SERTIFIKAT

3.9.5/UN32.3/DT/2015

Diberikan Kepada

FIA CHOLIDAH

Universitas Negeri Jember

Atas partisipasinya sebagai

PEMAKALAH

Dalam Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya
dengan Tema Peranan Matematika dalam Menumbuhkembangkan Daya Saing dan Karakter Bangsa
yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Negeri Malang Tanggal 6 September 2015

Judul Makalah

Pelabelan Super (a,d)-H Antimagic Total Dekomposisi Pada Shackle Dan Graf Kipas Konektif

Malang, 3 September 2015

Dekan FMIPA Universitas Negeri Malang

Dr. Markus Diantoro, M.Si
NIP. 196612211991031001

Ketua Pelaksana

Dr. Ery Hidayanto, M.Si
NIP. 196209061992031004

Pelabelan Super *(a,d)*-$\mathcal{H}$ Antimagic Total Dekomposisi pada Shakel dari Graf Kipas Konektif

(Super (a,d)-$\mathcal{H}$ Antimagic Total Decomposition of Connected Shackle from Fan Graph connective)

Fia Cholidah .[1,2], I. H. Agustin.[1,2], Dafik[1,3]

[1]CGANT Universitas Jember

[2]Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

[3]Jurusan Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

phie.choco@gmail.com; Hestyarin@gmail.com; d.dafik@unej.ac.id

Abstract

All graph in this paper are finite, simple and undirected. By H'-covering, we mean every edge in $E(G)$ belongs to at least one subgraph of G isomorphic to a given graph H. A graph G is said to be an (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total decomposition if there exist a bijective function $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \ldots, |V(G)| + |E(G)|\}$ such that for all subgraphs H' isomorphic to $\mathcal{H}$, the total $\mathcal{H}$-weights $w(H) = \sum_{v \in V(H')} f(v) + \sum_{e \in E(H')} f(v)$ form an arithmetic sequence $\{a, a+d, a+2d, ..., a+(s-1)d\}$, where a and d are positive integers and s is the number of all subgraphs H' isomorphic to $\mathcal{H}$. Such a labeling is called super if $f : V(G) \rightarrow \{1, 2, \ldots, |V(G)|\}$. In this paper, we study the problem that if a connected graph G is super labelling $(a,d) - \mathcal{H}$- antimagic total decomposition, is the connective of the graph G super (a,d)-$\mathcal{H}$ - antimagic total decomposition as well? We will answer this question for the case when the graph G is a shackle of SF_4^3 and $\mathcal{H}$=F_4 isomorphic to H.

Key Words : *Super edge antimagic total, comb graph, arithmetic sequence.*

Introduction

Teori graf merupakan bagian dari matematika diskrit dengan sebuah pokok bahasan yang sudah tua usianya namun banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Pada abad ke 18, terjadi suatu permasalahan yang berhubungan dengan jembatan Knigsberg . Kasus ini terpecahkan pada tahun 1736 oleh matematikawan Swiss, yaitu Leonhard Euler. Saat itu dia memikirkan kemungkinan untuk menyeberangi semua jembatan tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Salah satu topik yang menarik untuk dikaji adalah dekomposisi graf. Dalam dekomposisi graf terdapat pelabelan, pelabelan pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek (1964) [11] dan Stewart (1966) [13] pada pertengahan tahun 1960-an. Selanjutnya pada tahun 1970, Kotzig dan Rosa mengembangkan pelabelan menjadi pelabelan super, pelabelan magic, pelabelan antimagic. Lihat [5]. Pada Tahun 2012 Inayah dkk mengembangkan pelabelan total antimagic *covering* yang merupakan suatu fungsi bijektif sehingga terdapat bobot yang merupakan baris aritmatika $a, a+d, a+2d, ..., a+(t-1)d$ dengan label covering pada graf selalu berbeda dan berurutan. Lebih detail lihat [7]. Suatu graf $G = (V(G), E(G))$ de-ngan subgraf $H(G)$ memiliki pelabelan covering jika terdapat minimal satu sisinya yang digunakan bersama dalam subgraf H(G) dari G yang isomorfik dengan H. Jika tidak terdapat sisi yang digunakan bersama, maka diperoleh definisi dekomposisi graf. Dekomposisi dari graf G juga dapat didefinisikan sebagai selimut sempurna, yaitu kumpulan atau jumlah dari subgraf H_i pada G merupakan suatu dekomposisi jika dan hanya jika tidak ada pemakaian sisi bersama. Hasil-hasil pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi yang ditemukan oleh Inayah (2013) yaitu pelabelan dekomposisi (a,d)-SF_4-anti ajaib super pada graf belenggu $Shack(SF_4; n)$ [7] dan pelabelan dekomposisi (a,d)-P_4-anti ajaib super pada graf prisma $Cn \times Pm$. Am-supermagic decomposition of the Cartesian product of a path and a sun graph oleh [2].

