



**ANALISIS NUMERIK MODEL ALIRAN PANAS PADA PELAT
LOGAM DALAM KEADAAN *UNSTEADY* MENGGUNAKAN
METODE CRANK NICHOLSON**

SKRIPSI

Oleh:
Hijratul Ilahiyah
NIM 111810101006

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015**



**ANALISIS NUMERIK MODEL ALIRAN PANAS PADA PELAT
LOGAM DALAM KEADAAN *UNSTEADY* MENGGUNAKAN
METODE CRANK NICHOLSON**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan pendidikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh
Hijratul Ilahiyah
NIM 111810101006

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Ayahanda Ahmad Fauzi dan Ibunda Lutfiatuz Zahra tercinta yang telah merawat, memberikan doa, dukungan dalam keadaan suka dan duka, perjuangan hidup yang menjadikan pelajaran berharga kepada putri tercintanya;
2. adik-adikku tersayang Vina Lailatul Mubarakah, Kholisah Qotrun Nada dan Zerlina Fauziah yang selalu memberi dukungan, semangat, dan keceriaan;
3. Azhari Efendy, S.Pd., yang telah banyak membantu dan memberi semangat dalam penyelesaian skripsi ini;
4. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. sahabat Pondok Pesantren Al husna khususnya Nurul Fitriyah, Nailatur Rahma, Nur Fadila, Izzatul Munawarah dan Arini Firdausiyah yang selalu memberikan semangat dan dorongan.
6. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMAU BPPT Darus Sholah Jember, SMP Unggulan Bustanul Makmur Genteng, SDI Kebunrejo Genteng dan Taman Kanak-kanak Khodijah 36 Genteng.

MOTTO

Berangkat dengan penuh keyakinan, berjalan dengan penuh keikhlasan. Istiqomah dalam menghadapi cobaan.

Tidak ada masalah yang tidak bisa diselesaikan selama ada komitmen bersama untuk menyelesaikannya. *)

*) Gyan Pramesty

<http://www.lintascinta.com/2014/01/motto-skripsi-terbaru-2014.html> [29 Juni 2015]

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Hijratul Ilahiyah

NIM : 111810101006

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Analisis Numerik Model Aliran Panas pada Pelat Logam dalam Keadaan *Unsteady* Menggunakan metode Crank Nicholson” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2015

Yang menyatakan,

Hijratul Ilahiyah

NIM. 111810101006

SKRIPSI

**ANALISIS NUMERIK MODEL ALIRAN PANAS PADA PELAT
LOGAM DALAM KEADAAN *UNSTEADY* MENGGUNAKAN
METODE CRANK NICHOLSON**

Oleh

Hijratul Ilahiyah

NIM 111810101006

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Analisis Numerik Model Aliran Panas pada Pelat Logam dalam Keadaan *Unsteady* Menggunakan Metode Crank-Nicholson” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Rusli Hidayat M.Sc.

Kusbudiono,S.Si., M.Si.

NIP. 196610121993031001

NIP. 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Ika Hesti Agustin,S.Si., M.Si.

M. Ziaul Arif, S.Si., M.Sc.

NIP. 198408012008012006

NIP. 198501112008121002

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.

NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Analisis Numerik Model Aliran Panas pada Pelat Logam dalam Keadaan *Unsteady* Menggunakan Metode Crank Nicholson; Hijratul Ilahiyah; 111810101006; 2015; 38 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Sebagian besar permasalahan dalam ilmu pengetahuan dan teknologi dapat dipresentasikan kedalam bentuk model matematika. Salah satu contoh permasalahan dalam ilmu pengetahuan yang dapat diubah kedalam bentuk model matematika adalah aliran panas pada pelat logam. Suhu merupakan besaran yang menyatakan derajat panas dingin suatu material. Dalam bidang sains dan teknik sering ditemukan fenomena laju distribusi suhu yang penyelesaiannya tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik, sehingga untuk memperoleh solusi tersebut dibutuhkan metode numerik. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan dalam menyelesaikan model aliran panas pada pelat logam dengan menggunakan mekanisme aliran konduksi yaitu metode Crank Nicholson.

Tujuan dari penelitian ini adalah menyelesaikan model aliran panas pada pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady* dengan cara mengubah persamaan aliran panas konduksi ke dalam bentuk skema beda hingga dengan menggunakan metode Crank Nicholson. Serta mendefinisikan variabel-variabelnya sehingga diperoleh hasil grafik aliran panas, banyaknya iterasi dan jumlah waktu yang dibutuhkan suhu dalam keadaan setimbang. Pengertian *unsteady* adalah bila laju aliran panas suatu sistem dipengaruhi oleh waktu.

Penelitian dilakukan dalam dua tahap. Tahap pertama yaitu mendiskritisasi persamaan aliran panas dalam keadaan *unsteady*. Maksudnya yaitu mengubah bentuk persamaan kontinu menjadi bentuk persamaan diskrit. Tahap kedua yaitu pembuatan program, simulasi, visualisasi dan analisis hasil simulasi. Pembuatan program dilakukan dengan menggunakan *software* Matlab. Langkah selanjutnya yaitu mensimulasikan hasil program dengan menginput beberapa nilai parameter

yang ditentukan diantaranya yaitu laju aliran panas sebesar $200 \frac{W}{m}$ dan $300 \frac{W}{m}$, nilai *error* 0,1% dan 0,01 dan masing-masing nilai konduktivitas termal.

Dari hasil simulasi dan visualisasi yang dilakukan, terdapat hubungan antara nilai parameter kecepatan waktu yang dibutuhkan suhu untuk mencapai keadaan setimbang. Semakin besar konduktivitas termal suatu logam semakin sedikit waktu yang dibutuhkan suhu mencapai kondisi setimbang. Semakin kecil nilai *error* dan semakin banyak jumlah *grid* yang diberikan maka semakin lama waktu yang dibutuhkan suhu untuk mencapai keadaan setimbang. Pada penelitian ini logam yang digunakan adalah tembaga, alumunium dan besi. Dari ketiga logam tersebut tembaga merupakan logam yang paling cepat untuk memperoleh suhu dalam kondisi setimbang. Selain itu, tembaga juga memiliki daya hantar yang paling baik karena tembaga memiliki konduktivitas termal yang paling tinggi daripada logam lainnya.

PRAKATA

Puji syukur saya panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi saya yang berjudul “Analisis Numerik Model Aliran Panas pada Pelat Logam dalam Keadaan *Unsteady* Menggunakan Metode Crank Nicholson”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Dalam Penyelesaian skripsi ini juga tidak terlepas dari bantuan dan kerjasama dari berbagai pihak. Oleh karena itu saya juga mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc, selaku Dosen Pembimbing Utama dan Kusbudiono, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penyusunan skripsi ini.
2. Ika Hesti Agustin, M.Si dan M. Ziaul Arif, M.Sc , selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan kritikan.
3. Prof. Drs. I Made Tirta, M. Sc., Ph.D, selaku Dosen Pembimbing Akademik.
4. Bapak dan ibu serta keluarga di rumah yang telah memberikan doa, dukungan dan kasih sayang.
5. Angkatan matematika 2011 dan teman-teman pesantren yang selalu berbagi suka dan duka bersama.
6. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Semoga Allah SWT melimpahkan rahmat-Nya kepada semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini. Kami menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu saran dan kritik kami harapkan untuk kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya dengan segenap kerendahan hati, saya sebagai manusia biasa mohon maaf yang sebesar-besarnya atas segala kekurangan.

Jember, Juli 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
DAFTAR PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Logam	5
2.1.1 Pengertian Logam	5
2.1.2 Konduktivitas Termal Logam	6
2.2 Persamaan Konduksi Panas	6
2.3 Keseimbangan Termal	10
2.4 Metode Beda Hingga	10
2.4.1 Skema Eksplisit.....	11
2.4.2 Skema Implisit	12
2.3.3 Skema Crank Nicholson.....	13
BAB 3. METODE PENELITIAN	15

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	19
4.1 Diskritisasi Model Aliran Panas Pelat Logam Dimensi Dua	19
4.2 Pembuatan Program	26
4.3 Simulasi Program	27
4.4 Analisis Hasil Simulasi	40
BAB 5. PENUTUP	42
5.1 Kesimpulan	42
5.2 Saran	43
DAFTAR PUSTAKA	44
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Sketsa gradien temperatur dari laju perubahan temperatur T dalam arah aliran panas pada sumbu x	7
2.2 Penurunan persamaan konduksi panas.....	8
2.3 Skema eksplisit	11
2.4 Skema implisit.....	12
2.5 Skema Crank Nicholson.....	12
3.1 Skema Langkah-langkah Penelitian	14
4.1 Tampilan GUI Program Aliran Panas pada Pelat Logam.....	21
4.2 Grafik Aliran Panas pada Kondisi Awal dari Logam Besi	23
4.3 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Besi.....	23
4.4 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-10055 dari Logam Besi.....	24
4.5 Grafik Aliran Panas pada Kondisi Awal dari Logam Besi	25
4.6 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Besi.....	25
4.7 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-132623 dari Logam Besi	26
4.8 Grafik Aliran Panas pada Kondisi Awal dari Logam Tembaga	27
4.9 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Tembaga.	27
4.10 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-10528 dari Logam Tembaga	28
4.11 Grafik Aliran Panas pada Kondisi Awal dari Logam Tembaga	29
4.12 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Tembaga.	29
4.13 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-134170 dari Logam Tembaga	30
4.14 Grafik Aliran Panas pada Kondisi Awal dari Logam Alumunium	31
4.15 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Alumunium	32
4.16 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-10428 dari Logam Alumunium	32
4.17 Grafik Aliran Panas pada Kondisi Awal dari Logam Alumunium	33
4.18 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Alumunium	33
4.19 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-134018 dari Logam Alumunium	34

DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Konduktifitas Termal Logam.....	6
4.1 Ringkasan Iterasi dan Jumlah Waktu yang dibutuhkan Untuk Memperoleh Suhu Setimbang	17



BAB 1.PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebagian besar permasalahan dalam ilmu pengetahuan dan teknologi dapat dipresentasikan kedalam bentuk persamaan diferensial parsial. Persamaan tersebut merupakan laju perubahan terhadap dua atau lebih variabel bebas yang biasanya adalah variabel waktu dan jarak (ruang). Salah satu contoh permasalahan dalam ilmu pengetahuan yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah aliran panas pada pelat logam. Menurut Cengel (1997), aplikasi perpindahan panas dapat dijumpai pada berbagai bidang teknik diantaranya pada industri permesinan, pesawat terbang, sistem permesinan dan pendinginan, yang mana selalu melibatkan ketiga mekanisme perpindahan panas pada berbagai bentuk penampang yakni konduksi, konveksi dan radiasi. Mekanisme perpindahan panas pelat datar merupakan salah satu dari sekian banyak penampang yang sering dijumpai dan sangat luas aplikasinya.

Perpindahan panas adalah ilmu yang mempelajari tentang laju perpindahan panas diantara material atau benda karena adanya perbedaaan suhu. Panas akan mengalir dari tempat yang suhunya tinggi ke tempat yang suhunya rendah. Perpindahan panas akan berhenti hingga tercapainya kesetimbangan termal. Konsep peristiwa perpindahan panas banyak dimanfaatkan dalam dunia industri, misalnya yaitu perpindahan panas dari sebuah pipa uap ke udara, pembuangan panas pada sebuah pembangkit tenaga dan beberapa alat penukar panas yang biasanya digunakan dalam industri. Alat-alat penukar tersebut antara lain *double pipe, shell and tube, plate-frame, spiral* dan *lamella* dan lain sebagainya. Ada beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam pembuatan alat yang memanfaatkan perpindahan panas yaitu nilai konduktivitas logam, jenis logam, laju perpindahan panas dan lain sebagainya. Dari beberapa kondisi tersebut maka dapat diketahui kondisi pelat logam dengan penghantar yang sesuai untuk membuat alat-alat yang digunakan dalam dunia industri.

Pada beberapa penyelesaian bentuk persamaan diferensial parsial tidak semua dengan mudah diselesaikan dengan cara analitik, sehingga metode numerik dengan menggunakan bantuan *software* pada komputer sebagai alat hitung dapat menjadi metode penyelesaian yang disarankan. Salah satu metode numerik yang biasa digunakan dalam permasalahan aliran panas atau difusi adalah metode beda hingga. Terdapat beberapa macam metode beda hingga yaitu metode FTCS, Implisit, Crank Nicholson, metode teta dan lain-lain. Metode beda hingga membuat persamaan analitik yang bersifat kontinu menjadi bersifat diskrit. Bentuk diskrit inilah yang selanjutnya dapat mempermudah menyelesaikan perhitungan pemrograman pada komputer.

Wati (2013) mengkaji tentang penyelesaian persamaan diferensial parsial aliran panas pada pelat logam dengan metode Liebmann. Dalam penelitiannya, Wati mensimulasikan beberapa parameter yang digunakan untuk memperoleh nilai keakurasian jenis logam yang paling baik menghantarkan panas. Penelitian tentang metode beda hingga Crank Nicholson juga banyak dilakukan, diantaranya seorang peneliti yang bernama Sailah (2010) yang mengkaji tentang distribusi temperatur dengan menggunakan metode Crank Nicholson. Bentuk persamaan yang digunakan adalah persamaan parabolik yang merupakan bagian dari bentuk persamaan diferensial parsial. Penelitian selanjutnya oleh Durmin (2013) yang melakukan studi perpindahan panas (temperatur) menggunakan metode beda hingga skema eksplisit dan Crank Nicholson. Berdasarkan analisis kedua metode tersebut dapat disimpulkan bahwa metode Crank Nicholson memiliki tingkat keakurasian yang lebih baik dibandingkan metode beda hingga skema eksplisit.

Berdasarkan penelitian yang disebutkan diatas penulis tertarik untuk mensimulasi model aliran panas pada pelat logam milik Wati (2013) dengan menggunakan metode yang berbeda yaitu metode Crank Nicholson dan mengubah aliran panas dalam keadaan *unsteady*. Metode Crank Nicholson adalah metode numerik yang memanfaatkan deret Taylor untuk mendekati nilai turunannya. Kemudian simulasi model tersebut menggunakan *software* Matlab.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang diatas, permasalahan yang akan dibahas adalah sebagai berikut:

- a. Bagaimana solusi numerik dari persamaan diferensial parsial pada aliran panas sebuah pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady* dengan menggunakan metode beda hingga Crank Nicholson?
- b. Berapakah jumlah waktu yang diperlukan distribusi temperatur pada pelat logam dalam keadaan setimbang?

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini akan diberikan beberapa batasan masalah, antara lain:

- a. Pelat logam yang akan digunakan adalah dalam keadaan *unsteady* dan berdimensi dua yang dialiri sumber panas.
- b. Perpindahan panas yang digunakan adalah perpindahan panas konduksi.
- c. Pelat logam yang digunakan adalah besi, tembaga dan aluminium.
- d. Setiap sisi dialiri laju aliran panas.

1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dipaparkan diatas, maka tujuan yang ingin dicapai yaitu:

- a. Menyelesaikan model aliran panas pada pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady* dengan menggunakan metode beda hingga Crank Nicholson.
- b. Menentukan jumlah waktu yang diperlukan untuk memperoleh suhu pada pelat logam dalam kondisi setimbang.

1.5 Manfaat

Manfaat yang ingin diperoleh dari tugas akhir ini adalah dapat memberikan pengetahuan dibidang matematika untuk memperoleh solusi persamaan diferensial parsial aliran panas pada pelat logam dua dimensi dengan menggunakan metode beda hingga Crank Nicholson serta dapat mengetahui jenis logam yang paling cepat mencapai kondisi setimbang.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Logam

2.1.1 Pengertian logam

Logam adalah unsur kimia yang memiliki sifat kuat, keras, liat dan merupakan penghantar panas dan listrik serta mempunyai titik lebur yang tinggi. Logam juga merupakan elemen kerak bumi (mineral) yang terbentuk secara alamiah. Jumlah logam diperkirakan 4% dari kerak bumi. Adapun sifat atau karakteristik dari logam adalah sebagai berikut:

- a) logam dapat ditempa dan diubah bentuk
- b) Penghantar panas dan listrik
- c) keras (tahan terhadap goresan, potongan atau keausan), kuat (tahan terhadap benturan, pukulan martil) dan liat (dapat ditarik) (Prakasa, 2012).

Logam memiliki konduktifitas termal yang tinggi. Semakin besar nilai konduktivitas termal sebuah logam maka semakin baik pula logam tersebut menghantarkan panas. Berikut beberapa contoh konduktor logam yaitu besi, alumunium dan tembaga.

a) Besi

Besi adalah logam yang berasal dari bijih besi yang banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Dalam tabel periodik, besi memiliki nomor atom 26. Massa jenis besi (mendekati suhu kamar) yaitu $7,86 \text{ g cm}^{-3}$. Selain itu nilai konduktivitas termal besi adalah $80 \text{ W/m x}^\circ\text{C}$.

b) Alumunium

Lambang dari alumunium adalah Al dan memiliki nomor atom 13. Massa jenisnya adalah $2,70 \text{ g cm}^{-3}$. Alumunium merupakan konduktor listrik dan kalor yang baik. Nilai konduktivitas termalnya yaitu $237 \text{ W/m x}^\circ\text{C}$.

c) Tembaga

Tembaga adalah suatu unsur kimia dalam tabel periodik yang memiliki lambang Cu dan memiliki nomor atom 29. Massa jenis tembaga (mendekati suhu kamar) yakni $8,94 \text{ g cm}^{-3}$. Tembaga murni memiliki sifat yang halus

dan lunak dengan permukaan berwarna jingga kemerahan. Nilai konduktivitas termalnya adalah $399 \text{ W/m} \times ^\circ\text{C}$ (Kreith, 2011).

2.1.2 Konduktivitas Termal Logam

Menurut Holman (2006), tetapan kesebandingan (k) adalah sifat fisik bahan atau material yang disebut konduktivitas termal. Pada umumnya konduktivitas termal sangat tergantung pada suhu. Jika nilai konduktivitas termal suatu bahan semakin besar maka semakin besar juga panas yang mengalir melalui suatu benda.

Tabel 2.1 Konduktivitas Termal Logam

Logam	Konduktivitas Termal (k)
	$\frac{W}{m} \text{ } ^\circ\text{C}$
Perak	410
Tembaga	399
Alumunium	237
Nikel	93
Besi	80
Baja Karbon, 1% C	43

2.2 Persamaan Konduksi Panas

Perpindahan energi panas dapat didefinisikan sebagai perpindahan energi dari suatu daerah ke daerah lain sebagai akibat dari beda suhu antara daerah-daerah tersebut. Panas dapat berpindah dengan cara konduksi, konveksi dan radiasi yang terjadi secara terpisah ataupun dalam bentuk kombinasi dari ketiga cara tersebut (Hidayat, 2009).

