



**ANALISIS KONEKSI PELANGI PADA GRAF KHUSUS
DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR
TINGKAT TINGGI**

SKRIPSI

Oleh

**Husnul Hotimah
NIM 110210101095**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2015



**ANALISIS KONEKSI PELANGI PADA GRAF KHUSUS
DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR
TINGKAT TINGGI**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Husnul Hotimah
NIM 110210101095

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2015



**ANALISIS KONEKSI PELANGI PADA GRAF KHUSUS
DALAM MENGASAH KETERAMPILAN BERPIKIR
TINGKAT TINGGI**

SKRIPSI

Oleh

**Husnul Hotimah
NIM 110210101095**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.
Dosen Penguji 1 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
Dosen Penguji 2 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2015

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan suatu kebahagiaan penggalan bait dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

1. Ibunda tercinta Dawilah, Ayahanda Mislan, serta Kakaku Arik Fahriyanto yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayang serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita yang senantiasa memberikan dorongan, semangat, dan doa selama masa studiku;
2. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Prof. Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;
3. Program Banyuwangi Cerdas yang membantuku dalam perjalanan perkuliahan;
4. Teman-teman d'Brandal (Habibi, Riska, Haqi, Dwi, Arum, Arif, Fauzy, Fajri, Finda, Dini, Gathut, Inung), terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;
5. Teman-Teman CGANT (Ridho, Agnes, Inge, Sindy, Riski Titi, dan penggiat graf lainnya) kalian mengajarkan bahwa perbedaan bukan alasan untuk tidak saling membantu
6. Teman-teman angkatan 2011 FKIP Matematika yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan,
7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا لَهَا مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا
اَكْتَسَبَتْ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِنْ نَسِينَا أَوْ أَخْطَأْنَا رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ
عَلَيْنَا إِصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُ عَلَى الَّذِينَ مِنْ قَبْلِنَا رَبَّنَا وَلَا تُحَمِّلْنَا
مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِ ۗ وَاعْفُ عَنَّا وَارْحَمْنَا أَنْتَ مَوْلَانَا
فَانصُرْنَا عَلَى الْقَوْمِ الْكَافِرِينَ ﴿٢٨٦﴾

” Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya. Ia mendapat pahala (dari kebajikan) yang diusahakannya dan ia mendapat siksa (dari kejahatan) yang dikerjakannya. (Mereka berdoa): ”Ya Tuhan kami, janganlah Engkau hukum kami jika kami lupa atau kami tersalah. Ya Tuhan kami, janganlah Engkau bebankan kepada kami beban yang berat sebagaimana Engkau bebankan kepada orang-orang sebelum kami. Ya Tuhan kami, janganlah Engkau pikulkan kepada kami apa yang tak sanggup kami memikulnya. Beri maafilah kami, ampunilah kami, dan rahmatilah kami. Engkaulah penolong kami, maka tolonglah kami terhadap kaum yang kafir.” (QS. Al Baqarah: 286)

” Banyak kegagalan dalam hidup ini dikarenakan orang-orang tidak menyadari betapa dekatnya mereka dengan keberhasilan saat mereka menyerah.”

(Thomas Alva Edison)

”Menuntut ilmu adalah taqwa, menyampaikan ilmu adalah ibadah, mengulang-ulang ilmu adalah zikir, dan mencari ilmu adalah jihad.”

(Imam Al Ghazali)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Husnul Hotimah

NIM : 110210101095

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 26 Maret 2015

Yang menyatakan,

Husnul Hotimah

NIM. 110210101095

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Selasa

Tanggal : 31 Maret 2015

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S. Si., M.Sc.

Prof. Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP.19700307 199512 2 001

NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota I,

Anggota 2,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP.19680802 199303 1 004

NIP. 19820529 200912 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Husnul Hotimah, 110210101095; 2015: halaman; 87, Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Saat ini, kajian mengenai teori graf terus berkembang, salah satunya yaitu koneksi pelangi pada graf khusus dan kaitannya dalam aplikasinya pada analisis sintaksis ruang serta keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam analisis koneksi pelangi. Sintaksis ruang mempergunakan konsep jarak yang disebut kedalaman (*depth*) yang diukur dalam langkah (*step*) yang disebut jarak topologis atau *topological distance* (Hillier et al: 1987). Keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam Taksonomi Bloom diklasifikasikan mulai tahap mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta.

Graf khusus adalah graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus. Ada 12 graf khusus dalam penelitian ini. terdiri dari Graf Bipartit, Graf Prisma, 2 Graf Amalgamasi, dan 8 Graf *Shack*. Konsep koneksi pelangi diterapkan pada graf khusus. Konsep koneksi pelangi pada graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 2006 oleh Chartrand dkk. Misalkan $G = (V(G), E(G))$ sebuah graf terhubung tidak trivial. Suatu pewarnaan terhadap sisi-sisi di G didefinisikan sebagai $f : E(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, k\}, k \in N$, dimana dua sisi yang bertetangga boleh berwarna sama. Suatu lintasan $u - v$ P di G merupakan lintasan pelangi (*rainbow path*) jika tidak ada dua sisi di lintasan yang berwarna sama. Graf G disebut *rainbow connected* atau koneksi pelangi dengan pewarnaan f jika G memuat suatu *rainbow $u-v$ path* untuk setiap dua titik $u, v \in G$. Dalam hal ini, pewarnaan f dikatakan *rainbow coloring* atau pewarnaan pelangi di G . Jika terdapat k warna di G maka f dikatakan pewarnaan k pelangi minimum k sehingga terdapat pewarnaan k pelangi di G disebut *rainbow connection number* atau koneksi pelangi, ditulis $rc(G)$. Suatu pewarnaan pelangi yang menggunakan $rc(G)$ warna dikatakan nilai koneksi pelangi minimal di G .

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada tentang nilai batas bawah dan batas atas, kemudian diterapkan dalam penentuan warna pada setiap sisi graf dengan fungsi $f : E(G) \rightarrow 1, 2, 3, \dots, n$. Hasil penelitian ini berupa teorema baru mengenai koneksi pelangi pada graf khusus. Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Bipartit $K_{n,n}$ adalah 2.
2. Untuk $n \geq 4$, nilai koneksi pelangi dari graf Amal (W_4, C_4) adalah 2.
3. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Prisma $D_{3,n}$ adalah n .
4. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Amalgamasi Prisma $(D_{4,2}, e, n)$ adalah $n+3$.
5. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (TB_3, v, n) adalah n .
6. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* $(K_1 + K_4, v, n)$ adalah n .
7. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (F_4, v, n) adalah $3n$.
8. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (CL_6, v, n) adalah $3n$.
9. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (W_6, P_2, n) adalah $2n$.
10. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (TC_3, v, n) adalah $2n$.
11. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (KC, v, n) adalah $3n$.
12. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (CW_5, v, n) adalah $3n$.

Dari kajian diatas ada beberapa yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem yaitu bagaimana mengaplikasikan koneksi pelangi pada graf sebarang dan implementasi *line graph* pada *J-graph*.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 26 Maret 2015

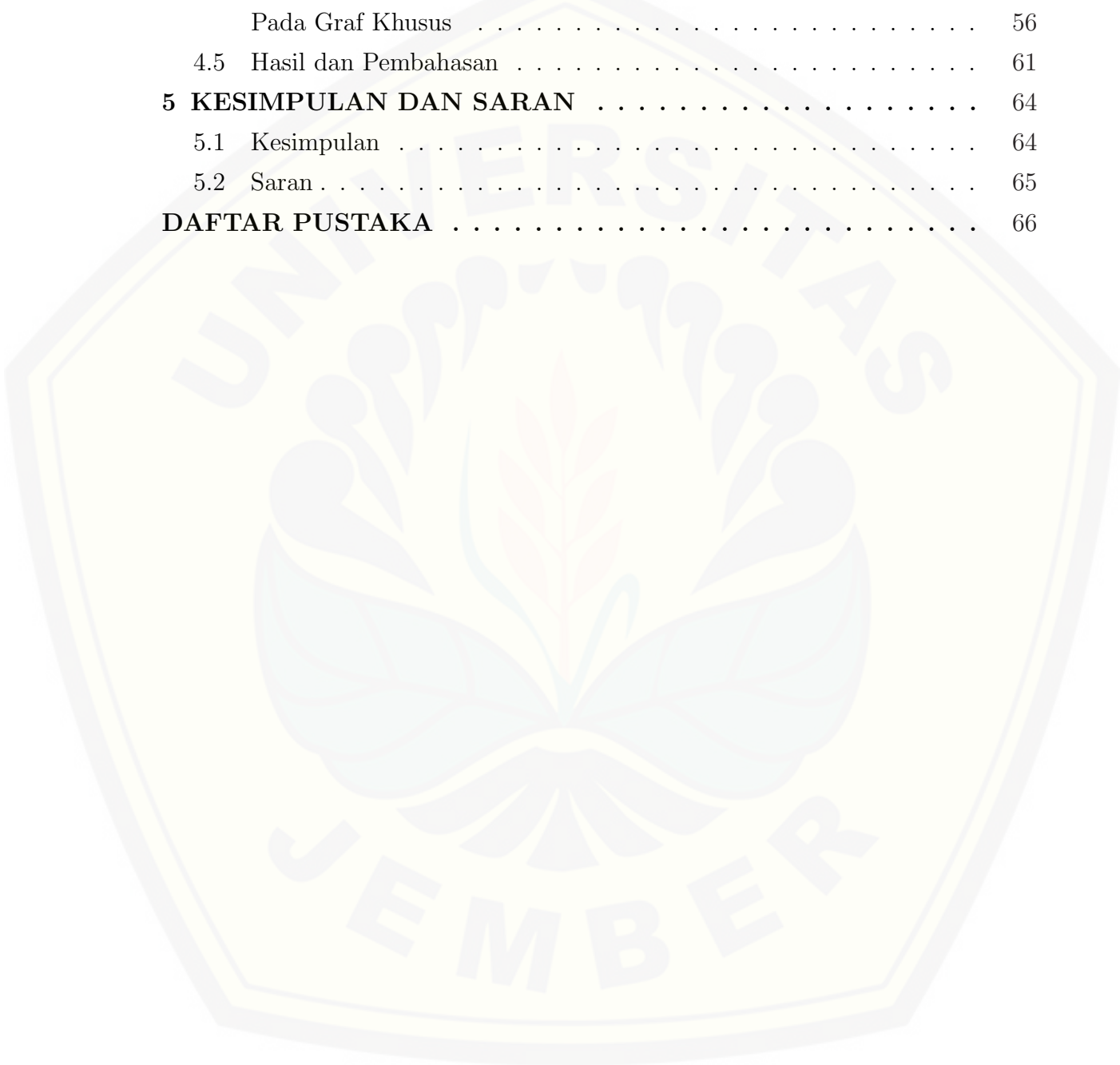
Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Terminologi Dasar Graf	6
2.2 Graf Khusus	7
2.3 Sintaksis Ruang	13
2.4 Koneksi Pelangi	18
2.5 Berpikir Tingkat Tinggi	19
3 METODE PENELITIAN	24
3.1 Jenis Penelitian	24
3.2 Metode Penelitian	24
3.3 Definisi Operasional	24
3.4 Rancangan Penelitian	25
4 HASIL DAN PEMBAHASAN	27

4.1	Koneksi Pelangi pada Sembarang Graf Khusus	27
4.2	Aplikasi Teknik Konstruksi Graf dalam Topologi Jalan Kota Banyuwangi	51
4.3	Penerapan Koneksi Pelangi pada Topologi Jalan Kota Banyuwangi	54
4.4	Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Dalam Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus	56
4.5	Hasil dan Pembahasan	61
5	KESIMPULAN DAN SARAN	64
5.1	Kesimpulan	64
5.2	Saran	65
	DAFTAR PUSTAKA	66



DAFTAR GAMBAR

2.1	Representasi Jembatan Konigsberg	6
2.2	Dua buah Graf G_1 dan G_2	7
2.3	Graf lengkap K_5 dan K_6	8
2.4	Graf lingkaran C_3, C_4 dan C_3	8
2.5	Graf bintang S_8	9
2.6	Graf bipartit $K_{n,m}$	9
2.7	Graf $P_3 + C_3$	10
2.8	Graf G	11
2.9	Contoh model sistem ruang pintu kamar	14
2.10	Contoh model sistem ruang pintu kamar	15
2.11	Map Jalan	16
2.12	Tahapan Taksonomi Bloom	21
2.13	Tahapan Taksonomi Bloom	21
3.1	Rancangan Penelitian	26
4.1	$K_{n,n}$	28
4.2	$K_{3,3}$	29
4.3	Graf Amal (W_4, C_4)	30
4.4	Graf $D_{3,n}$	31
4.5	Graf $D_{3,3}$	32
4.6	Graf $D_{3,4}$	32
4.7	Graf ($D_{4,2}, e, n$)	33
4.8	$D_{4,2}, e, 2$	34
4.9	$D_{4,2}, e, 3$	34
4.10	Graf Shack (TB_3, v, n)	34
4.11	Graf Shack ($TB_3, v, 2$)	35
4.12	Graf Shack ($TB_3, v, 3$)	35
4.13	Graf Shack ($K_1 + K_4, e, n$)	36
4.14	Graf Shack ($K_1 + K_4, v, 2$)	37

4.15 Graf Shack $(K_1 + K_4, v, 3)$	37
4.16 Graf Shack (F_4, v, n)	38
4.17 Graf Shack $(F_4, v, 2)$	39
4.18 Graf Shack $(F_4, v, 3)$	40
4.19 Graf Shack (CL_6, v, n)	40
4.20 Graf Shack $(CL_6, v, 2)$	41
4.21 Graf Shack $(CL_6, v, 3)$	42
4.22 Graf Shack (W_6, P_2, n)	42
4.23 Graf Shack $(W_6, P_2, 2)$	44
4.24 Graf Shack $(W_6, P_2, 3)$	44
4.25 Graf Shack (TC_3, n)	45
4.26 Graf Shack $(TC_3, v, 2)$	45
4.27 Graf Shack $(TC_3, v, 3)$	46
4.28 Graf Shack (KC, v, n)	47
4.29 Graf Shack $(KC, v, 2)$	48
4.30 Graf Shack $(KC, v, 3)$	49
4.31 Graf Shack (CW_5, v, n)	49
4.32 Graf Shack $(CW_5, v, 2)$	50
4.33 Graf Shack $(CW_5, v, 3)$	51
4.34 Peta jalan kota Banyuwangi	52
4.35 Representasi Jalan Kota Banyuwangi	53
4.36 j -graph kota Banyuwangi	55
4.37 Graf lingkaran C_5	57
4.38 Graf lingkaran C_6	60

DAFTAR TABEL

2.1	Daftar hasil penelitian koneksi pelangi pada sebarang graf khusus	23
4.1	Keterangan setiap titik pada J -graph	63



DAFTAR LAMBANG

G	=	Sembarang graf
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf (G)
e	=	Sisi berarah pada graf
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf(G)
d	=	Lambang untuk menyatakan <i>degree</i>
k	=	Lambang untuk menyatakan <i>diameter</i>
$N^-(a)$	=	Himpunan semua <i>in-neighbour</i> dari titik v
$N^+(a)$	=	Himpunan semua <i>out-neighbour</i> dari titik v
ϵ	=	Anggota suatu elemen atau unsur
$L^k(G)$	=	Graf berarah garis dengan diameter k
$D(G)$	=	Diameter pada graf G
$\Delta(G)$	=	<i>Degrees</i> pada graf G
$D(L(G))$	=	Diameter pada <i>line graph</i> G
$\Delta(L(G))$	=	<i>Degrees</i> pada <i>line graph</i> G
$rc(G)$	=	<i>Rainbow connection number</i> dari graf G
$f(e)$	=	Fungsi sisi pada koneksi pelangi (<i>rainbow connection</i>)
$K_{n,n}$	=	Graf Bipartit
(W_5, C_4, n)	=	Graf Amalgamasi <i>Wheel</i>
$D_{3,n}$	=	Graf Prisma
$(D_{4,2}, e, n)$	=	Graf Amalgamasi Prisma
(TB_3, v, n)	=	Graf <i>Shack Triangular Book</i>
$(K_1 + K_4, e, n)$	=	Graf Belunggu <i>Shack</i>
(F_4, v, n)	=	Graf Belunggu <i>Shack</i>
(CL_6, n)	=	Graf <i>Shack Cycle Leader</i>
(W_6, n)	=	Graf <i>Shack Wheel</i>
(TC_3, n)	=	Graf <i>Shack Triangular Cycle</i>
(KC, n)	=	Graf <i>Shack Crown</i>
(CW_5, n)	=	Graf <i>Shack Cycle Wheel</i>

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Di era globalisasi ini, ilmu pengetahuan dan teknologi berkembang semakin pesat. Kondisi ini menyebabkan sumber daya manusia harus mampu menguasai ilmu pengetahuan dan teknologi. Berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi ini mengakibatkan munculnya permasalahan-permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, diperlukan ilmu pengetahuan yang mampu menyelesaikan masalah tersebut.

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu dan memajukan daya pikir manusia. Berpikir merupakan aktivitas yang tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan sehari-hari. Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu. Kemampuan berpikir terdiri dari kemampuan berpikir dasar (*Lower Order Thinking Skills*) dan kemampuan berpikir tingkat tinggi (*High Order Thinking Skills*). Namun demikian pembuatan bagian ini bukan berarti bahwa *lower thinking* tidak penting. Justru *lower order thinking skill* harus dilalui untuk ke tingkat berikutnya. Menurut Lewy (2009), Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi berpikir tingkat tinggi.

Berpikir tingkat tinggi dalam Taksonomi Bloom diklasifikasikan mulai tahap analisis, evaluasi, dan mengkreasi sedangkan tahap di bawahnya seperti mengenal, menghafal, dan mengingat kembali diklasifikasikan ke dalam berpikir tingkat rendah.

Matematika selalu berkembang sehingga sering dipakai untuk membantu berbagai macam permasalahan. Matematika terdiri dari berbagai cabang ilmu diantaranya Aljabar, Geometri, Statistika dan Probabilitas, Matematika Aplikasi, Matematika Komputasi, Matematika Ekonomi, serta Matematika Diskrit. Cabang matematika terkini terkait dengan sains komputer yang cukup terkenal

adalah Teori Graf yang ada pada Matematika Diskrit.

Teori Graf merupakan topik yang banyak mendapat perhatian saat ini, karena model-model yang ada pada teori graf berguna untuk aplikasi yang luas. Pengaplikasian teori graf dapat dihubungkan dengan berbagai bidang ilmu dalam kehidupan sehari-hari. Banyak pengaplikasian graf dalam kehidupan sehari-hari, sehingga tidak ada batasan jika dibahas setiap aplikasi graf. Setiap bidang ilmu dapat dikaitkan dengan graf seperti masalah jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, ilmu kimia, sosiologi, kartograph, teknik konstruksi, dan lain sebagainya. Graf sendiri memiliki definisi struktur diskrit yang terdiri dari elemensimpul dan sisi yang menghubungkan simpul tersebut.

Teori Graf merupakan sebuah topik bahasan yang saat ini telah banyak dikembangkan, seiring dengan perkembangannya tersebut teori graf banyak memiliki penerapan bagi masyarakat. Teori ini muncul pertama kali pada tahun 1736, yakni ketika Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan yang sangat terkenal yaitu jembatan Konigsberg.

Salah satu bahasan teori graf yaitu *Rainbow Connection* atau koneksi pelangi yang diperkenalkan pada tahun 2006 oleh Chartrand dkk. Jika graf G adalah koneksi pelangi, maka G terhubung. Konsep koneksi pelangi diterapkan pada sembarang graf khusus merupakan graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus dan juga konsep koneksi pelangi dapat dikaitkan dalam kehidupan sehari-hari Misalkan mempresentasikan suatu jaringan informasi.

Teori graf sebagai salah satu cabang matematika diskrit, memiliki beragam aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Pada dasarnya graf diaplikasikan untuk memodelkan suatu permasalahan yang dapat dipandang sebagai kumpulan objek dan relasi. Model dari objek berupa representasi titik dan sisi atau sisi yang berarah merupakan representasi dari relasi, dalam kasus ini menggunakan sisi yang berarah karena sifatnya yang fleksibel. Graf sering digunakan dalam berbagai keperluan manusia dalam kehidupan sehari-hari.

Disadari atau tidak, bahwa banyak aplikasi graf di sekeliling kita, meliputi: penggunaan graf dalam algoritma semut untuk melakukan optimisasi, pencarian lintasan terpendek, penentuan jalur pesawat terbang, pedesainan chip, penggam-

baran hubungan dalam suatu ekosistem, penyusunan rantai makanan, perancangan jadwal, penggambaran jalan raya untuk pengaturan lalu lintas, permainan berbasis strategi, struktur ikatan kimia, optimasi jaringan telepon, jaringan komputer, penentuan waktu tunggu total optimal lampu lalu lintas di persimpangan jalan, jaringan listrik, model papan sirkuit, jaringan network komputer, struktur hierarki sosial, dan lain-lain.

Aktifitas sehari-hari, kita tidak lepas dari jalan karena jalan merupakan sarana kita untuk mencapai suatu tempat tujuan. Untuk mencapai suatu tempat kita harus cermat memilih jalan mana yang harus dilalui karena itu menentukan pula berapa banyak waktu yang akan dihabiskan untuk mencapai tempat tujuan tersebut. Jalan merupakan salah satu faktor kesejahteraan masyarakat, sehingga dalam membangun/mengkonstruksi jalan harus dilakukan dengan teliti dan efisien. Susunan jalan sebuah perkotaan juga dimulai dengan beragamnya aktivitas yang kemudian berdampak pada susunan ruang. Beragamnya aktivitas membutuhkan konfigurasi ruang yang efektif dan efisien yang ditentukan dari pembentukan struktur ruang. Perkembangan dilakukan untuk membangun generalisasi yang disebut sebagai sintaksis ruang (*space syntax*) yang dilakukan untuk membangun metode yang akurat dan valid dalam mengukur interaksi dalam dua skala, yaitu lokal dan global dengan menghubungkan visualisasi grafis dan statistik.