Berdasarkan pada penelitian sebelumnya, peneliti akan mengembangkan pelabelan super *(a,d)*-$\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi pada shakle dari graf kipas konektif. Shakle graf kipas konektif dinotasikan dengan dengan SF_4^n dimana $H = F_4$. Oleh karena itu pada graf tersebut akan dicari batas atas d dan fungsi bijektif untuk pelabelan dekomposisinya. Hasil-hasil penelitian terkait ini dapat ditemukan di [3, 12].

Useful Lemma

Secara definisi, Shakel dari graf kipas adalah graf SF_4^n dengan titik $V(SF_4^n)$ $= \{x_i, y_j; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq 3n{+}1\}$ dan sisi $E(SF_4^n) = \{x_i y_j; 1 \leq i \leq n\ ; 3i{-}2 \leq j \leq 3i + 1\} \bigcup \{y_j y_{j+1}; 1 \leq i \leq n\ ; 3i - 2 \leq j \leq 3i\}$. Dengan n merupakan *expand* pada graf kipas (F_4) dari samping kiri ke kanan. Diperoleh jumlah titik $(p_G) = 4n + 1$ dan jumlah sisi $(q_G) = 7n$ pada shakel graf kipas. Serta diperoleh jumlah titik $(p_H) = 5$ dan jumlah sisi $(q_H) = 7$ untuk selimut pada shakel dari graf kipas berupa F_4 dengan n merupakan jumlah selimutnya. Untuk menentukan batas atas d pada shackle dari graf kipas konektif SF_4^n digunakan lemma sebagai berikut :

Lemma 1 *Jika sebuah graf G (V, E) adalah pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total covering maka $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$ untuk $s = |H_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$.*

Sehingga batas atas d untuk penelitian ini adalah :

$$\begin{aligned}
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1} \\
&\leq \frac{(4n+1-5)5 + (7n-7)7}{n-1} \\
&\leq \frac{20n-20+49n-49}{n-1} \\
&\leq \frac{69n-69}{n-1} \\
&\leq \frac{69(n-1)}{n-1} \\
d &\leq 69
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan $d \leq 69$, nilai $d \geq 0$ karena pada pelabelan $\mathcal{SHAT}$ menggunakan bilangan bulat positif, sehingga $d \, \epsilon \, \{0, 1, 2, 3, \ldots, 69\}$.

The Result

Berdasarkan hasil pendeteksian pola melalui *pattern recognition* dan konsep barisan aritmatika, maka diperoleh beberapa teorema dan akibat sebagai berikut. Teorema yang ditemukan dalam penelitian ini hanya bersifat keberadaan (*existence but not unique*).

Teorema 1 *Ada pelabelan super* $(63n+15, 0)$- (F_4) *antimagic total dekomposisi pada shackle graf kipas* (SF_4^n) *untuk* $n \geq 3$.