Proses perpindahan panas atau energi melalui suatu media zat padat atau cair yang terjadi karena kontak langsung diantara partikel-partikel yang mempunyai perbedaan temperatur disebut dengan konduksi. Perpindahan panas secara konduksi dapat berlangsung pada benda padat. Misalnya laju perpindahan panas pada sebuah batang logam. Jika salah satu ujung sebuah batang diletakkan di atas nyala api, sedangkan ujung yang lain dipegang, maka bagian yang dipegang

suhunya akan naik walaupun tidak ada kontak secara langsung dengan api. Pada perpindahan panas secara konduksi tidak ada bahan dari logam yang berpindah, yang terjadi adalah molekul-molekul logam yang diletakkan diatas nyala api membentur molekul-molekul yang ada didekatnya dan memberikan sebagian panasnya.

Laju konduksi panas dapat ditulis sebagai:

$$q = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$$

Dimana:

q = laju perpindahan panas

ΔQ = perbedaan jumlah kalor

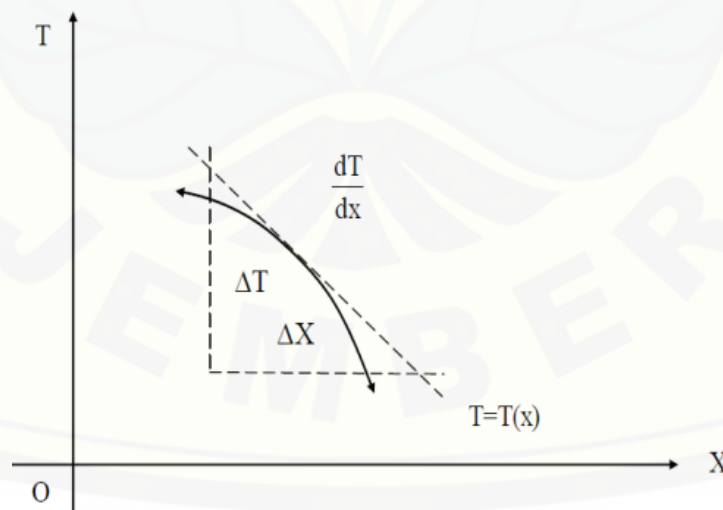
Δt = perbedaan waktu

$\frac{\partial T}{\partial x}$ = gradient suhu pada arah aliran kalor

k = konduktivitas termal bahan

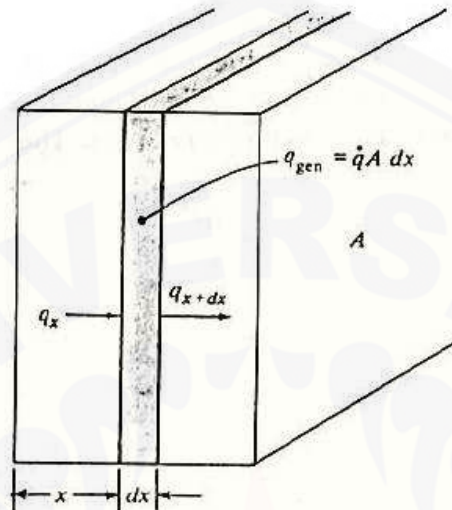
A = aliran luas panas per unit luas

Tanda negatif pada persamaan diatas menunjukkan sesuai hukum termodinamika yaitu kalor mengalir dari suhu yang lebih tinggi menuju suhu yang lebih rendah (Holman, 2006). Jadi aliran panas adalah positif jika gradien temperatur negatif. Perhatikan Gambar 2.1



Gambar 2.1 Sketsa gradien temperatur dari laju perubahan temperatur T terhadap jarak dalam arah aliran panas pada sumbu x

Bila suhu dapat berubah dengan waktu dan terdapat suatu sumber panas dalam medium, maka untuk elemen dengan ketebalan dx penurunan persamaan konduksi panas dapat ditunjukkan seperti Gambar 2.2 berikut:



Gambar 2.2 Penurunan persamaan konduksi panas

Menurut Kreith (2005), untuk memperoleh persamaan distribusi temperatur dapat diperoleh dari persamaan kesetimbangan energi yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

Energi masuk + panas yang dibangkitkan dalam elemen = perubahan energi dalam + energi keluar

atau

$$(q_x + q_y) + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + \frac{dE}{dt} \quad (2.1)$$

Energi masuk pada sisi kiri:

$$q_x = \left(-kA \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (2.2)$$

$$q_y = \left(-kA \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Energi yang dibangkitkan elemen:

$$q_{gen} = qA dx \quad (2.3)$$

Perubahan energi dalam:

$$\frac{dE}{dt} = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx \quad (2.4)$$

Energi keluar dari sisi kanan

$$q_{x+dx} = -kA \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x+dx} = -A \left[k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \quad (2.5)$$

$$q_{y+dy} = -kA \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y+dy} = -A \left[k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy \right]$$

dimana:

q = energi yang dihasilkan per satuan volume, W/m^3

c = kalor spesifik bahan

ρ = kerapatan, kg/m^3

t = waktu

dengan mensubstitusikan persamaan (2.2), (2.3), (2.4) dan (2.5) ke persamaan (2.1) maka diperoleh:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q}{k} = \frac{\rho c}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.6)$$

Jika sistemnya homogen dan panas jenis (*specific heat*) c serta kedalaman massa ρ tidak tergantung dari suhu dan dianggap seragam, maka persamaan (2.6) dapat ditulis menjadi:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q}{k} = \frac{1}{A} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.7)$$

dimana konstanta $A = \frac{k}{c\rho}$ disebut difusitas termal. Persamaan (2.7) dikenal sebagai persamaan perpindahan panas dua dimensi dalam keadaan *unsteady* yang mengatur aliran suhu dan aliran konduksi di dalam benda padat. Pengertian *unsteady* adalah bila laju aliran panas suatu sistem berubah terhadap waktu, sehingga mengakibatkan suhu berubah-ubah setiap waktu.

Dalam tugas akhir ini pelat logam yang digunakan adalah homogen dan berbentuk persegi panjang. Setiap sisi pelat logam diberi aliran panas sehingga aliran panasnya menyebar pada seluruh pelat logam yang berbentuk persegi panjang, dan diasumsikan bahwa temperatur yang mengalir keseluruh pelat logam hanya dipengaruhi oleh posisi sumbu (x,y) dan waktu (t) , yang dapat dinyatakan

sebagai $T(x,y,t)$ dengan T adalah temperatur. Panjang pelat logam dinotasikan dengan m , lebar pelat logam dinotasikan dengan n sehingga $0 \leq x \leq m$, $0 \leq y \leq n$ dan waktu dinotasikan dengan t . Pada penelitian ini akan dicari pada waktu ke berapakah temperatur sistem atau pelat logam dalam mencapai kondisi setimbang. Maksud dari kondisi setimbang adalah menyamakan temperatur sistem setelah dialiri aliran panas.

2.3 Keketimbangan Termal

Menurut Young (2002) Keketimbangan termal merupakan proses dimana dua benda atau sistem mencapai suhu yang sama dan berhenti untuk bertukar energi melalui panas. Sebagai contoh dua batang logam yang memiliki suhu yang berbeda jika disentukan akan terjadi interaksi termal. Selama terjadinya interaksi dapat diamati bahwa logam yang lebih panas akan mengalami penurunan suhu, sementara suhu logam yang lebih dingin akan mengalami kenaikan tiap satuan waktu.

Ketika perubahan sifat dan interaksi antara kedua logam tersebut berakhir, maka tercapailah kondisi keketimbangan termal (*thermal equilibrium*). Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa kedua logam tersebut memiliki suatu sifat fisis yang menentukan apakah keduanya berada dalam keketimbangan termal. Sifat seperti ini yang dinamakan temperatur (Moran, 2004).

2.4 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan suatu metode hampiran yang dalam proses penyelesaiannya mengubah persamaan dalam domain kontinu ke dalam domain diskrit kemudian diubah dalam sistem linier (Dafik, 2000). Penyelesaian dengan metode beda hingga dapat dijelaskan dengan meninjau suatu luasan yang merupakan hasil dari persamaan diferensial parsial yang mempunyai variabel tak bebas dan dua atau lebih variabel bebas. Misal diberikan persamaan

$$\frac{\partial T}{\partial t} = v \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Untuk menyelesaikan persamaan di atas dengan metode beda hingga maka dibuat garis paralel pada sumbu x dan t yang mempunyai *grid*. Setelah itu akan ditulis Δx dan Δt untuk jarak garis.

$$(x_j = j\Delta x, t_n = n\Delta t); j = 1, 2, \dots, J; n = 1, 2, \dots$$

dengan $\Delta x = \frac{L}{J}$, yang disebut titik jaringan (*grid point*). Bentuk turunan pertama dan kedua terhadap waktu dan ruang adalah

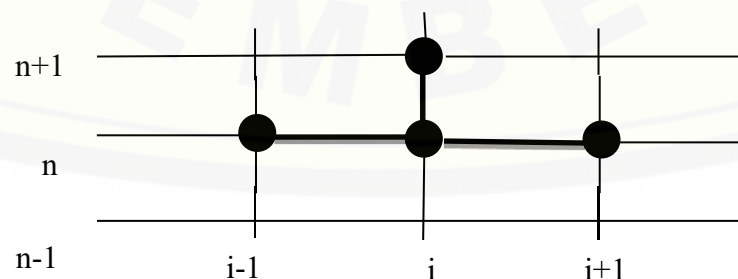
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{j-1}^n - 2T_j^n + T_{j+1}^n}{\Delta x^2}$$

Subskrip n dan $n+1$ di atas menunjukkan nilai T pada waktu n dan $n+1$. Penulisan n menunjukkan waktu dan subskrip j menunjukkan notasi ruang.

2.4.1 Skema Eksplisit

Skema eksplisit merupakan skema metode beda hingga yang paling sederhana dan mudah dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial. Pada skema eksplisit, variabel pada waktu $n+1$ dihitung berdasarkan variabel pada waktu n yang sudah diketahui. Namun, skema ini memiliki kekurangan yaitu langkah waktu Δt harus cukup kecil. Langkah waktu Δt dibatasi oleh bilangan *Courant*. Apabila nilai *Courant* lebih besar dari satu maka hitungan menjadi tidak stabil. Perhitungan dengan menggunakan Δt yang kecil menyebabkan prosedur dan waktu hitungan menjadi sangat panjang dan lama. Dengan menggunakan skema (2.3) dibawah ini fungsi variabel $T(x,y,t)$ dan turunannya dalam ruang dan waktu didekati oleh:



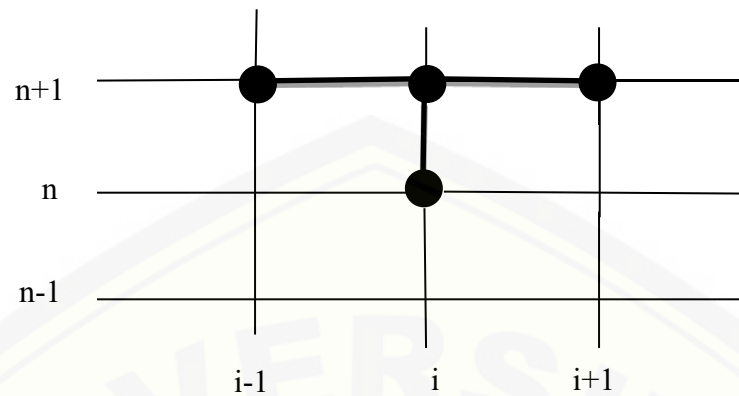
Gambar 2.3 Skema eksplisit

$$\begin{aligned}
 T(x, y, t) &= T_{i,j} \\
 \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} &= \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \\
 \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} &= \frac{T_{i-1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i+1,j}^n}{\Delta x^2} \\
 \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} &= \frac{T_{i,j-1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j+1}^n}{\Delta y^2}
 \end{aligned}$$

2.4.2 Skema Implisit

Skema (2.4) dibawah ini menunjukkan jaringan titik hitung dari skema implisit. Dari skema tersebut variabel di titik i pada waktu ke $n+1$ ($T_{i,j}^{n+1}$) dipengaruhi oleh T_i^n yang sudah diketahui nilainya serta $T_{i-1,j}^{n+1}$ dan $T_{i+1,j}^{n+1}$ yang belum diketahui nilainya. Dengan demikian penulisan suatu persamaan di titik $(i, n+1)$ menghasilkan variabel $T_{i,j}^{n+1}$ yang mengandung variabel $T_{i-1,j}^{n+1}$, $T_{i,j}^{n+1}$, dan $T_{i+1,j}^{n+1}$. Sehingga nilai $T_{i,j}^{n+1}$ tidak bisa langsung dihitung. Akan terbentuk suatu sistem persamaan yang harus diselesaikan untuk memperoleh nilai $T_{i,j}^{n+1}$. Dengan menggunakan skema (2.4) dibawah ini fungsi variabel $T(x,y,t)$ dan turunannya dalam ruang dan waktu didekati oleh:

$$\begin{aligned}
 T(x, y, t) &= T_{i,j} \\
 \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} &= \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \\
 \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} &= \frac{T_{i-1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \\
 \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} &= \frac{T_{i,j-1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta y^2}
 \end{aligned}$$



Gambar 2.4 Skema implisit

(Triatmodjo, 2002).

2.4.3 Skema Crank Nicholson

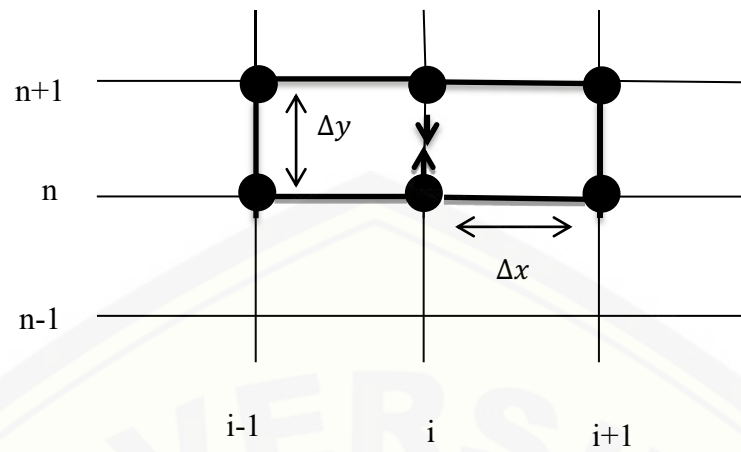
Skema Crank Nicholson merupakan salah satu teknik yang membuat order aproksimasi beda hingga menjadi sama. Skema dari metode Crank Nicholson adalah gabungan dari skema eksplisit dan implisit. Pada skema eksplisit, pendekatan solusi $u(x_i, y_{n+1})$ dihitung menggunakan jaringan titik (x_i, y_n) . Sedangkan pada skema implisit, pendekatan solusi (x_i, y_n) dihitung menggunakan jaringan titik (x_i, y_{n-1}) . Pada skema Crank Nicholson pendekatan solusi (x_i, y_{n+1}) dihitung menggunakan titik (x_i, y_n) dan jaringan titik (x_i, y_{n+1}) . Artinya, turunan terhadap waktu ditulis pada $n + \frac{1}{2}$. Sehingga skema turunan pertama terhadap waktu dari metode Crank Nicholson adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}$$

Sedangkan turunan kedua terhadap ruang adalah:

$$\frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \right] \quad (2.9)$$

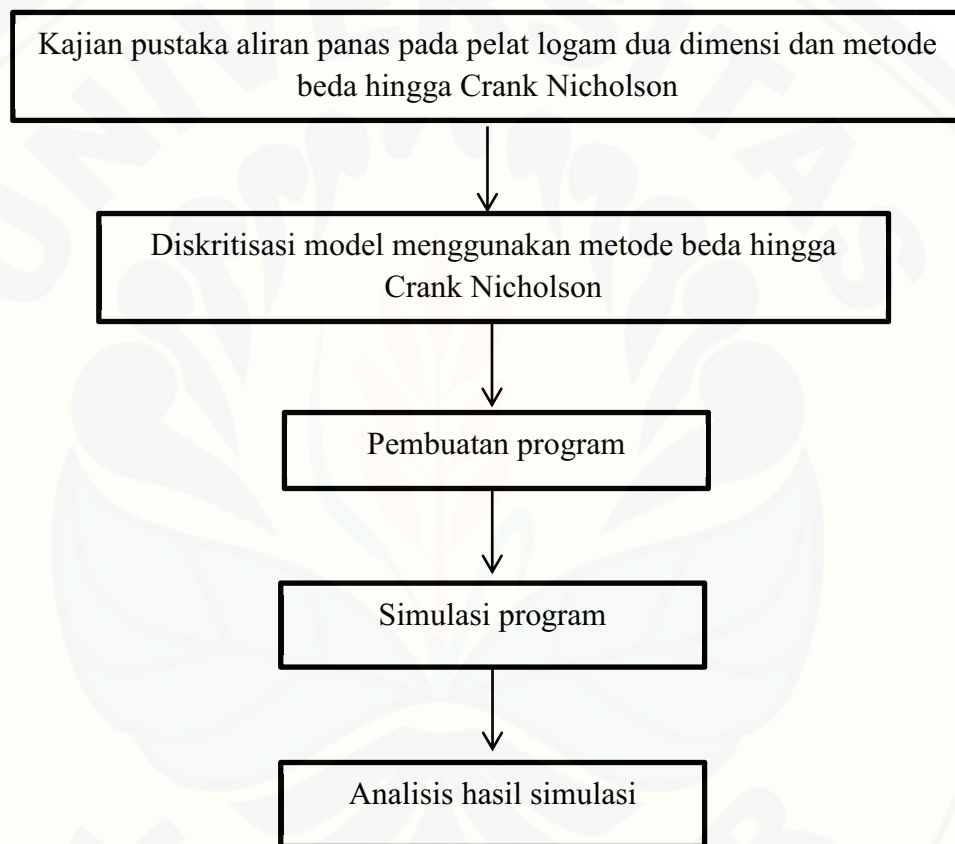


Gambar 2.5 Skema Crank Nicholson

(Chapra & Canale, 2010).