Peneliti akan mengangkat masalah bagaimana koneksi pelangi pada graf khusus dan juga aplikasinya dalam sintaksis ruang. Selain itu peneliti akan menerapkan tahapan-tahapan pada Taksonomi Bloom dimulai dari mengingat dan menyebutkan pola, memahami dan Menjelaskan teorema yang telah ditemukan sebelumnya, menerapkan fungsi titik dan fungsi sisi, menganalisis fungsi titik dan fungsi sisi, mengevaluasi yaitu melakukan pembuktian koneksi pelangi pada sembarang graf khusus serta mencipta sebuah teorema. Sehingga dalam penelitian ini penulis memilih judul ” ***Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*** ”

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimanakah penerapan koneksi pelangi pada sebarang graf khusus?
2. Bagaimanakah penerapan koneksi pelangi pada analisis sintaksis ruang peta Banyuwangi?
3. Bagaimanakah penerapan koneksi pelangi pada sebarang graf khusus dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka dalam penelitian ini masalahnya dibatasi pada:

1. Graf khusus yaitu 12 graf terdiri dari Graf Bipartit, Graf Prisma, 2 Graf Amalgamasi, dan 8 Graf *Shack*.
2. Koneksi pelangi dibatasi pada $rc(G)$;
3. Teknik konstruksi yang digunakan yaitu *line graph*;
4. Objek jaringan yang digunakan dalam penelitian ini adalah topologi jalan Banyuwangi;

1.4 Tujuan Penelitian

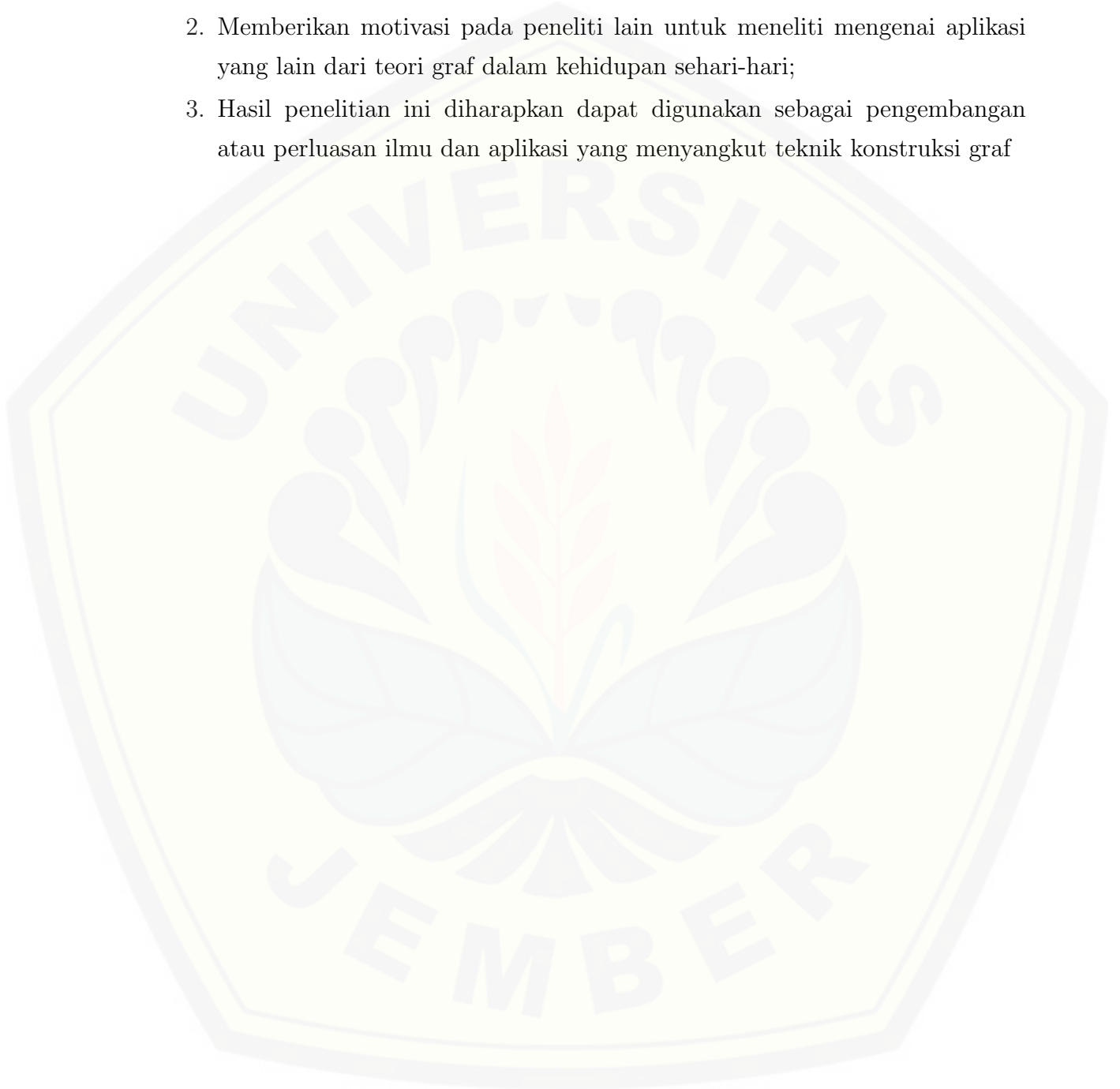
Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui analisis koneksi pelangi pada sebarang graf khusus;
2. Untuk mengetahui penerapan koneksi pelangi pada analisis sintaksis ruang;
3. Untuk mengetahui bagaimanakah analisis dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam koneksi pelangi pada sebarang graf khusus;

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

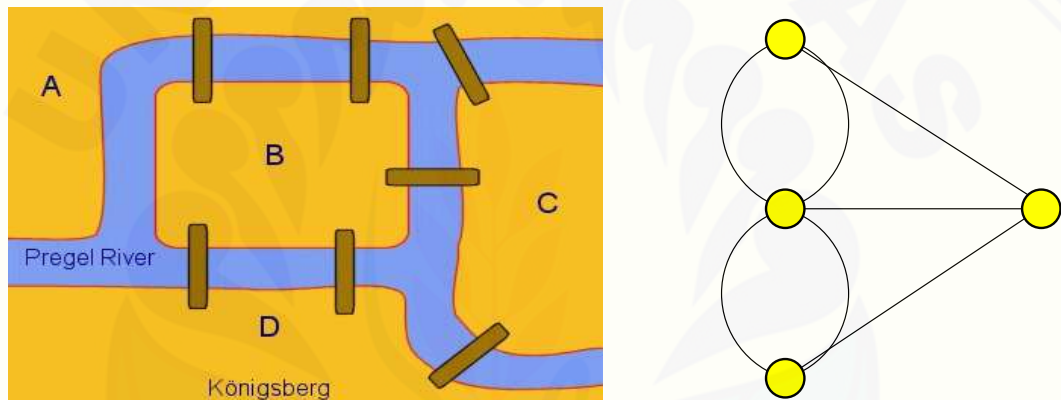
1. Menambah pengetahuan baru mengenai aplikasi khususnya teori graf yang berkaitan dengan teknik konstruksi graf ;
2. Memberikan motivasi pada peneliti lain untuk meneliti mengenai aplikasi yang lain dari teori graf dalam kehidupan sehari-hari;
3. Hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan atau perluasan ilmu dan aplikasi yang menyangkut teknik konstruksi graf



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 ketika mencoba membuktikan untuk melewati empat daerah yang terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel di Königsberg, Jerman. Masalah jembatan Königsberg tersebut dapat dinyatakan dalam istilah graf dengan menentukan keempat daerah itu sebagai titik (*vertex*) dan ketujuh jembatan sebagai sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan titik yang sesuai.



Gambar 2.1 Representasi Jembatan Königsberg

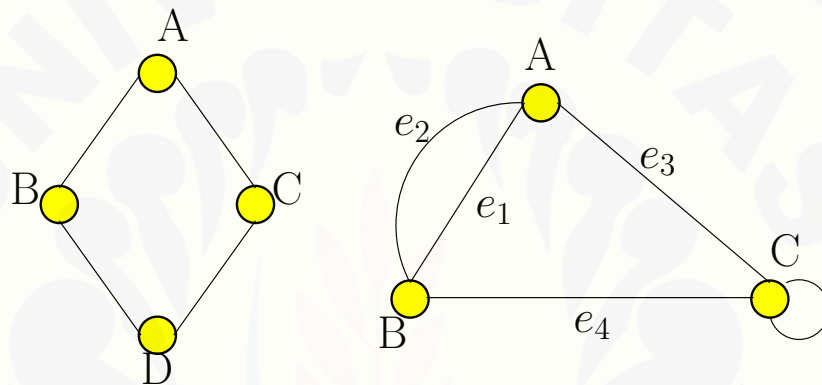
Secara matematis, graf didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.1.1. Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut u, v dari titik $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi.

Dari Definisi 2.1.1 dapat dinyatakan bahwa V tidak boleh kosong, tetapi E boleh kosong. Jadi, apabila terdapat sebuah graf yang tidak memiliki sisi tetapi

memiliki sebuah titik saja, maka graf tersebut disebut **graf trivial** (Munir, 2012: 356).

Sebuah graf G didefinisikan sebagai sebuah pasangan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut *titik*, dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut $\{u, v\}$ dari titik-titik $u, v \in V(G)$ yang sisi. $V(G)$ disebut *himpunan titik* dari G dan $E(V)$ disebut *himpunan sisi* dari G . sebuah graf G mungkin mengandung *loop*, yaitu, sisi yang berbentuk $\{u, v\}$, dan / atau *sisi ganda*, yaitu, sisi yang menghubungkan sepasang titik yang sama lebih dari satu. Untuk menyederhanakan notasi, sebuah sisi $\{u, v\}$ sering dinotasikan dengan uv .



Gambar 2.2 Dua buah Graf G_1 dan G_2

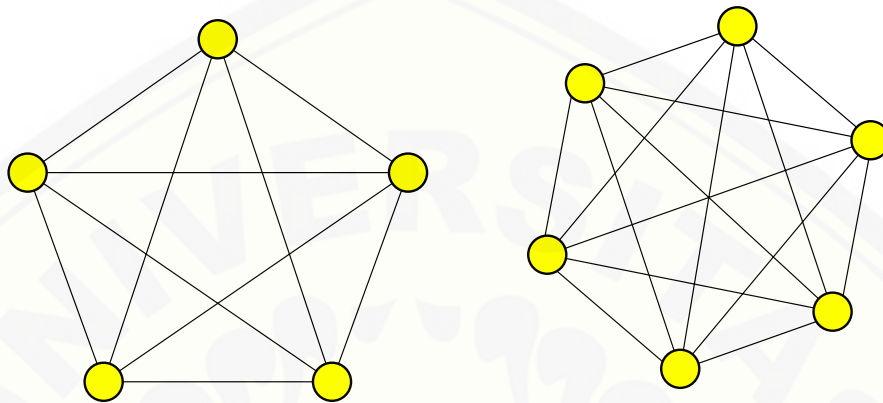
Contoh graf pada Gambar 2.2 akan digunakan untuk memperjelas terminologi yang didefinisikan. Graf yang pertama, G_1 adalah graf sederhana, G_2 adalah graf semu yang mengandung sisi ganda maupun gelang. Kedua buah graf ini adalah graf tidak berarah. Untuk terminologi yang menyangkut graf berarah, contoh grafnya akan digambarkan pada waktu pembahasan.

2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus. Keunikannya adalah graf khusus tidak isomorfis dengan graf lainnya. Karakteristik bentuknya dapat diperluas sampai order n tetapi simetris. Ada beberapa graf sederhana khusus yang dijumpai pada banyak aplikasi. beberapa

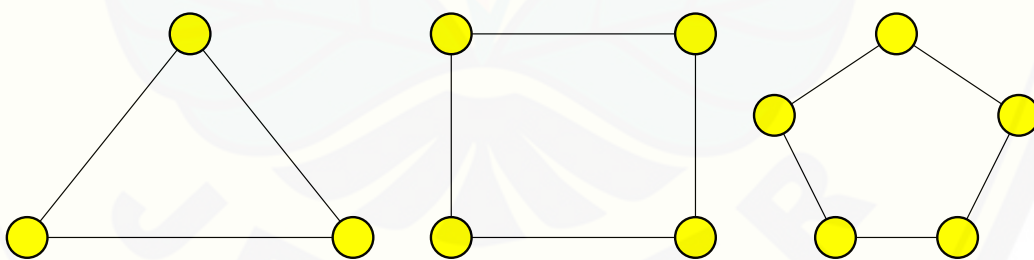
diantaranya adalah graf lengkap; Graf Lingkaran; Graf Bintang (*Star Graph*); Graf Bipartit (*Bipartite Graph*); dan Join graf $G = G_1 + G_2$.

Graf lengkap ialah graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul lainnya. Graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan K_n . Setiap simpul pada K_n berderajat $n - 1$;



Gambar 2.3 Graf lengkap K_5 dan K_6

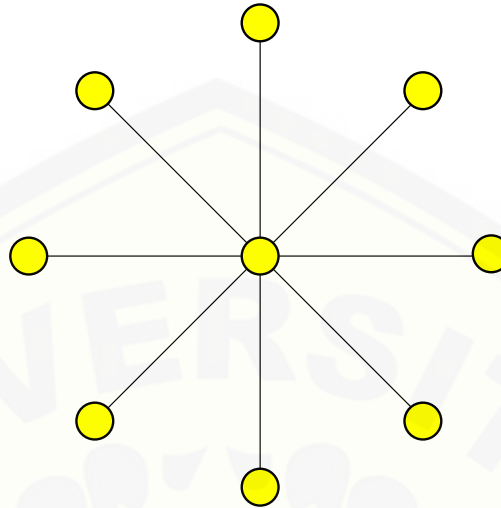
Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dilambangkan dengan C_n . Jika simpul-simpul pada C_n adalah v_1, v_2, \dots, v_n , maka sisi-sisinya adalah (v_1, v_2) , (v_2, v_3) , \dots , (v_{n-1}, v_n) , dan (v_n, v_1) . Dengan kata lain, ada sisi dari simpul terakhir, v_n , ke simpul pertama, v_1 ;



Gambar 2.4 Graf lingkaran C_3, C_4 dan C_5

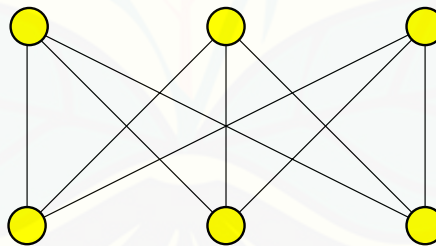
Graf Bintang (*Star Graph*) adalah graf pohon yang terdiri dari satu titik yang berderajat $n - 1$ dan $n - 1$ titik yang berderajat 1. Jadi, graf bintang S_n

terdiri dari n titik dan $n - 1$ sisi dengan $n \geq 3$. Sebagai ilustrasi perhatikan graf S_8 pada gambar 2.5



Gambar 2.5 Graf bintang S_8

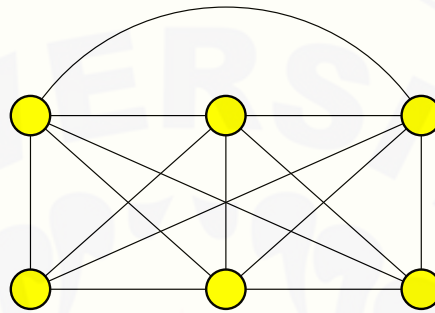
Graf Bipartit adalah Graf G yang himpunan simpulnya dapat dikelompokkan menjadi dua himpunan bagian v_1 dan v_2 , sedemikian hingga setiap sisi di dalam G menghubungkan sebuah simpul di v_1 ke sebuah simpul v_2 disebut **graf bipartit** dan dinyatakan sebagai $G(v_1, v_2)$.



Gambar 2.6 Graf bipartit $K_{n,m}$

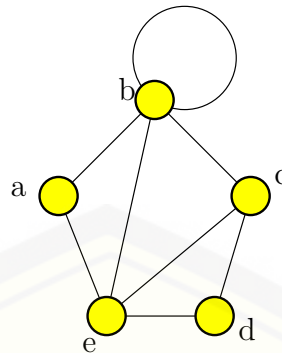
Join graf $G = G_1 + G_2$ adalah join graf G_1 dan G_2 dengan himpunan titik saling lepas V_1 dan V_2 serta himpunan sisi saling lepas E_1 dan E_2 adalah sebuah gabungan graf G_1 dan G_2 digabung dengan sisi-sisi yang merupakan penghubung antara elemen dari V_1 dan semua elemen V_2 (Harary, 1994). Salah satu contoh join

graf adalah $P_3 + C_3$ merupakan operasi gabungan antara graf *Path* dengan $n=3$ digabung dengan graf lingkaran dengan jumlah *vertex* $n=3$, sehingga graf yang dihasilkan adalah seperti pada gambar 2.7 Adapun graf lainnya dapat diperoleh dengan operasi kombinasi *Complement* (C), *Disjoint Union* ($G \cup H$), *Joint Graph* ($G + H$), *Cartesian Product* ($G \times H$), *Crown Union* ($G \odot H$), *Symmetric Product* ($G \oplus H$), *Tensor Product* ($G \otimes H$), *Weak Tensor Product* ($G \otimes H$), *Composition* ($G[F]$), *Graph Shackle* dan *Graph Amalgamation*.



Gambar 2.7 Graf $P_3 + C_3$

Apabila graf diproses menggunakan program komputer, maka graf harus direpresentasikan di dalam memori. Terdapat beberapa representasi yang mungkin untuk graf. Di sisi hanya diberikan tiga macam representasi yang sering digunakan, yaitu matriks ketetanggaan, matriks bersisian, dan senarai ketetanggaan. Representasi yang sering digunakan yaitu matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*). Matriks ketetanggaan adalah representasi yang paling umum, misalkan $G = (V, E)$ adalah graf dengan n simpul, $n \geq 1$. Matriks ketetanggaan G adalah matriks dwimatra yang berukuran $n \times n$. Bila matriks tersebut dinamakan $A = [a_{ij}]$, maka $a_{ij} = 1$. Jika simpul i dan j bertetangga, sebaliknya $a_{ij} = 0$ jika simpul i dan j tidak bertetangga. Berikut ini matriks ketetanggaan dari Gambar 2.8.



Gambar 2.8 Graf G

$$\text{Matrik adjasensinya adalah : } X = [X_{ij}] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis yaitu graf tak berarah (*undirected graph*) dan graf berarah (*directed graph* atau *digraph*). Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Sedangkan graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.

Definisi 2.2.1. (Slamin,2009:21) Graf berarah (*directed graph/digraph*) merupakan pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen berbeda yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan pasangan terurut (u, v) dari titik yang berbeda $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi berarah

Slamin (2001 : 12) mengatakan bahwa suatu titik b dalam G dikatakan tetangga masuk (*in-neighbour*) titik a jika $(b, a) \in E(G)$, dan titik c dikatakan tetangga ke luar (*out-neighbour*) titik a jika $(a, c) \in E(G)$. Himpunan semua *in-neighbour* dari titik a disebut *in-neighbourhood* dan dinotasikan dengan $N^-(a)$ sedangkan himpunan semua *out-neighbour* dari titik a disebut *out-neighbourhood* dan dinotasikan dengan $N^+(a)$. Derajat masuk (*in-degree*) dari sebuah titik a

adalah banyaknya *in-neighbour* dari titik itu, demikian halnya dengan derajat ke luar (*out-degree*)nya, yaitu banyaknya *out-neighbour* dari titik tersebut (Holman dan Basby, 1987 : 98). Dafik (2007 : 11) mengatakan bahwa jika setiap titik dalam graf berarah G memiliki *in-degree* yang sama, maka G dikatakan teratur masuk (*in-regular*). Demikian juga jika setiap titik dalam graf berarah G memiliki derajat ke luar yang sama, maka G dikatakan teratur ke luar (*out-regular*). Graf berarah yang sekaligus teratur kedalam dan teratur keluar disebut graf berarah *diregular*. (Dafik, 2008 : 20).

$G' = (V', E')$ dinamakan *subdigraph* dari $G = (V, E)$ jika E' merupakan himpunan bagian dari E dan V' merupakan himpunan bagian dari V sedemikian hingga sisi di dalam E' berinsidensi hanya dengan titik-titik di dalam V' (Slamin, 2001 : 14).

Dafik (2007 :12) mendefinisikan jalan (*walk*) sebagai suatu barisan titik dan sisi berarah terurut $v_0 a_1 v_1 a_2 \dots a_k v_k$ dengan $a_i = (v_{i-1}, v_i)$ untuk setiap $1 \leq i \leq k$. Suatu *walk* dikatakan tertutup jika $v_0 = v_k$. Jika semua titik dari $v_0 - v_k$ semuanya berbeda, maka *walk* tersebut disebut lintasan (*path*). *Cycl* adalah *walk* tertutup dengan panjang $k > 1$ yang semua titiknya berbeda kecuali $v_0 = v_k$. Jika $k = 2$, maka *cycle* tersebut disebut *digon*. Jarak (*distance*) dari titik a ke titik b adalah panjang dari lintasan terpendek dari a ke b yang diukur dengan jumlah sisi yang harus dilewati untuk sampai ke b dari a . Jarak maksimum antara sembarang pasangan titik disebut diameter dari *digraph* (Slamin, 2001 :13).

