



**ANALISIS SOLUSI NUMERIK MODEL *PREDATOR-PREY* TIPE
HOLLING DENGAN FAKTOR PEMANENAN
PADA *PREY* MENGGUNAKAN METODE
ADAMS BASHFORTH-MOULTON**

SKRIPSI

Oleh

**Rika Mardiana
NIM 111810101008**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015**



**ANALISIS SOLUSI NUMERIK MODEL *PREDATOR-PREY* TIPE
HOLLING DENGAN FAKTOR PEMANENAN
PADA *PREY* MENGGUNAKAN METODE
ADAMS BASHFORTH-MOULTON**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Rika Mardiana
NIM 111810101008

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan puji syukur kehadiran Allah SWT, skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Sihabun Millah dan Ibu Khusnul Khotimah, yang selalu memberikan doa, kasih sayang, perhatian dan pengorbanan selama ini;
2. kakak tersayang Khoirul Anwar, Iin Parlana, Nur Rahmat, Fajar Cahyono, Anis Mubashiroh yang selalu memberikan motivasi dan kebahagiaan;
3. sahabat tercinta Renny Faridah, Ginanjar Tegar Rosdiana, Fajar Rivi Jannati, Wika Ahlul Setiowati yang selalu memberikan semangat, menemani dan saling membantu dari awal kuliah hingga saat ini;
4. teman-teman kosan Kalimantan X no. 27;
5. guru-guru sejak taman kanak-kanak hingga perguruan tinggi, yang telah banyak memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
6. Almater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
7. teman-teman angkatan 2011 (Kramat'11) yang selalu kompak dalam memberikan semangat dari awal kuliah sampai sekarang;
8. teman-teman KKN Sugerkidul yang selalu memberikan doa dan semangat.

MOTTO

Banyak kegagalan dalam hidup ini dikarenakan orang-orang tidak menyadari betapa dekatnya mereka dengan keberhasilan saat mereka menyerah.

(Thomas Alva Edison)*)

*) Brahard

<http://posterina.blogspot.com.2014/10/kumpulan-motto-motto-pendidikan.html> [13
September 2015]

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Rika Mardiana

NIM : 111810101008

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Analisis Solusi Numerik Model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton” adalah benar-benar hasil karya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan skripsi ini belum pernah diajukan pada diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, September 2015

Yang menyatakan,

Rika Mardiana

NIM. 111810101008

SKRIPSI

**ANALISIS SOLUSI NUMERIK MODEL *PREDATOR-PREY* TIPE
HOLLING DENGAN FAKTOR PEMANENAN
PADA *PREY* MENGGUNAKAN METODE
ADAMS BASHFORTH-MOULTON**

Oleh

Rika Mardiana
NIM 111810101008

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Analisis Solusi Numerik Model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember.

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Drs. Rusli Hidayat M.Sc.

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si

NIP. 196610121993031001

NIP. 198408012008012006

Penguji I,

Penguji II,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

Kusbudiono, S.Si., M.Si

NIP. 196908281998021001

NIP. 197704302005011001

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.

NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Analisis Solusi Numerik Model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton; Rika Mardiana, 111810101008; 2015; 43 halaman; Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Model *Predator-Prey* merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi mangsa dan pemangsa. Dalam tugas akhir ini akan membahas model *predator-prey* dengan menambahkan variabel pemanenan pada populasi *prey*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui kestabilan dari model *predator-prey* tipe holling dengan faktor pemanenan pada *prey* dan menyelesaikan model *predator-prey* tipe holling dengan faktor pemanenan pada *prey* secara numerik menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat. Hasil penyelesaian yang diperoleh secara numerik tersebut selanjutnya dianalisis untuk mengetahui profil dari model.

Pada penelitian ini terdapat beberapa langkah yang akan dilakukan. Langkah yang pertama adalah melakukan analisis kestabilan pada model. Langkah selanjutnya menyelesaikan model *predator-prey* tipe holling dengan faktor pemanenan pada *prey* secara numerik menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat. Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter yaitu half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), laju pemanenan mangsa (E). Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil model *predator-prey* tipe holling dengan faktor pemanenan pada *prey* dengan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.

Model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey* merupakan sistem persamaan diferensial non linier orde satu. Untuk menganalisis kestabilan dari titik setimbang pada model, maka sistem persamaan diferensial non linier orde satu tersebut dirubah menjadi sistem persamaan diferensial linier orde satu dengan menggunakan matriks jacobii. Untuk menentukan sifat kestabilan dari titik setimbang model, maka perlu dicari terlebih dahulu nilai eigen-nya. Setelah didapatkan nilai eigen, dapat ditentukan kestabilan dari titik setimbang tersebut berdasarkan tanda bagian real-nya.

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metode Adams-Bashforth Moulton adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa non linier orde satu $y' = f(x, y)$ dan nilai awal $y(x_0) = y_0$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor. Nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Bashforth Moulton orde empat dapat diperoleh dari metode Runge-Kutta orde empat.

Analisis hasil simulasi menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh dari penyelesaian numerik menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat sama dengan hasil analitik pada titik kesetimbangan. Pada kasus variasi nilai b , α , dan E untuk $b = 0,78$, $\alpha = 0,7$, $E = 32$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* dan juga tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah. Hal ini dikarenakan semakin besar laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α) dan laju pemanenan mangsa (E) maka dapat mengakibatkan populasi mangsa habis sehingga populasi pemangsa juga habis karena tidak mendapatkan makanan.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Solusi Numerik Model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc selaku Dosen Pembimbing Utama dan Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si selaku Dosen Penguji I dan Kusbudiono, S.Si., M.Si selaku Dosen Penguji II yang telah memberi masukan terhadap skripsi ini;
3. Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
4. Bapak Sihabun Millah dan Ibu Khusnul Khotimah yang selalu memberikan doa, kasih sayang dan motivasi untuk menyelesaikan skripsi ini;
5. semua dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember yang telah memberikan bekal ilmu kepada penulis;
6. Anis Mubashiroh, Renny Faridah, Ginanjar T. Rosdiana, Fajar Rivi Jannati, Wika Ahlul Setiowati dan teman-teman angkatan 2011 (KRAMAT), serta teman-teman kosan Kalimantan X No. 27 yang telah memberikan dukungan dan semangatnya;

7. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, September 2015

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN BIMBINGAN	v
HAL PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.2 Model Holling	6
2.3 Model Umum Pemanenan	7
2.4 Model Populasi Predator-Prey	8
2.5.1 Model <i>Lotka-Volterra</i>	8
2.5.2 Model <i>Predator-Prey</i> Tipe Holling dengan Faktor	

Pemanenan pada <i>Prey</i>	10
2.5 Pelinieran	12
2.6 Metode Runge-Kutta Orde Empat	14
2.7 Metode Adams Bashforth Moulton	15
2.8.1 Metode Adams-Bashforth Orde Empat	15
2.8.2 Metode Adams-Moulton Orde Empat	16
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	17
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	21
4.1 Analisis Kestabilan Model	21
4.1.1 Titik Setimbang Kepunahan <i>Predator</i>	21
4.1.2 Titik Setimbang Kedua Spesies Hidup Berdampingan.....	22
4.1.3 Kestabilan Lokal di Titik Setimbang Kepunahan <i>Predator</i> .	25
4.1.4 Kestabilan Lokal di Titik Setimbang Kedua Spesies Hidup Berdampingan	26
4.2 Penyelesaian Model dengan Metode Adams-Bashforth- Moulton Orde Empat	30
4.3 Pembahasan	33
4.3.1 Tampilan Program	33
4.3.2 Simulasi Program.....	34
4.3.3 Analisis Hasil Simulasi	41
BAB 5. PENUTUP	46
5.1 Kesimpulan	46
5.2 Saran	47
DAFTAR PUSTAKA	48
DAFTAR LAMPIRAN	50

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
3.1 Skema Metode Penelitian.....	17
4.1 Tampilan GUI program <i>Predator-Prey</i> Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada <i>Prey</i>	33
4.2 Grafik <i>Predator-Prey</i> Hidup Berdampingan	35
4.3 Grafik <i>Predator-Prey</i> untuk Kepunahan <i>Predator</i>	36
4.4 Grafik <i>Predator-Prey</i> untuk variasi nilai b (a) $b_1 = 0,4$; (b) $b_2 = 0,77$; (c) $b_3 = 0,78$	37
4.5 Grafik <i>Predator-Prey</i> untuk variasi nilai α (a) $\alpha_1 = 0,4$; (b) $\alpha_2 = 0,69$; (c) $\alpha_3 = 0,7$	39
4.6 Grafik <i>Predator-Prey</i> untuk variasi nilai E (a) $E_1 = 0,25$; (b) $E_2 = 0,31$; (c) $E_3 = 0,32$	40

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Skrip Solusi Model <i>Predator-Prey</i> Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada <i>Prey</i> Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton.....	50
A.1 Skrip untuk Proses.....	50
A.2 Skrip untuk GUI.....	52

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ekologi berasal dari kata Yunani *oikos* (habitat) dan *logos* (ilmu). Ekologi merupakan cabang ilmu dalam biologi yang mempelajari tentang hubungan makhluk hidup dengan habitatnya. Ekologi juga berhubungan erat dengan tingkatan-tingkatan organisasi makhluk hidup, yaitu populasi, komunitas dan ekosistem yang saling mempengaruhi dan merupakan suatu sistem yang menunjukkan kesatuan. Pada dasarnya makhluk hidup bergantung pada makhluk hidup lainnya ataupun habitatnya, sehingga terjadi hubungan timbal balik antara suatu makhluk hidup dengan makhluk hidup lainnya ataupun dengan habitatnya. Hubungan antar makhluk hidup ataupun dengan habitatnya inilah yang merupakan interaksi.

Salah satu model interaksi antar makhluk hidup dalam suatu ekosistem adalah model *Predator-Prey*, dengan *prey* sebagai spesies yang dimangsa dan *predator* sebagai spesies yang memangsa. Model *Predator-Prey* pertama kali dikenalkan oleh Alfred J. Lotka (1925) dan Vito Volterra (1926), yang memformulasikan model matematika tersebut dalam sistem persamaan diferensial. Model *Predator-Prey* ini juga dikenal dengan model Lotka-Volterra. Dalam perkembangannya, model ini telah banyak mengalami modifikasi seperti menambahkan variabel-variabel baru yaitu stocking, diffusion, delay dan pemanenan. Dalam tugas akhir ini akan membahas model *predator-prey* dengan menambahkan variabel pemanenan pada populasi *prey*. Populasi *prey* di dalam model ini berkurang tidak hanya karena dimangsa oleh *predator*, tetapi juga karena adanya pemanenan pada populasi *prey*. Sebagai contoh interaksi yang menggambarkan model ini yaitu interaksi antara populasi ikan kecil sebagai mangsa dan populasi ikan besar sebagai pemangsa. Pemanenan dilakukan pada populasi mangsa karena diasumsikan hanya populasi mangsa yang memiliki nilai komersil dan melibatkan manusia (nelayan) dalam proses pemanenannya.

Beberapa penelitian telah mengkaji persamaan diferensial *Predator-Prey* dengan menambahkan variabel pemanenan, diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Rusandi (2013) mengenai analisis kestabilan model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Predator*. Penelitian tersebut bertujuan untuk menunjukkan analisis kestabilan dari titik setimbang pada model tersebut. Suzyanna (2013) mengenai interaksi antara *Predator-Prey* dengan faktor pemanenan *Prey* untuk menunjukkan analisis kestabilan dari titik setimbang pada model tersebut.

Penelitian yang diangkat dalam tugas akhir ini merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Suzyanna. Pada penelitian tersebut menunjukkan analisa kestabilan dari titik setimbang model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan *prey*, tetapi tidak menunjukkan solusi numerik pada model tersebut. Persamaan diferensial model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey* secara analitik tidak mudah diselesaikan, akan tetapi dengan metode numerik sistem persamaan tersebut dapat diselesaikan dan menghasilkan hasil numerik (aproksimasi atau hampiran).

Berdasarkan uraian di atas, maka peneliti tertarik untuk melakukan analisis kestabilan dan solusi model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey* menggunakan metode Adams Bashforth-Moulton orde empat. Metode Adams-Bashforth-Moulton merupakan salah satu contoh dari metode banyak langkah. Menurut Apriadi *et al.* (2014) metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat memberikan solusi yang cukup akurat dalam menyelesaikan masalah nilai awal persamaan diferensial biasa non linier. Ini sudah dibuktikan dalam penelitiannya mengenai metode Adams-Bashforth-Moulton dalam penyelesaian persamaan diferensial non linier. Pengambilan metode ini dikarenakan memiliki solusi yang akurat dan peneliti-peneliti sebelumnya belum ada yang memakai metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat dalam menyelesaikan model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey*.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

- a. Bagaimana analisis kestabilan dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey*?
- b. Bagaimana menyelesaikan model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey* secara numerik menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini hanya menganalisis model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.

1.4 Tujuan

Tujuan yang hendak dicapai dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

- a. Menentukan kestabilan dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey*.
- b. Menentukan solusi numerik dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.

1.5 Manfaat

Manfaat yang dapat diambil dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

- a. Menambah wawasan, khususnya model matematika pada bidang biologi yang berhubungan dengan *Predator-Prey*.
- b. Memberikan informasi tentang kestabilan model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey*.

- c. Memberikan informasi tentang profil dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey* yang diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.



BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam bab ini akan dibahas mengenai dasar teori untuk menganalisis kestabilan model dan profil dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.

2.1 Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang mengandung turunan fungsi. Persamaan diferensial dapat dibedakan menjadi dua macam yang tergantung pada jumlah variabel bebas. Apabila persamaan tersebut mengandung hanya satu variabel bebas disebut dengan persamaan diferensial biasa, dan jika mengandung lebih dari satu variabel bebas disebut persamaan diferensial parsial (Triatmodjo, 1992).

