



**ANALISIS SUPER  $(a, d)$  - *FACE ANTIMAGIC* TOTAL  
*LABELING* DARI GRAF *SHACKLE*  $(C_5, e, n)$  DALAM  
KAITANNYA MENGASAH KETERAMPILAN  
BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

**SKRIPSI**

Oleh

Siska Binastuti

NIM 120210101076

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2015**



**ANALISIS SUPER  $(a,d)$  - *FACE ANTIMAGIC* TOTAL  
DARI GRAF *SHACKLE*  $C_5$  DALAM KAITANNYA  
MENCIPTAKAN KETERAMPILAN BERPIKIR  
TINGKAT TINGGI**

**SKRIPSI**

Oleh

**Siska Binastuti  
NIM 120210101076**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

Dosen Penguji 1 : Prof. Drs. Slammin, M.Comp.Sc., Ph.D.

Dosen Penguji 2 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2015**

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan suatu kebahagiaan penggalan bait dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

1. Ibunda tercinta Susiati, Ayahanda Bunali, serta Kakakku Sugiharto dan Adikku M.Mahrush Afandi yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita yang senantiasa memberikan dorongan, semangat, dan doa selama masa studiku;
2. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd.,M.Si. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;
3. Bapak dan Ibu Dosen FKIP Pendidikan Matematika pengajarku yang telah dengan sabar memberikan ilmunya selama proses perkuliahan;
4. Teman-Teman CGANT (Ifa, Sinta, Yuli, Artanty, Mita, Desi Tri , Irma, Novri, Farah dan penggiat graf lainnya) kalian mengajarkan bahwa adanya suatu perbedaan bukan alasan untuk tidak saling membantu satu sama lain;
5. Teman-teman Soulmath16 (Anas, Arifin, Herry, Yoyok, Raga, Bagus, Farah, Ifa, Manda, Novia, Afni, Ruli, Mika, Reta, Desi), terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;
6. Teman-teman SFS (Sinta, Wulan, Manda, Afni, Eva), terima kasih atas dorongan semangat untuk menyelesaikan skripsiku;
7. Teman-teman angkatan 2012 FKIP Matematika yang senantiasa membantuku, memotivasiku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan,
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا  
اَكْتَسَبَتْ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِنْ نَسِينَا أَوْ أَخْطَأْنَا رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ  
عَلَيْنَا إِصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُ عَلَى الَّذِينَ مِنْ قَبْلِنَا رَبَّنَا وَلَا تُحَمِّلْنَا  
مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِ ۗ وَاعْفُ عَنَّا وَارْحَمْنَا أَنْتَ مَوْلَانَا  
فَانصُرْنَا عَلَى الْقَوْمِ الْكَافِرِينَ

” Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. Ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya. (Mereka berdoa): ”Ya Tuhan kami, janganlah Engkau hukum kami jika kami lupa atau kami tersalah. Ya Tuhan kami, janganlah Engkau bebankan kepada kami beban yang berat sebagaimana Engkau bebankan kepada orang-orang sebelum kami. Ya Tuhan kami, janganlah Engkau pikulkan kepada kami apa yang tak sanggup kami memikulnya. Beri maafilah kami, ampunilah kami, dan rahmatilah kami. Engkaulah penolong kami, maka tolonglah kami terhadap kaum yang kafir.” (QS. Al Baqarah: 286)

”Pahlawan bukanlah orang yang berani menetakkan pedangnya ke pundak lawan, tetapi pahlawan sebenarnya ialah orang yang sanggup menguasai dirinya dikala ia marah.” (Sabda Nabi Muhammad SAW)

” Banyak kegagalan dalam hidup ini dikarenakan orang-orang tidak menyadari betapa dekatnya mereka dengan keberhasilan saat mereka menyerah.”  
(Thomas Alva Edison)

## HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siska Binastuti

NIM : 120210101076

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Analisis Super  $(a, d)$  - *Face Antimagic Total Labeling* dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Desember 2015

Yang menyatakan,

Siska Binastuti

NIM. 120210101076

**SKRIPSI**

**ANALISIS SUPER  $(a, d)$  - *FACE ANTIMAGIC* TOTAL  
*LABELING* DARI GRAF *SHACKLE*  $(C_5, e, n)$  DALAM  
KAITANNYA MENGASAH KETERAMPILAN  
BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

Oleh

**Siska Binastuti**  
**NIM 120210101076**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Pd.

**PERSETUJUAN**

**ANALISIS SUPER  $(a, d)$  - *FACE ANTIMAGIC* TOTAL LABELING  
DARI GRAF *SHACKLE*  $(C_5, e, n)$  DALAM KAITANNYA  
MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

**SKRIPSI**

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Siska Binastuti  
NIM : 120210101076  
Jurusan : Pendidikan MIPA  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Angkatan Tahun : 2012  
Daerah Asal : Pasuruan  
Tempat, Tanggal Lahir : Sidoarjo, 27 September 1993

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Pd.  
NIP. 19820529 200912 1 003

**HALAMAN PENGESAHAN**

Skripsi berjudul Nilai Ketakteraturan Jarak pada Graf Matahari dalam Kaitannya Menciptakan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 31 Maret 2015

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D.  
NIP.19670420 199201 1 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si  
NIP.19820529 200912 1 003

Anggota I,

Anggota 2,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP.19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S. Si., M.Sc..  
NIP.19700307 199512 2 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd  
NIP. 19540501 198303 1 005

## RINGKASAN

**Analisis Super  $(a, d)$  - *Face Antimagic Total Labeling* dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi;** Siska Binastuti, 120210101076; 2015: halaman; 87, Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf akhir-akhir ini terus berkembang, salah satunya yaitu Super  $(a, d)$  - *Face Antimagic Total Labeling* dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Pelabelan ini digunakan untuk melabeli seluruh bagian (titik, sisi dan wajah (*face*) dari graf. Selain itu, dalam proses pelabelan hingga penciptaan teorema akan dikaitkan untuk mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam Taksonomi Bloom. Keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam Taksonomi Bloom diklasifikasikan mulai tahap mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta.

Graf yang digunakan dalam Super  $(a, d)$  - *Face Antimagic Total Labeling* adalah Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , yang merupakan *family* dari Graf Lingkaran. Sebuah pelabelan wajah (*face*) suatu graf disebut *super-antimagic* jika untuk setiap bilangan bulat positif  $s$ ,  $s$ -sisi bobot wajah membentuk deret aritmetika dengan di sebuah beda. Suatu graf  $G$  memiliki orde  $p$ , *size*  $q$  dan wajah *face*  $s$  dapat dikatakan *super  $(a, d)$  face antimagic total labeling* bilamana terdapat pemetaan dari  $f : V(G) \cup E(G) \cup F(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p + q + s\}$ , sedemikian hingga bobot totalnya  $W_f = \{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (s - 1)d\}$  dapat membentuk barisan aritmatika dengan suku awal  $a$ , bedanya  $d$  dan jumlah wajah sisinya  $s$ . Graf tersebut dapat dikatakan *super* apabila label terkecil yang mungkin muncul dalam label titik-titiknya.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada tentang nilai batas bawah dan batas atas, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  yang tunggal maupun gabungan saling lepasnya. Hasil penelitian ini berupa teorema baru mengenai super  $(a, d)$ -*face antimagic*

total labeling dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ . Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(37n + 29, 1)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
2. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(38n + 38, 2)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
3. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(36n + 30, 3)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
4. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(37n + 29, 4)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
5. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(35n + 31, 5)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
6. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(36n + 30, 6)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
7. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(39n + 27, 7)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
8. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(35n + 31, 8)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
9. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(35n + 31, 9)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
10. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(45n + 21, 10)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
11. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(34n + 31, 11)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .
12. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(33n + 33, 12)$ -face antimagic total labeling untuk  $n \geq 5$ .

13. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(32n + 34, 13)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$ .
14. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(32n + 34, 14)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$ .
15. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(31n + 35, 15)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$ .
16. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(31n + 35, 16)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$ .
17. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(31n + 35, 17)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$ .
18. Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(30n + 36, 18)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$ .
19. Graf *Shackle* gabungan saling lepas  $(mC_5, e, n)$  memiliki super  $(41mn + 19m + 6, 1)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$  dan  $m \geq 3$ .
20. Graf *Shackle* gabungan saling lepas  $(mC_5, e, n)$  memiliki super  $(40mn + 19m + 7, 3)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$  dan  $m \geq 3$ .
21. Graf *Shackle* gabungan saling lepas  $(mC_5, e, n)$  memiliki super  $(39mn + 19m + 8, 5)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$  dan  $m \geq 3$ .
22. Graf *Shackle* gabungan saling lepas  $(mC_5, e, n)$  memiliki super  $(37mn + 20m + 9, 7)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$  dan  $m \geq 3$ .
23. Graf *Shackle* gabungan saling lepas  $(mC_5, e, n)$  memiliki super  $(36mn + 20m + 10, 9)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$  dan  $m \geq 3$ .
24. Graf *Shackle* gabungan saling lepas  $(mC_5, e, n)$  memiliki super  $(35mn + 20m + 11, 11)$ -*face antimagic total labeling* untuk  $n \geq 5$  dan  $m \geq 3$ .

Dari kajian diatas ada beberapa yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem yaitu Super  $(a, d)$ -face antimagic total labeling dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  tunggal (konektif), untuk  $d \in \{19, 20, \dots, 36\}$ , super  $(a, d)$ -face antimagic total labeling dari gabungan saling lepas (diskonektif) Graf *Shackle*  $(mC_5, e, n)$ , untuk  $d \in \{13, 15, \dots, 36\}$  untuk  $d \in$  ganjil dan untuk  $d \in$  genap dan pelabelan super  $(a, d)$ -face antimagic total dari Graf *Shackle*  $(C_t, e, n)$  konektif dan diskonektif selain  $d = 2t-1$ .



## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Super  $(a, d)$  - Face Antimagic Total Labeling dari Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium dan Perpustakaan Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Desember 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	ii
HALAMAN MOTTO . . . . .	iii
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	iv
HALAMAN PERSETUJUAN . . . . .	vi
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	vii
RINGKASAN . . . . .	viii
KATA PENGANTAR . . . . .	xii
DAFTAR ISI . . . . .	xiv
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xvi
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	5
1.3 Batasan Masalah . . . . .	5
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	6
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>7</b>
2.1 Terminologi Dasar Graf . . . . .	7
2.2 Jenis - Jenis Graf . . . . .	10
2.3 Graf Khusus . . . . .	11
2.3.1 Graf Khusus Populer . . . . .	11
2.4 Graf <i>Shackle</i> $(C_t, e, n)$ . . . . .	12
2.5 Pelabelan Graf . . . . .	14
2.6 Pelabelan selimut- $\mathcal{H}$ -antimagic . . . . .	16
2.7 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Face Antimagic . . . . .	16
2.8 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Face Antimagic pada Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ . . . . .	18
2.9 Barisan Aritmatika . . . . .	18

2.10	Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem	19
2.11	Berpikir Tingkat Tinggi . . . . .	20
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN . . . . .</b>	<b>24</b>
3.1	Metode Penelitian . . . . .	24
3.2	Definisi Operasional . . . . .	24
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Face Antimagic . . . . .	25
3.2.2	Graf Tunggal dari Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ (Konektif) . . . . .	25
3.2.3	Gabungan Saling Lepas Graf <i>Shackle</i> $C_5, e, n$ (Diskonektif) . . . . .	25
3.3	Teknik Penelitian . . . . .	27
3.4	Observasi . . . . .	29
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>31</b>
4.1	<b>Super <math>(a, d)</math> - Face Antimagic Total Labeling pada Graf <i>Shackle</i> <math>(C_5, e, n)</math> Konektif dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Tingkat Tinggi . . . . .</b>	<b>31</b>
4.2	Super $(a, d)$ - Face Antimagic Total Labeling pada Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ Disonektif dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Tingkat Tinggi . . . . .	89
4.3	Hasil dan Pembahasan . . . . .	112
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN . . . . .</b>	<b>129</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	129
5.2	Saran . . . . .	135
	<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>136</b>

DAFTAR GAMBAR

2.1	Gambaran kota Königsberg . . . . .	7
2.2	Reresentasi graf permasalahan jembatan Königsberg . . . . .	8
2.3	Graf Kosong $N_6$ . . . . .	8
2.4	Dua buah Graf $G_1$ dan $G_2$ . . . . .	9
2.5	Graf berhingga dan graf tak berhingga . . . . .	10
2.6	Graf tak berarah dan graf berarah . . . . .	11
2.7	Graf sederhana dan graf tak sederhana . . . . .	12
2.8	Graf lingkaran $C_3, C_4$ dan $C_3$ . . . . .	12
2.9	<i>Graf ladder</i> $L_5$ . . . . .	13
2.10	Graf <i>Shackle</i> $(C_t, e, n)$ dengan $t = 6$ dan $n = 3$ . . . . .	13
2.11	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $t=5$ dan $n=5$ . . . . .	13
2.12	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $t = 5$ $n=4$ . . . . .	14
2.13	(a) Pelabelan titik (b) Pelabelan sisi (c) Pelabelan selimut total (d) Pelabelan wajah ( <i>face</i> ) (e) Pelabelan total wajah ( <i>face</i> ) . . . . .	15
2.14	Tahapan Taksonomi Bloom . . . . .	21
2.15	Tahapan Taksonomi Bloom . . . . .	21
3.1	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ <i>konektif</i> . . . . .	25
3.2	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ <i>diskonektif</i> . . . . .	26
3.3	Rancangan Penelitian . . . . .	28
3.4	observasi awal Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ <i>konektif</i> . . . . .	30
3.5	observasi awal Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ <i>diskonektif</i> . . . . .	30
4.1	Contoh Graf . . . . .	32
4.2	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ . . . . .	33
4.3	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=1$ . . . . .	38
4.4	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=2$ . . . . .	41
4.5	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=3$ . . . . .	44
4.6	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=4$ . . . . .	47
4.7	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=5$ . . . . .	50

4.8	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=6$ . . . . .	53
4.9	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=7$ . . . . .	56
4.10	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=8$ . . . . .	59
4.11	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=9$ . . . . .	62
4.12	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=10$ . . . . .	65
4.13	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=11$ . . . . .	68
4.14	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=12$ . . . . .	71
4.15	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=13$ . . . . .	74
4.16	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=14$ . . . . .	77
4.17	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=15$ . . . . .	80
4.18	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=16$ . . . . .	83
4.19	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=17$ . . . . .	86
4.20	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ dengan $d=18$ . . . . .	89
4.21	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ diskonektif dengan $d=1$ . . . . .	96
4.22	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ diskonektif dengan $d=3$ . . . . .	99
4.23	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ diskonektif dengan $d=5$ . . . . .	102
4.24	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ diskonektif dengan $d=7$ . . . . .	106
4.25	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ diskonektif dengan $d=9$ . . . . .	109
4.26	Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$ diskonektif dengan $d=11$ . . . . .	113

DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf $G$
$G(V, E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$v_n$	=	Titik ke- $n$ dari suatu graf
$e_n$	=	Sisi ke- $n$ dari suatu graf
$f_n$	=	Wajah ke- $n$ dari suatu graf
$s$	=	Jumlah wajah dari suatu graf
$ V(G) $	=	Banyaknya titik dari graf $G$ yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	=	Banyaknya sisi dari graf $G$ yang disebut ukuran ( <i>size</i> )
$d$	=	Nilai beda barisan bobot sisi pada pelabelan total <i>Super face antimagic</i>
$a$	=	Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada pelabelan total <i>Super face antimagic</i>
$n$	=	Lambang secara umum dari jumlah perluasan ( <i>expand</i> ) suatu Graf
$m$	=	Lambang secara umum dari jumlah gabungan suatu Graf
$(C_5, e, n)$	=	Lambang untuk Graf <i>Shackle</i> Lingkaran
$m(C_5, e, n)$	=	Lambang untuk gabungan saling lepas <i>Shackle</i> Graf Lingkaran dengan Lingkaran
$x_i$	=	Titik ke- $i$ pada bagian atas Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$y_j$	=	Titik ke- $j$ pada bagian tengah Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$z_i$	=	Titik ke- $i$ pada bagian bawah Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$x_i^k$	=	Titik ke- $i$ dalam komponen ke- $k$ pada bagian atas dari graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$y_i^k$	=	Titik ke- $i$ dalam komponen ke- $k$ pada bagian tengah dari Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$z_i^k$	=	Titik ke- $i$ dalam komponen ke- $k$ pada bagian bawah dari Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$f(x_i x_{i+1})$	=	Fungsi bijektif pelabelan sisi $x$ ke $x$ untuk Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$f(y_i y_{i+1})$	=	Fungsi bijektif pelabelan sisi $y$ ke $y$ untuk Graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$
$f(x_i y_i)$	=	Fungsi bijektif pelabelan sisi $x$ ke $y$ untuk graf <i>Shackle</i> $(C_5, e, n)$

- $f(y_i z_i)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $y$  ke  $z$  untuk Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$   
 $f(y_i + 1 z_i)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $y$  ke  $z$  untuk Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$   
 $f(x_i^k x_{i+1}^k)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $x$  ke  $x$  untuk Graf *Shackle*  $m(C_5, e, n)$   
 $f(y_i^k y_{i+1}^k)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $y$  ke  $y$  untuk Graf *Shackle*  $m(C_5, e, n)$   
 $f(x_i^k y_i^k)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $x$  ke  $y$  untuk Graf *Shackle*  $m(C_5, e, n)$   
 $f(x_i^k y_{i+1}^k)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $x$  ke  $y$  untuk Graf *Shackle*  $m(C_5, e, n)$   
 $f(y_i^k z_i^k)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $y$  ke  $z$  untuk Graf *Shackle*  $m(C_5, e, n)$   
 $f(y_{i+1}^k z_i^k)$  = Fungsi bijektif pelabelan sisi  $y$  ke  $z$  untuk Graf *Shackle*  $m(C_5, e, n)$

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi di dunia berakibat timbulnya suatu permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini mendorong manusia untuk mencari solusi atas pemecahan dari masalah-masalah tersebut yang secara tidak langsung mendorong berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi. Oleh karena itu, matematika memiliki peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan mampu menjawab permasalahan di kehidupan sehari-hari. Sebagian besar masalah kehidupan sehari-hari dapat diabstraksikan sebagai masalah yang berkaitan dengan himpunan benda-benda dan relasi pada benda-benda tersebut yang tentunya perhitungan tersebut terkait dengan teorema yang terkandung dalam matematika. Matematika sering digunakan dalam menyelesaikan masalah khususnya untuk komputasi dan perhitungan.

Matematika merupakan pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika simbolik dan notasi matematika. Hal ini menunjukkan bahwa matematika telah memberikan manfaat secara langsung kepada masyarakat. Selain itu, matematika juga mendasari perkembangan teknologi, yang berperan penting dalam memajukan daya pikir manusia. Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, yang tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan sehari-hari. Kemampuan berpikir terdiri dari kemampuan berpikir dasar (*Lower Order Thinking Skills*) dan kemampuan berpikir tingkat tinggi (*High Order Thinking Skills*). *Lower order thinking skill* merupakan awalan yang harus dilalui untuk ke tingkat berikutnya. Menurut Lewy (2009), Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi berpikir tingkat tinggi. Berpikir tingkat tinggi dalam Taksonomi Bloom diklasifikasikan mulai tahap analisis, evaluasi, dan mengkreasi sedangkan tahap di bawahnya seperti mengenali, menghafal, dan mengingat kembali diklasifikasikan ke dalam berpikir tingkat rendah.

Matematika terdiri dari beberapa cabang ilmu, antara lain : matematika analisis, matematika aplikasi, matematika murni, matematika komputasi, matematika statistik, matematika ekonomi, matematika diskrit, dan lain sebagainya. Suatu pembelajaran tentang aplikasi dari Matematika Diskrit yang terkenal yaitu teori Graf. Teori graf mulai dikenal pada saat seorang matematikawan bangsa Swiss, bernama Leonhard Euler, berhasil mengungkap Misteri Jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Jembatan konigsberg merupakan jembatan yang berada diatas sungai Pregel di Konigsberg. Euler mencoba membuktikan kemungkinan untuk melewati keempat daerah di Konigsberg, yang terhubung dengan tujuh jembatan, tepat hanya dalam sekali waktu. Pembuktian Euler menyatakan bahwa hal itu tidak tepat sekali dan kembali lagi ke tempat semula, maka jumlah jembatan yang menghubungkan setiap daratan harus genap. Pembuktian Euler terhadap masalah ini merupakan awal mula lahirnya teori graf yang akhirnya memunculkan konsep-konsep lain untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan jembatan Konigsberg tersebut dapat dinyatakan dalam istilah graf (*graph*) dengan menentukan keempat daerah tersebut sebagai titik (*vertex*) dan ketujuh jembatan sebagai sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai.

Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, biasanya dengan istilah *vertex*, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau biasa dinyatakan dengan istilah *edge*. Graf adalah representasi objek-objek diskrit dan hubungan antara objek tersebut. Dengan bahasa sederhana, kita dapat mengungkapkan graf sebagai representasi visual yang menyatakan objek sebagai noktah, bulatan atau titik, sedangkan hubungan antara objek tersebut dinyatakan dengan garis atau sisi.