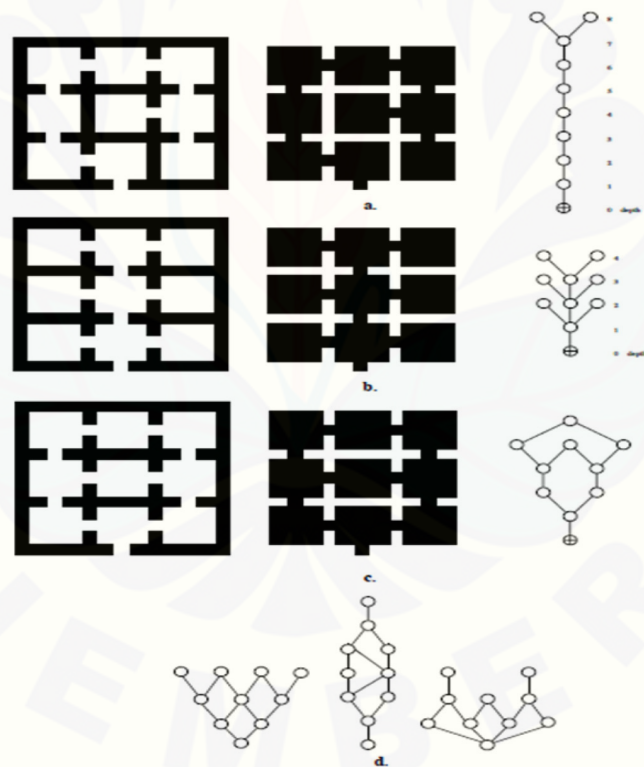
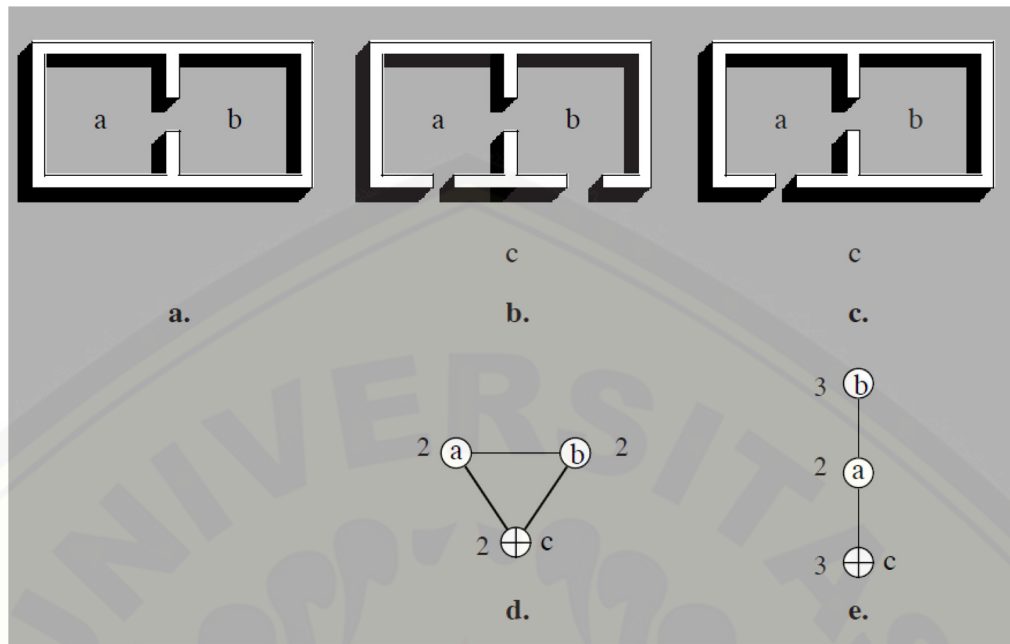
Suatu graf berarah *cycles* C_n didefinisikan sebagai graf berarah yang memiliki *out-degree* 1 dan diameter $n - 1$. Sedangkan graf berarah komplit K_n didefinisikan sebagai graf berarah yang memiliki *out-degree* $n - 1$ dan diameter 1 (Dafik, 2008 : 25).

Dua graf berarah dikatakan isomorfis jika ada korespondensi satu-satu antara titik-titik kedua graf berarah dan antara sisi-sisi kedua graf berarah itu sedemikian rupa sehingga insidensi yang ada tetap terpelihara. Dengan kata lain, ada sisi antara dua titik di dalam graf berarah yang satu jika dan hanya jika ada sisi padanannya antara kedua titik padanannya di dalam graf berarah yang lain (Dafik, 2007 ; 12).

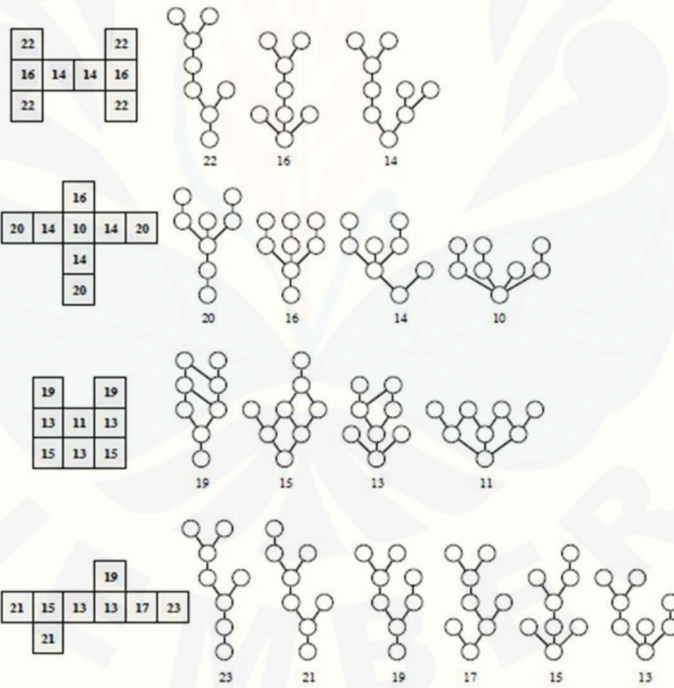
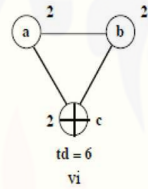
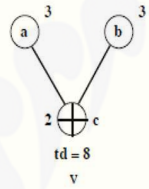
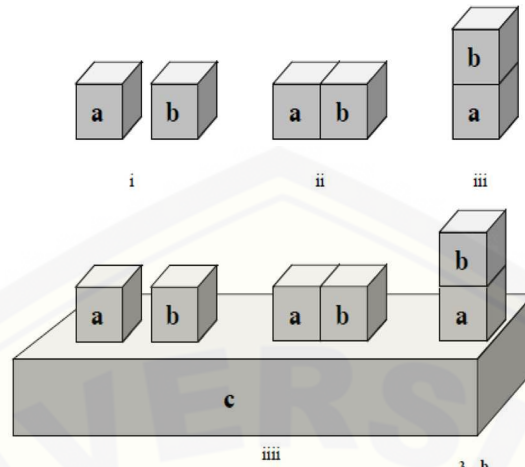
2.3 Sintaksis Ruang

Secara sederhana ruang dapat diartikan sebagai wadah aktivitas. Kompleksitas yang dimiliki lingkungan perkotaan dimulai dengan beragamnya aktivitas kemudian berdampak pada susunan ruang. Beragamnya aktivitas membutuhkan konfigurasi ruang yang efektif dan efisien yang ditentukan dari pembentukan struktur ruang. Sebagai bagian dari sebuah konfigurasi, ruang tidak hanya berbentuk node, tetapi juga *path* atau jalur yang umumnya bersifat publik. Node dan *path* ini menghubungkan lahan-lahan dan mengikat mereka dalam suatu sistem hubungan (*linkage system*) yang kemudian disebut dengan graf. Ada berbagai cara dalam menggambarkan graf diantaranya dengan manual menggunakan tangan atau menggunakan komputer. Teknik konstruksi graf dibagi menjadi 3 bagian, yaitu menggunakan aljabar, menggunakan teknik ekspansi dan teknik reduksi. Adapun teknik konstruksi yang sudah dikembangkan antara lain generalisasi graf berarah de Bruijn, generalisasi graf berarah Kautz, teknik graf berarah garis (*line digraph*), teknik reduksi digon, teknik graf berarah garis parsial (*partial line digraph*), *voltage assignment*, generalisasi graf berarah kautz dengan pelabelan, dan teknik penghapusan titik.

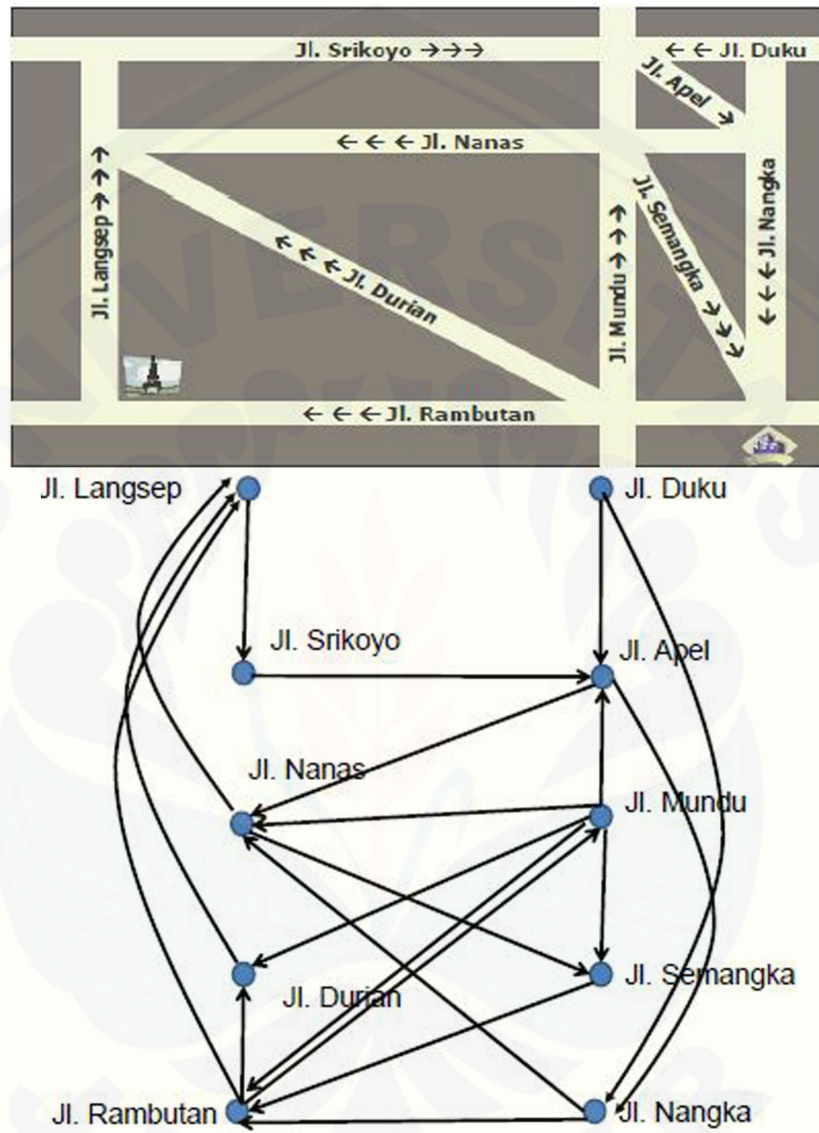
Sintaksis ruang mempergunakan konsep jarak yang disebut kedalaman (*depth*) yang diukur dalam langkah (*step*) yang disebut jarak topologis atau *topological distance* (Hillier et al: 1987). konsep jarak *topological distance* dipergunakan dalam analisis *axial line*, untuk menghitung hubungan antara garis-garis yang saling berpotongan atau saling bertemu pada *vertex* dimana dalam analisis ini ruang direpresentasikan dalam bentuk garis (*axial line*). *Axial line* adalah garis geometri terpanjang atau garis visual terpanjang yang dapat digambarkan melewati sebuah titik dalam suatu konfigurasi ruang, sementara *convex space* adalah geometri berupa poligon cembung yang berada di sekitar titik tersebut. Dari dua pengertian ini, dapat ditarik kesimpulan dimana garis-garis dalam sebuah *axial map* harus melewati semua *convex space*. Depth sebagai dimensi jarak kemudian dipergunakan sebagai satu-satunya ukuran dalam perhitungan *connectivity*, *integrity*, dan *intelligibility*.



Gambar 2.9 Contoh model sistem ruang pintu kamar



Gambar 2.10 Contoh model sistem ruang pintu kamar



Gambar 2.11 Map Jalan

Connectivity adalah dimensi yang mengukur properti lokal dengan cara menghitung jumlah ruang yang secara langsung terhubung dengan masing-masing ruang lainnya dalam suatu konfigurasi ruang (Hiller et al:1993 dan Hiller et al: 1987) *Integrity* adalah dimensi yang mengukur properti global berupa posisi relatif dari masing-masing ruang terhadap ruang-ruang lainnya dalam suatu konfigurasi ruang. Disebut properti global karena perhitungan nilai *integrity* tidak hanya melibatkan ruang-ruang yang secara langsung terkoneksi, tetapi juga ruang-ruang lainnya yang terkoneksi tidak secara langsung dengan ruang pengamatan. Perhitungan *integrity* untuk setiap ruang dilakukan dalam beberapa tahap (Hillier dan Hanson:1984, Teklenburgh et al: 1993), antara lain :

1. Menghitung *total depth* (TD), dihitung dengan cara menjumlahkan *step depth* dari seluruh ruang menuju ke ruang pengamatan.
2. menghitung *mean depth* yang dapat dihitung dengan cara $MD = \frac{TD}{L-1}$ dimana L adalah jumlah ruang dalam sistem.
3. Menghitung RA (*Relative Asymmetry*) berguna untuk membandingkan kedalaman *axial map* dari ruang tertentu terhadap kedalaman dan kedangkalan ruang yang secara teoritis dapat terjadi (Teklenburg et al: 1993) dengan rumus $RA = \frac{2(MD-1)}{L-2}$ dimana L adalah jumlah ruang dalam sistem.
4. RRA dihitung dengan rumus $RRA = \frac{RA}{GL}$ dimana $GL = 2^{\frac{L(L)^{1/2}-2L+1}{(L-1)(L-2)}}$ dan L adalah jumlah ruang dalam sistem.

Intelligibility merupakan hipotesis atas kemudahan observer (pengguna ruang) dalam memahami struktur ruang dalam suatu konfigurasi ruang. Nilai *intelligibility* yang tinggi menunjukkan bahwa konektivitas pada skala lokal mencerminkan kemudahan dalam pencapaian ke ruang-ruang lainnya, sebaliknya nilai yang rendah mencerminkan bahwa struktur ruang (global) tidak dapat dipahami dari keberadaan ruang secara parsial (lokal) sehingga observer cenderung akan mudah tersesat.

2.4 Koneksi Pelangi

Misalkan $G = (V(G), E(G))$ sebuah graf terhubung tidak trivial. Suatu pewarnaan terhadap sisi-sisi di G didefinisikan sebagai $f : E(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, k\}$, $k \in \mathbb{N}$, dimana dua sisi yang bertetangga boleh berwarna sama. Suatu lintasan $u - v$ P di G merupakan lintasan pelangi (*rainbow path*) jika tidak ada dua sisi di lintasan yang berwarna sama. Graf G disebut *rainbow connected* atau koneksi pelangi dengan pewarnaan f jika G memuat suatu *rainbow $u-v$ path* untuk setiap dua titik $u, v \in G$. Dalam hal ini, pewarnaan f dikatakan *rainbow coloring* atau pewarnaan pelangi di G . Jika terdapat k warna di G maka f dikatakan *rainbow k -coloring*. Minimum k sehingga terdapat *rainbow k -coloring* di G disebut *rainbow connection number*, ditulis $rc(G)$. Suatu *rainbow coloring* yang menggunakan $rc(G)$ warna dikatakan *minimum rainbow coloring* di G (Chartrand, dkk, 2008: 85-89)

Misalkan f suatu *rainbow coloring* pada suatu graf terhubung G . Untuk sebarang dua titik u dan v di G , *rainbow $u-v$ geodesic* di G adalah suatu *rainbow path* dengan panjang $d(u, v)$, dimana $d(u, v)$ adalah jarak antara u dan v . Graf G dikatakan *strongly rainbow connected* jika G memuat satu *rainbow $u-v$ geodesic* untuk setiap dua titik u dan v pada G . Konsep koneksi pelangi dapat digunakan untuk pengamanan pengiriman informasi rahasia antar lembaga. Selain itu, koneksi pelangi dimotivasi oleh interpretasi menarik di bidang jaringan. Misalkan G diinterpretasikan sebagai suatu jaringan (misalnya, jaringan selular). Rute pesan antara dua titik penerima, *acceptor*, dengan syarat bahwa rute antara kedua titik (atau dapat dilihat sebagai sisi pada *path*), diberikan suatu saluran yang berbeda (misalnya, frekuensi yang berbeda). Jelas bahwa yang ingin diminimalkan adalah banyaknya saluran berbeda yang digunakan dalam jaringan. Bilangan ini adalah *rainbow connection number* $rc(G)$.

Teorema mengenai batas bawah dan atas dari koneksi pelangi.

Teorema 2.4.1. (*Li dan Sun*) Misalkan G adalah sebuah graf terhubung dengan $d(G) \geq 2$. Maka

(i) jika G adalah sebuah graf interval, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 1$, di sisi lain, jika G adalah sebuah unit graf interval, maka $k(G) = rc(G)$;

- (ii) jika G adalah AT -free, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 3$;
- (iii) jika G adalah sebuah *threshold graph*, $k(G) \leq rc(G) \leq 3$;
- (iv) jika G adalah sebuah *chain graph*, $k(G) \leq rc(G) \leq 4$;
- (v) jika G adalah sebuah *circular arc graph*, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 4$;

Teorema 2.4.2. (Syafrizal dan Estetikasari) Misalkan G dan H adalah sebarang dua graf terhubung,

$$rc(G \circ H) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } G \cong K_1 \text{ dan } H \cong K_m \\ 2, & \text{jika } G \cong K_1 \text{ dan } H \cong P_m \text{ dengan } 3 \leq m \leq 6 \\ 3, & \text{jika } G \cong K_1 \text{ dan } H \cong P_m \text{ dengan } m \geq 7 \\ & G \cong P_2 \text{ dan } H = K_m \text{ dengan } m \geq 1 \end{cases}$$

Bukti: Kita bagi menjadi tiga kasus pembuktian:

Kasus 1. Untuk $G \cong K_1$ dan $H \cong K_m$. Ketika $K_1 \circ K_m$ adalah sebuah graf komplit, maka $rc(K_1 \circ K_m) = 1$.

Kasus 2. Untuk $G \cong K_1$ dan $H \cong P_m$ dengan $3 \leq m \leq 6$, maka $rc(K_1 \circ K_m) = 2$.

Kasus 3. Untuk ($G \cong K_1$ dan $H \cong K_m, m \geq 7$) atau ($G \cong P_2$ dan $H = K_m$). Untuk $G \cong K_1$ dan $H \cong K_m, m \geq 7$ sehingga $rc(K_1 \circ K_m) = 3$. Selanjutnya, ketika $rc(P_2) = 1$ dan $rc(K_m) = 1$, maka secara jelas bahwa $rc(P_2 \circ K_m) = 3$ dimana $m \geq 1$. □

Beberapa rangkuman hasil penelitian koneksi pelangi di sebarang graf khusus yang dapat digunakan sebagai rujukan penelitian ini. Sehingga hasil penelitian sebelumnya dapat dilihat pada Tabel 2.1.

2.5 Berpikir Tingkat Tinggi

Berpikir adalah proses yang membentuk representasi mental baru melalui transformasi informasi ke dalam interaksi kompleks dari atribusi mental yang mencakup pertimbangan, pengabstrakan, penalaran, penggambaran, pemecahan masalah logis, pembentukan konsep. Sedangkan berpikir menurut Santrock (2008) melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori.

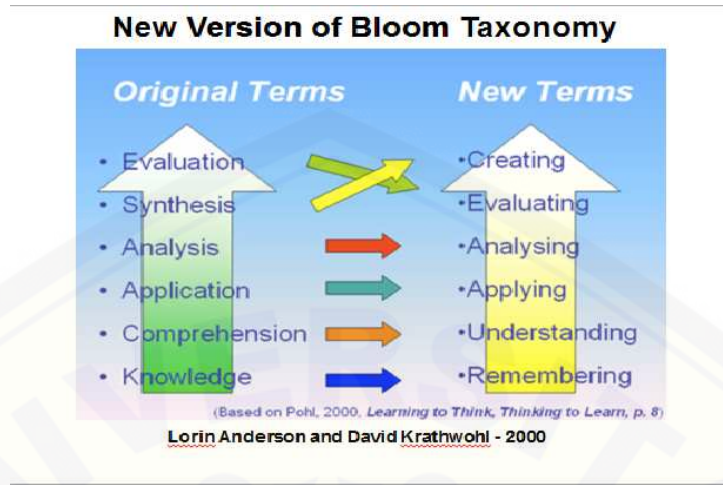
Kita berpikir untuk membentuk konsep, menalar, berpikir secara kritis membuat keputusan, berfikir secara kreatif dan memecahkan masalah.

Kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan penggunaan proses berpikir pada tingkat lebih tinggi untuk memperoleh wawasan baru dan tantangan baru dalam suatu pemecahan masalah. Rofiah *et al.*(2013:18) mengemukakan bahwa kemampuan berpikir tingkat tinggi merupakan kemampuan menghubungkan, memanipulasi, dan mentransformasi pengetahuan serta pengalaman yang dimiliki untuk berpikir secara kritis dan kreatif dalam upaya menentukan keputusan dan memecahkan masalah pada situasi baru. Berpikir Tingkat Tinggi terjadi ketika seseorang mengambil informasi baru dan informasi yang tersimpan dalam memori dan saling terhubung atau menata kembali dan memperluas informasi ini untuk mencapai tujuan atau menemukan jawaban yang dari sebuah permasalahan.

Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir tingkat tinggi. Pemikiran ini didasarkan bahwa beberapa jenis pembelajaran memerlukan proses kognisi yang lebih dari pada yang lain, tetapi memiliki manfaat-manfaat lebih umum (Lewy, 2009:15). Taksonomi Bloom yang digambarkan dalam Gambar 2.12 memuat enam level : mengingat(*remembering*),memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*) dan mencipta (*creating*). Kebiasaan berpikir akan memacu munculnya kreativitas, inovasi, dan kecerdasan. Semakin tinggi level berpikir seseorang dikatakan semakin tinggi pula keterampilan berpikir. Sebaliknya semakin rendah level berpikir seseorang dikatakan semakin rendah pula keterampilan berpikirnya.

Dengan demikian yang dimaksud dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi (High Order Thinking Skill) adalah bila seseorang memenuhi tahapan minimal di level 4. Adapun tahapan dari masing-masing level taksonomi Bloom dapat digambarkan sebagai berikut :

Mengingat(*remembering*) adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi / pengetahuan yang tersimpan dalam ingatan; memahami (*understanding*) adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian / makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik / diagram; menerapkan (*applying*) adalah kemampuan melakukan sesuatu



Gambar 2.12 Tahapan Taksonomi Bloom

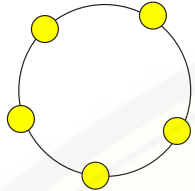
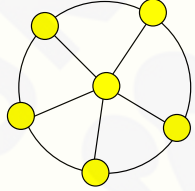
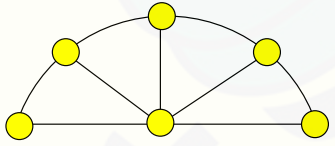
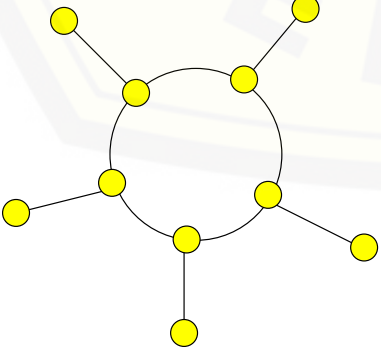


Gambar 2.13 Tahapan Taksonomi Bloom

dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu; menganalisis (*analysing*) yaitu memisahkan konsep ke dalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep secara utuh; mengevaluasi (*evaluating*) adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria, atau patokan tertentu; mencipta (*creating*) adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi sesuatu bentuk baru yang utuh dan koheren atau membuat sesuatu yang orisinal.