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial, dengan n buah fungsi yang tidak diketahui, dimana n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan dua. Antara persamaan diferensial yang satu dengan yang lain saling berkaitan dan konsisten.

Bentuk umum dari suatu n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= g_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= g_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= g_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}$$

Dengan x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel bebas dan t adalah variabel terikat, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$, dimana $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan derivatif fungsi x_n terhadap t , dan g , adalah fungsi yang tergantung pada variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan t (Neuhauser, 2004).

Berdasarkan kelinieran dari peubah tak bebasnya, persamaan diferensial biasa (PDB) dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial biasa non linier. Disebut persamaan diferensial biasa linier apabila dapat dibentuk menjadi persamaan berikut

$$a_n(t) \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t) \frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t) \quad (2.1)$$

dan disebut sebagai persamaan diferensial biasa non linier apabila tidak dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan (2.1) (Hidayat, 2006).

2.2 Model Holling

Holling (1950) memperkenalkan fungsi respon. Fungsi respon dalam ekologi adalah jumlah makanan yang dimakan oleh predator sebagai fungsi kepadatan makanan. Dalam hal ini fungsi respon dibagi atas 3 macam, yaitu:

a. Fungsi respon tipe I

Terjadi pada *predator* yang memiliki karakteristik pasif atau lebih suka menunggu mangsanya.

b. Fungsi respon tipe II

Terjadi pada predator yang memiliki karakteristik aktif dalam mencari mangsanya. Fungsi ini telah memperhitungkan waktu untuk memproses makanan pada saat *predator* mengkonsumsi makanannya. Hal ini ditandai dengan melambatnya tingkat serangan yang dilakukan *predator* terhadap *prey*. Melambatnya tingkat serangan karena pencarian makanan dan pemrosesan makanan merupakan dua perilaku yang saling eksklusif.

c. Fungsi respon tipe III

Terjadi pada *predator* yang cenderung akan mencari populasi *prey* yang lain ketika populasi *prey* yang dimakan cenderung berkurang.

Dalam penelitian ini menggunakan fungsi respon tipe II. Menurut Holling (dalam Suzyanna, 2013 : 59) menurunkan model yang membatasi laju *predator* menangkap mangsa atau laju predasi dari *predator*. Dalam model ini diasumsikan bahwa *predator* menghabiskan waktunya untuk dua aktivitas yaitu:

a. Mencari mangsa

b. Menangani mangsa yang terdiri dari: mengejar, memangsa dan mencerna.

Laju konsumsi *predator* dalam model ini dibatasi waktu. Hal ini terjadi karena walaupun jumlah mangsa berlimpah sehingga tidak perlu waktu untuk mencari, *predator* tetap menghabiskan waktu untuk menangani mangsa.

2.3 Model Umum Pemanenan

Misalkan dalam populasi terdapat x individu mangsa dan daya dukung lingkungan K terdapat pada model pertumbuhan perkapita. Sehingga kapasitas penampungan lingkungan yang tersisa adalah $K - x$ individu. Jadi masih ada $\frac{K-x}{K}$ bagian lingkungan yang masih bisa ditinggali. Bagian inilah yang sebanding dengan pertumbuhan populasi. Sehingga terbentuk persamaan pertumbuhan populasi perkapita sebagai berikut.

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan pertumbuhan logistik. Konstanta r adalah laju pertumbuhan intrinsik, yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi dan diasumsikan $r > 0$ karena setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Konstanta K adalah kapasitas tampung, yaitu ukuran maksimum dari suatu populasi yang dapat disokong oleh suatu lingkungan.

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa model tersebut belum mengalami eksploitasi atau usaha pemanenan. Hubungan antara pertumbuhan perkapita alamiah dan usaha pemanenan merupakan dinamika populasi mangsa. Sehingga laju pertumbuhannya dipengaruhi oleh jumlah kelahiran mangsa dan jumlah pemanenan yang dilakukan. Jika pemanenan dilakukan dengan ukuran E , maka persamaan pertumbuhan logistik menjadi

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - E$$

(Chakraborty *et al.* 2012).

2.4 Model Populasi *Predator-Prey*

Model *Predator-Prey* merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi mangsa dan pemangsa. Interaksi tersebut dapat didefinisikan sebagai konsumsi *Predator* (pemangsa) terhadap *Prey* (mangsa). Hubungan antara dua populasi ini sangat erat, sebab tanpa adanya *prey*, *predator* tidak dapat hidup. Dalam hal ini *predator* berfungsi sebagai pengendali populasi *prey*. Dalam berinteraksi diharapkan jumlah dari populasi *predator* dan *prey* harus seimbang, sehingga interaksi yang terjadi juga seimbang. Keseimbangan tersebut dapat terbentuk dari fungsi *predator* tersebut.

2.4.1 Model *Lotka-Volterra*

Model mangsa pemangsa yang banyak dikenal adalah model *Lotka-Volterra*. Model ini telah dirumuskan oleh Alfred J. Lotka (1925) dan Vito Volterra (1926), sehingga disebut sebagai model persamaan *Lotka-Volterra*. Dari model tersebut, dapat diketahui bahwa kedua spesies saling mempengaruhi secara signifikan. Dalam hal ini, apabila jumlah spesies mangsa berlimpah, maka populasi pemangsa juga meningkat. Namun sebaliknya, apabila jumlah spesies mangsa terbatas maka populasi pemangsa juga mengalami penurunan. Meskipun model *Lotka-Volterra* tidak dapat menggambarkan secara kompleks hubungan antar spesies seperti kejadian nyata di

alam, tetapi model sederhana tersebut merupakan langkah awal untuk mengetahui perilaku hubungan antara *predator* dan *prey* dari sudut pandang matematika.

Untuk memodelkan interaksi antara kedua spesies tersebut, pertama kali akan diperhatikan tingkat pertumbuhan pemangsa dan mangsa jika tidak ada interaksi. Suatu spesies mangsa dapat tumbuh mengikuti pola eksponensial apabila diasumsikan tidak ada sekelompok pemangsa. Dalam hal ini, pertumbuhan spesies mangsa dinotasikan dengan $x(t)$, yaitu

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

dimana x menyatakan jumlah populasi mangsa, $a > 0$ adalah konstanta pertumbuhan, dan t adalah waktu (dalam hari). Pada dasarnya, populasi mangsa akan tumbuh terus tanpa batas dengan asumsi bahwa persediaan makanannya cukup tak terbatas.

Sedangkan pada pemangsa apabila diasumsikan tidak terdapat persediaan makanan, maka populasinya akan mati dalam angka yang sebanding dengan jumlahnya. Seperti halnya pada mangsa, pertumbuhan spesies pemangsa dinotasikan $y(t)$, yaitu

$$\frac{dy}{dt} = -by$$

dimana y merupakan jumlah populasi pemangsa serta b adalah konstanta penurunan. Alasan terjadi penurunan dalam hal ini karena pada dasarnya pemangsa akan mati kelaparan karena tidak ada makanan.

Selanjutnya akan disusun suatu model yang membahas kaitan antara spesies pemangsa dan mangsa. Hubungan interaksi keduanya diperhitungkan dengan fakta bahwa spesies pemangsa akan memakan spesies mangsa. Pada akhirnya akan diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy \quad (2.2)$$

$$\frac{dy}{dt} = -by + \beta xy \quad (2.3)$$

dengan a adalah koefisien laju kelahiran mangsa, b adalah koefisien laju kematian pemangsa, sedangkan α dan β merupakan konstanta interaksi. Dalam hal ini, α memberikan penurunan dalam jumlah populasi mangsa karena spesies pemangsa akan memakannya, sedangkan β memberikan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa. Sistem *autonomous* dan nonlinier dalam persamaan (2.2) dan (2.3) dinamakan persamaan *Predator-Prey Lotka-Volterra* (Boyce dan Diprima, 2008).

2.4.2 Model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey*

Model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey* merupakan perkembangan dari model *Predator-Prey* (*Lotka-Volterra*) dengan menambahkan variabel pemanenan pada populasi *Prey*. Model ini menerapkan Holling tipe II (fungsi respon tipe II) dengan laju konsumsi *predator* dalam model ini dibatasi waktu. Hal ini terjadi karena walaupun jumlah mangsa berlimpah sehingga tidak perlu waktu untuk mencari, *predator* tetap menghabiskan waktu untuk menangani mangsa. Faktor pemanenan pada *prey* ditandai dengan adanya interaksi dengan manusia. Manusia sebagai pihak pemanen yang mengambil sejumlah populasi *prey* persatuan waktu. Pada akhirnya diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$f(x, y) = \frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay+x} - Ex \quad (2.4)$$

$$g(x, y) = \frac{dy}{dt} = \frac{\alpha xy}{ay+x} - dy \quad (2.5)$$

dengan

$x(t)$ adalah populasi *prey* saat t

$y(t)$ adalah populasi *predator* saat t

$\frac{dx}{dt}$ adalah laju perubahan populasi *prey* pada saat t

$\frac{dy}{dt}$ adalah laju perubahan populasi *predator* pada saat t

Populasi *prey* bertumbuh secara logistik

K adalah kapasitas daya tampung *prey*

r adalah laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator*

d adalah laju kematian *predator* saat tidak ada *prey*

b adalah laju konversi *predator*

α adalah laju maksimum konsumsi *prey*

a adalah half-saturation constant

E adalah laju pemanenan *prey*

laju pertumbuhan intrinsik, yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi dan diasumsikan $r > 0$ karena setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Kapasitas tampung yaitu ukuran maksimum dari suatu populasi yang dapat disokong oleh suatu lingkungan. Laju maksimum konsumsi *prey* adalah koefisien yang menunjukkan penurunan laju pertumbuhan mangsa karena kehadiran satu individu pemangsa. Laju konversi *predator* adalah koefisien yang menunjukkan peningkatan laju pertumbuhan pemangsa karena kehadiran satu individu mangsa. Half-saturation constant adalah tingkat kejenuhan mangsa. Laju pemanenan *prey* adalah besarnya tingkat pemanenan yang dilakukan pada populasi mangsa. laju kematian *predator* adalah laju kematian alami *predator* pada saat tidak ada mangsa.

Respon fungsional pada persamaan di atas dinyatakan dengan $p(x) = \frac{\alpha x}{ay+x}$ yang menggambarkan laju pemangsaan atau ketersediaan makanan bagi pemangsa. Laju perubahan *prey* pada saat t adalah sebesar rx yang merupakan akibat pertumbuhan alamiah. Laju perkapita populasi mangsa berkurang sebesar $\frac{r}{K}$ untuk setiap bertambahnya satu individu mangsa karena adanya keterbatasan daya dukung lingkungan dan sebesar α akibat dimangsa oleh pemangsa. Besarnya tingkat pemangsaan dipengaruhi oleh tingkat kejenuhan mangsa sebesar a dan berkurang sebesar E akibat dipanen, di mana x bertumbuh secara logistik. Selanjutnya laju perubahan populasi *predator* pada saat t adalah sebesar laju kelahiran b dengan mengkonversi setiap mangsa yang dimangsa menjadi kelahiran bagi pemangsa dan dipengaruhi tingkat kejenuhan mangsa sebesar a kemudian berkurang sebesar tingkat kematian d .

karena jumlah spesies dalam populasi selalu bernilai tidak negatif maka diasumsikan:

$$x, y \geq 0$$

Berikutnya besaran-besaran dalam model juga diasumsikan positif

$$r, d, b, \alpha, E, a > 0$$

(Chakraborty *et al.* 2012).

2.5 Pelinieran

Diasumsikan $f(x, y)$ dan $g(x, y)$ kontinu dan mempunyai turunan parsial terhadap x dan y . Titik kesetimbangan dapat diperoleh jika sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 0 \\ g(x, y) &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Nilai x dan y yang memenuhi persamaan (2.6) disebut titik kesetimbangan dari persamaan (2.4) dan (2.5). Berikut merupakan definisi yang berhubungan dengan titik kesetimbangan.

Definisi 2.1

Diberikan persamaan diferensial orde satu, $\frac{dx}{dt} = f(x)$. Titik \bar{x} disebut titik setimbang jika memenuhi.

$$f(\bar{x}) = 0$$

Persamaan (2.4) dan (2.5) merupakan sistem persamaan diferensial non linier. Untuk mempermudah dalam proses perhitungan maka perlu merubah sistem persamaan diferensial non linier menjadi sistem persamaan diferensial linier dengan menggunakan matriks jacobii.

$$J(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) & \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan sifat kestabilan dari titik setimbang model, maka perlu dicari terlebih dahulu nilai eigen-nya.

Misalkan A adalah matriks $n \times n$ maka sebuah vektor tak nol x di dalam R^n disebut vektor eigen dari A . Jika untuk skalar λ , yang disebut nilai eigen dari A , berlaku.

$$Ax = \lambda x \quad (2.7)$$

Vektor x disebut vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ . Untuk mencari nilai eigen berukuran $n \times n$ maka persamaan (2.2) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Ax &= \lambda Ix \\ (\lambda I - A)x &= (A - \lambda I)x = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

dengan I matriks identitas. Persamaan (2.3) mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) disebut persamaan karakteristik dari A (Anton dan Rorres, 2004).

Setelah didapatkan nilai eigen, dapat ditentukan kestabilan dari titik setimbang tersebut. Sifat stabilitas titik setimbang berdasarkan tanda bagian real dibagi menjadi tiga, yaitu.

a. Stabil

Titik setimbang dikatakan stabil jika dan hanya jika akar karakteristik (nilai eigen λ) adalah real dan negatif atau mempunyai bilangan real tak positif.

b. Stabil Asimtotis

Titik setimbang dikatakan stabil asimtotis jika dan hanya jika akar karakteristik (nilai eigen λ) adalah real dan negatif atau mempunyai bilangan real negatif.

