



**PELABELAN *CORDIAL* PADA BEBERAPA KELAS GRAF POHON**

**SKRIPSI**

Oleh

**Inggi Tri Noviantanti**  
**NIM 061810101076**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2011**



## **PELABELAN *CORDIAL* PADA BEBERAPA KELAS GRAF POHON**

### **SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

oleh

**Inggi Tri Noviantanti**  
**NIM 061810101076**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2011**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Siti Maryam dan Ayahanda Kamiran tercinta yang tidak pernah putus memberi kasih sayang serta doa dan pengorbanan selama ini;
2. kedua kakak tersayang, Edy Siswanto dan Dwi Indarti;
3. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

## **MOTO**

“Allah senantiasa bersama kamu sekalian di manapun kamu berada.”

*(Al-Hadid : 4)*

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

nama : Inggi Tri Noviaranti

NIM : 061810101076

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul : “Pelabelan *Cordial* pada Beberapa Kelas Graf Pohon“ adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 02 Februari 2011

Yang menyatakan,

Inggi Tri Noviaranti

NIM 061810101076

# **SKRIPSI**

## **PELABELAN *CORDIAL* PADA BEBERAPA KELAS GRAF POHON**

Oleh

Inggi Tri Noviaranti  
061810101076

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Pelabelan *Cordial* pada Beberapa Kelas Graf Pohon” telah diuji dan disahkan pada :

hari :

tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,  
(Dosen Pembimbing Utama)

Sekretaris,  
(Dosen Pembimbing Anggota)

Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si.  
NIP 19740813 200003 2 004

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP 19661012 199303 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.  
NIP 19690828 199802 1 001

Agustina Pradjaningsih, S.Si, M.Si.  
NIP 19710802 200003 2 009

Mengesahkan  
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.  
NIP 19610108 198602 1 001

## RINGKASAN

**Pelabelan *Cordial* pada Beberapa Kelas Graf Pohon;** Inggi Tri Noviarianti; 061810101076; 2011; 51 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pelabelan *cordial* pada graf  $G$  merupakan pemberian label pada titik-titiknya dengan 0 dan 1 sehingga sisinya mendapat label harga mutlak dari selisih pelabelan titik-titik yang menempel pada sisinya, yang mempunyai sifat bahwa jumlah titik dan sisi yang berlabel 0 dan 1 berbeda paling banyak satu. Sebuah graf  $G$  dikatakan *cordial* jika dapat dilabeli menurut aturan pelabelan *cordial*. Penulisan skripsi ini bertujuan untuk mendapatkan perumusan pelabelan *cordial* pada graf *superstar*  $S_{mn}$  untuk setiap  $m$  dan  $n=2$ , graf *centipede*  $c_n$  untuk setiap  $n$ , graf *double star*  $DS_n$  untuk setiap  $n$ , graf *banana tree*  $B_{mn}$  untuk setiap  $m$  dan  $n$  serta graf *firecracker*  $f_{mn}$  untuk setiap  $n$  dan  $m$ , jika graf tersebut dapat dilabeli secara *cordial*.

Langkah-langkah penyelesaian dalam melabeli suatu graf  $G$  dengan pelabelan *cordial* adalah mendefinisikan titik-titik pada graf  $G$  dengan label 0 dan 1. Apabila jumlah titik graf  $G$  genap maka label 0 dan 1 berjumlah sama namun jika berjumlah ganjil maka label 0 dan 1 mempunyai selisih satu. Selanjutnya jika  $u$  dan  $v$  adalah titik-titik yang menempel pada sisi  $e$  maka untuk label sisinya diperoleh dari rumus  $f(e) = f(uv) = |f(u) - f(v)|$ , karena titik di  $G$  berlabel 0 dan 1 maka sisi di  $G$  juga akan berlabel 0 dan 1. Jika jumlah sisi yang berlabel 0 dan 1 berjumlah sama atau berselisih satu maka graf  $G$  dapat dilabeli secara *cordial*. Akan tetapi apabila selisih jumlah sisi yang berlabel 0 dan 1 lebih dari satu maka graf  $G$  tidak dapat dilabeli secara *cordial*, untuk itu labeli kembali titiknya dengan label 0 dan 1 di titik yang berbeda sampai diperoleh jumlah sisi yang berlabel 0 dan 1 dengan selisih paling banyak satu. Jika tidak bisa diperoleh jumlah sisi yang berlabel 0 dan 1 berbeda paling banyak satu, maka  $G$  tidak bisa dilabeli secara *cordial*.



Dari penelitian yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa graf *superstar*  $S_{m,2}$  untuk setiap  $m$ , graf *centipede*  $c_n$  untuk setiap  $n$ , graf *double star*  $DS_n$  untuk setiap  $n$ , serta graf *banana tree*  $B_{m,n}$  untuk setiap  $m$  dan  $n$  adalah graf *cordial*. Kemudian pada graf *firecracker*  $f_{m,n}$  untuk setiap  $m$  dan  $n \equiv 0,2,3 \pmod{4}$  serta untuk  $m=2$  dan  $n \equiv 1 \pmod{4}$  juga merupakan graf *cordial*.

## PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT, atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pelabelan *Cordial* pada Beberapa Kelas Graf Pohon”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si. dan Bapak Drs. Rusli Hidayat, MSc. selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
3. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si. dan Ibu Agustina Pradjaningsih, S.Si, M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan masukan guna menyempurnakan penulisan skripsi ini;
4. Bapak Kusbudiono, S.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah banyak memberikan nasehat dan motivasi selama menjadi mahasiswa;
5. teman-teman seperjuangan atas bantuan, inspirasi dan motivasinya selama ini dan teman-teman puri bidari atas tawa, semangat dan persaudaraannya selama ini;
6. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan dan motivasi dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Februari 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	ii
HALAMAN MOTO .....	iii
HALAMAN PERNYATAAN .....	iv
HALAMAN PEMBIBINGAN .....	v
HALAMAN PENGESAHAN .....	vi
RINGKASAN .....	vii
PRAKATA .....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR .....	xii
DAFTAR LAMPIRAN .....	xiv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>	
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Perumusan Masalah</b> .....	2
<b>1.3 Tujuan</b> .....	2
<b>1.4 Manfaat</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
<b>2.1 Pengertian Graf</b> .....	4
<b>2.2 Kelas-kelas Graf</b> .....	8
<b>2.3 Aritmatika Modulo</b> .....	12
<b>2.4 Pelabelan Graf</b> .....	13
2.4.1 Pelabelan <i>Graceful</i> .....	14
2.4.1 Pelabelan <i>Harmonious</i> .....	14
2.4.1 Pelabelan <i>Cordial</i> .....	14
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b>	
<b>3.1 Penotasian Titik dan Sisi</b> .....	17

3.1.1	Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Superstar</i> $S_{m^2}$ .....	17
3.1.2	Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Centipede</i> $c_n$ .....	17
3.1.3	Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Double star</i> $DS_n$ .....	18
3.1.4	Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Banana tree</i> $B_{m,n}$ .....	18
3.1.5	Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Firecracker</i> $f_{m,n}$ .....	19
<b>3.2</b>	<b>Langkah-langkah Penelitian</b> .....	<b>20</b>
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>		
<b>4.1</b>	<b>Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Superstar</i> <math>S_{m,n}</math></b> .....	<b>22</b>
<b>4.2</b>	<b>Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Centipede</i> <math>c_n</math></b> .....	<b>24</b>
<b>4.3</b>	<b>Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Double Star</i> <math>DS_n</math></b> .....	<b>30</b>
<b>4.4</b>	<b>Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Banana Tree</i> <math>B_{m,n}</math></b> .....	<b>32</b>
<b>4.5</b>	<b>Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Firecracker</i> <math>f_{m,n}</math></b> .....	<b>41</b>
4.5.1	Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Firecracker</i> $f_{m,n}$ untuk setiap $m$ dengan $n \equiv 0,2,3 \pmod{4}$ .....	41
4.5.2	Pelabelan <i>Cordial</i> pada Graf <i>Firecracker</i> $f_{m,n}$ untuk setiap $m$ dengan $n \equiv 1 \pmod{4}$ .....	47
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b>		
<b>5.1</b>	<b>Kesimpulan</b> .....	<b>50</b>
<b>5.2</b>	<b>Saran</b> .....	<b>50</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....		<b>51</b>
<b>LAMPIRAN</b> .....		<b>52</b>

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf secara umum .....	4
2.2 Graf untuk mengilustrasikan <i>adjacent</i> dan <i>incident</i> .....	5
2.3 Graf G yang mengandung loop dan sisi ganda .....	6
2.4 (a) Graf reguler derajat 3 (b) bukan graf reguler.....	7
2.5 Graf untuk mengilustrasikan jalan, lintasan, jejak dan siklus .....	8
2.6 (a) Graf terhubung dan (b) Graf tidak terhubung.....	8
2.7 Graf pohon $T_{14}$ .....	9
2.8 Graf lintasan $P_{10}$ .....	9
2.9 Graf <i>superstar</i> $S_{5,2}$ .....	10
2.10 Graf <i>centipede</i> $c_6$ .....	10
2.11 Graf bintang $S_9$ .....	11
2.12 Graf <i>double star</i> $DS_7$ .....	11
2.13 Graf <i>banana tree</i> $B_{3,4}$ .....	12
2.14 Graf <i>firecracker</i> $f_{3,4}$ .....	12
2.15 Pelabelan <i>graceful</i> pada graf siklus $C_3$ .....	14
2.16 Pelabelan <i>harmonious</i> pada graf siklus $C_3$ .....	14
2.17 Pelabelan <i>cordial</i> pada graf roda $W_4$ .....	15
3.1 Penotasian titik dan sisi pada graf <i>superstar</i> $S_{3,2}$ .....	18
3.2 Penotasian titik dan sisi pada graf <i>centipede</i> $c_3$ .....	19
3.3 Penotasian titik dan sisi pada graf <i>double star</i> $DS_3$ .....	19
3.4 Penotasian titik dan sisi pada graf <i>banana tree</i> $B_{2,4}$ .....	20
3.5 Penotasian titik dan sisi pada graf <i>firecracker</i> $f_{2,4}$ .....	21

4.1	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>superstar</i> $S_{16,2}$ .....	24
4.2	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>centipede</i> $c_7$ dan $c_8$ .....	29
4.3	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>double star</i> $DS_7$ dan $DS_{10}$ .....	32
4.4	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>banana tree</i> $B_{3,8}$ dan $B_{4,5}$ .....	40
4.5	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>banana tree</i> $B_{3,7}$ dan $B_{2,15}$ .....	40
4.6	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>firecracker</i> $f_{37}$ dan $f_{21c}$ .....	45
4.7	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>firecracker</i> $f_{45}$ .....	47
4.8	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>firecracker</i> $f_{39}$ .....	47
4.9	Pelabelan <i>cordial</i> pada graf <i>firecracker</i> $f_{2,21}$ .....	49

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Jumlah Titik dan Sisi Label 0 dan 1 pada Graf <i>Superstar</i> $S_{m,n}$ .....	52
B. Bukti Perumusan Pelabelan Sisi pada Graf <i>Superstar</i> $S_{m,n}$ .....	53
C. Pemrograman dan Output Pelabelan Graf.....	54