Bukti. Melabeli setiap titik pada shackle graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan α_1 adalah fungsi bijektif. Fungsi titik dari α_1 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\alpha_1(x_i) &= i \\
\alpha_1(y_j) &= \frac{2n + \frac{(3+3(-1)^j)n}{2} + j + 1}{2}
\end{aligned}$$

Fungsi α_1 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, .., 4n+1\}$. Didefinisikan w_{α_1} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shakel graf kipas. Bobot selimut didapat dari penjumlahan 2 fungsi titik yang telah didapat diatas. Fungsi w_{α_1} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha_1} &= \alpha_1(x_i) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_1(y_j) \\ &= (i) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} (\frac{2n + \frac{(3+3(-1)^j)n}{2}) + j + 1}{2}) \\ &= 7n + 7i + 1 \end{aligned}$$

Ketika kita memasukkan nilai i dari 1 sampai n pada fungsi w_{α_1} akan didapat himpunan w_{α_1}={14,16,18,...,24}. Himpunan w_{α_1} membentuk barisan arit-matika. Selanjutnya menentukan label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total dari Super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi pada shackle graf Kipas. Melabeli setiap sisi pada shakel graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari α_1 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_i y_{3i-2}) &= 5n - i + 2, \text{untuk } 1 \le i \le n \\ \alpha_1(x_i y_{3i-1}) &= 6n - i + 2, \text{untuk } 1 \le i \le n \\ \alpha_1(x_i y_{3i}) &= 7n - i + 2, \text{untuk } 1 \le i \le n \\ \alpha_1(x_i y_{3i+1}) &= 8n - i + 2, \text{untuk } 1 \le i \le n \\ \alpha_1(y_j y_{j+1}) &= 9n + \frac{4-j}{3}, \text{untuk } j = 1 \; mod \; 3, 1 \le j \le 3n+1 \\ \alpha_1(y_j y_{j+1}) &= 10n + \frac{5-j}{3}, \text{untuk } j = 2 \; mod \; 3, 1 \le j \le 3n+1 \\ \alpha_1(y_j y_{j+1}) &= 11n + \frac{6-j}{3}, \text{untuk } j = 3 \; mod \; 3, 1 \le j \le 3n+1 \end{aligned}$$

W_{α_1} mendefinisikan bobot total selimut pada shackle graf kipas. W_{α_1} didapatkan dari penjumlahan bobot selimut w_{α_1} dengan fungsi label sisinya, dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} W_{\alpha_1} &= w_{\alpha_1} + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_1(x_i y_j) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i} \alpha_1(y_j y_{j+1}) \\ &= (w_{\alpha_1}) + \alpha_1(x_i y_{3i-2}) + \alpha_1(x_i y_{3i-1}) + \alpha_1(x_i y_{3i}) \\ &\quad + \alpha_1(x_i y_{3i+1}) + \alpha_1(y_{3i-2} y_{3i-1}) + \alpha_1(y_{3i-1} y_{3i}) + \alpha_1(y_{3i} y_{3i+1}) \\ &= 63n + 15, \text{ untuk } 1 \le i \le n \end{aligned}$$

Didapatkan himpunan bobot total selimut $W_{\alpha_1} = \{63n{+}15, 63n{+}15, \ldots, 63n + 15\}$. Himpunan bobot total tersebut membentuk barisan aritmatika dengan d=0. Sehingga terbukti bahwa shackle dari graf kipas memiliki super $(63n + 15, 0)$- antimagic total dekomposisi untuk $n \geq 3$. □

Teorema 2 *Ada pelabelan super* $(55n{+}23, 16)$- (F_4) *antimagic total dekomposisi pada shakel graf kipas* (SF_4^n) *untuk* $n \geq 3$.

Bukti. Melabeli setiap titik pada shackle graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan α_2 adalah fungsi bijektif. Fungsi titik dari α_2 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha_2(x_i) &= i \\ \alpha_2(y_j) &= j + n \end{aligned}$$

Fungsi α_2 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, .., 4n + 1\}$. Didefinisikan w_{α_2} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf kipas. Bobot selimut didapat dari pemjumlahan 2 fungsi titik yang telah didapat diatas. Fungsi w_{α_2} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha_2} &= \alpha_2(x_i) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_2(y_j) \\ &= 4n + 13i - 2 \end{aligned}$$

