperoleh

$\begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ dimana $a, b, c, d \in IR$

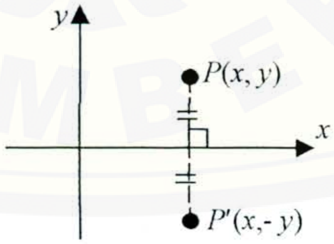
$$\begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}$$

$a = -1$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 1$.

Dalam bentuk matrik dapat ditulis $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ disebut sebagai matriks transformasi untuk refleksi terhadap sumbu y.

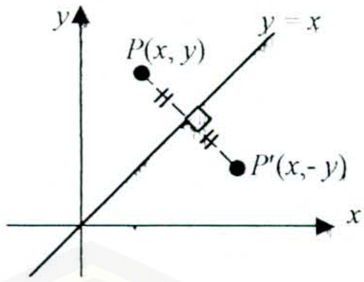
2. Matriks transformasi untuk refleksi terhadap sumbu x



Gambar 31: Refleksi titik terhadap sumbu x

Pandang gambar 31. Dengan cara yang sama, diperoleh sebuah matriks transformasi untuk refleksi terhadap sumbu x, yaitu $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

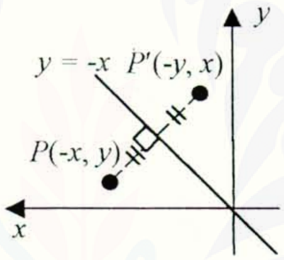
3. Matriks transformasi untuk refleksi terhadap garis $y = x$



Gambar 32 Refleksi titik terhadap garis $y = x$

Pandang gambar 32. Dengan cara yang sama peroleh matriks transformasi untuk refleksi titik terhadap garis $y = x$, yaitu $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

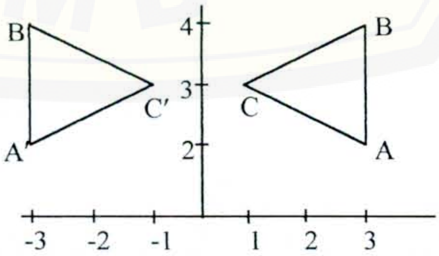
4. Matriks transformasi untuk refleksi terhadap garis $y = -x$



Gambar 33: Refleksi titik terhadap garis $y = -x$

Pandang gambar 33. Diperoleh matriks transformasi untuk refleksi terhadap garis $y = -x$ adalah $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

Secara umum persamaan dalam notasi matrik untuk refleksi adalah $Q = P\overline{M}$,dimana $\overline{M}$ = matrik transformasi untuk refleksi.



Gambar 34: Refleksi segitiga terhadap sumbu x

Selanjutnya pandang gambar 34. Sebuah segitiga dengan koordinat sudut $A(3, 2)$, $B(3, 4)$ dan $C(1, 3)$ direfleksikan terhadap sumbu y, hasil dari refleksi adalah segitiga dengan sudut $A'(-3, 2)$, $B'(3, 4)$, $C'(-1, 3)$.Sudut-sudut ini diperoleh dari penggunaan persamaan $Q = P\overline{M}$

$$Q = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

2.5.2 Sistem Koordinat Homogen

Transformasi-transformasi translasi, rotasi, dilatasi, dan refleksi di R^2 tidak dapat dilakukan secara serentak melalui hitung matrik, hal ini disebabkan pada transformasi translasi melibatkan operasi penjumlahan matriks. Sehingga penghitungan matriks terhadap transformasi-transformasi tersebut perlu dilakukan satu persatu. Untuk mengatasi permasalahan tersebut dapat kita gunakan suatu sistem koordinat homogen.

Sistem koordinat homogen adalah sistem koordinat yang mempunyai satu dimensi lebih tinggi dari sistem koordinat biasa (Santoso, 1994). Dengan demikian sistem koordinat homogen dari sistem koordinat dua dimensi adalah sistem koordinat tiga dimensi. Hal ini diperoleh dengan cara menentukan sumbu ketiga sebagai suatu konstanta tertentu (untuk sistem koordinat homogen dari sistem koordinat dua dimensi biasanya menggunakan sumbu z sebagai suatu konstanta) sehingga koordinat homogen dari (x, y) adalah (x, y, k), misalkan dapat dipilih $k = 1$. Dengan sistem koordinat homogen ini maka semua jenis transformasi geometri yang melibatkan operasi translasi, refleksi, rotasi dan dilatasi dapat dinyatakan secara serentak dalam bentuk matriks berikut:

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} a & b & | & p \\ c & d & | & q \\ - & - & + & - \\ m & n & | & s \end{bmatrix}$$

dimana: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ = matriks transformasi di R^2; $\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $[m, n]$ = matriks translasi (bernilai $m=n=0$ untuk transformasi selain translasi); $s = k$ (konstanta), yaitu bidang kerja di R^3 yang dipandang adalah $z = k$.

Dengan menggunakan sistem koordinat homogen, secara umum persamaan transformasi dapat ditulis sebagai berikut.

$Q = P\overline{M}$

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & | & p \\ c & d & | & q \\ - & - & + & - \\ m & n & | & s \end{bmatrix}$$

Berdasarkan persamaan ini, transformasi di R^2 dengan menggunakan sistem koordinat homogen dapat ditulis:

a. Translasi

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ tr_x & tr_y & 1 \end{bmatrix} \text{ atau } Q = P\overline{M}_t$$

b. Dilatasi (Penskalaan) dengan faktor skala $S = [S_x, S_y]$

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ atau } Q = P\overline{M}_s$$

c. Rotasi dengan titik acuan pada pusat sumbu koordinat (0, 0), dengan besar perputaran θ

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ atau } Q = P\overline{M}_r$$

d. Refleksi terhadap sumbu y :

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e. Refleksi terhadap sumbu x :

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

f. Refleksi terhadap garis $y = x$

$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

g. Refleksi terhadap garis $y = -x$

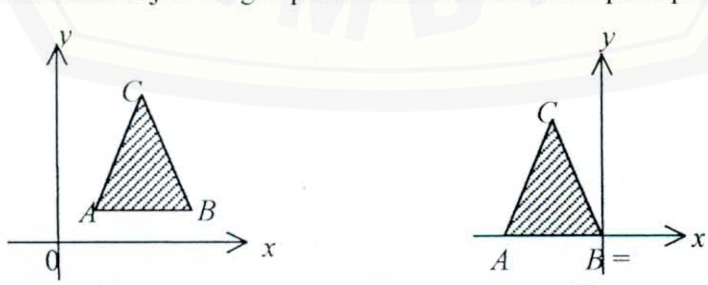
$$\begin{bmatrix} Q_x & Q_y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x & P_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dalam hal ini persamaan yang menggunakan sistem koordinat homogen sangat membantu, karena mempermudah melakukan penghitungan sekaligus sehingga waktu yang digunakan lebih cepat dan efisien dan juga hasil yang diperoleh akan sama dengan pengerjaan transformasi secara satu persatu.

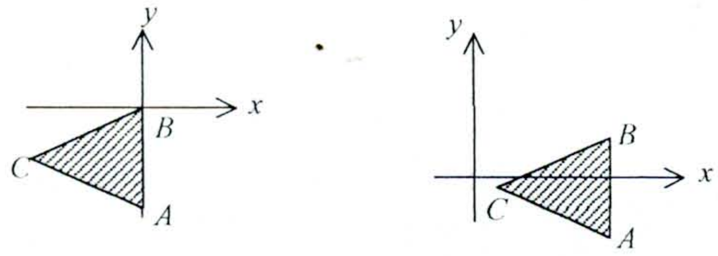
Jenis-jenis transformasi di atas menggunakan titik acuan pada titik pusat koordinat atau pada titik (0, 0). Pada transformasi rotasi dan refleksi, terdapat pengaruh titik acuan. Untuk titik acuan berbeda akan menghasilkan transformasi yang berbeda.

Untuk memudahkan transformasi dengan sembarang titik acuan maka perlu dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menggeser objek, sehingga titik acuannya berimpit dengan titik pusat koordinat
2. Lakukan transformasi yang diinginkan (rotasi atau refleksi)
3. Geser kembali objek dengan posisi titik acuan kembali pada posisi semula



(a) (b)



(c) (d)

Gambar 35: Objek diputar dengan titik acuan B, dengan perputaran 90°

Gambar 35.a menunjukkan objek pada posisi awal. Objek digeser dengan titik acuan B berimpit dengan titik pusat koordinat (Gambar 35.b). Objek diputar dengan sudut putar 90° (Gambar 35.c). Objek digeser kembali dengan titik acuan kembali pada posisi awal (Gambar 35.d).

Proses transformasi rotasi diatas dapat ditulis dengan menggunakan sistem koordinat homogen sebagai berikut:

$$Q = P.\overline{M}_{t_1}.\overline{M}_r.\overline{M}_{t_2}$$

$$Q = \begin{bmatrix} A_x & A_y & 1 \\ B_x & B_y & 1 \\ C_y & C_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & y & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} A_x & A_y & 1 \\ B_x & B_y & 1 \\ C_x & C_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & y & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} A_x & A_y & 1 \\ B_x & B_y & 1 \\ C_x & C_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ x+y & y-x & 1 \end{bmatrix}$$

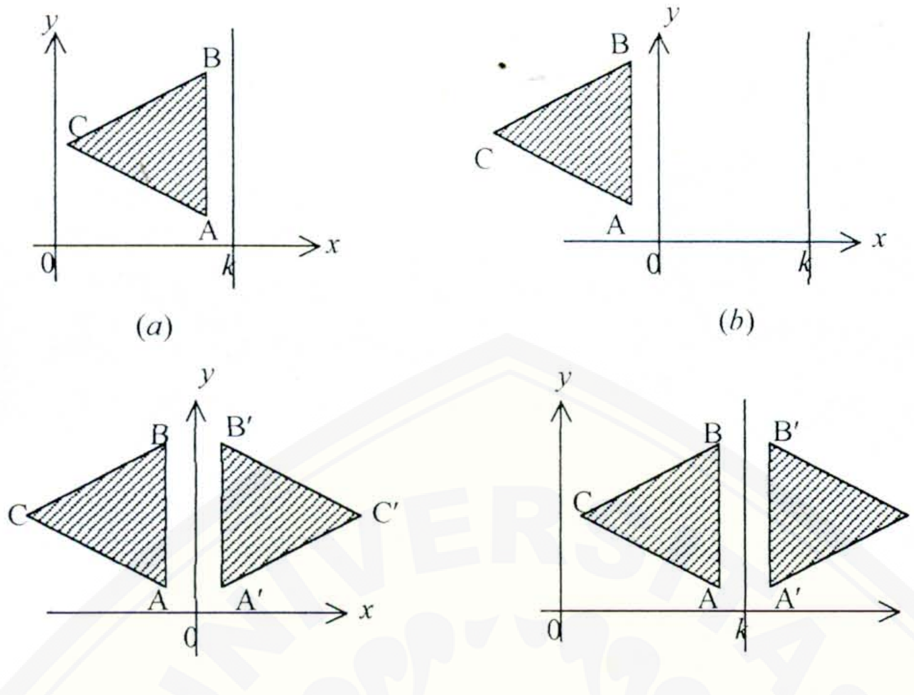
dengan x, y nilai translasi dari x dan y titik acuan

$(A_x\ A_y)$ = titik koordinat A

$(B_x\ B_y)$ = titik koordinat B, sekaligus sebagai titik acuan rotasi

$(C_x\ C_y)$ = titik koordinat C

Pandang segitiga ABC (Gambar 36.a). Segitiga ABC akan direfleksikan terhadap garis $y = k$



Gambar 36: Objek direfleksikan terhadap garis k

Gambar 36.a menunjukkan objek pada posisi awal. Objek digeser sejauh k sehingga garis k dianggap berimpit dengan sumbu koordinat (Gambar 36.b). Objek direfleksikan (Gambar 36.c). Objek dan hasil refleksi di geser sejauh k (Gambar 36.d).

Transformasi refleksi di atas dapat ditulis dengan menggunakan sistem koordinat homogen sebagai berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} A_x & A_y & 1 \\ B_x & B_y & 1 \\ C_x & C_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -k & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} A_x & A_y & 1 \\ B_x & B_y & 1 \\ C_x & C_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ k+k & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

BAB III
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini kita bahas prosedur mentransformasi poligon $\mathcal{P}$ kebentuk poligon lain $\mathcal{P}'$. Pertama, disajikan prosedur tentang mentransformasi poligon $\mathcal{P}$ segi-n ke bentuk lain (konveks atau konkav) $\mathcal{P}'$ yang merupakan kumpulan atau gabungan beberapa persegipanjang atau bujursangkar yang jumlah luasnya sama dengan $\mathcal{P}$. Di dalam bagian ini, juga akan dibahas mengenai prosedur mentransformasi persegipanjang ke segitiga yang memiliki luas sama. Kedua, diperkenalkan prosedur mentransformasi poligon $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam bentuk motif warna lain. Adapun penjelasan secara detail dari studi tersebut diuraikan sebagai berikut.

3.1 Transformasi Bentuk Poligon dengan Luas Ekivalen

Beberapa bentuk poligon berbeda dapat mempunyai luas sama. Oleh karena itu, kita dapat melakukan transformasi bentuk dari suatu poligon ke poligon lain agar bentuknya berbeda (bervariasi) tetapi luasnya sama. Untuk itu pada bagian ini dibahas dua prosedur berikut:

1. Prosedur mentransformasi poligon $\mathcal{P}$ segi-n ke bentuk poligon lain (konveks atau konkav) $\mathcal{P}'$ yang merupakan kumpulan atau gabungan beberapa persegipanjang atau bujursangkar yang jumlah luasnya sama dengan luas $\mathcal{P}$.
2. Prosedur mentransformasi persegipajang ke segitiga yang memiliki luas sama.

3.1.1 Transformasi Poligon ke Poligon

Apabila diketahui $\mathcal{P}$ adalah poligon konveks yang dinyatakan dengan $P_1P_2P_3...P_n$, maka untuk memperoleh bentuk lain $\mathcal{P}'$ yang berupa gabungan beberapa persegipanjang atau bujursangkar yang mempunyai luas sama dengan $\mathcal{P}$ dapat menggunakan langkah-langkah berikut:

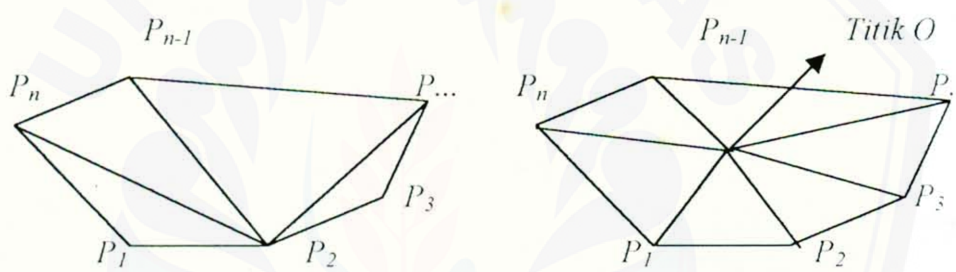
1. Dekomposisi $\mathcal{P}$ ke dalam persegipanjang-persegipanjang. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan dua cara berikut:

Cara I: Melalui proses dekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga.