Berikut ini merupakan teorema yang berhubungan dengan titik kesetimbangan yang bersifat stabil asimtotis.

Teorema 2.2

Sistem $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t)$ stabil asimtotis jika dan hanya jika semua nilai eigen dari A , yakni $\lambda_i(A)$ mempunyai bagian real negatif dan dinotasikan sebagai.

$$\operatorname{Re}(\lambda_i(A)) < 0$$

c. Tidak Stabil

Titik setimbang dikatakan tidak stabil jika dan hanya jika akar karakteristik (nilai eigen λ) adalah real dan positif atau mempunyai paling sedikit satu nilai eigen dengan bagian real positif.

2.6 Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta orde empat dapat digunakan sebagai metode pendahuluan untuk mendapatkan nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Bashforth Moulton. Metode Runge-Kutta orde empat yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial $y' = f(x, y)$ dengan nilai awal $y(x_0) = y_0$ adalah sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.10)$$

dengan,

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_i, x_i) \\ k_2 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \\ k_3 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_2\right) \\ k_4 &= f\left(t_i + h, x_i + \frac{1}{2}hk_3\right) \end{aligned}$$

(Apriadi *et al.* 2013).

Metode Runge-Kutta orde empat ini mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Metode Runge-Kutta orde empat juga mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalahan pembulatan (Triatmodjo, 1992).

2.7 Metode Adams-Bashforth Moulton

Metode Adams-Bashforth Moulton merupakan salah satu metode banyak langkah (*multi step*) yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial dengan cukup akurat. Tujuan dari metode ini adalah menggunakan informasi dari beberapa titik sebelumnya $x_i, x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-n}$ yang dapat diperoleh dari metode satu langkah untuk menghitung nilai hampiran x_{i+1} yang lebih baik.

Metode Adams-Bashforth Moulton disebut juga metode prediktor-korektor Adams-Bashforth Moulton karena dalam penyelesaiannya terdiri dari dua tahap yaitu tahap prediktor dan tahap korektor. Metode Adams-Bashforth Moulton merupakan gabungan dari dua metode yaitu metode Adams-Bashforth sebagai prediktor dan metode Adams-Moulton sebagai korektor.

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metode Adams-Bashforth Moulton adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa non linier orde satu $y' = f(x, y)$ dan nilai awal $y(x_0) = y_0$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor. Nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Bashforth Moulton orde empat dapat diperoleh dari metode Runge-Kutta orde empat. Metode Adams-Bashforth Moulton orde empat memberikan solusi yang cukup akurat dalam penyelesaian masalah nilai persamaan diferensial biasa non linier (Apriadi *et al.* 2013).

2.7.1 Metode Adams-Bashforth Orde Empat

Nilai fungsi $f(t, x(t))$ didekati dengan menggunakan interpolasi kubik yang melalui titik-titik berabsis $t_{i-3}, t_{i-2}, t_{i-1}$, dan t_i sehingga diperoleh rumus

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{24} (55f(t_i, x_i) - 59f(t_{i-1}, x_{i-1}) + 37f(t_{i-2}, x_{i-2}) - 9f(t_{i-3}, x_{i-3}))$$

untuk $i = 2, 3, 4, \dots$ (2.11)

Pada metode ini galat hampiran adalah $O(h^4)$. Untuk menggunakan metode ini diperlukan tiga nilai awal x_0, x_1 dan x_2 . Oleh karena yang diketahui $x_0 = x(t_0)$,

nilai-nilai x_1 dan x_2 perlu dihitung dengan menggunakan metode lain yang memiliki galat hampiran pada akhir setiap langkah $O(h^m)$ dengan h merupakan ukuran langkah (Δt), m merupakan orde dari metode lain dan nilai $m \geq 4$, misalnya metode Runge-Kutta orde empat.

2.7.2 Metode Adams-Moulton Orde Empat

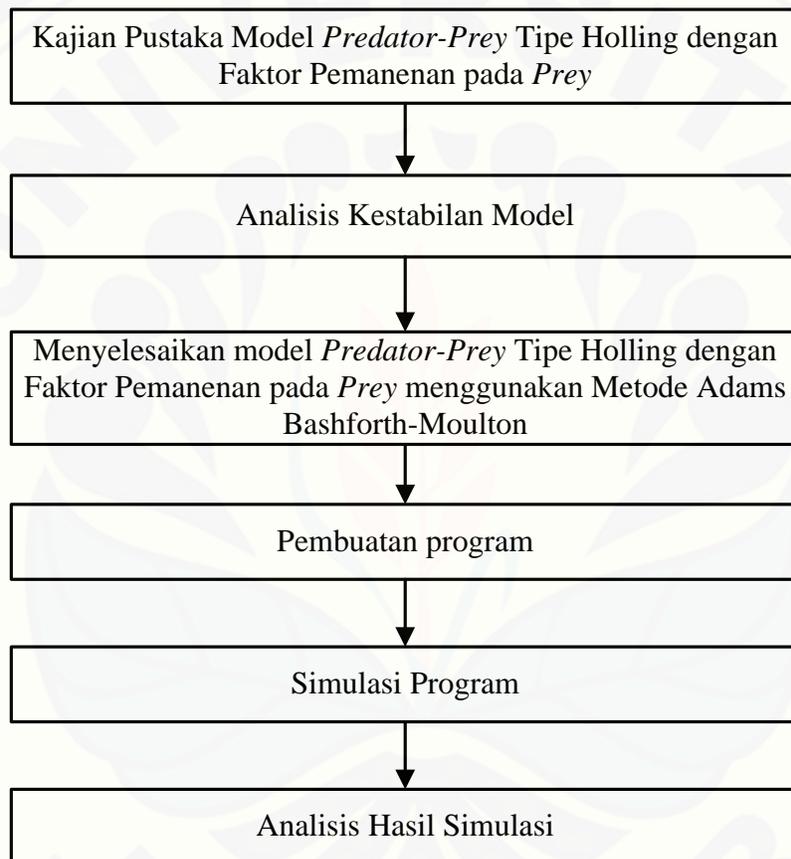
Nilai fungsi $f(t, x(t))$ didekati dengan menggunakan interpolasi kubik yang melalui titik-titik berabsis t_{i-2}, t_{i-1}, t_i dan t_{i+1} , sehingga diperoleh rumus

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{24} (9f(t_{i+1}, x_{i+1}) + 19f(t_i, x_i) - 5f(t_{i-1}, x_{i-1}) + f(t_{i-2}, x_{i-2})) \text{ untuk } i = 2, 3, 4, \dots \quad (2.12)$$

Galat hampiran di dalam metode ini adalah $O(h^4)$, untuk hampiran ke- i . Metode ini juga merupakan metode implisit yang memerlukan tiga buah nilai awal x_0, x_1 dan x_2 . Oleh karena yang diketahui hanya $x_0 = x(t_0)$, nilai x_1 dan x_2 perlu dihitung dengan menggunakan metode lain yang memiliki galat hampiran setiap langkah $O(h^m)$ dengan h merupakan ukuran langkah (Δt), m merupakan orde dari metode lain dan nilai $m \geq 4$, misalnya metode Runge-Kutta orde empat (Sahid, 2006).

BAB 3. METODE PENELITIAN

Secara skematik, langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam tugas akhir ini dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Skema Metode Penelitian

Adapun penjelasan dari skema langkah-langkah penelitian pada Gambar 3.1 adalah sebagai berikut:

a. Kajian Pustaka

Kajian pustaka merupakan suatu tahapan awal yang dilakukan untuk mendapatkan informasi dari buku-buku, jurnal maupun skripsi yang ada keterkaitan

dengan model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey*, dan metode numerik yang akan digunakan untuk menyelesaikan model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey*.

b. Analisis Kestabilan Model

Sistem persamaan (2.7) dan (2.8) merupakan sistem nonlinier. Menurut Boyce dan Dprima, kestabilan lokal titik kesetimbangan dari sistem non linier ditentukan dengan terlebih dahulu melakukan linierisasi di sekitar titik kesetimbangan. Linierisasi tersebut menghasilkan matriks jacobii. Nilai eigen dari matriks jacobii pada masing-masing titik kesetimbangan diperoleh dengan menyelesaikan persamaan $(A - \lambda I)x = 0$. Selanjutnya, kestabilan titik kesetimbangan dapat ditentukan dengan melihat nilai eigen tersebut.

c. Menyelesaikan Model dengan Metode Adams-Bashforth Moulton

Untuk menyelesaikan model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan Pada *prey* akan dilakukan dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton dengan dua tahap, yaitu tahap prediksi menggunakan metode Adams-Bashforth orde empat seperti pada persamaan (2.10) dan tahap koreksi menggunakan metode Adams-Moulton orde empat seperti pada persamaan (2.11). Model ini akan diselesaikan dengan memasukkan nilai koefisien-koefisien yang sudah ditentukan. Koefisien yang akan dimasukkan meliputi half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), laju pemanenan mangsa (E). Selain itu, juga memasukkan nilai awal mangsa $x(0)$ dan pemangsa $y(0)$ yang sudah ditentukan. Besarnya $x(0)$ harus lebih besar dari $y(0)$, karena dalam interaksi predasi pada awal waktu ($t = 0$) jumlah mangsa lebih besar dari pemangsanya.

d. Pembuatan Program

Software yang akan digunakan dalam pembuatan program adalah *software* MATLAB. Prosedur untuk membuat program simulasi dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey* adalah sebagai berikut.

1) Input nilai parameter yaitu half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), laju pemanenan mangsa (E), jumlah populasi mangsa (x), jumlah populasi pemangsa (y) dan waktu (h).

2) Proses

- a) Membuat subprogram untuk metode Adams-Bashforth orde empat.
- b) Membuat subprogram untuk metode Adams-Moulton orde empat.

3) Output

Output yang dihasilkan dari simulasi ini berupa grafik hasil penyelesaian dan jumlah populasi mangsa dan pemangsa terhadap waktu dengan adanya faktor pemanenan pada mangsa.

e. Simulasi Program

Langkah selanjutnya adalah mensimulasi beberapa parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan populasi pemangsa dengan menginputkan nilai-nilai parameter. Seperti half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), laju pemanenan mangsa (E). Simulasi ini dilakukan dengan mengubah nilai parameter-parameter tersebut pada metode numerik yang akan dicobakan. Dalam simulasi ini divariasikan enam kasus.

1) $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,73$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,28$

2) $r = 0,62$; $d = 0,42$; $b = 0,56$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,5$ dan $E = 0,41$

3) $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,6$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,25$ dengan variasi beberapa nilai b yaitu $b_1 = 0,4$; $b_2 = 0,77$; $b_3 = 0,78$.

4) $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,6$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,25$ dengan variasi beberapa nilai α yaitu $\alpha_1 = 0,4$; $\alpha_2 = 0,69$; $\alpha_3 = 0,7$.

5) $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,7$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,25$ dengan variasi beberapa nilai E yaitu $E_1 = 0,25$; $E_2 = 0,31$; $E_3 = 0,32$.

Output yang dihasilkan berupa grafik hasil penyelesaian dan jumlah populasi mangsa dan pemangsa terhadap waktu dengan adanya faktor pemanenan pada mangsa.

f. Analisis Hasil Simulasi

Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisis untuk mengetahui apakah terjadi perubahan populasi mangsa dan pemangsa dari model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey*. Analisis ini dilakukan dengan mengubah parameter-parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan pemangsa tersebut secara bervariasi. Parameter yang diambil ada enam, yaitu half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), dan laju pemanenan mangsa (E). Parameter-parameter ini yang dimungkinkan akan mempengaruhi jumlah populasi mangsa dan populasi pemangsa.

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dipaparkan analisis kestabilan dari titik setimbang pada model dan penyelesaian secara numerik model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey*. Model ini merupakan sistem persamaan diferensial non linier orde satu. Untuk menganalisis kestabilan dari titik setimbang pada model, maka sistem persamaan diferensial non linier orde satu tersebut dirubah menjadi sistem persamaan diferensial linier orde satu dengan menggunakan matriks jacobii. Kemudian penyelesaian sistem persamaan diferensial non linier tersebut menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat. Pada bagian akhir akan dibahas tentang simulasi dan analisis hasil simulasi menggunakan metode Adams-Bashforth Moulton orde empat.

4.1 Analisis Kestabilan Model

Berdasarkan Definisi 2.1, model *Predator-Prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *Prey* akan memiliki titik setimbang jika memenuhi $f(x, y) = g(x, y) = 0$. Pada model ini terdapat dua titik setimbang, yaitu titik setimbang kepunahan predator dan titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan.

4.1.1 Titik Setimbang Kepunahan *Predator*

Titik setimbang kepunahan *predator* adalah suatu kondisi saat *predator* tidak ada atau punah, yaitu pada saat $y = 0$ dan $x \neq 0$. Misalkan titik setimbang kepunahan *predator* dinotasikan dengan $A = (x, y) = (x_1, 0)$.

Dengan menggunakan syarat $f(x, y) = g(x, y) = 0$, $y = 0$ dan $x \neq 0$ maka didapatkan kondisi sebagai berikut.

Dari persamaan (2.4) didapatkan

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay + x} - Ex = 0$$

$$x = \frac{K}{r}(r - E) \quad (4.1)$$

Berdasarkan persamaan (4.1), maka didapatkan titik setimbang kepunahan *predator* yaitu $A = (x, y) = \left(\frac{K}{r}(r - E), 0\right)$.

4.1.2 Titik Setimbang Kedua Spesies Hidup Berdampingan

Titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan adalah suatu kondisi saat *predator* dan *prey* hidup bersama atau keduanya tidak punah, yaitu pada saat $x \neq 0$ dan $y \neq 0$. Misalkan titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan dinotasikan dengan $B = (x, y) = (x_2, y_2)$.

