

# **PROSIDING SEMINAR NASIONAL**

**Yogyakarta, 27 Desember 2014**

**Tema :**

**Revitalisasi Pendidikan Matematika Menuju AFTA 2015**

**Editor :**

**Dr. Suparman, M.Si., DEA.**

**Sugiyarto, P.hD.**

**Dr. Tutut Herawan, M.Si.**

**Bidang Ilmu :**

**Pendidikan Matematika dan Matematika**

## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warrahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur kami haturkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan Rahmat dan karunia-Nya sehingga acara Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan (SENDIKMAD 2014) dapat berjalan dengan sukses. Tak lupa Shalawat dan Salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW yang senantiasa kita nantikan Syafa'atnya di hari akhir nanti. Selamat datang kami ucapkan kepada seluruh peserta dan pemakalah yang bergabung dengan SENDIKMAD 2014. Adapun tema seminar nasional kali ini adalah "Revitalisasi Pendidikan Matematika Menuju AFTA 2015". Seminar nasional ini ditujukan untuk para peneliti, dosen, guru, mahasiswa, dan juga masyarakat yang peduli pada pendidikan matematika.

Kami merasa senang dan bangga karena kami telah mengundang empat pembicara utama yang ahli di bidangnya masing-masing. Salah satu diantaranya berasal dari luar negeri yaitu Dr Thien Lei Mee dari SEAMEO RECSAM Penang Malaysia. Dan juga pembicara dari dalam negeri yaitu Dr. Ir. Illah Sailah, MS. dari Dirjen BELMAWA DIKTI, Prof. Dr. Suharsimi Arikunto dari Universitas Ahmad Dahlan, dan Dr. Tutut Herawan, M.Si. dari Universitas Ahmad Dahlan. Selain itu kami selaku panitia merasa senang atas partisipasi dari 239 pemakalah dan peserta seminar yang datang dari berbagai daerah di Indonesia. Terdapat sekitar 168 pemakalah yang mempresentasikan karya tulisnya yang berkaitan dengan pendidikan matematika dan matematika murni.

SENDIKMAD 2014 tidak dapat berjalan dengan baik tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Kami sangat berterimakasih kepada Rektor Universitas Ahmad Dahlan dan Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Ahmad Dahlan. Terimakasih juga kami ucapkan kepada Pengurus Himpunan Mahasiswa Program Studi (HMPS) Pendidikan Matematika dan juga pihak sponsorship yang telah turut membantu kelancaran SENDIKMAD 2014.

Akhir kata, Kami selaku panitia berharap seminar nasional ini dapat menuai manfaat yang besar di kemudian hari dan juga anda merasa nyaman selama berada di Yogyakarta.

Wassalamu'alaikum Warrahmatullahi Wabarakatuh.

Yogyakarta, 23 Desember 2014

Penyusun

---

**SAMBUTAN KAPRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
PADA ACARA PEMBUKAAN SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN MATEMATIKA  
SENDIKMAD 2014**

Asalamu'alaikum Wr. Wb

1. Yth. Rektor Universitas Ahmad Dahlan
2. Yth. Dekan FKIP UAD
3. Yth. Para Pembicara utama
4. Yth. Pemakalah dan peserta seminar
5. Yth. Bapak/ Ibu Tamu Undangan, serta hadirin sekalian

Puji Syukur kami haturkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan Hidayah- Nya sehingga acara Seminar Nasional Pendidikan matematika Ahmad Dahlan (SENDIKMAD 2014) dapat berjalan dengan sukses. Tak lupa Sholawat dan Salam selalu tercurahkan kepada nabi Muhammad SAW yang senantiasa kita nantikan Syafa'atnya di akhir nanti. Selamat datang kami ucapkan kepada seluruh peserta dan pemakalah yang bergabung dengan SENDIKMAD 2014. Adapun tema kali ini adalah “Revitalisasi Pendidikan Matematika Menuju AFTA 2015”. Seminar ini merupakan kegiatan rutin tahunan prodi pendidikan matematika yang ditujukan kepada peneliti, dosen, guru, mahasiswa dan juga masyarakat yang peduli pada pendidikan matematika.

Kami merasa senang dan bangga karena kami telah mengundang pembicara-pembicara utama yang ahli pada bidangnya masing-masing. Salah satu diantaranya berasal dari luar negeri yaitu Dr. Thien Lei Mee dari SEAMEO RECSAM Penang Malaysia dan juga pembicara dari dalam negeri yaitu Dr. Ir. Illah Sailah, MS. Direktorat BELMAWA DIKTI, Prof. Dr. Suharsimi Arikunto dari UAD dan Dr. Tutut Herawan juga dari UAD. Kami atas nama panitia mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas kesediaan beliau semua hadir dalam acara ini. Selain itu kami selaku panitia merasa senang atas partisipasi dari 235 peserta yang datang dari berbagai daerah di Indonesia. Terdapat 167 pemakalah yang mempresentasikan karya tulisnya yang berkaitan dengan pendidikan matematika, matematika murni dan juga terapan.

SENDIKMAD 2014 tidak dapat berjalan tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Kami sangat berterimakasih kepada Rektor Universitas Ahmad Dahlan dan Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Ahmad Dahlan atas dorongan, dukungan dan fasilitas yang disediakan. Terimakasih kepada seluruh sponsor dan semua pihak yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu yang telah turut membantu kelancaran SENDIKMAD 2014. Terimakasih juga kami ucapkan kepada pengurus Himpunan mahasiswa Program Studi (HMPS) Pendidikan matematika dan teman-teman panitia yang telah bekerja keras demi suksesnya penyelenggaraan seminar ini.

Akhir kata selaku ketua program studi sekaligus panitia berharap seminar nasional ini dapat menuai manfaat yang besar di kemudian hari dan anda juga merasa nyaman selama berada di Yogyakarta.

Kami juga mengucapkan terimakasih kepada Bapak, Ibu dan Saudara peserta yang telah berkenan mengikuti seminar ini hingga selesai nantinya. Atas nama panitia,

kami mohon maaf yang sebesar-besarnya jika dalam kegiatan ini terdapat kesalahan, kekurangan maupun hal-hal yang tidak/ kurang berkenan di hati Bapak, Ibu dan saudara sekalian.

Semoga seminar ini dapat memberikan sumbangan dalam memajukan pendidikan matematika dan matematika guna mewujudkan Indonesia yang lebih baik

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Kaprodi pendidikan matematika

Drs. H. Abdul Tarom, M.Si.

**SAMBUTAN REKTOR UAD  
PADA ACARA PEMBUKAAN SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN MATEMATIKA  
SENDIKMAD 2014**

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

1. Yth. Dekan FKIP UAD
2. Yth. Para Pembicara utama
3. Yth. Pemakalah dan peserta seminar
4. Yth. Bapak/ Ibu Tamu Undangan, serta hadirin sekalian

Puji Syukur kami haturkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan Hidayah- Nya sehingga acara Seminar Nasional Pendidikan matematika Ahmad Dahlan (SENDIKMAD 2014) dapat berjalan dengan sukses. Tak lupa Sholawat dan Salam selalu tercurahkan kepada nabi Muhammad SAW yang senantiasa kita nantikan Syafa'atnya di akhir nanti. Selamat datang kami ucapkan kepada seluruh peserta dan pemakalah yang bergabung dengan SENDIKMAD 2014. Adapun tema kali ini adalah “Revitalisasi Pendidikan Matematika Menuju AFTA 2015”. Seminar ini ditujukan kepada peneliti, dosen, guru, mahasiswa dan juga masyarakat yang peduli pada pendidikan matematika.

Secara khusus perkenalkan saya mengucapkan terimakasih kepada Dr. Thien Lei Mee dari SEAMEO RECSAM Penang Malaysia , Dr. Ir. Illah Sailah, MS. Direktorat BELMAWA DIKTI, Prof. Dr. Suharsimi Arikunto dari UAD dan Dr. Tutut Herawan juga dari UAD yang telah berkenan menjadi pembicara utama pada semiar ini.

Harapan kami dengan adanya seminar ini adalah terjadinya tukar informasi antar berbagai pihak terkait, serta terjalinnya kerjasama yang baik antar dosen, peneliti,guru serta mahasiswa di seluruh Indonesia untuk mewujudkan masyarakat Indonesia yang maju, sejahtera dan berkarakter. Seminar nasional ini harus mampu mendorong para dosen dan praktisi di bidang pendidika matematika dan matematika murni untuk senantiasa melakukan inovasi demi kemajuan bangsa Indonesia.

Akhirnya saya mengucapkan terimakasih atas partisipasinya dalam seminar yang diselenggarakan rutin tiap tahun oleh prodi pendidikan matematika FKIP UAD ini dengan harapan semoga seminar ini memberikan motivasi bagi para peserta untuk terus berkarya memajukan bangsa ini di masa mendatang.