BAB 3. METODE PENELITIAN

Dalam bab ini akan dibahas prosedur penelitian yang akan digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial aliran panas pada pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady* dengan menggunakan metode beda hingga Crank Nicholson. Secara sistematis, prosedur penelitian dapat dilihat pada Gambar 3.1 berikut ini :



Gambar 3.1 Skema Langkah-Langkah Penelitian

Adapun penjelasan dari skema langkah penelitian pada Gambar 3.1 adalah sebagai berikut :

a. Kajian pustaka

Kajian pustaka merupakan langkah pertama dalam melakukan penelitian untuk mendapatkan informasi dari buku, skripsi, jurnal atau referensi lainnya yang terkait dengan model aliran panas pada pelat logam dua dimensi dalam

keadaan *unsteady* serta metode numerik yang digunakan yaitu metode beda hingga Crank Nicholson.

b. Diskritisasi

Model konduksi panas pelat logam dua dimensi masih dalam bentuk kontinu, sehingga harus dilakukan diskritisasi. Berikut merupakan langkah-langkah penyelesaian persamaan model aliran panas pada pelat logam dalam keadaan *unsteady* menggunakan metode Crank Nicholson:

- a. menentukan persamaan yang akan diselesaikan, persamaan yang digunakan adalah persamaan (2.7)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q}{k} = \frac{1}{A} \frac{\partial T}{\partial t}$$

- b. menentukan syarat awal dan syarat batas

syarat awal : $T(x, y, 0) = 25^\circ\text{C}$

syarat batas : $T(0, y, t) = q, \quad 0 \leq y \leq 1; \quad t \geq 0$

$$T(1, y, t) = q, \quad 0 \leq y \leq 1; \quad t \geq 0$$

$$T(x, 0, t) = q, \quad 0 \leq x \leq 1; \quad t \geq 0$$

$$T(x, 1, t) = q, \quad 0 \leq x \leq 1; \quad t \geq 0$$

- c. Mengubah persamaan ke dalam bentuk Crank Nicholson

Untuk mengubah persamaan ke dalam bentuk Crank Nicholson yaitu dengan mensubstitusikan persamaan (2.8) dan (2.9) ke persamaan (2.7)

- d. Menentukan nilai Δx , Δy dan Δt

Dalam penelitian ini Δx , Δy dan Δt yang digunakan adalah sebesar $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = 0.1$ dan $\Delta t = 0.01$.

- e. Memasukkan nilai - nilai yang diketahui dan kemudian persamaan diubah ke dalam bentuk matriks

$$T_{i,j}^{n+1} = X^{-1}(YT_{i,j}^n + Z)$$

- c. Pembuatan program

Dalam menyelesaikan persamaan aliran panas pada pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady* program yang digunakan adalah *software*

Matlab. Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan dalam pembuatan program adalah sebagai berikut:

1) Identifikasi parameter

Menentukan parameter yang akan digunakan yaitu menentukan banyaknya grid (m), besarnya *error* (e), konduktifitas termal (k) dan laju perpindahan panas (q).

2) Proses

Adapun proses yang dilakukan adalah dengan membuat subprogram metode beda hingga Crank Nicholson untuk aliran panas pada pelat logam dua dimensi

3) Output

Output yang dihasilkan dari simulasi ini yaitu berupa grafik suhu terhadap waktu aliran panas pada logam dua dimensi.

d. Simulasi Program

Setelah pembuatan program, langkah selanjutnya melakukan simulasi dengan memvariasikan beberapa nilai parameter yang berpengaruh pada masing-masing pelat yaitu menentukan banyaknya grid (m), nilai konduktivitas termal (k), besarnya *error* (e) dan laju aliran panas (q). Setelah disimulasi maka dapat divisualisasikan model tersebut menggunakan program yang telah dibuat yaitu dengan *software* Matlab sehingga akan muncul grafik aliran panas pada pelat logam dua dimensi.

e. Analisis hasil simulasi

Hasil yang diperoleh dari hasil simulasi kemudian dianalisis untuk mengetahui aliran panas pada pelat logam dua dimensi dengan menggunakan metode Crank Nicholson. Hasil tersebut dapat menunjukkan pengaruh waktu yang dibutuhkan untuk memperoleh distribusi suhu dalam kondisi setimbang.

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diskritisasi Model Konduksi Panas Pelat Logam Dimensi Dua

Dalam bagian ini akan dibahas langkah-langkah penyelesaian persamaan model aliran panas pada pelat logam dalam keadaan *unsteady* menggunakan metode Crank Nicholson:

- a. Menentukan persamaan yang akan diselesaikan

Dalam penelitian ini model konduksi panas dua dimensi pada pelat logam yang digunakan adalah persamaan (2.7) yang dituliskan dalam bentuk:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q}{k} = \frac{1}{A} \frac{\partial T}{\partial t}$$

dimana:

T = temperatur

q = laju aliran panas

k = konduktivitas termal

A = difusitas termal

- b. Menentukan syarat awal dan syarat batas

persamaan (2.7) mengandung variabel x , y dan t yang kontinu. Persamaan tersebut harus didiskritisasi sehingga dapat digunakan dalam pembuatan program menggunakan *software* Matlab dengan ketentuan sebagai berikut:

syarat awal: $T(x, y, 0) = 25^\circ\text{C}$

syarat batas: $T(0, y, t) = q, \quad 0 \leq y \leq 1; \quad t \geq 0$

$T(1, y, t) = q, \quad 0 \leq y \leq 1; \quad t \geq 0$

$T(x, 0, t) = q, \quad 0 \leq x \leq 1; \quad t \geq 0$

$T(x, 1, t) = q, \quad 0 \leq x \leq 1; \quad t \geq 0$

- c. Mengubah persamaan ke dalam bentuk Crank Nicholson

Langkah selanjutnya yaitu diskritisasi model konduksi panas pada pelat logam dua dimensi yang diselesaikan dengan metode beda hingga skema Crank Nicholson. Dimana skema Crank Nicholson diperoleh dari rerata skema eksplisit dan skema implisit. Pada skema eksplisit, variabel pada waktu $n+1$ dihitung berdasarkan variabel pada waktu n yang sudah diketahui. Dengan

menggunakan skema diferensial maju untuk turunan pertama dan skema diferensial terpusat untuk turunan kedua terhadap x dan y . Fungsi variabel (temperatur) $T(x,y,t)$ didekati oleh bentuk berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} &= \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \\ \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} &= \frac{\left[\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta x} \right] - \left[\frac{T_{i,j}^n - T_{i-1,j}^n}{\Delta x} \right]}{\Delta x} \\ &= \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2}\end{aligned}\quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} &= \frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \\ \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} &= \frac{\left[\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta y} \right] - \left[\frac{T_{i,j}^n - T_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right]}{\Delta y} \\ &= \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2}\end{aligned}\quad (4.2)$$

sedangkan skema implisit variabel turunan pertama dan kedua terhadap x dan y didekati oleh bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} &= \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} \\ \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} &= \frac{\left[\frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} \right] - \left[\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} \right]}{\Delta x} \\ &= \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2}\end{aligned}\quad (4.3)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial y} &= \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} \\ \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} &= \frac{\left[\frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} \right] - \left[\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} \right]}{\Delta y} \\ &= \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2}\end{aligned}\quad (4.4)$$

Dari persamaan diatas dapat dilihat bahwa ruas kanan dari skema eksplisit ditulis pada waktu n , sedangkan pada skema implisit ruas kanan ditulis pada waktu $n+1$. Pada skema Crank Nicholson turunan kedua terhadap x dan y diperoleh dari rerata skema eksplisit dan skema implisit. Persamaan yang digunakan adalah rata-rata dari persamaan (4.1), (4.2) dan (4.3), (4.4). Sedangkan turunan pertama terhadap waktu dihampiri menggunakan skema diferensial maju. Berikut ini merupakan turunan pertama terhadap t dan turunan kedua terhadap ruang x dan y skema Crank Nicholson:

$$\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right]$$

$$\frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \right] \quad (4.6)$$

Persamaan (2.7) akan didiskritisasi menggunakan metode Crank Nicholson dengan mensubtitusikan persamaan (4.5) dan (4.6) kedalam persamaan (2.7), maka akan diperoleh

$$\frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \right] + \frac{q}{k} = \frac{1}{A} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}$$

Untuk selanjutnya dimisalkan $\Delta x = p$ dan $\Delta y = h$, sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{p^2} + \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{p^2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{h^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{h^2} \right] + \frac{q}{k} = \frac{1}{A} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}$$

dengan cara mengalikan ruas kanan dan ruas kiri dengan $A\Delta t$, maka

$$\frac{A\Delta t}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n + T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{p^2} + \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n + T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{h^2} \right] + \frac{qA\Delta t}{k} = T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n \quad (4.7)$$

Selanjutnya persamaan (4.7) akan disederhanakan berdasarkan indeks j dan i yang mengikutinya, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} & \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i+1,j}^n - \left[\frac{A\Delta t}{p^2} + \frac{A\Delta t}{h^2} \right] T_{i,j}^n + \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i-1,j}^n + \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i+1,j}^{n+1} - \\ & \left[\frac{A\Delta t}{p^2} - \frac{A\Delta t}{h^2} \right] T_{i,j}^{n+1} + \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i-1,j}^{n+1} + \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j+1}^n + \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j-1}^n + \\ & \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j+1}^{n+1} + \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j-1}^{n+1} + \frac{qA\Delta t}{k} - T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j}^n = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i+1,j}^n - \left[\frac{A\Delta t}{p^2} + \frac{A\Delta t}{h^2} - 1 \right] T_{i,j}^n + \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i-1,j}^n + \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i+1,j}^{n+1} - \\ & \left[\frac{A\Delta t}{p^2} + \frac{A\Delta t}{h^2} + 1 \right] T_{i,j}^{n+1} + \frac{A\Delta t}{2p^2} T_{i-1,j}^{n+1} + \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j+1}^n + \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j-1}^n + \\ & \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j+1}^{n+1} + \frac{A\Delta t}{2h^2} T_{i,j-1}^{n+1} + \frac{qA\Delta t}{k} = 0 \end{aligned}$$

jika persamaan diatas dikalikan dengan konstanta $\frac{2}{A\Delta t}$ maka diperoleh

$$\begin{aligned} & \frac{1}{p^2} T_{i+1,j}^n - \left[\frac{2}{p^2} + \frac{2}{h^2} - \frac{2}{A\Delta t} \right] T_{i,j}^n + \frac{1}{p^2} T_{i-1,j}^n + \frac{1}{p^2} T_{i+1,j}^{n+1} - \\ & \left[\frac{2}{p^2} + \frac{2}{h^2} + \frac{2}{A\Delta t} \right] T_{i,j}^{n+1} + \frac{1}{p^2} T_{i-1,j}^{n+1} + \frac{1}{h^2} T_{i,j+1}^n + \frac{1}{h^2} T_{i,j-1}^n + \frac{1}{h^2} T_{i,j+1}^{n+1} + \\ & \frac{1}{h^2} T_{i,j-1}^{n+1} + \frac{2q}{k} = 0 \end{aligned}$$

Dengan mengumpulkan waktu $n+1$ ke ruas kiri dan waktu n ke ruas kanan dan dengan memisalkan $\alpha = \frac{1}{p^2}$, $\beta = \frac{2}{p^2} + \frac{2}{h^2} - \frac{2}{A\Delta t}$, $\gamma = \frac{2}{p^2} + \frac{2}{h^2} + \frac{2}{A\Delta t}$, $c = \frac{1}{h^2}$ maka persamaan diatas menjadi

$$\begin{aligned} & \alpha T_{i+1,j}^{n+1} - \gamma T_{i,j}^{n+1} + \alpha T_{i-1,j}^{n+1} + c T_{i,j+1}^{n+1} + c T_{i,j-1}^{n+1} + \frac{2q}{k} = -\alpha T_{i+1,j}^n + \beta T_{i,j}^n - \\ & \alpha T_{i-1,j}^n - c T_{i,j+1}^n - c T_{i,j-1}^n \end{aligned} \quad (4.8)$$

- d. Menentukan nilai $\Delta x, \Delta y$ dan Δt

Nilai Δx yang digunakan diperoleh dari rumus $\Delta x = L/n$, dimana L adalah panjang logam dan n menunjukkan banyaknya jumlah pias. Dalam penelitian ini penulis menggunakan $\Delta x = 0,1$ dan $\Delta t = 0,01$.

- e. Memasukkan nilai - nilai yang diketahui dan kemudian persamaan diubah ke dalam bentuk matriks

Dengan memperhatikan persamaan (4.8) dan mensubstitusi nilai yang diketahui, maka diperoleh koefisien dari $T_{i+1,j}^{n+1}, T_{i,j}^{n+1}, T_{i-1,j}^{n+1}, T_{i,j+1}^{n+1}, T_{i,j-1}^{n+1}, T_{i+1,j}^n, T_{i,j}^n, T_{i-1,j}^n, T_{i,j+1}^n, T_{i,j-1}^n$ yaitu:

$$\alpha = \frac{1}{0.01} = 100$$

$$\beta = \frac{2}{0.01} + \frac{2}{0.01} - \frac{2}{0.01} = 200$$

$$\gamma = \frac{2}{0.01} + \frac{2}{0.01} + \frac{2}{0.01} = 600$$

$$c = \frac{1}{0.01} = 100$$

Selanjutnya, persamaan (4.8) diasumsikan bahwa untuk $i=1,2,3\dots m$ dan $j=1,2,3\dots n$ sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$T(1,1) \Rightarrow \alpha T_{2,1}^{n+1} - \gamma T_{1,1}^{n+1} + \alpha T_{0,1}^{n+1} + cT_{1,2}^{n+1} + cT_{1,0}^{n+1} + \frac{2q}{k} = -\alpha T_{2,1}^n + \beta T_{1,1}^n - \alpha T_{0,1}^n - cT_{1,2}^n - cT_{1,0}^n$$

$$T(1,2) \Rightarrow \alpha T_{2,2}^{n+1} - \gamma T_{1,2}^{n+1} + \alpha T_{0,2}^{n+1} + cT_{1,3}^{n+1} + cT_{1,1}^{n+1} + \frac{2q}{k} = -\alpha T_{2,2}^n + \beta T_{1,2}^n - \alpha T_{0,2}^n - cT_{1,3}^n - cT_{1,1}^n$$

$$T(1,3) \Rightarrow \alpha T_{2,3}^{n+1} - \gamma T_{1,3}^{n+1} + \alpha T_{0,3}^{n+1} + cT_{1,4}^{n+1} + cT_{1,2}^{n+1} + \frac{2q}{k} = -\alpha T_{2,3}^n + \beta T_{1,3}^n - \alpha T_{0,3}^n - cT_{1,4}^n - cT_{1,2}^n$$

$$T(1,4) \Rightarrow \alpha T_{2,4}^{n+1} - \gamma T_{1,4}^{n+1} + \alpha T_{0,4}^{n+1} + cT_{1,5}^{n+1} + cT_{1,3}^{n+1} + \frac{2q}{k} = -\alpha T_{2,4}^n + \beta T_{1,4}^n - \alpha T_{0,4}^n - cT_{1,5}^n - cT_{1,3}^n$$

$$\begin{aligned} T(2,1) \rightarrow & \alpha T_{3,1}^{n+1} - \gamma T_{2,1}^{n+1} + \alpha T_{1,1}^{n+1} + cT_{2,2}^{n+1} + cT_{2,0}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{3,1}^n + \beta T_{2,1}^n - \alpha T_{1,1}^n - cT_{2,2}^n - cT_{2,0}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(2,2) \rightarrow & \alpha T_{3,2}^{n+1} - \gamma T_{2,2}^{n+1} + \alpha T_{1,2}^{n+1} + cT_{2,3}^{n+1} + cT_{2,1}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{3,2}^n + \beta T_{2,2}^n - \alpha T_{1,2}^n - cT_{2,3}^n - cT_{2,1}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(2,3) \rightarrow & \alpha T_{3,3}^{n+1} - \gamma T_{2,3}^{n+1} + \alpha T_{1,3}^{n+1} + cT_{2,4}^{n+1} + cT_{2,2}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{3,3}^n + \beta T_{2,3}^n - \alpha T_{1,3}^n - cT_{2,4}^n - cT_{2,2}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(2,4) \rightarrow & \alpha T_{3,4}^{n+1} - \gamma T_{2,4}^{n+1} + \alpha T_{1,4}^{n+1} + cT_{2,5}^{n+1} + cT_{2,3}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{3,4}^n + \beta T_{2,4}^n - \alpha T_{1,4}^n - cT_{2,5}^n - cT_{2,3}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(3,1) \rightarrow & \alpha T_{4,1}^{n+1} - \gamma T_{3,1}^{n+1} + \alpha T_{2,1}^{n+1} + cT_{3,2}^{n+1} + cT_{3,0}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{4,1}^n + \beta T_{3,1}^n - \alpha T_{2,1}^n - cT_{3,2}^n - cT_{3,0}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(3,2) \rightarrow & \alpha T_{4,2}^{n+1} - \gamma T_{3,2}^{n+1} + \alpha T_{2,2}^{n+1} + cT_{3,3}^{n+1} + cT_{3,1}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{4,2}^n + \beta T_{3,2}^n - \alpha T_{2,2}^n - cT_{3,3}^n - cT_{3,1}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(3,3) \rightarrow & \alpha T_{4,3}^{n+1} - \gamma T_{3,3}^{n+1} + \alpha T_{2,3}^{n+1} + cT_{3,4}^{n+1} + cT_{3,2}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{4,3}^n + \beta T_{3,3}^n - \alpha T_{2,3}^n - cT_{3,4}^n - cT_{3,2}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(3,4) \rightarrow & \alpha T_{4,4}^{n+1} - \gamma T_{3,4}^{n+1} + \alpha T_{2,4}^{n+1} + cT_{3,5}^{n+1} + cT_{3,3}^{n+1} + \frac{2q}{k} = \\ & -\alpha T_{4,4}^n + \beta T_{3,4}^n - \alpha T_{2,4}^n - cT_{3,5}^n - cT_{3,3}^n \end{aligned}$$

dengan mensubstitusikan syarat awal dan syarat batasnya, maka dari persamaan di atas akan terbentuk sistem persamaan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$X T_{i,j}^{n+1} = (Y T_{i,j}^n + Z)$$

$$X X^{-1} T_{i,j}^{n+1} = X^{-1} (Y T_{i,j}^n + Z)$$

$$T_{i,j}^{n+1} = X^{-1} (Y T_{i,j}^n + Z)$$

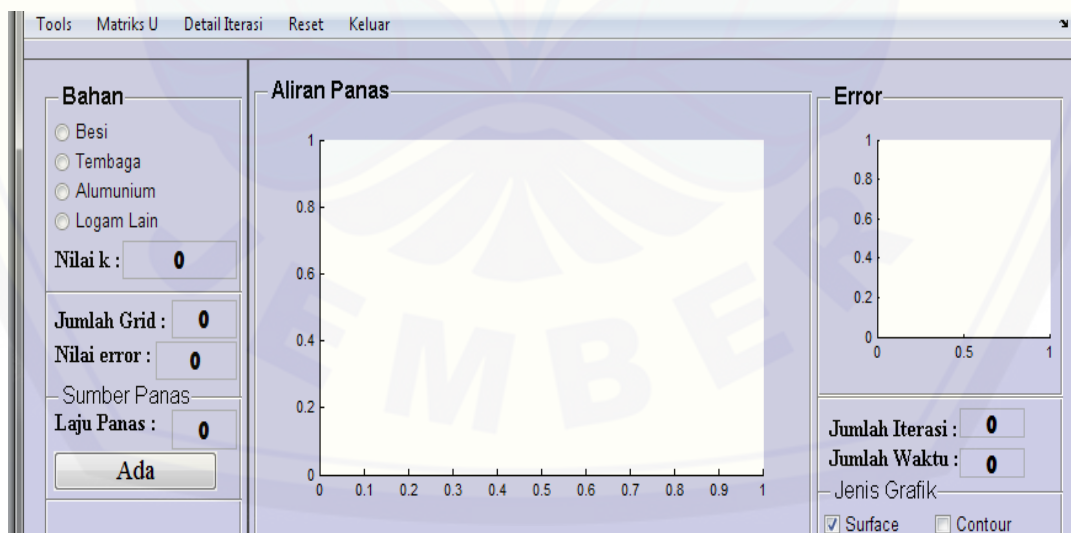
$$Z = \begin{bmatrix} q \\ q \\ \vdots \\ q \\ q \\ q \\ \vdots \\ q \\ q \\ q \\ \vdots \\ q \end{bmatrix}$$

