SERTIFIKAT

3.9.5/UN32.3/DT/2015

Diberikan Kepada

DIANA HARDIYANTIK

Universitas Negeri Jember

Atas partisipasinya sebagai

PEMAKALAH

Dalam Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya
dengan Tema Peranan Matematika dalam Menumbuhkembangkan Daya Saing dan Karakter Bangsa
yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Negeri Malang Tanggal 5 September 2015

Judul Makalah

Super (a,d)-H-Antimagic Total Selimut Pada Graf Semi Jahangir Konektif

Malang, 5 September 2015

Dekan FMIPA Universitas Negeri Malang

Dr. Markus Diantoro, M.Si
NIP. 196612211991031001

Ketua Pelaksana

Dr. Erry Hidayanto, M.Si
NIP. 196609061992031004

Super (a,d)-$\mathcal{H}$-Antimagic Total Covering of Connected Semi Jahangir Graph

Diana Hardiyantik[1,2], Ika Hesti A.[1,2], Dafik[1,3]
[1]CGANT - University of Jember
[2]Mathematics Departement - University of Jember
[3]Mathematics Education Departement - University of Jember
hardiyantikdiana@gmail.com, Hestyarin@gmail.com, d.dafik@unej.ac.id

Abstract

Let G be a finite, simple and undirected graph. A graph G is called to be an (a,d)-H-antimagic total covering if there exist a bijective function $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \ldots, |V(G)| + |E(G)|\}$ such that for all subgraphs H' isomorphic to H, the total H-weights $w(H) = \sum_{v \in V(H')} f(v) + \sum_{e \in E(H')} f(v)$ form an arithmetic sequence $\{a, a+d, a+2d, ..., a+(t-1)d\}$, where a and d are positive integers and t is the number of all subgraphs H' isomorphic to H. Such a labeling is called super if $f : V(G) \rightarrow \{1, 2, \ldots, |V(G)|\}$. In this paper we study a super (a,d)-C_4-antimagic total covering of connected Semi Jahangir graph denoted by SJ_n.

Keywords *: super (a,d)-$\mathcal{H}$, total covering, Semi Jahangir graph.*

Introduction

Teori graf ditemukan pada abad ke-18 dan aplikasi banyak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli matematikawan Swiss Leonhard Euler pada tahun 1736, yang berawal dari masalah jembatan Konigsberg. Salah satu teori yang dikembangkan dalam teori graf adalah pelabelan. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedl*àč*ek (1963) [11], kemudian Stewart (1967) [13], Rosa di tahun 1967 [1]. Suatu pelabelan adalah pemetaan satu-satu yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf pada bilangan bulat positif dan membentuk barisan aritmatika yang disebut label. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli maka pelabelan dibagi kedalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, sisi, dan total. Pelabelan ajaib diperkenalkan oleh Kotzig dan Rosa sebagai M-(*valuation*) pada tahun 1970 [9]. Pelabelan ajaib kemudian dikembangkan menjadi pelabelan selimut ajaib yang pertama kali diperkenalkan oleh Guti*é*rrez dan Llad*ó* pada tahun 2005. Lihat [4]. Sedangkan pelabelanan anti ajaib (antimagic) adalah pengembangan dari pelabelan ajaib (magic) yaitu label yang mempunyai bobot sisi yang berbeda dan membentuk barisan aritmatika dengan a sebagai suku pertama dan d sebagai nilai bedanya. Pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut merupakan suatu graf $G = (V(G), E(G))$ dengan H merupakan subgraf dari G dimana untuk setiap sisinya termuat dalam subgraf H dan G yang isomorfik dengan H. Inayah et al. (2009) mengembangkan suatu pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut yaitu bahwa suatu pelabelan selimut (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic pada graf G merupakan sebuah fungsi bijektif, sehingga terdapat barisan aritmatika $\{a, a+d, a+2d+, ..., +a+(t-1)d\}$. Lebih detail lihat [6]. Hasil-hasil pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut yang sudah ditemukan antara lain dapat di lihat pada [5], [7], [10], [8].