Pada proses ini diperlukan 3 tahap perlakuan berikut:

(i) Dekomposisikan $\mathcal{P}$ segi-n ke segitiga, yaitu dengan menggunakan cara berikut:

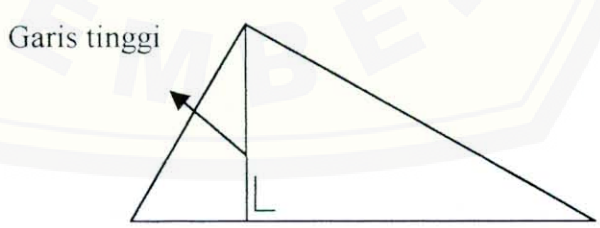
Ambil sebuah titik sudut poligon $\mathcal{P}$, misal P_2. Kemudian tarik garis yang menghubungkan P_2 ke setiap titik sudut $\mathcal{P}$ yang tidak bersisihan dengan P_2 (Gambar 37.a), maka diperoleh sebanyak n-2 segitiga sembarang. Cara lain untuk mendekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga adalah dengan mengambil sebuah titik sebarang yang berada di dalam poligon $\mathcal{P}$, misal titik O. Kemudian tarik garis yang menghubungkan titik O ke setiap titik sudut $\mathcal{P}$ (Gambar 37.b), maka diperoleh sebanyak n segitiga sebarang.



(a) (b)

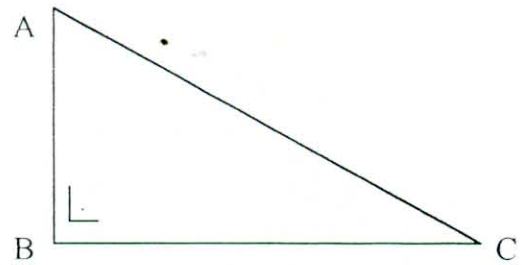
Gambar 37: Ilustrasi dekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga

(ii) Dekomposisikan segitiga sebarang ke segitiga siku-siku, yaitu dengan menarik garis tinggi dari sebuah sudut segitiga ke sisi dihadapannya (Gambar 38).



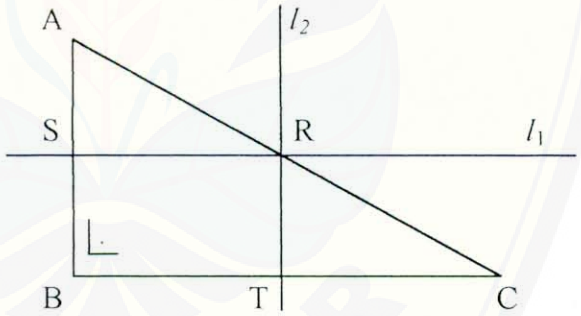
Gambar 38: Ilustrasi dekomposisi segitiga sebarang ke segitiga siku-siku

(iii) Transformasikan segitiga siku-siku ke persegipanjang. Untuk prosedurnya, misal segitiga siku-siku ABC, mempunyai panjang sisi-sisi $|\overline{AB}|$, $|\overline{BC}|$ dan $|\overline{CA}|$ (Gambar 39.a) maka lakukan:



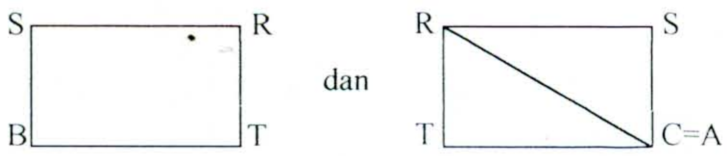
Gambar 39.a: Segitiga siku-siku ABC

- Ambil titik tengah sisi miring segitiga siku-siku, misal titik R, sehingga $|\overline{AR}| = |\overline{RC}|$.
- Tarik garis l_1 melalui R dan sejajar $\overline{BC}$, selanjutnya sebut titik potong l_1 dengan $\overline{AB}$ sebagai titik S sehingga $|\overline{AS}| = |\overline{SB}|$.
- Tarik garis l_2 melalui R dan sejajar $\overline{AB}$. Jika titik T adalah titik potong l_2 dengan $\overline{BC}$, maka $|\overline{BT}| = |\overline{TC}|$ (Gambar 39.b).



Gambar 39.b: Ilustrasi dekomposisi segitiga siku-siku ke persegipanjang dan segitiga siku-siku kongruen .

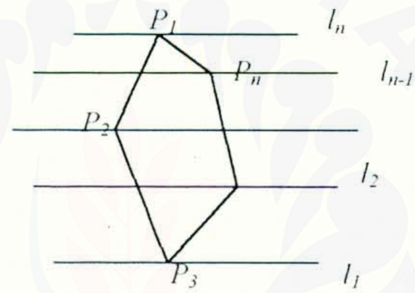
Dengan demikian segitiga ASR dan segitiga RTC adalah segitiga siku-siku kongruen dan jika digabungkan dengan mempertemukan sisi miring kedua segitiga tersebut, didapat bentuk persegipanjang. Oleh sebab itu dari bentuk segitiga siku-siku ABC didapat 2 bentuk persegipanjang BTRS dan TCSR yang luasnya ekivalen (Gambar 39.c).



Gambar 39.c: Ilustrasi hasil transformasi bentuk segitiga siku-siku ke persegipanjang

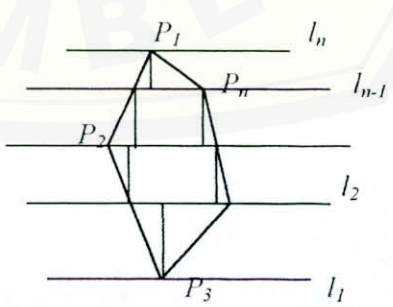
Cara II: Melalui proses dekomposisi $\mathcal{P}$ ke trapesium

(i) Ambil sebuah titik sudut $\mathcal{P}$ sebagai titik acuan, misal P_3. Kemudian tarik garis l_1 melalui P_3. Tarik garis lain melalui masing-masing titik sudut $\mathcal{P}$ yang sejajar l_1 (Gambar 40.a).



Gambar 40.a: Ilustrasi dekomposisi $\mathcal{P}$ ke trapesium

(ii) Untuk masing-masing segitiga atau trapesium yang terbentuk, pada setiap titik sudutnya tarik garis proyeksi tegak lurus pada alas, di bagian interior poligon. Maka diperoleh hasil dekomposisi berupa persegipanjang dan segitiga siku-siku (Gambar 40.b).



Gambar 40.b: Ilustrasi dekomposisi trapesium ke persegipanjang dan segitiga siku-siku

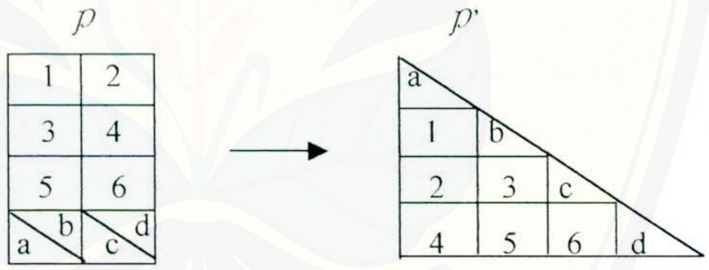
(iii)Untuk setiap segitiga siku-siku transformasikan ke dalam bentuk persegipanjang dengan menggunakan prosedur seperti pada langkah 1 cara I (iii).

2. Menggabungkan persegipanjang-persegipanjang hasil dekomposisi $\mathcal{P}$ untuk memperoleh variasi bentuk poligon lain (koveks atau konkav) yang berupa gabungan persegipanjang-persegipanjang atau bujursangkar-bujursangkar. Hal ini dapat dilakukan dengan merotasikan, mentranslasikan atau merefleksikan persegipanjang-persegipanjang hasil dekomposisi tersebut.

3.1.2 Transformasi Persegipanjang ke segitiga

Apabila diketahui poligon $\mathcal{P}$ berbentuk persegipanjang, dimensi (ukuran sisi-sisi) persegipanjang terdefinisi oleh bilangan rasional, maka untuk memperoleh poligon $\mathcal{P}'$ berbentuk segitiga yang dimensinya sudah diketahui dan mempunyai luas sama dengan $\mathcal{P}$ dapat digunakan prosedur berikut:

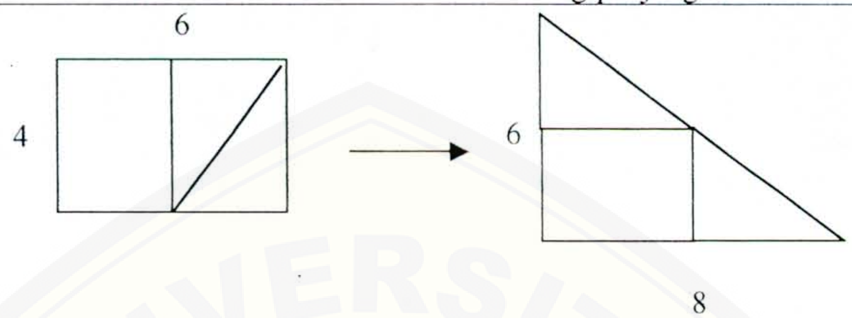
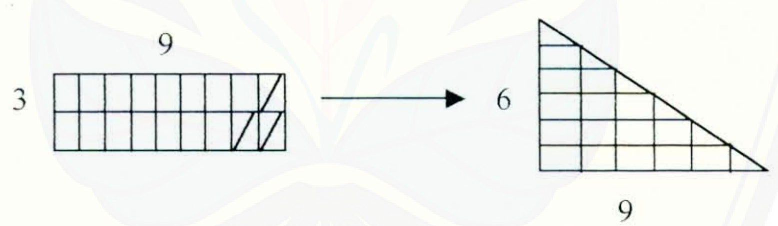
A. Kasus transformasi persegipanjang ke segitiga siku-siku

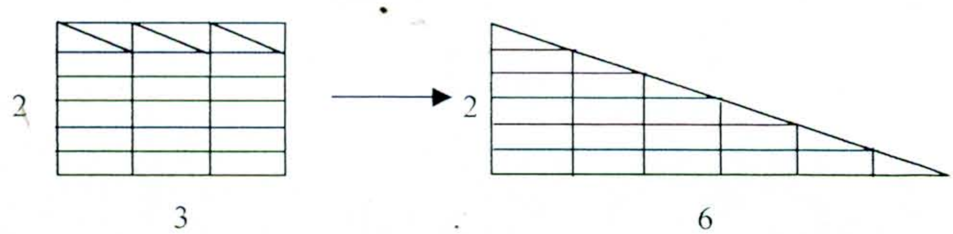
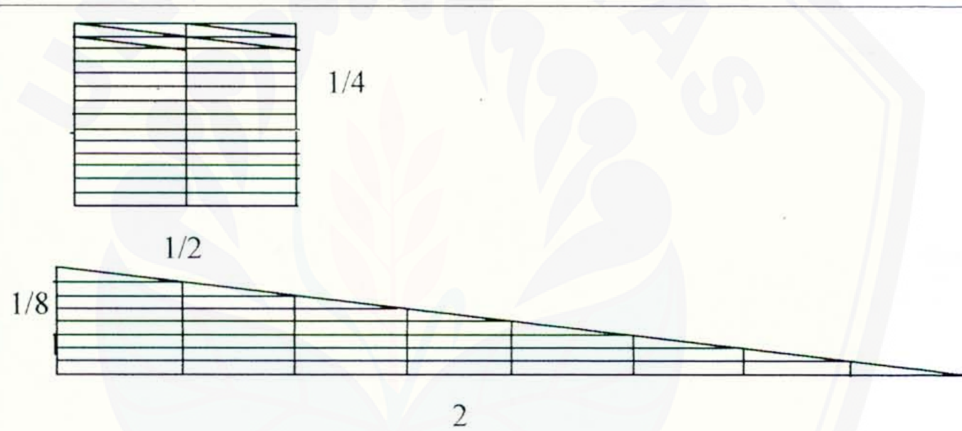


Gambar 41: Jumlah dan dimensi persegipanjang-persegipanjang dalam persegipanjang $\mathcal{P}$ dan dalam segitiga $\mathcal{P}'$ identik.

1. Mencacah segitiga siku-siku dengan menarik garis-garis sejajar terhadap sisi-sisi siku-siku untuk menentukan dimensi persegipanjang-persegipanjang kongruen sehingga jumlah persegipanjang-persegipanjang dalam persegipanjang $\mathcal{P}$ dan dalam segitiga $\mathcal{P}'$ identik (Gambar 41). Hal ini dapat dilakukan dengan membagi sisi-sisi siku-siku segitiga dengan bilangan genap sama, yang diperoleh dari faktor persekutuan, kelipatan dari faktor persekutuan atau kelipatan persekutuan dari dimensi segitiga siku-siku dan persegipanjang. Contohnya dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 1: Ilustrasi pendekomposisian persegipanjang dan segitiga, serta prosedur menentukan dimensi persegipanjang cacahan

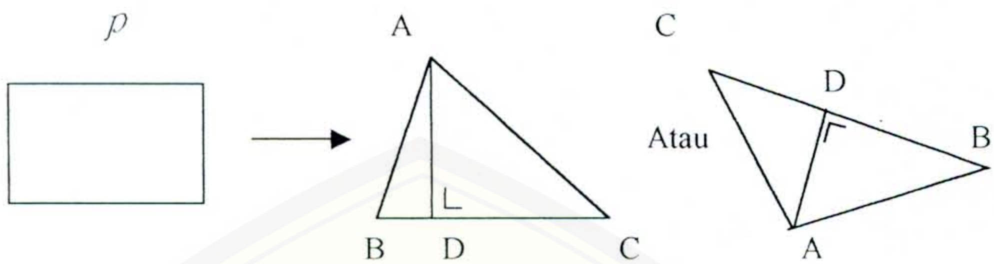
No	Ilustrasi Pendekomposisian Persegipanjang dan Segitiga serta Prosedur Menentukan Dimensi Persegipanjang Cacahan
1	 Prosedur menentukan dimensi persegipanjang cacahan: Membagi sisi-sisi siku-siku dengan faktor persekutuan dari dimensi persegipanjang dan segitiga (2 adalah faktor persekutuan dari 4, 6 dan 8). Diperoleh dimensi persegipanjang cacahan, yaitu panjang = 4 dan lebar = 3.
2	 Prosedur menentukan dimensi persegipanjang cacahan: Membagi sisi-sisi siku-siku dengan kelipatan faktor persekutuan dari dimensi persegipanjang dan segitiga (6 adalah kelipatan faktor persekutuan dari 3, 6 dan 9). Diperoleh dimensi persegipanjang cacahan, yaitu panjang = 1,5 dan lebar = 1.