Beberapa aplikasi dari teori graf diantaranya; visualisasi sruktur kimia, permasalahan tentang jaringan komunikasi dengan beberapa stasiun yang dapat berkomunikasi. Selain itu, model-model dan aplikasi graf banyak digunakan pada model struktur ikata kimia, optimasi jaringan telepon, jaringan komputer, jaringan listrik, model papan sirkuit, penggambaran jaringan pipa air, jaringan listrik, ikatan kimia suatu molekul, jaringan network komputer, struktur hierarki

sosial, jalan raya yang menghubungkan antar kota dan lain - lain. Aplikasi dari teori graf yang berkembang saat ini yaitu mengenai pembuatan kode rahasia.

Pelabelan pada suatu graf adalah sebarang pemetaan atau fungsi yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan (biasanya bilangan bulat positif). Pelabelan graf dibagi dalam tiga kriteria;

1. Jika domain dari pemetaan adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labeling*);
2. Jika domainnya adalah sisi, maka disebut pelabelan sisi (*edge labeling*);
3. jika domainnya adalah wajah, maka disebut pelabelan wajah total (*face total labeling*).

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Sejak pertama kali diperkenalkan hingga saat ini, pelabelan graf banyak sekali mengalami perkembangan, baik untuk keperluan aplikasi maupun teoritis. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah super  $(a, d)$  - *face antimagic total labeling* atau pelabelan total super  $(a, d)$  - *face antimagic*.

*Face* merupakan wajah dari suatu graf. Wajah (*face*) dari suatu graf merupakan bagian muka yang tampak seperti bidang datar dari 1 subgraf. Graf yang memiliki wajah (*face*) adalah sejenis Graf Planar. Pelabelan total super  $(a, d)$  - *face antimagic* merupakan pelabelan total yang menjumlahkan seluruh label titik, sisi dan wajah (*face*) dari graf tersebut. Pelabelan total super  $(a, d)$  - *face antimagic* diawali dengan melabeli seluruh titik (simpul) graf terlebih dahulu dengan bilangan asli yang berurutan, kemudian dilanjutkan dengan melabeli seluruh sisi graf. Selanjutnya, melabeli seluruh wajah (*face*) dari graf sedemikian hingga bobot total wajah (*face*) dari graf tersebut membentuk barisan aritmatika, dengan suku pertama  $a$  dan beda  $d$ . Pelabelan ini diperkenalkan oleh Baca, dkk. Pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* belum banyak ditemui dalam penelitian sebelumnya. Sampai saat ini, pelabelan graf yang sering dijumpai yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, serta pelabelan selimut total (*covering*) sedangkan pelabelan total wajah (*face*) konektif dan diskonektif dari suatu graf sangat jarang dijumpai.

Pelabelan total wajah (*face*) terkait dengan pelabelan graf yang meliputi dari pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan wajah (*face*) suatu graf. Pelabelan total wajah (*face*) yang bertipe (1,1,1) merupakan jenis pelabelan yang meliputi dari pelabelan total selimut (1,1,0) dan pelabelan wajah (*face*) (0,0,1). Pelabelan total selimut merupakan pelabelan seluruh titik dan sisi dari suatu graf.

Penelitian sebelumnya, lebih banyak dikembangkan pada perluasan titik dari suatu graf lingkaran (*cycle*) atau yang biasa dinotasikan dengan  $C_n$  dengan  $n$  menyatakan perluasan titik dari suatu graf. Perluasan subgraf dari pelabelan *face* pada graf *shackle* sangat jarang dijumpai. Pelabelan total wajah (*face*) yang telah ditemukan pada penelitian sebelumnya yaitu pada graf *ladder*. Graf *ladder* (graf tangga) merupakan graf operasi  $K_2 \times P_n$  dan termasuk *family* dari graf lingkaran, sehingga graf *ladder* (graf tangga) juga dapat disebut graf *shackle* ( $C_4, e, n$ ). Pelabelan total wajah pada graf *ladder* (graf tangga), terdapat 1 sisi yang digunakan secara berulang, dinotasikan dengan  $e$  dan jumlah pengeksplanan dari wajah graf tersebut dinotasikan dengan dengan  $n$ .

Penelitian ini akan dikembangkan terkait pelabelan total wajah (*face*) pada graf (wellknown), yaitu Graf *Shackle* dari graf lingkaran dengan jumlah titik yang lebih banyak daripada graf yang ditemukan sebelumnya. Graf yang digunakan dalam penelitian ini yaitu Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ). Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ) termasuk graf *shackle* lingkaran  $C$  yang terdiri dari 5 titik ( $C_5$ ). Perluasan dari Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ) yaitu dengan menambahkan subgraf dari Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ) yang berupa Graf ( $C_5$ ), dan 1 sisi  $e$  dari subgraf tersebut yang digunakan berulang sebagai penghubung untuk memperluas (*expand*)  $n$  subgraf tersebut. Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ) adalah salah satu graf yang belum ditemukan pelabelannya yaitu pada pelabelan total super ( $a, d$ ) - *face antimagic*. Selain itu, Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ) memiliki wajah *face* yang jelas. Sehingga pada Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ) ini dapat dikembangkan pelabelan super ( $a, d$ ) - *face antimagic* total.

Penelitian ini akan mengkaji pelabelan super ( $a, d$ ) - *face antimagic* total pada Graf *Shackle* ( $C_5, e, n$ ). Selain itu peneliti akan menerapkan tahapan-tahapan pada Taksonomi Bloom dimulai dari mengingat dan menyebutkan pola, memahami dan menjelaskan teorema yang telah ditemukan sebelumnya, mene-

rapkan fungsi titik fungsi sisi, dan fungsi wajah (*face*), menganalisis fungsi titik, fungsi sisi, dan fungsi wajah (*face*), mengevaluasi yaitu melakukan pembuktian tentang pelabelan fungsi titik, fungsi sisi, dan fungsi wajah (*face*) pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , serta mencipta sebuah teorema sehingga pada penelitian ini penulis memilih judul ” ***Analisis Super  $(a, d)$  - Face Antimagic Total Labeling dari Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  dalam Kaitannya Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi***”

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. apakah Graf *Shackle* konektif  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(a, d)$ -*face antimagic* total labeling ?
2. apakah Graf *Shackle* diskonektif  $(C_5, e, n)$  memiliki super  $(a, d)$ -*face antimagic* total labeling?
3. bagaimana kaitannya pelabelan super  $(a, d)$ -*face antimagic* total dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dalam menciptakan keterampilan berpikir tingkat tinggi?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka dalam penelitian ini masalahnya dibatasi pada:

1. graf sederhana dan tidak berarah serta terdapat wajah (*face*) yang jelas dari graf tersebut.

## 1.4 Tujuan Penelitian

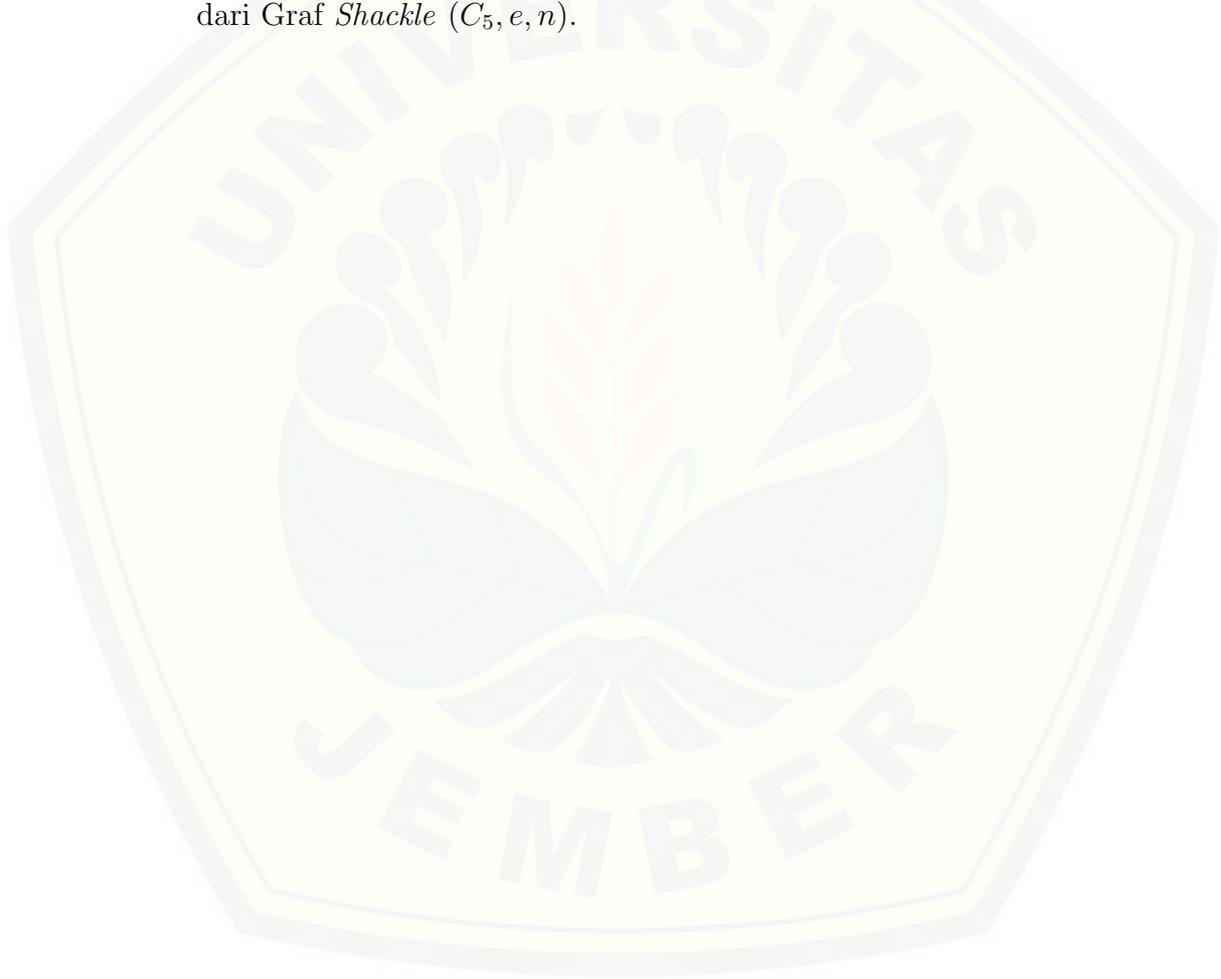
Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. menentukan fungsi bijektif super  $(a, d)$ -*face antimagic* total labeling dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  konektif;
2. menentukan fungsi bijektif super  $(a, d)$ -*face antimagic* total labeling dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  diskonektif;
3. mengetahui kaitannya pelabelan super  $(a, d)$ -*face antimagic* total dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dalam menciptakan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

1. menambah pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan graf, yaitu mengetahui fungsi bijektif pelabelan super  $(a,d)$ -*face antimagic* total dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  ;
2. memberikan motivasi pada peneliti lain untuk pelabelan super  $(a, d)$ -*face antimagic* total pada graf dari jenis yang lain;
3. hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan atau perluasan ilmu dalam masalah pelabelan super  $(a, d)$ -*face antimagic* total dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ .



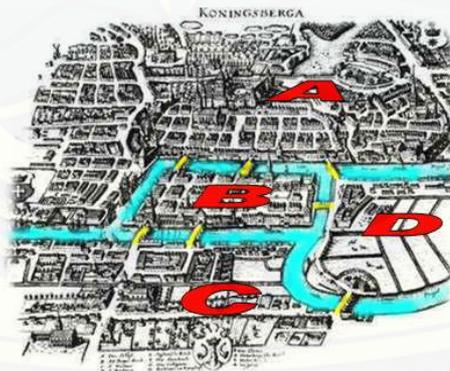
## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan disajikan beberapa landasan teori mengenai pengertian serta beberapa konsep - konsep dasar dalam teori graf untuk dapat digunakan dalam memecahkan masalah yang diteliti. Beberapa pengertian dasar tersebut, disajikan dalam bentuk definisi yang diambil dari beberapa sumber yang telah dipublikasikan seperti yang disebutkan dalam daftar pustaka.

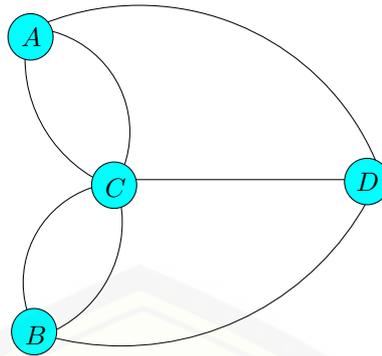
Sebuah graf  $G$  adalah pasangan  $(V, E)$  dimana  $V$  adalah himpunan tak kosong yang anggotanya disebut *verteks* dan  $E$  adalah himpunan yang anggotanya tak berurut dari *verteks*  $V$  yang disebut *edge*.

### 2.1 Terminologi Dasar Graf

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 ketika mencoba membuktikan untuk melewati empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel di Königsberg, Jerman. Masalah jembatan Königsberg tersebut dapat dinyatakan dalam istilah graf dengan menentukan keempat daerah itu sebagai titik (*vertex*) dan ketujuh jembatan sebagai sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai.



(Sumber: <http://www.galileo.org/math/puzzles/PartyInKönigsberg>)  
Gambar 2.1 Gambaran kota Königsberg



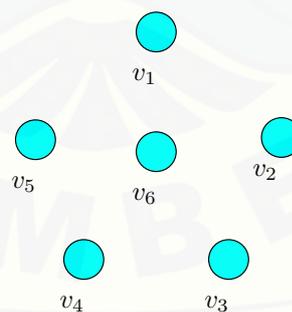
Gambar 2.2 Reresentasi graf permasalahan jembatan Königsberg

Secara matematis, graf didefinisikan sebagai berikut:

**Definisi 2.1** Graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V(G), E(G))$ , dimana  $V(G)$  adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan  $E(G)$  adalah sebuah himpunan ( mungkin kosong) dari pasangan tak terurut  $u, v$  dari titik  $u, v \in V(G)$  yang disebut sisi. (Slamin, 2009 : 11)

Sebuah graf  $G$  minimal terdiri dari himpunan titik (tanpa sisi), graf tanpa sisi ini disebut dengan graf kosong (*nullgraph*) dinotasikan dengan  $N_n$ , dimana  $n$  adalah jumlah titik pada graf.

Graf kosong (*null graph* atau *empty graph*) dinotasikan dengan  $N_n$ , dimana  $n$  adalah jumlah titik pada graf, adalah graf dengan  $E$  merupakan himpunan kosong. Gambar 2.3 mempresentasikan contoh graf kosong dengan 6 titik yang dinotasikan dengan  $N_6$ .

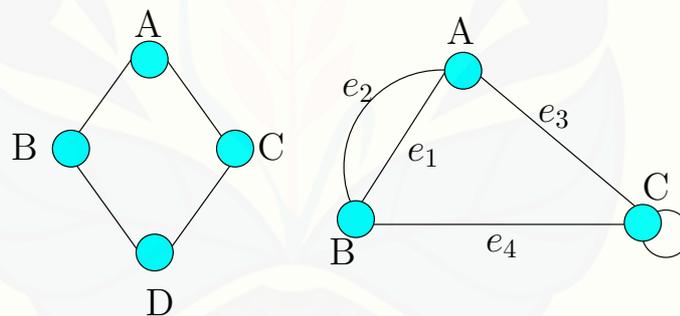


Gambar 2.3 Graf Kosong  $N_6$

Titik pada graf dapat dinomori dengan huruf, dengan bilangan asli, atau dengan menggunakan huruf dan angka (bilangan asli). Misalkan  $v_i$  dan  $v_j$  adalah titik pada suatu graf, maka sisi yang menghubungkan titik  $v_i$  dan  $v_j$  dinyatakan dengan pasangan  $(v_i, v_j)$  atau dengan lambang  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ .

Dari Definisi 2.1 dapat dinyatakan bahwa  $V$  tidak boleh kosong, tetapi  $E$  boleh kosong. Jadi, apabila terdapat sebuah graf yang tidak memiliki sisi tetapi memiliki sebuah titik saja, maka graf tersebut disebut **graf trivial** (Munir, 2012: 356).

Sebuah graf  $G$  didefinisikan sebagai sebuah pasangan himpunan  $(V(G), E(G))$ , dimana  $V(G)$  adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan  $E(G)$  adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut  $\{u, v\}$  dari titik-titik  $u, v \in V(G)$  yang sisi.  $V(G)$  disebut himpunan titik dari  $G$  dan  $E(V)$  disebut himpunan sisi dari  $G$ . Sebuah graf  $G$  mungkin mengandung *loop*, yaitu, sisi yang berbentuk  $\{u, v\}$ , dan / atau sisi ganda, yaitu, sisi yang menghubungkan sepasang titik yang sama lebih dari satu. Untuk menyederhanakan notasi, sebuah sisi  $\{u, v\}$  sering dinotasikan dengan  $uv$ .



Gambar 2.4 Dua buah Graf  $G_1$  dan  $G_2$

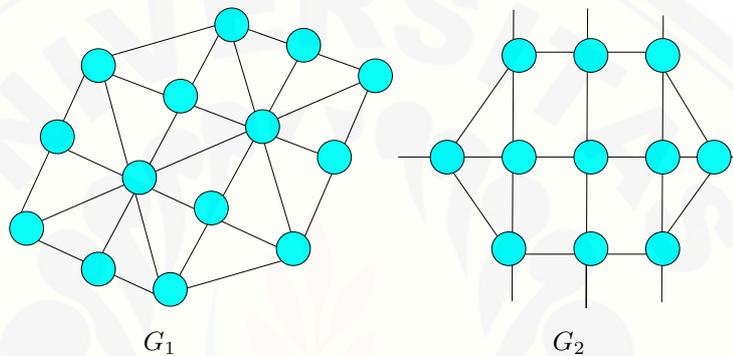
Contoh graf pada gambar 2.4 akan digunakan untuk memperjelas terminologi yang didefinisikan. Graf yang pertama,  $G_1$  adalah graf sederhana,  $G_2$  adalah graf semu yang mengandung sisi ganda maupun gelang. Kedua buah graf ini adalah graf tidak berarah. Untuk terminologi yang menyangkut graf berarah, contoh grafnya akan digambarkan pada waktu pembahasan.

## 2.2 Jenis - Jenis Graf

Berdasarkan sifatnya graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Pengelompokan graf dapat dipandang berdasarkan jumlah simpul yang dimilikinya, arah dan bobotnya serta ada tidaknya sisi ganda.

Berdasarkan jumlah simpul yang dimilikinya, graf digolongkan menjadi dua jenis, yaitu ;

1. Graf berhingga (*limited graf*) adalah graf yang jumlah simpulnya,  $n$  berhingga. Graf pada  $G_1$  Gambar 2.5 adalah contoh graf yang berhingga.

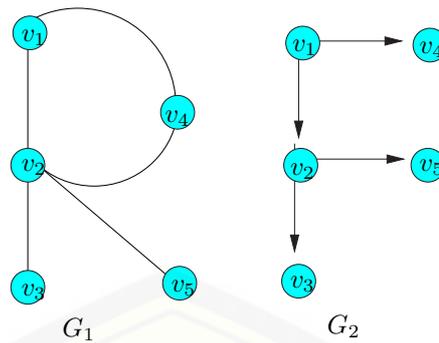


Gambar 2.5 Graf berhingga dan graf tak berhingga

2. Graf tak-berhingga (*unlimited graf*) adalah graf yang jumlah simpulnya,  $n$  tidak berhingga banyaknya disebut graf tak berhingga. Graf pada  $G_2$  Gambar 2.5 adalah contoh graf yang tak berhingga.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

1. Graf tak-berarah (*undirected graf*) adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah. Contoh graf  $G_1$  pada gambar 2.6 adalah graf tak berarah.
2. Graf berarah (*directed graf atau digraf*) adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. contoh graf  $G_2$  pada gambar 2.6 adalah graf berarah.



Gambar 2.6 Graf tak berarah dan graf berarah

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf sederhana (*simple graf*) adalah graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda. Contoh graf sederhana direpresentasikan dengan jaringan komputer. Pada graf sederhana sisi merupakan pasangan tak terurut. Jadi sisi  $(u, v)$  sama saja dengan  $(v, u)$ .
2. Graf tak-sederhana (*unsimple-graf / multigraf*) adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Graf tak sederhana dibagi menjadi dua macam, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sedangkan graf semu adalah graf yang mengandung gelang. Sisi pada graf semu dapat terhubung ke dirinya sendiri.

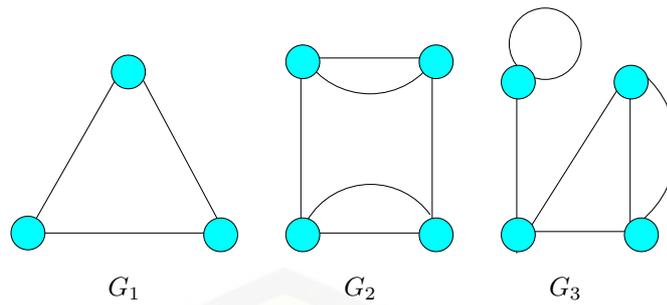
Pada Gambar 2.7 , graf  $G_1$  merupakan graf sederhana, graf  $G_2$  merupakan graf ganda, dan  $G_3$  merupakan graf semu.

### 2.3 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus. Keunikannya adalah graf khusus tidak isomorfis dengan graf lainnya. Karakteristik bentuknya dapat diperluas sampai order  $n$  tetapi simetris.