Selanjutnya perkenalkan saya menyampaikan penghargaan dan ucapan terimakasih kepada para sponsor yang telah mendukung pelaksanaan seminar ini, serta panitia pelaksana seminar yang telah mempersiapkan pelaksanaan seminar ini sehingga berjalan dengan baik dan lancar.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Rektor UAD

Dr. Kasiyarno, M.Hum

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
KATA PENGANTAR .....	ii
SAMBUTAN KAPRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA .....	iii
SAMBUTAN REKTOR UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN .....	v
<b>STRATEGI <i>MNEMONIC</i> DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA .....</b>	<b>1</b>
<b>PENGARUH PENGGUNAAN MODEL <i>STUDENT FACILITATOR AND EXPLAINING</i> BERBANTUAN DOMINO MATEMATIKA TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA .....</b>	<b>12</b>
<b>PENERAPAN MODEL MATEMATISASI BERJENJANG PADA MATERI PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN BILANGAN BULAT .....</b>	<b>20</b>
<b>PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL <i>NUMBERED HEADS TOGETHER</i> (NHT) UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA KELAS VIII-A SMP NEGERI 23 PEKANBARU.....</b>	<b>32</b>
<b>PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN <i>TREFFINGER</i> TERHADAP KEMAMPUAN BERPIKIR ALJABAR DAN KEMANDIRIAN BELAJAR SISWA .....</b>	<b>42</b>
<b>Studi Kasus: Perkembangan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas V Sekolah Dasar Melalui Penerapan Metode Menulis Jurnal Dalam Pembelajaran Matematika .....</b>	<b>52</b>
<b>PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN CORE (<i>CONNECTING, ORGANIZING, REFLECTING</i> DAN <i>EXTENDING</i>) DENGAN PENDEKATAN <i>SCIENTIFIC</i> UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA.....</b>	<b>66</b>
<b>Pengaruh Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Think Talk Write</i> terhadap Pemahaman Konsep Matematis Siswa Kelas VIII SMP .....</b>	<b>79</b>
<b>PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL <i>NUMBERED HEADS TOGETHER</i> (NHT) UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR</b>	

<b>MATEMATIKA SISWA KELAS XI IPA 6 SMA NEGERI 5 PEKANBARU .....</b>	<b>85</b>
<b>Pembelajaran Matematika Berbasis Otak .....</b>	<b>97</b>
<b>PENGARUH STRATEGI <i>THE POWER OF TWO</i> TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA.....</b>	<b>109</b>
<b>PENGARUH MODEL KOOPERATIF TIPE <i>SNOWBALL THROWING</i> DENGAN STRATEGI <i>STUDENT TEAM HEROIC LEADERSHIP</i> BERBANTUAN ALAT PERAGA UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA .....</b>	<b>117</b>
<b>Analisis Kurikulum, Problematika dan Kasus Pembelajaran Matematika di Sekolah Pokok Bahasan Keliling dan Luas Lingkaran .....</b>	<b>128</b>
<b>Sudut Pandang Siswa terhadap <i>Mathematical Beauty</i> dan Perannya.....</b>	<b>140</b>
<b>Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Pendekatan <i>Model Eliciting Activities (MEAs)</i> untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa SMP.....</b>	<b>147</b>
<b>Mengembangkan Ranah Kognitif dan Afektif <i>Adolescence</i> melalui Pembelajaran Matematika .....</b>	<b>160</b>
<b>Penerapan Asesmen Portofolio Berbantuan CD Interaktif dalam Kemampuan Representasi Matematis Siswa SMP .....</b>	<b>173</b>
<b>Pengaruh Pendekatan Investigasi terhadap Kemampuan Pemahaman Matematis dan Disposisi Matematis Siswa .....</b>	<b>180</b>
<b>KUALITAS ALAT EVALUASI MATEMATIKA DALAM KEMAMPUAN KOGNITIF DAN ANALISISNYA .....</b>	<b>191</b>
<b>STUDI LITERATUR: MODEL PEMBELAJARAN SINEKTIK UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIS DAN <i>SELF CONFIDENCE</i> SISWA.....</b>	<b>199</b>
<b>Analisa Dampak Sistem Evaluasi Mandiri Dan Sistem Evaluasi Bersama Terhadap Prestasi Belajar Mahasiswa Baru ITS .....</b>	<b>212</b>
<b>ENHANCE MATHEMATICS LEARNING OUTCOMES OF SOCIAL SCIENCE OF SENIOR HIGH SCHOOL STUDENT'S THROUGH COOPERATIVE LEARNING <i>NUMBEREDS HEAD TOGETHER</i> .....</b>	<b>218</b>
<b>Diagnosis Kesalahan Konsep Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) pada Siswa SMP Kota Bengkulu.....</b>	<b>230</b>

<b>MENINGKATKAN KEMAMPUAN HEURISTIK SISWA SMP MELALUI PENDEKATAN METAKOGNITIF .....</b>	<b>243</b>
<b>PEMANFAATAN TEKNOLOGI INFORMASI DAN KOMUNIKASI DENGAN SOFTWARE GEOGEBRA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA.....</b>	<b>252</b>
<b>Meningkatkan Pemahaman Konsep Operasi Hitung Bilangan Bulat Melalui Metode Bermain Peran Dalam Permainan Kotak Bus Pada Kelas IV SDN 87 Buttakeke.....</b>	<b>262</b>
<b>Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa SMP menggunakan Pendekatan <i>Open-ended</i> .....</b>	<b>274</b>
<b>PENERAPAN METODE ACCELERATED LEARNING DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA SMP.....</b>	<b>288</b>
<b>PENERAPAN PENDEKATAN KONTEKSTUAL DENGAN PEMBERIAN TUGAS <i>MIND MAP</i> SETELAH PEMBELAJARAN TERHADAP PENINGKATAN KEMAMPUAN KONEKSI MATEMATIS SISWA SMP.....</b>	<b>297</b>
<b>Pembelajaran Matematika Humanistik Untuk Mengembangkan Ranah Kognitif dan Afektif Siswa.....</b>	<b>306</b>
<b>PENENTUAN FORMULASI MATEMATIKA DARI SUSUNAN AWAL KARTU PADA PERMAINAN KARUT DENGAN LONCATAN DUA KARTU .....</b>	<b>319</b>
<b>PENGARUH PEMBELAJARAN <i>MATH GAMES METHOD</i> TERHADAP PENINGKATAN KECERDASAN LOGIS MATEMATIS SISWA SMP.....</b>	<b>338</b>
<b>PENERAPAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN <i>OPEN-ENDED</i> UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUANKONEKSI MATEMATIS SISWA .....</b>	<b>352</b>
<b>TINGKAT KREATIVITAS SISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA DIVERGEN DITINJAUDARI GAYA BELAJAR SISWA .....</b>	<b>361</b>
<b>PENERAPAN <i>TEACHING WITH ANALOGIES</i> DISERTAI MODEL 5E (<i>ENGAGE, EXPLORE, EXPLAIN, ELABORATE, AND EVALUATE</i>) UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN SISWA SMP .....</b>	<b>372</b>



<b>PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERUPA CD PEMBELAJARAN INTERAKTIF PADA MATERI BANGUN RUANG SISI DATAR DI KELAS VIII SMP .....</b>	<b>384</b>
<b>HUBUNGAN ANTARA KEMAMPUAN NUMERIK DENGAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIK SISWA DI SMP .....</b>	<b>397</b>
<b>Pembelajaran melalui Pendekatan Konstruktivisme untuk Meningkatkan Aktivitas Siswa dan Prestasi Matematika.....</b>	<b>404</b>
<b>PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH, KOMUNIKASI MATEMATIS MELALUI PENDEKATAN KETERAMPILAN METAKOGNITIF DENGAN MEMPERHATIKAN GAYA KOGNITIF SISWA SMP .....</b>	<b>418</b>
<b>PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN VAK (VISUAL, AUDITORI DAN KINESTETIK) BERBASIS <i>OPEN-ENDED PROBLEM</i> UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIS SISWA.....</b>	<b>432</b>
<b>PENERAPAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA GASING UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN SISWA SEKOLAH DASAR PADA PEMBAGIAN.....</b>	<b>438</b>
<b>Penerapan Pembelajaran Matematika GASING untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa Kelas III Sekolah Dasar pada Perkalian .....</b>	<b>454</b>
<b>STRATEGI PEMBELAJARAN KONFLIK KOGNITIF (<i>COGNITIVE CONFLICT</i>) UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA SMP .....</b>	<b>465</b>
<b>Analisis Hambatan Belajar (<i>Learning Obstacle</i>) Pada Mata Kuliah Kalkulus III.....</b>	<b>474</b>
<b>PENGARUH SOFTWARE MATEMATIKA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI DAN MINAT BELAJAR SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA.....</b>	<b>485</b>
<b>PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERBASIS PROYEK BERBANTUAN ICT DAN INSTRUMEN UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN, KOMUNIKASI STATISTIS SERTA <i>ACADEMIC HELP-SEEKING</i> MAHASISWA .....</b>	<b>499</b>
<b>Pengembangan Perangkat Pembelajaran Materi Logika Matematika dengan Pendekatan PMRI untuk Siswa SMA Kelas X .....</b>	<b>515</b>