Selanjutnya diselesaikan secara iterasi dengan $i= 1$ sampai n dan $j= 1$ sampai m . Iterasi dihentikan jika kesalahan relatifnya sudah mencapai batas yang ditentukan. Besarnya kesalahan relatif didefinisikan sebagai:

$$|(\varepsilon)_{i,j}| = \left| \frac{T_{i,j}^{baru} - T_{i,j}^{lama}}{T_{i,j}^{baru}} \right| \times 100\%$$

4.2 Pembuatan Program

Setelah diperoleh model diskrit, tahap selanjutnya yaitu penyelesaian model dengan menggunakan *software* Matlab. Program ditampilkan dalam bentuk GUI dengan memasukkan nilai-nilai parameter yang telah ditentukan. Berikut merupakan tampilannya



Gambar 4.1 Tampilan GUI Program aliran panas pada pelat logam

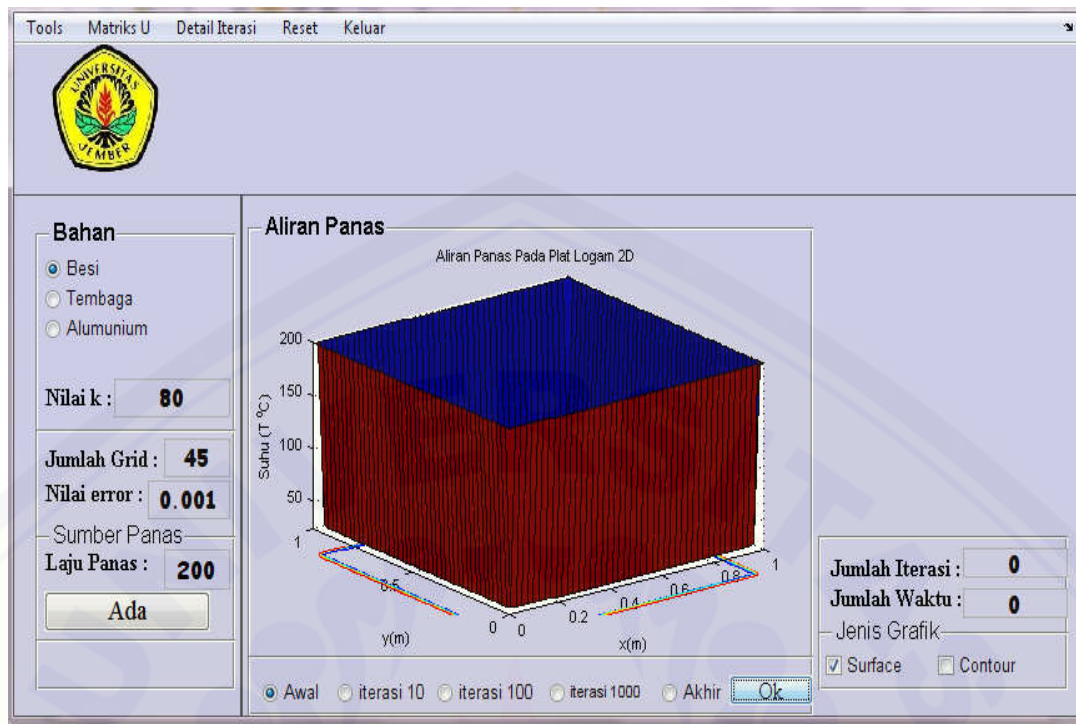
Input dari program diatas adalah bahan logam yang digunakan yaitu besi, alumunium dan tembaga. Selanjutnya nilai konduktivitas termal, nilai *error* dan laju panas. Sedangkan *output* dari program diatas adalah jumlah iterasi dan jumlah waktu yang dibutuhkan suhu aliran panas pada pelat logam dalam keadaan setimbang, matriks U yaitu matriks suhu aliran panas, grafik aliran panas pada pelat logam dua dimensi dan grafik *error*.

4.3 Simulasi Program

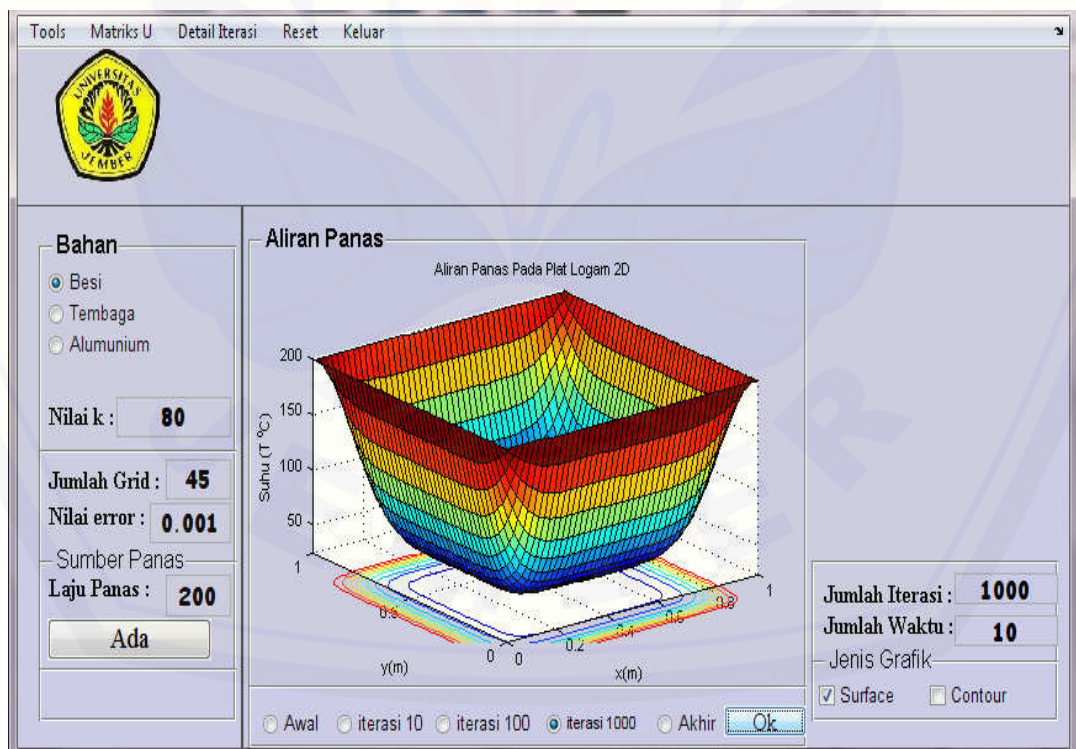
Dalam sub bab ini akan disimulasikan model aliran panas pada pelat logam dua dimensi dengan menggunakan metode Crank Nicholson. Dalam simulasi aliran panas pada pelat logam dilakukan dengan memvariasikan parameter-parameter yang akan mempengaruhi aliran panas pada pelat logam. Besarnya parameter yang diberikan pada setiap logam sama, baik pada besi, alumunium dan tembaga yang membedakan hanyalah besarnya nilai konduktivitas termal pada setiap logam karena konduktivitas termal setiap logam tidak sama. Adapun beberapa parameter yang akan divariasikan adalah banyaknya grid (m), besarnya *error* (e) yang diinginkan, konduktivitas termal (k) dan laju perpindahan panas (q). Dalam tugas akhir ini akan digunakan *grid* sebanyak 45, besarnya *error* sebesar 0,1% dan 0,01%, laju panas (q) sebesar $200 \frac{W}{m}$ dan $300 \frac{W}{m}$, $k_{besi} = 80 \frac{W}{m} \text{ } ^\circ\text{C}$, $k_{alumunium} = 237 \frac{W}{m} \text{ } ^\circ\text{C}$ dan $k_{tembaga} = 399 \frac{W}{m} \text{ } ^\circ\text{C}$.

a. Logam Besi

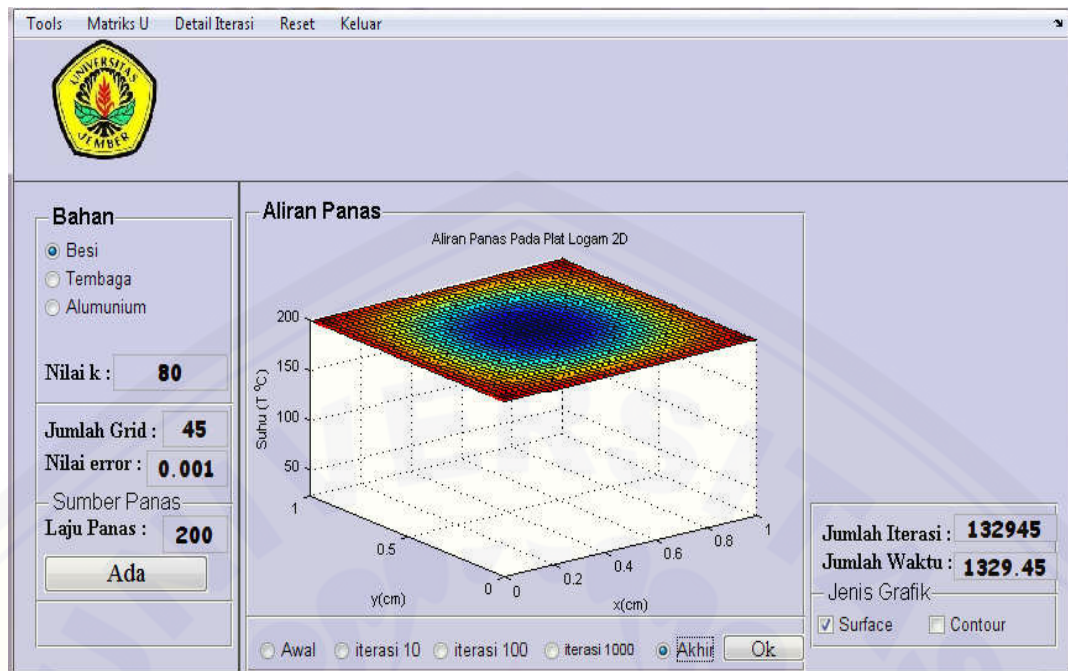
Dalam bagian ini akan diberikan hasil simulasi serta visualisasi model aliran panas pada pelat besi dalam keadaan *unsteady* dengan konduktivitas termal besi sebesar $80 \frac{W}{m} \text{ } ^\circ\text{C}$, jumlah *grid* 45, *error* sebesar 0,1% dan laju panas sebesar $200 \frac{W}{m}$. Hasil simulasi dan visualisasi program model aliran panas pada pelat besi dapat dilihat pada gambar 4.2 sampai dengan gambar 4.4



Gambar 4.2 Grafik Aliran panas pada kondisi awal dari logam besi



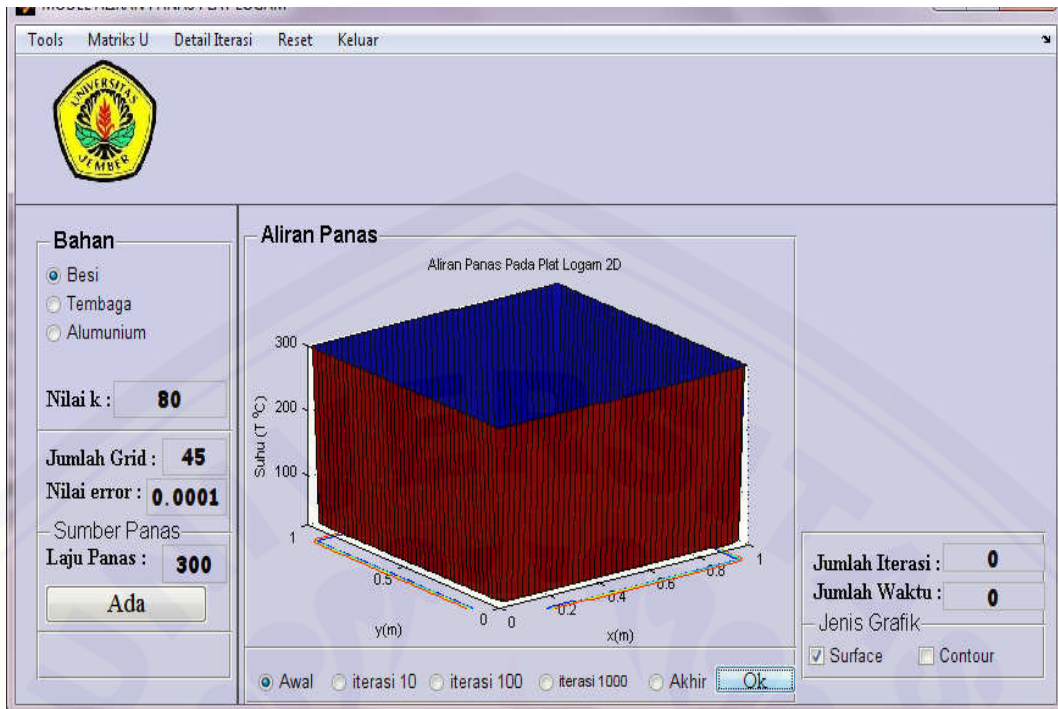
Gambar 4.3 Grafik Aliran Panas pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Besi



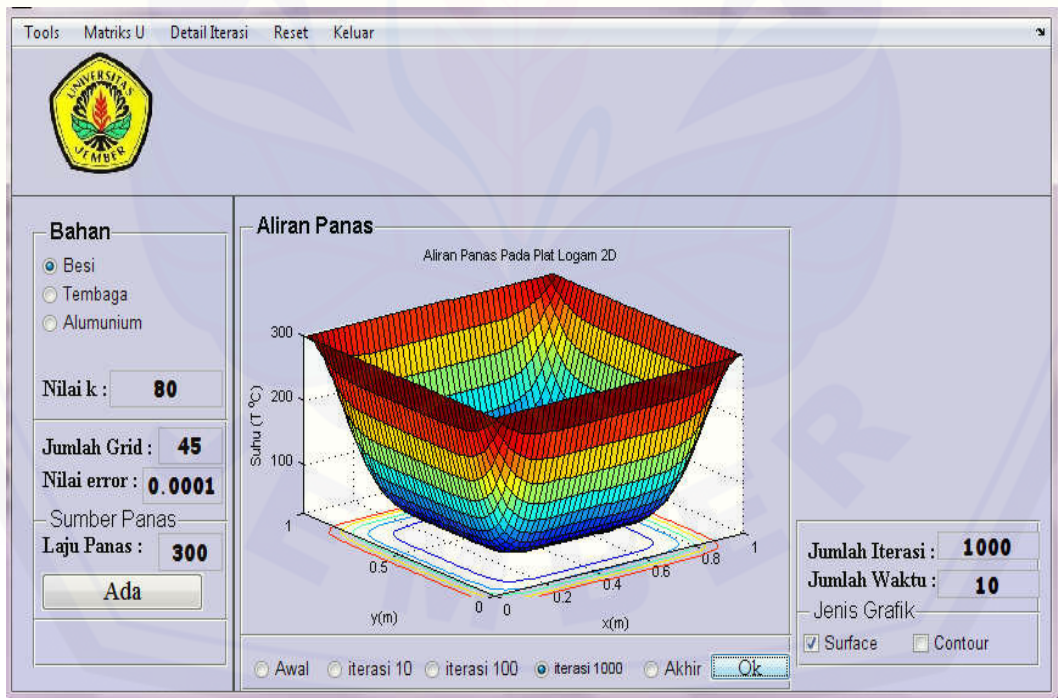
Gambar 4.4 Grafik Aliran Panas Pada Saat Iterasi ke-132945 dari Logam Besi

Berdasarkan gambar diatas dapat dijelaskan bahwa suhu aliran panas pada pelat logam besi dapat mencapai kondisi setimbang dengan memasukkan beberapa nilai parameter yang mempengaruhi. Gambar 4.2 menunjukkan kondisi awal dari pelat besi yang diberi laju aliran panas pada setiap sisi pelat sebesar $200 \frac{W}{m}$ dan *error* sebesar 0,1% sehingga menyebabkan suhu pada setiap sisi pelat naik hingga $200^{\circ}C$. Namun suhu ditengah pelat besi masih berada dalam kondisi awal yaitu $25^{\circ}C$ karena masih belum dialiri aliran panas. Setelah mencapai iterasi ke-1000 suhu ditengah pelat besi mulai naik dan waktu yang dibutuhkan adalah sebesar 10 sekon seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.3. Sampai pada iterasi 132945 selama 1329,45 sekon diperoleh suhu dalam keadaan setimbang.