#### 2.3.1 Graf Khusus Populer

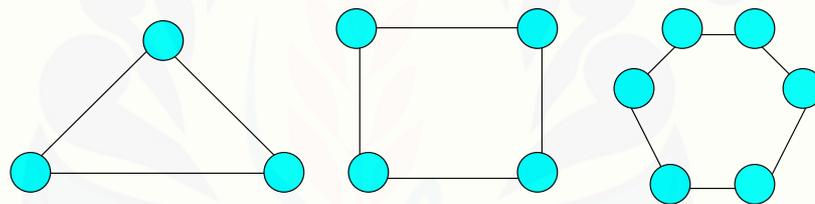
1. Graf siklus, dinotasikan dengan  $C_n$  adalah graf reguler yang berderajat dua, artinya pada graf siklus untuk setiap titiknya mempunyai derajat dua, se-



Gambar 2.7 Graf sederhana dan graf tak sederhana

hingga dalam graf siklus jumlah titik dan jumlah sisinya sama. Graf siklus  $C_n$  hanya dapat dibentuk dengan  $n \geq 3$ .

Jika simpul-simpul pada  $C_n$  adalah  $v_1, v_2, \dots, v_n$ , maka sisi-sisinya adalah  $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)$ , dan  $(v_n, v_1)$ . Dengan kata lain, ada sisi dari simpul terakhir,  $v_n$ , ke simpul pertama,  $v_1$ ; (Khusnul : 2015)



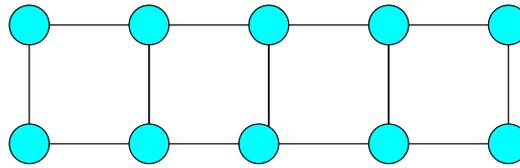
Gambar 2.8 Graf lingkaran  $C_3, C_4$  dan  $C_5$

2. Graf *Ladder* yang dilambangkan dengan  $L_n$  adalah sebuah graf yang berpadanan dengan  $K_2 \times P_n$  dengan titik  $V(L_n) = \{u_i, v_i : 1 \leq i \leq n\}$  dan  $E(L_n) = \{u_i u_{i+1}, v_i v_{i+1} : 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{u_i v_i : 1 \leq i \leq n\}$ .

Graf ladder mempunyai  $2n$  titik, dan  $3n - 2$  sisi. Gambar 2.9 menunjukkan satu contoh graf *Ladder* dengan  $n = 5$ .

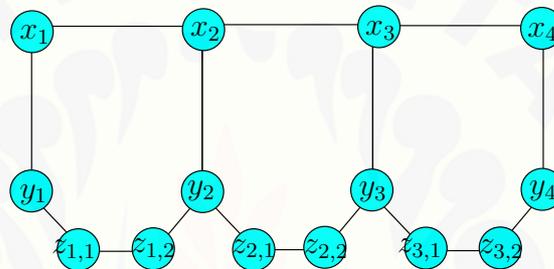
#### 2.4 Graf *Shackle* $(C_t, e, n)$

Secara umum, Graf *Shackle*  $(C_t, e, n)$  adalah salah satu *family* dari graf lingkaran (*cycle*) yang tersusun dari titik sejumlah  $t$  pada setiap wajah graf, de-



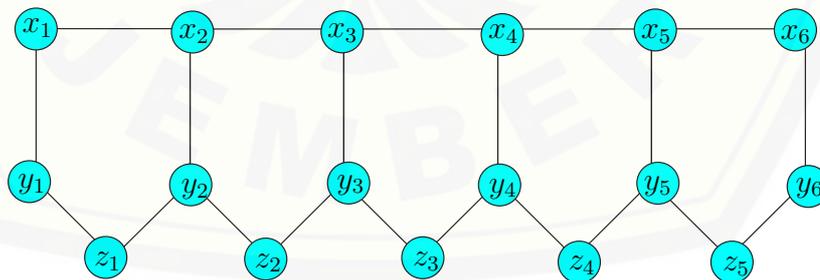
Gambar 2.9 Graf ladder  $L_5$

ngan 1 sisi atau *edge* ( $e$ ) yang digunakan secara berulang dan diperbanyak sejumlah  $n$ . Graf *Shackle*  $(C_t, e, n)$  memiliki  $V = \{x_i, y_i, 1 \leq i \leq n + 1\} \cup \{z_{i,j}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq t - 4\}$ ,  $E = \{x_i x_{i+1}, y_i z_i, y_{i+1} z_{i,2}, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i y_i, 1 \leq i \leq n + 1\} \cup \{z_{i,j} z_{i,j+1}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq t - 5\}$ . Berikut Gambar 2.10 dari Graf *Shackle*  $(C_t, e, n)$ .

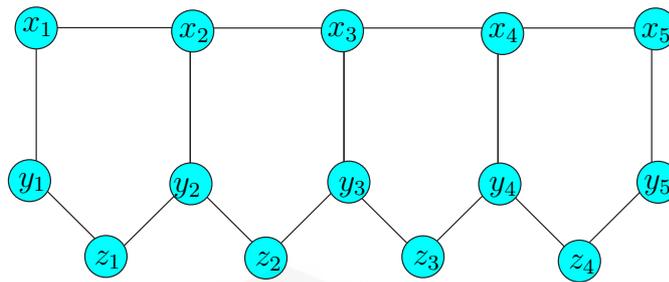


Gambar 2.10 Graf *Shackle*  $(C_t, e, n)$  dengan  $t = 6$  dan  $n = 3$

Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  merupakan Graf *Shackle*  $(C_t, e, n)$  dengan  $t = 5$ . Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  merupakan graf yang memiliki  $V = \{x_i, y_i, z_j, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq n\}$ ,  $E = \{x_i x_{i+1}, y_i z_i, y_{i+1} z_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i y_i, 1 \leq i \leq n + 1\}$ . Berikut Gambar 2.11 dan 2.12 dari Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ .



Gambar 2.11 Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dengan  $t=5$  dan  $n=5$

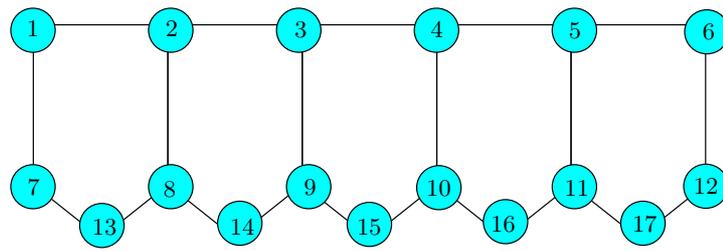
Gambar 2.12 Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dengan  $t = 5$   $n=4$ 

## 2.5 Pelabelan Graf

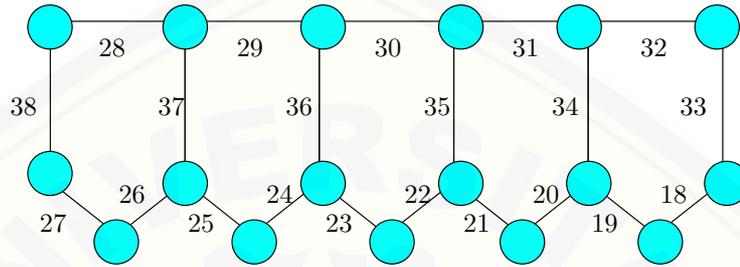
Pelabelan graf adalah suatu pemetaan (fungsi bijektif) yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf (titik dan sisi) ke himpunan bilangan bulat positif. Pemetaan disebut fungsi bijektif jika semua elemen pada graf dinomori dengan bilangan bulat positif yang berbeda. Secara umum, fungsi  $f$  yang memetakan himpunan  $A$  ke dalam  $B$  disebut fungsi satu-satu jika elemen-elemen yang berbeda dalam  $B$  ditetapkan ditetapkan dengan elemen-elemen yang berbeda dalam  $A$ , yaitu jika tak ada dua buah elemen dalam  $A$  yang mempunyai bayangan yang sama. Secara lebih singkat,  $f : A \rightarrow B$  adalah satu-satu jika  $f(a) = f(a')$  maka  $a = a'$ . Sehingga, fungsi yang memetakan himpunan elemen-elemen graf ke himpunan bilangan bulat positif disebut fungsi bijektif jika tidak ada dua buah elemen yang berbeda pada graf yang mempunyai bayangan yang sama atau dengan kata lain semua elemen pada graf dinomori dengan bilangan bulat positif yang berbeda. Secara matematik, definisi pelabelan graf dapat dituliskan sebagai berikut:

Pelabelan graf  $G = (V, E)$  adalah suatu pemetaan  $D \rightarrow N$ , dimana  $D$  : domain,  $N$  : himpunan label dari  $G$ . Jika,

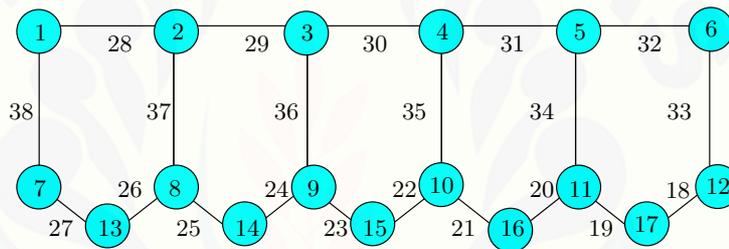
- ▶  $D = V$  maka disebut pelabelan titik
- ▶  $D = E$  maka disebut pelabelan sisi
- ▶  $D = V \cup E$  maka disebut pelabelan selimut total
- ▶  $D = F$  maka disebut pelabelan wajah (*face*)
- ▶  $D = V \cup E \cup F$  maka disebut pelabelan total wajah (*face*)



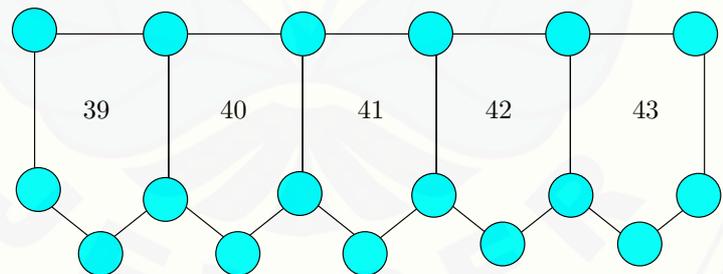
(a)



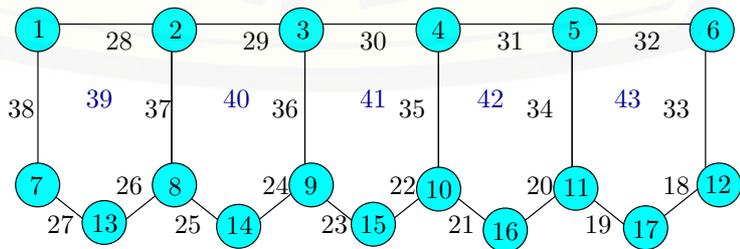
(b)