Berdasarkan pada penelitian sebelumnya, peneliti akan mengembangkan pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir, dengan menentukan batas atas dan fungsi bijektif. Graf Semi Jahangir konektif dinotasikan dengan SJ_n. Hasil-hasil penelitian terkait ini dapat ditemukan di [2, 12].

Useful Lemma

Berdasarkan definisi, graf Semi Jahangir adalah graf SJ_n dengan himpunan titik $V(SJ_n) = \{p, x_i, y_k; \text{untuk } 1 \leq i \leq n+1,\ 1 \leq k \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(SJ_n) = \{px_i; 1 \leq i \leq n+1\} \cup \{x_i y_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n\}$. Selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n berupa subgraf dari graf Semi Jahangir yaitu $H' = C_4$, maka diperoleh $p_G = |V(SJ_n)| = 2n+2$, $q_G = |E(SJ_n)| = 3n+1$, $p_{H'} = |V(C_4)| = 4$, $q_{H'} = |E(C_4)| = 4$, dan rumusan jumlah selimut graf SJ_n adalah n.

Batas atas d graf Semi Jahangir SJ_n dapat ditentukan dengan menggunakan Lemma yaitu sebagai berikut:

Lemma 1 *Jika sebuah graf G (V, E) adalah pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total covering maka* $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$ *untuk* $s = |H_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$.

Bukti. $f(V) = 1, 2, 3, .., p_G$ dan $f(E) = p_G + 1, p_G + 2, p_G + 2, .., p_G + q_G$. Misalkan graf ($p_G$, q_G) mempunyai pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total dengan fungsi total $f(\text{total}) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., p_G + q_G\}$ maka himpunan bobot sebuah graf adalah $\{a, a+d, a+2d, \ldots, a+(s-1)d\}$ dimana a merupakan bobot terkecil maka berlaku:

$$
\begin{aligned}
1+2+\ldots+p_H+(p_G+1)+(p_G+2)+\ldots+(p_G+q_H) &\leq a\\
\frac{p_H}{2}(1+p_H)+q_Hp_G+\frac{q_H}{2}(1+q_H) &\leq a\\
\frac{p_H}{2}+\frac{p_H^2}{2}+q_Hp_G+\frac{q_H}{2}+\frac{q_H^2}{2} &\leq a
\end{aligned}
$$

Sedangkan untuk nilai terbesar berlaku:

$$
\begin{aligned}
a+(s-1)d &\leq p_G+(p_G-1)+(p_G-2)+...+(p_G-(p_H-1))+(p_G+q_G)\\
&\quad +(p_G+q_G-1)+(p_G+q_G-2)+...+(p_G+q_G-(q_H-1))\\
&= p_Hp_G-\frac{p_H-1}{2}(1+(p_H-1))+q_Hp_G+q_Hq_G\\
&\quad -\frac{q_H-1}{2}(1+(q_H-1))\\
&= p_Hp_G-\frac{p_H-1}{2}(p_H)+q_Hp_G+q_Hq_G-\frac{q_H-1}{2}(q_H)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(s-1)d &\leq p_Hp_G-\frac{p_H-1}{2}(p_H)+q_Hp_G+q_Hq_G-\frac{q_H-1}{2}(q_H)-a\\
&\leq p_Hp_G-\frac{p_H-1}{2}(p_H)+q_Hp_G+q_Hq_G-\frac{q_H-1}{2}(q_H)-\\
&\quad (\frac{p_H}{2}+\frac{p_H^2}{2}+q_Hp_G+\frac{q_H}{2}+\frac{q_H^2}{2})\\
&= p_Hp_G-\frac{p_H^2}{2}+\frac{p_H}{2}+q_Hq_G-\frac{q_H^2}{2}+\frac{q_H}{2}-(\frac{p_H}{2}+\frac{p_H^2}{2}+\frac{q_H}{2}+\frac{q_H^2}{2})\\
&= p_Hp_G+q_Hq_G-p_H^2-q_H^2\\
&= p_Hp_G-p_H^2+q_Hq_G-q_H^2\\
&= (p_G-p_H)p_H+(q_G-q_H)q_H\\
d &\leq \frac{(p_G-p_H)p_H+(q_G-q_H)q_H}{(s-1)}
\end{aligned}
$$