Ketika kita memasukkan nilai i dari 1 sampai n pada fungsi w_{α_2} akan didapat himpunan w_{α_2}. Himpunan w_{α_2} membentuk barisan aritmatika. Selanjutnya menentukan label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total dari Super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi pada shackle graf Kipas. Labeli setiap sisi dari amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari α_2 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\alpha_2(x_iy_{3i-2}) &= 4n+7i-5, \text{untuk } 1 \le i \le n \\
\alpha_2(x_iy_{3i-1}) &= 6n-i+2, \text{untuk } 1 \le i \le n \\
\alpha_2(x_iy_{3i}) &= 6n+i+1, \text{untuk } 1 \le i \le n \\
\alpha_2(x_iy_{3i+1}) &= 7n+i+1, \text{untuk } 1 \le i \le n \\
\alpha_2(y_jy_{j+1}) &= 8n+\frac{j+5}{3}, \text{untuk } j = 1 \ mod\ 3, 1 \le j \le 3n+1 \\
\alpha_2(y_jy_{j+1}) &= 9n+\frac{j+4}{3}, \text{untuk } j = 2 \ mod\ 3, 1 \le j \le 3n+1 \\
\alpha_2(y_jy_{j+1}) &= 11n+\frac{6-j}{3}, \text{untuk } j = 3 \ mod\ 3, 1 \le j \le 3n+1
\end{aligned}$$

W_{α_2} mendefinisikan bobot total selimut pada shackle graf kipas. W_{α_2} didapatkan dari penjumlahan bobot selimut w_{α_2} dengan fungsi label sisinya, dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
W_{\alpha_2} &= w_{\alpha_2} + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_2(x_iy_j) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i} \alpha_2(y_jy_{j+1}) \\
W_{\alpha_2} &= 55n+16i+7, \text{ untuk } 1 \le i \le n
\end{aligned}$$

Didapatkan himpunan bobot total selimut $W_{\alpha_2} = \{55n+23, 55n+39, \ldots, 71n+7\}$. Himpunan bobot total tersebut membentuk barisan aritmatika dengan d=16. Sehingga terbukti bahwa shackle dari graf kipas memiliki super $(55n+23, 16)$-antimagic total dekomposisi untuk $n \ge 3$. □

Teorema 3 *Ada pelabelan super* $(39n+63, 24)$- (F_4) *antimagic total dekomposisi pada shakel graf kipas* (SF_4^n) *untuk* $n \ge 3$.

Bukti. Melabeli setiap titik pada shackle graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan α_3 adalah fungsi bijektif. Fungsi titik dari α_3 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\alpha_3(x_i) &= i \\
\alpha_3(y_j) &= n-j+11
\end{aligned}$$

Fungsi α_3 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, .., 4n + 1\}$. Didefinisikan w_{α_3} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf kipas. Bobot selimut didapat dari pemjumlahan 2 fungsi titik yang telah didapat diatas. Fungsi w_{α_3} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha_3} &= \alpha_3(x_i) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_3(y_j) \\ &= 4n - 11i + 46 \end{aligned}$$

Ketika kita memasukkan nilai i dari 1 sampai n pada fungsi w_{α_3} akan didapat himpunan w_{α_3}. Himpunan w_{α_3} membentuk barisan aritmatika. Selanjutnya menentukan label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total dari super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi pada shackle graf Kipas. Labeli setiap sisi dari shackle graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari α_3 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \alpha_3(x_i y_{3i-2}) &= 4n + 7i - 5, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_3(x_i y_{3i-1}) &= 4n + 7i - 3, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_3(x_i y_{3i}) &= 4n + 7i - 1, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_3(x_i y_{3i+1}) &= 11n - 7i + 8, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ \alpha_3(y_j y_{j+1}) &= 4n + \frac{7j+2}{3}, \text{untuk } j = 1 \ mod\ 3, 1 \leq j \leq 3n+1 \\ \alpha_3(y_j y_{j+1}) &= 4n + \frac{7j+1}{3}, \text{untuk } j = 2 \ mod\ 3, 1 \leq j \leq 3n+1 \\ \alpha_3(y_j y_{j+1}) &= 4n + \frac{7j}{3}, \text{untuk } j = 3 \ mod\ 3, 1 \leq j \leq 3n+1 \end{aligned}$$