<b>Pengaruh Motivasi dan Aktivitas dalam Pendekatan Pembelajaran Konstruktivisme terhadap Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematis pada Mata Kuliah Aljabar Linear 1 .....</b>	<b>525</b>
<b>Efektivitas Pembelajaran Matematika Menggunakan Metode <i>Group Investigation</i> Dengan Pendekatan Matematika Realistik terhadap Pemahaman Konsep dan Komunikasi Matematis Siswa Kelas VII .....</b>	<b>536</b>
<b><i>PROBLEM-BASED LEARNING</i>: MENINGKATKAN KEMAMPUAN METAKOGNITIF SISWA SMA .....</b>	<b>547</b>
<b>PENGARUH PENDEKATAN KETERAMPILAN PROSES DENGAN STRATEGI “MARTIN” TERHADAP KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA.....</b>	<b>560</b>
<b>PROSES BERPIKIR GEOMETRI SISWA TUNANETRA DALAM MEMAHAMI SEGIEMPAT DENGAN MENGGUNAKAN TEORI BERPIKIR VAN HIELE .....</b>	<b>569</b>
<b>Pemanfaatan Software Geogebra Berbantuan E-Learning dalam Pembelajaran Geometri.....</b>	<b>578</b>
<b>PENGARUH BAHAN AJAR MATEMATIKA BERBASIS KONSTRUKTIF ISLAMI TERHADAP PENINGKATAN KEMAMPUAN MENGAJAR MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA.....</b>	<b>587</b>
<b>Pengaruh Pendekatan Sainifik Berbasis <i>Assessment for Learning</i> pada Pembelajaran Geometri Dalam Meningkatkan <i>Self-Concept</i> Matematis Siswa .....</b>	<b>600</b>
<b>PROFIL KEMAMPUAN NUMBER SENSE SISWA SEKOLAH DASAR KELAS VI DALAM MENYELESAIKAN SOAL OPERASI BILANGAN BULAT .....</b>	<b>613</b>
<b>Penerapan Pendekatan Sainifik dan Model Pembelajaran <i>Problem Based Learning</i> pada Materi Limit Fungsi dalam Meningkatkan Motivasi Belajar Matematika Siswa.....</b>	<b>627</b>
<b>Modifikasi Metode Pembelajaran <i>Problem Posing</i> dengan Pendekatan CTL untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Siswa .....</b>	<b>640</b>
<b>UPAYA MENINGKATKAN AKTIVITAS BELAJAR MATEMATIKA MELALUI MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>TWO STAY TWO STRAY</i> PADA SISWA KELAS XI IPA 2 SMA MUHAMMADIYAH IMOIRI .....</b>	<b>647</b>

<b>PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATEMATIKA DENGAN MEMANFAATKAN PROGRAM GEOGEBRA UNTUK MENINGKATKAN PEMAHAMAN KONSEP DAN KEMANDIRIAN BELAJAR SISWA PADA POKOK BAHASAN TRANSFORMASI (Suatu Penelitian Pengembangan).....</b>	<b>658</b>
<b>EKSPERIMENTASI MODEL PEMBELAJARAN <i>DISCOVERY LEARNING</i> (DL) BERBASIS <i>ASSESSMENT FOR LEARNING</i> (AFL) MELALUI <i>PEER ASSESSMENT</i> .....</b>	<b>670</b>
<b>PENINGKATAN INTERAKSI BELAJAR SISWA MENGGUNAKAN MODEL BELAJAR KELOMPOK PADA SISWA KELAS VII SEKOLAH MENENGAH PERTAMA .....</b>	<b>677</b>
<b><i>Mind Map</i>, Alternatif Pembelajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi dan Disposisi Matematis .....</b>	<b>687</b>
<b>Fenomena Pemberian PR Dalam Usaha Meningkatkan Kualitas Sumber Daya Manusia (SDM) .....</b>	<b>697</b>
<b>EKSPERIMENTASI MODEL PEM BELAJARAN <i>THINK PAIR SHARE</i> (TPS) BERBASIS <i>ASSESSMENT FOR LEARNING</i> (AFL) MELALUI <i>PEER ASSESSMENT</i> .....</b>	<b>710</b>
<b>PEMBELAJARAN LANGSUNG YANG TERMODIFIKASI UNTUK MENINGKATKAN PRESTASI BELAJAR DAN EFIKASI DIRI MAHASISWA PADA MATA KULIAH GEOMETRI ANALITIK .....</b>	<b>719</b>
<b>MENGGUNAKAN SEJARAH MATEMATIKA DALAM PEMBELAJARAN VOLUM BANGUN RUANG DENGAN PENDEKATAN PMRI .....</b>	<b>727</b>
<b>Penggunaan Pemahaman Intuitif Siswa Kelas 5 SD dalam Menyelesaian Masalah Persen .....</b>	<b>738</b>
<b>PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>TALKING CHIPS</i> BERBANTUAN CD PEMBELAJARAN <i>CAMTASIA</i> TERHADAP KEMAMPUAN PEMAHAMAN MATEMATIS .....</b>	<b>751</b>
<b>DESAIN DIDAKTIS BAHAN AJAR PERTIDAKSAMAAN.....</b>	<b>758</b>
<b>Profil penyelesaian Soal Cerita Siswa Sekolah Dasar Pada Materi Pecahan Ditinjau Dari Gender .....</b>	<b>772</b>
<b>ANALISIS PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA MODEL PLOM PADA SISWA SMK JURUSAN OTOMOTIF UNTUK MATERI BARISAN DAN DERET .....</b>	<b>781</b>

<b>INTERAKSI BELAJAR MATEMATIKA SISWA DALAM PEMBELAJARAN KOOPERATIF .....</b>	<b>801</b>
<b>Tingkatan Koneksi Matematis Siswa MTs pada Pemecahan Masalah Terapan Sistem Persamaan Linear .....</b>	<b>807</b>
<b>MENINGKATKAN HASIL BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN <i>THINK PAIR SHARE</i> (TPS) MATERI BILANGAN BULAT PADA SISWA KELAS IV SD .....</b>	<b>820</b>
<b>ASESMEN AUTENTIK (SIKAP DAN KETERAMPILAN) DAN PROBLEMANYA.....</b>	<b>832</b>
<b>Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematik Mahasiswa Pada Mata Kuliah Teori Grup Melalui Pembelajaran Tutor Sebaya .....</b>	<b>843</b>
<b>MENDORONG KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH MELALUI KEGIATAN PEMBELAJARAN BERMAKNA UNTUK MENINGKATKAN KUALITAS PEMAHAMAN PADA MATA KULIAH TEORI PROBABILITAS .....</b>	<b>854</b>
<b>PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN “BUSAKA” (BUKU SAKU STATISTIKA) DENGAN MODEL 4D-THIAGARAJAN.....</b>	<b>865</b>
<b>PENERAPAN TEORI BELAJAR KONSTRUKTIVISME DENGAN MODEL KOOPERATIF TPS UNTUK MENINGKATKAN AKTIVITAS DAN HASIL BELAJAR MAHASISWA PADA MATA KULIAH ALJABAR LINIER.....</b>	<b>886</b>
<b>Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Model Kooperatif Tipe <i>Team Assisted Individualization</i> Berbasis Konstruktivisme untuk meningkatkan kemampuan berpikir kreatif .....</b>	<b>895</b>
<b>Model Matematika Aliran Konveksi Campuran Pada Fluida Viskoelastik <i>Magnetohydrodynamics</i> (MHD) Yang Melewati Silinder Sirkular Berpori.....</b>	<b>903</b>
<b>Karakteristik Nilai Eigen, Vektor Eigen, dan <i>Eigenmode</i> dari Matriks Tak Tereduksi dalam Aljabar Max-Plus .....</b>	<b>912</b>
<b>Analisis Dinamik Model Epidemik Tipe <i>SEIT</i> dengan Perbedaan Periode Laten dan Tingkat Kejadian Tersaturasi .....</b>	<b>924</b>
<b>MODEL ALIRAN KONVEKSI CAMPURAN YANG MELEWATI PERMUKAAN SEBUAH BOLA .....</b>	<b>936</b>