Tabel 2.1 Daftar hasil penelitian koneksi pelangi pada sebarang graf khusus

Graph	Hasil	Keterangan
<p>C_n (Graf Cycle) $n \geq 4$</p> 	<p>$rc(C_n) = \frac{n}{2}$</p>	<p>(Chartrand, dkk, 2008)</p>
<p>W_n (Graf Wheel) $n \geq 3$</p> 	<p>$rc(W_n) = 1$, untuk $n = 3$ $rc(W_n) = 2$, untuk $4 \leq n \leq 6$ $rc(W_n) = 3$, untuk $n \geq 7$ $src(W_n) = \lceil \frac{n}{3} \rceil$, untuk $n \geq 7$</p>	<p>(Chartrand, dkk, 2008)</p>
<p>K_{n_1, n_2, \dots, n_k}, dimana $k \geq 3$ dan $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_k$</p>	<p>$src(K_{n_1, n_2, \dots, n_k}) = 1$, $n_k = 1$ $src(K_{n_1, n_2, \dots, n_k}) = 2$, $n_k \geq 2$ dan $s \geq t$ $src(K_{n_1, n_2, \dots, n_k}) = \sqrt[s]{t}$, $s \leq t$</p>	<p>(Chartrand, dkk, 2008)</p>
<p>$K_{s,t}$, dimana $2 \leq s \leq t$</p>	<p>$src(K_{s,t}) = \min\{\lceil \sqrt[s]{t} \rceil, 4\}$</p>	<p>(Chartrand, dkk, 2008)</p>
<p>F_n (Graf Kipas) $n \geq 2$</p> 	<p>$rc(F_n) = 1$, untuk $n = 2$ $rc(F_n) = 2$, untuk $3 \leq n \leq 6$ $rc(F_n) = 3$, untuk $n \geq 7$</p>	<p>(estetikasari dan syafrizal, 2013)</p>
<p>S_n (Graf Sun)</p> 	<p>$rc(S_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + n$</p>	<p>(estetikasari dan syafrizal, 2013)</p>

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan kedalam penelitian eksploratif dan penelitian terapan (*applied research*). Penelitian eksploratif adalah jenis penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. penelitian terapan (*applied research*) merupakan penyelidikan yang hati-hati, sistematis dan terus-menerus terhadap suatu masalah dengan tujuan untuk digunakan dengan segera untuk keperluan tertentu.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan Metode deduktif aksiomatik dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah.

3.3 Definisi Operasional

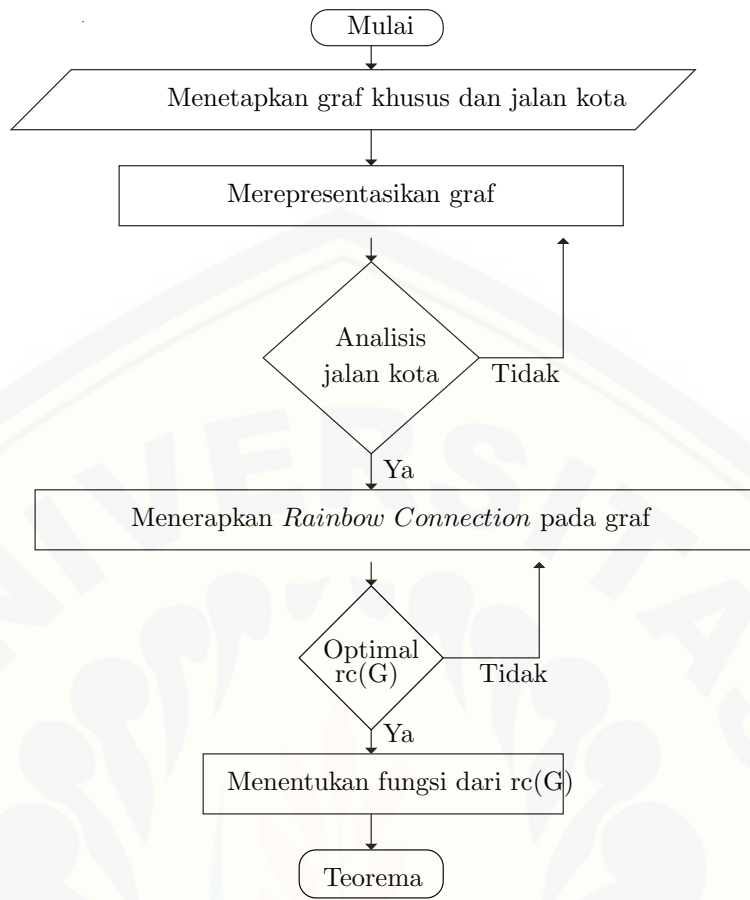
Definisi operasional variabel digunakan untuk memberikan gambaran secara sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna.

1. *graf berarah* adalah himpunan pasangan berurutan $(V(G), A(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan berhingga dari titik dalam G dan $A(G)$ adalah himpunan berhingga dari sisi berarah dalam G ;
2. $\mathcal{G}(d, k, \delta)$ untuk $d, k, \delta \in \mathbb{N}$ adalah himpunan graf berarah dengan derajat sebesar d , diameter sebesar k , dan ordo $M_{d,k} - \delta$;
3. *J-graph* representasi graf dengan syarat nama jalan sebagai titik;

3.4 Rancangan Penelitian

Rancangan penelitian untuk penerapan teknik konstruksi graf pada morfologi jalan dapat digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan oleh gambar berikut, Untuk uraian dari rancangan penelitian ini sebagai berikut:

- pengembangan koneksi pelangi pada sebarang graf khusus;
- menentukan peta objek penelitian;
- menentukan sampel topologi jalan yaitu jalan kota Banyuwangi;
- merepresentasikan topologi jalan kedalam *j-graph* dan *j-digraph* dengan teknik konstruksi *line graph*;
- menganalisis manajemen topologi jalan dengan koneksi pelangi;



Keterangan:

← : Aliran kegiatan utama ◇ : Analisis

□ : Proses

Gambar 3.1 Rancangan Penelitian

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini penelitian fokus pada analisis koneksi pelangi pada graf khusus serta aplikasinya pada sintaksis ruang. Terdapat 3 rumusan masalah yang akan dibahas yaitu bagaimanakah pengembangan koneksi pelangi pada graf khusus, bagaimanakah penerapan koneksi pelangi pada analisis sintaksis ruang, dan bagaimanakah mengasah terbentuknya keterampilan berfikir tingkat tinggi dalam koneksi pelangi pada graf khusus.

Hasil penelitian berupa teorema baru. Terdapat 12 (dua belas) teorema baru mengenai koneksi pelangi yang ditemukan secara eksperimental dalam penelitian ini dengan pembuktian teorema yang disertai contoh visual.

4.1 Koneksi Pelangi pada Sembarang Graf Khusus

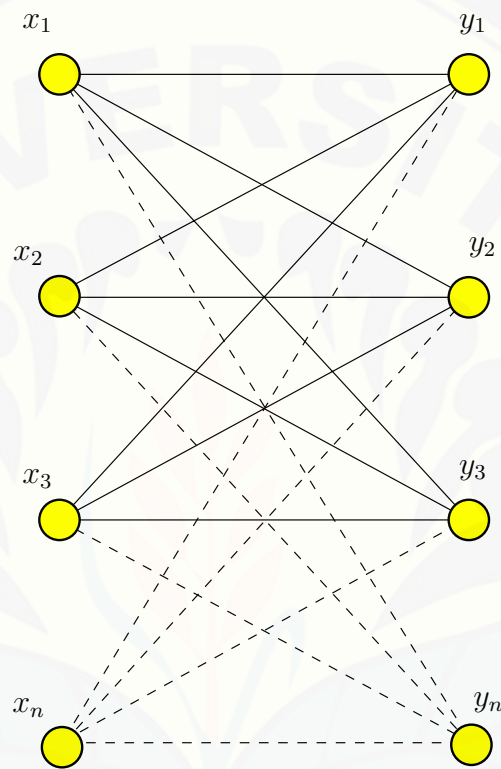
Bagian ini merupakan pengembangan koneksi pelangi pada graf khusus meliputi graf $K_{n,n}$, graf Amal (W_4, C_4) , graf $D_{3,n}$, graf $(D_{4,2}, e, n)$, graf *Shack* (TB_3, v, n) , graf *Shack* (K_1+K_4, v, n) , graf *Shack* (F_4, v, n) , graf *Shack* (CL_6, v, n) , graf *Shack* (W_6, P_2, n) , graf *Shack* (TC_3, v, n) , graf *Shack* (KC, v, n) , dan graf *Shack* (CW_5, v, n) .

Teorema 4.1.1. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $K_{n,n}$ adalah 2.

Bukti. Graf $K_{n,n}$ sebagaimana Gambar 4.1 adalah graf dengan himpunan titik $V(K_{n,n}) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(K_{n,n}) = \{x_i y_i, x_i y_{i+k}, x_{i+k} y_i; 1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq n\}$, serta $p = |V| = 2n$ dan $q = |E| = n^2$. Berdasarkan Teorema 4.1.1 dinyatakan bahwa $k(K_{n,n}) \leq rc(K_{n,n}) \leq k(K_{n,n}) + 1$.

Untuk $n \geq 4$, graf $K_{n,n}$ diamter 2 maka $2 \leq rc(K_{n,n}) \leq 3$. Warnai $K_{n,n}$, dengan fungsi berikut.

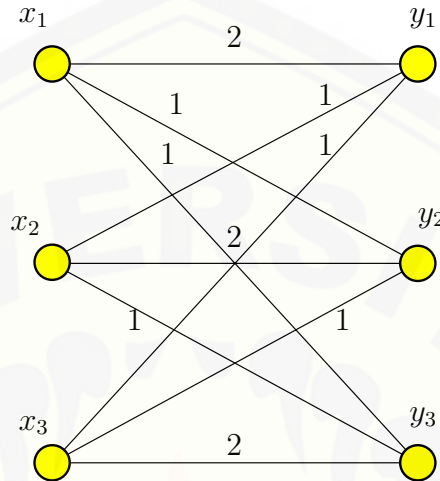
$$f_1(e) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } e = x_i y_{i+k}, x_{i+k} y_i \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \text{ dan } 1 \leq k \leq n-1 \\ 2, & \text{untuk } e = x_i y_i \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$



Gambar 4.1 $K_{n,n}$

Jelas bahwa $f : E(K_{n,n}) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ sehingga $2 \leq rc(K_{n,n}) \leq 3$, memperhatikan label fungsi di atas nilai terbesar adalah 2 sehingga $rc(K_{n,n}) = 2$ mencapai batas bawah.

Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(K_{3,3}) = 2$ pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 $K_{3,3}$

Teorema 4.1.2. Untuk $n \geq 4$, nilai koneksi pelangi dari graf Amal (W_4, C_4) adalah 2.

Bukti. Graf Amal (W_4, C_4) sebagaimana Gambar ?? adalah graf dengan himpunan titik $V(W_4, C_4) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(W_4, C_4) = \{x_i y_i, x_i y_{i+1}, x_i y_{i+2}; 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = n + 7$ dan $q = |E| = 4n + 16$. Berdasarkan Teorema 4.1.2 dinyatakan bahwa $k(W_4, C_4) \leq rc(W_4, C_4) \leq k(W_4, C_4) + 1$.

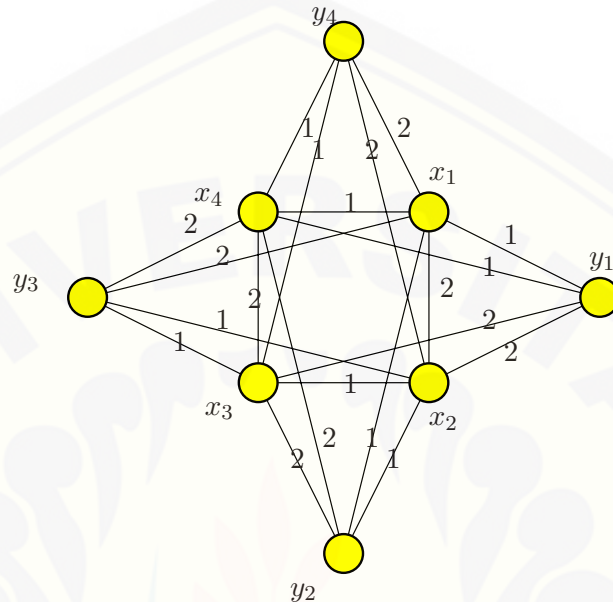
Untuk graf Amal (W_4, C_4) berdiameter 2 maka $2 \leq rc(W_4, C_4, n) \leq 3$. Warnai (W_4, C_4) dengan fungsi berikut.

$$f_2(e) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } e = x_i y_i, x_1 x_4, x_2 x_3 \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 2, & \text{untuk } e = x_{i+1} y_i, x_1 y_4, x_i y_{i+2}, x_{i+2} y_i \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(W_4, C_4) \rightarrow \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ sehingga $2 \leq rc(W_4, C_4) \leq 3$,

memperhatikan label fungsi di atas nilai terbesar adalah 2 sehingga $rc(W_4, C_4) = 2$ mencapai batas bawah.

Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(W_4, C_4) = 2$ dan $rc(W_4, C_4) = 2$ pada Gambar 4.3 dan Gambar ??.

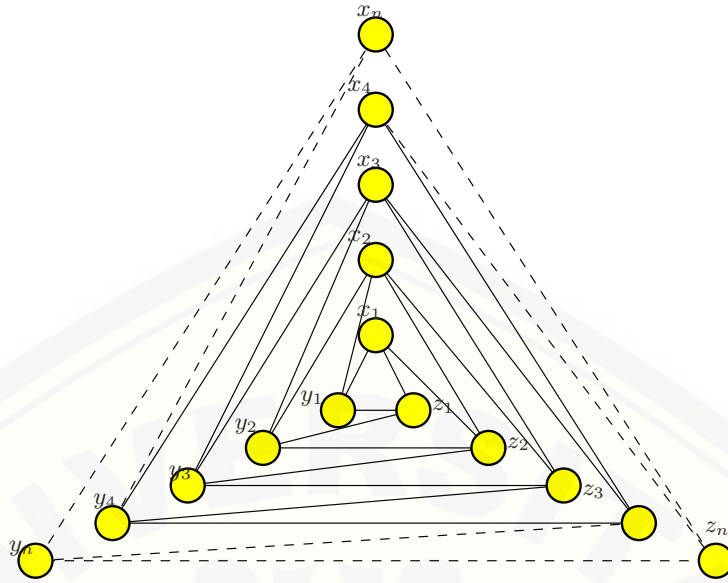


Gambar 4.3 Graf Amal (W_4, C_4)

Teorema 4.1.3. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $D_{3,n}$ adalah n .

Bukti. Graf $D_{3,n}$ sebagaimana Gambar 4.4 adalah graf dengan himpunan titik $V(D_{3,n}) = \{x_i, y_i, z_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(D_{3,n}) = \{x_i x_{i+1}, y_i z_i, z_i x_i; \text{dimana } 1 \leq i \leq n; x_i z_{i+1}, y_i x_{i+1}, z_i y_{i+1}, \text{dimana } 1 \leq i \leq n\}$ serta $p = |V| = 3n + 3$ dan $q = |E| = 6n + 3$. Berdasarkan Teorema 4.1.3 dinyatakan bahwa $k(D_{3,n}) \leq rc(D_{3,n}) \leq k(D_{3,n}) + 1$.

Untuk $n \geq 2$ graf $D_{3,n}$ berdiamter n maka $n \leq rc(D_{3,n}) \leq n + 1$. Warnai



Gambar 4.4 Graf $D_{3,n}$

$D_{3,n}$ dengan fungsi berikut.

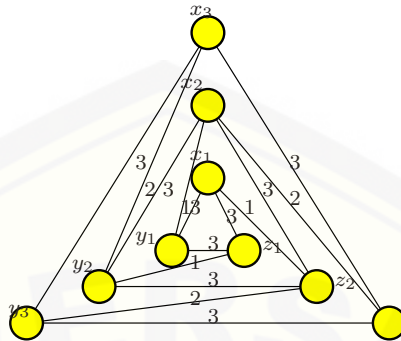
$$f_3(e) = \begin{cases} n, & \text{untuk } e = x_i y_i, y_i z_i, z_i x_i \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \\ i, & \text{untuk } e = x_i z_{i+1}, y_i x_{i+1}, z_i y_{i+1} \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(D_{3,n}) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n\}$ sehingga $n \leq rc(D_{3,n}) \leq n + 1$ dan $rc(D_{3,n}) = n$ mencapai batas bawah.

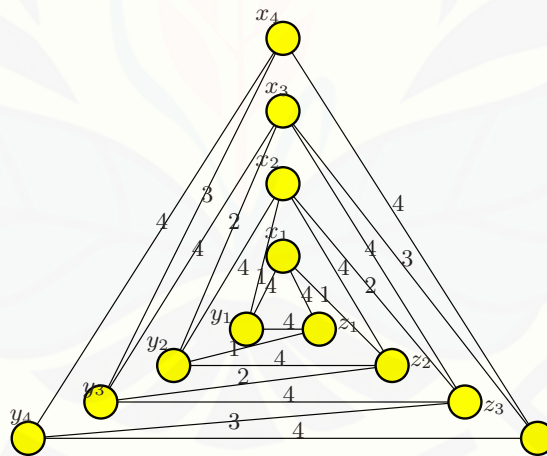
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(D_{3,3}) = 3$ dan $rc(D_{3,4}) = 4$ pada gambar 4.5 dan gambar 4.6

Teorema 4.1.4. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $(D_{4,2}, e, n)$ adalah $n+3$.

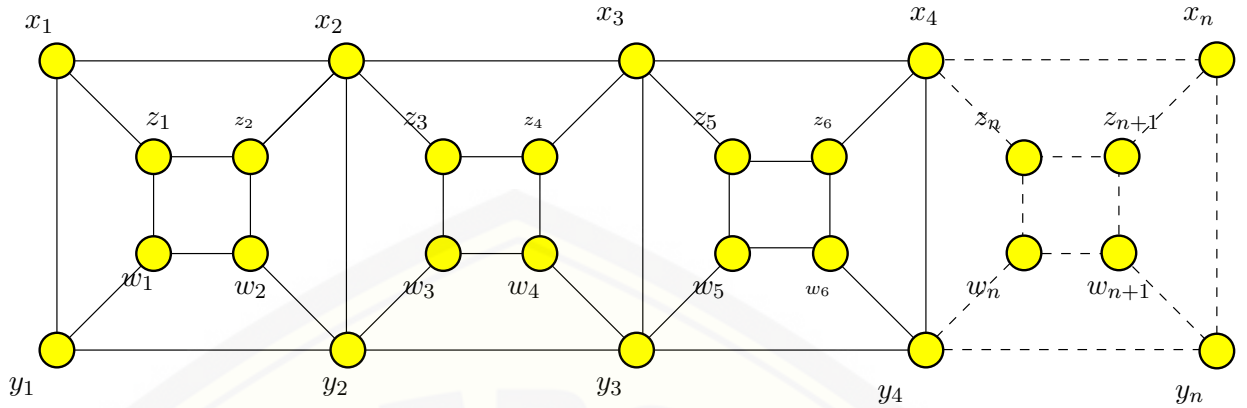
Bukti. Graf $(D_{4,2}, e, n)$, sebagaimana pada gambar 4.7 adalah graf dengan himpunan titik $V(D_{4,2}, e, n) = \{x_i, y_i, z_i, w_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(D_{4,2}, e, n) = \{x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}, x_i y_i, z_{2i-1} z_{2i}, w_{2i-1} w_{2i}, z_i w_i, z_{2i} w_{2i}, x_i z_{2i-1}, x_{i+1} z_{2i}, y_i w_{2i-1}, y_{i+1} w_{2i}; \text{ dimana } 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 6n + 2$ dan $q = |E| = 11n + 1$.



Gambar 4.5 Graf $D_{3,3}$



Gambar 4.6 Graf $D_{3,4}$



Gambar 4.7 Graf $(D_{4,2}, e, n)$

Berdasarkan Teorema 4.1.4 dinyatakan bahwa $k(D_{4,2}, e, n) + 3 \leq rc(D_{4,2}, e, n) \leq k(D_{4,2}, e, n) + 4$.

Untuk graf $n \geq 2$, $(D_{4,2}, e, n)$ berdiameter $n+3$ maka $n+3 \leq rc(D_{4,2}, e, n) \leq n+4$. Warnai $(D_{4,2}, e, n)$ dengan fungsi berikut.

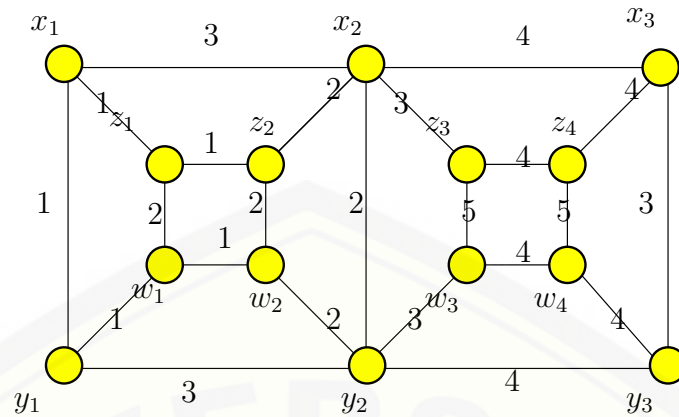
$$f_4(e) = \begin{cases} i, & \text{untuk } e = x_i y_i, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 1, & \text{untuk } e = z_i w_i, z_{2i} w_{2i}, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 2, & \text{untuk } e = z_{2i-1} z_{2i}, w_{2i-1} w_{2i}, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ i + 2, & \text{untuk } e = x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 2i - 1, & \text{untuk } e = x_i z_{2i-1}, y_i w_{2i-1}, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 2i, & \text{untuk } e = x_{i+1} z_{2i}, y_{i+1} w_{2i}, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(D_{4,2}, e, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n+3\}$, Sehingga $n+3 \leq rc(D_{4,2}, e, n) \leq n+4$ dan $rc(D_{4,2}, e, n) = n+3$ mencapai batas bawah.