W_{α_3} mendefinisikan bobot total selimut pada shackle graf kipas. W_{α_3} didapatkan dari penjumlahan bobot selimut w_{α_3} dengan fungsi label sisinya, dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
W_{\alpha_3} &= w_{\alpha_3} + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_3(x_i y_j) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i} \alpha_3(y_j y_{j+1}) \\
&= (w_{\alpha_3}) + \alpha_3(x_i y_{3i-2}) + \alpha_3(x_i y_{3i-1}) + \alpha_3 9(x_i y_{3i}) \\
&\quad + \alpha_3(x_i y_{3i+1}) + \alpha_3(y_{3i-2} y_{3i-1}) + \alpha_3(y_{3i-1} y_{3i}) + \alpha_3(y_{3i} y_{3i+1}) \\
&= 39n + 24i + 39, \text{ untuk } 1 \le i \le n
\end{aligned}
$$

Didapatkan himpunan bobot total selimut $W_{\alpha_3} = \{39n+63, 39n+87, \ldots, 63n+39\}$. Himpunan bobot total tersebut membentuk barisan aritmatika dengan d=24. Sehingga terbukti bahwa shackle dari graf kipas memiliki super $(39n+63, 24)$- antimagic total dekomposisi untuk $n \geq 3$. □

Teorema 4 *Ada pelabelan super* $(50n+28, 26)$- (F_4) *antimagic total dekomposisi pada shakel graf kipas* (SF_4^n) *untuk* $n \geq 3$.

Bukti. Labeli setiap titik pada shackle graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan α_4 adalah fungsi bijektif. Fungsi titik dari α_4 adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\alpha_4(x_i) &= n - i + 1 \\
\alpha_4(y_j) &= \frac{2n + \frac{(3+3(-1)^i)n}{2} + j + 1}{2}
\end{aligned}
$$

Fungsi α_4 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, .., 4n + 1\}$. Didefinisikan w_{α_4} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf kipas. Bobot selimut didapat dari pemjumlahan 2 fungsi titik yang telah didapat diatas. Fungsi w_{α_4} adalah sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
w_{\alpha_4} &= \alpha_4(x_i) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_4(y_j) \\
&= 8n + 5i + 2
\end{aligned}
$$

Ketika kita memasukkan nilai i dari 1 sampai n pada fungsi w_{α_4} akan didapat himpunan w_{α_4}. Himpunan w_{α_4} membentuk barisan aritmatika. Selanjutnya menentukan label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total dari super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi pada shackle graf Kipas. Labeli setiap sisi dari shackle graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari α_4 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\alpha_4(x_iy_{3i-2}) &= 11n - 7i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\
\alpha_4(x_iy_{3i-1}) &= 4n + 7i - 3, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\
\alpha_4(x_iy_{3i}) &= 4n + 7i - 1, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\
\alpha_4(x_iy_{3i+1}) &= 4n + 7i + 1, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\
\alpha_4(y_jy_{j+1}) &= 11n - \frac{7j+5}{3}, \text{untuk } j = 1 \ mod \ 3, 1 \leq j \leq 3n+1 \\
\alpha_4(y_jy_{j+1}) &= 4n + \frac{7j+1}{3}, \text{untuk } j = 2 \ mod \ 3, 1 \leq j \leq 3n+1 \\
\alpha_4(y_jy_{j+1}) &= 4n + \frac{7j}{3}, \text{untuk } j = 3 \ mod \ 3, 1 \leq j \leq 3n+1
\end{aligned}$$