<b>PEMODELAN DAN ANALISIS KESTABILAN MODEL DIVERSIFIKASI BERAS DAN NON-BERAS DENGAN PEMBERIAN SUBSIDI PADA NON-BERAS.....</b>	<b>948</b>
<b>Pelabelan Total Super <math>(a,d)</math>-<math>H</math>-Covering Pada Amalgamasi Star .....</b>	<b>959</b>
<b>Fluida Viskos-Elastis yang Melewati Pelat Datar dengan Memperhatikan Faktor Hidrodinamika.....</b>	<b>969</b>
<b>PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF DRAGON GANDA <math>2D_n</math> (m ) UNTUK <math>n=3</math> dan <math>m \geq 3</math> .....</b>	<b>978</b>
<b>Model Rantai Pasok Menggunakan <i>Petri Net</i> dan Aljabar <i>Max Plus</i> dengan Mempertimbangkan Prioritas Transisi.....</b>	<b>985</b>
<b>Penerapan Twin Bounded Support Vector Machine untuk Prediksi Tingkat Pencemaran Bahan Organik di Sungai Kali Surabaya. ....</b>	<b>1003</b>
<b>Desain dan Analisa Sistem Kendali Gerak pada Sistem Propulsi dan <i>Fin</i> Kapal Selam Tanpa Awak (<i>Autonomous Underwater Vehicle</i>) .....</b>	<b>1014</b>
<b>MODEL MATEMATIKA ALIRAN KONVEKSI BEBAS FLUIDA VISKOELASTIK YANG MELEWATI PERMUKAAN SEBUAH BOLA.....</b>	<b>1025</b>
<b>KENDALI OPTIMAL SISTEM PERGUDANGAN DENGAN PRODUKSI YANG MENGALAMI KEMEROSOTAN.....</b>	<b>1038</b>
<b>Estimasi Posisi Kapal Selam Tanpa Awak Berdasarkan Lintasannya dengan Menggunakan metode <i>Extended Kalman Filter</i> .....</b>	<b>1052</b>
<b>MODEL MATEMATIKA ALIRAN FLUIDA VISKOELASTIS YANG MELEWATI SILINDER SIRKULAR .....</b>	<b>1062</b>
<b>Model Asimetris EGARCH Volatilitas Return Indeks Saham pada Pasar Saham Syariah dan Konvensional.....</b>	<b>1071</b>
<b>Bilangan Dominasi Jarak Dua pada Graf-Graf Hasil Operasi <i>Comb</i>.....</b>	<b>1080</b>
<b>Analisis Dinamik Model Prey Predator Pada Udang Windu (<i>Paneus Monodon</i>) di Tambak Tradisional .....</b>	<b>1093</b>
<b>DIMENSI METRIK BINTANG GRAF JAHANGIR <math>J_{k,s}</math> dengan <math>k \geq 4</math> dan <math>s = 2</math> .....</b>	<b>1100</b>
<b>Dimensi Partisi Graf Garis dari Graf <i>Friendship</i> <math>K_1 + mK_2</math> .....</b>	<b>1108</b>
<b>Deteksi Kecacatan Peluru Berbasis Citra Digital Menggunakan <i>Modified Line Detection</i>.....</b>	<b>1117</b>

<b>Pemodelan Bayesian SUR Spasial <i>Autoregressive</i> pada Kasus Heteroskedastisitas .....</b>	<b>1124</b>
<b>Deteksi <i>Abnormality</i> melalui BIRADS untuk Memprediksi Posisi dan Potensi Keganasan Kanker pada Kasus Kanker Payudara (<i>Ca mammae</i>) di Jawa Timur dengan Pendekatan Multinomial Normit Analysis .....</b>	<b>1137</b>
<b>Penerapan Logika Fuzzy Mamdani untuk Diagnosa Penyakit Hipertiroid .....</b>	<b>1146</b>
<b>JARINGAN SYARAF <i>RADIAL BASIS FUNCTION</i> (RBF) UNTUK KLASIFIKASI PENYAKIT KARIES GIGI .....</b>	<b>1158</b>
<b>Studi Penerapan Bus Sekolah di Jombang Menggunakan Aljabar Max-Plus .....</b>	<b>1167</b>
<b>MODIFIKASI DISTRIBUSI PERJALANAN COMMUTER LINE JABODETABEK DENGAN MODEL GRAVITASI VOORHEES .....</b>	<b>1175</b>
<b>Pengaruh Tingkat Kemiringan Tanah dan Pola Tanam Graf Tangga Segitiga Terhadap Sirkulasi Udara Pada Perkebunan Kopi .....</b>	<b>1181</b>
<b>PERUBAHAN NILAI TUKARIMPOR DAN HARGA KONSUMEN DI KAMBOJA DAN INDONESIA: BUKTI DARI VEKTOR AUTOREGRESI (VAR) .....</b>	<b>1187</b>
<b>KARAKTERISASI IDEAL MAKSIMAL <i>FUZZY NEAR-RING</i> .....</b>	<b>1199</b>
<b>Metode Numerik Pada Persamaan Diferensial Parsial Dengan Metode Beda Hingga .....</b>	<b>1208</b>
<b>Solusi Numerik Persamaan Diferensial Parsial Dengan Metode Sapuan Ganda .....</b>	<b>1214</b>
<b>Mengkonstruksi Algoritma Bentuk Numerik Pada Sistem Persamaan Linear .....</b>	<b>1222</b>
<b>Pemodelan GSTARX Dengan Intervensi <i>Pulse</i> dan <i>Step</i> Untuk Peramalan Wisatawan Mancanegara .....</b>	<b>1230</b>
<b>Nilai Strong Rainbow Connection pada Graf Khusus dan Hasil Operasinya .....</b>	<b>1242</b>
<b>PENGEMBANGAN TOTAL SELIMUT SUPER PADA GRAF SHACKLETRIANGULAR BOOK .....</b>	<b>1249</b>
<b>BILANGAN KROMATIK PADA PENGOPERASIAN GRAF LINTASAN DENGAN GRAF LINGKARAN .....</b>	<b>1257</b>
<b>PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTIMAGIC PADA GABUNGAN SALING LEPAS GRAF DAUN <math>mLgn</math> .....</b>	<b>1263</b>

<b>SUPER(a,d)-H ANTI MAGIC TOTAL COVERING PADA GABUNGAN SALING LEPAS GRAF TRIANGULAR LADDER .....</b>	<b>1271</b>
<b>PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTI MAGIC PADA GABUNGAN SALING LEPAS GRAF SEMI PARASUT .....</b>	<b>1280</b>
<b>SUPER (A,D)-H-ANTIMAGIC TOTAL COVERING PADA GRAF SEMI WINDMILL .....</b>	<b>1287</b>
<b>Pewarnaan Titik pada Operasi-Operasi Graf Roda .....</b>	<b>1296</b>
<b>Dominating Set Dan Total Dominating Set Dari Graf-Graf Khusus .....</b>	<b>1301</b>
<b>Keantimagikan Super Total Selimut pada Gabungan Saling Lepas Graf Shackle Triangular Book .....</b>	<b>1308</b>
<b>BILANGAN DOMINASI PADA GRAF HASIL OPERASI .....</b>	<b>1321</b>
<b>Analisis Sirkulasi Udara Pada Tanaman Kopi Berdasarkan Faktor Tanaman Pelindung dan Pola Tanam Graf Tangga Menggunakan Metode Volume Hingga .....</b>	<b>1326</b>
<b>Pelabelan Super (a; d)-Edge Antimagic Total dari Sackle Graf Buku Berorder Tiga Super (a; d)-Edge Antimagic Total Labeling Of Book Of Order Three .....</b>	<b>1334</b>
<b>Model <i>Mixture Survival</i> Spasial Pada Angka Lama Sekolah Anak Umur 16-18 Tahun di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012 .....</b>	<b>1339</b>
<b>METODE <i>FAST DOUBLE BOOTSTRAP</i> PADA REGRESI SPASIAL DATA PANEL DENGAN <i>SPATIAL FIXED EFFECT</i> (Studi Kasus : Persentase Penduduk Miskin di Provinsi NTB) .....</b>	<b>1349</b>
<b>Studi Simulasi Grafik Pengendali <i>T2</i> Hotelling untuk Pengamatan Individual Menggunakan Estimator <i>Robust</i> RMCD .....</b>	<b>1358</b>
<b>Pemodelan Pemberian Imunisasi Dasar dan ASI Eksklusif Menggunakan Regresi Probit Biner Bivariat di Provinsi Kalimantan Selatan .....</b>	<b>1372</b>
<b>Peramalan Data Musiman Dengan Model Winter .....</b>	<b>1382</b>
<b>Pemodelan Produksi Kedelai di Provinsi Jawa Tengah menggunakan Dua Proses Spasial .....</b>	<b>1388</b>
<b>APLIKASI METODE <i>PARTIAL LEAST SQUARES</i> (PLS) DALAM PEMODELAN PRESTASI MAHASISWA BIDIK MISI FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM (FMIPA) UNIVERSITAS SRIWIJAYA ANGKATAN 2010-2012 .....</b>	<b>1393</b>