(c)



(d)



(e)

Gambar 2.13 (a) Pelabelan titik (b) Pelabelan sisi (c) Pelabelan selimut total (d) Pelabelan wajah (*face*) (e) Pelabelan total wajah (*face*)

## 2.6 Pelabelan selimut- $\mathcal{H}$ -antimagic

Suatu selimut dari  $G$  adalah  $H = \{H_1, H_2, H_3, \dots, H_k\}$  keluarga subgraf dari  $G$  dengan sifat setiap sisi di  $G$  termuat pada sekurang-kurangnya satu graf  $H_i$  untuk suatu  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ . Jika untuk setiap  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ ,  $H_i$  isomorfik dengan suatu subgraf  $H$ , maka  $H$  dikatakan suatu selimut- $H$  dari  $G$ . Selanjutnya dikatakan bahwa  $G$  memuat selimut- $H$ . (Putri R.H.P, 2014)

Misalkan  $H$  dalah selimut- $H$  yang memuat semua subgraf dari  $G$  yang isomorfik dengan  $H$ . Gutiérrez dan Lladó (2005) memperkenalkan pelabelan total  $\mathcal{H}$ -ajaib dengan menggunakan konsep selimut- $\mathcal{H}$ . Misalkan  $\beta : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, v_g + e_g\}$  adalah suatu fungsi injektif. Definisikan bobot- $H_i$ ,  $\beta(H_i)$  sebagai  $\beta(H_i) = \sum_{v \in V(H_i)} \beta(v) + \sum_{e \in E(H_i)} \beta(e)$ . Fungsi  $\beta$  disebut pelabelan  $H$ -ajaib, jika  $\{\beta(H_i) | H_i \in H\} = k_\beta$  untuk suatu bilangan bulat positif  $k_\beta$ . Kemudian,  $\beta$  dikatakan pelabelan  $H$ -ajaib super, jika  $\beta(V(G)) = \{1, 2, \dots, v_g\}$ . Selanjutnya, pelabelan total  $\mathcal{H}$ -ajaib yang terkait dengan selimut- $\mathcal{H}$  dinamakan *pelabelan selimut  $H - ajaib$* .

Pelabelan selimut- $\mathcal{H}$  anti ajaib (*antimagic*) graf  $G$  adalah pelabelan total  $\lambda$  dari  $V(G) \cup E(G)$  ke bilangan bulat  $\{1, 2, 3, \dots, |V(G) \cup E(G)|\}$ , untuk setiap subgraf  $H$  dari  $G$  yang isomorfik dengan  $\mathcal{H}$  dimana  $\sum H = \sum_{v \in V(H)} \lambda(v) + \sum_{e \in E(H)} \lambda(e)$  merupakan barisan aritmatika. Graf  $G$  dikatakan memiliki pelabelan  $\mathcal{H}$  anti ajaib super jika  $\{\lambda(v)\}_{v \in V} = \{1, \dots, |V|\}$ .

## 2.7 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Face Antimagic

Sebuah pelabelan wajah suatu graf disebut super-*antimagic* jika untuk setiap bilangan bulat positif  $s$ ,  $s$ -sisi bobot wajah membentuk deret aritmetika dengan di sebuah beda. Suatu graf  $G$  memiliki orde  $p$ , *size*  $q$  dan *face*  $s$  dapat dikatakan super  $(a, d)$  *face antimagic* total bilamana terdapat pemetaan dari  $f : V(G) \cup E(G) \cup F(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p + q + s\}$ , sedemikian hingga bobot totalnya  $W_f = \{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (s - 1)d\}$  dapat membentuk barisan aritmatika dengan suku awal  $a$ , bedanya  $d$  dan jumlah wajah sisinya  $s$ . Graf tersebut dapat dikatakan super apabila label terkecil yang mungkin muncul dalam label titik-titiknya.

Untuk mencari batas atas nilai beda  $d$  pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* dapat ditentukan dengan lemma berikut ini seperti berikut : (Farah, 2014).

**Lemma 2.8.** Jika graf  $(C_5, e, n)(V, E)$  adalah super  $(a, d)$  face antimagic total maka

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s - 1}$$

untuk  $s = |H_i|$ ,  $p_G = |V|$ ,  $q_G = |E|$ ,  $p_H = |V'|$ ,  $q_H = |E'|$

**Bukti** dimana  $a$  merupakan bobot selimut terkecil maka berlaku ;

$$1 + 2 + \dots + p_H + (p_G + 1) + (p_G + 2) + \dots + (p_G + q_H) + (p_G + q_G + 1) \leq a$$

$$\frac{p_H}{2}(1 + p_H) + \frac{q_H}{2}(p_G + 1 + p_G + q_H) + (p_G + q_G + 1) \leq a$$

$$\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} + (p_G + q_G + 1) \leq a$$

Sedangkan nilai terbesar berlaku

$$(s - 1)d \leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2} p_H + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H - 1}{2} q_H + (p_G + q_G + s) - a$$

$$(s - 1)d \leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2} p_H + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H - 1}{2} q_H + (p_G + q_G + s) - \left( \frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} + (p_G + q_G + 1) \right)$$

$$(s - 1)d \leq p_G p_H - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H q_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + s - \left( \frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} + 1 \right)$$

$$(s - 1)d \leq p_H p_G + q_H q_G - \frac{2p_H^2}{2} - \frac{2q_H^2}{2} - 1 + s$$

$$(s - 1)d \leq p_H p_G + q_H q_G - \frac{2p_H^2}{2} - \frac{2q_H^2}{2} - 1 + s$$

$$(s - 1)d \leq p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2 - 1 + s$$

$$(s - 1)d \leq (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H - 1 + s$$

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H - 1 + s}{s - 1}$$

Jadi, untuk  $s = |H_i|$ ,  $p_G = |V|$ ,  $q_G = |E|$ ,  $p_H = |V'|$ ,  $q_H = |E'|$  terbukti bahwa

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H - 1 + s}{s - 1}$$

## 2.8 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Face Antimagic pada Graf Shackle $(C_5, e, n)$

Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Face Antimagic pada Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  ini belum ada yang menemukan sebelumnya. Peneliti akan mencoba menemukan pelabelannya dengan menggunakan teknik berikut ini :

1. menentukan kardinalitas pada Graf Shackle  $(C_5, e, n)$
2. menentukan deret  $(d)$  dari Graf Shackle  $(C_5, e, n)$
3. menentukan label titik ,sisi dan wajah pada Graf Shackle  $(C_5, e, n)$
4. dengan melihat pola pelabelan, langkah selanjutnya adalah menentukan fungsi bijektif dengan domain bilangan bulat positif  $1, 2, 3, \dots, p$ ; item selanjutnya menghitung bobot sisi hingga membentuk barisan aritmatika dengan beda tertentu;

## 2.9 Barisan Aritmatika

Barisan yang dibentuk dengan cara mengoperasikan ( menambah atau mengurangi ) suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap tertentu dikatakan sebagai barisan aritmatika.

$$(a) 21, 24, 27, 30, 33, \dots$$

$$(b) 56, 46, 36, 26, 16, \dots$$

Barisan  $(a)$  mempunyai beda,  $b = 3$ . Barisan  $(a)$  disebut barisan aritmetika naik karena nilai suku-sukunya makin besar. Barisan  $(b)$  mempunyai beda,  $b = -10$ . Barisan  $(b)$  disebut barisan aritmetika turun karena nilai suku-sukunya makin kecil. Suatu barisan  $U_1, U_2, U_3, \dots$  disebut barisan aritmetika jika selisih dua suku yang berurutan adalah tetap. Nilai untuk menentukan suku ke- $n$  dari barisan aritmetika. perhatikan kembali contoh barisan  $(a)$ .  $21, 24, 27, 30, 33, \dots$ . Misalkan  $U_1, U_2, U_3, \dots$  adalah barisan aritmetika tersebut maka

$$U_1 = 21 = 21 + 3(0)$$

$$U_2 = 24 = 21 + 3 = 21 + 3(1)$$

$$U_3 = 27 = 21 + 3 + 3 = 21 + 3(2)$$

...

$$U_n = 21 + 3(n - 1)$$

Secara umum, jika suku pertama ( $U_1$ ) =  $a$  dan beda suku yang berurutan adalah  $b$  maka dari rumus  $U_n = 21 + 3(n - 1)$  diperoleh 21 adalah  $a$  dan 3 adalah  $b$ . Oleh sebab itu, suku ke- $n$  dapat dirumuskan

$$U_n = a + b(n - 1)$$

Barisan aritmetika yang mempunyai beda positif disebut barisan aritmetika naik, sedangkan jika bedanya negatif disebut barisan aritmetika turun.

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$  disebut barisan aritmatika, jika  $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = U_n - U_{n-1} = \text{konstanta}$ .

## 2.10 Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem

Aksioma adalah proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi. Teorema adalah proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah lemma dan *corollary* (akibat). Lemma adalah teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain. Lemma biasanya tidak menarik namun berguna pada pembuktian proposisi yang lebih kompleks, yang dalam hal ini pembuktian tersebut dapat lebih mudah dimengerti bila menggunakan sederetan lemma, setiap lemma dibuktikan secara individual. *Corollary* (akibat) adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan *corollary* adalah teorema yang mengikuti dari teorema lain. Konjektur adalah sebuah proposisi yang dipradugakan sebagai hal yang nyata, benar, atau asli, sebagian besarnya didasarkan pada landasan inkonklusif (tanpa simpulan). Konjektur bertentangan dengan hipotesis (oleh karenanya bertentangan pula dengan teori, aksioma, atau prinsip), yang merupakan pernyataan yang mengandung perjanjian menurut landasan yang dapat diterima. Di dalam matematika, konjektur adalah proposisi yang tidak terbukti atau tidak memerlukan bukti atau juga teorema yang dianggap pasti benar adanya. *Open problem* (masalah terbuka atau pertanyaan terbuka) adalah beberapa masalah yang dapat secara akurat dinyatakan, dan

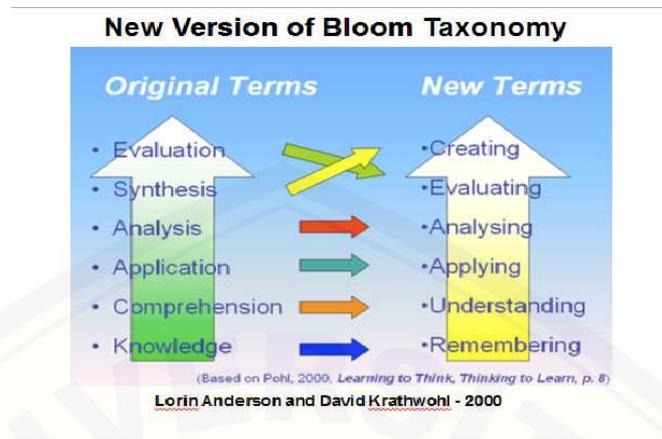
belum diselesaikan (tidak ada solusi untuk diketahui).