Dari persamaan diatas terbukti bahwa batas atas $d \leq \frac{(p_G-p_H)p_H+(q_G-q_H)q_H}{s-1}$ jika graf G memiliki super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering dari berbagai famili graf [3] $\square$

Sehingga batas atas d untuk penelitian ini adalah :

$$\begin{aligned} d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1} \\ &= \frac{(2n+2-4)4 + (3n+1-4)4}{n-1} \\ &= \frac{(2n-2)4 + (3n-3)4}{n-1} \\ &= \frac{20n-20}{n-1} \\ &= \frac{20(n-1)}{n-1} \\ d &\leq 20 \end{aligned}$$

The Results

Hasil dari penelitian ini didapatkan beberapa teorema mengenai graf Semi Jahangir konektif.

$\diamond$ **Teorema 1** *Ada pelabelan super* $(\frac{31n+42}{2}, 0) - C_4$ *antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir* SJ_n *untuk* $n \geq 2$ *dengan* n *genap. Dan super* $(\frac{31n+41}{2}, 0) - C_4$ *antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir* SJ_n *untuk* $n \geq 2$ *dengan* n *ganjil.*

Bukti. Labeli titik dan sisi graf Semi Jahangir SJ_n dengan fungsi bijektif α_1. Fungsi titik dan sisi dari α_1 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha_1(p) &= 1, \\ \alpha_1(x_i) &= i+1, \text{untuk } 1 \ \leq i \leq n+1 \\ \alpha_1(y_i) &= n+i+2, \text{untuk } 1 \ \leq i \leq n \\ \alpha_1(px_i) &= \begin{cases} \frac{4n+i+5}{2}, & \text{untuk } 1 \leq i \leq n+1 \text{ , } i \text{ ganjil} \\ \frac{5n+i+6}{2}, & \text{untuk } 1 < i < n+1 \text{ , } i \text{ genap}, n \text{ genap} \\ \frac{5n+i+5}{2}, & \text{untuk } 1 < i \leq n+1 \text{ , } i \text{ genap}, n \text{ ganjil} \end{cases} \\ \alpha_1(x_i y_i) &= \frac{10n-4i+8}{2}, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_1(y_i x_{i+1}) &= \frac{10n-4i+10}{2}, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Label titik dan sisi α_1 adalah fungsi bijektif $\alpha_1 : V(SJ_n) \cup E(SJ_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 5n+3\}$. Jika w_{α_1} didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada graf Semi Jahangir dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 4 label titik dari $\mathcal{H} = C_4$ sebagai selimutnya, untuk $1 \leq i \leq n$ maka fungsi bijektik $w_{\alpha_1} = \alpha_1(p) + \alpha_1(x_i) + \alpha_1(x_{i+1}) + \alpha_1(y_i) = (1) + (i+1) + (i+1+1) + (n+i+2) = n+3i+6$, dan W_{α_1} didefinisikan sebagai bobot total selimut graf Semi Jahangir, untuk $1 \leq i \leq n$ maka $W_{\alpha_1} = w_{\alpha_1} + \alpha_1(px_i) + \alpha_1(px_{i+1}) + \alpha_1(x_iy_i) + \alpha_1(y_ix_{i+1}) = (n+3i+6) + (\frac{4n+i+5}{2}) + (\frac{5n+i+1+6}{2}) + (\frac{10n-4i+8}{2}) + (\frac{10n-4i+10}{2}) = \frac{31n+42}{2}$. Dengan demikian barisan aritmatika dari $W_{\alpha_1} = \{\frac{31n+42}{2}, \frac{31n+42}{2}, \ldots, \frac{31n+42}{2}\}$ untuk n genap, dan $W_{\alpha_1} = \{\frac{31n+41}{2}, \frac{31n+41}{2}, \ldots, \frac{31n+41}{2}\}$ untuk n ganjil. Maka terbukti bahwa graf SJ_n memiliki pelabelan super $(\frac{31n+42}{2}, 0) - C_4$ antimagic total selimut untuk $n \geq 2$ dengan n genap. Dan super $(\frac{31n+41}{2}, 0) - C_4$ antimagic total selimut untuk $n \geq 2$ dengan n ganjil.