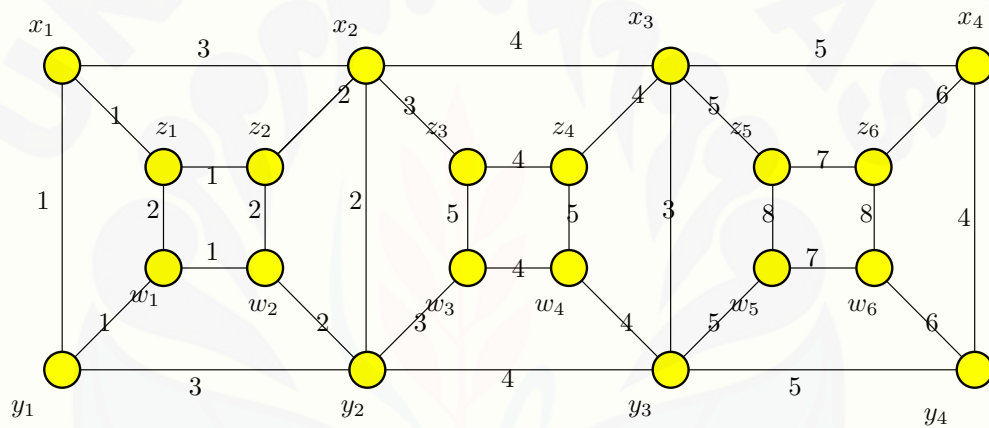
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(D_{4,2}, e, 2) = 5$ dan $rc(D_{4,2}, e, 3) = 8$ pada Gambar 4.8 dan Gambar 4.9

Teorema 4.1.5. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (TB_3, v, n) adalah n .

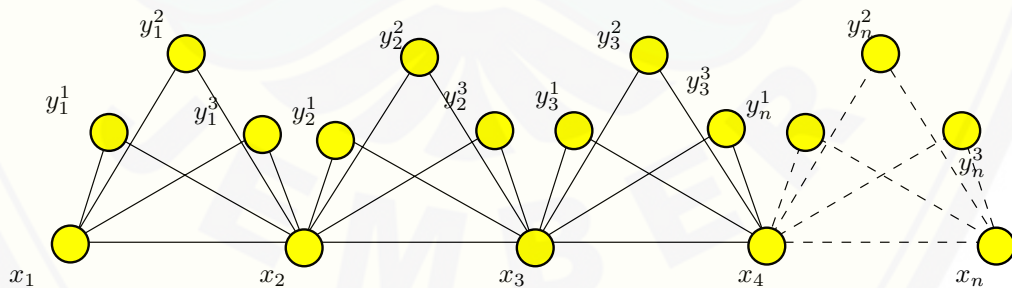
Bukti. Graf Shack (TB_3, v, n) , sebagaimana Gambar 4.10 adalah graf dengan himpunan titik $V(TB_3, v, n) = \{x_i, y_i^1, y_i^2, y_i^3; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi



Gambar 4.8 $D_{4,2,e,2}$



Gambar 4.9 $D_{4,2,e,3}$



Gambar 4.10 Graf Shack (TB_3, v, n)

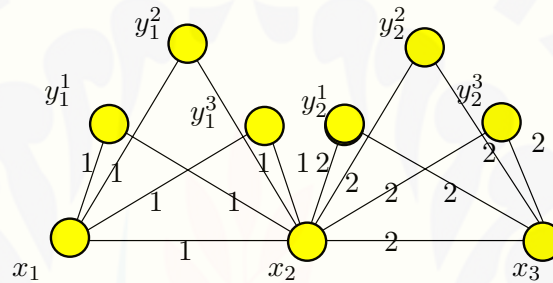
$E(TB_3, v, n) = \{x_i x_{i+1}, x_i y_i^1, x_i y_i^2, x_i y_i^3, x_{i+1} y_i^1, x_{i+1} y_i^2, x_{i+1} y_i^3; 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 4n - 1$ dan $q = |E| = 7n$. Berdasarkan Teorema 4.1.5 dinyatakan bahwa $k(TB_3, v, n) \leq rc(TB_3, v, n) \leq k(TB_3, v, n) + 1$.

Untuk $n \geq 2$, graf Shack (TB_3, v, n) berdiamter n maka $n \leq rc(TB_3, v, n) \leq n + 1$. Warnai (TB_3, v, n) dengan fungsi berikut.

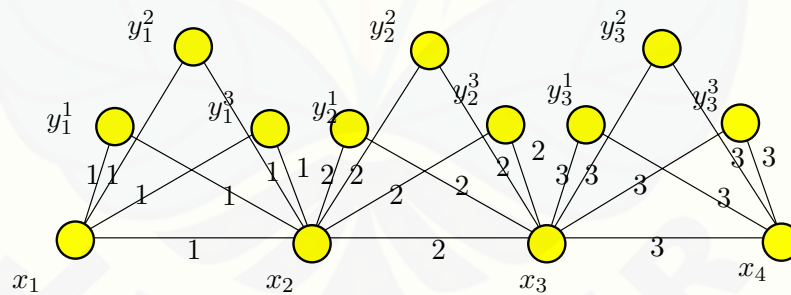
$f_3(e) = i$, untuk $e = x_i x_{i+1}, x_i y_i^1, x_i y_i^2, x_i y_i^3, x_{i+1} y_i^1, x_{i+1} y_i^2, x_{i+1} y_i^3$, dimana $1 \leq i \leq n$

Jelas bahwa $f : E(TB_3, v, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n\}$ sehingga $n \leq rc(TB_3, v, n) \leq n + 1$ dan $rc(TB_3, v, n) = n$ mencapai batas bawah.

Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(TB_3, v, 2) = 2$ dan $rc(TB_3, v, 3) = 3$ pada gambar 4.11 dan gambar 4.12

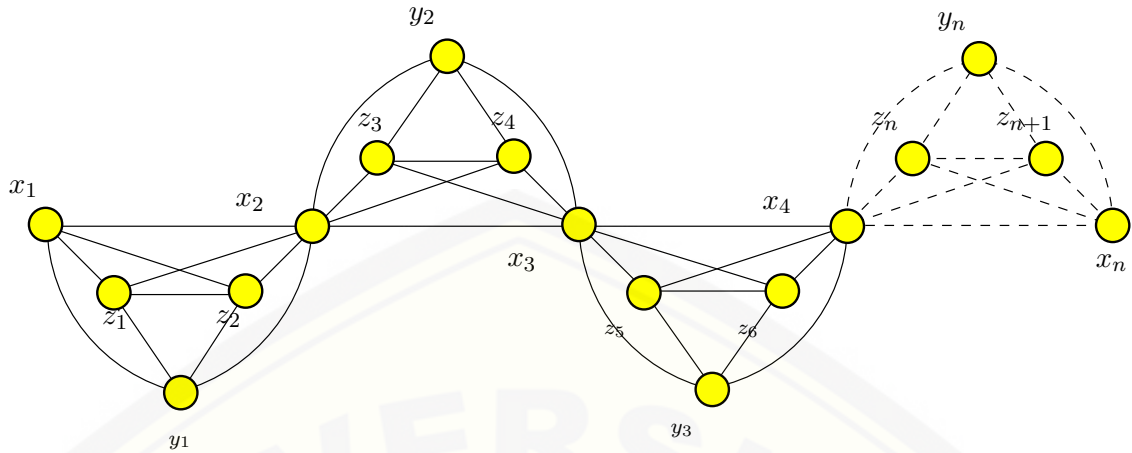


Gambar 4.11 Graf Shack $(TB_3, v, 2)$



Gambar 4.12 Graf Shack $(TB_3, v, 3)$

Teorema 4.1.6. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack $(K_1 + K_4, v, n)$ adalah n .



Gambar 4.13 Graf Shack $(K_1 + K_4, e, n)$

Bukti. Graf Shack $(K_1 + K_4, e, n)$ sebagaimana Gambar 4.13 adalah graf dengan himpunan titik $V(K_1 + K_4, v, n) = \{x_i, y_i, z_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(K_1 + K_4, v, n) = \{x_i x_{i+1}, z_{2i-1} z_{2i}, x_i z_{2i-1}, x_i z_{2i}, x_i y_i, x_{i+1} y_i, y_i z_{2i-1}, y_i z_{2i}, 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 4n - 1$ dan $q = |E| = 10n$. Berdasarkan Teorema 4.1.6 dinyatakan bahwa $k(K_1 + K_4, v, n) \leq rc(K_1 + K_4, v, n) \leq k(K_1 + K_4, v, n) + 1$.

Untuk $n \geq 2$, graf Shack $(K_1 + K_4, v, n)$ berdiameter n maka $n \leq rc(K_1 + K_4, v, n) \leq n + 1$. Warnai $(K_1 + K_4, v, n)$ dengan fungsi berikut.

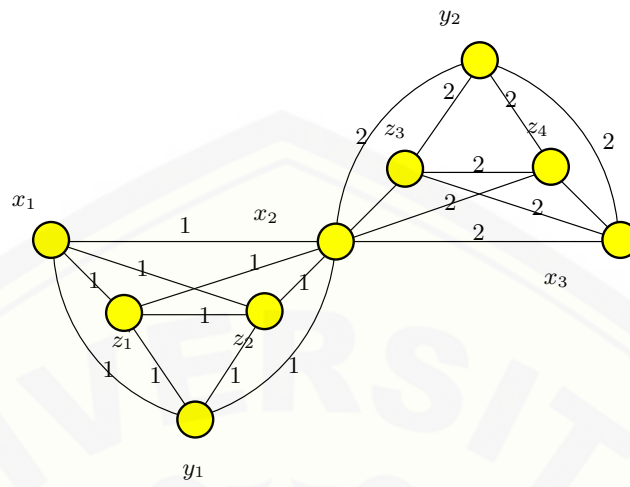
$f_6(e) = i$, untuk $e = x_i x_{i+1}, z_{2i-1} z_{2i}, x_i z_{2i-1}, x_{i+1} z_{2i}, x_i y_i, x_{i+1} y_i, y_i z_{2i-1}, y_i z_{2i}$, dimana $1 \leq i \leq n$

Jelas bahwa $f : E(K_1 + K_4, v, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n\}$ sehingga $n \leq rc(K_1 + K_4, v, n) \leq n + 1$ dan $rc(K_1 + K_4, v, n) = n$.

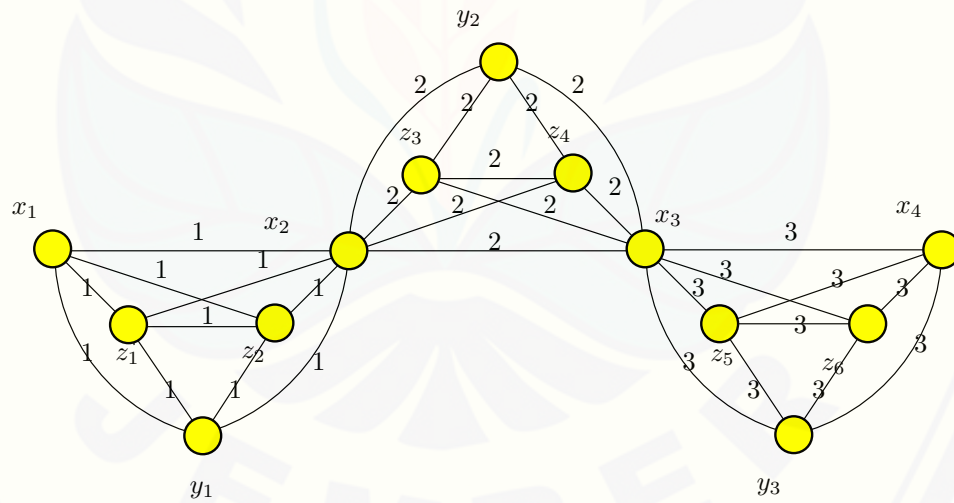
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(K_1 + K_4, v, 2) = 2$ dan $rc(K_1 + K_4, v, 3) = 3$ pada Gambar 4.14 dan Gambar 4.15

Teorema 4.1.7. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (F_4, v, n) adalah $3n$.

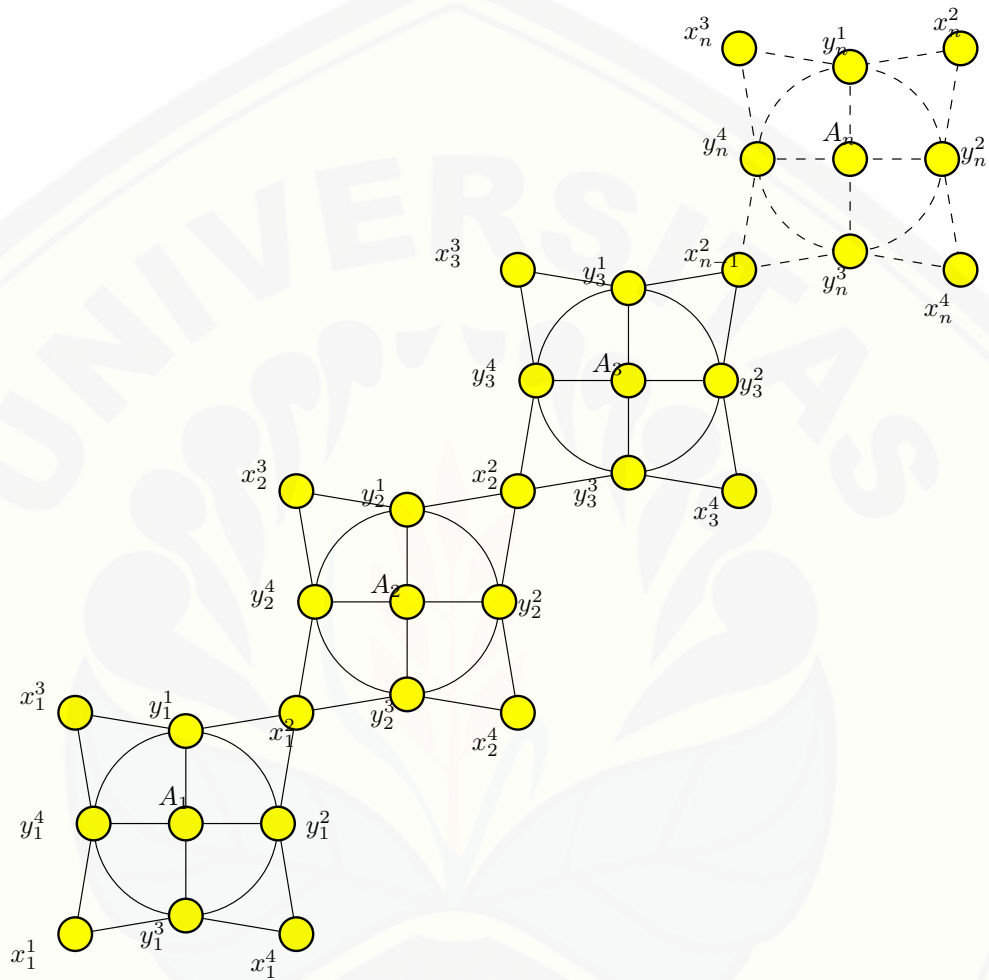
Bukti. Graf Shack (F_4, v, n) sebagaimana Gambar 4.16 adalah graf dengan himpunan titik $V(F_4, v, n) = \{A_i, x_i^3, x_i^2, x_i^1, x_i^4, y_i^1, y_i^2, y_i^3, y_i^4, x_i^1; 1 \leq i \leq n$ dan himpunan sisi $E(F_4, v, n) = \{x_i^3 y_i^1, x_i^2 y_i^2, x_i^4 y_i^3, x_i^1 y_i^4, A_i y_i^1, A_i y_i^2, x_i^3 y_i^4, x_i^2 y_i^1, y_i^2 x_i^4,$



Gambar 4.14 Graf Shack $(K_1 + K_4, v, 2)$



Gambar 4.15 Graf Shack $(K_1 + K_4, v, 3)$



Gambar 4.16 Graf Shack (F_4, v, n)

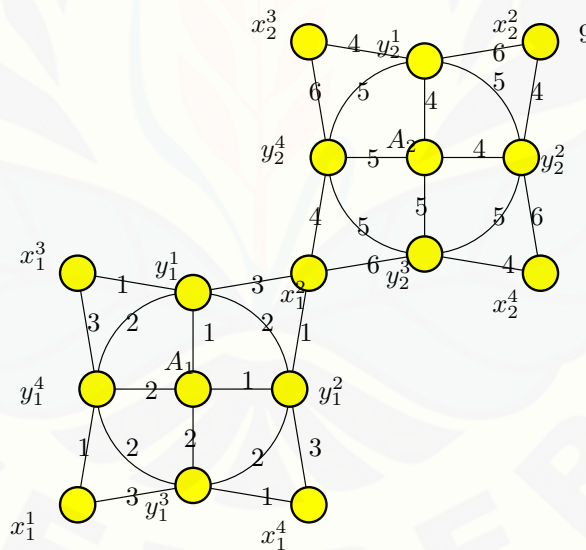
$x_i^1 y_i^3, y_i^4 y_i^1, y_i^1 y_i^2, y_i^2 y_i^3, y_i^3 y_i^4, A_i y_i^3, A_i y_i^4; 1 \leq i \leq n$,serta $p = |V| = 8n + 1$ dan $q = |E| = 16n$. Berdasarkan Teorema 4.1.7 dinyatakan bahwa $k(F_4, v, n) \leq rc(F_4, v, n) \leq (F_4, v, n) + 1$.

Untuk $n \leq 2$, graf Shack (F_4, v, n) berdiamter $3n$ maka $3n \leq rc(F_4, v, n) \leq 3n + 1$. Warnai (F_4, v, n) dengan fungsi berikut.

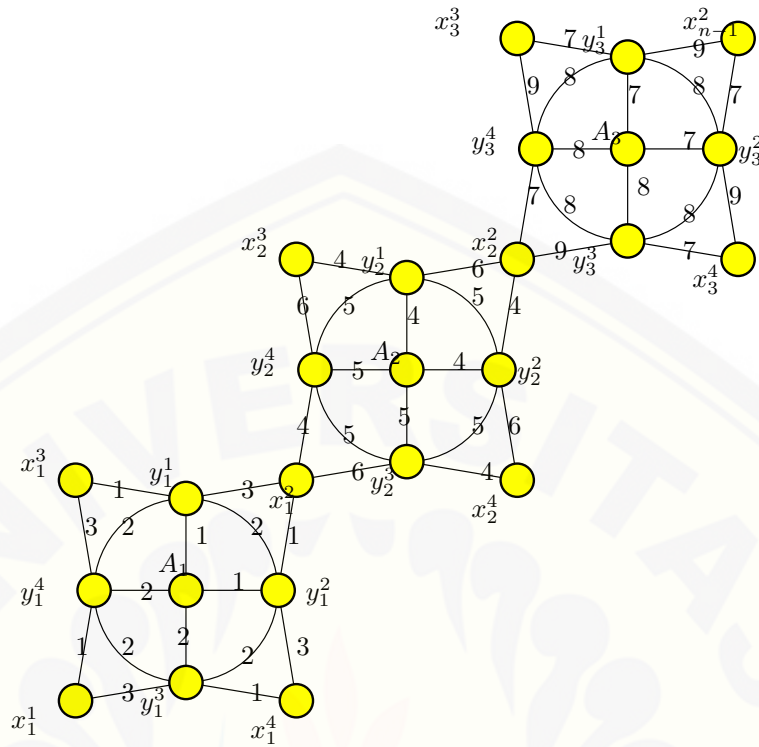
$$f_7(e) = \begin{cases} 3i - 2, & \text{untuk } e = x_i^3 y_i^1, x_i^2 y_i^2, x_i^4 y_i^3, x_i^1 y_i^4, A_i y_i^1, A_i y_i^2, \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 1, & \text{untuk } e = y_i^4 y_i^1, y_i^1 y_i^2, y_i^2 y_i^3, y_i^3 y_i^4, A_i y_i^3, A_i y_i^4, \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i, & \text{untuk } e = x_i^3 y_i^4, x_i^2 y_i^1, y_i^2 x_i^4, x_i^1 y_i^3, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(F_4, v, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 3n\}$ sehingga $3n \leq rc(F_4, v, n) \leq 3n + 1$ dan $rc(F_4, v, n) = 3n$.

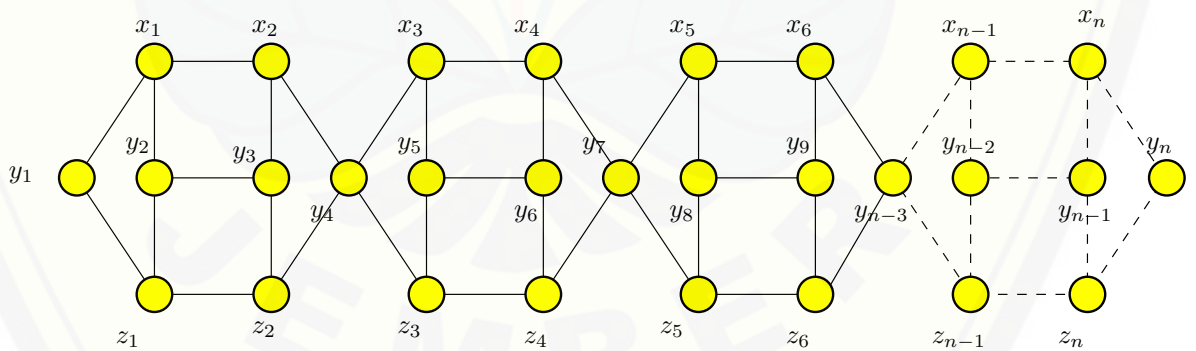
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(F_4, v, 2) = 6$ dan $rc(F_4, v, 3) = 9$ pada Gambar 4.17 dan Gambar 4.36



Gambar 4.17 Graf Shack $(F_4, v, 2)$



Gambar 4.18 Graf Shack ($F_4, v, 3$)



Gambar 4.19 Graf Shack (CL_6, v, n)

Teorema 4.1.8. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (CL_6, v, n) adalah $3n$.