W_{α_4} mendefinisikan bobot total selimut pada shackle graf kipas. W_{α_4} didapatkan dari penjumlahan bobot selimut w_{α_4} dengan fungsi label sisinya, dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
W_{\alpha_4} &= w_{\alpha_4} + \bigcup_{j=3i-2}^{3i+1} \alpha_4(x_iy_j) + \bigcup_{j=3i-2}^{3i} \alpha_4(y_jy_{j+1}) \\
&= (w_{\alpha_4}) + \alpha_4(x_iy_{3i-2}) + \alpha_4(x_iy_{3i-1}) + \alpha_4 9(x_iy_{3i}) \\
&\quad + \alpha_4(x_iy_{3i+1}) + \alpha_4(y_{3i-2}y_{3i-1}) + \alpha_4(y_{3i-1}y_{3i}) + \alpha_4(y_{3i}y_{3i+1}) \\
&= 50n + 26i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Didapatkan himpunan bobot total selimut $W_{\alpha_4} = \{50n+28, 50n+54, \ldots, 76n+2\}$. Himpunan bobot total tersebut membentuk barisan aritmatika dengan d=26. Sehingga terbukti bahwa shackle dari graf kipas memiliki super $(50n+28, 26d)$-antimagic total dekomposisi untuk $n \geq 3$. □

Concluding Remarks

Menurut hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa terdapat Pelabelan Super $\mathcal{H}$-antimagic total dekomposisi pada shakel dari graf kipas konektif $d = \{0, 16, 24, 26\}$. Hasil penelitian ini didapatkan beberapa teorema yang telah dibuktikan badalah sebagai berikut, yaitu :

- Ada pelabelan super $(63n+15, 0)$- antimagic total dekomposisi pada shakeldari graf kipas konektif SF_4^n untuk $n \geq 3$
- Ada pelabelan super $(55n + 23, 16)$- antimagic total dekomposisi pada shakeldari graf kipas konektif SF_4^n untuk $n \geq 3$
- Ada pelabelan super $(39n + 63, 24)$- antimagic total dekomposisi pada shakeldari graf kipas konektif SF_4^n untuk $n \geq 3$
- Ada pelabelan super $(50n + 28, 26d)$- antimagic total dekomposisi pada shakeldari graf kipas konektif SF_4^n untuk $n \geq 3$

References

[1] A, Rosa. 1967. On Certain Valuations of the Vertices of a Graph. In Theory of Graphs (Proc. Int. Symposium, Rome, July 1966), Gordon and Breach, N. Y. and Dunod Paris 349-355.

[2] A.E.Hader dan Salman,N. M ,An AM-Supermagic Decomposi-tion Of The Cartesian Product Of a Path and Sun,(2013).

[3] AK Purnapraja, R Hidayat, Cycle-Super Antimagicness of Connected and Disconnected Tensor Product of Graphs, *Procedia Computer Science*, **74**, (2015), 9399

[4] Dafik, Structural Properties and Labeling of Graphs, University of Ballarat, 2007.

[5] Gutiérrez, A. dan Lladó, A. (2005). Magic Coverings. The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 55,4356.

[6] Inayah, N, *Pelabelan (a,d)-H Anti Ajaib pada Beberapa Kelas Graf*, (2013).

[7] Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2009. On (a,d)-H-Antimagic Covering of Graph. The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 71, 273-281.

[8] Karyanti. 2012. Pelabelan Selimut (a,d)-H-Anti Ajaib Super pada Graf Fan, Sun, dan Generalized Petersen. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Surakarta: Universitas Sebelas Maret.

[9] Kotzig, A. dan Rosa, A. 1970. Magic Valuations of Finite Graph. Canada Mathematics Bulletin 13,451461.

[10] Pudyaningrum, P. R. H. (2014). Super (a, d)-H-antimagic total covering pada shackle graf triangular book. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

[11] Sedl*àč*ek. 1963. Problem 27 in Theory of Graphs and Its Applications. Proceeding of the Symposium held in Smolenice Praha 163, 163167.

[12] Sherly Citra Wuni, Ika Hesti Agustin, Dafik, Super (a,d)-H-Antimagic Total Covering pada Graf Semi Windmill, *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014* **Vol 1, No 1** (2014), 161–168

[13] Stewart, B. M. 1967. Super Complete Graph. Canadian J.Math 19, 427438.