$\diamond$ **Teorema 2** *Ada pelabelan super* $(15n+21, 3) - C_4$ *antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir* SJ_n *untuk* $n \geq 2$.

Bukti. Melabeli titik pada graf Semi Jahangir sama seperti pada teorema 1, sehingga untuk fungsi titiknya $\alpha_2(p) = \alpha_1(p)$, $\alpha_2(x_i) = \alpha_1(x_i)$, $\alpha_2(y_i) = \alpha_1(y_i)$, dan untuk labeli sisi graf Semi Jahangir SJ_n dengan fungsi bijektif α_2 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha_2(px_i) &= 5n - 3i + 6, \text{untuk } 1 \leq i \leq n+1 \\ \alpha_2(x_iy_i) &= 2n + 3i + 1, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_2(y_ix_{i+1}) &= 2n + 3i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Label titik dan sisi α_2 adalah fungsi bijektif $\alpha_2 : V(SJ_n) \cup E(SJ_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 5n+3\}$. Jika w_{α_2} didefinisikan sebagai bobot selimut, untuk $1 \leq i \leq n$ maka fungsi bijektik $w_{\alpha_2} = w_{\alpha_1}$, dan W_{α_2} didefinisikan sebagai bobot total selimut graf Semi Jahangir, untuk $1 \leq i \leq n$ maka $W_{\alpha_2} = w_{\alpha_2} + \alpha_2(px_i) + \alpha_2(px_{i+1}) + \alpha_2(x_iy_i) + \alpha_2(y_ix_{i+1}) = (n+3i+6) + (5n-3i+6) + (5n-3(i+1)+6) + (2n+3i+1) + (2n+3i+2) = 15n+3i+18$. Dengan demikian barisan aritmatika dari $W_{\alpha_2} = \{15n+21, 15n+24, \ldots, 18n+18\}$. Maka terbukti bahwa graf SJ_n memiliki pelabelan super $(15n+21, 3) - C_4$ antimagic total selimut untuk $n \geq 2$.

$\diamond$ **Teorema 3** *Ada pelabelan super* $(11n+25, 9) - C_4$ *antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir* SJ_n *untuk* $n \geq 2$.

Bukti. Melabeli titik pada graf Semi Jahangir sama seperti pada teorema 1 Sehingga untuk fungsi titiknya $\alpha_3(p) = \alpha_1(p)$, $\alpha_3(x_i) = \alpha_1(x_i)$, $\alpha_3(y_i) = \alpha_1(y_i)$, dan untuk labeli sisi graf Semi Jahangir SJ_n dengan fungsi bijektif α_3 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha_3(px_i) &= 2n + i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n+1 \\ \alpha_3(x_iy_i) &= 3n + 2i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_3(y_ix_{i+1}) &= 3n + 2i + 3, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Label titik dan sisi α_3 adalah fungsi bijektif $\alpha_3 : V(SJ_n) \cup E(SJ_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 5n+3\}$. Jika w_{α_3} didefinisikan sebagai bobot selimut, untuk $1 \leq i \leq n$ maka fungsi bijektik $w_{\alpha_3} = w_{\alpha_1}$, dan W_{α_3} didefinisikan sebagai bobot total selimut graf Semi Jahangir, untuk $1 \leq i \leq n$ maka $W_{\alpha_3} = w_{\alpha_3} + \alpha_3(px_i) + \alpha_3(px_{i+1}) + \alpha_3(x_iy_i) + \alpha_3(y_ix_{i+1}) = (n+3i+6) + (2n+i+2) + (2n+i+1+2) + (3n+2i+2) + (3n+2i+3) = 11n+9i+16$. Dengan demikian barisan aritmatika dari $W_{\alpha_3} = \{11n + 25, 11n + 34, \ldots, 20n + 16\}$. Maka terbukti bahwa graf SJ_n memiliki pelabelan super $(11n+25, 9) - C_4$ antimagic total selimut untuk $n \geq 2$.