Dengan menggunakan syarat $f(x, y) = g(x, y) = 0$, $x_2 \neq 0$ dan $y_2 \neq 0$ maka didapatkan kondisi sebagai berikut.

Dari persamaan (2.4) didapatkan

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{ay + x} - Ex = 0$$

$$r \left(1 - \frac{x}{K}\right) - E = \frac{\alpha y}{ay + x} \quad (4.2)$$

Dari persamaan (2.5) didapatkan

$$\frac{dy}{dt} = \frac{abxy}{ay + x} - dy = 0$$

$$\frac{abxy}{ay + x} = dy$$

$$\frac{\alpha y}{ay + x} = \frac{dy}{bx} \quad (4.3)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{abxy}{ay + x} - dy = 0$$

$$y = \frac{(\alpha b - d)x}{(d)a} \quad (4.4)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{(\alpha b - d)}{(d)a} \quad (4.5)$$

Substitusikan persamaan (4.5) ke (4.3) maka didapatkan

$$\frac{\alpha y}{ay+x} = \frac{(d)(\alpha b-d)}{b(d)a} = \frac{(\alpha b-d)}{ab} \quad (4.6)$$

Kemudian substitusikan persamaan (4.6) ke (4.2) sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - E &= \frac{\alpha y}{ay+x} \\ r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - E &= \frac{(\alpha b-d)}{ab} \\ r\left(1 - \frac{x}{K}\right) &= \frac{(\alpha b-d)}{ab} + E \\ 1 - \frac{x}{K} &= \frac{(\alpha b-d)}{abr} + \frac{E}{r} \\ -\frac{x}{K} &= \frac{(\alpha b-d)}{abr} + \frac{E}{r} - 1 \\ -x &= \left(\frac{(\alpha b-d)}{abr} + \frac{abrE}{abr^2} - \frac{abr}{abr}\right)K \\ -x &= \frac{K(\alpha b-d+abE-abr)}{abr} \\ x &= \frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Substitusikan persamaan (4.7) ke (4.4)

$$\begin{aligned} y &= \frac{(\alpha b-d)x}{(d)a} \\ y &= \frac{(\alpha b-d)K(abr-\alpha b+d-abE)}{(d)a \quad abr} \\ y &= \frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Berdasarkan persamaan (4.7) dan (4.8) didapatkan titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan, yaitu.

$$B = \left(\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr}, \frac{K(\alpha b-d)(abr-\alpha b+d-abE)}{a^2brd} \right).$$

Karena $x \neq 0$ dan $y \neq 0$ dan $x > 0$ maupun $y > 0$, maka titik setimbang ada jika.

$$\frac{K(abr-\alpha b+d-abE)}{abr} > 0$$

$$\frac{(abr - ab + d - abE)}{abr} > 0$$

$$\frac{(abr - ab + d)}{abr} > \frac{abE}{abr}$$

$$\frac{(abr - ab + d)abr}{abr} > abE$$

$$\frac{(abr - ab + d)}{ab} > E$$

Diasumsikan

$$\frac{(abr - ab + d)}{ab} > 0$$

$$abr - ab + d > 0$$

dan

$$\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2brd} > 0$$

Karena $(ab - d)(abr - ab + d - abE) > 0$, maka $ab - d > 0$

$$E < \frac{\alpha(ab^2r - ab^2 + 2bd) - abdr - d^2}{\alpha ab^2 - abd}$$

Misalkan $\alpha_1 = \frac{abr+d}{b}$; $E_1 = \frac{abr-ab+d}{ab}$ dan $E_2 = \frac{\alpha(ab^2r-ab^2+2bd)-abdr-d^2}{\alpha ab^2-abd}$, maka titik setimbang B dijamin ada jika

- $\alpha < \alpha_1$
- $E_1 < E < E_2$

Setelah didapatkan titik setimbang A dan B kemudian akan dilakukan analisis kestabilan lokal dari masing-masing titik setimbang.

Untuk menentukan sifat kestabilan asimtotis lokal dari titik setimbang maka perlu dicari terlebih dahulu nilai eigen-nya. Karena model yang digunakan merupakan sistem persamaan non linier maka perlu dilakukan pelinieran dengan menggunakan matriks jacobian. Dengan menggunakan Definisi 2.1, maka matriks jacobian dari persamaan (2.4) dan (2.5) adalah.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r - \frac{2rx}{K} - \frac{\alpha ay^2}{(ay+x)^2} - E & \frac{-\alpha x^2}{(ay+x)^2} \\ \frac{\alpha aby^2}{(ay+x)^2} & \frac{\alpha bx^2}{(ay+x)^2} - d \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Kemudian akan dilakukan analisis kestabilan di setiap titik setimbang dari model *predator-prey* tipe Holling dengan faktor pemanenan pada *prey*.

4.1.3 Kestabilan Lokal di Titik Setimbang Kepunahan *Predator*

Matriks jacobian dari titik setimbang kepunahan *predator* $A = (K, 0)$ adalah.

$$J_1 = \begin{pmatrix} -r - E & -\alpha \\ 0 & \alpha b - d \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Berdasarkan matriks jacobian (4.9) dapat dibentuk persamaan karakteristik matriks (4.10) dengan menggunakan rumus $\det(\lambda I - J_1) = 0$, yaitu.

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - J_1) &= 0 \\ \det \left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -r - E & -\alpha \\ 0 & \alpha b - d \end{pmatrix} \right] &= 0 \\ \det \left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -r - E & -\alpha \\ 0 & \alpha b - d \end{pmatrix} \right] &= 0 \\ \det \begin{pmatrix} \lambda + r + E & \alpha \\ 0 & \lambda - \alpha b + d \end{pmatrix} &= 0 \\ (\lambda + r + E)(\lambda - \alpha b + d) &= 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Dari persamaan (4.11) didapatkan.

$$(\lambda + r + E) = 0$$

$$\lambda_1 = -r - E$$

dan

$$(\lambda - \alpha b + d) = 0$$

$$\lambda_2 = \alpha b - d$$

Nilai eigen $\lambda_1 = -r - E = -(r + E)$ bernilai negatif, karena $r > 0$. Berdasarkan Teorema 2.2, syarat agar titik setimbang kepunahan *Predator* stabil asimtotis, nilai eigen λ keduanya harus real dan negatif, oleh karena itu maka $\lambda_2 < 0$ jika dan hanya jika $\alpha b - d < 0$ dan $\alpha < \frac{d}{b}$.

Sehingga titik setimbang kepunahan *Predator* $A = (K, 0)$ stabil asimtotik jika $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$, dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$.

4.1.4 Kestabilan Lokal di Titik Setimbang Kedua Spesies Hidup Berdampingan

Matriks jacobian dari titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan adalah.

$$B = \left(\frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr}, \frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2brd} \right).$$

$$J_2 = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Selanjutnya dapat dicari persamaan karakteristik dari persamaan (4.12) dengan menggunakan $\det(\lambda I - J_2) = 0$.

$$\det \left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\det \left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} \lambda - A & -B \\ -C & \lambda - D \end{pmatrix} = 0$$

$$[(\lambda - A)(\lambda - D)] - BC = 0$$

$$(\lambda^2 - \lambda D - \lambda A) - BC = 0$$

$$\lambda^2 - \lambda(A + D) + AD - BC = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda a_1 + a_2 = 0 \quad (4.13)$$

Dengan

$$-(A + D) = a_1 \text{ dan } AD - BC = a_2$$

Dengan

$$A = r - \frac{2r \frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr}}{K}$$

$$- \frac{\alpha a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \right)^2} - E$$

$$B = \frac{-\alpha \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)^2}{abr}}{\left(a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \right)^2}$$

$$C = \frac{\alpha ab \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \right)^2}$$

$$D = \frac{\alpha b \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \right)^2} - d$$

Dari hasil tersebut didapatkan

$$-(A + D) = a_1$$

$$-r \left(r - \frac{2r \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr}}{K} \right)$$

$$- \frac{\alpha a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \right)^2} - E$$

$$+ \frac{\alpha b \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(\alpha b - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(ab - d)(abr - \alpha b + d - abE)}{abr} \right)^2} - d$$

$$= a_1$$

Dan

$$AD - BC = a_2$$

$$\begin{aligned}
& \left(r - \frac{2r \frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr}}{K} \right. \\
& \left. - \frac{\alpha a \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr} \right)^2 - E} \right) \\
& \left(\frac{\alpha b \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr} \right)^2 - d} \right) \\
& - \left(\frac{-\alpha \frac{K(abr - ab + d - abE)^2}{abr}}{\left(a \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr} \right)^2} \right) \\
& \left(\frac{\alpha ab \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right]^2}{\left(a \left[\frac{K(ab - d)(abr - ab + d - abE)}{a^2 brd} \right] + \frac{K(abr - ab + d - abE)}{abr} \right)^2} \right) = a_2
\end{aligned}$$

Dari (4.13) diperoleh dua nilai eigen sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} \\
\lambda_2 &= \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}
\end{aligned}$$

Dari hasil nilai eigen di atas maka akan muncul dua kondisi, yaitu saat nilai eigen berbentuk real ($a_1^2 - 4a_2 \geq 0$) dan berbentuk bilangan kompleks ($a_1^2 - 4a_2 < 0$). Berdasarkan Teorema 2.1, syarat agar titik setimbang stabil asimtotis adalah nilai eigen berbentuk real dan keduanya bernilai negatif.

a. Jika nilai eigen berbentuk real ($a_1^2 - 4a_2 \geq 0$) maka akan muncul syarat dan kondisi berikut.

1) Syarat jika nilai eigen berbentuk real

$$a_1^2 - 4a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 \geq 4a_2 \quad (4.14)$$

2) Agar $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$ maka

$$\lambda_1 = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} < 0$$

$$\sqrt{a_1^2 - 4a_2} < a_1$$

Karena $a_1^2 - 4a_2 \geq 0$ maka $\sqrt{a_1^2 - 4a_2} > 0$ sehingga

$$a_1 > 0 \quad (4.15)$$

Dari (4.14) juga diperoleh

$$a_1^2 - 4a_2 < a_1^2$$

$$a_2 > 0 \quad (4.16)$$

Karena $a_1 > 0$ dan $\sqrt{a_1^2 - 4a_2} > 0$

$$\lambda_2 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} < 0$$

Dari (4.15) dan (4.16) diperoleh kondisi kedua nilai eigen berbentuk real dan negatif sebagai berikut.

$$a_1 > 0 \text{ dan } a_2 > 0$$

b. Jika $(a_1^2 - 4a_2 \leq 0)$ maka nilai eigen berbentuk bilangan kompleks akan muncul syarat dan kondisi berikut.

1) Syarat jika nilai eigen berbentuk bilangan kompleks

$$a_1^2 - 4a_2 < 0$$

$$a_1^2 < 4a_2 \quad (4.17)$$

2) Agar $Re(\lambda_1) < 0$ dan $Re(\lambda_2) < 0$ maka

$$Re(\lambda_{1,2}) = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} < 0$$

Karena $-a_1$ adalah bagian real dan harus bernilai negatif maka

$$-a_1 < 0$$

$$a_1 > 0 \quad (4.18)$$

Dari persamaan (4.17) diperoleh

$$\begin{aligned} 0 < a_1^2 < 4a_2 \\ a_2 > 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Dari (4.18) dan (4.19) diperoleh kondisi nilai eigen berbentuk real dan negatif sebagai berikut.

$$a_1 > 0 \text{ dan } a_2 > 0$$

Dari kedua kondisi di atas yaitu jika nilai eigen berbentuk real ataupun berbentuk bilangan kompleks diperoleh $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$ jika dan hanya jika $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$.

4.2 Penyelesaian Model dengan Metode Adams-Bashforth-Moulton Orde Empat

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa non linier orde satu $y' = f(x, y)$ dan nilai awal $y(x_0) = y_0$ yang diketahui untuk melakukan prediksi dengan persamaan prediktor (2.11) dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor (2.12). Nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat dapat diperoleh dari metode Runge-Kutta orde empat pada persamaan (2.10). Berikut merupakan cara untuk menentukan nilai-nilai awal dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.