### 2.11 Berpikir Tingkat Tinggi

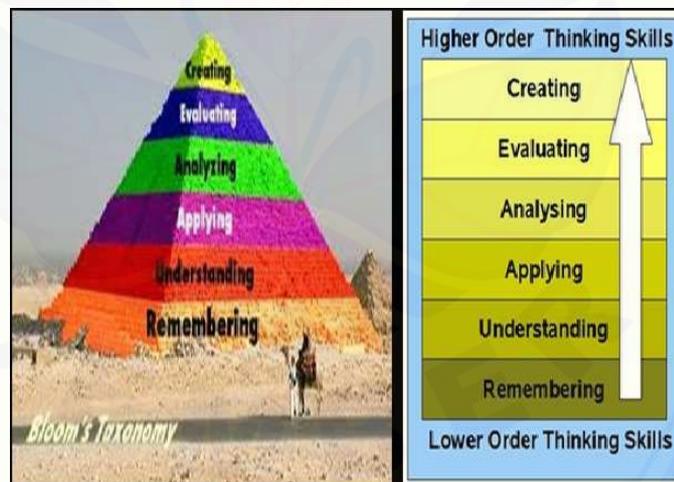
Berpikir adalah proses yang membentuk representasi mental baru melalui transformasi informasi ke dalam interaksi kompleks dari atribusi mental yang mencakup pertimbangan, pengabstrakan, penalaran, penggambaran, pemecahan masalah logis, pembentukan konsep. Sedangkan menurut Santrock (2008),berpikir melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Kita berpikir untuk membentuk konsep, menalar, berpikir secara kritis membuat keputusan, berfikir secara kreatif dan memecahkan masalah.

Kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan kemampuan menghubungkan, memanipulasi, dan mentransformasi pengetahuan serta pengalaman yang dimiliki untuk berpikir secara kritis dan kreatif dalam upaya menentukan keputusan dan memecahkan masalah pada situasi baru. Berpikir Tingkat Tinggi terjadi ketika seseorang mengambil informasi baru dan informasi yang tersimpan dalam memori dan saling terhubung atau menata kembali dan memperluas informasi ini untuk mencapai tujuan atau menemukan jawaban yang dari sebuah permasalahan.

Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir tingkat tinggi. Pemikiran ini didasarkan bahwa beberapa jenis pembelajaran memerlukan proses kognisi yang lebih dari pada yang lain, tetapi memiliki manfaat-manfaat lebih umum (Lewy, 2009:15). Taksonomi Bloom yang digambarkan dalam gambar 2.14 memuat enam level : mengingat(*remembering*),memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*) dan mencipta (*creating*). Kebiasaan berpikir akan memacu munculnya kreativitas, inovasi, dan kecerdasan. Semakin tinggi level berpikir seseorang dikatakan semakin tinggi pula keterampilan berpikir. Sebaliknya semakin rendah level berpikir seseorang dikatakan semakin rendah pula keterampilan berpikirnya.



Gambar 2.14 Tahapan Taksonomi Bloom



Gambar 2.15 Tahapan Taksonomi Bloom

Dengan demikian yang dimaksud dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi (*High Order Thinking Skill*) adalah bila seseorang memenuhi tahapan minimal di level 4. Taksonomi Bloom meliputi: Pengetahuan, Pemahaman, Aplikasi, Analisis, Sintesis, dan Evaluasi. Yang telah direvisi menjadi tahapan Taksonomi Bloom yang baru yakni: mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, mengkreasi.

Berikut ini adalah penjelasan dan pilihan kata kerja kunci dari ranah kognitif yang telah direvisi: (Utari, R : 2012)

1. mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi/ pengetahuan yang tersimpan di dalam ingatan. Kata kerja kuncinya: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.
2. memahami adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian/ makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik/ diagram. Kata kerja kuncinya: Menerangkan, menjelaskan, menterjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.
3. menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktekkan.
4. menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisihkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan.
5. mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: menilai, meng-

evaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi.

6. mengkreasi adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinal. Kata kerja kuncinya: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.



## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan aksioma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  yang tunggal maupun gabungan saling lepasnya. Penelitian ini, terlebih dahulu akan ditentukan nilai beda  $d$  pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , selanjutnya nilai beda  $d$  tersebut diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ . Jika terdapat pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic, maka akan dirumuskan bagaimana pola pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  tersebut dengan menggunakan metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) untuk menentukan pola umumnya.

Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai beda ( $d$ ) pada gabungan saling lepas (diskonektif) Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , selanjutnya nilai  $d$  tersebut diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic pada gabungan saling lepas (diskonektif) Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ . Jika terdapat pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic, maka akan dirumuskan bagaimana pola pelabelan total super  $(a, d)$ -face antimagic pada gabungan saling lepas (diskonektif) Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  tersebut dengan menggunakan metode yang sama untuk menentukan pola umumnya.

### 3.2 Definisi Operasional

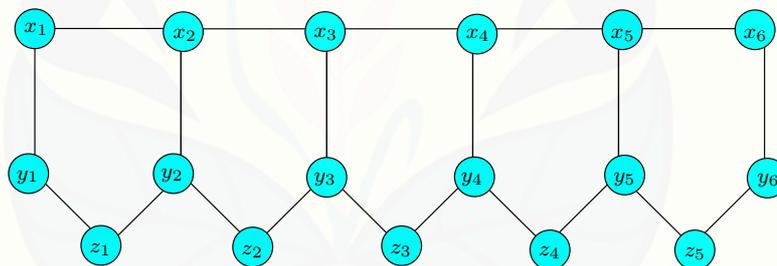
Definisi operasional variabel digunakan untuk memberikan gambaran secara sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Definisi operasional variabel yang dimaksud adalah sebagai berikut:

### 3.2.1 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Face Antimagic

Suatu graf  $G$  memiliki orde  $p$ , size  $q$  dan face  $s$  dapat dikatakan super  $(a, d)$ -face antimagic total labeling bilamana terdapat pemetaan dari  $f : V(G) \cup E(G) \cup F(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p + q + s\}$ , sedemikian hingga bobot totalnya  $W_f = \{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (s - 1)d\}$  dapat membentuk barisan aritmatika dengan suku awal  $a$ , bedanya  $d$  dan jumlah wajah sisinya  $S$ . Graf tersebut dapat dikatakan super apabila label terkecil yang mungkin muncul dalam label titik-titiknya.

### 3.2.2 Graf Tunggal dari Graf Shackle $(C_5, e, n)$ (Konektif)

Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  adalah salah satu family dari graf lingkaran (cycle). Subgraf dari Shackle  $(C_5, e, n)$  adalah Graf  $(C_5)$  yang terdiri dari 5 titik dan 5 sisi. Perluasan dari Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  adalah selalu menambahkan subgrafnya ke samping kanan dari subgraf yang pertama, dan menggunakan 1 sisi yang berulang sebagai penghubung subgraf 1 ke subgraf berikutnya. Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  merupakan graf yang memiliki  $V = \{x_i, y_i, z_j, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq n\}$ ,  $E = \{x_i x_{i+1}, y_i z_i, y_{i+1} z_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i y_i, 1 \leq i \leq n + 1\}$ . Berikut Gambar 3.1 dari Graf Shackle  $(C_5, e, n)$ .

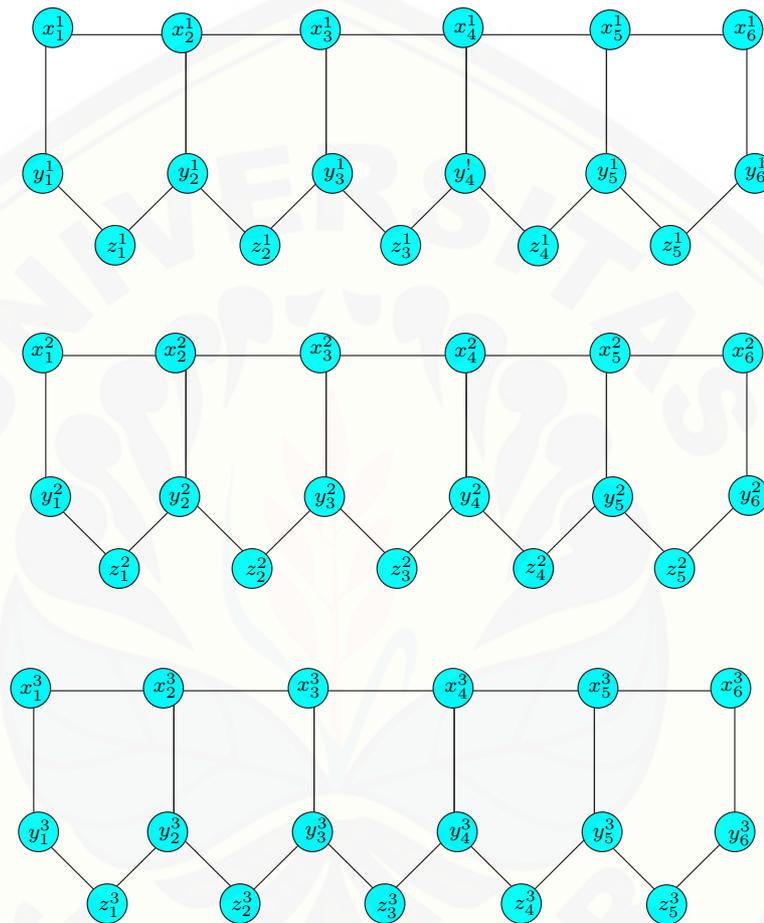


Gambar 3.1 Graf Shackle  $(C_5, e, n)$  konektif

### 3.2.3 Gabungan Saling Lepas Graf Shackle $C_5, e, n$ (Diskonektif)

Gabungan saling lepas Graf Shackle  $(mC_5, e, n)$  didefinisikan sebagai gabungan diskonektif dari sebanyak  $m$  salinan Graf Shackle  $(mC_5, e, n)$ , yang mempunyai himpunan titik sebagai berikut ;  $V(mC_5, e, n) = \{x_i^k, y_i^k, z_j^k; 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq n, 1 \leq k \leq m\}$  dan himpunan sisi  $E(mC_5, e, n) = \{x_i^k x_{i+1}^k, y_i^k z_i^k, y_{i+1}^k z_i^k, 1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq m\} \cup \{x_i^k y_i^k, 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq k \leq m\}$

Dalam penelitian ini peneliti akan membatasi pada  $(mC_5, e, n)$  untuk  $m \geq 3$ .