$\diamond$ **Teorema 4** *Ada pelabelan super $(10n + 26, 12) - C_4$-antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$.*

Bukti. Labeli titik dan sisi graf Semi Jahangir SJ_n dengan fungsi bijektif α_4. Fungsi titik dan sisi dari α_4 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha_4(p) &= 1 \\ \alpha_4(x_i) &= 2i, \text{untuk } 1 \ \leq i \leq n+1 \\ \alpha_4(y_i) &= 2i+1, \text{untuk } 1 \ \leq i \leq n \\ \alpha_4(px_i) &= \alpha_3(px_i) \\ \alpha_4(x_iy_i) &= \alpha_3(x_iy_i) \\ \alpha_4(y_ix_{i+1}) &= \alpha_3(y_ix_{i+1}) \end{aligned}$$

Label titik dan sisi α_4 adalah fungsi bijektif $\alpha_4 : V(SJ_n) \cup E(SJ_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 5n+3\}$. Jika w_{α_4} didefinisikan sebagai bobot selimut, untuk $1 \leq i \leq n$ maka fungsi bijektik $w_{\alpha_4} = (1) + (2i) + (2(i+1)) + (2i+1) = 6i+4$, dan W_{α_4} didefinisikan sebagai bobot total selimut graf Semi Jahangir, untuk $1 \leq i \leq n$ maka $W_{\alpha_4} = w_{\alpha_4} + \alpha_4(px_i) + \alpha_4(px_{i+1}) + \alpha_4(x_iy_i) + \alpha_4(y_ix_{i+1}) = (6i+4) + (2n+$

$i+2)+(2n+i+1+2)+(3n+2i+2)+(3n+2i+3) = 10n+12i+14$. Dengan demikian barisan aritmatika dari $W_{\alpha_4} = \{10n+26, 10n+38, \ldots, 22n+14\}$. Maka terbukti bahwa graf SJ_n memiliki pelabelan super $(10n+26, 12) - C_4$ antimagic total selimut untuk $n \geq 2$.

◇ **Teorema 5** *Ada pelabelan super* $(8n+28, 18) - C_4$*-antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir* SJ_n *untuk* $n \geq 2$*.*

Bukti. Melabeli titik pada graf Semi Jahangir sama seperti pada teorema 4, sehingga untuk fungsi titiknya $\alpha_5(p) = \alpha_4(p)$, $\alpha_5(x_i) = \alpha_4(x_i)$, $\alpha_5(y_i) = \alpha_4(y_i)$, dan untuk labeli sisi graf Semi Jahangir SJ_n dengan fungsi bijektif α_5 dapat dituliskan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\alpha_5(px_i) &= 2n+3i, \text{untuk} 1 \leq i \leq n+1 \\
\alpha_5(x_iy_i) &= 2n+3i+1, \text{untuk} 1 \leq i \leq n \\
\alpha_5(y_ix_{i+1}) &= 2n+3i+2, \text{untuk} 1 \leq i \leq n
\end{aligned}
$$