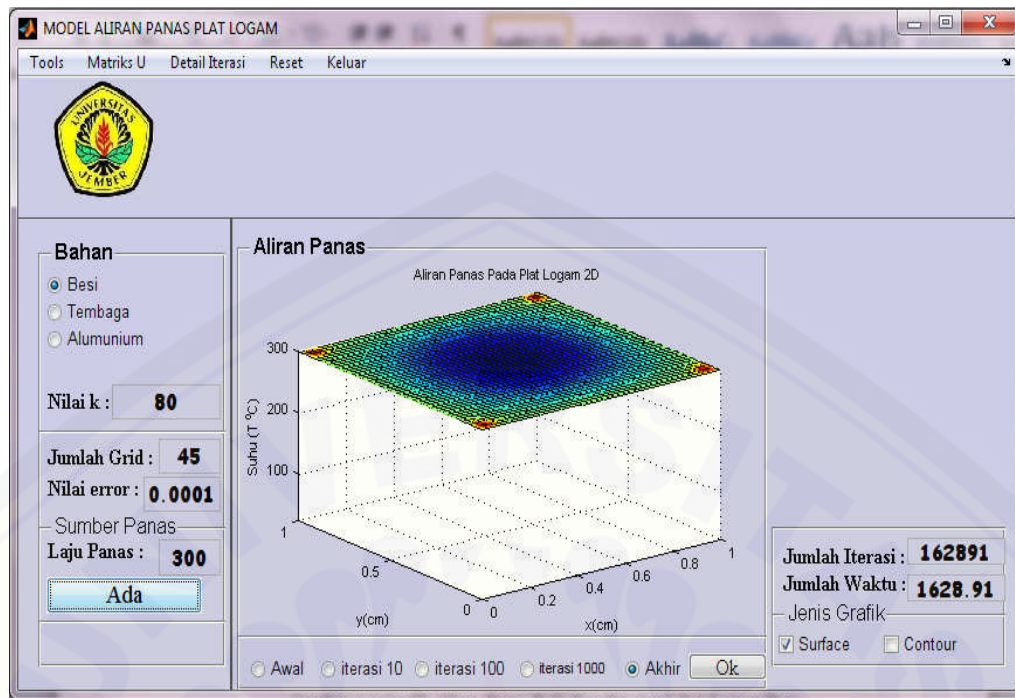
Selanjutnya akan diberikan hasil simulasi dan visualisasi aliran panas pada pelat besi dalam keadaan *unsteady* dengan konduktivitas termal sebesar $80 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* 0,01% , jumlah *grid* 45 dan laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$. Berikut merupakan hasil simulasi dan visualisasi program aliran panas pada pelat besi dua dimensi dalam keadaan *unsteady*



Gambar 4.5 Grafik Aliran Panas Pada Kondisi Awal dari Logam Besi



Gambar 4.6 Grafik Aliran Panas Pada Saat Iterasi ke-1000 dari Logam Besi

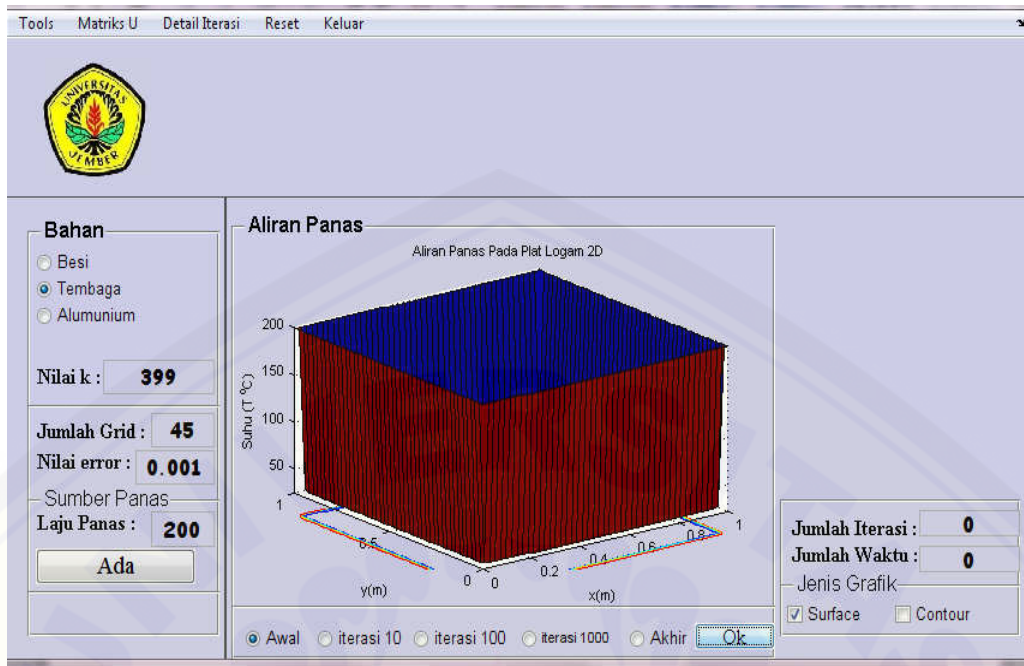


Gambar 4.7 Grafik Aliran Panas Pada Saat Iterasi ke-162891 dari Logam Besi

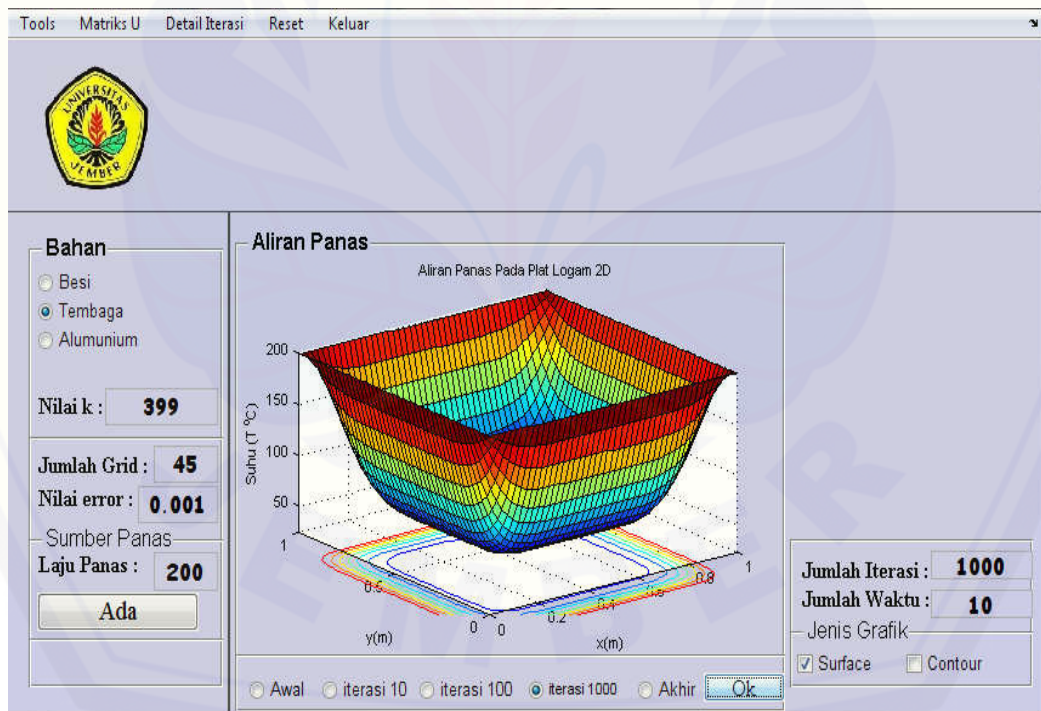
Gambar diatas menjelaskan bahwa dengan memasukkan nilai-nilai parameter dihasilkan visualisasi seperti gambar 4.5 sampai 4.7. Gambar 4.5 menunjukkan kondisi awal dari pelat besi yang diberi laju aliran panas pada setiap sisi pelat sebesar $300 \frac{W}{m}$ dan *error* sebesar 0,01% sehingga menyebabkan suhu pada setiap sisi pelat naik hingga $300^{\circ}C$. Namun suhu ditengah pelat besi masih berada dalam kondisi awal yaitu $25^{\circ}C$. Setelah mencapai iterasi ke-1000 suhu ditengah pelat besi mulai naik dan waktu yang dibutuhkan adalah sebesar 10 sekon seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.6. Sampai pada iterasi 162891 selama 1628,91 sekon diperoleh suhu dalam keadaan setimbang.

b. Logam Tembaga

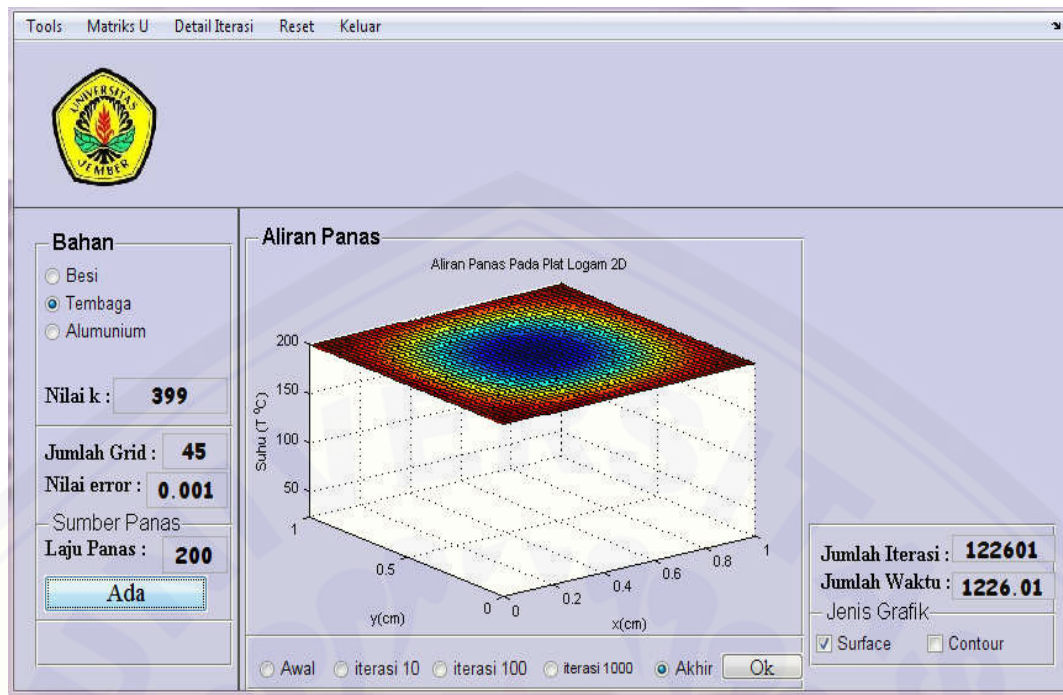
Dalam bagian ini akan diberikan hasil simulasi dan visualisasi aliran panas pada pelat logam tembaga dengan konduktivitas termal $399 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* sebesar 0,1%, *grid* sebesar 45 dan laju panas sebesar $200 \frac{W}{m}$. Hasil simulasi dan visualisasi program dapat dilihat pada gambar 4.8 sampai 4.10



Gambar 4.8 Grafik Aliran Panas Pada Kondisi Awal dari Logam Tembaga



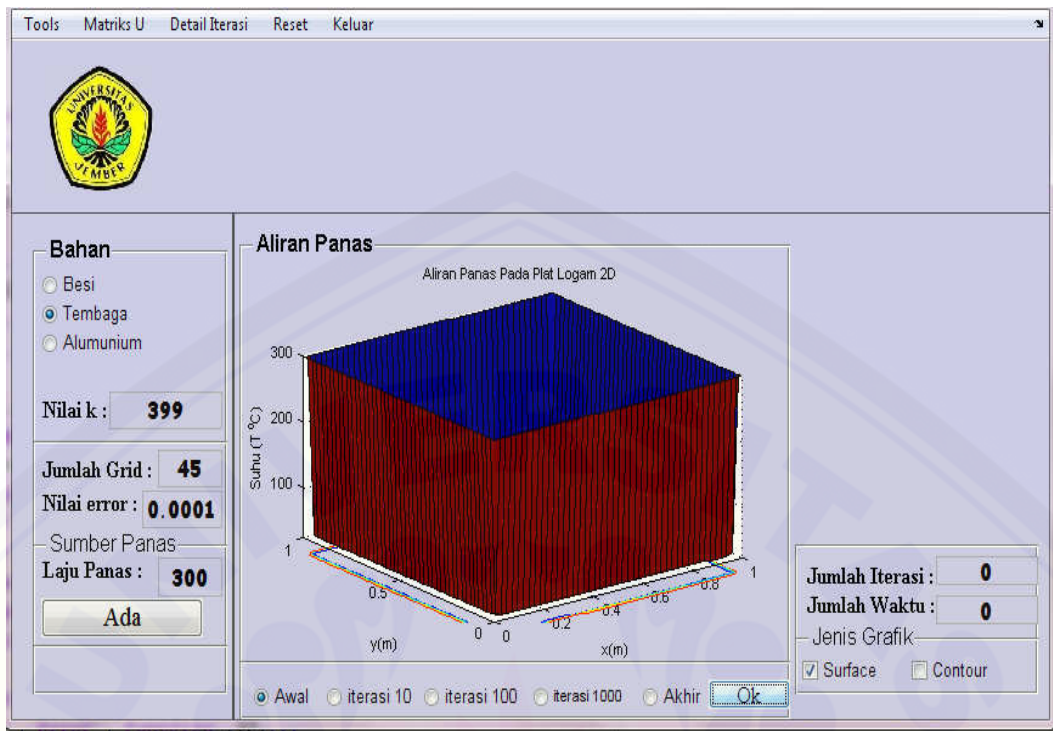
Gambar 4.9 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-1000 dari Logam Tembaga



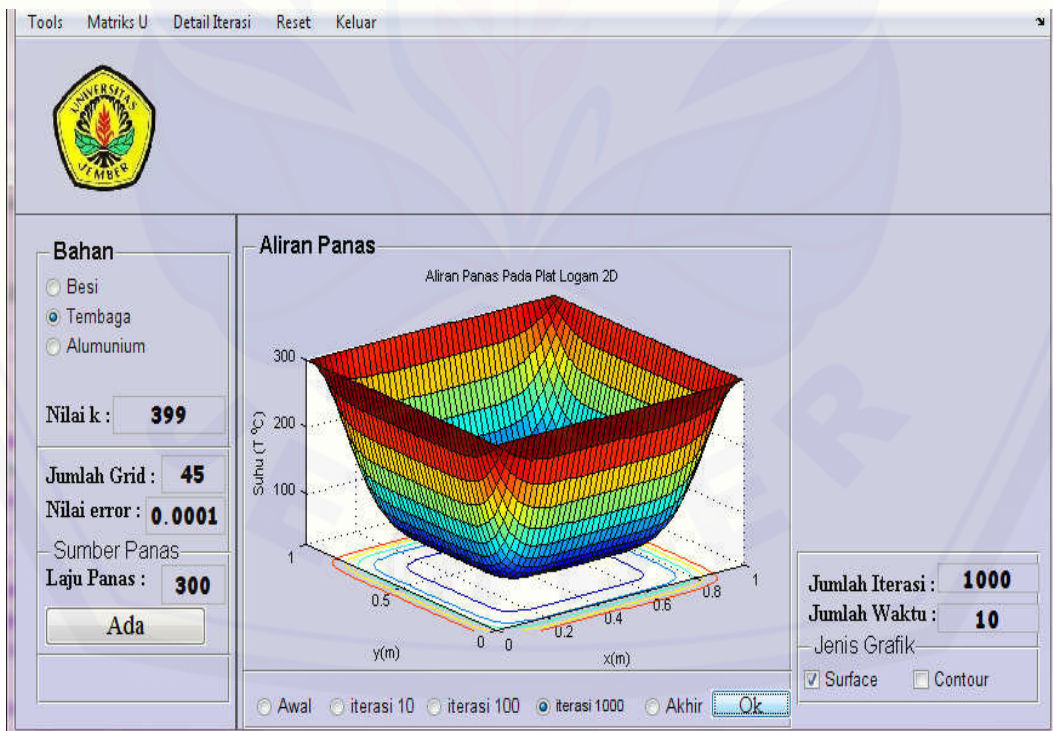
Gambar 4.10 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-122601 dari Logam Tembaga

Gambar diatas menjelaskan bahwa dengan memasukkan nilai-nilai parameter dihasilkan visualisasi seperti gambar 4.8 sampai 4.10. Gambar 4.8 menunjukkan kondisi awal dari pelat tembaga yang diberi laju aliran panas pada setiap sisi pelat sebesar $200 \frac{W}{m}$ dan *error* sebesar 0,1% sehingga menyebabkan suhu pada setiap sisi pelat naik hingga $200^{\circ}C$. Namun suhu ditengah pelat besi masih berada dalam kondisi awal yaitu $25^{\circ}C$. Setelah mencapai iterasi ke-1000 suhu ditengah pelat besi mulai naik dan waktu yang dibutuhkan adalah sebesar 10 sekon seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.9. Sampai pada iterasi 1226,01 selama 126,94 sekon diperoleh suhu dalam keadaan setimbang.