3	 Prosedur menentukan dimensi persegipanjang cacahan: membagi sisi-sisi siku-siku dengan kelipatan persekutuan dari dimensi persegipanjang dan segitiga (6 adalah kelipatan persekutuan dari 1, 2, 3 dan 6). Diperoleh dimensi persegipanjang cacahan, yaitu panjang = 1 dan lebar = $\frac{2}{6}$.
4	 Prosedur menentukan dimensi persegipanjang cacahan: membagi sisi-sisi siku-siku dengan kelipatan persekutuan dari dimensi persegipanjang dan segitiga (8 adalah kelipatan persekutuan dari $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ dan 2).

2. Mendekomposisi $\mathcal{P}$ ke dalam persegipanjang-persegipanjang yang dimensinya menurut hasil langkah 1.
3. Mentransformasikan persegipanjang-persegipanjang dari poligon $\mathcal{P}$ ke segitiga siku-siku $\mathcal{P}'$.

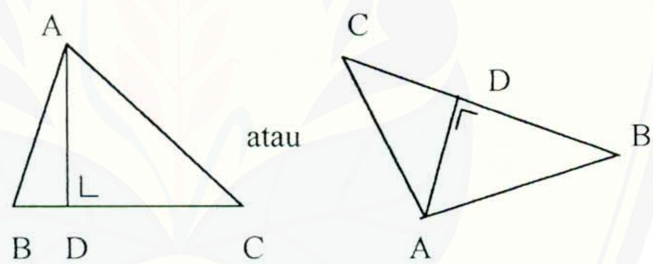
B. Kasus *transformasi persegipanjang ke segitiga sebarang*

Misal persegipanjang $\mathcal{P}$ akan ditransformasi ke segitiga sebarang, segitiga ABC (Gambar 42), maka yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut:



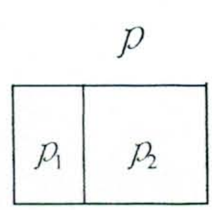
Gambar 42: Transformasi $\mathcal{P}$ ke segitiga ABC sebarang

1. Mendeteksi segitiga-segitiga siku-siku yang mengkonstruksi segitiga sebarang, yaitu dengan mendekomposisi segitiga ABC dengan menarik garis tinggi dari sudut terbesar ke sisi di hadapannya. Misal, segitiga hasil dekomposisi segitiga ABC adalah segitiga ADB dan segitiga CDA (Gambar 43).



Gambar 43: Dekomposisi segitiga sebarang ke dalam 2 (dua) segitiga siku-siku

2. Mendekomposisi persegipanjang $\mathcal{P}$ menjadi dua persegipanjang $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$ (Gambar 44). Persegipanjang $\mathcal{P}_1$ menpunyai luas sama dengan luas segitiga siku-siku ADB dan persegipanjang $\mathcal{P}_2$ mempunyai luas sama dengan luas segitiga siku-siku CDA.



Gambar 44: Dekomposisi $\mathcal{P}$ ke dalam 2 (dua) persegipanjang $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$.

3. Melakukan prosedur seperti pada langkah 1-4 dalam kasus transformasi persegipanjang ke segitiga siku-siku, terhadap $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$ untuk memperoleh segitiga sebarang yang diinginkan.

3.2 Prosedur Transformasi $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam Bentuk Motif Warna Lain

Misalkan poligon $\mathcal{P}$ berbentuk persegipanjang dengan sub-poligon didalamnya berupa segitiga siku-siku atau segitiga sama kaki, semua sub-poligon yang ada dalam $\mathcal{P}$ diwarnai dengan warna berbeda maksimum 4 warna. Jika warna sub poligon dalam $\mathcal{P}'$ sama dengan warna yang digunakan dalam $\mathcal{P}$, maka untuk mentransformasikan $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam bentuk motif warna lain yang terkonstruksi oleh k sub-poligon baru dengan $k \geq 4$ dapat dilakukan melalui proses dekomposisi dan operasi geometri.

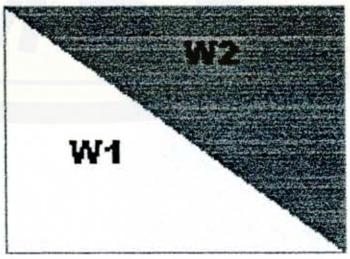
3.2.1 Variasi Motif Melalui Proses Dekomposisi

Melalui proses dekomposisi, variasi motif diperoleh dengan mempertukarkan warna sub-sub poligon hasil dekomposisi $\mathcal{P}$ yang memiliki bentuk kongruen dan mempunyai warna berbeda. Langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

I. Dekomposisi ke segitiga siku-siku

A. Kasus dua warna

Misal poligon $\mathcal{P}$ dibangun oleh dua buah sub poligon berbentuk segitiga siku-siku beda warna, yaitu ΔW_1 dan ΔW_2 (Gambar 45).



Gambar 45: Persegipanjang terkonstruksi oleh 2 (dua) segitiga siku-siku kongruen beda warna

1. Mendekomposisi ke segitiga siku-siku

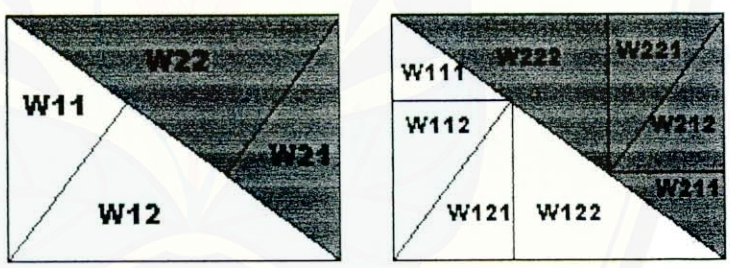
(i) Proses dekomposisi pertama:

Dekomposisi satu pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna, yaitu $\Delta W_1 \cong \Delta W_2$. Tarik garis tinggi dari titik sudut siku-siku ke sisi di hadapannya pada masing-masing segitiga, maka diperoleh:

* Untuk 1 kali dekomposisi, diperoleh (ΔW_{11} , ΔW_{12}) dan (ΔW_{21} , ΔW_{22}). Dengan $\Delta W_{11} \cong \Delta W_{21}$ dan $\Delta W_{12} \cong \Delta W_{22}$ atau diperoleh dua pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna (Gambar 46.a).

* Untuk 2 kali dekomposisi, diperoleh (ΔW_{111} , ΔW_{112}) , (ΔW_{121} , ΔW_{122}), (ΔW_{211} , ΔW_{212}) dan (ΔW_{221} , ΔW_{222}). Dengan $\Delta W_{111} \cong \Delta W_{211}$, $\Delta W_{112} \cong \Delta W_{212}$, $\Delta W_{121} \cong \Delta W_{221}$ dan $\Delta W_{122} \cong \Delta W_{222}$ atau diperoleh empat pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna (Gambar 46.b).

* Untuk k kali dekomposisi, diperoleh sebanyak 2^k pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna kongruen.



(a) (b)

Gambar 46: Ilustrasi dekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga siku-siku

Dalam bentuk diagram pohon, pendekomposisian dapat dilihat sebagai berikut:

$\Delta W_1 \cong \Delta W_2$

- Satu kali dekomposisi ΔW_{11} ΔW_{12} ΔW_{21} ΔW_{22}

-Dua kali dekomposisi ΔW_{111} ΔW_{112} ΔW_{121} ΔW_{122} ΔW_{211} ΔW_{212} ΔW_{221} ΔW_{222}

....

- hingga k kali dekomposisi diperoleh sebanyak 2^k pasang segitiga kongruen beda warna.

(ii) Proses dekomposisi ke dua.

Dalam proses ini didekomposisi sebanyak r_1 pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna hasil dekomposisi dalam proses dekomposisi pertama, dengan $r_1 \leqslant 2^k$. Dekomposisi masing-masing pasang segitiga kongruen beda warna hingga k_{1i_1} kali dekomposisi.

Dimana k_{1i_1} =Jumlah ulangan dekomposisi untuk pasangan ke i segitiga kongruen beda warna pada proses dekomposisi ke dua, dengan $i_1 = 1, 2, \ldots, r_1$

Jumlah pasang segitiga kongruen beda warna sampai proses dekomposisi kedua adalah $2^k - r_1 + [2^{k_{11}} + 2^{k_{12}} + \ldots + 2^{k_{1(r_1)}}]$.

(iii)Proses dekomposisi ketiga.

Dalam proses ini didekomposisi sebanyak r_2 pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna hasil dekomposisi dalam proses dekomposisi kedua, dengan $r_2 \leqslant [2^{k_{11}} + 2^{k_{12}} + \ldots + 2^{k_{1(r_1)}}]$. Dekomposisi masing-masing pasang segitiga kongruen beda warna hingga k_{2i_2} kali dekomposisi.

Dimana k_{2i_2} =Jumlah ulangan dekomposisi untuk pasangan ke i_2 segitiga kongruen beda warna pada proses dekomposisi ketiga, dengan $i_2 = 1, 2, \ldots, r_2$.

Jumlah pasang segitiga kongruen beda warna sampai proses dekomposisi ketiga adalah

$$2^k - r_1 - r_2 + [2^{k_{11}} + 2^{k_{12}} + \ldots + 2^{k_{1(r_1)}}] + [2^{k_{21}} + 2^{k_{22}} + \ldots + 2^{k_{2(r_2)}}].$$

(iv)Proses dekomposisi ke-n

Dalam proses ini didekomposisi sebanyak r_{n-1} pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna hasil dekomposisi dalam proses dekomposisi ke (n-1), dengan $r_{n-1} \leqslant [2^{k_{(n-2)1}} + 2^{k_{(n-2)2}} + \ldots + 2^{k_{(n-2)(r_{n-2})}}]$. Dekomposisi masing-masing pasang segitiga kongruen beda warna hingga $k_{(n-1)i_{(n-1)}}$ kali dekomposisi.

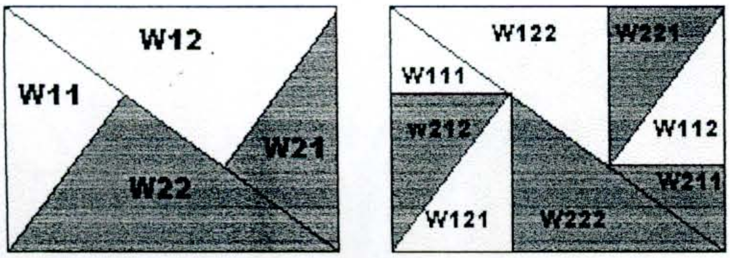
Dimana $k_{(n-1)i_{(n-1)}}$ = Jumlah ulangan dekomposisi untuk pasangan ke

$i_{(n-1)}$ segitiga kongruen beda warna pada proses dekomposisi n, dengan $i_{(n-1)} = 1, 2, \dots, r_{(n-1)}$.

Jumlah pasang segitiga kongruen beda warna sampai proses dekomposisi ke-n adalah

$$2^k - r_1 - r_2 - \dots - r_{(n-1)} + [2^{k_{11}} + 2^{k_{12}} + \dots + 2^{k_{1(r_1)}}] + [2^{k_{21}} + 2^{k_{22}} + \dots + 2^{k_{2(r_2)}}] + \dots + [2^{k_{(n-1)1}} + 2^{k_{(n-1)2}} + \dots + 2^{k_{(n-1)r(n-1)}}$$

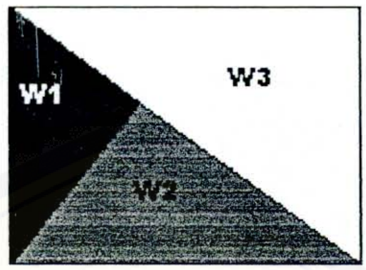
2. Mendaftar pasangan segitiga kongruen hasil dekomposisi. Adapun pendefinisian segitiga-segitiga kongruen adalah sebagai berikut:
   - Untuk proses dekomposisi pertama, segitiga kongruen beda warna adalah segitiga yang menpunyai indek m bilangan akhir sama, dengan m=1, 2, 3, ..., k
   - Untuk proses dekomposisi kedua, segitiga kongruen beda warna adalah segitiga yang menpunyai indek $k + m_1$ bilangan akhir sama, dengan $m_1 = 1, 2, 3, \dots, k_{1i_1}$.
   - Untuk proses dekomposisi ketiga, segitiga kongruen beda warna adalah segitiga yang menpunyai indek $k + k_{1i_1} + m_2$ bilangan akhir sama, dengan $m_2 = 1, 2, 3, \dots, k_{2i_2}$.
   - Untuk proses dekomposisi ke-n, segitiga kongruen beda warna adalah segitiga yang menpunyai indek $k + k_{1i_1} + k_{2i_2} + \dots + k_{(n-2)i_{(n-2)}} + m_{(n-1)}$ bilangan akhir sama, dengan $m_{(n-1)} = 1, 2, 3, \dots, k_{(n-1)i_{(n-1)}}$.
3. Menukartempatkan warna, sebanyak l pasang segitiga-segitiga kongruen yang mempunyai warna berbeda, contoh seperti pada gambar 47.



Gambar 47: Ilustrasi variasi motif dengan proses dekomposisi

B. Kasus tiga warna

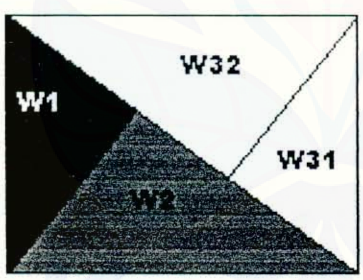
Misal poligon $\mathcal{P}$ dibangun oleh tiga buah sub-poligon berbentuk segitiga siku-siku beda warna, yaitu ΔW_1, ΔW_2 dan ΔW_3 (Gambar 48).