Persamaan (2.4) dan (2.5) disubstitusikan pada persamaan Runge-Kutta orde empat, sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_1, x_1, y_1) \\ &= rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xy}{\alpha y + x} - Ex \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= g(t_1, x_1, y_1) \\
&= \frac{abxy}{ay+x} - dy \\
k_2 &= f\left(t_2 + \frac{h}{2}, x_2 + k_1 \frac{h}{2}, y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right) \\
&= r\left(x_2 + k_1 \frac{h}{2}\right) \left(1 - \frac{x_2 + k_1 \frac{h}{2}}{K}\right) - \frac{\alpha(x_2 + k_1 \frac{h}{2})(y_2 + l_1 \frac{h}{2})}{a(y_2 + l_1 \frac{h}{2}) + (x_2 + k_1 \frac{h}{2})} - E\left(x_2 + k_1 \frac{h}{2}\right) \\
l_2 &= g\left(t_2 + \frac{h}{2}, x_2 + k_1 \frac{h}{2}, y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right) \\
&= \frac{ab(x_2 + k_1 \frac{h}{2})(y_2 + l_1 \frac{h}{2})}{a(y_2 + l_1 \frac{h}{2}) + (x_2 + k_1 \frac{h}{2})} - d\left(y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right) \\
k_3 &= f\left(t_3 + \frac{h}{2}, x_3 + k_2 \frac{h}{2}, y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right) \\
&= r\left(x_3 + k_2 \frac{h}{2}\right) \left(1 - \frac{x_3 + k_2 \frac{h}{2}}{K}\right) - \frac{\alpha(x_3 + k_2 \frac{h}{2})(y_3 + l_2 \frac{h}{2})}{a(y_3 + l_2 \frac{h}{2}) + (x_3 + k_2 \frac{h}{2})} - E\left(x_3 + k_2 \frac{h}{2}\right) \\
l_3 &= g\left(t_3 + \frac{h}{2}, x_3 + k_2 \frac{h}{2}, y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right) \\
&= \frac{ab(x_3 + k_2 \frac{h}{2})(y_3 + l_2 \frac{h}{2})}{a(y_3 + l_2 \frac{h}{2}) + (x_3 + k_2 \frac{h}{2})} - d\left(y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right) \\
k_4 &= f(t_4 + h, x_4 + k_3 h, y_4 + l_3 h) \\
&= r(x_4 + k_3 h) \left(1 - \frac{x_4 + k_3 h}{K}\right) - \frac{\alpha(x_4 + k_3 h)(y_4 + l_3 h)}{a(y_4 + l_3 h) + (x_4 + k_3 h)} - E(x_4 + k_3 h) \\
l_4 &= g(t_4 + h, x_4 + k_3 h, y_4 + l_3 h) \\
&= \frac{ab(x_4 + k_3 h)(y_4 + l_3 h)}{a(y_4 + l_3 h) + (x_4 + k_3 h)} - d(y_4 + l_3 h)
\end{aligned}$$

Setelah didapatkan nilai-nilai awal yang dibutuhkan, selanjutnya dilakukan tahap prediksi menggunakan skema Adams-Bashforth orde empat pada persamaan (2.11). Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
x_{i+1}^* &= x_i + \frac{h}{24} (55f(t_i, x_i, y_i) - 59f(t_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}) + 37f(t_{i-2}, x_{i-2}, y_{i-2}) - \\
&\quad - 9f(t_{i-3}, x_{i-3}, y_{i-3}))
\end{aligned}$$

$$x_{i+1}^* = x_i + \frac{h}{24} \left(55 \left(rx_i \left(1 - \frac{x_i}{K} \right) - \frac{\alpha x_i y}{ay+x_i} - Ex_i \right) - 59 \left(rx_{i-1} \left(1 - \frac{x_{i-1}}{K} \right) - \frac{\alpha x_{i-1} y}{ay+x_{i-1}} - Ex_{i-1} \right) + 37 \left(rx_{i-2} \left(1 - \frac{x_{i-2}}{K} \right) - \frac{\alpha x_{i-2} y}{ay+x_{i-2}} - Ex_{i-2} \right) - 9 \left(rx_{i-3} \left(1 - \frac{x_{i-3}}{K} \right) - \frac{\alpha x_{i-3} y}{ay+x_{i-3}} - Ex_{i-3} \right) \right)$$

$$y_{i+1}^* = y_i + \frac{h}{24} (55g(t_i, x_i, y_i) - 59g(t_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}) + 37g(t_{i-2}, x_{i-2}, y_{i-2}) - 9f(t_{i-3}, x_{i-3}, y_{i-3}))$$

$$y_{i+1}^* = y_i + \frac{h}{24} \left(55 \left(\frac{\alpha b x y_i}{ay+x} - dy_i \right) - 59 \left(\frac{\alpha b x y_{i-1}}{ay_{i-1}+x} - dy_{i-1} \right) + 37 \left(\frac{\alpha b x y_{i-2}}{ay_{i-2}+x} - dy_{i-2} \right) - 9 \left(\frac{\alpha b x y_{i-3}}{ay_{i-3}+x} - dy_{i-3} \right) \right)$$

Pada tahap koreksi diselesaikan menggunakan skema Adams-Moulton orde empat pada persamaan (2.12). Sehingga diperoleh

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{24} (9f(t_{i+1}, x_{i+1}, y_{i+1}) + 19f(t_i, x_i, y_i) - 5f(t_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}) + f(t_{i-2}, x_{i-2}, y_{i-2}))$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{24} \left(9 \left(rx_{i+1} \left(1 - \frac{x_{i+1}}{K} \right) - \frac{\alpha x_{i+1} y}{ay+x_{i+1}} - Ex_{i+1} \right) + 19 \left(rx_i^* \left(1 - \frac{x_i^*}{K} \right) - \frac{\alpha x_i^* y}{ay+x_i^*} - Ex_i^* \right) - 5 \left(rx_{i-1}^* \left(1 - \frac{x_{i-1}^*}{K} \right) - \frac{\alpha x_{i-1}^* y}{ay+x_{i-1}^*} - Ex_{i-1}^* \right) + \left(rx_{i-2}^* \left(1 - \frac{x_{i-2}^*}{K} \right) - \frac{\alpha x_{i-2}^* y}{ay+x_{i-2}^*} - Ex_{i-2}^* \right) \right)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} (9g(t_{i+1}, x_{i+1}, y_{i+1}) + 19g(t_i, x_i, y_i) - 5g(t_{i-1}, x_{i-1}, y_{i-1}) + g(t_{i-2}, x_{i-2}, y_{i-2}))$$

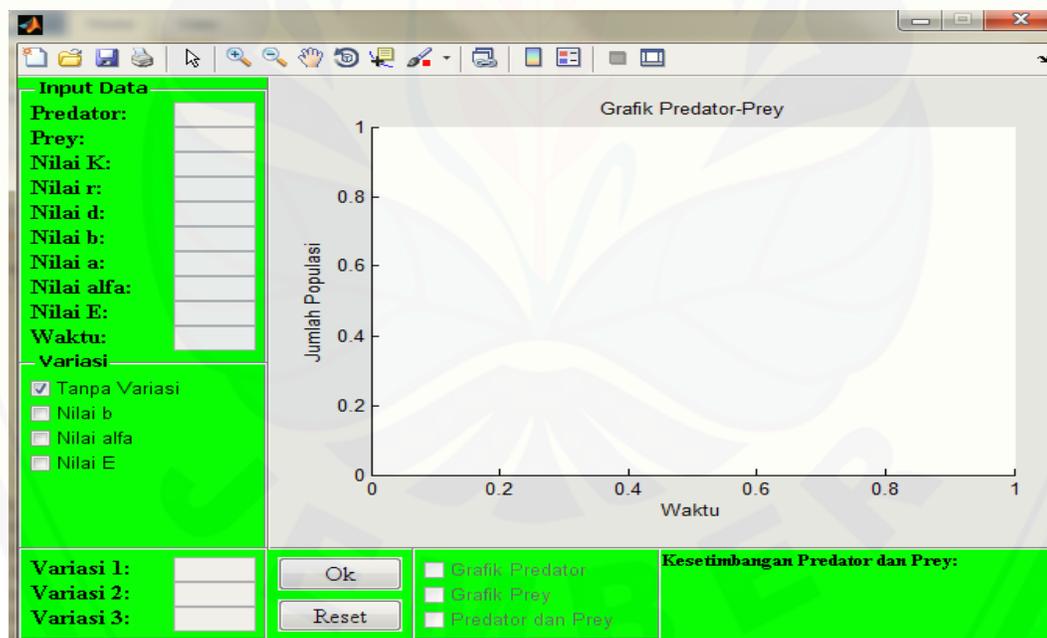
$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24} \left(9 \left(\frac{abxy_{i+1}}{ay_{i+1}+x} - dy_{i+1} \right) + 19 \left(\frac{abxy_i^*}{ay_i^*+x} - dy_i^* \right) - 5 \left(\frac{abxy_{i-1}^*}{ay_{i-1}^*+x} - dy_{i-1}^* \right) + \left(\frac{abxy_{i-2}^*}{ay_{i-2}^*+x} - dy_{i-2}^* \right) \right)$$

Persamaan (2.4) dan (2.5) akan diselesaikan menggunakan metode Adams-Basforth-Moulton orde empat, pada persamaan (2.11) untuk persamaan prediktor dan persamaan (2.12) untuk persamaan korektornya.

4.3 Pembahasan

4.3.1 Tampilan Program

Software yang digunakan untuk menyelesaikan model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* adalah MATLAB. Gambar 4.1 menunjukkan tampilan GUI untuk program penyelesaian model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey*.



Gambar 4.1 Tampilan GUI program *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey*

Input dari program di atas antara lain adalah half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator*

saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), laju pemanenan mangsa (E), jumlah populasi mangsa (x), jumlah populasi pemangsa (y) dan waktu (h).

Tampilan GUI di atas, pada komponen *Checkbox* untuk mangsa, pemangsa, koefisien-koefisien yang bersangkutan, dan waktu (hari) dapat ditulis nilai koefisien-koefisien sesuai nilai yang divariasikan. Kemudian diproses dengan memilih komponen *radiobutton* ok dan pilih salah satu grafik yang diinginkan, maka pada GUI tersebut akan ditampilkan hasil penyelesaian dan grafik hasil penyelesaian model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.

Grafik yang terdapat pada tampilan GUI di atas digunakan untuk menampilkan grafik penyelesaian model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat. Keterangan lain dari program di atas antara lain.

- a. Tombol OK, digunakan untuk mencari hasil penyelesaian dan menampilkan grafik hasil penyelesaian model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* dengan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.
- b. Tombol Reset, digunakan untuk memulai kembali proses penyelesaian dari awal.

4.3.2 Simulasi Program

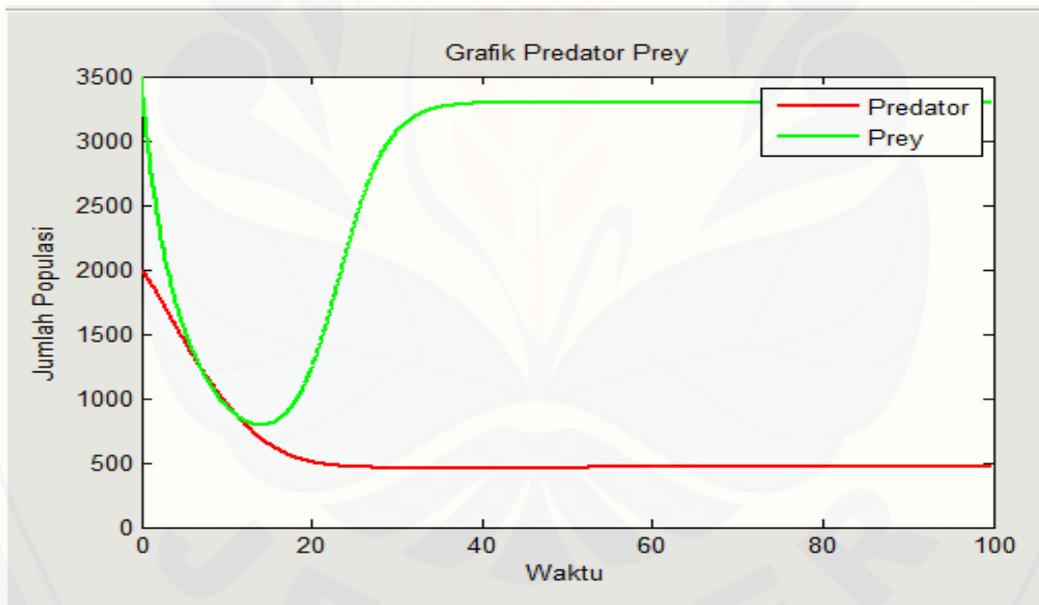
Dalam subbab ini, disimulasikan model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat. Simulasi interaksi dilakukan dengan memvariasikan parameter-parameter yang mempengaruhi interaksi pada model. Beberapa parameter yang akan divariasikan yaitu half-saturation constant (a), laju pertumbuhan intrinsik *prey* pada saat tidak ada *predator* (r), laju kematian *predator* saat tidak ada *prey* (d), laju konversi pemangsa (b), laju maksimum konsumsi mangsa (α), laju pemanenan mangsa (E). Untuk menganalisis pengaruh parameter-parameter tersebut terhadap

interaksi *Predator-Prey*, maka variasi parameter dilakukan dengan cara merubah nilai parameter-parameter tersebut.

Pada tugas akhir ini, akan diberikan beberapa kasus untuk memvarasikan nilai parameter-parameter tersebut. Ada enam kasus yang akan disimulasikan dari model *Predator-Prey* dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat.

a. Kasus Pertama

Untuk simulasi pertama, diberikan beberapa nilai parameter yang menghasilkan jumlah *predator* dan *prey* sama-sama ada (hidup berdampingan). Dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, simulasi model model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* dapat dilihat pada grafik berikut ini. Grafik ini nantinya akan dianalisis untuk mengetahui perubahan yang terjadi pada jumlah populasi pemangsa dan mangsa.