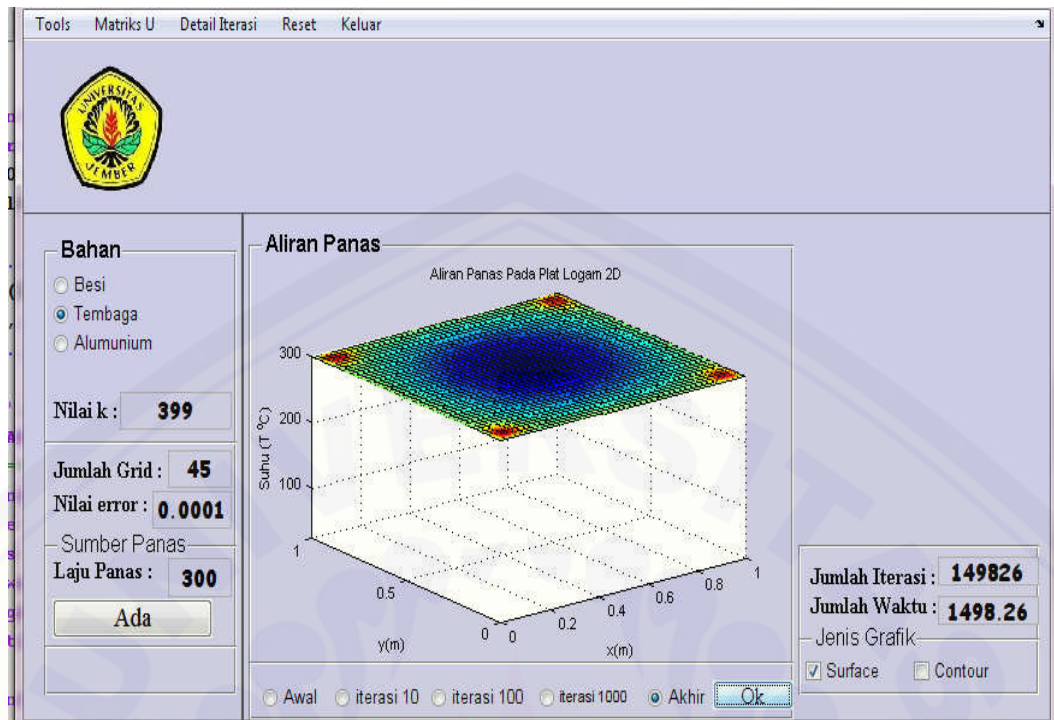
Kemudian akan diberikan hasil simulasi dan visualisasi program aliran panas pada pelat tembaga dengan memasukkan beberapa nilai parameter yang mempengaruhi yaitu nilai konduktivitas termal tembaga sebesar $399 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* sebesar 0,01%, *grid* sebesar 45 dan laju panas sebesar $300 \frac{W}{m}$. Berikut ini merupakan hasil simulasi dan visualisasi program aliran panas pada pelat tembaga



Gambar 4.11 Grafik Aliran Panas Pada Kondisi Awal dari Logam Tembaga



Gambar 4.12 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-1000 dari Logam Tembaga



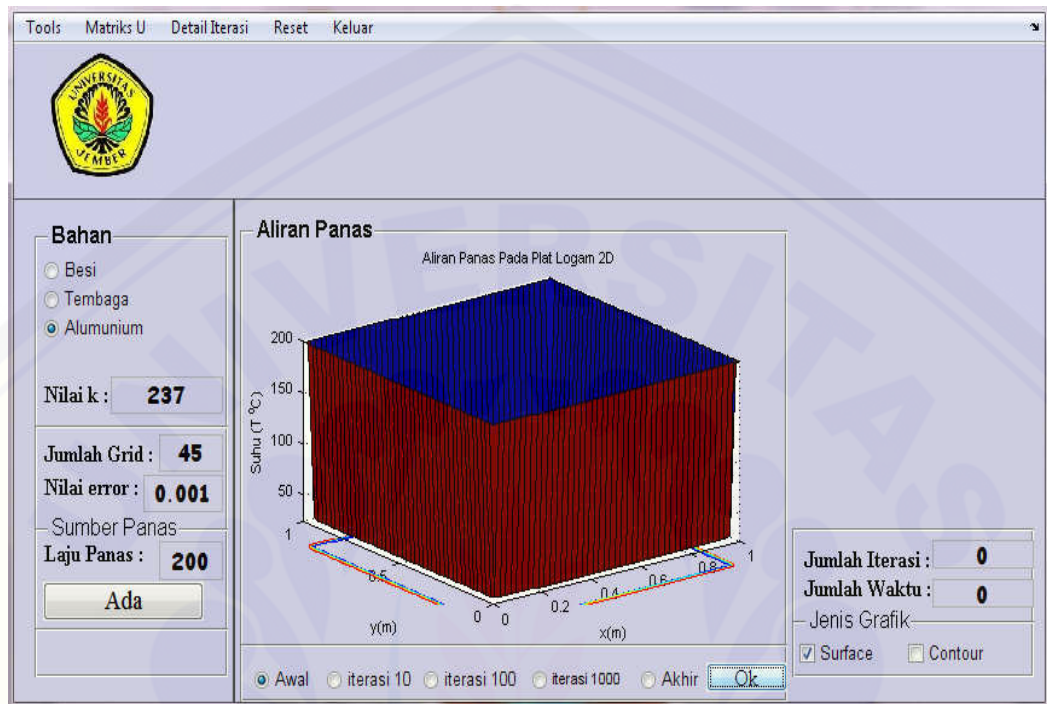
Gambar 4.13 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-149826 dari Logam Tembaga

Gambar 4.11 menunjukkan kondisi awal pelat tembaga yang memiliki nilai konduktivitas termal sebesar $399 \frac{W}{m}^{\circ}C$ yang diberi laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$ pada setiap sisinya dengan nilai *error* 0,01% dan jumlah *grid* sebesar 45. Dimana suhu setiap sisi pelat tembaga naik hingga $300^{\circ}C$ sedangkan suhu di dalam pelat tetap $25^{\circ}C$ karena masih belum dialiri aliran panas. Pada iterasi ke-1000 suhu didalam pelat tembaga mulai naik dan waktu yang dibutuhkan adalah sebesar 10 sekon seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.12. Sampai pada iterasi ke-149826 selama 1498,26 sekon suhu pada pelat tembaga berada dalam kondisi setimbang.

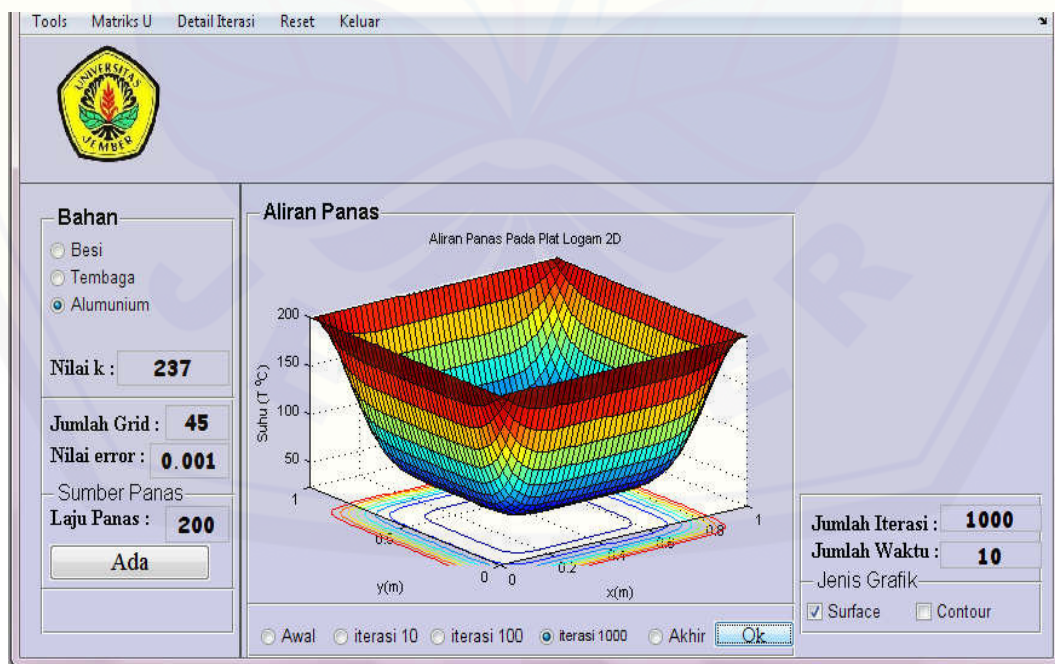
c. Aluminium

Dalam bagian ini akan disimulasikan beberapa nilai parameter yang mempengaruhi model aliran panas pada pelat logam aluminium. Diantaranya yaitu konduktivitas termal, besarnya nilai *error*, *jumlah grid* dan besarnya laju

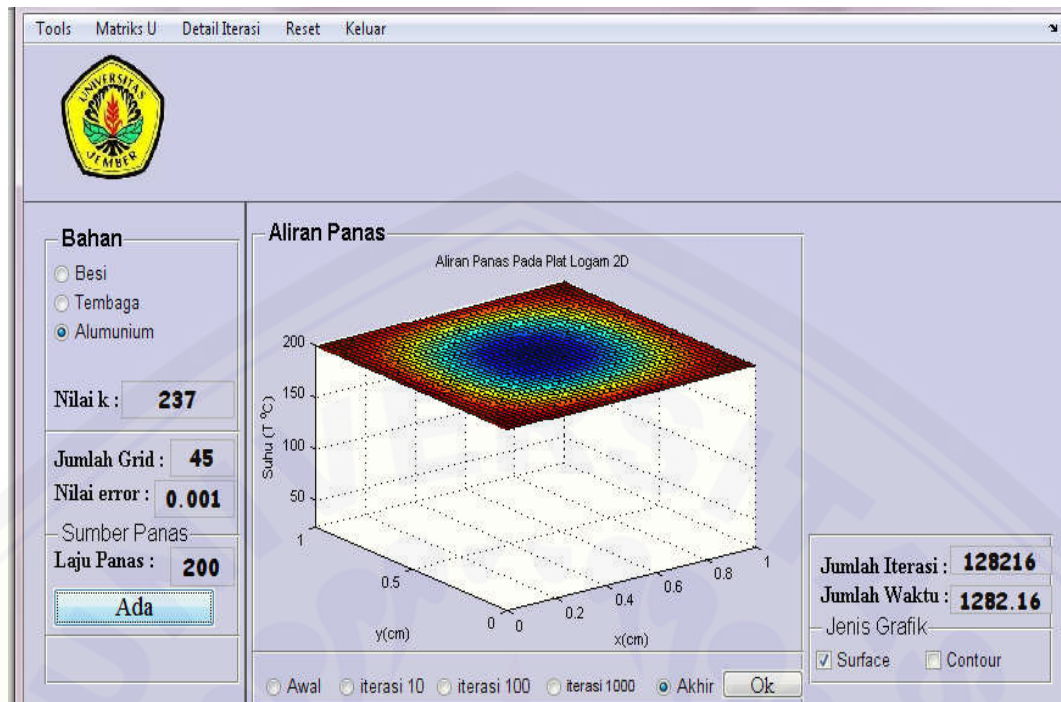
aliran panas. Berikut merupakan hasil visualisasi program model aliran panas pada pelat logam aluminium



Gambar 4.14 Grafik Aliran Panas Pada Kondisi Awal dari Logam Aluminium



Gambar 4.15 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-1000 dari Logam Aluminium

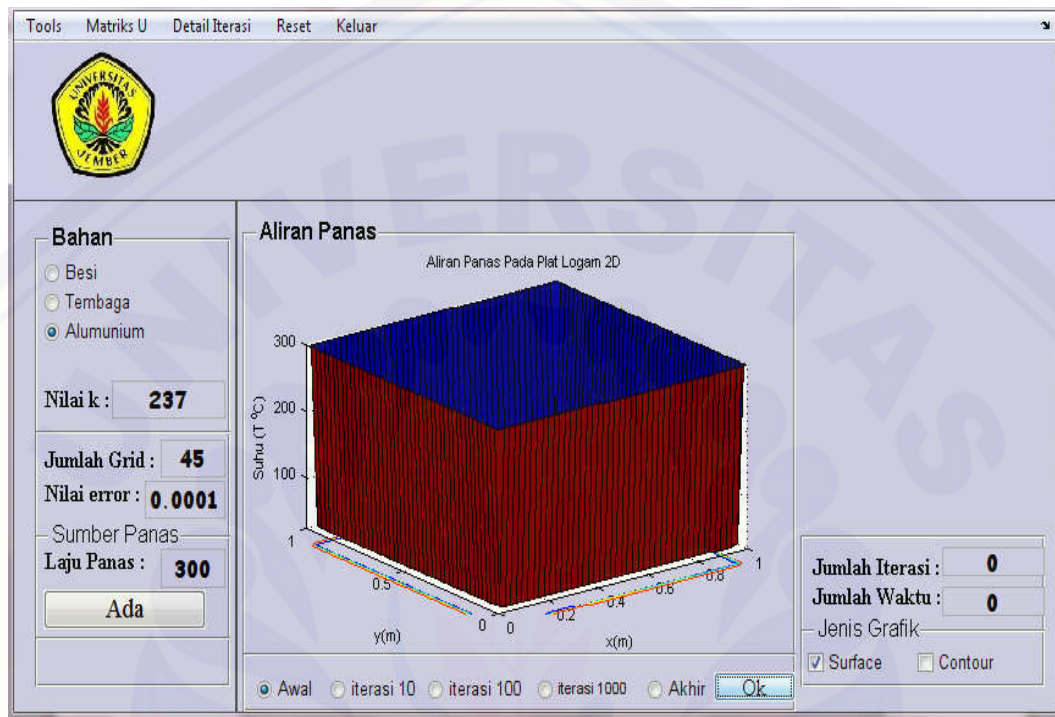


Gambar 4.16 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-128216 dari Logam Aluminium

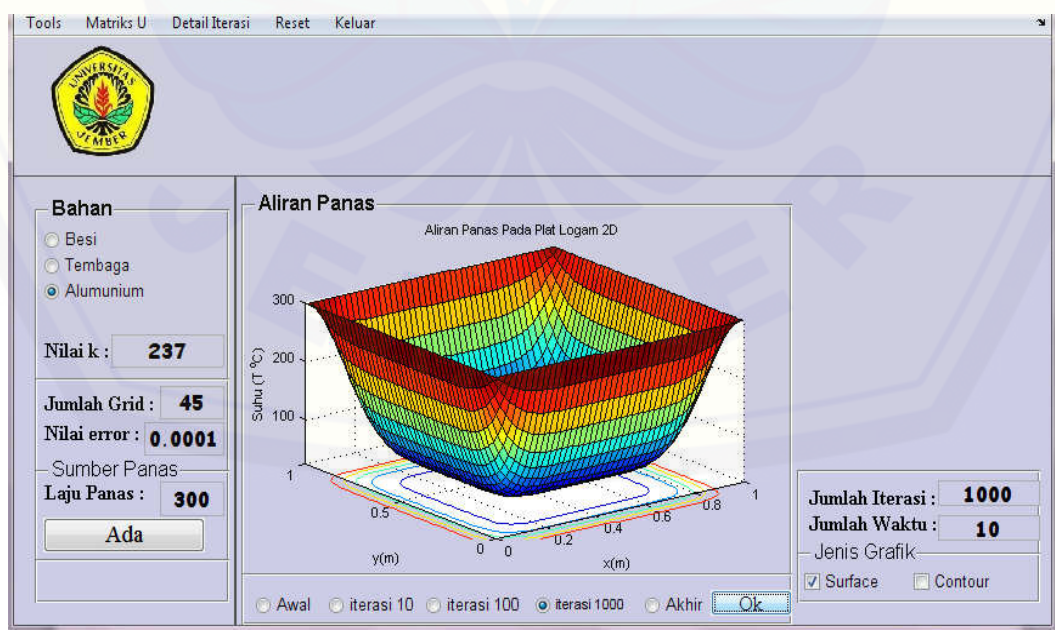
Gambar 4.14 sampai dengan 4.16 menunjukkan hasil visualisasi aliran panas pada pelat logam aluminium dengan konduktivitas termal aluminium sebesar $237 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* sebesar 0,1%, jumlah *grid* sebanyak 45 dan laju aliran panas sebesar $200 \frac{W}{m}$. Sebelum pelat logam dipanaskan diasumsikan suhu awal dari pelat aluminium sebesar $25^{\circ}C$. Kemudian ketika pelat aluminium mulai dialiri aliran panas disetiap sisi-sisinya seperti yang ditunjukkan Gambar 4.14 maka menyebabkan suhu disetiap sisinya naik sebesar $200^{\circ}C$. Namun suhu didalam pelat tetap sebesar $25^{\circ}C$ karena masih belum dialiri aliran panas. Pada Gambar 4.15 dapat dilihat bahwa suhu dibagian tengah pelat logam aluminium mulai mengalami kenaikan pada iterasi ke-1000 dan waktu yang dibutuhkan adalah sebesar 10 sekon. Sampai pada iterasi ke-128216 selama 1282,16 sekon suhu pada pelat aluminium berada dalam kondisi setimbang.

Selanjutnya akan diberikan hasil simulasi dan visualisasi program aliran panas pada pelat aluminium dengan memasukkan beberapa nilai parameter yang mempengaruhi yaitu nilai konduktivitas termal tembaga sebesar $237 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai

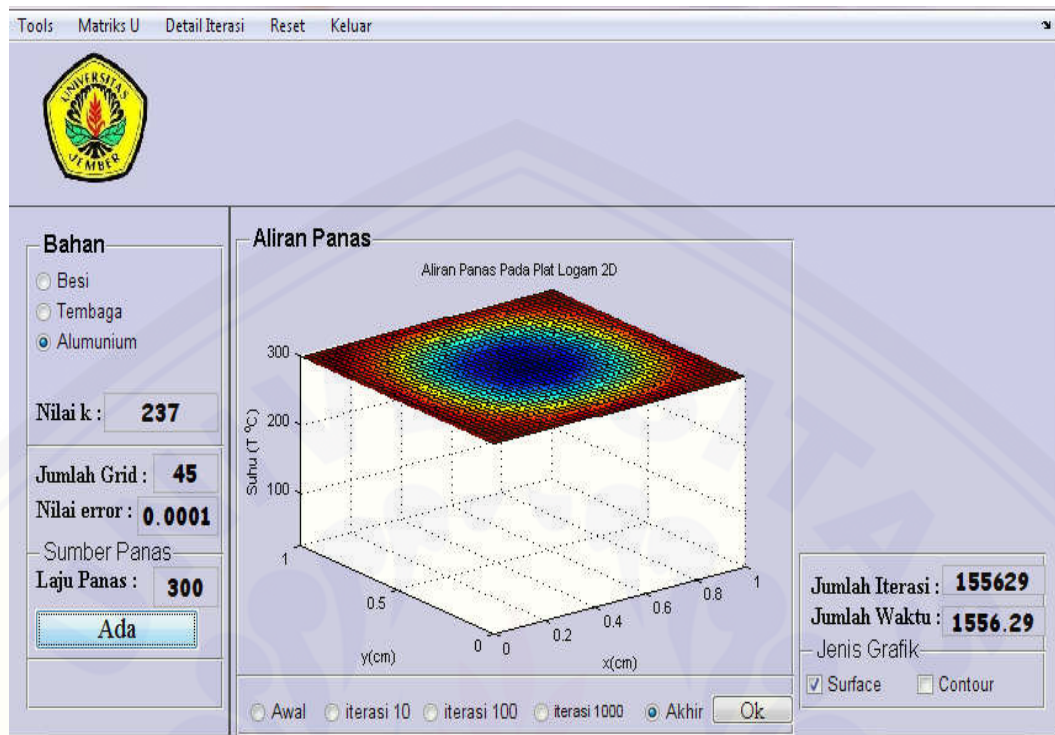
error sebesar 0,01%, *grid* sebesar 45 dan laju panas sebesar $300 \frac{W}{m}$. Berikut ini merupakan hasil simulasi dan visualisasi program aliran panas pada pelat logam aluminium



Gambar 4.17 Grafik Aliran Panas Pada Kondisi Awal dari Logam Aluminium



Gambar 4.18 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-1000 dari Logam Aluminium



Gambar 4.19 Grafik Aliran Panas Pada Iterasi ke-155629 dari Logam Aluminium

Gambar 4.17 sampai dengan 4.19 menunjukkan hasil visualisasi aliran panas pada pelat logam aluminium dengan konduktivitas termal aluminium sebesar $237 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* sebesar 0,01%, jumlah *grid* sebanyak 45 dan laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$. Sebelum pelat logam dipanaskan diasumsikan suhu awal dari pelat aluminium sebesar $25^{\circ}C$. Kemudian ketika pelat aluminium mulai dialiri aliran panas disetiap sisi-sisinya seperti yang ditunjukkan Gambar 4.17 sehingga menyebabkan suhu disetiap sisinya naik sebesar $300^{\circ}C$. Namun suhu didalam pelat tetap sebesar $25^{\circ}C$ karena masih belum dialiri aliran panas. Pada Gambar 4.18 dapat dilihat bahwa suhu dibagian tengah pelat logam aluminium mulai mengalami kenaikan pada iterasi ke-1000 dan waktu yang dibutuhkan adalah sebesar 10 sekon. Sampai pada iterasi ke-155629 selama 1556,29 sekon suhu pada pelat aluminium berada dalam kondisi setimbang.