<b>PEMODELAN PRESTASI MAHASISWA BIDIK MISI UNSRI DENGAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (<i>STRUCTURAL EQUATION MODELS</i>) (DENGAN METODE ESTIMASI <i>MAXIMUM LIKELIHOOD</i>) .....</b>	<b>1407</b>
<b>ESTIMASI PROBIT DATA PANEL MODEL <i>RANDOM EFFECT</i> .....</b>	<b>1425</b>
<b>PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK POLA PENYEBARAN ASAP DARI CEROBONG PABRIK GULA PT. SEMBORO JEMBERJAWA TIMUR DENGAN MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA .....</b>	<b>1432</b>
<b>Pelabelan Total Super (a,d)-sisi Antimagic pada Gabungan Graf Buah Naga .....</b>	<b>1439</b>
<b>The Rainbow Connection Number of Special Graphs .....</b>	<b>1445</b>
<b>Pelabelan Total Super (a,d)-sisi Antimagic pada Gabungan Graf Rem Cakram .....</b>	<b>1449</b>
<b>Algoritma Penjadwalan Perkuliahan dengan Kasus <i>Team Teaching</i> dengan Metode <i>Vertex Coloring Graph</i> .....</b>	<b>1458</b>



# Keantimagikan Super Total Selimut pada Gabungan Saling Lepas Graf Shackle Triangular Book

Ika Hesti A.<sup>1,2</sup>, Putri Rizky H.P.<sup>1,2</sup>, Dafik<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>CGANT - Universitas Jember

<sup>2</sup>Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

hestyarin@gmail.com, Putrirhp@gmail.com

<sup>3</sup>Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember,  
d.dafik@unej.ac.id

## Abstract

Sebuah graf sederhana  $G = (V, E)$  dengan  $V, E$  adalah masing-masing himpunan titik dan sisi, memiliki selimut- $\mathcal{H}$  jika setiap sisi pada  $E$  merupakan bagian dari subgraf  $G$  yang isomorphik dengan  $\mathcal{H}$ . Total selimut  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -antimagic adalah sebuah graf  $G$  yang memiliki label titik dan sisi sedemikian hingga himpunan bobot total untuk setiap subgraf  $H$  dari  $G$  yang isomorfis dengan  $\mathcal{H}$  membentuk barisan aritmatik  $\{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (s - 1)d\}$ , dimana  $a$  suku pertama dan  $d$  adalah beda yang merupakan bilangan bulat tak negatif, sedangkan  $s$  adalah jumlah subgraf pada  $G$  yang isomorfis dengan  $\mathcal{H}$ . Jika  $f(v) = \{1, \dots, |V|\}$ , maka graf  $G$  disebut graf super  $\mathcal{H}$ -antimagic. Penelitian ini mengkaji keantimagikan total selimut pada gabungan saling lepas graf shackle triangular book yang dinotasikan dengan  $mSBt_n$ .

**Key Words :** *Total selimut super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -antimagic, Shackle graf triangular book, Gabungan saling lepas.*

## Pendahuluan

Pelabelan graf diperkenalkan oleh Rosa di tahun 1967 [2]. Suatu pelabelan adalah pemetaan satu-satu yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf pada bilangan bulat tak negatif yang disebut dengan label. Pelabelan magic adalah pemetaan dari himpunan sisi graf  $G$  pada bilangan real non-negatif, sehingga jumlah label sisi di sekitar titik pada graf  $G$  semuanya sama. Sedangkan jika semua sisi mempunyai bobot sisi yang berbeda dan himpunan bobot sisi dari semua sisi membentuk barisan aritmatika dengan suku pertama  $a$  dan beda  $d$  maka pelabelan tersebut disebut pelabelan antimagic.

Pelabelan total ajaib kemudian dikembangkan menjadi pelabelan covering ajaib yang pertama kali diperkenalkan oleh Gutiérrez dan Lladó pada tahun 2005. Suatu graf  $G = (V(G), E(G))$  dikatakan memiliki pelabelan covering  $\mathcal{H}$ -ajaib jika setiap garis pada  $E(G)$  termuat dalam subgraf  $H'$  dari  $G$  yang isomorfik dengan  $\mathcal{H}$ . Dalam hal ini  $\mathcal{H}$  merupakan subgraf dari  $G$ . Lihat [4]. Oleh Inayah dkk kemudian dikembangkan suatu pelabelan selimut  $\mathcal{H}$ -antimagic, dengan penjelasan bahwa suatu pelabelan covering  $\mathcal{H}$ -antimagic pada graf  $G$  adalah sebuah fungsi bijektif sehingga terdapat jumlahan yang merupakan barisan aritmatika  $a, a + d, a + 2d, \dots, a + (t - 1)d$ . Pelabelan covering  $\mathcal{H}$ -antimagic dikatakan sebagai fungsi bijektif karena label covering pada suatu graf tersebut selalu berbeda dan berurutan [5].

Setiap pelabelan graf memiliki nilai batas atas  $d$  yang berbeda dan nilai  $d$  tidak tunggal. Nilai  $d \leq s$  dengan  $d$  adalah bilangan bulat non negatif dan  $s$  merupakan

nilai terbesar  $d$  dalam suatu graf. Hasil-hasil pelabelan super  $((a, d))$ - $\mathcal{H}$ -antimagic covering yang sudah ditemukan diantaranya adalah pelabelan selimut  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$  anti ajaib super pada graf fan, sun, dan generalized Petersen oleh Karyanti pada tahun 2012 [1, 10, 8, 7]. Pada tahun 2013, Inayah juga meneliti mengenai suatu pelabelan selimut  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -antimagic covering pada graf kipas  $F_n$  dan graf roda  $W_n$  [6]. Oleh karena itu, penelitian ini mengkaji mengenai pelabelan super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -antimagic covering pada gabungan saling lepas shackle graf triangular book. Maryati dkk (2010) mendefinisikan graf shackle dinotasikan dengan  $shack(G_1, G_2, \dots, G_k)$ , sebagai sebuah graf yang dibentuk dari  $k$  graf tak terhubung tak trivial  $G_1, G_2, \dots, G_k$  dimana  $k$  merupakan bilangan bulat positif. Lebih detail lihat [9]. Gabungan saling lepas graf shackle triangular book dinotasikan dengan  $mSBt_n$  juga disebut shackle graf triangular book  $mSBt_n$  diskonektif yang didefinisikan sebagai gabungan dari sebanyak  $m$  salinan graf triangular book.

## Batas Atas $d$

Gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  juga disebut shackle graf triangular book  $mSBt_n$  diskonektif didefinisikan sebagai gabungan dari sebanyak  $m$  salinan graf triangular book yang mempunyai titik  $V(mSBt_n) = \{x_i^k, y_i^k, z_j^k, p_j^k; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq n+1; 1 \leq k \leq m\}$  dan sisi  $E(mSBt_n) = \{p_i^k z_i^k; 1 \leq i \leq n+1; 1 \leq k \leq m\} \cup \{p_i^k y_i^k \cup p_i^k x_i^k \cup p_i^k p_{i+1}^k \cup p_{i+1}^k z_i^k \cup p_{i+1}^k y_i^k \cup p_{i+1}^k x_i^k \cup x_i^k z_{i+1}^k; 1 \leq i \leq n; 1 \leq k \leq m\}$ . Batas atas  $d$  dari shackle graf triangular book  $SBt_n$  dapat ditentukan dengan teknik yang sama dalam menurunkan sebuah graf super edge antimagic total apa tidak, sebagaimana disajikan dalam [3]:

**Lemma 1** *Jika sebuah graf  $G(V, E)$  adalah pelabelan super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$  antimagic total covering maka  $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$  untuk  $s = |H_i|$ ,  $p_G = |V|$ ,  $q_G = |E|$ ,  $p_H = |V'|$ ,  $q_H = |E'|$ .*