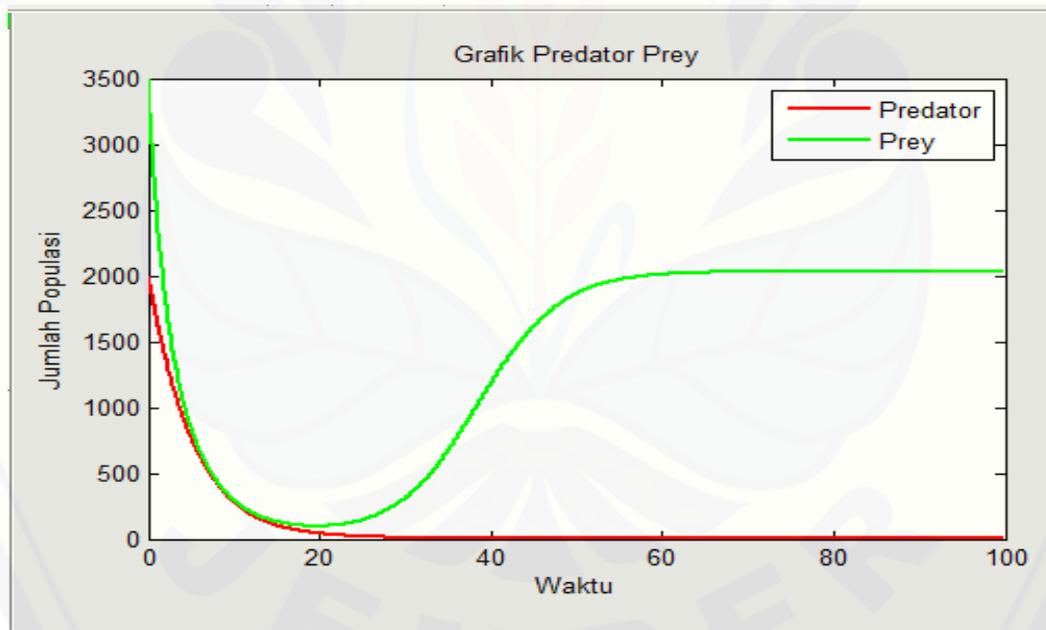
Gambar 4.2 Grafik *Predator-Prey* Hidup Berdampingan

Gambar 4.2 menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* pada kasus pertama dengan nilai $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,73$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,28$. Grafik populasi *prey* mulanya terlihat menurun karena adanya *predator* sehingga terjadi tekanan predasi dan karena adanya pemanenan, kemudian naik dan cenderung stabil karena populasi *predator* juga

terlihat stabil. Untuk grafik populasi *predator* mulanya menurun karena populasi *prey* sebagai sumber makanan juga menurun, kemudian terlihat stabil. Dari grafik didapatkan jumlah populasi *prey* yaitu 3284 dan jumlah populasi *predator* yaitu 469. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan didapatkan jumlah populasi *prey* yaitu 3284 dan jumlah populasi *predator* yaitu 469. Berdasarkan penyelesaian numerik pada grafik dan dari hasil analitik didapatkan nilai yang sama untuk jumlah populasi *predator* dan *prey*.

b. Kasus Kedua

Untuk simulasi kedua, diberikan beberapa nilai parameter yang menghasilkan jumlah *predator* nol (habis) dan populasi *prey* ada, dengan nilai awal populasi *prey* $x = 3500$ dan populasi *predator* $y = 2000$.



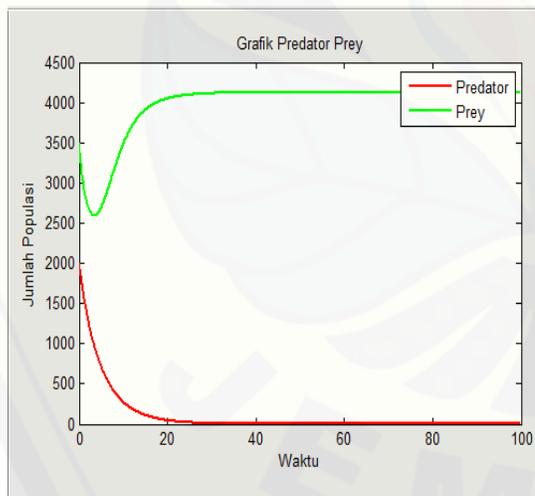
Gambar 4.3 Grafik *Predator-Prey* untuk Kepunahan *Predator*

Gambar 4.3 menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* pada kasus kedua dengan nilai $r = 0,62$; $d = 0,42$; $b = 0,56$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,5$ dan $E = 0,41$. Grafik populasi *prey* mulanya terlihat menurun karena adanya *predator* sehingga terjadi tekanan predasi dan karena adanya pemanenan,

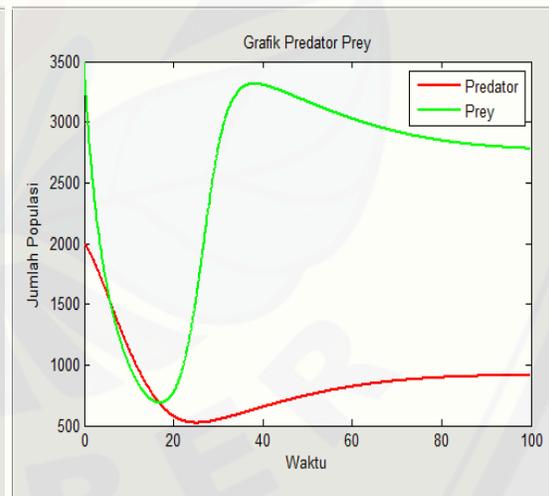
kemudian naik mencapai laju pertumbuhan maksimum karena tidak ada pemangsa (pemangsa habis). Untuk grafik populasi *predator* terlihat menurun menuju nilai nol karena pemanenan yang dilakukan pada populasi mangsa cukup besar yang mengakibatkan persaingan antara *predator* dalam mencari makanan, bahkan kepunahan yang terjadi saat populasi pemangsa kehilangan makanannya. Dari grafik didapatkan jumlah populasi *prey* yaitu 2032 dan jumlah populasi *predator* yaitu 0. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* didapatkan jumlah populasi *prey* yaitu 2032 dan jumlah populasi *predator* yaitu 0. Berdasarkan hasil penyelesaian numerik pada grafik dan dari hasil analitik didapatkan nilai yang sama untuk jumlah populasi *predator* dan *prey*.

c. Kasus Ketiga

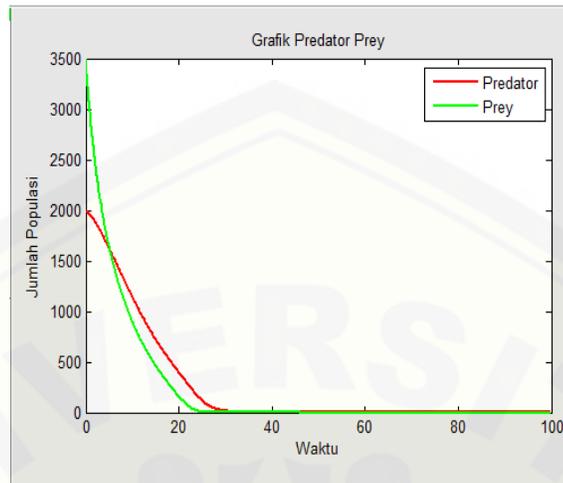
Untuk simulasi ketiga, diberikan beberapa variasi dari nilai b yaitu $b_1 = 0,4$; $b_2 = 0,77$; $b_3 = 0,78$, dengan nilai awal populasi *prey* $x = 3500$ dan populasi *predator* $y = 2000$.



(a)



(b)



(c)

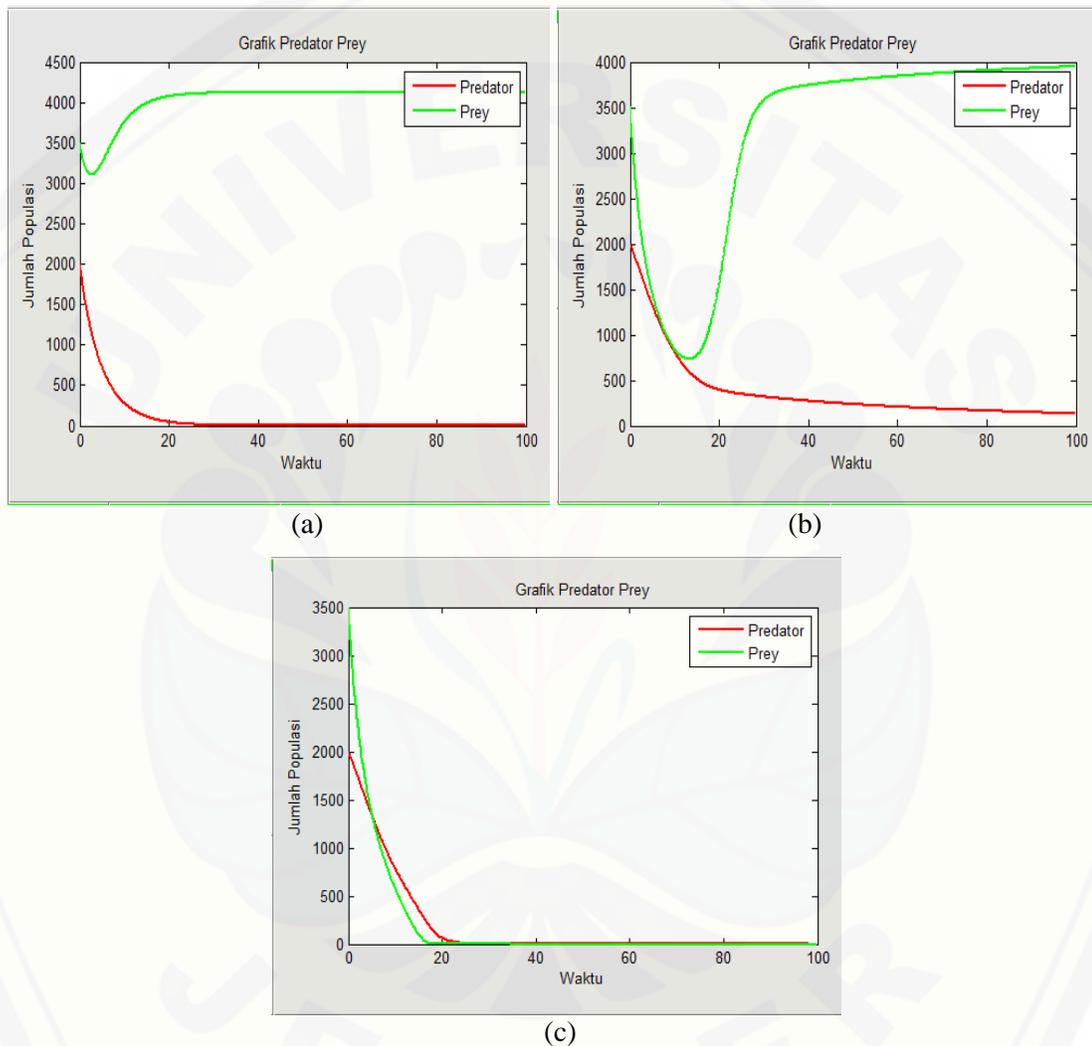
Gambar 4.4 grafik *Predator-Prey* untuk variasi nilai b

(a) variasi $b_1 = 0,4$ (b) variasi $b_2 = 0,77$ (c) variasi $b_3 = 0,78$

Pada kasus ini dilakukan variasi pada parameter b yaitu $b_1 = 0,4$; $b_2 = 0,77$; $b_3 = 0,78$ dengan nilai $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,6$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,25$. Gambar 4.4 (a) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $b_1 = 0,4$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 0 dan jumlah populasi *prey* 4125. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* didapatkan jumlah populasi *predator* yaitu 0 dan jumlah populasi *prey* yaitu 4125. Gambar 4.4 (b) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $b_2 = 0,77$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 920 dan jumlah populasi *prey* 2761. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan didapatkan jumlah populasi *predator* yaitu 920 dan jumlah populasi *prey* yaitu 2761. Gambar 4.4 (c) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $b_3 = 0,78$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 0 dan jumlah populasi *prey* 0.

d. Kasus Keempat

Untuk simulasi keempat, diberikan beberapa variasi dari nilai α yaitu $\alpha_1 = 0,4$; $\alpha_2 = 0,69$; $\alpha_3 = 0,7$, dengan nilai awal populasi *prey* $x = 3500$ dan populasi *predator* $y = 2000$.



Gambar 4.5 grafik *Predator-Prey* untuk variasi nilai α

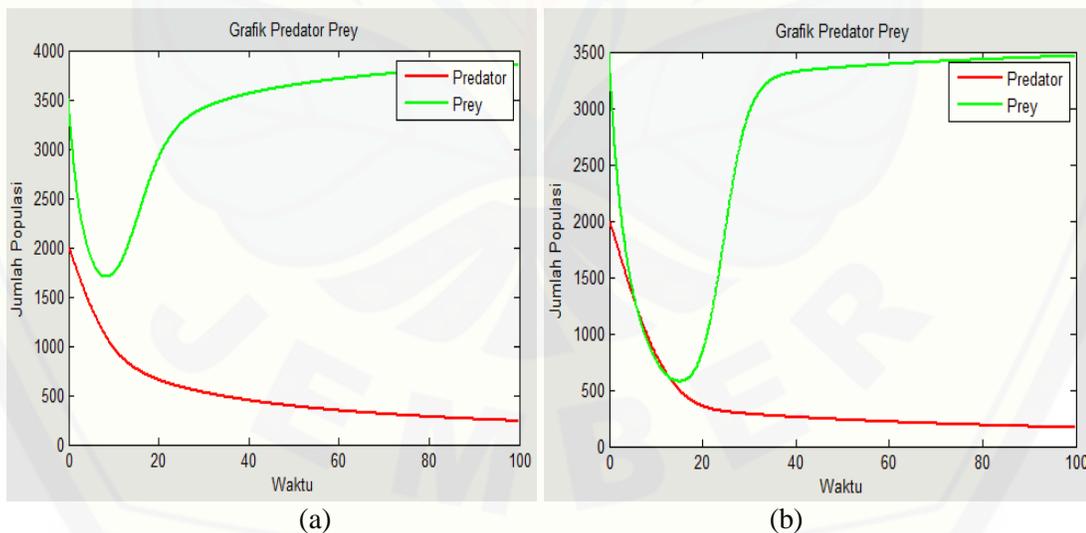
(a) variasi $\alpha_1 = 0,4$ (b) variasi $\alpha_2 = 0,69$ (c) variasi $\alpha_3 = 0,7$

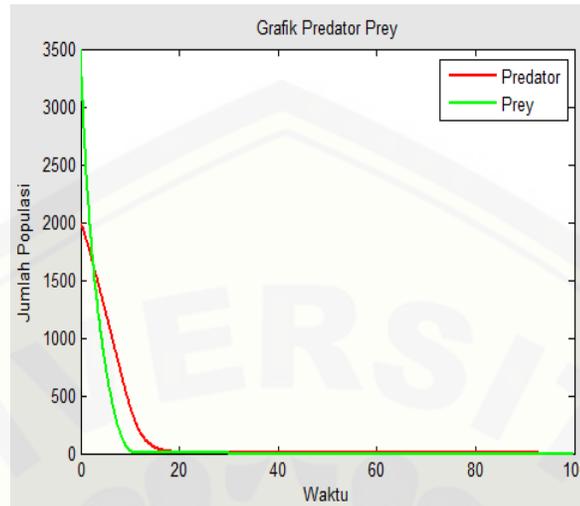
Pada kasus ini dilakukan variasi pada parameter α yaitu $\alpha_1 = 0,4$; $\alpha_2 = 0,69$; $\alpha_3 = 0,7$ dengan nilai $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,6$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,25$. Gambar 4.5 (a) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah

populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $\alpha_1 = 0,4$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 0 dan jumlah populasi *prey* 4125. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* didapatkan jumlah populasi *predator* yaitu 0 dan jumlah populasi *prey* yaitu 4125. Gambar 4.5 (b) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $\alpha_2 = 0,69$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 0 dan jumlah populasi *prey* 4125. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* didapatkan jumlah populasi *predator* yaitu 0 dan jumlah populasi *prey* yaitu 4125. Gambar 4.5 (c) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $\alpha_3 = 0,7$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 0 dan jumlah populasi *prey* 0.

e. Kasus Kelima

Untuk simulasi kelima, diberikan beberapa variasi dari nilai E yaitu $E_1 = 0,25$; $E_2 = 0,31$; $E_3 = 0,32$, dengan nilai awal populasi *prey* $x = 3500$ dan populasi *predator* $y = 2000$.