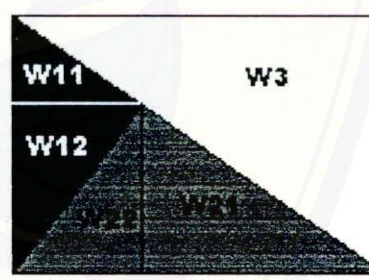
Gambar 48: Persegipanjang $\mathcal{P}$ terkonstruksi oleh tiga segitiga siku-siku beda warna

1. (i) Proses dekomposisi pertama

Dekomposisi untuk mendapatkan minimal satu pasang segitiga kongruen beda warna, yaitu dengan cara menarik garis tinggi dari titik sudut siku-siku ke sisi di hadapannya pada segitiga ΔW_3 atau pada ΔW_1 dan ΔW_2 (Gambar 49).



a. Menarik garis tinggi pada ΔW_3, maka diperoleh dua pasang segitiga kongruen. ($\Delta W_1 \cong \Delta W_{31}$ dan $\Delta W_2 \cong \Delta W_{32}$).



b. Menarik garis tinggi pada ΔW_1 dan ΔW_2, maka diperoleh satu pasang segitiga kongruen. ($\Delta W_{12} \cong \Delta W_{21}$).

Gambar 49: Ilustrasi memperoleh pasangan segitiga kongruen

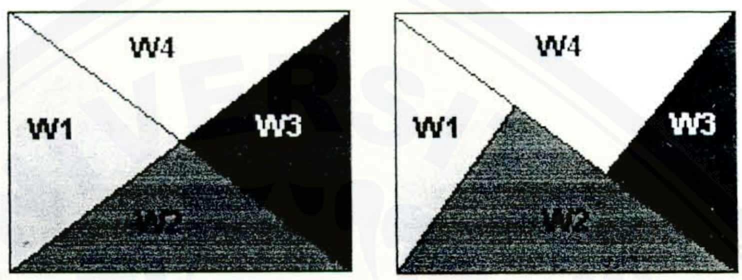
(ii) Proses dekomposisi kedua

Mendekomposisi pasangan-pasangan segitiga kongruen beda warna dengan prosedur seperti pada langkah 1 dalam dekomposisi ke segitiga siku-siku kasus dua warna.

2. Selanjutnya lakukan prosedur seperti pada langkah 2-3 dalam dekomposisi ke dalam segitiga siku-siku pada kasus dua warna.

C. Kasus empat warna

Misal Poligon $\wp$ dikonstruksi oleh empat sub-poligon berbentuk segitiga siku-siku beda warna, yaitu ΔW_1, ΔW_2, ΔW_3, dan ΔW_4 (Gambar 50). Terdapat dua pasang segitiga kongruen beda warna



Gambar 50: Persegipanjang $\wp$' terkonstruksi oleh empat segitiga samakaki atau segitiga siku-siku beda warna.

1. Melakukan prosedur seperti pada langkah 1-3 dalam dekomposisi ke segitiga siku-siku kasus dua warna, pada pasangan-pasangan segitiga kongruen beda warna. Untuk mendekomposisi pasangan segitiga samakaki ke segitiga siku-siku dilakukan dengan menarik garis tinggi dari sudut terbesar ke sisi di hadapannya.

II. Dekomposisi ke segitiga sama kaki

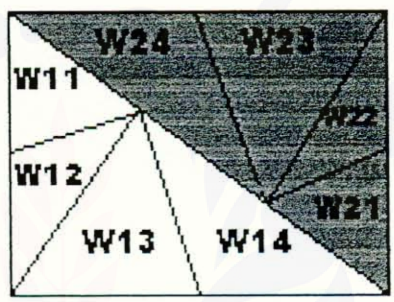
A. Kasus dua warna

1. Mendekomposisi ke segitiga sama kaki.

(i) Proses dekomposisi pertama:

Dekomposisi satu pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna, yaitu $\Delta W_1 \cong \Delta W_2$. Pertama, tarik garis tinggi dari sudut terbesar ke sisi di hadapannya pada segitiga, maka diperoleh dua segitiga siku-siku. Kedua, tarik garis berat dari sudut siku-siku ke sisi miring pada masing-masing segitiga siku-siku, maka diperoleh segitiga samakaki (dua tahapan tersebut merupakan satu kali proses dekomposisi ke segitiga samakaki).

* Untuk 1 kali dekomposisi, dekomposisi ΔW_1 diperoleh (ΔW_{11} , ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{14}) dan (ΔW_{21} , ΔW_{22}, ΔW_{23}, ΔW_{24}), atau diperoleh 4 pasang segitiga samakaki kongruen beda warna (Gambar 51). $\Delta W_{11} \cong \Delta W_{21}$, $\Delta W_{12} \cong \Delta W_{22}$, $\Delta W_{13} \cong \Delta W_{23}$ dan $\Delta W_{14} \cong \Delta W_{24}$.
* Untuk 2 kali dekomposisi, diperoleh 16 pasang segitiga samakaki kongruen beda warna.
* Untuk k kali dekomposisi, diperoleh sebanyak 4^k pasang segitiga samakaki kongruen beda warna .



Gambar 51: Ilustrasi dekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga samakaki

(ii)Proses dekomposisi kedua

Dalam proses ini didekomposisi sebanyak r_1 pasang segitiga samakaki kongruen beda warna hasil dekomposisi dalam proses dekomposisi pertama, dengan $r_1 \leq 4^k$. Dekomposisi masing-masing pasang segitiga kongruen beda warna hingga k_{1i_1} kali dekomposisi.

Dimana k_{1i_1} = Jumlah ulangan dekomposisi untuk pasangan ke i_1 segitiga kongruen beda warna pada proses dekomposisi ke dua, dengan i_1 = 1, 2, ..., r_1

Jumlah pasang segitiga kongruen beda warna sampai proses dekomposisi kedua adalah $4^k - r_1 + [4^{k_{11}} + 4^{k_{12}} + ... + 4^{k_{1r_1}}]$.

(iii)Proses dekomposisi ketiga

Dalam proses ini didekomposisi sebanyak r_2 pasang segitiga samakaki kongruen beda warna hasil dekomposisi dalam proses dekomposisi kedua, dengan $r_2 \leq [4^{k_{11}} + 4^{k_{12}} + \ldots + 4^{k_{1(r_1)}}]$. Dekomposisi masing-masing pasang segitiga kongruen beda warna hingga k_{2i_2} kali dekomposisi.

Dimana k_{2i_2} =Jumlah ulangan dekomposisi untuk pasangan ke i_2 segitiga kongruen beda warna pada proses dekomposisi ketiga, dengan $i_2 = 1, 2, \ldots, r_2$.

Jumlah pasang segitiga kongruen beda warna sampai proses dekomposisi ketiga adalah

$$4^k - r_1 - r_2 + [4^{k_{11}} + 4^{k_{12}} + \ldots + 4^{k_{1(r_1)}}] + [4^{k_{21}} + 4^{k_{22}} + \ldots + 4^{k_{2(r_2)}}].$$

(iv)Proses dekomposisi ke-n

Dalam proses ini didekomposisi sebanyak r_{n-1} pasang segitiga samakaki kongruen beda warna hasil dekomposisi dalam proses dekomposisi ke (n-1), dengan $r_{n-1} \leq [4^{k_{(n-2)1}} + 4^{k_{(n-2)2}} + \ldots + 4^{k_{(n-2)(r_{n-2})}}]$. Dekomposisi masing-masing pasang segitiga kongruen beda warna hingga $k_{(n-1)i_{(n-1)}}$ kali dekomposisi.

Dimana $k_{(n-1)i_{(n-1)}}$ = Jumlah ulangan dekomposisi untuk pasangan ke $i_{(n-1)}$ segitiga kongruen beda warna pada proses dekomposisi ke-n, dengan $i_{(n-1)} = 1, 2, \ldots, r_{(n-1)}$.

Jumlah pasang segitiga kongruen beda warna sampai proses dekomposisi ke-n adalah

$$4^k - r_1 - r_2 - \ldots - r_{(n-1)} + [4^{k_{11}} + 4^{k_{12}} + \ldots + 4^{k_{1(r_1)}}] + [4^{k_{21}} + 4^{k_{22}} + \ldots + 4^{k_{2(r_2)}}] + \ldots + [4^{k_{(n-1)1}} + 4^{k_{(n-1)2}} + \ldots + 4^{k_{(n-1)r_{(n-1)}}}]$$

2. Selanjutnya lakukan prosedur seperti pada langkah 2-3 dalam dekomposisi ke segitiga siku-siku kasus dua warna.

B. Kasus tiga warna

1. (i) Proses dekomposisi pertama

Lakukan dekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga siku-siku dengan prosedur seperti pada langkah 1(i) dalam dekomposisi ke segitiga siku-siku kasus tiga warna.

(ii) Proses dekomposisi kedua

Mendekomposisi pasangan–pasangan segitiga kongruen beda warna dengan menggunakan prosedur seperti pada langkah 1 dalam dekomposisi ke segitiga samakaki kasus dua warna.

3.Selanjutnya lakukan prosedur seperti pada langkah 2-3 dalam dekomposisi ke segitiga siku-siku kasus dua warna.

C. Kasus empat warna

1. Melakukan prosedur seperti pada langkah 1-2 dalam dekomposisi ke segitiga samakaki kasus dua warna, pada pasangan-pasangan segitiga kongruen beda warna.

3.3.2 Variasi Motif Melalui Operasi Geometri

Melalui operasi geometri, variasi motif diperoleh dengan melakukan pencerminan (refleksi), penggeseran (translasi) dan pemutaran (rotasi) pada sub poligon-sub poligon $\mathcal{P}$. Adapun prosedur yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Membuat model cacahan persegipanjang dengan menggunakan proses dekomposisi.
2. Melakukan operasi geometri (refleksi, rotasi, translasi) terhadap cacahan poligon $\mathcal{P}$ untuk membangun $\mathcal{P}'$ yang mempunyai motif baru.

3.3 Contoh-Contoh Penerapan Prosedur

Untuk validasi prosedur transformasi bentuk dengan luas ekivalen dan prosedur transformasi $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam bentuk motif warna lain, selanjutnya kita berikan beberapa contoh di bawah ini.

I. Contoh Penerapan Transformasi Bentuk dengan Luas Ekivalen.

a. Contoh Penerapan Transformasi Poligon ke Poligon

Misal kita ingin mentransformasikan poligon $\mathcal{P}$ ke poligon $\mathcal{P}'$ seperti pada Gambar 52.a, maka langkah yang perlu dilakukan untuk merealisasikannya adalah sebagai berikut:

1. Mendekomposisi $\mathcal{P}$ kedalam persegipanjang-persegipanjang. Melalui proses dekomposisi $\mathcal{P}$ ke segitiga yang dilakukan adalah :
   (i) Pertama, mengambil sebuah titik sudut $\mathcal{P}$, ambil titik B. Menarik garis dari titik B ke titik D, maka diperoleh dua segitiga sebarang, yaitu segitiga ADB dan segitiga CDB.
   (ii) Kedua, mendekomposisi segitiga sebarang ke dalam 2 (dua) segitiga siku-siku. Dari dekomposisi segitiga ADB diperoleh dua segitiga siku-siku, yaitu segitiga BEA dan segitiga DEA. Dari dekomposisi segitiga CDB diperoleh dua segitiga siku-siku, yaitu segitiga DFC dan segitiga BFC.
   (iii) Ketiga, mentrasformasi segitiga-segitiga siku-siku ke persegipanjang (Gambar 52.b).
   - Dari transformasi segitiga siku-siku BEA ke persegipanjang diperoleh hasil transformasi berupa persegipanjang GHEI dan persegipanjang I'BHG (persegipanjang I'BHG terkonstruksi dari dua segitiga siku-siku kongruen, yaitu segitiga BHG dan segitiga GIA).
   - Dari transformasi segitiga siku-siku DEA ke persegipanjang diperoleh hasil transformasi berupa persegipanjang IEKJ dan persegipanjang AIJK' (persegipanjang AIJK' terkonstruksi dari dua segitiga siku-siku kongruen, yaitu segitiga JKD dan segitiga AIJ).
   - Dari transformasi segitiga siku-siku BFC ke persegipanjang diperoleh hasil transformasi berupa persegipanjang LMNF dan persegipanjang BN'ML (persegipanjang BN'ML terkonstruksi dari dua segitiga siku-siku kongruen, yaitu segitiga BML dan segitiga MCN).
   - Dari transformasi segitiga siku-siku DFC ke persegipanjang diperoleh hasil transformasi berupa persegipanjang FNOP dan persegipanjang NCP'O (persegipanjang NCP'O terkonstruksi dari dua segitiga siku-siku kongruen, yaitu segitiga POD dan segitiga NCO).

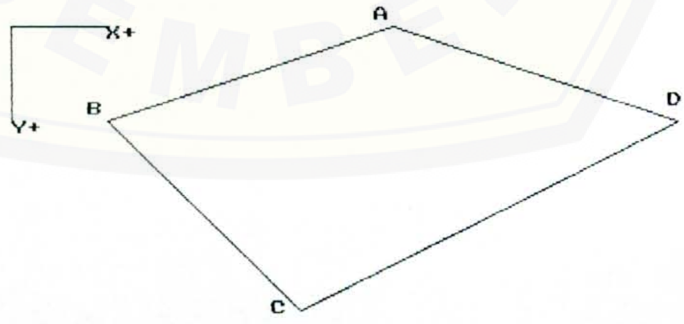
2. Menggabungkan persegipanjang-persegipanjang hasil dekomposisi $\mathcal{P}$ untuk memperoleh variasi bentuk $\mathcal{P}$' dengan melakukan rotasi, translasi dan refleksi terhadap persegipanjang-persegipanjang hasil dekomposisi $\mathcal{P}$. Misal yang dilakukan adalah mentranslasikan persegipanjang NCP'O dengan pergeseran (0,-150), untuk persegipanjang BN'ML ditranslasikan dengan pergeseran (50,-100), sedangkan untuk persegipanjang I'BHG ditranslasikan dengan pergeseran (75,-25), maka diperoleh hasil transformasi seperti pada gambar 52.c.