**Bukti.**  $f(V) = \{1, 2, 3, \dots, p_G\}$  dan  $f(E) = \{p_G + 1, p_G + 2, p_G + 2, \dots, p_G + q_G\}$ . Misalkan graf  $(p_G, q_G)$  mempunyai pelabelan super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$  antimagic total covering dengan fungsi total  $f(V \cup E) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, p_G + q_G\}$  maka himpunan bobot selimut sebuah graf adalah  $\{a, a + d, a + 2d, \dots, a(s-1)d\}$  dimana  $a$  merupakan bobot selimut terkecil maka berlaku:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + \dots + p_H + (p_G + 1) + (p_G + 2) + \dots + (p_G + q_H) &\leq a \\ \frac{p_H}{2}(1 + p_H) + q_H p_G + \frac{q_H}{2}(1 + q_H) &\leq a \\ \frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} &\leq a \end{aligned}$$

Sedangkan untuk nilai terbesar berlaku:

$$\begin{aligned} a + (s-1)d &\leq p_G + p_G - 1 + p_G - 2 + \dots + (p_G - (p_H - 1)) + (p_G + q_G) \\ &\quad + (p_G + q_G - 1) + (p_G + q_G - 2) + \dots + (p_G + q_G - (q_H - 1)) \\ &\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(1 + (p_H - 1)) + q_H p_G + q_H p_G \\ &\quad - \frac{q_H - 1}{2}(1 + (q_H - 1)) \\ &\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(s-1)d &\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - a \\
&\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - \\
&\quad \left(\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}\right) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H p_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} - \left(\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}\right) \\
&= p_H p_G + q_H q_G - p_H^2 - q_H^2 \\
&= p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2 \\
&= (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H \\
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{(s-1)}
\end{aligned}$$

Dari persamaan diatas terbukti bahwa batas atas  $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$  jika graf  $G$  memiliki pelabelan super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -antimagic total selimut dari berbagai famili graf.  $\square$

## Hasil Penelitian

Untuk menentukan batas atas  $d$  gabungan saling lepas shackle graf triangular book sesuai dengan Lemma 1 adalah sebagai berikut:

$\diamond$  **Observasi 1** *Jika gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  memiliki pelabelan super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$  antimagic total covering maka  $d \leq 96m$ , dimana  $m \geq 1$ .*

**Bukti.** Shackle graf triangular book  $SBt_n$  memiliki himpunan titik  $V(mSBt_n) = \{x_i^k, y_i^k, z_j^k, p_j^k; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq n+1; 1 \leq k \leq m\}$  dan sisi  $E(mSBt_n) = \{p_i^k z_i^k; 1 \leq i \leq n+1; 1 \leq k \leq m\} \cup \{p_i^k y_i^k \cup p_i^k x_i^k \cup p_i^k p_{i+1}^k \cup p_{i+1}^k z_i^k \cup p_{i+1}^k y_i^k \cup p_{i+1}^k x_i^k \cup x_i^k z_{i+1}^k; 1 \leq i \leq n; 1 \leq k \leq m\}$ . Sedangkan jumlah titik  $p_G = 4nm + 2m$  dan sisi  $q_G = 8nm + m$ , dan jumlah titik selimut adalah  $p_H = 6m$  serta jumlah sisi selimut adalah  $q_H = 9m$  dengan jumlah selimut  $nm$ . Sesuai dengan Lemma 1, batas atas nilai beda  $d$  adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1} \\
&\leq \frac{(4nm + 2m - 6m)6m + (8nm + m - 9m)9m}{(n-1)m} \\
&\leq \frac{(4nm - 4m)6m + (8nm - 8m)9m}{mn - m} \\
&\leq \frac{96nm^2 - 96m^2}{mn - m} \\
&\leq \frac{96m(n-1)}{n-1} \\
&\leq 96m
\end{aligned}$$

Karena pelabelan  $\mathcal{SHAT}$  selalu menggunakan bilangan bulat positif, maka nilai  $d \geq 0$  dan  $d$  adalah bilangan bulat, sehingga  $d \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 96m\}$ .  $\square$

Hasil dari penelitian ini didapatkan beberapa teorema mengenai gabungan graf shackle triangular book adalah sebagai berikut:

◇ **Teorema 1** *Ada pelabelan super  $(73mn + 32m + 15, 15)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .*

**Bukti.** Labeli titik shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $\alpha_1$  dengan label sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\alpha_1(p_i^j) &= j + 4mi - 4m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_1(z_i^j) &= j + 4mi - 3m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_1(y_i^j) &= j + 4mi - 2m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_1(x_i^j) &= j + 4mi - m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Jika  $w_{\alpha_1}$  didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book, maka fungsi bijektif  $w_{\alpha_1}$  dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}w_{\alpha_1} &= \alpha_1(p_i) + \alpha_1(x_i) + \alpha_1(y_i) + \alpha_1(z_i) + \alpha_1(p_{i+1}) + \alpha_1(z_{i+1}) \\ &= (j + 4mi - 4m) + (j + 4mi - m) + (j + 4mi - 2m) + (j + 4mi - 3m) \\ &\quad + (j + 4m(i + 1) - 4m) + (j + 4m(i + 1) - 3m), \\ &= 24mi + 6j - 9m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Labeli sisi shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $f_1$  dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}f_1(p_i^j z_i^j) &= 5mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ f_1(x_i^j z_{i+1}^j) &= 6mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_1(p_{i+1}^j x_i^j) &= 7mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_1(p_{i+1}^j y_i^j) &= 8mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_1(p_{i+1}^j z_i^j) &= 9mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_1(p_i^j p_{i+1}^j) &= 10mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_1(p_i^j x_i^j) &= 11mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_1(p_i^j y_i^j) &= 12mn + 3m - mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Jika  $W_{\alpha_1}$  didefinisikan sebagai bobot total covering pada shackle graf triangular book diskonektif berdasarkan penjumlahan bobot selimut  $w_{\alpha_1}$  dengan label sisinya maka  $W_{\alpha_1}$  dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book dan rumus 9 label sisi  $f_1$  dengan syarat batas  $i$  dan  $j$  yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}W_{\alpha_1} &= w_{\alpha_1} + f_1(p_i^j z_i^j) + f_1(p_{i+1}^j z_{i+1}^j) + f_1(x_i^j z_{i+1}^j) + f_1(p_{i+1}^j x_i^j) + \\ &\quad f_1(p_{i+1}^j y_i^j) + f_1(p_{i+1}^j z_i^j) + f_1(p_i^j p_{i+1}^j) + f_1(p_i^j x_i^j) + f_1(p_i^j y_i^j) \\ &= 73mn + 15mi + 17m + 15j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Dengan demikian barisan aritmatika dari  $W_{\alpha_1} = \{73mn + 32m + 15, 73mn + 32m + 30, \dots, 88nm + 32m\}$ . Karena  $U_n = a + (s - 1)b = 73mn + 32m + 15 + (mn - 1)15 = 88nm + 32m$  maka terbukti bahwa ada pelabelan super  $(73mn + 32m + 15, 15)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .  $\square$

$\diamond$  **Teorema 2** *Ada pelabelan super  $(70mn + 34m + 16, 17)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .*

**Bukti.** Labeli titik shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $\alpha_2$  dengan label sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\alpha_2(p_i^j) &= j + mi - m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_2(z_i^j) &= mn + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_2(y_i^j) &= 2mn + m + j + i, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_2(x_i^j) &= 3mn + m + j + mi, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Jika  $w_{\alpha_2}$  didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book, maka fungsi bijektif  $w_{\alpha_2}$  dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}w_{\alpha_2} &= \alpha_2(p_i) + \alpha_2(x_i) + \alpha_2(y_i) + \alpha_2(z_i) + \alpha_2(p_{i+1}) + \alpha_2(z_{i+1}) \\ &= (j + mi - m) + (3mn + m + j + mi) + (2mn + m + j + i) + \\ &\quad (mn + mi + j) + (j + m(i + 1) - m) + (mn + m(i + 1) + j), \\ &= 7mn + 6mi + 2m + 6j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Himpunan bobot selimut di atas adalah  $w_{\alpha_2} = \{7mn + 8m + 6, 7mn + 8m + 12, 7mn + 8m + 18, \dots, 13mn + 8m\}$  membentuk barisan aritmatika dengan  $d = 6$ . Karena  $U_n = a + (n - 1)b = 7mn + 8m + 6 + (mn - 1)6 = 13mn + 8m$  maka terbukti bahwa fungsi bobot selimut  $w_{\alpha_2} = 13mn + 8m$ . Selanjutnya untuk membentuk selimut total, diperlukan label sisi. Labeli sisi shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $f_2$  dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}f_2(p_i^j z_i^j) &= 4mn + j + mi + m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ f_2(p_{i+1}^j z_i^j) &= 5mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_2(p_i^j y_i^j) &= 6mn + 2m + j + i, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_2(p_{i+1}^j y_i^j) &= 7mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_2(p_i^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_2(p_{i+1}^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_2(x_i^j z_{i+1}^j) &= 10mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_2(p_i^j p_{i+1}^j) &= 11mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\end{aligned}$$