(c)

Gambar 4.5 grafik *Predator-Prey* untuk variasi nilai E

(a) variasi $E_1 = 0,25$ (b) variasi $E_2 = 0,31$ (c) variasi $E_3 = 0,32$

Pada kasus ini dilakukan variasi pada parameter E yaitu $E_1 = 0,25$; $E_2 = 0,31$; $E_3 = 0,32$ dengan nilai $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,7$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,25$. Gambar 4.6 (a) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $E_1 = 0,25$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 6 dan jumlah populasi *prey* 4118. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* didapatkan jumlah populasi *predator* yaitu 6 dan jumlah populasi *prey* yaitu 4118. Gambar 4.6 (b) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $E_2 = 0,31$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 6 dan jumlah populasi *prey* 3668. Hasil analitik dari titik kesetimbangan kepunahan *predator* didapatkan jumlah populasi *predator* yaitu 6 jumlah populasi *prey* yaitu 3668. Gambar 4.6 (c) menunjukkan grafik hasil penyelesaian model dan jumlah populasi *predator* dan *prey* dengan variasi $E_3 = 0,32$, yaitu didapatkan jumlah populasi *predator* 0 dan jumlah populasi *prey* 0.

4.3.3 Analisis Hasil Simulasi

Pada subbab ini dibahas mengenai analisis model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat yang telah dilakukan pada subbab 4.4.

Pada Gambar 4.2 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,73$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$ dan $E = 0,28$ menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, didapatkan populasi *predator* dan *prey* sama-sama ada (kedua spesies hidup berdampingan). Grafik pada populasi *prey* menurun karena adanya *predator* sehingga terjadi tekanan predasi dan karena adanya pemanenan, kemudian naik dan cenderung stabil karena populasi *predator* juga terlihat stabil. Untuk grafik populasi *predator* menurun karena populasi *prey* sebagai sumber makanan juga menurun, kemudian terlihat stabil. Populasi *predator* dan *prey* ini mengikuti titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan yaitu pada saat $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Didapatkan $a_1 = -(A + D) = 0,603$ dan $a_2 = (AD - BC) = 0,087$ sehingga $0,603 > 0$ dan $0,087 > 0$. Berdasarkan uraian di atas dapat dilihat bahwa populasi *predator* dan *prey* hidup berdampingan mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan.

Pada Gambar 4.3 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter $r = 0,62$; $d = 0,42$; $b = 0,56$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,5$ dan $E = 0,41$ menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, didapatkan jumlah *predator* nol (punah) dan populasi *prey* ada. Grafik populasi *prey* menurun karena adanya *predator* sehingga terjadi tekanan predasi dan karena adanya pemanenan, kemudian naik mencapai laju pertumbuhan maksimum karena tidak ada pemangsa (pemangsa punah). Untuk grafik populasi *predator* menurun menuju nilai nol karena pemanenan yang dilakukan pada populasi mangsa cukup besar yang mengakibatkan persaingan antara *predator* dalam mencari makanan, bahkan kepunahan yang terjadi saat populasi pemangsa kehilangan makanannya. Populasi *predator* punah mengikuti

syarat titik setimbang kepunahan *predator* yaitu pada saat $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$, dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$. Didapatkan $\alpha = 0,5$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b} = \frac{0,42}{0,56} = 0,75$ sehingga $0,5 < 0,75$, sedangkan $E = 0,41$ dan $E_2 = -r = -0,62$ sehingga $0,41 > -0,62$. Berdasarkan uraian di atas dapat dilihat bahwa populasi *predator* punah mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator*.

Pada Gambar 4.4 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,6$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$; $E = 0,25$ dan dengan melakukan variasi dari beberapa nilai b yaitu $b_1 = 0,4$; $b_2 = 0,77$; $b_3 = 0,78$ menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, didapatkan populasi *predator* punah dan populasi *prey* ada yang mengikuti titik setimbang kepunahan *predator* pada variasi $b_1 = 0,4$. Pada variasi $b_2 = 0,77$ didapatkan populasi *predator* dan *prey* sama-sama ada dan mengikuti titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan dan pada variasi $b_3 = 0,78$ didapatkan populasi *predator* dan *prey* keduanya punah. Pada variasi b_1 grafik predator punah dan grafik *prey* stabil, pada variasi b_2 grafik *predator* dan *prey* keduanya menurun kemudian stabil dan pada variasi b_3 grafik *predator* dan *prey* keduanya punah. Berdasarkan uraian tersebut semakin besar nilai b (laju konversi predator /banyaknya pemangsa yang baru lahir) yang dimasukkan maka kedua populasi *predator* dan *prey* akan punah. Pada Gambar 4.4 (c) variasi $b_3 = 0,78$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* yaitu pada saat $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$, dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$. Didapatkan $\alpha = 0,6$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b} = \frac{0,42}{0,78} = 0,54$ sehingga $0,6 > 0,54$ tidak memenuhi syarat $\alpha < \alpha_2$, sedangkan $E = 0,25$ dan $E_2 = -r = -0,8$ sehingga $0,25 > -0,8$, dan tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan yaitu pada saat $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Didapatkan $a_1 = -(A + D) = 0,204$ dan $a_2 = (AD - BC) = -0,0069$ sehingga $0,204 > 0$ dan $-0,0069 < 0$. Pada variasi b_3 tidak mengikuti kedua syarat di atas sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah.

Pada Gambar 4.5 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,6$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$; $E = 0,25$ dan dengan melakukan variasi dari beberapa nilai α yaitu $\alpha_1 = 0,4$; $\alpha_2 = 0,69$; $\alpha_3 = 0,7$ menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, didapatkan populasi *predator* punah dan populasi *prey* ada yang mengikuti titik setimbang kepunahan *predator* pada variasi $\alpha_1 = 0,4$. Pada variasi $\alpha_2 = 0,69$ didapatkan populasi *predator* punah dan populasi *prey* ada yang mengikuti titik setimbang kepunahan *predator* dan pada variasi $\alpha_3 = 0,7$ didapatkan populasi *predator* dan *prey* keduanya punah. Berdasarkan uraian tersebut semakin besar nilai α (banyaknya mangsa yang ditangkap) yang dimasukkan maka kedua populasi *predator* dan *prey* akan punah. Pada Gambar 4.5 (c) variasi $\alpha_3 = 0,7$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* yaitu pada saat $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$, dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$. Didapatkan $\alpha = 0,7$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b} = \frac{0,42}{0,6} = 0,7$ sehingga $0,7 = 0,7$ tidak memenuhi syarat $\alpha < \alpha_2$, sedangkan $E = 0,25$ dan $E_2 = -r = -0,8$ sehingga $0,25 > -0,8$, dan tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan yaitu pada saat $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Didapatkan $a_1 = -(A + D) = 0,92$ dan $a_2 = (AD - BC) = -0,18$ sehingga $0,92 > 0$ dan $-0,18 < 0$. Pada variasi α_3 tidak mengikuti kedua syarat di atas sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah.

Pada Gambar 4.6 dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai parameter $r = 0,8$; $d = 0,42$; $b = 0,7$; $a = 0,3$; $\alpha = 0,6$; $E = 0,25$ dan dengan melakukan variasi dari beberapa nilai E yaitu $E_1 = 0,25$; $E_2 = 0,31$; $E_3 = 0,32$ menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, didapatkan populasi *predator* dan *prey* sama-sama ada dan mengikuti titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan pada variasi $E_1 = 0,25$. Pada variasi $E_2 = 0,31$ didapatkan populasi *predator* dan *prey* sama-sama ada dan mengikuti titik setimbang kedua spesies hidup berdampingan dan pada variasi $E_3 = 0,32$ didapatkan populasi *predator* dan *prey* keduanya punah. Berdasarkan uraian tersebut semakin besar nilai E (besarnya

pemanenan pada *prey*) yang dimasukkan maka kedua populasi *predator* dan *prey* akan punah. Pada Gambar 4.6 (c) variasi $E_3 = 0,32$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* yaitu pada saat $\alpha < \alpha_2$ dan $E > E_2$, dengan $E_2 = -r$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b}$. Didapatkan $\alpha = 0,6$ dan $\alpha_2 = \frac{d}{b} = \frac{0,42}{0,7} = 0,6$ sehingga $0,6 = 0,6$ tidak memenuhi syarat $\alpha < \alpha_2$, sedangkan $E = 0,32$ dan $E_2 = -r = -0,8$ sehingga $0,32 > -0,8$, dan tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan yaitu pada saat $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Didapatkan $a_1 = -(A + D) = 0,96$ dan $a_2 = (AD - BC) = -0,23$ sehingga $0,96 > 0$ dan $-0,23 < 0$. Pada variasi E_3 tidak mengikuti kedua syarat di atas sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah.

BAB 5. PENUTUP

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang diperoleh dari penerapan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat pada penyelesaian model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey*, serta diberikan saran yang dapat dilakukan sebagai kelanjutan dari skripsi ini.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

- a. Analisis kestabilan asimtotis lokal dari titik setimbang model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* yaitu dengan mencari terlebih dahulu nilai eigen-nya. Kemudian karena model yang digunakan merupakan sistem persamaan non linier maka perlu dilakukan pelinieran dengan menggunakan matriks jacobian. Setelah didapatkan nilai eigen maka dapat ditentukan kestabilannya. Dari model didapatkan titik kesetimbangan kepunahan *predator* dan titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan.
- b. Hasil simulasi menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat menunjukkan bahwa.
 - 1) Hasil yang diperoleh dari penyelesaian numerik menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat sama dengan hasil analitik pada titik kesetimbangan.
 - 2) Pada kasus dengan variasi nilai b , untuk variasi $b_3 = 0,78$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* dan juga tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah.

- 3) Pada kasus dengan variasi nilai α , untuk variasi $\alpha_3 = 0,7$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* dan juga tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah.
- 4) Pada kasus dengan variasi nilai E , untuk variasi $E_3 = 0,32$ tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik setimbang kepunahan *predator* dan juga tidak mengikuti syarat stabil asimtotik pada titik kesetimbangan kedua spesies hidup berdampingan sehingga *predator* dan *prey* keduanya punah.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas adalah penyelesaian secara numerik model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan pada *Prey* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat, sehingga untuk penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode numerik yang berorde lebih tinggi lainnya dengan data yang lebih spesifik.