Tabel 2: Koordinat titik-titik sudut sub-sub poligon dalam bentuk persegipanjang, hasil dekomposisis poligon $\mathcal{P}$ dan dalam $\mathcal{P}$'

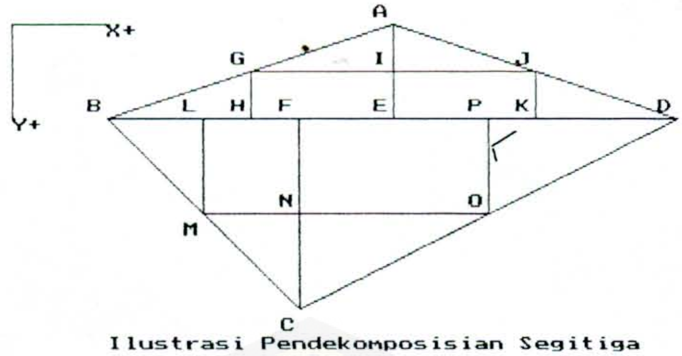
Koordinat persegipanjang-persegipanjang hasil dekomposisi $\mathcal{P}$			Koordinat persegipanjang-persegipanjang poligon hasil transformasi ($\mathcal{P}$')		
1. Koordinat Persegipanjang I'BGH			1.KoordinatPersegipanjang C'D'S'R'		
	x	y		x	y
I'	100	75	C'	175	50
B	100	100	D'	175	75
G	175	75	S'	250	75
H	175	100	R'	250	50
2. Koordinat Persegipanjang AIJK'			2.Koordinat Persegipanjang R'S'L'M'		
	x	y		x	y
A	250	50	R'	250	50
I	250	75	S'	250	75
J	325	75	L'	325	75
K'	325	50	M'	325	50
3. Koordinat Persegipanjang GHEI			3. Koordinat Persegipanjang D'E'T'S'		
	x	y		x	y
G	175	75	D'	175	75
H	175	100	E'	175	100
I	250	75	T'	250	75
E	250	100	S'	250	100
4. Koordinat Persegipanjang IEKJ			4. Koordinat Persegipanjang S'T'K''L'		
	x	y		x	y
I	250	75	S'	250	75
E	250	100	T'	250	100
K	325	100	K''	325	100
J	325	75	L'	325	75

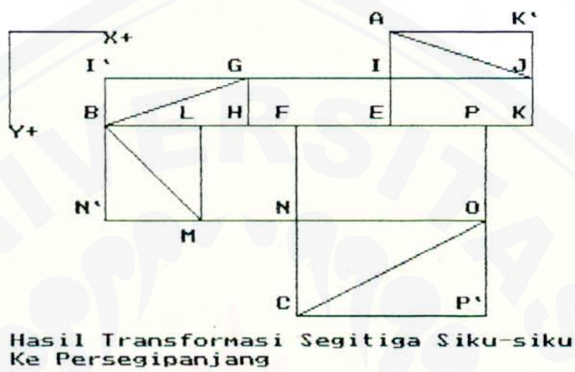
5. Koordinat Persegipanjang BN'ML			5. Koordinat Persegipanjang A'B'Q'P''		
	x	y		x	y
B	100	100	A	150	0
N'	100	150	B'	150	50
M	150	150	Q'	200	50
L	150	100	P''	200	0
6. Koordinat Persegipanjang LMNF			6. Koordinat Persegipanjang F'G'H'U'		
	x	y		x	y
L	150	100	F'	150	100
M	150	150	G'	150	150
N	200	150	H'	200	150
F	200	100	U'	200	100
7. Koordinat Persegipanjang FNOP			7. Koordinat Persegipanjang U'H'I''J'		
	x	y		x	y
F	200	100	U'	200	100
N	200	150	H'	200	150
O	300	150	I''	300	150
P	300	100	J'	300	100
8. Koordinat Persegipanjang NCP'O			8.KoordinatPersegipanjang P''Q'N''O'		
	x	y		x	y
N	200	150	P''	200	0
C	200	200	Q'	200	50
P'	300	200	N''	300	50
O	300	150	O'	300	0

Untuk visualisasi gambar adalah dengan menggunakan pemrograman dengan bantuan *software*, yaitu **Turbo Pascal 7.0**. Program untuk visualisasi gambar 52 dapat dilihat pada lampiran 1.

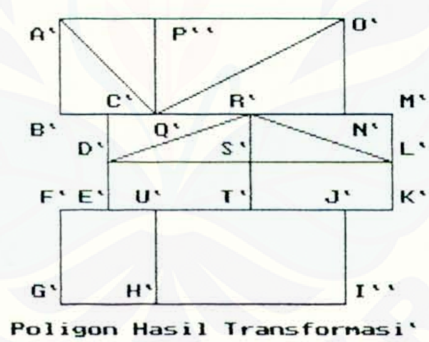


(a)





(b)



(c)

Gambar 52: Ilustrasi transformasi poligon ke poligon

b. Contoh Penerapan Transformasi Persegipanjang ke Segitiga

Misalkan kita ingin mentransformasi suatu persegipanjang ABCD menjadi segitiga PQR (Gambar 53.a), maka langkah yang perlu dilakukan untuk merealisasikannya adalah sebagai berikut:

1. Mendeteksi segitiga-segitiga siku-siku yang mengkonstruksi segitiga sebarang, yaitu dengan mendekomposisi segitiga PQR dengan menarik garis tinggi dari sebuah titik sudut segitiga ke sisi di hadapannya. Misal titik potong garis tinggi dengan sebuah sisi pada segitiga pada segitiga PQR adalah titik S maka diperoleh 2 (dua) segitiga siku-siku, yaitu segitiga siku-siku PSQ dan segitiga siku-siku RSP.
2. Mendekomposisi persegipanjang $\mathcal{P}$ menjadi persegipanjang $\mathcal{P}_1$ atau persegipanjang ABFE dan persegipanjang $\mathcal{P}_2$ atau persegipanjang EFCD. Luas persegipanjang ABFE sama dengan luas segitiga PSQ dan luas persegipanjang EFCD sama dengan luas segitiga RSP.
3. Mentransformasi persegipanjang $\mathcal{P}_1$ dan persegipanjang $\mathcal{P}_2$ ke segitiga siku-siku yang dikehendaki.
   - Pertama, menentukan dimensi persegipanjang-persegipanjang yang akan mengkonstruksi segitiga PSQ dan segitiga RSP. Dimensi persegipanjang yang akan mengkonstruksi segitiga PSQ diperoleh dengan membagi panjang sisi-sisi siku-siku dengan bilangan 2, dimana 2 merupakan faktor persekutuan dari bilangan-bilangan dimensi segitiga PSQ dan persegipanjang ABFE. Diperoleh dimensi persegipanjang yang akan mengkonstruksi segitiga PSQ, yaitu panjang = 50 satuan panjang dan lebar=50 satuan panjang. Sedangkan dimensi persegipanjang yang akan mengkonstruksi segitiga RSP diperoleh dengan membagi panjang sisi-sisi siku-siku dengan bilangan 2, dimana 2 merupakan faktor persekutuan dari bilangan-bilangan dimensi segitiga RSP dan persegipanjang EFCD. Diperoleh dimensi persegipanjang yang akan mengkonstruksi segitiga RSP, yaitu panjang = 150 satuan panjang dan lebar = 50 satuan panjang.
   - Kedua, mendekomposisi $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$ ke persegipanjang-persegipanjang yang dimensinya menurut hasil perhitungan pertama. Diperoleh hasil dekomposisi $\mathcal{P}_1$, yaitu persegipanjang AGIE dan persegipanjang GBFI. Dari dekomposisi persegipanjang $\mathcal{P}_2$ diperoleh persegipanjang EIHD dan persegipanjang IFCH. Selanjutnya mendekomposisi sebuah persegipanjang hasil dekomposisi $\mathcal{P}_1$ dan $\mathcal{P}_2$ ke dalam segitiga siku-siku kongruen, yaitu dengan

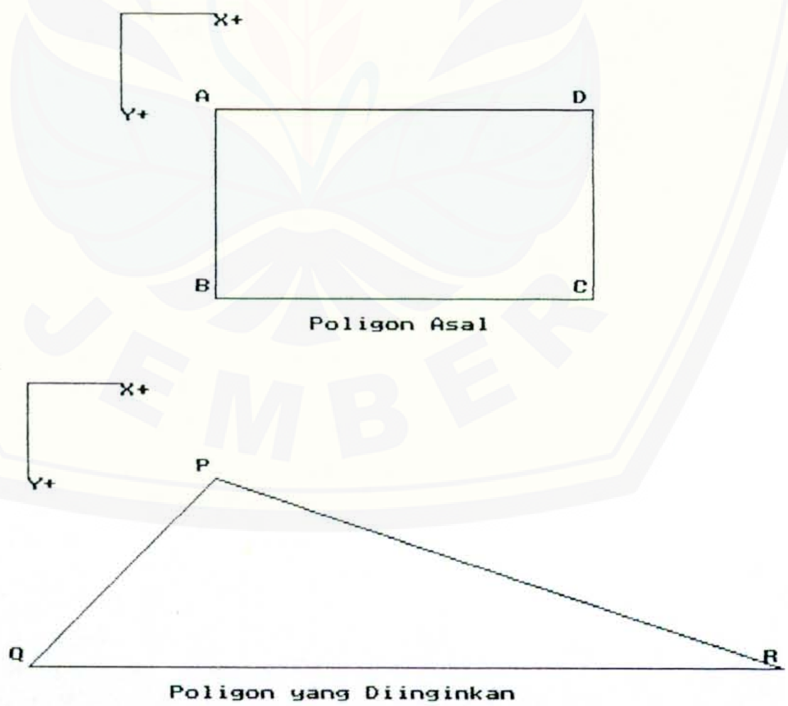
- menarik sebuah garis diagonal pada persegipanjang. Misal yang akan didekomposisi ke segitiga siku-siku adalah persegipanjang AGIE dan persegipanjang EIHD, maka jika pada persegipanjang AGIE ditarik sebuah garis diagonal dari titik E ke titik G, akan diperoleh segitiga siku-siku kongruen yaitu segitiga EAG dan segitiga GIE, dan jika pada persegipanjang EIHD, ditarik sebuah garis diagonal dari titik E ke titik H, diperoleh segitiga siku-siku kongruen, yaitu segitiga EDH dan segitiga HIE (Gambar 53.b).
- Terakhir, mentransformasi hasil dekomposisi tersebut ke segitiga yang dikehendaki. Yang dilakukan adalah merotasikan segitiga EAG dengan pusat perputaran pada titik G dan besar perputaran 180^0, merotasikan segitiga EDH dengan pusat perputaran pada titik H dan besar perputaran 180^0, sedangkan untuk segitiga GIE, segitiga HIE, persegipanjang GBFI dan persegipanjang IFCH tetap (tidak dilakukan trasformasi), diperoleh segitiga hasil transformasi seperti pada gambar 53.c.

Tabel 3: Koordinat titik-titik sudut sub-sub poligon dalam persegipanjang ABCD dan dalam segitiga PQR

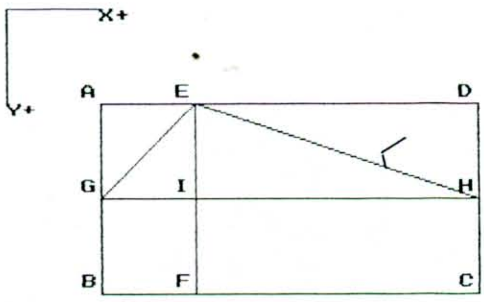
Koordinat sub-sub poligon dalam persegipanjang ABCD			Koordinat sub-sub poligon dalam segitiga PQR		
1. Koordinat Segitiga EAG			1. Koordinat Segitiga QTS		
	x	y		x	y
E	150	100	Q	50	200
A	100	100	T	100	200
G	100	150	S	100	150
2. Koordinat Segitiga EDH			2. Koordinat Segitiga RUV		
	x	y		x	y
E	150	100	R	450	200
D	300	100	U	300	200
H	300	150	V	300	150
3. Koordinat Segitiga GIE			3. Koordinat Segitiga SWP		
	x	y		x	y
G	100	150	S	100	150
I	150	150	W	150	150
E	150	100	P	150	100

4. Koordinat Segitiga HIE			4. Koordinat Segitiga VWP		
	x	y		x	y
H	300	150	V	300	150
I	150	150	W	150	150
E	150	100	P	150	100
5. Koordinat Persegipanjang GBFI			5.KoordinatPersegipanjang STXW		
	x	y		x	y
G	100	150	S	100	150
B	100	200	T	100	200
F	150	200	X	150	200
I	150	150	W	150	150
6. Koordinat Persegipanjang IFCH			6.Koordinat Persegipanjang WXUV		
	x	y		x	y
I	150	150	W	150	150
F	150	200	X	150	200
C	300	200	U	300	200
H	300	150	V	300	150

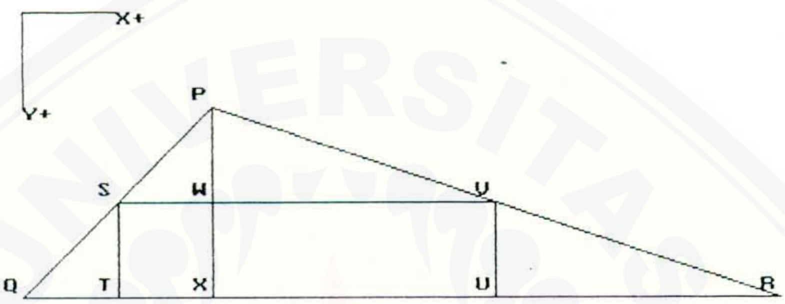
Untuk Visualisasi gambar adalah dengan menggunakan pemrograman dengan bantuan *software*, yaitu **Turbo Pascal 7.0**. Program untuk visualisasi gambar 53 dapat dilihat pada lampiran 2.



(a)



(b)



(c)

Gambar 53: Ilustrasi transformasi persegipanjang ke segitiga

II. Contoh Penerapan Transformasi $\mathcal{P}$ ke $\mathcal{P}'$ dalam Bentuk Motif Warna Lain

Misal $\mathcal{P}$ suatu persegipanjang yang terkonstruksi oleh 2 segitiga siku-siku beda warna, maka untuk mencari $\mathcal{P}'$ dengan motif warna berbeda dengan $\mathcal{P}$, seperti pada gambar 54.a untuk merealisasikannya adalah menggunakan langkah-langkah beriku:

1. Mendekomposisi ke segitiga siku-siku

   (i) Proses dekomposisi pertama:

   Mendekomposisi satu pasang segitiga siku-siku kongruen beda warna, yaitu $\Delta W_1 \cong \Delta W_2$ sebanyak satu kali dekomposisi. Diperoleh segitiga-segitiga siku-siku ΔW_{11}, ΔW_{12}, ΔW_{21} dan ΔW_{22}. Dengan $\Delta W_{11} \cong \Delta W_{21}$ dan $\Delta W_{12} \cong \Delta W_{22}$.

(ii)Proses dekomposisi ke dua.

Mendekomposis pasangan segitiga kongruen beda warna $\Delta W_{12} \cong \Delta W_{22}$ sebanyak satu kali dekomposisi. Diperoleh segitiga-segitiga siku-siku ΔW_{121}, ΔW_{122}, ΔW_{221} dan ΔW_{222}. Dengan $\Delta W_{121} \cong \Delta W_{221}$ dan $\Delta W_{122} \cong \Delta W_{222}$.

(iii)Proses dekomposisi ketiga.

Mendekomposis pasangan segitiga kongruen beda warna $\Delta W_{122} \cong \Delta W_{222}$ sebanyak satu kali dekomposisi. Diperoleh segitiga-segitiga siku-siku ΔW_{1221}, ΔW_{1222}, ΔW_{2221} dan ΔW_{2222}. Dengan $\Delta W_{1221} \cong \Delta W_{2221}$ dan $\Delta W_{1222} \cong \Delta W_{2222}$.