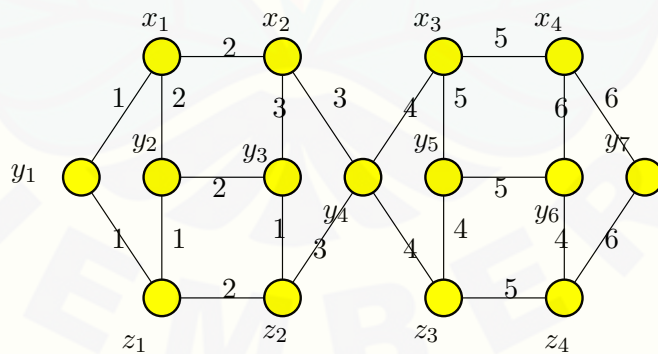
Bukti. Graf Shack (CL_6, v, n) sebagaimana Gambar 4.19 adalah graf dengan himpunan titik $V(CL_6, v, n) = \{x_i, z_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(CL_6, v, n) = \{x_{2i-1}x_{2i}, y_{3i-1}y_{3i}, z_{2i-1}z_{2i}, x_{2i-1}y_{3i-2}, z_{2i-1}y_{3i-1}, x_{2i}y_{3i+1}, z_{2i}y_{3i+1}, x_{2i-1}y_{3i-1}, x_{2i}y_{3i}, z_{2i-1}y_{3i-2}, z_{2i}y_{3i}; 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 7n + 7$ dan $q = |E| = 11n$. Berdasarkan Teorema 4.1.8 dinyatakan bahwa $k(CL_6, v, n) \leq rc(CL_6, v, n) \leq k(CL_6, v, n) + 1$.

Untuk $n \geq 2$, graf Shack (CL_6, n) berdiamter $3n$ maka $3n \leq rc(CL_6, n) \leq 3n + 1$. Warnai (CL_6, n) dengan fungsi berikut.

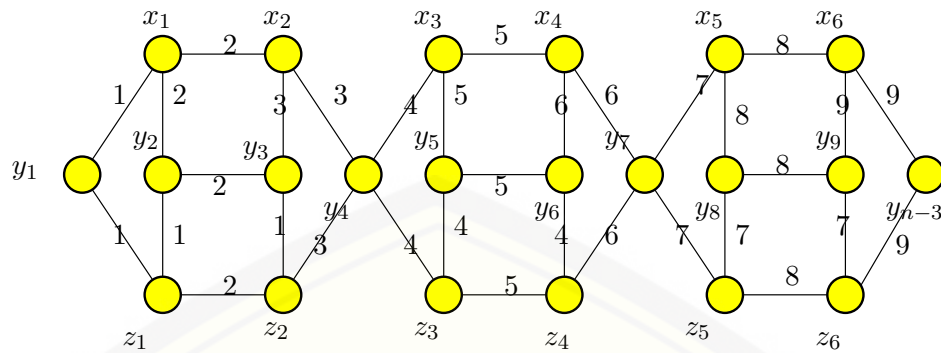
$$f_8(e) = \begin{cases} 3i, & \text{untuk } e = x_{2i}y_{3i+1}; z_{2i}y_{3i+1}; x_{2i}y_{3i} \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 1, & \text{untuk } e = x_{2i-1}x_{2i}; z_{2i-1}z_{2i}; y_{3i-1}y_{3i}; x_{2i-1}y_{3i-1} \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 2, & \text{untuk } e = x_{2i-1}y_{3i-2}; z_{2i-1}y_{3i-2}; z_{2i-1}y_{3i-2}; z_{2i}y_{3i} \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(CL_6, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 3n\}$ sehingga $3n \leq rc(CL_6, v, n) \leq 3n + 1$ dan $rc(CL_6, v, n) = 3n$.

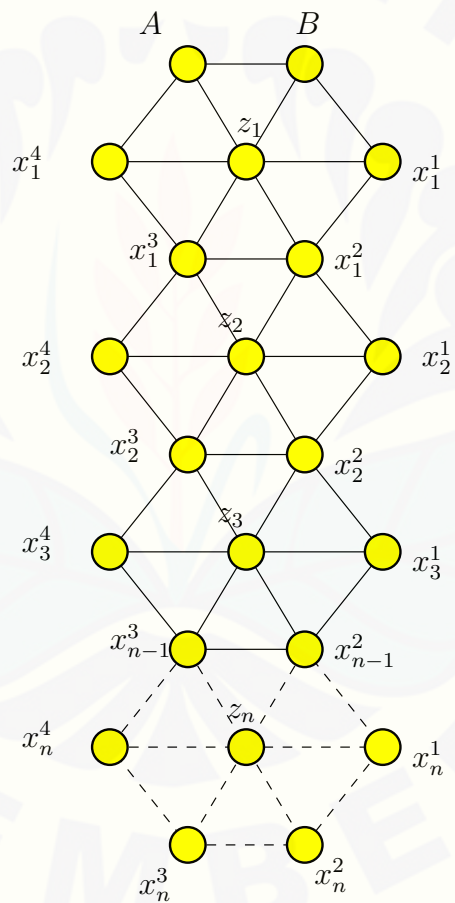
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(CL_6, v, 2) = 6$ dan $rc(CL_6, v, 3) = 9$ pada Gambar 4.20 dan Gambar 4.21



Gambar 4.20 Graf Shack $(CL_6, v, 2)$



Gambar 4.21 Graf Shack ($CL_6, v, 3$)



Gambar 4.22 Graf Shack (W_6, P_2, n)

Teorema 4.1.9. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (W_6, P_2, n) adalah $2n$.

Bukti. Graf Shack (W_6, P_2, n) adalah graf dengan himpunan titik $V(W_6, P_2, n) = \{A, B, x_i^1, x_i^2, x_i^3, x_i^4, z_i; 1 \leq i \leq 4$ dan himpunan sisi $E(W_6, P_2, n) = \{AB, x_i^2 x_i^3, Bx_1^1, Ax_1^4, Bz_1, Az_1, x_i^1 x_i^2, x_i^2 z_i, x_i^3 z_i, x_i^3 x_i^4, x_i^1 z_i, x_i^4 z_i, x_i^2 x_i^1, x_i^3 x_i^4; 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 5n + 2$ dan $q = |E| = 11n + 1$. Berdasarkan Teorema 4.1.9 dinyatakan bahwa $k(W_6, P_2, n) \leq rc(W_6, P_2, n) \leq k(W_6, P_2, n) + 1$.

Untuk $n \geq 2$, graf Shack (W_6, P_2, n) berdiamter $2n$ maka $2n \leq rc(W_6, P_2, n) \leq 2n + 1$. Warnai (W_6, P_2, n) dengan fungsi berikut.

$$f_9(e) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } e = AB, x_i^2 x_i^3, Bx_1^1, Ax_1^4, Bz_1, Az_1 \\ 2, & \text{untuk } e = x_i^4 z_i, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3, & \text{untuk } e = x_i^1 z_i, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 2i, & \text{untuk } e = x_i^1 x_i^2, x_i^2 z_i, x_i^3 z_i, x_i^3 x_i^4, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 2i + 1, & \text{untuk } e = x_i^2 x_i^1, x_i^3 x_i^4, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

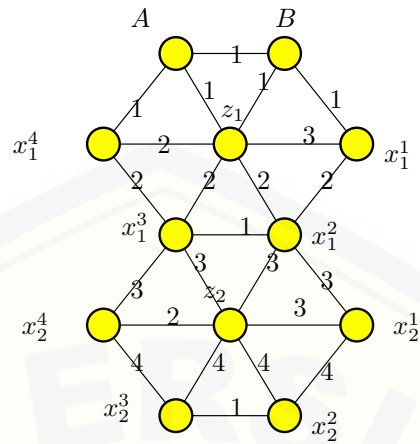
Jelas bahwa $f : E(W_6, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ sehingga $2n \leq rc(W_6, P_2, n) \leq 2n + 1$ dan $rc(W_6, P_2, n) = 2n$.

Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(W_6, P_2, 2) = 6$ dan $rc(W_6, P_2, 3) = 9$ pada Gambar 4.23 dan Gambar 4.24

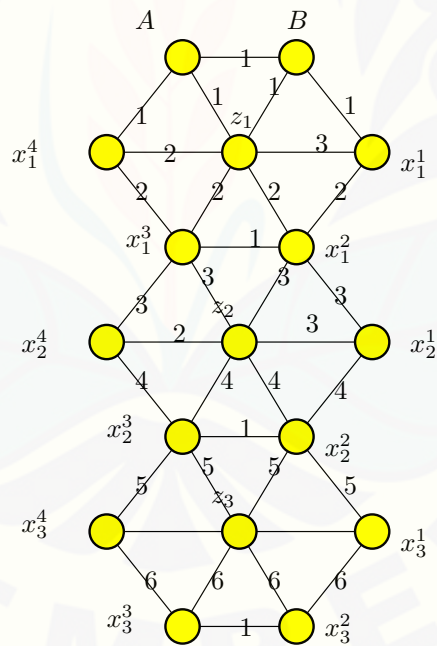
Teorema 4.1.10. Untuk $n \leq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (TC_3, v, n) adalah $2n$.

Bukti. Graf Shack (TC_3, v, n) adalah graf dengan himpunan titik $V(TC_3, v, n) = \{x_i, y_i, z_i^1, z_i^2, z_i^3; 1 \leq i \leq n$ dan himpunan sisi $E(TC_3, v, n) = \{x_i z_i^1, x_i z_i^2, z_i^1 z_i^2, y_i z_i^3, y_{i+1} z_i^3, y_i z_i^1, z_i^1 z_i^3, z_i^2 z_i^3, y_{i+1} z_i^2; 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 5n + 1$ dan $q = |E| = 9n$. Berdasarkan Teorema 4.1.10 dinyatakan bahwa $k(TC_3, v, n) \leq rc(TC_3, v, n) \leq k(TC_3, v, n) + 1$.

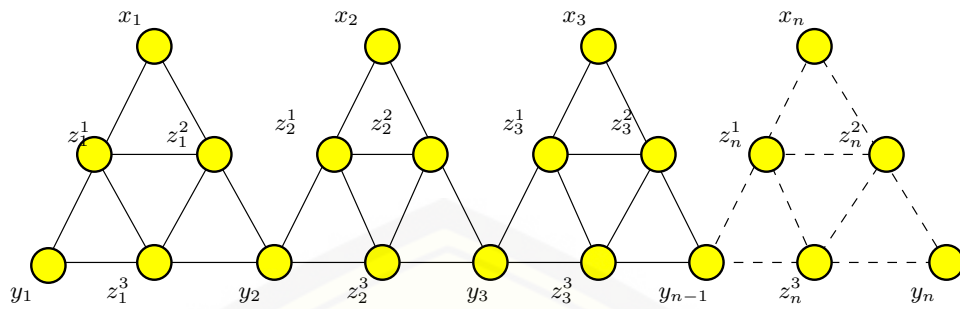
Untuk $n \leq 2$, graf Shack (TC_3, v, n) berdiamter $2n$ maka $2n \leq rc(TC_3, v, n) \leq 2n + 1$. Warnai (TC_3, v, n) dengan fungsi berikut.



Gambar 4.23 Graf Shack ($W_6, P_2, 2$)



Gambar 4.24 Graf Shack ($W_6, P_2, 3$)

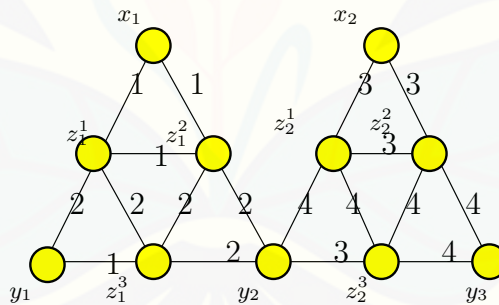


Gambar 4.25 Graf Shack (TC_3, n)

$$f_{10}(e) = \begin{cases} 2i - 1, & \text{untuk } e = x_i z_i^1, x_i z_i^2, z_i^1 z_i^2, y_i z_i^3, y_{i+1} z_i^3, \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \\ 2i, & \text{untuk } e = y_i z_i^1, z_i^1 z_i^3, z_i^2 z_i^3, y_{i+1} z_i^2, \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(TC_3, v, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ sehingga $2n \leq rc(TC_3, v, n) \leq 2n + 1$ dan $rc(TC_3, v, n) = 2n$.

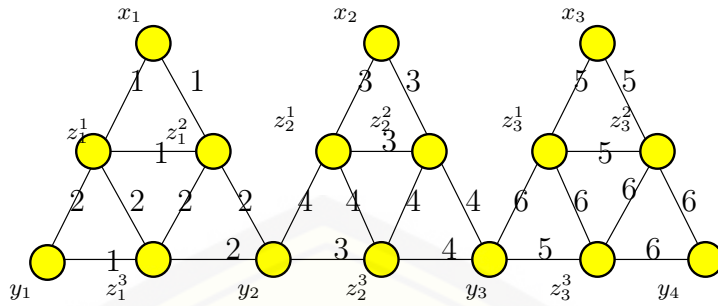
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(TC_3, v, 2) = 6$ dan $rc(TC_3, v, 3) = 9$ pada Gambar 4.26 dan Gambar 4.27



Gambar 4.26 Graf Shack $(TC_3, v, 2)$

Teorema 4.1.11. Untuk $n \leq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (KC, v, n) adalah $3n$.

Bukti. Graf Shack (KC, v, n) adalah graf dengan himpunan titik $V(KC, v, n) = \{A,$



Gambar 4.27 Graf Shack $(TC_3, v, 3)$

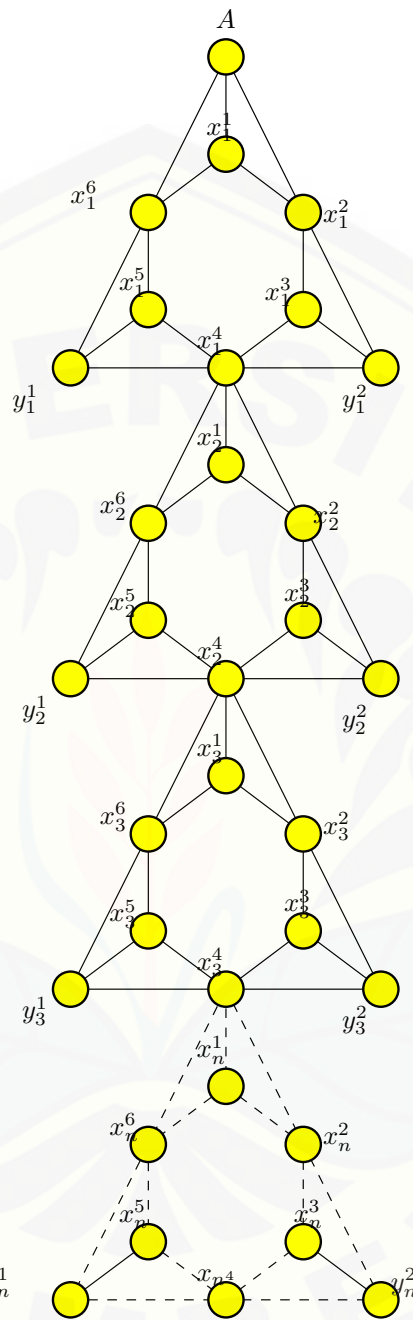
$x_i^1, x_i^2, x_i^3, x_i^4, x_i^5, x_i^6, y_i^1, y_i^2; 1 \leq i \leq n$ dan himpunan sisi $E(KC, v, n) = \{Ax_1^6, Ax_1^1, Ax_1^2, x_i^1x_i^2, x_i^4x_i^5, x_i^3y_i^2, x_i^4y_i^1, x_i^4x_{i+1}^1, x_i^2y_i^2, x_i^6y_i^1, x_i^5x_i^6, x_i^2x_i^3, x_i^1x_i^6, x_i^5y_i^1, x_i^3x_i^4, x_i^4y_i^2, x_i^4x_{i+1}^1, x_i^4z_{i+1}^2, x_i^4x_{i+1}^6, 1 \leq i \leq n\}$, serta $p = |V| = 8n + 1$ dan $q = |E| = 15n$. Berdasarkan Teorema 4.1.11 dinyatakan bahwa $k(KC, v, n) \leq rc(KC, v, n) \leq k(KC, v, n) + 1$.

Untuk $n \leq 2$, graf Shack (KC, v, n) berdiamter $3n$ maka $3n \leq rc(KC, v, n) \leq 3n + 1$. Warnai (KC, v, n) dengan fungsi berikut.

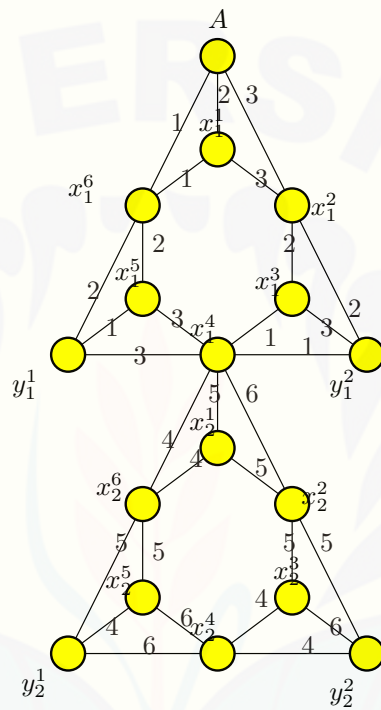
$$f_{11}(e) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } e = Ax_1^6 \\ 2, & \text{untuk } e = Ax_1^1 \\ 3, & \text{untuk } e = Ax_1^2 \\ 3i - 2, & \text{untuk } e = x_i^1x_i^6, x_i^5y_i^1, x_i^3x_i^4, x_i^4y_i^2, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 1, & \text{untuk } e = x_i^4x_{i+1}^1, x_i^2y_i^2, x_i^6y_i^1, x_i^5x_i^6, x_i^2x_i^3, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i, & \text{untuk } e = x_i^1x_i^2, x_i^4x_i^5, x_i^3y_i^2, x_i^4y_i^1, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i + 1, & \text{untuk } e = x_i^4x_{i+1}^6, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i + 2, & \text{untuk } e = x_i^4x_{i+1}^1, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i + 3, & \text{untuk } e = x_i^4z_{i+1}^2, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(KC, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 3n\}$ sehingga $3n \leq rc(KC, v, n) \leq 3n + 1$ dan $rc(KC, v, n) = 3n$.

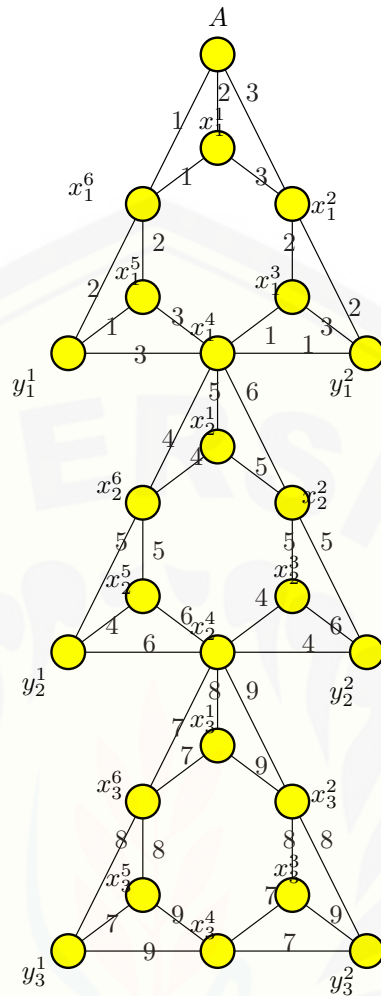
Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(KC, v, 2) = 6$ dan $rc(KC, v, 3) = 9$ pada Gambar 4.29 dan Gambar 4.30



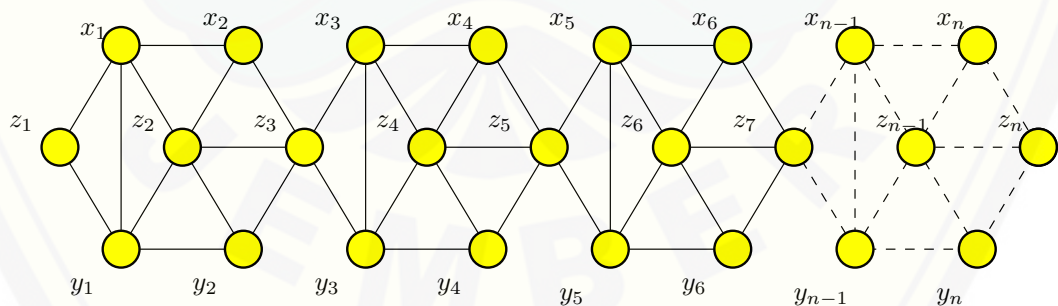
Gambar 4.28 Graf Shack (KC, v, n)



Gambar 4.29 Graf Shack ($KC, v, 2$)



Gambar 4.30 Graf Shack ($KC, v, 3$)



Gambar 4.31 Graf Shack (CW_5, v, n)

Teorema 4.1.12. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (CW_5, v, n) adalah $3n$.

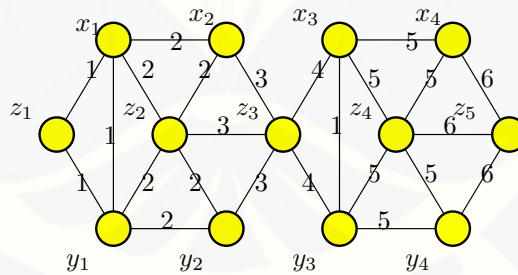
Bukti. Graf Shack (CW_5, v, n) adalah graf dengan himpunan titik $V(CW_5, v, n) = \{x_i, z_i, y_i; 1 \leq i \leq n$ dan himpunan sisi $E(CW_5, v, n) = \{x_i y_i, x_{2i-1} x_{2i}; x_{2i-1} z_{2i}; x_i z_i, y_{2i-1} y_{2i}, y_i z_i, y_{2i-1} y_{2i}; x_i z_i, y_i z_i, x_{2i} z_{2i+1}, y_{2i} z_{2i+1}, z_{2i} z_{2i+1}, 1 \leq i \leq n$, serta $p = |V| = 6n + 1$ dan $q = |E| = 12n$. Berdasarkan Teorema 4.1.12 dinyatakan bahwa $k(CW_5, v, n) \leq rc(CW_5, v, n) \leq k(CW_5, v, n) + 1$.