Dengan memasukkan nilai parameter untuk masing-masing logam maka akan diperoleh banyaknya iterasi dan jumlah waktu yang dibutuhkan suhu pelat logam untuk mencapai kondisi setimbang. Berikut ini merupakan hasil ringkasan dari hasil simulasi aliran panas pada pelat logam yang disajikan dalam bentuk tabel. Simulasi pertama dilakukan dengan mensimulasikan nilai *error* sebesar 0,1%, jumlah *grid* sebesar 45 dan laju aliran panas sebesar $200 \frac{W}{m}$. Sedangkan simulasi kedua dilakukan dengan mensimulasikan nilai *error* sebesar 0,01%, jumlah *grid* sebesar 45 dan laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$. Berikut ini merupakan hasil simulasi program yang disajikan dalam tabel 4.1

Tabel 4.1 Ringkasan Iterasi dan Jumlah Waktu yang dibutuhkan Untuk Memperoleh Suhu Setimbang

Logam	Nilai <i>error</i>	Jumlah Waktu (sekon)
Besi	0,1%	1329,45
	0,01%	1628,91
Tembaga	0,1%	1226,01
	0,01%	1498,26
Alumunium	0,1%	1282,16
	0,01%	1556,29

4.4 Analisis Hasil Simulasi

Subbab ini menjelaskan tentang analisis hasil simulasi program aliran panas pada pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady* menggunakan metode Crank Nicholson. Seperti yang telah diketahui bahwa aliran panas pada pelat logam dipengaruhi oleh beberapa parameter diantaranya yaitu besarnya nilai *error*, konduktivitas termal, dan laju aliran panas. Dimana parameter-parameter ini yang mempengaruhi jumlah waktu yang dibutuhkan untuk memperoleh suhu dalam kondisi setimbang. Jika diamati pada tabel 4.1 jumlah waktu yang paling banyak dibutuhkan untuk memperoleh suhu dalam keadaan setimbang menggunakan metode Crank Nicholson dengan nilai *error* 0,1% yaitu 1329,45

sekon, sedangkan dengan nilai *error* 0,01% diperoleh jumlah waktu 1628,91 sekon. Dari hasil yang diperoleh pada tabel 4.1 dapat disimpulkan bahwa semakin kecil nilai *error* maka semakin banyak waktu yang dibutuhkan, semakin besar nilai konduktivitas termal suatu logam maka semakin cepat suhu mencapai kondisi setimbang.

Dilihat dari konsep fisika, logam yang memiliki nilai konduktivitas termal yang paling besar memiliki kemampuan mengalirkan panas yang lebih besar. Dari hasil simulasi, tembaga merupakan logam yang memiliki nilai konduktivitas termal yang paling besar dari logam lainnya. Oleh karena itu, logam tembaga memiliki kemampuan untuk melakukan perpindahan panas yang lebih cepat daripada besi dan aluminium. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tembaga merupakan penghantar panas yang lebih baik dari pada logam lainnya.

BAB 5. PENUTUP

Pada bab ini akan diperoleh kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang diperoleh dari metode Crank Nicholson pada model aliran konduksi panas pada pelat logam dua dimensi dalam keadaan *unsteady*, serta diberikan saran yang dapat dilakukan sebagai kelanjutan dari skripsi ini.

5.1 Kesimpulan

1. Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan tentang penyelesaian model aliran panas pada pelat logam dapat disimpulkan bahwa logam besi dengan nilai konduktivitas sebesar $80 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* 0,1% dan laju aliran panas sebesar $200 \frac{W}{m}$ diperoleh suhu setimbang dengan jumlah waktu 1329,45 sekon. Sedangkan nilai *error* yang diberikan sebesar 0,01% dan laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$ diperoleh suhu setimbang dengan jumlah waktu 1628,91 sekon.
2. Logam tembaga dengan nilai konduktivitas termal sebesar $399 \frac{W}{m}$, nilai *error* sebesar 0,1% dan laju aliran panas sebesar $200 \frac{W}{m}$ diperoleh suhu setimbang dengan jumlah waktu sebesar 1226,01 sekon, sedangkan nilai *error* sebesar 0,01% dan laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$ diperoleh suhu setimbang dengan jumlah waktu sebesar 1498,26 sekon.
3. Logam aluminium dengan nilai konduktivitas sebesar $237 \frac{W}{m}^{\circ}C$, nilai *error* 0,1% dan laju aliran panas sebesar $200 \frac{W}{m}$ diperoleh suhu setimbang pada waktu 1282,16 sekon. Sedangkan nilai *error* yang diberikan sebesar 0,01% dan laju aliran panas sebesar $300 \frac{W}{m}$ diperoleh suhu setimbang dengan jumlah waktu 1556,29 sekon.
4. Semakin kecil nilai *error* dan semakin besar jumlah *grid* yang diberikan maka semakin banyak jumlah waktu yang dilakukan, semakin besar nilai laju aliran panas maka semakin banyak jumlah waktu yang dibutuhkan dan semakin

besar nilai konduktivitas termal suatu logam maka semakin semakin cepat waktu yang dibutuhkan untuk memperoleh suhu dalam keadaan setimbang.

5. Tembaga merupakan logam yang paling cepat untuk memperoleh suhu yang setimbang karena tembaga memiliki nilai konduktivitas termal yang lebih besar daripada logam besi dan alumunium. Sedangkan besi merupakan logam yang paling lambat dalam mencapai suhu yang setimbang karena besi memiliki nilai konduktivitas yang kecil daripada logam alumunium dan tembaga.

5.2 Saran

Diharapkan dari penelitian “Analisis Numerik Model Aliran Panas pada Pelat Logam dalam Keadaan *Unsteady* Menggunakan Metode Crank Nicholson” dapat memberikan respon bagi peneliti lainnya guna untuk melanjutkan penelitian dengan menggunakan metode lain atau variabel pengaruh yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Cengel, Yunus, A.1998. *Heat Transfer a Practical Approach*. New York: McGraw-Hill
- Chapra, S.C. & Canale, R.P. 2010. *Numerical Methods For Engineers, 6nd Edition*. New York: McGraw-Hill Companies
- Dafik. 2000. *Penyelesaian Aplikasi PDP Orde Dua Terkomputerisasi*. Jember: Laboratorium Komputer FKIP Universitas Jember
- Durmin. 2013. *Studi Perpindahan Perpindahan Panas Menggunakan Metode Beda Hingga dan Crank Nicholson*. <http://digilib.its.ac.id/ITS-paper-12021140-003535/29484> [28 Maret 2015]
- Hidayat, R. 2006. *Persamaan Diferensial Parsial*. Jember: Jember University Press.
- Hidayat, R. 2009. *Persamaan Diferensial Parsial*. Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember
- Holman, J.P. 2006. *Perpindahan Panas*. Jakarta: Penerbit Erlangga
- Kreith, F. 2005. *Principles Heat Transfer*. Harper & Row Publisher
- Kreith, F. 2011. *Principles of Heat Transfer Seventh Edition*. USA: Cengage Learning
- Moran, Michael. J. & Shapiro, Howard. N. *Termodinamika Teknik*. Terjemahan oleh Yulianto Sulisty Nugroho. 2004. Jakarta: Erlangga
- Prakasa, A.S. 2012. *Makalah Ilmu Logam*. <http://mesinusu12.blogspot.com/>. [2 April 2015]
- Sailah, S. 2010. Menentukan Distribusi Temperatur dengan menggunakan metode Crank Nicholson. *Jurnal Penelitian Sains FMIPA Universitas Sriwijaya*. **13: 17-22**.
- Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset
- Wati, T. E. 2013. *Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Aliran Panas pada Pelat Logam dengan Metode Liebmann*. Tidak Diterbitkan. Skripsi: Universitas Jember
- Young, Roger. A. & Freedman, T. R. *Fisika Universitas Edisi Kesepuluh*. Alih bahasa Endang Juliastuti. 2002. Jakarta: Erlangga.

Lampiran A. Skrip Program GUI MATLAB

```

clc; clear all;
close all;
set(0,'Units','points')
Screen = get(0,'screensize');
pos=[0 0 640 350-80];
ulang=0; k=0; hasil=0;
win1=figure(...
'units','points',...
'position',[Screen(3:4)/2-pos(3:4)/2 pos(3:4)],...
'color',[.8 .8 .9],...
'menubar','none',...
'resize','on',...
'numbertitle','off',...
'name','MODEL ALIRAN PANAS PLAT LOGAM');
=====
hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','Bahan','FontSize',12,...
'units','points',...
'fontweight','bold',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[13 13 120 237]);

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','Error','FontSize',12,...
'units','points',...
'fontweight','bold',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[1133+350 90 150 160]);

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','', 'FontSize',12,...
'units','points',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[133+350 13 150 77]);

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','Jenis Grafik','FontSize',12,...
'units','points',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[133+350 13 150 37]);

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','Aliran Panas','FontSize',12,...
'units','points',...
'fontweight','bold',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[290-150 13 340 240]);

=====

```

```

label1=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[286-150 0 1 260],...
'style','Text',...
'backgroundcolor',[.3 .3 .3],...
'foregroundcolor',[1 1 1]);

label1=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[0 260 700 1],...
'style','Text',...
'backgroundcolor',[.3 .3 .3],...
'foregroundcolor',[1 1 1]);

%=====

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','', 'FontSize',12,...
'units','points',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[13 13 120 130]);

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','Sumber Panas','FontSize',12,...
'units','points',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[13 13 120 85]);

hp = uipanel('parent',win1,...
'Title','', 'FontSize',12,...
'units','points',...
'BackgroundColor',[.8 .8 .9],...
'Position',[13 13 120 25]);

label1=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[18 110 70 25],...
'style','Text',...
'HorizontalAlignment','left',...
'string','Jumlah Grid :',...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'fontname','Times New Roman',...
'fontsize',12,...
'fontweight','bold');

edit1=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[90 119 40 20],...
'style','edit',...

```

```
'string', '0', ...
'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
'fontname', 'comic', ...
'fontsize', 12, ...
'fontweight', 'bold');

labell=icontrol('parent',win1,...
'units', 'points', ...
'position', [18 98 70 20], ...
'style', 'Text', ...
'HorizontalAlignment', 'left', ...
'string', 'Nilai error :', ...
'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
'fontname', 'Times New Roman', ...
'fontsize', 12, ...
'fontweight', 'bold');

edit4=icontrol('parent',win1,...
'units', 'points', ...
'position', [80 98 50 20], ...
'style', 'edit', ...
'string', '0', ...
'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
'fontname', 'comic', ...
'fontsize', 12, ...
'fontweight', 'bold');

labell=icontrol('parent',win1,...
'units', 'points', ...
'position', [18 146 70 20], ...
'style', 'Text', ...
'HorizontalAlignment', 'left', ...
'string', 'Nilai k :', ...
'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
'fontname', 'Times New Roman', ...
'fontsize', 12, ...
'fontweight', 'bold');

edit3=icontrol('parent',win1,...
'units', 'points', ...
'position', [60 149 70 20], ...
'style', 'edit', ...
'string', '0', ...
'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
'fontname', 'comic', ...
'fontsize', 12, ...
'fontweight', 'bold');
```



```
label1=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[140+350 65 80 15],...
'style','Text',...
'HorizontalAlignment','left',...
'string','Jumlah Iterasi :',...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'fontname','Times New Roman',...
'fontsize',12,...
'fontweight','bold');

edit5=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[220+350 69 63 15],...
'style','edit',...
'string','0',...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'fontname','comic',...
'fontsize',12,...
'fontweight','bold');

label1=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[140+350 50 80 15],...
'style','Text',...
'HorizontalAlignment','left',...
'string','Jumlah Waktu :',...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'fontname','Times New Roman',...
'fontsize',12,...
'fontweight','bold');

edit15=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[220+350 49 63 15],...
'style','edit',...
'string','0',...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'fontname','comic',...
'fontsize',12,...
'fontweight','bold');

%=====

proses=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[18 42 100 20],...
'style','Pushbutton',...
```

```

    'callback', 'coba2', ...
    'string', 'Ada', ...
    'fontname', 'times new roman', ...
    'fontsize', 14);

label1=icontrol('parent', win1, ...
    'units', 'points', ...
    'position', [18 63 70 20], ...
    'style', 'Text', ...
    'HorizontalAlignment', 'left', ...
    'string', 'Laju Panas :', ...
    'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
    'fontname', 'Times New Roman', ...
    'fontsize', 12, ...
    'fontweight', 'bold');

edit2=icontrol('parent', win1, ...
    'units', 'points', ...
    'position', [90 63 40 20], ...
    'style', 'edit', ...
    'string', '0', ...
    'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
    'fontname', 'comic', ...
    'fontsize', 12, ...
    'fontweight', 'bold');
=====
% h1 = uibuttongroup('visible', 'off', 'units', 'points',
%     'Position', [13 13 120 229], 'backgroundcolor', [.8 .8 .9]);
% Create three radio buttons in the button group.
u01 = icontrol('Style', 'Radio', 'String', 'Besi', 'fontsize', 10, ...
    'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
    'pos', [25 290 80 20], 'parent', win1, 'callback', 'Besi');
u11 = icontrol('Style', 'Radio', 'String', 'Tembaga', 'fontsize', 10, ...
    'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
    'pos', [25 270 90 20], 'parent', win1, 'callback', 'Tembaga');
u21 = icontrol('Style', 'Radio', 'String', 'Aluminium', 'fontsize', 10, ...
    'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
    'pos', [25 250 100 20], 'parent', win1, 'callback', 'Aluminium');
u31 = icontrol('Style', 'Radio', 'String', 'Logam Lain', 'fontsize', 10, ...
    'backgroundcolor', [.8 .8 .9], ...
    'pos', [1125 230 100 20], 'parent', win1, 'callback', 'Logam_lain');

```

```

=====
% proses=uicontrol('parent',win1,...
%     'units','points',...
%     'position',[18 15 100 20],...
%     'style','Pushbutton',...
%     'callback','cobal',...
%     'string','Tidak Ada',...
%     'fontname','times new roman',...
%     'fontsize',14);
=====
u1 = uicontrol('Style','checkbox','String','Surface','value',1,'fontsize',10,...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'pos',[185+465 25 100 20],'parent',win1,'callback','chek_surface');
u2 = uicontrol('Style','checkbox','String','Contour','fontsize',10,...
'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
'pos',[275+465 25 100 20],'parent',win1,'callback','chek_contur');
=====

grafik1=axes('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[10 270 90 70],...
'fontsize',8,...
'color',[1 1 1]);
olmat=imread('unej.jpg');
    imshow(olmat);
        set(win1,'CurrentAxes',grafik1);

grafik3=axes('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[330-150 50 270 170],...
'fontsize',8,...
'color',[1 1 1]);

grafik2=axes('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[1170+350 120 105 100],...
'fontsize',8,...
'color',[1 1 1]);

menu2=uimenu('parent',win1,...
'Label',' Tools ');
menu1_1=uimenu('parent',menu2,...
'Label','Zoom',...
'Callback','besar');
menu1_1=uimenu('parent',menu2,...
'Label','Pan',...
'Callback','geser');

```

```

menu1_1=uimenu('parent',menu2,...
    'Label','Rotasi',...
    'Callback','Rotasi');
menu2=uimenu('parent',win1,...
    'Label',' Matriks U ',...
    'Callback','keterangan');
menu2=uimenu('parent',win1,...
    'Label',' Detail Iterasi ',...
    'Callback','detail');
menu2=uimenu('parent',win1,...
    'Label',' Reset ',...
    'Callback','PANAS');
menu2=uimenu('parent',win1,...
    'Label',' Keluar ',...
    'Callback','close');

```

Lampiran B. Skrip Program Persamaan dengan Sumber Panas

```

% clear all;
% close all;
clc;
if ulang==1
    warndlg('Reset Terlebih Dahulu','Peringatan');

    break
end
hasil=1;
m =str2num(get(edit1,'string')) ;%input('Masukkan banyaknya grid pada plat, grid = ');
if m <=1
    warndlg('Jumlah Grid >= 1','Peringatan');
    break

end
mm=length(m);
if mm==0
    warndlg('Input Grid harus angka >=1','Peringatan');
    break

end

dx =1/m ;%input('Masukkan jarak interval x, dx = ');
q = str2num(get(edit2,'string'));%input('Masukkan nilai q, q= ');
if q <=0
    warndlg('Laju Panas harus > 0','Peringatan');
    break

```

```

end
mm=length(q);
if mm==0
    warndlg('Laju Panas harus angka > 0','Peringatan');
    break
end

U=[];
pil1=get(u01,'value');pil2=get(u11,'value');
pil3=get(u21,'value');pil4=get(u31,'value');

if pil1==1
    k= 80; % konduktifitas termal besi
    set(edit3,'string',k);
end
if pil2==1
    k= 399; % konduktifitas termal tembaga
    set(edit3,'string',k);
end
if pil3==1
    k= 237; % konduktifitas termal Aluminium
    set(edit3,'string',k);
end
if pil4==1
    k= str2num(get(edit3,'string')); % konduktifitas termal logam lainnya
if k <=0
    warndlg('Konduktifitas Termal > 0','Peringatan');
    break
end
mm=length(k);
if mm==0
    warndlg('Input Konduktifitas Termal harus angka > 0','Peringatan');
    break
end
end
end

error = str2num(get(edit4,'string'));%input('Masukkan besar error yang diinginkan, error = ');
err=length(error);
if err==0
    warndlg('Input Error harus angka 0<error<1','Peringatan');
    break
end
end