(iv)Proses dekomposisi keempat

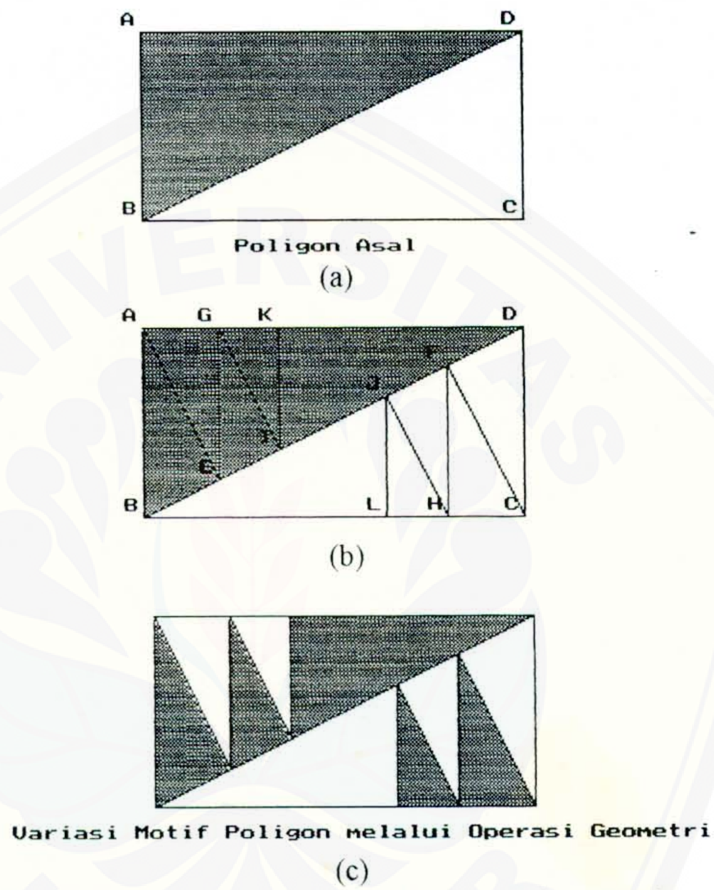
Mendekomposis pasangan segitiga kongruen beda warna $\Delta W_{1222} \cong \Delta W_{2222}$ sebanyak satu kali dekomposisi. Diperoleh segitiga-segitiga siku-siku ΔW_{12221}, ΔW_{12222}, ΔW_{22221} dan ΔW_{22222}. Dengan $\Delta W_{12221} \cong \Delta W_{22221}$ dan $\Delta W_{12222} \cong \Delta W_{22222}$.

Hasil dekomposisi diperoleh seperti pada gambar 54.b.

2. Mendaftar pasangan segitiga-segitiga kongruen hasil dekomposisi $\mathcal{P}$. Diperoleh $\Delta W_{11} \cong \Delta W_{21}$, $\Delta W_{121} \cong \Delta W_{221}$, $\Delta W_{1221} \cong \Delta W_{2221}$, $\Delta W_{12221} \cong \Delta W_{22221}$ dan $\Delta W_{12222} \cong \Delta W_{22222}$.
3. Melakukan operasi geometri terhadap pasang segitiga-segitiga kongruen yang mempunyai warna berbeda, yaitu terhadap ΔW_{121} dilakukan operasi rotasi dengan besar perputaran 180° dan pusat rotasi pada titik (140,100), juga melakukan operasi traslasi dengan besar pergeseran (120,100). Terhadap ΔW_{221} dilakukan operasi rotasi dengan besar perputaran 180° dan pusat rotasi pada titik (260,200), juga melakukan operasi traslasi dengan besar pergeseran (-120,-100). Terhadap ΔW_{12221} dilakukan operasi rotasi dengan besar perputaran 180° dan pusat rotasi pada titik (172,100), juga melakukan traslasi dengan besar pergeseran (56,100). Terhadap ΔW_{22221} dilakukan operasi rotasi dengan besar perputaran 180° dan pusat rotasi pada titik (228,200), juga melakukan operasi traslasi dengan besar pergeseran (-56,-100) dan terhadap

sub-sub poligon P yang lain tidak dilakukan operasi geometri. Diperoleh hasil transformasi seperti pada gambar 54.c.

Untuk Visualisasi gambar adalah dengan menggunakan pemrograman dengan bantuan *software*, yaitu **Turbo Pascal 7.0**. Program untuk visualisasi gambar 52 dapat dilihat pada lampiran 3.



Gambar 54: Ilustrasi variasi motif melalui operasi geometri

bentuk lain P' seperti bentuk–bentuk yang termasuk dalam keluarga segiempat, segilima atau segi-n yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Jean W. Weber, 1997, ***Analitik Matematik Penerapan Bisnis dan Ekonomi*** (terjemahan), Edisi Keempat, Erlangga, Jakarta.

[2] Kusno, 1988, ***Pengantar ke Geometri Bidang***, FKIP Universitas Jember, Jember.

[3] Kusno, 1995, ***Geometri Algoritmik***, FKIP Universitas Jember, Jember.

[4] Murray R. Spiegel, 1994, ***Rumus dan Tabel Penuntun Matematika*** (*Terjemahan*), Erlangga, Jakarta.

[5] Negoro, ST. dkk, 1990, ***Matematika*** (*Rumus-Rumus, Sifat-Sifat Tabel Matematika serta Bimbingan dan Contoh*), Ghalia Indonesia, Jakarta.

[6] Insap, 1994, ***Grafik Komputer dan Antar Muka Grafik***, Andi Offset, Yogyakarta.

[7] Wijdenes P., ---, ***Ilmu Ukur buat Sekolah Menengah***, ---, ---.

Lampiran 1: Program Untuk Visualisasi Gambar 52

```
Uses
  Crt, Graph;

Type
  Poligon1 = array [1..5] of PointType;
  Poligon2 = array [1..4] of PointType;
  Mat      = array [1..3,1..3] of Real;

Const
  Xa = 250; Ya =  50;   Xb = 100; Yb = 100;
  Xc = 200; Yc = 200;   Xd = 400; Yd = 100;
  Xe = 250; Ye = 100;   Xf = 200; Yf = 100;
  Xg = 175; Yg =  75;   Xh = 175;Yh = 100;
  Xi  = 250; Yi =  75;   Xj = 325; Yj =  75;
  Xk = 325; Yk = 100;   Xl = 150; Yl  = 100;
  Xm= 150; Ym =150;    Xn = 200; Yn = 150;
  Xo = 300; Yo = 150;   Xp = 300; Yp = 100;
  Xn1= 100;Yn1=150;    Xi1= 100; Yi1=  75;
  Xk1= 325;Yk1= 50;    Xp1= 300;Yp1= 200;


  PersegipanjangABCD : Poligon1 =
  ( (X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb), (X:Xc;Y:Yc),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xa;Y:Ya) );
  PersegipanjangGHEI : Poligon1 =
  ((X:Xg;Y:Yg),(X:Xh;Y:Yh),(X:Xe;Y:Ye),(X:Xi;Y:Yi),(X:Xg;Y:Yg) );
  PersegipanjangIEKJ : Poligon1 =
  ( (X:Xi;Y:Yi),(X:Xe;Y:Ye),(X:Xk;Y:Yk),(X:Xj;Y:Yj),(X:Xi;Y:Yi) );
  PersegipanjangLMNF : Poligon1 =
  ( (X:Xl;Y:Yl),(X:Xm;Y:Ym), (X:Xn;Y:Yn),(X:Xf;Y:Yf),(X:Xl;Y:Yl) );
  PersegipanjangFNOP : Poligon1 =
  ( (X:Xf;Y:Yf),(X:Xn;Y:Yn),(X:Xo;Y:Yo),(X:Xp;Y:Yp),  (X:Xf;Y:Yf) );
  SegitigaBDA: Poligon2 =
  ( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb) );
  SegitigaBDC: Poligon2 =
  ( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xc;Y:Yc),(X:Xb;Y:Yb) );
  SegitigaBEA: Poligon2 =
  ( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xe;Y:Ye),(X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb) );
  SegitigaAED: Poligon2 =
  ( (X:Xa;Y:Ya),(X:Xe;Y:Ye),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xa;Y:Ya) );
  SegitigaBFC: Poligon2 =
  ( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xf;Y:Yf),(X:Xc;Y:Yc),(X:Xb;Y:Yb) );
  SegitigaDFC: Poligon2 =
  ( (X:Xd;Y:Yd),(X:Xf;Y:Yf),(X:Xc;Y:Yc),(X:Xd;Y:Yd) );
```

```
SegitigaBHG: Poligon2 =
( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xh;Y:Yh),(X:Xg;Y:Yg),(X:Xb;Y:Yb) );
SegitigaJKD: Poligon2 =
( (X:Xj;Y:Yj),(X:Xk;Y:Yk),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xj;Y:Yj) );
SegitigaBML: Poligon2 =
( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xm;Y:Ym),(X:Xl;Y:Yl),(X:Xb;Y:Yb) );
SegitigaPOD: Poligon2 =
( (X:Xp;Y:Yp),(X:Xo;Y:Yo),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xp;Y:Yp) );
SegitigaGIA: Poligon2 =
( (X:Xg;Y:Yg),(X:Xi;Y:Yi),(X:Xa;Y:Ya),(X:Xg;Y:Yg) );
SegitigaAIJ: Poligon2 =
( (X:Xa;Y:Ya),(X:Xi;Y:Yi),(X:Xj;Y:Yj),(X:Xa;Y:Ya) );
SegitigaMCN: Poligon2 =
( (X:Xm;Y:Ym),(X:Xc;Y:Yc),(X:Xn;Y:Yn),(X:Xm;Y:Ym) );
SegitigaNCO: Poligon2 =
( (X:Xn;Y:Yn),(X:Xc;Y:Yc),(X:Xo;Y:Yo),(X:Xn;Y:Yn) );

Gray50: FillPatternType=($AA,$55,$AA,$55,$AA,$55,$AA,$55);

Var
  Driver, Mode, I   : Integer;
  SegitigaJKD1,SegitigaPOD1,SegitigaGIA1,SegitigaMCN1 : Poligon2;
  SegitigaNCO2,SegitigaPOD2,SegitigaBML2,SegitigaMCN2 : Poligon2;
  SegitigaBHG2,SegitigaGIA2                           : Poligon2;

  {Prosedur Sumbu Koordinat}
  Procedure Sumbu;
  Begin
    SetColor(white);
    Line(50,50,50,100);
    Line(50,50,100,50);
    OutTextXY(100,50, 'X+');
    OutTextXY(50,100, 'Y+');
  End;

  {Procedure Perkalian Matrik-Vektor}
  Procedure PerkalianMatrik (Var MatH,MatA,MatB : Mat);
  Var I,J,K : Byte;
  Begin
   For I := 1 to 3 Do
     For J := 1 to 3 Do
     Begin
       MatH[I,J] := 0;
         For K := 1 to 3 Do
           MatH[I,J] := MatH[I,J] + MatA[I,K]* MatB[K,J];
```

```
  End;
 End;

{Procedure Transformasi Homogen 1 (MH1)}
Procedure Subpoligon(Var MH : Mat; o,p,q,r,s,t,u,v,w:real);
Begin
  MH[1,1] := o;  MH[1,2] := r;  MH[1,3] := u;
  MH[2,1] := p;  MH[2,2] := s;  MH[2,3] := v;
  MH[3,1] := q;  MH[3,2] := t;  MH[3,3] := w;
End;

Procedure Homogen1 (Var MH1 : Mat; Cx,Cy :real;The:real);
Var Th:Real;
Begin
  Th:=(The/180)*pi;
  MH1[1,1] := cos(th);    MH1[1,2] := -sin(th);   MH1[1,3] := 0;
  MH1[2,1] := sin(th);    MH1[2,2] := cos(th);    MH1[2,3] := 0;
  MH1[3,1] := (-Cx*cos(th)-Cy*sin(th))+Cx;
  MH1[3,2] := (Cx*sin(th)-Cy*cos(th))+Cy; MH1[3,3] := 1;
End;

Procedure Homogen2 (Var MH2 : Mat; a,b,c,d,e,f,g,h,i:real);
Begin
  MH2[1,1] := a;  MH2[1,2] := d;  MH2[1,3] := g;
  MH2[2,1] := b;  MH2[2,2] := e;  MH2[2,3] := h;
  MH2[3,1] := c;  MH2[3,2] := f;  MH2[3,3] := i;
End;

{Procedure Transformasi}
Procedure TransformasiHomogen;
Var
  I,J                                   : Byte;
  Mat1,Mat2,Mat3,Mat4,Mat5,Mat6,Mat7          : Mat;
  MatA1,MatA2,MatA3,MatA4,MatB1,MatB2,MatB3 : Mat;
  MatTrans1,MatTrans2,MatTrans3,MatTrans4   : Mat;
  MatTransA,MatTransB,MatTransC,MatTransD,MatTransE,MatTransF : Mat;
Begin
  Homogen1(MatA1,Xj,Yj,180);
  Homogen1(MatA2,Xo,Yo,180);
  Homogen1(MatA3,Xg,Yg,180);
  Homogen1(MatA4,Xm,Ym,180);
  Homogen2(MatB1,1,0,0,0,1,-150,1,1,1);
  Homogen2(MatB2,1,0,75,0,1,-25,1,1,1);
  Homogen2(MatB3,1,0,50,0,1,-100,1,1,1);
  Subpoligon(Mat1,Xj,Xk,Xd,Yj,Yk,Yd,1,1,1);
  Subpoligon(Mat2,Xp,Xo,Xd,Yp,Yo,Yd,1,1,1);
```

```
Subpoligon(Mat3,Xg,Xi,Xa,Yg,Yi,Ya,1,1,1);
Subpoligon(Mat4,Xm,Xc,Xn,Ym,Yc,Yn,1,1,1);
Subpoligon(Mat5,Xb,Xm,Xl,Yb,Ym,Yl,1,1,1);
Subpoligon(Mat6,Xb,Xh,Xg,Yb,Yh,Yg,1,1,1);
Subpoligon(Mat7,Xn,Xc,Xo,Yn,Yc,Yo,1,1,1);

PerkalianMatrik(MatTrans1,Mat1,MatA1);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaJKD1[I].X := Round(MatTrans1[I,1]);
  SegitigaJKD1[I].Y := Round(MatTrans1[I,2]);
End;
  SegitigaJKD1[4].X := Round(MatTrans1[1,1]);
  SegitigaJKD1[4].Y := Round(MatTrans1[1,2]);
  PerkalianMatrik(MatTrans2,Mat2,MatA2);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaPOD1[I].X := Round(MatTrans2[I,1]);
  SegitigaPOD1[I].Y := Round(MatTrans2[I,2]);
End;
SegitigaPOD1[4].X := Round(MatTrans2[1,1]);
SegitigaPOD1[4].Y := Round(MatTrans2[1,2]);

 PerkalianMatrik(MatTrans3,Mat3,MatA3);
 For I := 1 to 3 Do
 Begin
   SegitigaGIA1[I].X := Round(MatTrans3[I,1]);
   SegitigaGIA1[I].Y := Round(MatTrans3[I,2]);
 End;
 SegitigaGIA1[4].X := Round(MatTrans3[1,1]);
 SegitigaGIA1[4].Y := Round(MatTrans3[1,2]);

 PerkalianMatrik(MatTrans4,Mat4,MatA4);
 For I := 1 to 3 Do
 Begin
  SegitigaMCN1[I].X := Round(MatTrans4[I,1]);
  SegitigaMCN1[I].Y := Round(MatTrans4[I,2]);
 End;
 SegitigaMCN1[4].X := Round(MatTrans4[1,1]);
 SegitigaMCN1[4].Y := Round(MatTrans4[1,2]);

 PerkalianMatrik(MatTransA,MatTrans2,MatB1);
 For I := 1 to 3 Do
 Begin
   SegitigaPOD2[I].X := Round(MatTransA[I,1]);
   SegitigaPOD2[I].Y := Round(MatTransA[I,2]);
```

```
End;
SegitigaPOD2[4].X := Round(MatTransA[1,1]);
SegitigaPOD2[4].Y := Round(MatTransA[1,2]);

PerkalianMatrik(MatTransB,MatTrans3,MatB2);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaGIA2[I].X := Round(MatTransB[I,1]);
  SegitigaGIA2[I].Y := Round(MatTransB[I,2]);
End;
SegitigaGIA2[4].X := Round(MatTransB[1,1]);
SegitigaGIA2[4].Y := Round(MatTransB[1,2]);

PerkalianMatrik(MatTransC,MatTrans4,MatB3);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaMCN2[I].X := Round(MatTransC[I,1]);
  SegitigaMCN2[I].Y := Round(MatTransC[I,2]);
End;
SegitigaMCN2[4].X := Round(MatTransC[1,1]);
SegitigaMCN2[4].Y := Round(MatTransC[1,2]);

PerkalianMatrik(MatTransD,Mat7,MatB1);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaNCO2[I].X := Round(MatTransD[I,1]);
  SegitigaNCO2[I].Y := Round(MatTransD[I,2]);
End;
SegitigaNCO2[4].X := Round(MatTransD[1,1]);
SegitigaNCO2[4].Y := Round(MatTransD[1,2]);

PerkalianMatrik(MatTransE,Mat6,MatB2);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaBHG2[I].X := Round(MatTransE[I,1]);
  SegitigaBHG2[I].Y := Round(MatTransE[I,2]);
End;
SegitigaBHG2[4].X := Round(MatTransE[1,1]);
SegitigaBHG2[4].Y := Round(MatTransE[1,2]);

PerkalianMatrik(MatTransF,Mat5,MatB3);
For I := 1 to 3 Do
Begin
  SegitigaBML2[I].X := Round(MatTransF[I,1]);
  SegitigaBML2[I].Y := Round(MatTransF[I,2]);
End;
```

```
    SegitigaBML2[4].X := Round(MatTransF[1,1]);
    SegitigaBML2[4].Y := Round(MatTransF[1,2]);
    End;

{Program Utama}
Begin
  Driver := Detect;
  Mode   := Detect;
  InitGraph(Driver,Mode,'');
  if GraphResult <> grOk then Halt(1);

  ClearDevice;
  Sumbu;
  DrawPoly(5, PersegipanjangABCD);
  outtextxy(Xa-10,Ya-10,'A');
  outtextxy(Xb-10,Yb-10,'B');
  outtextxy(Xc-15,Yc-5,'C');
  outtextxy(Xd-5,Yd-15,'D');
  outtextxy(Xc,Yc+10,'Poligon Asal');
  readln;

  Cleardevice;
  sumbu;
  DrawPoly(5, PersegipanjangGHEI);Delay(100);
  DrawPoly(5, PersegipanjangIEKJ);Delay(100);
  DrawPoly(5, PersegipanjangLMNF);Delay(100);
  DrawPoly(5, PersegipanjangFNOP);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaBHG);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaJKD);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaBML);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaPOD);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaGIA);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaAIJ);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaMCN);Delay(100);
  DrawPoly(4, SegitigaNCO);Delay(100);

  outtextxy(Xa-10,Ya-10,'A');
  outtextxy(Xb-10,Yb-10,'B');
  outtextxy(Xc-10,Yc+5,'C');
  outtextxy(Xd-10,Yd-10,'D');
  outtextxy(Xg-10,Yg-10,'G');
  outtextxy(Xh-10,Yh-10,'H');
  outtextxy(Xe-10,Ye-10,'E');
  outtextxy(Xf-10,Yf-10,'F');
  outtextxy(Xi-10,Yi-10,'I');
  outtextxy(Xj-10,Yj-10,'J');
```

```
outtextxy(Xk-10,Yk-10,'K');
outtextxy(Xl-10,Yl-10,'L');
outtextxy(Xm-10,Ym+5,'M');
outtextxy(Xn-10,Yn-10,'N');
outtextxy(Xo-10,Yo-10,'O');
outtextxy(Xp-10,Yp-10,'P');
outtextxy(Xc-100,Yc+15,'Ilustrasi Pendekomposisian Segitiga');
readln;

Cleardevice;
DrawPoly(5, PersegipanjangGHEI);Delay(100);
DrawPoly(5, PersegipanjangIEKJ);Delay(100);
DrawPoly(5, PersegipanjangLMNF);Delay(100);
DrawPoly(5, PersegipanjangFNOP);Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaBHG);Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaBML);Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaAIJ);Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaNCO);Delay(100);

sumbu;
TransformasiHomogen;
DrawPoly(4, SegitigaJKD1); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaPOD1); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaGIA1); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaMCN1); Delay(100);

outtextxy(Xa-10,Ya-10,'A');
outtextxy(Xb-10,Yb-10,'B');
outtextxy(Xc-10,Yc-10,'C');
outtextxy(Xg-10,Yg-10,'G');
outtextxy(Xh-10,Yh-10,'H');
outtextxy(Xe-10,Ye-10,'E');
outtextxy(Xf-10,Yf-10,'F');
outtextxy(Xi-10,Yi-10,'I');
outtextxy(Xj-10,Yj-10,'J');
outtextxy(Xk-10,Yk-10,'K');
outtextxy(Xl-10,Yl-10,'L');
outtextxy(Xm-10,Ym+5,'M');
outtextxy(Xn-10,Yn-10,'N');
outtextxy(Xo-10,Yo-10,'O');
outtextxy(Xp-10,Yp-10,'P');
outtextxy(Xn1-15,Yn1-10,'N`');
outtextxy(Xp1-15,Yp1-10,'P`');
outtextxy(Xi1-10,Yi1-10,'I`');
outtextxy(Xk1-10,Yk1-10,'K`');
outtextxy(Xc-150,Yc+10,'Hasil Transformasi Segitiga Siku-siku');
```

```
outtextxy(Xc-150,Yc+20,'Ke Persegipanjang');
readln;

Cleardevice;
DrawPoly(5, PersegipanjangGHEI);Delay(100);
DrawPoly(5, PersegipanjangIEKJ);Delay(100);
DrawPoly(5, PersegipanjangLMNF);Delay(100);
DrawPoly(5, PersegipanjangFNOP);Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaAIJ);Delay(100);

TransformasiHomogen;
DrawPoly(4, SegitigaJKD1); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaNCO2); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaPOD2); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaBML2); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaMCN2); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaBHG2); Delay(100);
DrawPoly(4, SegitigaGIA2);

outtextxy(Xa-10,Ya-10,'R`');
outtextxy(Xg-15,Yg-10,'D`');
outtextxy(Xh-15,Yh-10,'E`');
outtextxy(Xe-15,Ye-10,'T`');
outtextxy(Xf-10,Yf-10,'U`');
outtextxy(Xi-15,Yi-10,'S`');
outtextxy(Xj+5,Yj-10,'L`');
outtextxy(Xk+5,Yk-10,'K`');
outtextxy(Xl-10,Yl-10,'F`');
outtextxy(Xm-15,Ym-10,'G`');
outtextxy(Xn-15,Yn-10,'H`');
outtextxy(Xo+5,Yo-10,'I``');
outtextxy(Xp-10,Yp-10,'J`');
outtextxy(Xk1+5,Yk1-10,'M`');

outtextxy(135,5,'A`');
outtextxy(135,55,'B`');
outtextxy(175,40,'C`');
outtextxy(200,55,'Q`');
outtextxy(210,5,'P``');
outtextxy(305,0,'O`');
outtextxy(305,55,'N`');
outtextxy(Xm-25,Ym+10,'Poligon Hasil Transformasi`');
Readln;
End.
```