Label titik dan sisi α_5 adalah fungsi bijektif $\alpha_5 : V(SJ_n) \cup E(SJ_n) \rightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 5n+3\}$. Jika w_{α_5} didefinisikan sebagai bobot selimut, untuk $1 \leq i \leq n$ maka fungsi bijektik $w_{\alpha_5} = w_{\alpha_4}$, dan W_{α_5} didefinisikan sebagai bobot total selimut graf Semi Jahangir, untuk $1 \leq i \leq n$ maka $W_{\alpha_5} = w_{\alpha_5} + \alpha_5(px_i) + \alpha_5(px_{i+1}) + \alpha_5(x_iy_i) + \alpha_5(y_ix_{i+1}) = (6i+4)+(2n+3i)+(2n+3(i+1))+(2n+3i+1)+(2n+3i+2) = 8n+18i+10$. Dengan demikian barisan aritmatika dari $W_{\alpha_5} = \{8n+28, 8n+46, \ldots, 26n+10\}$. Maka terbukti bahwa graf SJ_n memiliki pelabelan super $(8n+28, 18) - C_4$ antimagic total selimut untuk $n \geq 2$.

Concluding Remarks

Pada hasil penelitian diatas dapat disimpulkan bahwa graf Semi Jahangir SJ_n memiliki pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total selimut untuk $d = \{0, 1, 2, \ldots, 20\}$. Hasil penelitian ini didapatkan beberapa teorema yang telah dibuktikan badalah sebagai berikut :

- Ada pelabelan super $(\frac{31n+42}{2}, 0) - C_4$ antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$ dengan n genap. Dan super $(\frac{31n+41}{2}, 0) - C_4$ antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$ dengan n ganjil.

- Ada pelabelan super $(15n + 21, 3) - C_4$ antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$.
- Ada pelabelan super $(11n + 25, 9) - C_4$ antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$.
- Ada pelabelan super $(10n + 26, 12) - C_4$-antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$.
- Ada pelabelan super $(8n + 28, 18) - C_4$-antimagic total selimut pada graf Semi Jahangir SJ_n untuk $n \geq 2$.

References

[1] A, Rosa. 1967. On Certain Valuations of the Vertices of a Graph. In Theory of Graphs (Proc. Int. Symposium, Rome, July 1966), Gordon and Breach, N. Y. and Dunod Paris 349-355.

[2] AK Purnapraja, R Hidayat, Cycle-Super Antimagicness of Connected and Disconnected Tensor Product of Graphs, *Procedia Computer Science*, **74**, (2015), 9399

[3] Dafik, Structural Properties and Labeling of Graphs, University of Ballarat, 2007.

[4] Gutiérrez, A. dan Lladó, A. (2005). Magic Coverings. The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 55,4356.

[5] Inayah, N, *Pelabelan (a,d)-H Anti Ajaib pada Beberapa Kelas Graf*, (2013).

[6] Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2009. On (a,d)-H-Antimagic Covering of Graph. The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 71, 273-281.

[7] Jamil, N. A. (2014). Super (a, d)-H-antimagic total covering pada graf triangular ladder. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

[8] Karyanti. 2012. Pelabelan Selimut (a,d)-H-Anti Ajaib Super pada Graf Fan, Sun, dan Generalized Petersen. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Surakarta: Universitas Sebelas Maret.

[9] Kotzig, A. dan Rosa, A. 1970. Magic Valuations of Finite Graph. Canada Mathematics Bulletin 13,451461.

[10] Pudyaningrum, P. R. H. (2014). Super (a, d)-H-antimagic total covering pada shackle graf triangular book. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

[11] Sedl$\grave{a}\check{c}$ek. 1963. Problem 27 in Theory of Graphs and Its Applications. Proceeding of the Symposium held in Smolenice Praha 163, 163167.

[12] Sherly Citra Wuni, Ika Hesti Agustin, Dafik, Super (a,d)-H-Antimagic Total Covering pada Graf Semi Windmill, *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014* **Vol 1, No 1** (2014), 161–168

[13] Stewart, B. M. 1967. Super Complete Graph. Canadian J.Math 19, 427438.