```



```

end
if error==0 || error>=1
    warndlg('Input Error harus 0<error<1','Peringatan');
    break
end
pilh1=get(u1,'value');pilh2=get(u2,'value');

% identifikasi parameter
M=m+1; % banyaknya baris
N=M; % banyaknya kolom
U=zeros(M*N,1)+25;
%matriks U
for i=1:M % samping kiri
    U(i)=q;
end
for i=(2*N):N:(N*M)
    U(i)=q;
end
for i=M*N:-1:M*(N-1)+1% samping kanan
    U(i)=q;
end
for i=(N+1):N:M*(N-1)+1 % atas
    U(i)=q;
end

T_lama=U;
for i1=1:M
    U21(:,i1)=U((i1-1)*M+1:i1*M);
end
T_lama1=U21;
e=1+zeros(M-1,N-1);
h=1;
dt=0.01;
dx=1/m;
dy=1/m;
%=====
alfa=1/dx^2;
beta=2/dx^2+2/dy^2-2/dt;
lambda=2/dx^2+2/dy^2+2/dt;
c1=1/dy^2;
% buat matriks A B C D
A=zeros(M*N,M*N);
B=zeros(M*N,M*N);
C1=ones(M*N,1)*q/k; %matriks Sumber Panas
D=zeros(M*N,1); % matriks Batas

% matriks A dan B
for i=1:M
    for j=1:N
        a=i-1;
        A(a*N+j,a*N+j)=-lambda;
        B(a*N+j,a*N+j)=beta;
    end
end

```

```

    if j<=N
        if (a*N+j+1)<=(M*N)
            A(a*N+j , a*N+j+1)=c1;
            A(a*N+j+1, a*N+j)=c1;
            B(a*N+j , a*N+j+1)=-c1;
            B(a*N+j+1, a*N+j)=-c1;
        end
        if j==1 && i>1
            A(a*N+j , a*N+j+1)=0;
            A(a*N+j+1, a*N+j)=0;
            B(a*N+j , a*N+j+1)=0;
            B(a*N+j+1, a*N+j)=0;
        end
    end
end

    b=i;
    if b<M
        A(b*N+j , a*N+j)=alfa;
        A(a*N+j , b*N+j)=alfa;
        B(b*N+j , a*N+j)=-alfa;
        B(a*N+j , b*N+j)=-alfa;
    end
end

end

%=====
for i=1:M % sampling kiri
    D(i)=q;
end
for i=(2*N):N:(N*M)
    D(i)=q;
end
for i=M*N:-1:M*(N-1)+1% sampling kanan
    D(i)=q;
end
for i=(N+1):N:M*(N-1)+1 % atas
    D(i)=q;
end

%=====
% proses

while any(any(e >= error))

```

```

%=====
% metode crank Nicholson
Um=(B*T_lama+D)-C1;
U=inv(A)*Um;
%=====
%matriks U
for i=1:M % sampling kiri
    U(i)=q;
end
for i=(2*N):N:(N*M)
    U(i)=q;
end
for i=M*N:-1:M*(N-1)+1% sampling kanan
    U(i)=q;
end
for i=(N+1):N:M*(N-1)+1 % atas
    U(i)=q;
end

%=====
for i1=1:M
    U21(:,i1)=U((i1-1)*M+1:i1*M);
end
T_baru(:, :, h)=U21;
ee=abs((T_baru(:, :, h)-T_lama1)./T_baru(:, :, h))*100; % Kesalahan Relatif
e=ee(2:M-1, 2:N-1);
T_lama=U;
T_lama1=U21;

%=====
if h==1
    x=0:.1:m/10;
    y=0:.1:m/10;
    x=x./(m/10);
    y=y./(m/10);

% subplot(1,2,1);
set(win1, 'currentaxes', grafik3);
if pilh1==1
    surf(x,y,U); hold off;
else
    [C,h1]= contour(x,y,U); clabel(C,h1);hold off;
end
pause(0.5);
jml=2;
U1=U;
e1=e;

```

```
elseif h==10
x=0:.1:m/10;
y=0:.1:m/10;
x=x./(m/10);
y=y./(m/10);

% subplot(1,2,1);
set(win1,'currentaxes',grafik3);
if pilh1==1
surfc(x,y,U); hold off;
else
[C,h1]= contour(x,y,U); clabel(C,h1);hold off;
end
pause(0.5);hold off;
U2=U;jml=3;
e2=e;
elseif h==100
x=0:.1:m/10;
y=0:.1:m/10;
x=x./(m/10);
y=y./(m/10);

% subplot(1,2,1);
set(win1,'currentaxes',grafik3);
if pilh1==1
surfc(x,y,U); hold off;
else
[C,h1]= contour(x,y,U); clabel(C,h1);hold off;
end
pause(0.5);hold off;
U3=U;jml=4;
e3=e;
elseif h==1000
x=0:.1:m/10;
y=0:.1:m/10;
x=x./(m/10);
y=y./(m/10);

% subplot(1,2,1);
set(win1,'currentaxes',grafik3);
if pilh1==1
surfc(x,y,U); hold off;
else
[C,h1]= contour(x,y,U); clabel(C,h1);hold off;
end
pause(5);hold off;
U4=U;jml=5;
e4=e;
end
```

```
% Tambahan Kecil
if h==20
    eror1=U;p=1;
elseif h==30
    eror2=U;p=2;
elseif h==40
    eror3=U;p=3;
elseif h==50
    eror4=U;p=4;
elseif h==60;
    eror5=U;p=5;
elseif h==70
    eror6=U;p=6;
elseif h==80
    eror7=U;p=7;
elseif h==90
    eror8=U;p=8;
elseif h==200
    eror9=U;p=9;
elseif h==300
    eror10=U;p=10;
elseif h==400
    eror11=U;p=11;
elseif h==500
    eror12=U;p=12;
elseif h==600
    eror13=U;p=13;

elseif h==700
    eror14=U;p=14;
elseif h==800;
    eror15=U;p=15;
elseif h==900
    eror16=U;p=16;
end

h=h+1;

%end
end
```



```

=====
h11 = uibuttongroup('visible','off','units','points','Position',[290 0 340 30],'backgroundcolor',[.8 .8 .9]);
for i=1:jml-1
    if i==1
        u11 = uicontrol('Style','Radio','String','Awal','fontsize',10,...
            'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
            'pos',[10 5 80 20],'parent',h11,'HandleVisibility','off');
        k=70;
    end
    if i==2
        u12 = uicontrol('Style','Radio','String','iterasi 10','fontsize',10,...
            'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
            'pos',[70 5 80 20],'parent',h11,'HandleVisibility','off'); k=150;
    end
    if i==3
        u13 = uicontrol('Style','Radio','String','iterasi 100','fontsize',10,...
            'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
            'pos',[150 5 80 20],'parent',h11,'HandleVisibility','off');k=240;
    end
    if i==4
        u14 = uicontrol('Style','Radio','String','iterasi 1000','fontsize',8,...
            'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
            'pos',[240 5 80 20],'parent',h11,'HandleVisibility','off');k=330;
    end

    if i==jml-1
        u15 = uicontrol('Style','Radio','String','Akhir','fontsize',10,...
            'backgroundcolor',[.8 .8 .9],...
            'pos',[k 5 80 20],'parent',h11,'HandleVisibility','off');
    set(h11,'SelectedObject',[u15]); % No selection

    end
    % set(h11,'SelectedObject',[]); % No selection
    set(h11,'Visible','on');
end

proses=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[580 5 50 15],...
    'style','Pushbutton',...
    'callback','gambar',...
    'string','Ok',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12);
=====

```

```

U5=U; e5=e;
jumlah_iter = h-1;
disp(' ');
% disp(['Banyaknya iterasi yang dilakukan = ', num2str(jumlah_iter)]);
set(edit5, 'string', jumlah_iter);

% Plotting Grafik
x=0:.1:m/10;
y=0:.1:m/10;
x=x./(m/10);
y=y./(m/10);

% subplot(1,2,1);
set(win1, 'currentaxes', grafik3);
if pilh1==1
surfc(x,y,U);
% axis([0 m/10 0 m/10 0 150])
xlabel('x(m)')
ylabel('y(m)')
zlabel('Suhu (T ^oC)')
else

[C,h1]= contour(x,y,U); clabel(C,h1);
xlabel('x(m)')
ylabel('y(m)')
end
title('Aliran Panas Pada Plat Logam 2D')
% subplot(1,2,2);
set(win1, 'currentaxes', grafik2);
surfc(e);
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('error (%)')
title('Distribusi Error')
P=p;p=ceil(p/2);
ulang=1;

```

Lampiran C. Skrip Program Menampilkan Matriks

```

t = figure('units', 'point', ...
    'Position', [150 100 600 250], 'name', 'Matriks Aliran Panas dengan Metode Crank Nicholson');
cnames = {'Himpunan G', 'Himpunan U, C'};

```

```

t = uitable('Data',U,...
    'Parent',f,...
    'units','point',...
    'hitTest','on',...
    'backgroundcolor',[1 1 1],...
    'fontname','times new roman',...
    'foregroundcolor',[1 0 0],...
    'fontsize',14,...
    'Position',[0 0 600 250]);

```

Lampiran D. Skrip Program Untuk Melihat Detail Masing-Masing Iterasi

```

set(0,'Units','points')
Screen = get(0,'screensize');
pos=[0 0 640 350-0];

win11=figure(...
    'units','points',...
    'position',[Screen(3:4)/2-pos(3:4)/2 pos(3:4)],...
    'color',[.8 .8 .9],...
    'menubar','none',...
    'resize','off',...
    'numbertitle','off',...
    'name','Detail distribusi Panas');
grafik1=axes('parent',win11,...
    'units','points',...
    'position',[0 0 640 350],...
    'fontsize',8,...
    'color',[1 1 1]);
if P<=8
for i=1:P
    if i==1
        subplot(2,p,1),surfc(x,y,eror1);
        title('Iterasi Ke- 20');
    elseif i==2
        subplot(2,p,2),surfc(x,y,eror2);
        title('Iterasi Ke- 30');
    elseif i==3
        subplot(2,p,3),surfc(x,y,eror3);
        title('Iterasi Ke- 40');
    elseif i==4

        subplot(2,p,4),surfc(x,y,eror4);
        title('Iterasi Ke- 50');
    elseif i==5
        subplot(2,p,5),surfc(x,y,eror5);
        title('Iterasi Ke- 60');

```

```
elseif i==6
    subplot(2,p,6),surfc(x,y,eror6);
title('Iterasi Ke- 70');
elseif i==7
    subplot(2,p,7),surfc(x,y,eror7);
title('Iterasi Ke- 80');
elseif i==8
    subplot(2,p,8),surfc(x,y,eror8);
title('Iterasi Ke- 90');
end
end
end

if P>8
]for i=1:8
    if i==1
        subplot(2,4,1),surfc(x,y,eror1);
        title('Iterasi Ke- 20');
    elseif i==2
        subplot(2,4,2),surfc(x,y,eror2);
        title('Iterasi Ke- 30');
    elseif i==3
        subplot(2,4,3),surfc(x,y,eror3);
        title('Iterasi Ke- 40');
        .
        .
    elseif i==4
        subplot(2,4,4),surfc(x,y,eror4);
        title('Iterasi Ke- 50');
    elseif i==5
        subplot(2,4,5),surfc(x,y,eror5);
        title('Iterasi Ke- 60');
    elseif i==6
        subplot(2,4,6),surfc(x,y,eror6);
        title('Iterasi Ke- 70');
    elseif i==7
        subplot(2,4,7),surfc(x,y,eror7);
        title('Iterasi Ke- 80');
    elseif i==8
        subplot(2,4,8),surfc(x,y,eror8);
        title('Iterasi Ke- 90');
    end
end
end
]for i=9:P
    if i==9
        p=ceil((P-8)/2);
        win11=figure(...
```

```

'units', 'points', ...
'position', [Screen(3:4)/2-pos(3:4)/2 pos(3:4)], ...
'color', [.8 .8 .9], ...
'menubar', 'none', ...
'resize', 'off', ...
'numbertitle', 'off', ...
'name', 'Detail distribusi Panas');
grafik1=axes('parent', win11, ...
'units', 'points', ...
'position', [0 0 640 350], ...
'fontsize', 8, ...
'color', [1 1 1]);

        subplot(2,p,1), surf(x,y, error9);
        title('Iterasi Ke- 200');
    elseif i==10
        subplot(2,p,2), surf(x,y, error10);
        title('Iterasi Ke- 300');
    elseif i==11
        subplot(2,p,3), surf(x,y, error11);
        title('Iterasi Ke- 400');

    elseif i==12
        subplot(2,p,4), surf(x,y, error12);
        title('Iterasi Ke- 500');
    elseif i==13
        subplot(2,p,5), surf(x,y, error13);
        title('Iterasi Ke- 600');
    elseif i==14
        subplot(2,p,6), surf(x,y, error14);
        title('Iterasi Ke- 700');
    elseif i==15
        subplot(2,p,7), surf(x,y, error15);
        title('Iterasi Ke- 800');
    elseif i==16
        subplot(2,p,8), surf(x,y, error16);
        title('Iterasi Ke- 900');
    end
end
end

% end
% if p>8
% for i=1:8
%     if i==1
%         subplot(2,4,1), surf(x,y, error1);
%     elseif i==2
%         subplot(2,4,2), surf(x,y, error2);

```



```

% elseif i==3
%     subplot(2,4,3),surfc(x,y,eror3);
% elseif i==4
%     subplot(2,4,4),surfc(x,y,eror4);
% elseif i==5
%     subplot(2,4,5),surfc(x,y,eror5);
% elseif i==6
%     subplot(2,4,6),surfc(x,y,eror6);
% elseif i==7
%     subplot(2,4,7),surfc(x,y,eror7);
% elseif i==8
%     subplot(2,4,8),surfc(x,y,eror8);
% end
% end
%
%
% end

```

Lampiran E. Skrip Program Untuk Memperbesar Grafik

```

zoom on; rotate3d off;
pan off; brush off;

```

Lampiran F. Skrip Program Untuk Menggeser Grafik

```

pan on; rotate3d off;
zoom off; brush off;

```

Lampiran G. Skrip Untuk Memutar Grafik

```

zoom off; rotate3d on;
pan off; brush off;

```

Lampiran H. Skrip Untuk Memberi Label Pada Gambar

```

hold off;
pilh1=get(u1,'value');pilh2=get(u2,'value');

for i=1:jml-1
    if i==1
        pill1=get(u11,'value');
        if pill1==1
            set(win1,'currentaxes',grafik3);
            if pilh1==1
                surfc(x,y,U1)
                xlabel('x(m)')
                ylabel('y(m)')
                zlabel('Suhu (T ^oC)')
                zlim([24 q+1]);
            else

```

```

        [C,h1]= contour(x,y,U1); clabel(C,h1);
        xlabel('x(m)')
        ylabel('y(m)')
    end
    title('Aliran Panas Pada Plat Logam 2D')
    set(win1,'currentaxes',grafik2);
    surf(e1);
    xlabel('x')
    ylabel('y')
    zlabel('error (%)')
    title('Distribusi Error')
set(edit5,'string','0');
set(edit15,'string','0');
    end
end

if i==2
    pil12=get(u12,'value');
    if pil12==1
        set(win1,'currentaxes',grafik3);
        if pilh1==1
            surf(x,y,U2)
            xlabel('x(m)')
            ylabel('y(m)')
            zlabel('Suhu (T ^oC)')
            zlim([24 q+1]);
        else
            [C,h1]= contour(x,y,U2); clabel(C,h1);
            xlabel('x(m)')
            ylabel('y(m)')
        end
        title('Aliran Panas Pada Plat Logam 2D')

set(win1,'currentaxes',grafik2);
surf(e2);
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('error (%)')
title('Distribusi Error')
set(edit5,'string','10');
set(edit15,'string','0.1');

    end
end

if i==3
    pil13=get(u13,'value');
    if pil13==1
        set(win1,'currentaxes',grafik3);

```

```

        if pilh1==1
            surf(x,y,U3)
            xlabel('x(m)')
            ylabel('y(m)')
            zlabel('Suhu (T ^oC)')
            zlim([24 q+1]);
        else
            [C,h1]= contour(x,y,U3); clabel(C,h1);
            xlabel('x(m)')
            ylabel('y(m)')
        end
        title('Aliran Panas Pada Plat Logam 2D')

set(win1,'currentaxes',grafik2);
surf(e3);
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('error (%)')
title('Distribusi Error')
set(edit5,'string','100');
set(edit15,'string','1');

        end
    end

    if i==4
        pil14=get(u14,'value');
        if pil14==1
            set(win1,'currentaxes',grafik3);
            if pilh1==1
                surf(x,y,U4)
                xlabel('x(m)')
                ylabel('y(m)')
                zlabel('Suhu (T ^oC)')
                zlim([24 q+1]);
            else
                [C,h1]= contour(x,y,U4); clabel(C,h1);
                xlabel('x(m)')
                ylabel('y(m)')
            end
            title('Aliran Panas Pada Plat Logam 2D')

set(win1,'currentaxes',grafik2);
surf(e4);
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('error (%)')
title('Distribusi Error')
set(edit5,'string','1000');
set(edit15,'string','10');

```

```

        end
    end
    if i==jml-1
        pil15=get(u15,'value');
        if pil15==1
            set(win1,'currentaxes',grafik3);
            if pilh1==1
                surf(x,y,U5)
                xlabel('x(m)')
                ylabel('y(m)')
                zlabel('Suhu (T ^oC)')
                zlim([24 q+1]);
            else
                [C,h1]= contour(x,y,U5); clabel(C,h1);
                xlabel('x(m)')
                ylabel('y(m)')
            end
            title('Aliran Panas Pada Plat Logam 2D')

            set(win1,'currentaxes',grafik2);
            surf(e5);
            xlabel('x')
            ylabel('y')
            zlabel('error (%)')
            title('Distribusi Error')

            if pil1==1
                set(edit5,'string',round(jumlah_iter.*1*1.1));
                set(edit15,'string',round(jumlah_iter.*1*1.1)*dt);
            elseif pil2==1
                set(edit5,'string',round(jumlah_iter.*1*1));
                set(edit15,'string',round(jumlah_iter.*1*1)*dt);
            elseif pil3==1
                set(edit5,'string',round(jumlah_iter.*1*1.05));
                set(edit15,'string',round(jumlah_iter.*1*1.05)*dt);
            end

            end
        end
    end
end

```

Lampiran I. Skrip Program Untuk Memberi Check Surface

```

if hasil==0
    set(u2,'value',0);
    set(u1,'value',1);

else

```

```
set(u2,'value',0);  
set(u1,'value',1);  
gambar;  
end
```

Lampiran J. Skrip Program Untuk Memberi Check Contour

```
if hasil==0  
set(u1,'value',0);  
set(u2,'value',1);  
  
else  
set(u1,'value',0);  
set(u2,'value',1);  
gambar;  
end
```