Untuk $n \geq 2$, graf Shack (CW_5, v, n) berdiamter $3n$ maka $3n \leq rc(CW_5, v, n) \leq 3n + 1$. Warnai (CW_5, v, n) dengan fungsi berikut.

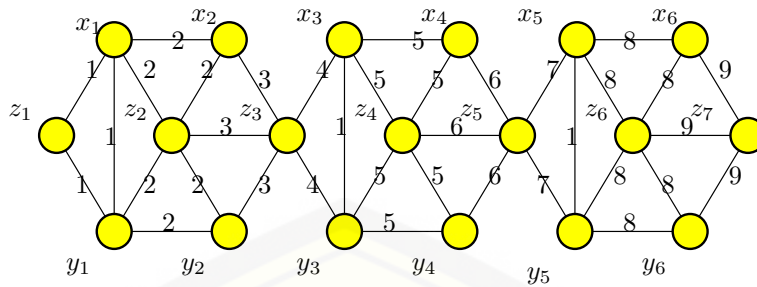
$$f_{12}(e) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } e = x_i y_i, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i, & \text{untuk } e = x_{2i} z_{2i+1}, y_{2i} z_{2i+1}, z_{2i} z_{2i+1}, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 1, & \text{untuk } e = x_{2i-1} x_{2i}, x_{2i-1} z_{2i}; y_{2i-1} y_{2i}; y_i z_i, y_{2i-1} y_{2i}, \\ & \text{dimana } 1 \leq i \leq n \\ 3i - 2, & \text{untuk } e = x_i z_i, y_i z_i, \text{ dimana } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

Jelas bahwa $f : E(CW_5, n) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 3n\}$ sehingga $3n \leq rc(CW_5, v, n) \leq 3n + 1$ dan $rc(CW_5, v, n) = 3n$.

Sebagai contoh dari ilustrasi $rc(CW_5, v, 2) = 6$ dan $rc(CW_5, v, 3) = 9$ pada Gambar 4.32 dan Gambar 4.33



Gambar 4.32 Graf Shack ($CW_5, v, 2$)



Gambar 4.33 Graf Shack ($CW_5, v, 3$)

4.2 Aplikasi Teknik Konstruksi Graf dalam Topologi Jalan Kota Banyuwangi

Pada bagian ini akan dibahas tentang topologi jalan kota Banyuwangi untuk merepresentasikan J -graf dari kota Banyuwangi. Penelitian ini dibatasi pada jalan kota kecamatan Banyuwangi.

Dari Gambar 4.35 direpresentasikan J -graf dengan cara nama jalan kota Banyuwangi sebagai titik. Tabel 4.1 merupakan table penjelasan dari setiap titik pada Gambar 4.35. Selanjutnya analisis topologi jalankota Banyuwangi menggunakan konsep jarak yang disebut kedalaman (*depth*) yang diukur dalam langkah yang disebut jarak topologis. Konsep jarak kemudian dipergunakan sebagai ukuran dalam perhitungan *connectivity*, *integrity*, dan *intelligibility*.

Integrity didapat dengan menghitung *total depth*, menghitung *mean depth*, menghitung *RA (Relative Asymmetry)*, serta menghitung *RRA (textitReal Relative Asymmetry)* dari setiap titik seperti pada lampiran 1.

Dari lampiran 1 menghasilkan nilai *RA* antara 0-1 didapatkan dengan rumus $RA = \frac{2(MD-1)}{L-2}$, MD adalah *mean depth* yang dapat dihitung dengan cara $MD = \frac{TD}{L-1}$, L adalah jumlah ruang dalam sistem. Semakin kecil nilai *RA* mengindikasikan *integrity* yang semakin tinggi pula. Nilai *RA* terendah adalah JL. Jaksa Agung Suprpto yaitu 0,059379217. Namun karena nilai ini hanya berlaku pada satu sistem ruang sehingga nilai *RA* tersebut harus distandarisasi menjadi nilai *RRA* seperti pada tabel. Dari nilai *RRA* sudah menggambarkan nilai *integrity*. Nilai *RRA* yang rendah berarti ruang tersebut memiliki *integrity*

yang tinggi pada konfigurasi ruang tersebut. Dari hasil di lampiran 1, nilai *RRA* yang rendah pada ruang 24 yaitu JL. Jaksa Agung Suprpto yaitu 0.252899416 berarti Jalan tersebut mempunyai *integrity* yang tinggi. Sedangkan JL. Arwana sebesar 0.94837281 berarti mempunyai *integrity* yang rendah.

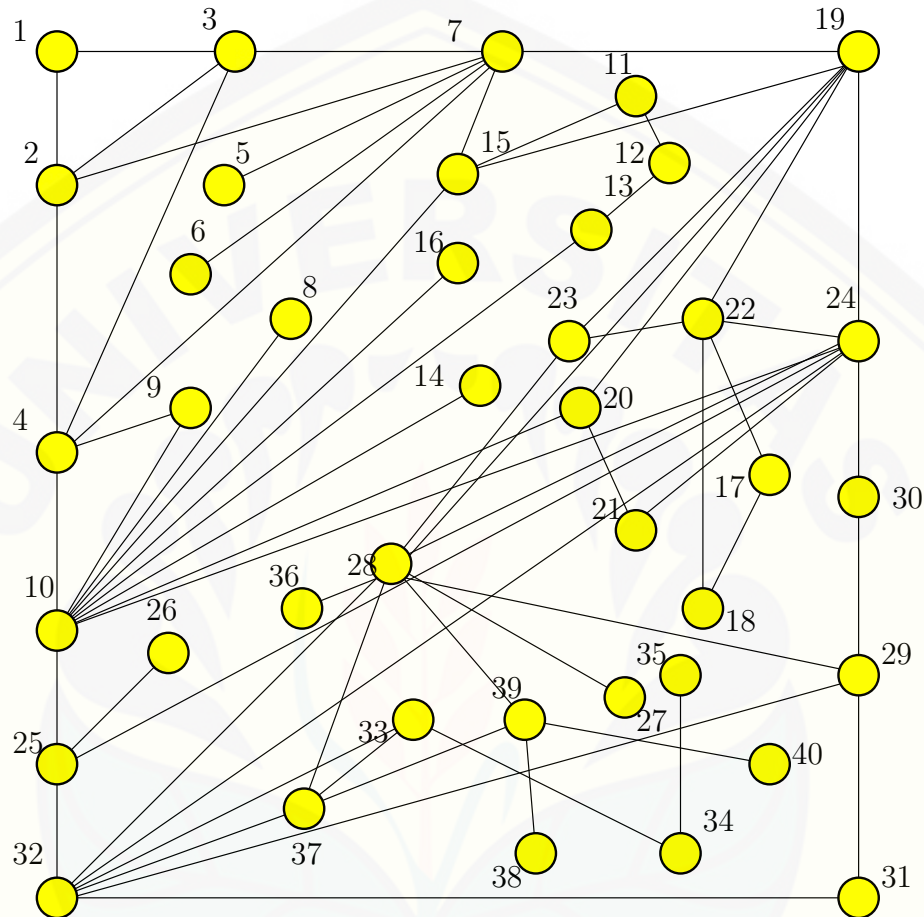


Gambar 4.34 Peta jalan kota Banyuwangi
(<https://www.google.co.id/maps/@-8.2261017,114.3528897,14z?hl=en>)

Berdasarkan analisis JL. Jaksa Agung Suprpto memiliki *integrity* yang tinggi dan JL. Arwana memiliki *integrity* yang rendah artinya diantara jalan-jalan yang lain JL Jaksa Agung Suprpto memiliki kesatuan yang paling erat terhadap konfigurasi ruang secara keseluruhan dibandingkan dengan jalan-jalan lainnya. Berdasarkan konsep *topological distance* JL Jaksa Agung Suprpto adalah jalan yang mudah untuk dijangkau dari jalan-jalan lainnya dalam konfigurasi ruang.

Selanjutnya menganalisis *intelligibility* yang merupakan hipotesis atas kemudahan pengguna jalan dalam memahami struktur jalan dalam suatu konfigurasi jalan. Nilai *intelligibility* didapat dari mempergunakan data yang diperoleh dari analisis sebelumnya yaitu dari *connectivity* dan *integrity*. Nilai *intelligibil-*

ity yang tinggi menunjukkan bahwa konektivitas pada skala lokal mencerminkan kemudahan dalam pencapaian jalan-jalan lainnya, sebaliknya nilai yang rendah mencerminkan bahwa struktur jalan tidak dapat dipahami dari keberadaan jalan secara parsial (lokal) sehingga akan cenderung mudah tersesat.



Gambar 4.35 Representasi Jalan Kota Banyuwangi

Nilai *intelligibility* didapat dengan rumus $r_{xy} = \frac{\Sigma(xy)}{\sqrt{\Sigma(x^2)\Sigma(y^2)}}$. Nilai x dari setiap jalan didapatkan dari nilai masing-masing nilai RA setiap jalan dikurangi dengan nilai rata-rata dari RA . Sedangkan y dari setiap jalan didapatkan dari nilai RRA setiap jalan dikurangi dengan nilai rata-rata RRA . Nilai rata-rata dari RA yaitu 0.11717274 dan nilai rata-rata dari RRA yaitu 0.499045268.

Jumlah dari xy adalah 0.16821003, jumlah dari x^2 adalah 0.039494674 serta

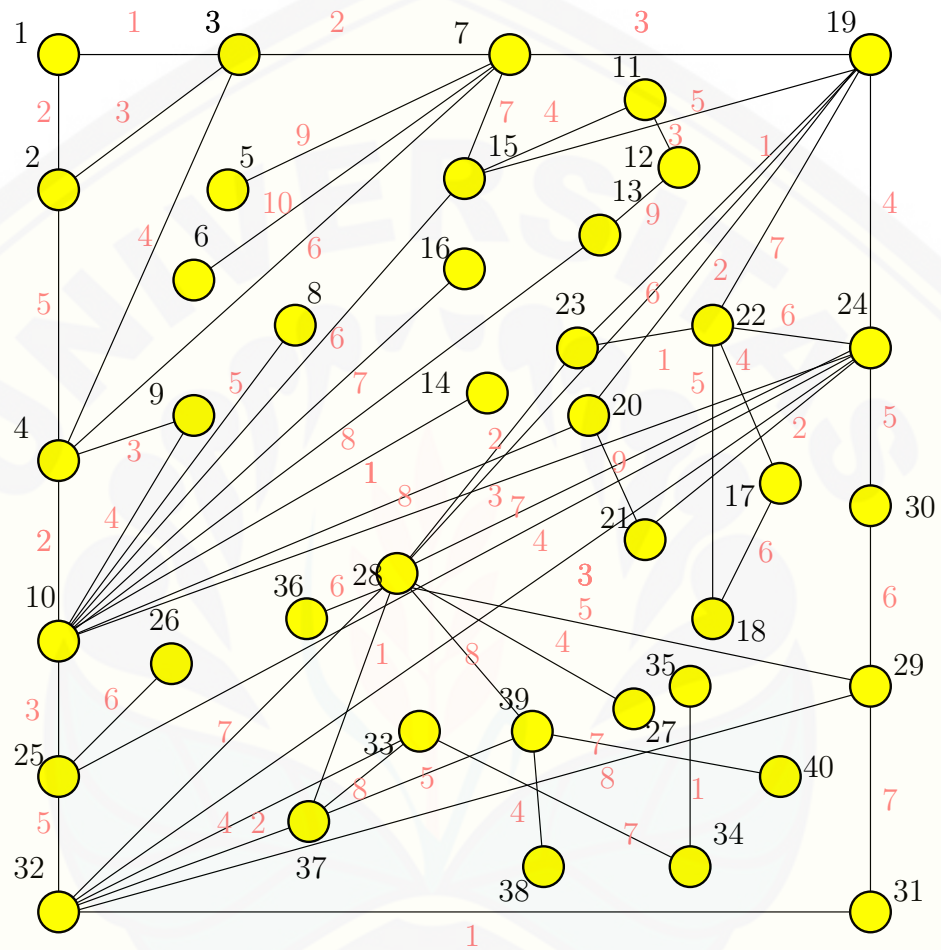
jumlah dari y^2 adalah 0.716415951. Sehingga nilai r_{xy} adalah 1.000.

4.3 Penerapan Koneksi Pelangi pada Topologi Jalan Kota Banyuwangi

Pembahasan mengenai pengembangan manajemen jalan kota banyak kaitannya terhadap aktivitas sehari-hari seperti pengawalan Bupati menuju beberapa daerah yang akan dikunjungi. Seperti pada tanggal 28 Desember 2014 Bupati Banyuwangi melakukan kunjungan ke beberapa daerah. Dalam setiap perjalanan dari satu tempat ke tempat yang lain dibutuhkan pengawalan yang ketat, sehingga setiap daerah memerlukan pengawal khusus untuk mengantarkan. Untuk meminimalkan banyaknya pengawal yang akan bertugas di setiap daerah, maka digunakanlah konsep koneksi pelangi dalam pengaplikasiannya. Terdapat 20 polisi yang akan ditempatkan secara acak pada penempatan 10 pos polisi.

Dari Gambar 4.36 memiliki $k = 8$ sehingga batas bawah dan batas atas dari koneksi pelangi yaitu $k(J - graph) \leq rc(J - graph) \leq k(J - graph) + 2$ maka $8 \leq rc(J - graph) \leq 10$, setelah diwarnai dengan $f : E(J - graph) \rightarrow 1, 2, 3, \dots, 10$ sehingga $rc(J - graph) = 10$. Dari 20 polisi kemungkinan penempatan pada setiap pos di setiap jalan yaitu $C_{10}^{20} = \frac{20!}{10!(20-10)!} = 184756$ kemungkinan.

Misalkan Bupati akan pergi dari Jalan Belimbing ke Jalan Benteng. Ada banyak jalur yang bisa dilewati. Alternatif pertama dari Jalan Belimbing ke Jalan Benteng yaitu melewati Jalan Belimbing ke Jalan Joyoboyo selanjutnya Jalan Joyoboyo ke Jalan Argopuro kemudian dari Jalan Argopuro ke Jalan Banyuwangi-Situbondo setelah itu dari Jalan Banyuwangi-Situbondo ke Jalan Dr. Sutomo lalu dari Jalan Dr. Sutomo ke Jalan Benteng. Alternatif kedua dari Jalan Belimbing ke Jalan Benteng yaitu melewati Jalan Belimbing ke Jalan Joyoboyo selanjutnya dari Jalan Joyoboyo ke Jalan Raden Wijaya kemudian dari Jalan Raden Wijaya ke Jalan Gajah Mada, dari Jalan Gajah Mada ke Jalan Jaksa Agung Suprpto kemudian dari Jalan Jaksa Agung Suprpto ke Jalan Dr. Sutomo selanjutnya dari Jalan Dr. Sutomo ke Jalan Benteng. Alternatif ketiga dari Jalan Belimbing menuju Jalan Benteng yaitu bisa melewati Jalan Belimbing ke Jalan Joyoboyo selanjutnya dari Jalan Joyoboyo ke Jalan Raden Wijaya, dari jalan Raden Wijaya ke Jalan Gajah Mada selanjutnya dari Jalan Gajah Mada ke Jalan Brawijaya kemudian dari Jalan Brawijaya ke Jalan Adi Sucipto setelah itu dari Jalan Adi



Gambar 4.36 *j-graph* kota Banyuwangi

Sucipto ke Jalan Dr. Sutomo dan dari Jalan Dr. Sutomo ke Jalan Benteng. Ada lebih dari satu alternatif jalan yang dilewati dari Jalan Belimbing menuju Jalan Benteng. Untuk efisiensi, alternatif jalan yang dipilih adalah jalan yang terpendek yaitu alternatif pertama sehingga membutuhkan pengawal yang tidak banyak dalam setiap jalan.

4.4 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Dalam Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus

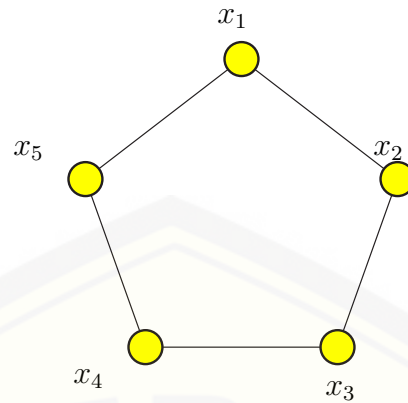
Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai kaitan analisis koneksi pelangi dalam terciptanya berfikir tingkat tinggi. Berpikir tingkat tinggi menurut taksonomi Bloom yang telah direvisi terdapat enam tahapan, yaitu enam level dari taksonomi Bloom : mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis / mengurai, menilai dan mencipta.

Tahap 1. (Mengingat)

Kata kerja kunci: mengingat dan menyebutkan

Mengingat dan menyebutkan pola.

Tahap pertama adalah mengingat. Level ini merupakan level terendah dari proses berfikir tingkat tinggi, namun bukan berarti bahwa tahap ini tidak penting, justru harus dilalui dulu sebelum melangkah ke tahap selanjutnya. Sebelum menganalisis koneksi pelangi pada sebuah graf yang pertama dilakukan adalah mengingat dan menyebutkan kembali pola bilangan pada suatu graf G . Sebuah graf G didefinisikan sebagai sebuah pasangan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut. Misalkan sebuah graf lingkaran C_5 memiliki 5 titik. Titik-titik tersebut dilakukan pemberian tanda untuk setiap titik memiliki tanda yang berbeda. Pemberian tanda pada titik bisa dengan huruf, angka, ataupun gabungan antara huruf dan angka. Lima titik pada graf G tersebut diberi tanda dengan huruf dan angka misalkan $V(G) = x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$. Apabila diperbanyak titik tersebut membentuk pola dengan rumus $a + (n - 1)b$ sehingga bisa ditulis $V(G) = x_i; 1 \leq i \leq n$.

Gambar 4.37 Graf lingkaran C_5 **Tahap 2. (Memahami)**

Kata kerja kunci: menjelaskan

Menjelaskan teorema sebelumnya.

Tahap kedua adalah memahami. Proses pada tahap ini dilalui pada semua teorema yang ditemukan sebelumnya. Pada tahap ini, yang dilakukan adalah menjelaskan dan memahami konsep dari yang diingat serta mengembangkan dengan kalimat sendiri mengenai koneksi pelangi dan menjelaskan teorema yang telah ditemukan sebelumnya oleh beberapa peneliti sebelumnya sehingga menjadikan rujukan pada penelitian ini. Peneliti memahami dan menjelaskan teorema koneksi pelangi yang telah ditemukan sebelumnya oleh Li dan Sun serta Syafrizal dan Estetikasari. Misalkan G adalah sebuah graf terhubung dengan $d(G) \geq 2$ Maka jika G adalah sebuah graf interval, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 1$, k merupakan diameter suatu graf. Nilai dari koneksi pelangi mempunyai batas bawah dan batas atas dengan batas bawah sama dengan diameter dan batas bawahnya sama dengan

diameter tambah 1.

Tahap 3. (Menerapkan)

Kata kerja kunci: menerapkan dan menginterpretasikan
Menerapkan fungsi titik dan fungsi sisi.

Tahap ketiga adalah menerapkan. Pada tahap ini, yang dilakukan adalah menerapkan dan menginterpretasikan fungsi titik dan fungsi sisi dari graf yang ditemukan. Sebuah graf G dapat dinyatakan sebagai $G = \langle V, E \rangle$. Dalam hal ini V merupakan himpunan berhingga dan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertex*). Istilah lain untuk menyatakan simpul adalah titik atau *node*. Sedangkan E dinyatakan sebagai pasangan dari simpul yang ada dalam V .

Pemberian tanda pada simpul (*vertex*) maupun sisi (*edge*) dapat menggunakan huruf, bilangan asli, atau gabungan antara huruf dengan bilangan asli. Pemberian tanda menggunakan huruf seperti $v, w, x, y, z, ,$ dengan menggunakan bilangan asli seperti $1, 2, 3, ,$ atau menggunakan gabungan keduanya seperti a_1, a_2, b_1, b_2 . Dalam hal ini peneliti menggunakan simbol gabungan keduanya yaitu w_i, x_i, y_i, z_i , dimana $1 \leq i \leq n$. Sisi yang menghubungkan dua buah simpul x_i dan y_i dinyatakan dengan pasangan (x_i, y_i) .

Sebelum menentukan himpunan titik dan himpunan sisi sebuah graf G dicari nilai kardinalitas dari graf G . Kardinalitas merupakan jumlah simpul atau titik dan jumlah sisi untuk setiap graf, dinyatakan dengan $|V|$ dan $|E|$. Pencarian nilai kardinalitas ini dilakukan pada setiap graf yang diteliti. Setiap graf memiliki nilai kardinalitas yang berbeda-beda. Nilai kardinalitas dari titik didapat dengan mencari jumlah titik setiap graf tersebut dan jika graf tersebut diperbanyak maka memiliki titik yang lebih dari sebelumnya. Sehingga mempunyai pola bilangan dan didapatkan nilai kardinalitas titik dari graf G . Begitu juga jika menentukan nilai kardinalitas dari sisi didapatkan dengan mencari jumlah sisi setiap graf G . Dalam hal ini peneliti mencari nilai kardinalitas $|V|$ dan $|E|$ pada setiap graf

yang dianalisis.

Tahap 4. (Menganalisis)

Kata kerja kunci: menganalisis

Menganalisis diameter.

Tahap keempat adalah menganalisis. Pada tahap ini, yang dilakukan adalah menganalisis diameter. Diameter suatu graf terhubung G adalah maksimum jarak antara simpul-simpul G . Sebelum mencari pewarnaan dari koneksi pelangi sebuah graf G terlebih dulu mencari nilai diameternya. Diameter disimbolkan dengan $k(G)$. Nilai dari diameter merupakan nilai minimum dalam pewarnaan koneksi pelangi, $k(G) \leq rc(G) \leq k(G) + 1$ sehingga nilai dari pewarnaan koneksi pelangi mempunyai batas bawah dan batas atas.

Batas bawah dari pewarnaan koneksi pelangi yaitu sama dengan nilai diameter sedangkan batas atas dari pewarnaan koneksi pelangi adalah nilai diameter ditambah satu. Apabila suatu graf diperbanyak maka nilai diameternya juga berubah. Semakin diperbanyak maka semakin besar pula diameternya hingga dapat membentuk pola bilangan pola bilangannya bisa dicari dengan rumus $a + (n - 1)b$. peneli mencari nilai diameter dari semua graf sebelum mencari pewarnaan pada graf. Peneliti menghubungkan semua titik untuk mencari jarak maksimal antara simpul-simpulnya hingga menemukan pola dan menemukan diameternya.