Lampiran 2: Program Untuk Visualisasi Gambar 53

```
Uses
  Crt, Graph;
Type
  Poligon1 = array [1..5] of PointType;
  Poligon2 = array [1..4] of PointType;
  Mat      = array [1..3,1..3] of Real;

Const
  Xa = 100; Ya = 100;
  Xb = 100; Yb = 200;
  Xc = 300; Yc = 200;
  Xd = 300; Yd = 100;
  Xe = 150; Ye = 100;
  Xf = 150; Yf = 200;
  Xg = 100; Yg = 150;
  Xh = 300; Yh = 150;
  Xi  = 150; Yi = 150;
  Xp = 150; Yp = 100;
  Xq = 50 ; Yq = 200;
  Xr = 450; Yr = 200;

 SegiempatABCD : Poligon1= ((X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb),
                            (X:Xc;Y:Yc),(X:Xd;Y:Yd), (X:Xa;Y:Ya) );
 PersegipanjangABFE:Poligon1= ((X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb),
                            (X:Xf;Y:Yf),(X:Xe;Y:Ye),  (X:Xa;Y:Ya) );
 PersegipanjangEFCD:Poligon1= ((X:Xe;Y:Ye),(X:Xf;Y:Yf),
                            (X:Xc;Y:Yc),(X:Xd;Y:Yd), (X:Xe;Y:Ye) );
 PersegipanjangGBFI:Poligon1= ((X:Xg;Y:Yg),(X:Xb;Y:Yb),
                            (X:Xf;Y:Yf),(X:Xi;Y:Yi),(X:Xg;Y:Yg) );

 PersegipanjangIFCH:Poligon1= ((X:Xi;Y:Yi),(X:Xf;Y:Yf),
                            (X:Xc;Y:Yc),(X:Xh;Y:Yh),(X:Xi;Y:Yi) );
 SegitigaAGE: Poligon2 = ( X:Xa;Y:Ya),(X:Xg;Y:Yg),(X:Xe;Y:Ye),
                        (X:Xa;Y:Ya) );
 SegitigaEDH: Poligon2 = ( X:Xe;Y:Ye),(X:Xd;Y:Yd),(X:Xh;Y:Yh),
                        (X:Xe;Y:Ye) );
 SegitigaGIE: Poligon2 = ( (X:Xg;Y:Yg),(X:Xi;Y:Yi),(X:Xe;Y:Ye),
                        (X:Xg;Y:Yg) );
 SegitigaHIE: Poligon2 = ( (X:Xh;Y:Yh),(X:Xi;Y:Yi),(X:Xe;Y:Ye),
                        (X:Xh;Y:Yh) );
 SegitigaPQR: Poligon2 = ( (X:Xp;Y:Yp),(X:Xq;Y:Yq),(X:Xr;Y:Yr),
                        (X:Xp;Y:Yp) );
 Gray50: FillPatternType=($AA,$55,$AA,$55,$AA,$55,$AA,$55);
```

```
Var
  Driver, Mode, I   : Integer;
  SegitigaAGE1,SegitigaEDH1 : Poligon2;

{Prosedur Sumbu Koordinat}
Procedure Sumbu(tul, sal:string);
Begin
  SetColor(white);
  Line(50,50,50,100);
  Line(50,50,100,50);
  OutTextXY(100,50, 'X+');
  OutTextXY(50,100, 'Y+');
  OutTextXY(200 , 360, sal);
  SetColor(White);
End;

{Procedure Perkalian Matrik-Vektor}
Procedure PerkalianMatrik (Var MatH,MatA,MatB : Mat);
Var I,J,K : Byte;
Begin
  For I := 1 to 3 Do
  For J := 1 to 3 Do
    Begin
      MatH[I,J] := 0;
      For K := 1 to 3 Do
        MatH[I,J] := MatH[I,J] + MatA[I,K]* MatB[K,J];
      End;
End;

{Procedure Transformasi Homogen 1 (MH1)}
Procedure Subpoligon(Var MH1 : Mat; o,p,q,r,s,t,u,v,w:real);
Begin
  MH1[1,1] := o;  MH1[1,2] := r;  MH1[1,3] := u;
  MH1[2,1] := p;  MH1[2,2] := s;  MH1[2,3] := v;
  MH1[3,1] := q;  MH1[3,2] := t;  MH1[3,3] := w;
End;
Procedure Homogen1 (Var MH2 : Mat; Cx,Cy :real;The:real);
Var Th:Real;
Begin
  Th:=(The/180)*pi;
  MH2[1,1] := cos(th);   MH2[1,2] := -sin(th);   MH2[1,3] := 0;
  MH2[2,1] := sin(th);   MH2[2,2] := cos(th);   MH2[2,3] := 0;
  MH2[3,1] := (-Cx*cos(th)-Cy*sin(th))+Cx;
  MH2[3,2] := (Cx*sin(th)-Cy*cos(th))+Cy; MH2[3,3] := 1;
End;
```

```
{Procedure Transformasi}
Procedure TransformasiHomogen;
Var
  I,J                                  : Byte;
  Mat1,Mat2, MatA, MatB, MatTrans1,MatTrans2  :Mat;
Begin
  Homogen1(MatA,Xg,Yg,180);
  Subpoligon(Mat1,Xa,Xg,Xe,Ya,Yg,Ye,1,1,1);
  PerkalianMatrik(MatTrans1,Mat1,MatA);
  For I := 1 to 3 Do
    Begin
      PerkalianMatrik(MatTrans1,Mat1,MatA);
      SegitigaAGE1[I].X := Round(MatTrans1[I,1]);
      SegitigaAGE1[I].Y := Round(MatTrans1[I,2]);
    End;
  SegitigaAGE1[4].X := Round(MatTrans1[1,1]);
  SegitigaAGE1[4].Y := Round(MatTrans1[1,2]);
  Subpoligon(Mat2,Xe,Xd,Xh,Ye,Yd,Yh,1,1,1);
  Homogen1(MatB,Xh,Yh,180);
  PerkalianMatrik(MatTrans2,Mat2,MatB);
  For I := 1 to 3 Do
    Begin
     PerkalianMatrik(MatTrans2,Mat2,MatB);
      SegitigaEDH1[I].X := Round(MatTrans2[I,1]);
      SegitigaEDH1[I].Y := Round(MatTrans2[I,2]);
    End;
  SegitigaEDH1[4].X := Round(MatTrans2[1,1]);
  SegitigaEDH1[4].Y := Round(MatTrans2[1,2]);
End;

{Program Utama}
Begin
  Driver := Detect;   Mode   := Detect;   InitGraph(Driver,Mode,'');
  if GraphResult <> grOk then Halt(1);   ClearDevice;
  Sumbu('','');
  DrawPoly(5, SegiempatABCD);
  outtextxy(Xa-10,Ya-10,'A');   outtextxy(Xb-10,Yb-10,'B');
  outtextxy(Xc-10,Yc-10,'C');   outtextxy(Xd-10,Yd-10,'D');
  outtextxy(Xb+50,Yb+10,'Poligon Asal');
  readln;

  Cleardevice;
  Sumbu('','');
  drawpoly(4, SegitigaPQR);
  outtextxy(Xp-10,Yp-10,'P');   outtextxy(Xq-10,Yq-10,'Q');
  outtextxy(Xr-10,Yr-10,'R');
```

```
  outtextxy(Xq+75,Yq+10,'Poligon yang Diinginkan');
  readln;

  Cleardevice;
  sumbu(",");
  DrawPoly(5, PersegipanjangABFE);  Delay(1000);
  DrawPoly(5, PersegipanjangEFCD);  Delay(500);
  DrawPoly(5, PersegipanjangGBFI);  Delay(500);
  DrawPoly(5, PersegipanjangIFCH);  Delay(500);
  DrawPoly(4, SegitigaAGE);  Delay(500);  DrawPoly(4, SegitigaEDH);
Delay(500);
  DrawPoly(4, SegitigaGIE);  Delay(500);  DrawPoly(4, SegitigaHIE);
Delay(500);
  outtextxy(Xa-10,Ya-10,'A');  outtextxy(Xb-10,Yb-10,'B');
  outtextxy(Xc-10,Yc-10,'C');  outtextxy(Xd-10,Yd-10,'D');
  outtextxy(Xg-10,Yg-10,'G');  outtextxy(Xh-10,Yh-10,'H');
  outtextxy(Xe-10,Ye-10,'E');  outtextxy(Xf-10,Yf-10,'F');
  outtextxy(Xi-10,Yi-10,'I');
  outtextxy(Xb-30,Yb+10,'Sub-sub Poligon Hasil Dekomposisi');
  readln;

  Cleardevice;
  sumbu(",");
  DrawPoly(4, SegitigaGIE);  Delay(500);
  DrawPoly(4, SegitigaHIE);  Delay(500);
  DrawPoly(5, PersegipanjangGBFI);  Delay(500);
  DrawPoly(5, PersegipanjangIFCH);  Delay(500);
  TransformasiHomogen;  DrawPoly(4, SegitigaEDH1);  Delay(500);
  TransformasiHomogen;  DrawPoly(4, SegitigaAGE1);
  outtextxy(Xq-10,Yq-10,'Q');  outtextxy(Xr-10,Yr-10,'R');
  outtextxy(Xc-10,Yc-10,'U');  outtextxy(Xb-10,Yb-10,'T');
  outtextxy(Xg-10,Yg-10,'S');  outtextxy(Xh-10,Yh-10,'V');
  outtextxy(Xe-10,Ye-10,'P');  outtextxy(Xf-10,Yf-10,'X');
  outtextxy(Xi-10,Yi-10,'W');
  outtextxy(Xq+75,Yq+10,'Poligon Hasil Transformasi');
  Readln;
End.
```