Jika  $W_{\alpha_2}$  didefinisikan sebagai bobot covering total selimut pada shackle graf triangular book diskonektif berdasarkan penjumlahan bobot selimut  $w_{\alpha_2}$  dengan label sisinya

maka  $W_{\alpha_2}$  dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book dan rumus 9 label sisi  $f_2$  dengan syarat batas  $i$  dan  $j$  yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{\alpha_2} &= w_{\alpha_2} + f_2(p_i^j z_i^j) + f_2(p_{i+1}^j z_{i+1}^j) + f_2(x_i^j z_{i+1}^j) + f_2(p_{i+1}^j x_i^j) + \\ &\quad f_2(p_{i+1}^j y_i^j) + f_2(p_{i+1}^j z_i^j) + f_2(p_i^j p_{i+1}^j) + f_2(p_i^j x_i^j) + f_2(p_i^j y_i^j) \\ &= 70mn + 17mi + 17m + 17j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

Dengan demikian barisan aritmatika dari  $W_{\alpha_2} = \{70mn + 34m + 16, 70mn + 34m + 33, \dots, 87nm + 34m - 1\}$ . Karena  $U_n = a + (s-1)b = 70mn + 34m + 16 + (mn-1)17 = 87nm + 34m - 1$  maka terbukti bahwa ada pelabelan super  $(70mn + 34m + 16, 17)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .  $\square$

$\diamond$  **Teorema 3** *Ada pelabelan super  $(69mn + 34m + 17, 19)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .*

**Bukti.** Labeli titik shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $\alpha_3$  dengan label sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha_3(p_i^j) &= j + mi - m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_3(z_i^j) &= mn + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_3(y_i^j) &= 2mn + m + j + i, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ \alpha_3(x_i^j) &= 3mn + m + j + mi, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

Jika  $w_{\alpha_3}$  didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book, maka fungsi bijektif  $w_{\alpha_3}$  dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha_3} &= \alpha_3(p_i) + \alpha_3(x_i) + \alpha_3(y_i) + \alpha_3(z_i) + \alpha_3(p_{i+1}) + \alpha_3(z_{i+1}) \\ &= (j + mi - m) + (3mn + m + j + mi) + (2mn + m + j + i) + \\ &\quad (mn + mi + j) + (j + m(i + 1) - m) + (mn + m(i + 1) + j), \\ &= 7mn + 6mi + 2m + 6j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

Himpunan bobot selimut di atas adalah  $w_{\alpha_3} = \{7mn + 8m + 6, 7mn + 8m + 12, 7mn + 8m + 18, \dots, 13mn + 8m\}$  membentuk barisan aritmatika dengan  $d = 6$ . Karena  $U_n = a + (n-1)b = 7mn + 8m + 6 + (mn-1)6 = 13mn + 8m$  maka terbukti bahwa fungsi bobot selimut  $w_{\alpha_3} = 13mn + 8m$ . Selanjutnya untuk membentuk selimut total, diperlukan label sisi. Labeli sisi shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $f_3$  dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_3(p_i^j z_i^j) &= 4mn + j + mi + m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ f_3(p_{i+1}^j z_i^j) &= 5mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3(p_i^j y_i^j) &= 6mn + 2mi + m + 2j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_3(p_{i+1}^j y_i^j) &= 6mn + 2mi + m + 2j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_3(p_i^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_3(p_{i+1}^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_3(x_i^j z_{i+1}^j) &= 10mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_3(p_i^j p_{i+1}^j) &= 11mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$

Jika  $W_{\alpha_3}$  didefinisikan sebagai bobot covering total selimut pada shackle graf triangular book diskonektif berdasarkan penjumlahan bobot selimut  $w_{\alpha_3}$  dengan label sisinya maka  $W_{\alpha_3}$  dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book dan rumus 9 label sisi  $f_3$  dengan syarat batas  $i$  dan  $j$  yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{\alpha_3} &= w_{\alpha_3} + f_3(p_i^j z_i^j) + f_3(p_{i+1}^j z_{i+1}^j) + f_3(x_i^j z_{i+1}^j) + f_3(p_{i+1}^j x_i^j) + \\
&\quad f_3(p_{i+1}^j y_i^j) + f_3(p_{i+1}^j z_i^j) + f_3(p_i^j p_{i+1}^j) + f_3(p_i^j x_i^j) + f_4(p_i^j y_i^j) \\
&= 69mn + 19mi + 15m + 19j - 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$

Dengan demikian barisan aritmatika dari  $W_{\alpha_3} = \{69mn + 34m + 17, 70mn + 34m + 36, \dots, 88nm + 34m - 2\}$ . Karena  $U_n = a + (s-1)b = 69mn + 34m + 17 + (mn-1)19 = 88nm + 34m - 2$  maka terbukti bahwa ada pelabelan super  $(69mn + 34m + 17, 19)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .  $\square$

$\diamond$  **Teorema 4** *Ada pelabelan super  $(68mn + 34m + 18, 21)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .*

**Bukti.** Labeli titik shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $\alpha_4$  dengan label sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\alpha_4(p_i^j) &= 2mi + 2j - 2m - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\
\alpha_4(z_i^j) &= 2mi + 2j - 2m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\
\alpha_4(y_i^j) &= 2mn + m + j + mi, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
\alpha_4(x_i^j) &= 3mn + m + j + mi, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$

Jika  $w_{\alpha_4}$  didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book, maka fungsi bijektif  $w_{\alpha_4}$  dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
w_{\alpha_4} &= \alpha_4(p_i) + \alpha_4(x_i) + \alpha_4(y_i) + \alpha_4(z_i) + \alpha_4(p_{i+1}) + \alpha_4(z_{i+1}) \\
&= (2mi + 2j - 2m - 1) + (3mn + m + j + mi) + (2mn + m + j + mi) + \\
&\quad (2mi + 2j - 2m) + (2m(i+1) + 2j - 2m - 1) + (2m(i+1) + 2j - 2m), \\
&= 5mn + 10mi - 2m + 10j - 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$

Himpunan bobot selimut di atas adalah  $w_{\alpha_4} = \{5mn + 8m + 8, 5mn + 8m + 18, 5mn + 8m + 28, \dots, 15mn + 8m - 2\}$  membentuk barisan aritmatika dengan  $d = 10$ . Karena  $U_n = a + (n - 1)b = 5mn + 8m + 8 + (mn - 1)10 = 15mn + 8m - 2$  maka terbukti bahwa fungsi bobot selimut  $w_{\alpha_4} = 15mn + 8m - 2$ . Selanjutnya untuk membentuk selimut total, diperlukan label sisi. Labeli sisi shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $f_4$  dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f_4(p_i^j z_i^j) &= 4mn + j + mi + m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\
f_4(p_{i+1}^j z_i^j) &= 5mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_4(p_i^j y_i^j) &= 6mn + mi + j + 2m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_4(p_{i+1}^j y_i^j) &= 7mn + mi + 2m + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_4(p_i^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_4(p_{i+1}^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_4(x_i^j z_{i+1}^j) &= 10mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
f_4(p_i^j p_{i+1}^j) &= 11mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$

Jika  $W_{\alpha_4}$  didefinisikan sebagai bobot covering total selimut pada shackle graf triangular book diskonektif berdasarkan penjumlahan bobot selimut  $w_{\alpha_4}$  dengan label sisinya maka  $W_{\alpha_4}$  dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book dan rumus 9 label sisi  $f_4$  dengan syarat batas  $i$  dan  $j$  yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{\alpha_4} &= w_{\alpha_4} + f_4(p_i^j z_i^j) + f_4(p_{i+1}^j z_{i+1}^j) + f_4(x_i^j z_{i+1}^j) + f_4(p_{i+1}^j x_i^j) + \\
&\quad f_4(p_{i+1}^j y_i^j) + f_4(p_{i+1}^j z_i^j) + f_4(p_i^j p_{i+1}^j) + f_4(p_i^j x_i^j) + f_4(p_i^j y_i^j) \\
&= 68mn + 21mi + 13m + 21j - 3, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$

Dengan demikian barisan aritmatika dari  $W_{\alpha_4} = \{68mn + 34m + 18, 68mn + 34m + 39, \dots, 89nm + 34m - 3\}$ . Karena  $U_n = a + (s - 1)b = 68mn + 34m + 18 + (mn - 1)21 = 89nm + 34m - 3$  maka terbuktilah bahwa ada pelabelan super  $(68mn + 34m + 18, 21)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .  $\square$

$\diamond$  **Teorema 5** *Ada pelabelan super  $(67mn + 34m + 19, 23)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .*