Sebuah graf G haruslah mencapai nilai minimum atau mencapai batas bawah dalam pewarnaan. Apabila sebuah graf G mempunyai diameter n $k(G) = n$, maka pewarnaan koneksi pelangi dari graf G adalah n , $rc(G) = n$. Sehingga pewarnaannya memnuhi batas bawah.

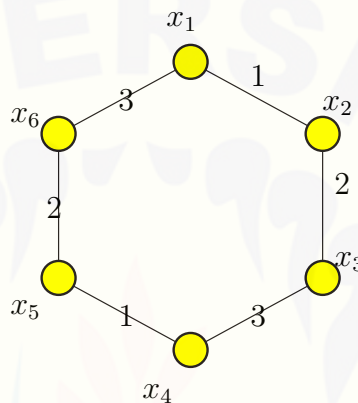
Tahap 5. (Mengevaluasi)

Kata kerja kunci: membuktikan

Melakukan pembuktian koneksi pelangi pada sembarang graf khusus.

Tahap kelima adalah mengevaluasi. Pada tahap ini peneliti melakukan pewarnaan pada setiap graf. Pewarnaan suatu graf G harus seminimal mungkin sehingga mencapai batas bawah. Misalkan $G = (V(G), E(G))$ adalah suatu graf ter-

hubung tak-trivial. Suatu pewarnaan terhadap sisi-sisi di G didefinisikan sebagai $c : E(G) \rightarrow 1, 2, 3, \dots, k, k \in \mathbb{N}$, dimana dua sisi yang bertetangga boleh berwarna sama. Pewarnaan sisi membuat G bersifat koneksi pelangi. Jika G adalah koneksi pelangi maka G terhubung. Sebaliknya setiap graf terhubung memiliki pewarnaan sisi *trivial* sehingga koneksi pelangi memiliki warna yang berbeda. Misalkan pada graf lingkaran C_6 mempunyai diameter 3 sehingga memiliki pewarnaan minimal yaitu 3, jarak setiap titiknya memiliki warna yang berbeda. Lihat gambar 4.38. Gambar tersebut memiliki tiga warna yang berbeda. Jarak antara x_2 dan x_6



Gambar 4.38 Graf lingkaran C_6

adalah dua, sehingga memiliki dua warna yang berbeda yaitu 1 dan 3. Jarak antara titiknya memiliki warna yang berbeda. Jarak antara x_1 dan x_3 adalah tiga sehingga pewarnaannya adalah tiga warna yang berbeda, yaitu 1,2 dan 3.

Tahap 6. (Mencipta)

Kata kerja kunci: memformulasikan dan menciptakan

Memformulasikan fungsi dari koneksi pelangi sehingga dapat diciptakan sebuah teorema mengenai koneksi pelangi pada graf khusus.

Tahap keenam adalah mencipta. Pada tahap ini, yang dilakukan adalah menciptakan teorema dari tahap sebelumnya. Tahap ini merupakan tahap tertinggi dari proses berpikir tingkat tinggi. Teorema yang diciptakan adalah teorema

baru dari rumus fungsi koneksi pelangi pada sebuah graf. Telah dilalui lima tahapan sebelumnya mulai dari mengingat yaitu mengingat dan menyebutkan pola, memahami teorema sebelumnya, menerapkan fungsi titik dan fungsi sisi, menganalisis diameter, hingga mengevaluasi yaitu melakukan pembuktian koneksi pelangi pada graf khusus. Setelah melakukan pembuktian koneksi pelangi pada graf khusus maka menghasilkan teorema masing-masing graf. terdapat 12 teorema dari penelitian ini.

4.5 Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui analisis koneksi pelangi pada graf khusus dan aplikasinya pada analisis sintaksis ruang. Pengembangan teori koneksi pelangi pada graf khusus dengan mengetahui batas bawah dan batas atas dari koneksi pelangi. Pertama menentukan batas bawah dan batas atas pada graf khusus graf $K_{n,n}$, graf (W_5, C_4, n) , graf prisma $D_{3,n}$, graf $(D_{4,2}, n)$, graf Shack (TB_3, n) , graf Shack $(K_1 + K_4, n)$, graf Shack (F_4, n) , graf Shack (CL_6, n) , graf Shack (W_6, n) , graf Shack (TC_3, n) , graf Shack (KC, n) , dan graf Shack (CW_5, n) lalu memberi warna pada sisi graf G .

Dari hasil penelitian mengenai koneksi pelangi pada graf khusus diperoleh 12 (dua belas) teorema baru yaitu:

- **Teorema 4.1.1** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $K_{n,n}$ adalah 2.
- **Teorema 4.1.2** Untuk $n \geq 4$, nilai koneksi pelangi dari graf (W_4, C_4) adalah 2.
- **Teorema 4.1.3** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $D_{3,n}$ adalah n .
- **Teorema 4.1.4** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $(D_{4,2}, e, n)$ adalah $n+3$.
- **Teorema 4.1.5** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (TB_3, v, n) adalah n .
- **Teorema 4.1.6** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack $(K_1 + K_4, v, n)$ adalah n .

- **Teorema 4.1.7** Untuk $n \leq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (F_4, v, n) adalah $3n$.
- **Teorema 4.1.8** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (CL_6, v, n) adalah $3n$.
- **Teorema 4.1.9** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (W_6, P_2, n) adalah $2n$.
- **Teorema 4.1.10** Untuk $n \leq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (TC_3, v, n) adalah $2n$.
- **Teorema 4.1.11** Untuk $n \leq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (KC, v, n) adalah $3n$.
- **Teorema 4.1.12** Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf Shack (CW_5, v, n) adalah $3n$.

penerapan teknik konstruksi, koneksi pelangi pada analisis morfologi jalan kota Banyuwangi dengan menganalisis nilai RRA dari J -graph/digraph. Berdasarkan hasil perhitungan nilai RRA dari J -graph didapatkan bahwa jalan Jaksa Agung Suprpto memiliki nilai RRA paling rendah yaitu 0,252899416 sehingga jalan Jaksa Agung Suprpto memiliki nilai *integrity* yang tertinggi dan jalan Arwana memiliki nilai RRA paling tinggi yaitu 0,94837281 sehingga memiliki nilai *integrity* terendah.

Tabel 4.1 Keterangan setiap titik pada *J-graph*

Titik	Nama Jalan	Terhubung ke-
1	JL. Belimbing	2,3
2	Jl. Johar	1,3,4,7
3	Jl. Joyoboyo	1,2,4,7
4	Jl. Argopuro	2,3,7,9,10
5	Jl. Mahoni	7
6	Jl. Akasia	7
7	Jl. Raden Wijaya	3,2,5,6,4,15,19
8	Jl. Gunung Ljen	10
9	Jl. Yos Sudarso	4,10
10	Jl. Banyuwangi-Situbondo	4,9,8,15,16,13,14,20,24,25
11	Jl. Tidar	12,15
12	Jl. Andalas	11,13
13	Jl. Rinjani	10,12
14	Jl. Belitung	10
15	Jl. Moh Husni Thamrin	7,10,11,19
16	Jl. Riau	10
17	Jl. Teratai	18,22
18	Jl. Wijaya Kusuma	17,22
19	Jl. Gajah Mada	7,15,23,28,20,22,24
20	Jl. Letkol Istiqlal	10,19,21
21	Jl. Bengawan	20
22	Jl. Widuri	19,23,24,17,18
23	Jl. Gandrung	19,22,28
24	Jl. Jaksa Agung Suprpto	19,22,10,28,25,32,21,30
25	Jl. Dr. Sutomo	10,26,24,32
26	Jl. Benteng	25
27	Jl. Barong	28
28	Jl. Brawijaya	24,36,29,27,39,37,32
29	Jl. Kh Agus Salim	28,30,31,32
30	Jl. Pajajaran	24,29
31	Jl. Mendut	29,32
32	Jl. Adi Sucipto	25,28,24,33,37,29,31
33	Jl. Ikan Putih	32,34,37
34	Jl. Ikan Wader Pari	35,33
35	Jl. Arwana	34
36	Jl. Rejosari	28
37	Jl. Kepiting	28,33,39
38	Jl. Sutawijaya	39
39	Jl. Letjen S. Parman	28,37,38,40
40	Jl. Ikan Layur	39

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Hasil pengembangan *Rainbow connection* pada sebarang graf khusus (*Well-Defined*) didapatkan 12 teorema Hasilnya sebagai berikut:
 1. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $K_{n,n}$ adalah 2.
 2. Untuk $n \geq 4$, nilai koneksi pelangi dari graf Amal (W_4, C_4) adalah 2.
 3. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $D_{3,n}$ adalah n .
 4. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf $(D_{4,2}, e, n)$ adalah $n+3$.
 5. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (TB_3, v, n) adalah n .
 6. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* $(K_1 + K_4, v, n)$ adalah n .
 7. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (F_4, v, n) adalah $3n$.
 8. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (CL_6, v, n) adalah $3n$.
 9. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (W_6, P_2, n) adalah $2n$.
 10. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (TC_3, v, n) adalah $2n$.
 11. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (KC, v, n) adalah $3n$.
 12. Untuk $n \geq 2$, nilai koneksi pelangi dari graf *Shack* (CW_5, v, n) adalah $3n$.

2. Dari analisis topologi jalan kota Banyuwangi (*J-digraph*) didapatkan bahwa jalan Jaksa Agung Suripto memiliki nilai RA paling rendah yaitu 0,059379217 sehingga nilai RRA nya juga rendah yaitu 0.252899416 yang berarti bahwa jalan tersebut memiliki *integrity* yang tinggi. Sedangkan Jl Arwana memiliki nilai RRA yang tinggi yaitu 0.94837281 berarti Jl Arwana mempunyai *integrity* yang rendah. Aplikasi koneksi pelangi yaitu penempatan pos polisi dalam pengawasan Bupati yang akan berkunjung ke setiap daerahnya.
3. Ada enam tahapan terbentuknya keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam analisis koneksi pelangi pada graf khusus yaitu mengingat dan menyebutkan pola, memahami dan Menjelaskan teorema yang telah ditemukan sebelumnya, menerapkan fungsi titik dan fungsi sisi, menganalisis fungsi titik dan fungsi sisi, mengevaluasi yaitu melakukan pembuktian koneksi pelangi pada sembarang graf khusus serta mencipta sebuah teorema dan pembuktiannya.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian Analisis Koneksi Pelangi Pada Graf Khusus dan Kaitan dengan Terciptanya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi serta mengacu pada *open problem* yaitu pengaplikasi koneksi pelangi pada graf sebarang dan implemantasi dari hasil penelitian yang sudah ditemukan, peneliti memberikan saran pembaca dapat melakukan penelitian pada analisis koneksi pelangi dan terbentuknya keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam analisis koneksi pelangi pada graf khusus lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

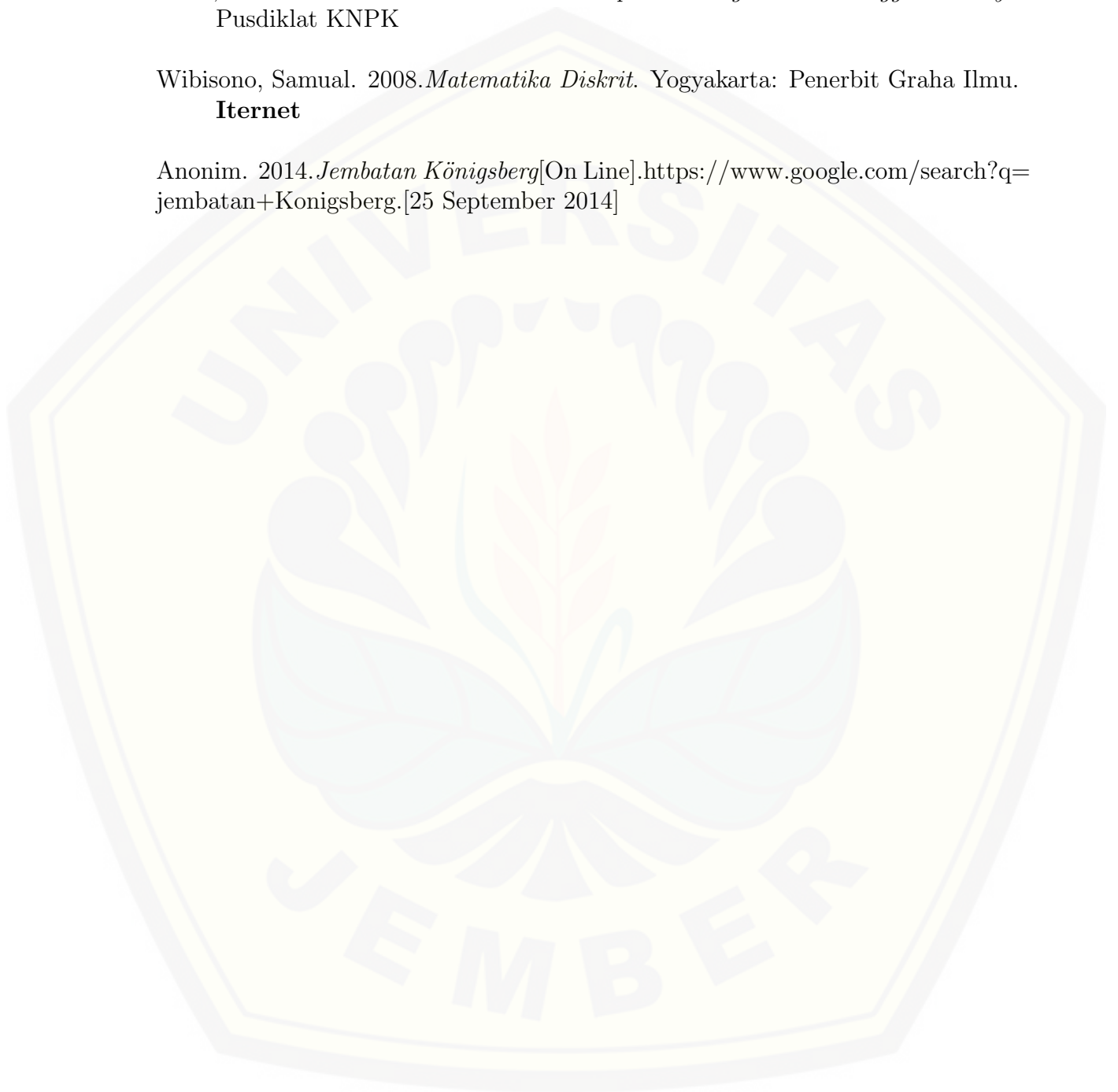
- Chartrand, G., Kalamazoo, G.L.Johns, S Valley, K.A. McKeon. 2006. *Rainbow Connection in Graphs*. New London: London.
- Dafik, *Structural Properties and Labeling of Graph*, The University of Ballarat, 2007.
- Dafik, *Rainbow Connection Number of Special Graph and Its Operations*, Universitas Jember, 2014.
- Dafik, *Graf-Graf Khusus dan Bilangan Dominasinya*, Universitas Jember, 2014.
- Joseph A. Gallian, *A Dynamic Survey of Graph Labeling*, University of Minnesota, 1997.
- Lewi, Zulkardi, dan Aisyah, Nyimas. Pengembangan Soal Untuk Mengukur Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi Pokok Bahasan Barisan Dan Deret Bilangan Di Kelas Ix Akselerasi SMP Xaverius Maria Palembang, *Jurnal Pendidikan Matematika*, Volume 3. No.2, Desember 2009.
- Miller, Mirka dan Siran, Jozef. 2005. *Moore Graphs and Beyond: A Survey of The Degree/Diameter Problem*. Australia : Mathematics Subject Classifications.
- Munir, Renaldi. 2005. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.
- Santrock, John W. 2014. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta : Salemba Humanika.
- Slamin. 2001. *Diregularity of Digraphs Close to Moore Bound*. Tidak dipublikasikan (Tesis). Australia: The University of Newcastle.
- Slamin, dan Antonius Cahyo Prihandoko. 2008. *Teknik-Teknik Konstruksi Graf Berarah Berdasarkan Sifat Keteraturan*. (Dipresentasikan pada Konferensi Nasional Matematika XIV 24-27 Juli 2008 di Universitas Sriwijaya, Palembang).Jember : DP2M DIKTI. Jember:Universitas Jember.
- Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.
- Sy, Syasrizal, and Estetikasari, Dewi. *the rainbow connection corona graph*, *Applied Mathematical Science.*, Vol.7, No. 100, (2013), 4975-4979.

Universitas Jember. 2011. *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah*. Jember: Badan Penerbit Universitas Jember.

Utari, Retno. 2012. *Taksonomi Bloom Apa dan Bagaimana Menggunakannya*. Pusdiklat KNPk

Wibisono, Samual. 2008. *Matematika Diskrit*. Yogyakarta: Penerbit Graha Ilmu.
Internet

Anonim. 2014. *Jembatan Königsberg*[On Line].<https://www.google.com/search?q=jembatan+Königsberg>. [25 September 2014]



LAMPIRAN

Analisis *connectivity* dan *integrity*. Nilai *intelligibility*

Titik	TD	MD	RA	RRA	x	y	x^2	y^2	xy
1	166	4,25641	0,17139	0,72996	0,05422	0,23091	0,00294	0,05332	0,01252
2	129	3,30769	0,12146	0,51729	0,00428	0,01825	0,00002	0,00033	0,00008
3	129	3,30769	0,12146	0,51729	0,00428	0,01825	0,00002	0,00033	0,00008
4	113	2,89744	0,09987	0,42533	-0,01731	-0,07371	0,00030	0,00543	0,00128
5	141	3,61538	0,13765	0,58627	0,02048	0,08722	0,00042	0,00761	0,00179
6	141	3,61538	0,13765	0,58627	0,02048	0,08722	0,00042	0,00761	0,00179
7	105	2,69231	0,08907	0,37935	-0,02810	-0,11970	0,00079	0,01433	0,00336
8	128	3,28205	0,12011	0,51155	0,00294	0,01250	0,00001	0,00016	0,00004
9	121	3,10256	0,11066	0,47131	-0,00651	-0,02773	0,00004	0,00077	0,00018
10	120	3,07692	0,10931	0,46556	-0,00786	-0,03348	0,00006	0,00112	0,00026
11	139	3,56410	0,13495	0,57477	0,01778	0,07573	0,00032	0,00573	0,00135
12	135	3,46154	0,12955	0,55178	0,01238	0,05274	0,00015	0,00278	0,00065
13	125	3,20513	0,11606	0,49430	-0,00111	-0,00474	0,00000	0,00002	0,00001
14	128	3,28205	0,12011	0,51155	0,00294	0,01250	0,00001	0,00016	0,00004
15	100	2,56410	0,08232	0,35061	-0,03485	-0,14843	0,00121	0,02203	0,00517

Titik	TD	MD	RA	RRA	x	y	x^2	y^2	xy
16	128	3,28205	0,12011	0,51155	0,00294	0,01250	0,00001	0,00016	0,00004
17	141	3,61538	0,13765	0,58627	0,02048	0,08722	0,00042	0,00761	0,00179
18	141	3,61538	0,13765	0,58627	0,02048	0,08722	0,00042	0,00761	0,00179
19	87	2,23077	0,06478	0,27589	-0,05240	-0,22315	0,00275	0,04980	0,01169
20	108	2,76923	0,09312	0,39659	-0,02406	-0,10245	0,00058	0,01050	0,00246
21	119	3,05128	0,10796	0,45982	-0,00921	-0,03923	0,00008	0,00154	0,00036
22	104	2,66667	0,08772	0,37360	-0,02945	-0,12544	0,00087	0,01574	0,00369
23	109	2,79487	0,09447	0,40234	-0,02271	-0,09671	0,00052	0,00935	0,00220
24	83	2,12821	0,05938	0,25290	-0,05779	-0,24615	0,00334	0,06059	0,01423
25	98	2,51282	0,07962	0,33912	-0,03755	-0,15993	0,00141	0,02558	0,00601
26	136	3,48718	0,13090	0,55753	0,01373	0,05848	0,00019	0,00342	0,00080
27	127	3,25641	0,11876	0,50580	0,00159	0,00675	0,00000	0,00005	0,00001
28	89	2,28205	0,06748	0,28739	-0,04970	-0,21166	0,00247	0,04480	0,01052
29	117	3,00000	0,10526	0,44832	-0,01191	-0,05072	0,00014	0,00257	0,00060
30	118	3,02564	0,10661	0,45407	-0,01056	-0,04498	0,00011	0,00202	0,00047

Titik	TD	MD	RA	RRA	x	y	x^2	y^2	xy
31	136	3,48718	0,13090	0,55753	0,01373	0,05848	0,00019	0,00342	0,00080
32	100	2,56410	0,08232	0,35061	-0,03485	-0,14843	0,00121	0,02203	0,00517
33	130	3,33333	0,12281	0,52304	0,00563	0,02400	0,00003	0,00058	0,00014
34	166	4,25641	0,17139	0,72996	0,05422	0,23091	0,00294	0,05332	0,01252
35	204	5,23077	0,22267	0,94837	0,10550	0,44933	0,01113	0,20190	0,04740
36	127	3,25641	0,11876	0,50580	0,00159	0,00675	0,00000	0,00005	0,00001
37	112	2,87179	0,09852	0,41958	-0,01866	-0,07946	0,00035	0,00631	0,00148
38	157	4,02564	0,15924	0,67823	0,04207	0,17918	0,00177	0,03211	0,00754
39	119	3,05128	0,10796	0,45982	-0,00921	-0,03923	0,00008	0,00154	0,00036
40	157	4,02564	0,15924	0,67823	0,04207	0,17918	0,00177	0,03211	0,00754

Keterangan :

1. TD : Total Depth
2. MD : Mean Depth, $MD = \frac{TD}{L-1}$ dimana L adalah jumlah ruang dalam sistem.
3. RA : Relative Asymmetry, $RA = \frac{2(MD-1)}{L-2}$ dimana L adalah jumlah ruang dalam sistem.
4. RRA : Real Relative Asymmetry, $RRA = \frac{RA}{GL}$ dimana $GL = 2 \frac{L(L)^{1/2} - 2L + 1}{(L-1)(L-2)}$ dan L adalah jumlah ruang dalam sistem.
5. x : Nilai dari RA dikurangi nilai rata-rata RA
6. y : Nilai dari RRA dikurangi nilai rata-rata RRA