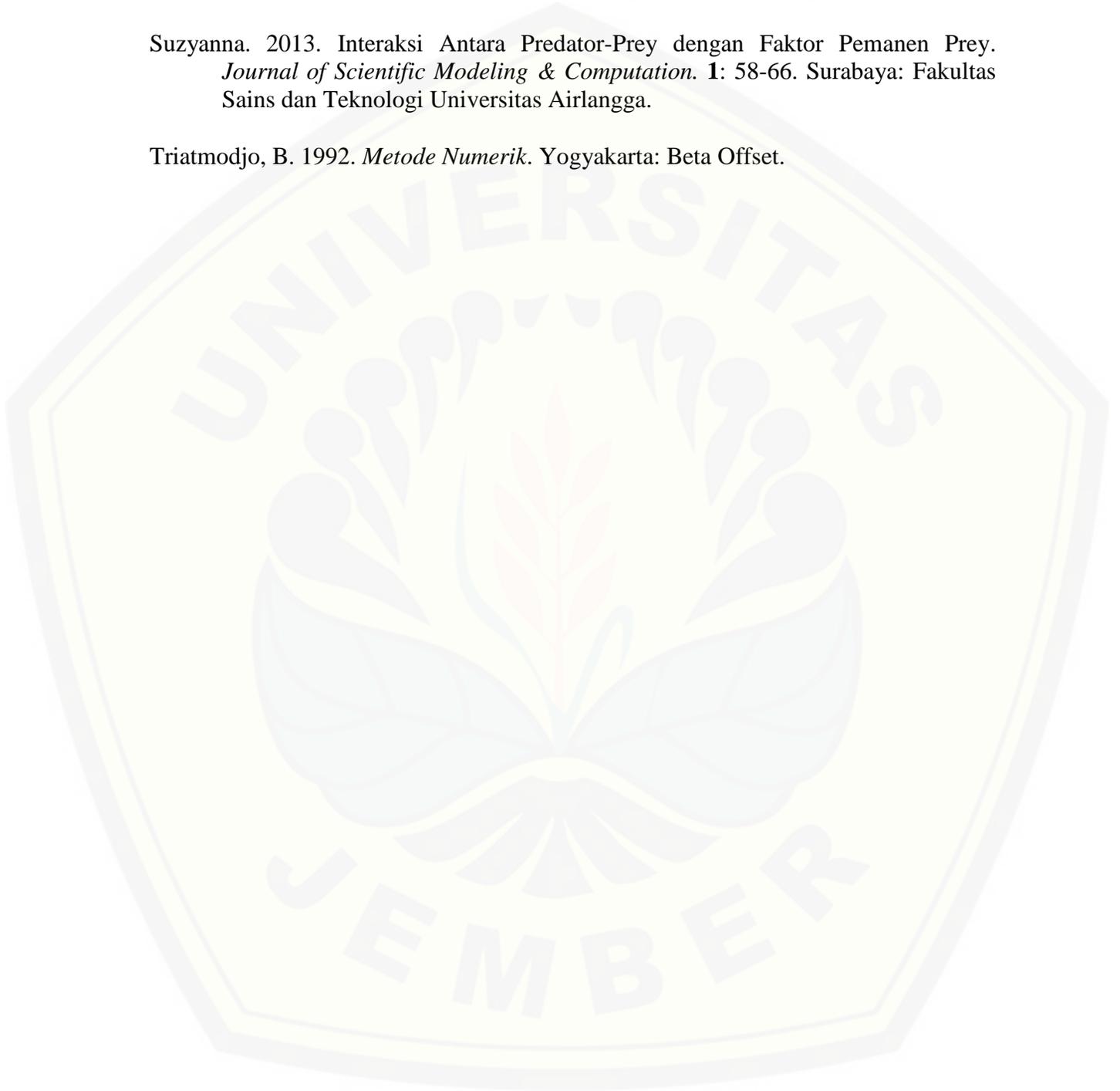
DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer Edisi ke-8*. Terjemahan Refina Indriasari, S. T. Dan Irzam Harmein, S. T. Jakarta: Erlangga.
- Apriadi., Prihandono, B., Noviani, E. 2014. Metode Adams-Bashforth-Moulton dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linier. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*. **03**: 107-116. Pontianak: FMIPA UNTAN.
- Boyce, W. E. Dan DiPrima, R. C. 2008. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Ninth Edition*. John Willey & Sons Inc. New York.
- Chakraborty, S., Pal, S. and Bairagi, N. 2004. Predator-Prey Interaction With Harvesting: Mathematical Study With Biological Ramifications. *Applied Mathematical Modelling*. **36**: 4044-4059.
- Conte, S. D., Boor C. D. 1993. *Dasar-Dasar Analisis Numerik*. Jakarta: Erlangga.
- Hidayat, R. 2006. *Matematika Teknik*. Jember. University Press.
- Ilmiah, N. N., Trisilowati., Alghofari, A. R. 2014. Dynamical Analysis of a Harvested Predator-Prey Model with Ratio-dependent Response Function and Prey Refuge. *Applied Mathematical Sciences*. **8**: 5027-5037. Malang: Departemen Matematika, Fakultas Sains Universitas Brawijaya.
- Neuhauser, C. 2004. *Calculus for Biology and Medicine*. New Jersey: Pearson Education.
- Purnamasari, D., Faisal., Noor A. J. 2009. Kestabilan Sistem Predator-Prey Leslie. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*. **3**: 51-59. Banjarbaru: Program Studi Matematika, Universitas Lambung Mangkurat.
- Purwanto, H., Indriani, G., Dayanti E. 2005. *Aljabar Linier*. Jakarta: PT Ercontara Rajawali.
- Rusandi, D. 2013. *Analisis Kestabilan Model Predator-Prey Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan Pada Predator*. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Surabaya: Departemen Matematika, Fakultas Sains Universitas Airlangga.

Sahid. 2006. *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Yogyakarta: Andi.

Suzyanna. 2013. Interaksi Antara Predator-Prey dengan Faktor Pemanen Prey. *Journal of Scientific Modeling & Computation*. **1**: 58-66. Surabaya: Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.

Triatmodjo, B. 1992. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.



LAMPIRAN

Lampiran A. Skrip Solusi Model *Predator-Prey* Tipe Holling dengan Faktor Pemanenan Pada *Prey*.

A.1 Skrip untuk Proses

```
%-----  
% Solusi Model Predator-Prey Tipe Holling dengan  
% Faktor Pemanenan pada Prey Menggunakan  
% Metode Adams-Bashforth-Moulton Orde Empat  
%-----  
clc;  
h=0.1;  
ulang=0;  
keterangan=cell(1);  
x_all=[]; y_all=[];  
B=[];  
keterangan(1)={'Keseimbangan Predator dan Prey'};  
while ulang<3  
y1=str2num(get(edit1,'string')); %populasi predator  
x1=str2num(get(edit2,'string')); %populasi prey  
K=str2num(get(edit3,'string')); %kapasitas daya tampung  
r=str2num(get(edit4,'string')); %pertumbuhan intrinsik prey  
d=str2num(get(edit5,'string')); %laju kematian predator  
  
if get(step1,'value')==1  
    ulang=4;  
else  
    ulang=ulang+1;  
end  
if get(step3,'value')==1  
    if ulang==1  
b=str2num(get(edit11,'string')); %laju konversi predator  
    elseif ulang==2  
b=str2num(get(edit12,'string'));  
    elseif ulang==3  
b=str2num(get(edit13,'string'));  
    end  
else  
b=str2num(get(edit6,'string'));  
end  
if get(step2,'value')==1  
    if ulang==1  
a=str2num(get(edit11,'string')); %half saturation constan  
    elseif ulang==2
```

```

a=str2num(get(edit12,'string'));
    elseif ulang==3
a=str2num(get(edit13,'string'));
    end
else
a=str2num(get(edit7,'string'));
end
if get(step4,'value')==1
    if ulang==1
alfa=str2num(get(edit11,'string'));    %laju maksimum konsumsi prey
    elseif ulang==2
alfa=str2num(get(edit12,'string'));
    elseif ulang==3
alfa=str2num(get(edit13,'string'));
    end
else
alfa=str2num(get(edit8,'string'));
end
if get(step5,'value')==1
    if ulang==1
E=str2num(get(edit11,'string'));        %laju pemanenan prey
    elseif ulang==2
E=str2num(get(edit12,'string'));
    elseif ulang==3
E=str2num(get(edit13,'string'));
    end
else
E=str2num(get(edit9,'string'));
end

waktu1=str2num(get(edit10,'string'));
if waktu1<5000
    waktu01=5000;
else
    waktu01=waktu1;
end
waktu0=0:h:waktu01;
waktu=length(waktu0)-1;

%-----
% Metode Runge Kutta Orde Empat
for i=1:waktu
    [k1 l1]=fungsi(x1(i),y1(i),alfa,b,a,E,d,r,K);
    [k2 l2]=fungsi(x1(i)+0.5*k1*h,y1(i)+0.5*l1*h,alfa,b,a,E,d,r,K);
    [k3 l3]=fungsi(x1(i)+0.5*k2*h,y1(i)+0.5*l2*h,alfa,b,a,E,d,r,K);
    [k4 l4]=fungsi(x1(i)+k3*h,y1(i)+l3*h,alfa,b,a,E,d,r,K);

    x1(i+1)=x1(i)+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    y1(i+1)=y1(i)+h/6*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end

```

```

%-----
% Metode Adams-Bashforth-Moulton Orde Empat
i=4;
[p(i) q(i)]=fungsi(x1(i),y1(i),alfa,b,a,E,d,r,K);
[p(i-3) q(i-3)]=fungsi(x1(i-3),y1(i-3),alfa,b,a,E,d,r,K);
[p(i-2) q(i-2)]=fungsi(x1(i-2),y1(i-2),alfa,b,a,E,d,r,K);
[p(i-1) q(i-1)]=fungsi(x1(i-1),y1(i-1),alfa,b,a,E,d,r,K);
x=x1;
y=y1;

for i=4:waktu
    [p(i) q(i)]=fungsi(x(i),y(i),alfa,b,a,E,d,r,K);

    % Persamaan Prediktor
    x1(i+1)=x(i)+h/24*(55*p(i)-59*p(i-1)+37*p(i-2)-9*p(i-3));
    y1(i+1)=y(i)+h/24*(55*q(i)-59*q(i-1)+37*q(i-2)-9*q(i-3));

    % Persamaa Korektor
    [p1(i+1) q1(i+1)]=fungsi(x1(i+1),y1(i+1),alfa,b,a,E,d,r,K);

    x(i+1)=x(i)+h/24*(9*p1(i+1)+19*p1(i)-5*p1(i-1)+p1(i-2));
    y(i+1)=y(i)+h/24*(9*q1(i+1)+19*q1(i)-5*q1(i-1)+q1(i-2));
end

```

A.2 Skrip untuk GUI

```

clc; clear all;
close all;
ada=0;
set(0,'Units','points')
Screen = get(0,'screensize');
pos=[0 0 500 340];

win1=figure(...
'units','points',...
'position',[Screen(3:4)/2-pos(3:4)/2 pos(3:4)],...
'color',['green'],...
'resize','off',...
'menubar','none',...
'toolbar','figure',...
'numbertitle','off',...
'name','');

%=====
hp=uipanel('parent',win1,...
'units','points','title','Input Data',...
'position',[0 55 120 340-55],...
'backgroundcolor',['green'],...
'foregroundcolor',[0 0 0],...
'fontweight','bold',...
'fontname','tahoma',...

```

```
'fontsize',10);

labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 320-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Predator: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit1=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[75 320-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 305-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Prey: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit2=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[75 305-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 290-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Nilai K: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit3=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[75 290-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 275-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Nilai r: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit4=uicontrol('parent',win1,...
```

```
'units','points',...
'position',[75 275-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 260-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Nilai d: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit5=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[75 260-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 245-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Nilai b: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit6=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[75 245-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 230-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
'string','Nilai a: ',...
'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit7=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[75 230-10 40 15],...
'style','edit','horizontalalignment','left',...
'string','',...
'fontname','times new roman',...
'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=uicontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 215-10 70 15],...
'style','text','horizontalalignment','left',...
```

```

        'string','Nilai alfa: ',...
        'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
        'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit8=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[75 215-10 40 15],...
    'style','edit','horizontalalignment','left',...
    'string','',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[5 200-10 70 15],...
    'style','text','horizontalalignment','left',...
    'string','Nilai E: ',...
    'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit9=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[75 200-10 40 15],...
    'style','edit','horizontalalignment','left',...
    'string','',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
labell=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[5 185-10 70 15],...
    'style','text','horizontalalignment','left',...
    'string','Waktu: ',...
    'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit10=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[75 185-10 40 15],...
    'style','edit','horizontalalignment','left',...
    'string','',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
%=====
hp=uipanel('parent',win1,...
    'units','points','title','Variasi',...
    'position',[0 0 120 175],...
    'backgroundcolor',['green'],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',10);
step1 = uicontrol('Style','checkbox','String','Tanpa
Variasi','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[5 145 80
15],'parent',win1,'callback','step_1','value',1);

```

```

step2 = uicontrol('Style','checkbox','String','Nilai
a','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[5+1000 130 80 15],'parent',win1,'callback','step_2');
step3 = uicontrol('Style','checkbox','String','Nilai
b','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[5 115+15 80 15],'parent',win1,'callback','step_3');
step4 = uicontrol('Style','checkbox','String','Nilai
alfa','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[5 100+15 80 15],'parent',win1,'callback','step_4');
step5 = uicontrol('Style','checkbox','String','Nilai
E','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[5 85+15 80 15],'parent',win1,'callback','step_5');

%=====
hp=uipanel('parent',win1,...
    'units','points','title','',...
    'position',[0 0 120 56],...
    'backgroundcolor',['green'],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',10);
label11=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[5 35 70 15],...
    'style','text','horizontalalignment','left',...
    'string','Variasi 1: ',...
    'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit11=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[75 35 40 15],...
    'style','edit','horizontalalignment','left',...
    'string','',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
label12=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[5 20 70 15],...
    'style','text','horizontalalignment','left',...
    'string','Variasi 2: ',...
    'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit12=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[75 20 40 15],...
    'style','edit','horizontalalignment','left',...
    'string','',...

```

```

        'fontname','times new roman',...
        'fontsize',12,'fontweight','bold');
label13=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[5 5 70 15],...
    'style','text','horizontalalignment','left',...
    'string','Variasi 3: ',...
    'fontname','times new roman','BackgroundColor',['green'],...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');
edit13=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[75 5 40 15],...
    'style','edit','horizontalalignment','left',...
    'string','',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12,'fontweight','bold');

%=====
hp=uipanel('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[120 55 420 340],...
    'backgroundcolor',[.9 .9 .9],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',12);

grafik1=axes('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[170 100 310 210],...
    'fontsize',10,...
    'color',[1 1 1]);
title('Grafik Predator-Prey');
ylabel('Jumlah Populasi');
xlabel('Waktu');
%=====
hp=uipanel('parent',win1,...
    'units','points','title','',...
    'position',[190 0 120 56],...
    'backgroundcolor',['green'],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',10);
proses2=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[125 30 60 20],...
    'style','Pushbutton',...
    'callback','proses',...
    'string','Ok',...
    'fontname','times new roman',...

```

```
    'fontsize',12);
proses1=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[125 5 60 20],...
    'style','Pushbutton',...
    'callback','RIKA',...
    'string','Reset',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontsize',12);
=====
%Output
step11 = uicontrol('Style','checkbox','String','Grafik
Predator','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[195 35 80
15],'parent',win1,'callback','step_11','enable','off');
step12 = uicontrol('Style','checkbox','String','Grafik
Prey','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[195 20 80
15],'parent',win1,'callback','step_12','enable','off');
step13 = uicontrol('Style','checkbox','String','Predator dan
Prey','fontsize',10,...
    'backgroundcolor',['green'],'unit','points',...
    'pos',[195 5 100
15],'parent',win1,'callback','step_13','enable','off');
```