Gambar 3.2 Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  diskonektif

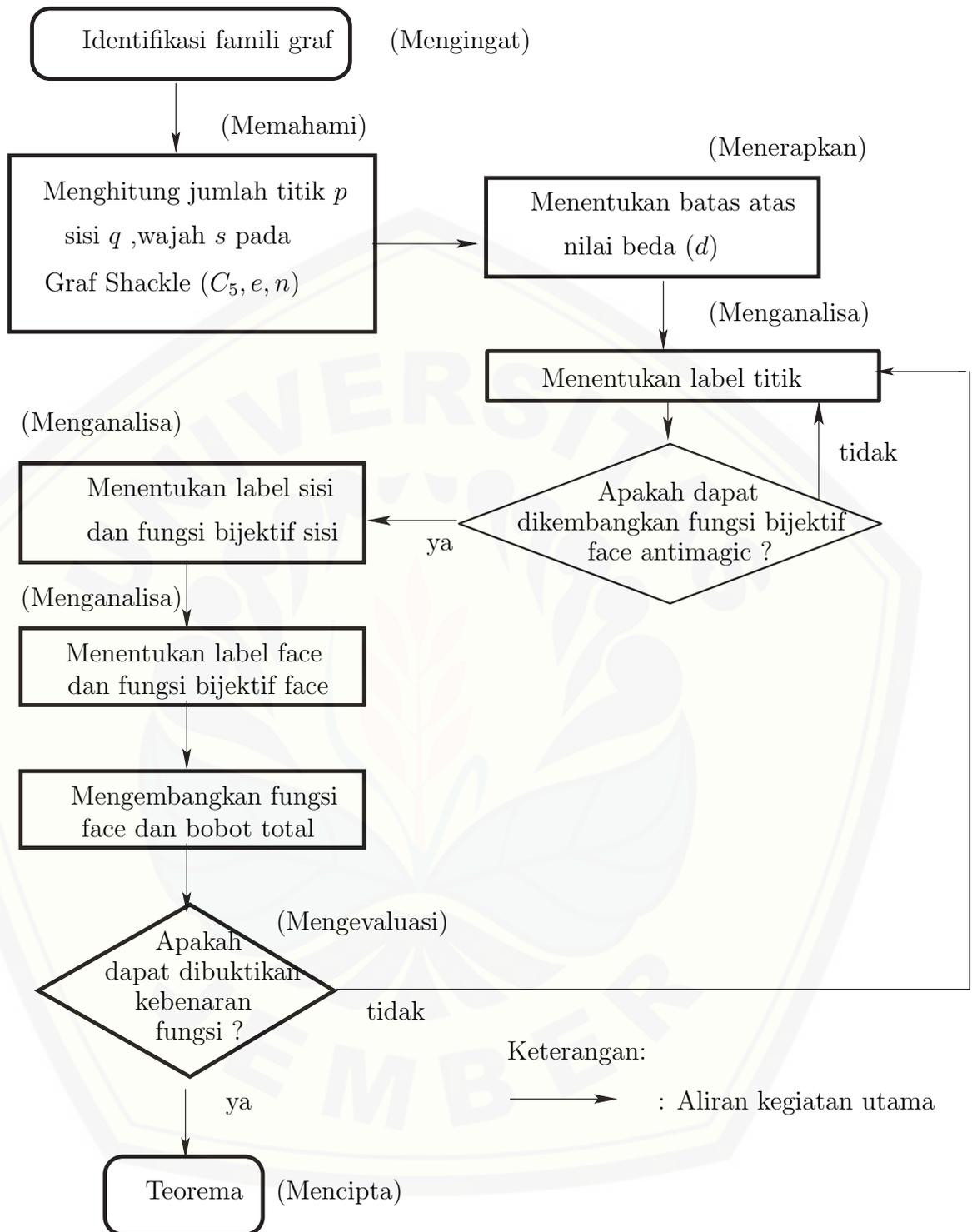
### 3.3 Teknik Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  baik yang tunggal maupun gabungan saling lepasnya, jika pada graf tersebut ditemukan pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* maka dilanjutkan dengan pendeteksian pola (*pattern recognition*).

Adapun teknik penelitian untuk Super  $(a, d)$ -*Face Antimagic* total Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  adalah sebagai berikut:

1. mengidentifikasi famili pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
2. menghitung jumlah titik  $p$ , jumlah sisi  $q$  dan jumlah wajah *face*  $q$  pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
3. menentukan batas atas nilai beda  $d$  pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
4. menentukan label titik, sisi dan wajah (*face*) pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
5. apabila pelabelan berlaku untuk beberapa graf baik secara *heuristik* maupun *deterministik* maka dikatakan pelabelan itu *expandable* sehingga dilanjutkan dengan mengembangkan fungsi bijektif pada Graf *Shackle*  $C_5$ ;
6. menentukan fungsi bijektif pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
7. mengembangkan pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  dan bobot total pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
8. membuktikan kebenaran fungsi pada graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ ;
9. menemukan teorema.

Penelitian ini akan menemukan berbagai pola pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* dengan berbagai nilai awal  $a$  serta nilai beda  $d$  yang ditentukan berdasarkan Lemma tentang pelabelan total wajah (*face*). Sehingga penelitian ini juga dapat dinyatakan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -*face antimagic* pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ . Teknik penelitian yang dilakukan pada gabungan saling lepas Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  juga sama dengan teknik penelitian seperti yang telah disebutkan di atas namun teknik tersebut diterapkan pada gabungan saling lepas Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ . Secara umum, langkah-langkah penelitian di atas dapat juga disajikan dalam bagan diagram alir pada Gambar 3.3.



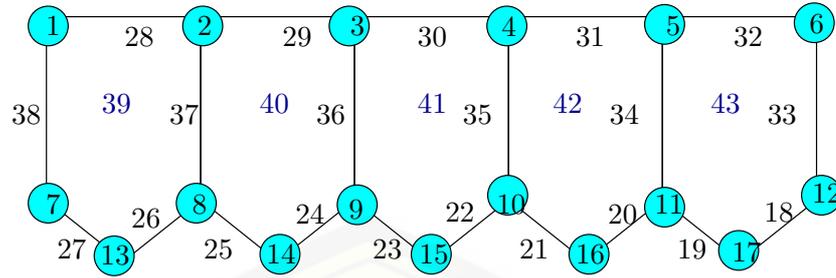
Gambar 3.3 Rancangan Penelitian

### 3.4 Observasi

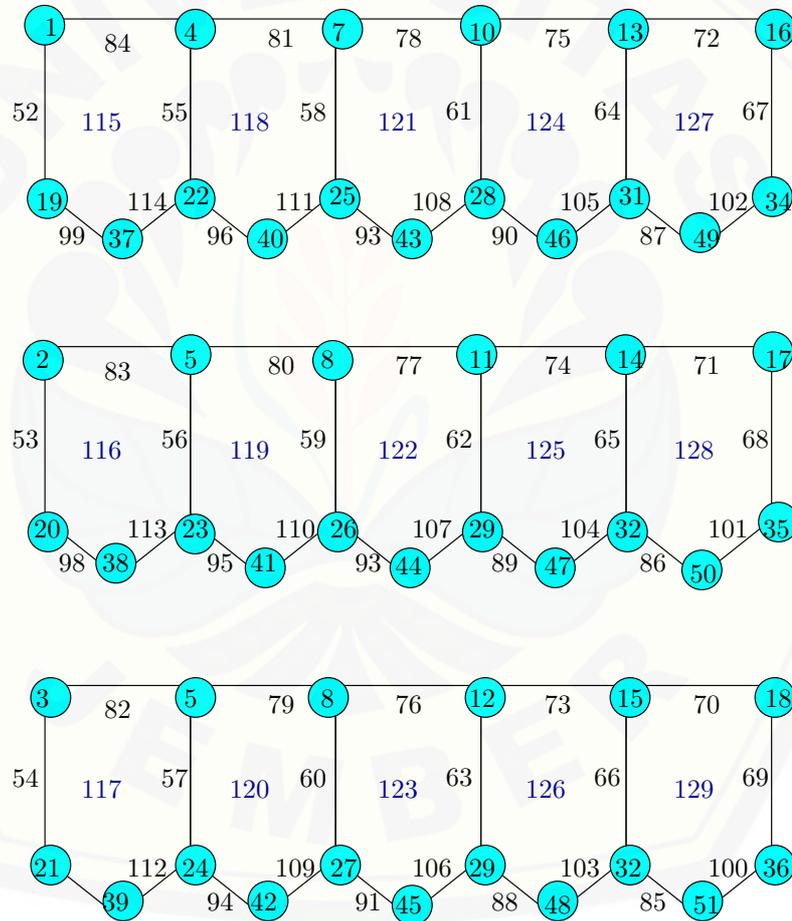
Sebelum penelitian lanjutan pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , telah dilakukan observasi awal untuk nilai  $m$  dan  $n$  tertentu sebagai pedoman untuk menduga super  $(a, d)$  - *face antimagic total labeling* serta menentuka pola pelabelannya. Setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan pola pelabelan titik pada Graf *Shackle* konektif  $(C_5, e, n)$ , antara lain dengan beberapa tahapan berikut beserta kaitannya dengan proses berpikir berdasarkan Taksonomi Bloom: 1) mengingat definisi dan teorema yang telah dibuktikan pada pelabelan total *face* (tahap mengingat), 2) memahami definisi dan teorema tersebut (tahap memahami), 3) menggunakan definisi dan teorema pada pelabelan total *face* yaitu mencari pelabelan titik dan pelabelan *face* Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  (tahap menerapkan), 4) tahap penerapan ini dimulai dengan melabeli titik  $x_1, x_2, x_3, x_4, y_5, y_6$ , 5) kemudian titik  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ , 6) label selanjutnya yaitu titik  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  7) dilanjutkan dengan pelabelan sisi pada Graf *Shackle* pelabelan total wajah *face* Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , dimulai dari jumlah titik ( $p$ ) ditambah 1, 8) dilanjutkan dengan pelabelan wajah (*face*) pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ , dimulai dari jumlah sisi ( $q$ ) ditambah 1, 9) tahapan pelabelan diskonektif Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  sama dengan tahapan pelabelan konektif hanya berbeda pengurutannya.

Berdasarkan tahapan-tahapan tersebut, telah ditemukan pelabelan total wajah *face* untuk Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  konektif, kemudian observasi untuk menemukan beberapa pelabelan total wajah *face* untuk Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  diskonektif. Gambar 3.4 3.5 merupakan observasi awal yaitu pelabelan total *face* pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$ .

Penulis dapat melanjutkan observasinya untuk pelabelan total *face* pada Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  konektif dan diskonektif  $(mC_5, e, n)$  untuk nilai  $m$  dan  $n$  tertentu. Observasi selanjutnya akan mengikuti tahapan-tahapan taksonomi Bloom yang telah direvisi.



Gambar 3.4 observasi awal Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  konektif



Gambar 3.5 observasi awal Graf *Shackle*  $(C_5, e, n)$  diskonektif