Lampiran 3: Program Untuk Visualisasi Gambar 54

```
Uses
  Crt, Graph;
Type
  Poligon  = array [1..4] of PointType;
  Mat      = array [1..3,1..3] of Real;

Const
  Xa = 100; Ya = 100;
  Xb = 100; Yb = 200;
  Xc = 300; Yc = 200;
  Xd = 300; Yd = 100;
  Xe = 140; Ye = 180;
  Xf = 260; Yf = 120;
  Xg = 140; Yg = 100;
  Xh = 260; Yh = 200;
  Xi = 172; Yi = 164;
  Xj = 228; Yj = 136;
  Xk = 172; Yk = 100;
  Xl = 228; Yl = 200;

  SegitigaW1      : Poligon  = ( (X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb),
                                 (X:Xd;Y:Yd),(X:Xa;Y:Ya) );
  SegitigaW2      : Poligon  = ( (X:Xc;Y:Yc),(X:Xd;Y:Yd),
                                 (X:Xb;Y:Yb),(X:Xc;Y:Yc) );
  SegitigaW11     : Poligon  = ( (X:Xb;Y:Yb),(X:Xe;Y:Ye),
                                 (X:Xa;Y:Ya),(X:Xb;Y:Yb) );
  SegitigaW121    : Poligon  = ( (X:Xa;Y:Ya),(X:Xg;Y:Yg),
                                 (X:Xe;Y:Ye),(X:Xa;Y:Ya) );
  SegitigaW1221   : Poligon  = ( (X:Xe;Y:Ye),(X:Xi;Y:Yi),
                                 (X:Xg;Y:Yg),(X:Xe;Y:Ye) );
  SegitigaW12221  : Poligon  = ( (X:Xg;Y:Yg),(X:Xk;Y:Yk),
                                 (X:Xi;Y:Yi),(X:Xg;Y:Yg) );
  SegitigaW12222  : Poligon  = ( (X:Xk;Y:Yk),(X:Xi;Y:Yi),
                                 (X:Xd;Y:Yd),(X:Xk;Y:Yk) );
  SegitigaW21     : Poligon  = ( (X:Xd;Y:Yd),(X:Xf;Y:Yf),
                                 (X:Xc;Y:Yc),(X:Xd;Y:Yd) );
  SegitigaW221    : Poligon  = ( (X:Xc;Y:Yc),(X:Xh;Y:Yh),
                                 (X:Xf;Y:Yf),(X:Xc;Y:Yc) );
  SegitigaW2221   : Poligon  = ( (X:Xf;Y:Yf),(X:Xj;Y:Yj),
                                 (X:Xh;Y:Yh),(X:Xf;Y:Yf) );
  SegitigaW22221  : Poligon  = ( (X:Xh;Y:Yh),(X:Xl;Y:Yl),
                                 (X:Xj;Y:Yj),(X:Xh;Y:Yh) );
  SegitigaW22222  : Poligon  = ( (X:Xj;Y:Yj),(X:Xl;Y:Yl),
                                 (X:Xb;Y:Yb),(X:Xj;Y:Yj) );
```

```
Gray50: FillPatternType=($AA,$55,$AA,$55,$AA,$55,$AA,$55);

Var
  Driver, Mode, I                    : Integer;
  SegitigaW121a,SegitigaW12221a      : Poligon;
  SegitigaW221a,SegitigaW22221a      : Poligon;
{Procedur Warna Poligon}
Procedure warna(Poligon: Poligon; warna:word);
Const
  Gray50: FillPatternType=($AA,$55,$AA,$55,$AA,$55,$AA,$55);
Var
  oldPattern: FillPatternType;
Begin
  GetFillPattern(oldPattern);
  SetFillPattern(Gray50,Warna);
  FillPoly(SizeOf(Poligon) div SizeOf(pointType), Poligon);
End;

{Procedur Perkalian Matrik-Vektor}
Procedure PerkalianMatrik (Var MatH,MatA,MatB : Mat);
Var I,J,K : Byte;
Begin
  For I := 1 to 3 Do
  For J := 1 to 3 Do
    Begin
      MatH[I,J] := 0;
      For K := 1 to 3 Do
        MatH[I,J] := MatH[I,J] + MatA[I,K]* MatB[K,J];
      End;
End;
{Procedure Transformasi Homogen 1 (MH1)}
Procedure Subpoligon(Var MH1 : Mat; o,p,q,r,s,t,u,v,w:real);
Begin
  MH1[1,1] := o;   MH1[1,2] := r;   MH1[1,3] := u;
  MH1[2,1] := p;   MH1[2,2] := s;   MH1[2,3] := v;
  MH1[3,1] := q;   MH1[3,2] := t;   MH1[3,3] := w;
End;
Procedure Homogen1 (Var MH2 : Mat; Cx,Cy,x,y :real;The:real);
Var Th:Real;
Begin
  Th:=(The/180)*pi;
  MH2[1,1] := cos(th);      MH2[1,2]:=-sin(th);      MH2[1,3] := 0;
  MH2[2,1] :=sin(th);       MH2[2,2]:= cos(th);      MH2[2,3] := 0;
  MH2[3,1] := ((-Cx*cos(th)-Cy*sin(th))+Cx)+x;
  MH2[3,2] := ((Cx*sin(th)-Cy*cos(th))+Cy)+y;MH2[3,3] := 1;
End;
```

```
{Procedure Transformasi}
Procedure TransformasiHomogen;
Var
  I,J                                                   : Byte;
  Mat1,Mat2, Mat3, Mat4,MatA,MatB, MatC, MatD           : Mat;
  MatTrans1,MatTrans2,MatTrans3,MatTrans4               : Mat;
Begin
  Homogen1(MatA,Xg,Yg,120,100,180);
  Homogen1(MatB,Xk,Yk, 56,100,180);
  Homogen1(MatC,Xh,Yh,-120,-100,180);
  Homogen1(MatD,Xl,Yl, -56, -100,180);
  Subpoligon(Mat1,Xa,Xg,Xe,Ya,Yg,Ye,1,1,1);
  Subpoligon(Mat2,Xg,Xk,Xi,Yg,Yk,Yi,1,1,1);
  Subpoligon(Mat3,Xc,Xh,Xf,Yc,Yh,Yf,1,1,1);
  Subpoligon(Mat4,Xh,Xl,Xj,Yh,Yl,Yj,1,1,1);
  PerkalianMatrik(MatTrans1,Mat1,MatA);
  PerkalianMatrik(MatTrans2,Mat2,MatB);
  PerkalianMatrik(MatTrans3,Mat3,MatC);
  PerkalianMatrik(MatTrans4,Mat4,MatD);

  For I := 1 to 3 Do
    Begin
      PerkalianMatrik(MatTrans1,Mat1,MatA);
      SegitigaW121a[I].X := Round(MatTrans1[I,1]);
      SegitigaW121a[I].Y := Round(MatTrans1[I,2]);
    End;
  SegitigaW121a[4].X := Round(MatTrans1[1,1]);
  SegitigaW121a[4].Y := Round(MatTrans1[1,2]);

  For I := 1 to 3 Do
    Begin
      PerkalianMatrik(MatTrans2,Mat2,MatB);
      SegitigaW12221a[I].X := Round(MatTrans2[I,1]);
      SegitigaW12221a[I].Y := Round(MatTrans2[I,2]);
    End;
  SegitigaW12221a[4].X := Round(MatTrans2[1,1]);
  SegitigaW12221a[4].Y := Round(MatTrans2[1,2]);

  For I := 1 to 3 Do
    Begin
      PerkalianMatrik(MatTrans3,Mat3,MatC);
      SegitigaW221a[I].X := Round(MatTrans3[I,1]);
      SegitigaW221a[I].Y := Round(MatTrans3[I,2]);
    End;
  SegitigaW221a[4].X := Round(MatTrans3[1,1]);
  SegitigaW221a[4].Y := Round(MatTrans3[1,2]);
```

```
  For I := 1 to 3 Do
    Begin
      PerkalianMatrik(MatTrans4,Mat4,MatD);
      SegitigaW22221a[I].X := Round(MatTrans4[1,1]);
      SegitigaW22221a[I].Y := Round(MatTrans4[1,2]);
    End;
  SegitigaW22221a[4].X := Round(MatTrans4[1,1]);
  SegitigaW22221a[4].Y := Round(MatTrans4[1,2]);
End;

{Program Utama}
Begin
  Driver := Detect;
  Mode   := Detect;
  InitGraph(Driver,Mode,'');
  if GraphResult <> grOk then Halt(1); ClearDevice;
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW1);
  Warna(SegitigaW1,White);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW2);
  Warna(SegitigaW2,blue) ;
  OutTextXY(Xa-10,Ya-10,'A');
  OutTextXY(Xb-10,Yb-10,'B');
  OutTextXY(Xc-10,Yc-10,'C');
  OutTextXY(Xd-10,Yd-10,'D');
  OutTextXY(Xb+50,Yb+10,'Poligon Asal');
  Readln;

  ClearDevice;
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW11);
  Warna(SegitigaW11,White);  Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW121);
  Warna(SegitigaW121,White) ; Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW1221);
  Warna(SegitigaW1221,White); Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW12221);
  Warna(SegitigaW12221,White); Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW12222);
  Warna(SegitigaW12222,White); Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW21);
  Warna(SegitigaW21,blue);   Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW221);
  Warna(SegitigaW221,Blue);  Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW2221);
  Warna(SegitigaW2221,blue) ; Delay(100);
  SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW22221);
  Warna(SegitigaW22221,blue); Delay(100);
```

```
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW22222);
Warna(SegitigaW22222,blue); Delay(100);
OutTextXY(Xa-10,Ya-10,'A');
OutTextXY(Xb-10,Yb-10,'B');
OutTextXY(Xc-10,Yc-10,'C');
OutTextXY(Xd-10,Yd-10,'D');
OutTextXY(Xe-10,Ye-10,'E');
OutTextXY(Xf-10,Yf-10,'F');
OutTextXY(Xg-10,Yg-10,'G');
OutTextXY(Xh-10,Yh-10,'H');
OutTextXY(Xi-10,Yi-10,'I');
OutTextXY(Xj-10,Yj-10,'J');
OutTextXY(Xk-10,Yk-10,'K');
OutTextXY(Xl-10,Yl-10,'L');
Readln;

ClearDevice;
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW11);
Warna(SegitigaW11,White);   Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW1221);
Warna(SegitigaW1221,White); Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW12222);
Warna(SegitigaW12222,White);Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW21);
Warna(SegitigaW21,blue);    Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW2221);
Warna(SegitigaW2221,blue);  Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW22222);
Warna(SegitigaW22222,blue); Delay(100);
TransformasiHomogen;
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW121a);
Warna(SegitigaW121a,White); Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW12221a);
Warna(SegitigaW12221a,White);Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW221a);
Warna(SegitigaW221a,Blue);  Delay(100);
SetColor(White);DrawPoly(4, SegitigaW22221a);
Warna(SegitigaW22221a,blue);Delay(100);
OutTextXY(Xb-75,Yb+10,'Variasi Motif Poligon melalui Operasi Geometri');
Readln;
End.
```