**Bukti.** Labeli titik shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $\alpha_5$  dengan label sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\alpha_5(p_i^j) &= 2mi + 2j - 2m - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\
\alpha_5(z_i^j) &= 2mi + 2j - 2m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\
\alpha_5(y_i^j) &= 2mn + m + j + mi, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\
\alpha_5(x_i^j) &= 3mn + m + j + mi, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m
\end{aligned}$$



Jika  $w_{\alpha_5}$  didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book, maka fungsi bijektif  $w_{\alpha_5}$  dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha_5} &= \alpha_5(p_i) + \alpha_5(x_i) + \alpha_5(y_i) + \alpha_5(z_i) + \alpha_5(p_{i+1}) + \alpha_5(z_{i+1}) \\ &= (2mi + 2j - 2m - 1) + (3mn + m + j + mi) + (2mn + m + j + mi) + \\ &\quad (2mi + 2j - 2m) + (2m(i + 1) + 2j - 2m - 1) + (2m(i + 1) + 2j - 2m), \\ &= 5mn + 10mi - 2m + 10j - 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

Himpunan bobot selimut di atas adalah  $w_{\alpha_5} = \{5mn + 8m + 8, 5mn + 8m + 18, 5mn + 8m + 28, \dots, 15mn + 8m - 2\}$  membentuk barisan aritmatika dengan  $d = 10$ . Karena  $U_n = a + (n - 1)b = 5mn + 8m + 8 + (mn - 1)10 = 15mn + 8m - 2$  maka terbukti bahwa fungsi bobot selimut  $w_{\alpha_5} = 15mn + 8m - 2$ . Selanjutnya untuk membentuk selimut total, diperlukan label sisi. Labeli sisi shackle graf triangular book  $mSBt_n$  dengan fungsi bijektif  $f_5$  dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_5(p_i^j z_i^j) &= 4mn + j + mi + m, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n + 1, 1 \leq j \leq m \\ f_5(p_{i+1}^j z_i^j) &= 5mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_5(p_i^j y_i^j) &= 6mn + 2mi + m + 2j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_5(p_{i+1}^j y_i^j) &= 6mn + 2mi + m + 2j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_5(p_i^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j - 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_5(p_{i+1}^j x_i^j) &= 8mn + m + 2mi + 2j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_5(x_i^j z_{i+1}^j) &= 10mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ f_5(p_i^j p_{i+1}^j) &= 11mn + 2m + mi + j, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

Jika  $W_{\alpha_5}$  didefinisikan sebagai bobot covering total selimut pada shackle graf triangular book diskonektif berdasarkan penjumlahan bobot selimut  $w_{\alpha_5}$  dengan label sisinya maka  $W_{\alpha_5}$  dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah 6 label titik dari  $\mathcal{H} = Bt_3 + 2e$  yang menjadi covering pada shackle graf triangular book dan rumus 9 label sisi  $f_5$  dengan syarat batas  $i$  dan  $j$  yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{\alpha_5} &= w_{\alpha_5} + f_5(p_i^j z_i^j) + f_5(p_{i+1}^j z_{i+1}^j) + f_5(x_i^j z_{i+1}^j) + f_5(p_{i+1}^j x_i^j) + \\ &\quad f_5(p_{i+1}^j y_i^j) + f_5(p_{i+1}^j z_i^j) + f_5(p_i^j p_{i+1}^j) + f_5(p_i^j x_i^j) + f_5(p_i^j y_i^j) \\ &= 67mn + 23mi + 11m + 23j - 4, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \end{aligned}$$

Dengan demikian barisan aritmatika dari  $W_{\alpha_5} = \{67mn + 34m + 19, 67mn + 34m + 42, \dots, 90nm + 34m - 4\}$ . Karena  $U_n = a + (s - 1)b = 67mn + 34m + 19 + (mn - 1)23 = 90nm + 34m - 4$  maka terbukti bahwa ada pelabelan super  $(67mn + 34m + 19, 23)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -antimagic total covering pada shackle graf triangular book  $mSBt_n$  untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .  $\square$

Namun demikian, sesuai dengan batas atas  $d \leq 96m$ , sedangkan dalam penelitian ini baru diketemukan  $d \in \{15, 17, 19, 21, 23\}$  sehingga masih tersisa  $d$  yang lain yang belum diketemukan. Oleh karena itu penelitian mengajukan masalah terbuka berikut:

**Open Problem 1** Tentukan super  $(a, d)$ - $(Bt_3 + 2e)$ -total covering pada gabungan saling lepas graf shackle triangular book  $mSBt_n$  bila  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$  untuk  $d \leq 96m$  selain  $d \in \{15, 17, 29, 21, 23\}$ .

## Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian diatas, maka dapat disimpulkan bahwa gabungan saling lepas shackle graf triangular book  $mSBt_n$  memiliki pelabelan super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$  antimagic total covering untuk  $d = \{0, 1, 2, 3, \dots, 96m\}$ . Peneliti telah menemukan *SHATC* (Super  $\mathcal{H}$  Antimagic Total Covering) untuk gabungan graf shackle triangular book  $d \in \{15, 17, 19, 21, 23\}$ . Hasil penelitian ini dibuktikan bahwa gabungan shackle graf triangular book  $mSBt_n$  terdapat fungsi bijektif pelabelan super  $(73mn + 32m + 15, 15)$ ,  $(70mn + 34m + 16, 17)$ ,  $(69mn + 34m + 17, 19)$ ,  $(68mn + 34m + 18, 21)$ , dan  $(67mn + 34m + 19, 23)$ - $(Bt_3 + 2e)$  antimagic total covering untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ .

## References

- [1] Agrita Kanty Purnapraja, Fia Cholidah, Dafik Dafik, Super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -Antimagic Total Selimut pada Graf Centipede, Jember, Prosiding Semnas Matematika FMIPA UNiversitas Jember, 2014, 667–681.
- [2] A, Rosa. 1967. On Certain Valuations of the Vertices of a Graph. In Theory of Graphs (Proc. Int. Symposium, Rome, July 1966), Gordon and Breach, N. Y. and Dunod Paris 349-355.
- [3] Dafik, M. Miller, J. Ryan and M. Bača, Antimagic labeling of union of stars, *The Australasian Journal of Combinatorics*, **42** (2008), 35–44.
- [4] Gutiérrez, A. dan Lladó, A. (2005). Magic Coverings. *The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* 55,4356.
- [5] Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2009. On  $(a, d)$ - $H$ -Antimagic Covering of Graph. *The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* 71, 273-281.
- [6] Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2013. Super  $(a, d)$ - $H$ -Antimagic Total Labelings For Shackles of A Connected Graph  $H$ . *Australasian Journal of Combinatorics* 57, 127-138.
- [7] Irma Azizah, Dafik Dafik, Super  $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ -Antimagic Total Selimut pada Graf Shackle Kipas  $F_4$ , Jember, Prosiding Semnas Matematika FMIPA UNiversitas Jember, 2014, 682–690.
- [8] Karyanti. 2012. Pelabelan Selimut  $(a, d)$ - $H$ -Anti Ajaib Super pada Graf Fan, Sun, dan Generalized Petersen. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Surakarta: Universitas Sebelas Maret.

- [9] Maryati, T. K., Salman, A., Baskoro, E. T., Ryan, J. Miller, M. 2010. On  $H$  Supermagic Labellings for Certain Shackles and Amalgamations of A Connected Graph Antimagic Total Labelings For Shackles of A Connected Graph. *Utilitas Math* 83, 333-342.
- [10] Putri Rizky H.P, Ika Hesti A, Dafik, Super ( it a, d)- $\mathcal{H}$ -Antimagic Total Selimit pada Shackle Graf Triangular Book, Jember, Prosiding Semnas Matematika FMIPA UNiversitas Jember, 2014, 506–515.



# SERTIFIKAT

Kantor : PT. ANSIPRAJATI (PUSAT)  
Jember, Jember

Ibu Hesti Agustia, S.Ni., M.Si

sebagai

**PEMAKALAH**

Melaksanakan Tugas sebagai Staf Administrasi dan Umum  
Jember

Surat ini dibuat dan berlaku sejak tanggal 21 Juli 2008 sampai dengan 31 Juli 2013  
Masyarakat Pendidikan Mahasiswa Jember (MPJ) 2013  
Jember, 21 Juli 2008  
Yang kami hormati,  
Yogyakarta, 21 Juli 2008

Tanda Tangan

PAKALIMATI

Hesti Agustia, S.Ni., M.Si  
NIP. 1971.07.14.0401.1001

Hesti Agustia, S.Ni., M.Si  
NIP. 1971.07.14.0401.1001