



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF BUAH NAGA**

SKRIPSI

oleh

**Agnes Ika Nurvitaningrum
NIM 110210101012**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2014**



PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF BUAH NAGA

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

oleh

Agnes Ika Nurvitaningrum

NIM 110210101012

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2014**

HALAMAN PERSEMPAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang serta sholawat dan salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, ku persembahkan sebuah kebahagiaan dalam hidupku, teriring rasa terima kasihku yang mendalam kepada:

1. Almarhum Ayahanda tercinta Yuwono;
2. Ayahanda Kadar Suyadi dan Ibu Winarmi, serta Adikku Fendra Ferdiansyah yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita selama masa studiku;
3. Bapak dan Ibu Dosen FKIP Pendidikan Matematika yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingannya selama menyelesaikan masa studi;
4. Mohammad Rizal Fatoni yang selalu memberikan dukungan, semangat dan kesabarannya selama ini;
5. Sahabat-sahabatku : I'in, Novian, Melsi, dan Maulinda yang senantiasa memberikan dukungan dan melukiskan sebuah pengalaman berharga selama masa studi;
6. Teman-teman pejuang graf : Inge, Ridho, sindy, Enin, dan para pecinta graf lain yang tergabung dalam CGANT yang telah membagikan ilmu dan pengalaman berharga serta mengajarkan bahwa sebuah perbedaan bukanlah alasan untuk tidak saling membantu;
7. Teman-teman seperjuangan FKIP Matematika angkatan 2011;
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

إِذَا أَمْسَيْتَ فَلَا تَنْتَظِرِ الصَّبَاحَ، وَإِذَا أَصْبَحْتَ فَلَا تَنْتَظِرِ الْمَسَاءَ
وَخُذْ مِنْ صِحَّتِكَ لِسَقِيمِكَ، وَمِنْ حَيَاةِكَ لِمَوْتِكَ

"Jika engkau masuk waktu sore, janganlah menunggu pagi, dan jika engkau masuk waktu pagi, janganlah menunggu sore, pergunakanlah kesempatan pada masa sehatmu untuk masa sakitmu, dan masa hidupmu untuk matimu"

(HR. Al-Bukhari)

"Sesuatu mungkin mau mendatangi mereka yang mau menunggu, namun hanya didapatkan oleh mereka yang semangat mengejarnya."

(Abraham Lincoln)

"Jangan mudah terguncang oleh kritikan, jadilah orang yang teguh pendirian, dan sadarilah bahwa kritikan itu akan mengangkat harga diri Anda setara dengan kritikan tersebut."

(La Tahzan)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Agnes Ika Nurvitaningrum

NIM : 110210101012

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Buah Naga adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Desember 2014

Yang menyatakan,

Agnes Ika Nurvitaningrum

NIM. 110210101012

SKRIPSI

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF BUAH NAGA

oleh

Agnes Ika Nurvitaningrum
NIM 110210101112

Dosen Pembimbing 1 : Prof.Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

PERSETUJUAN

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF BUAH NAGA

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa	:	Agnes Ika Nurvitaningrum
NIM	:	110210101012
Jurusan	:	Pendidikan MIPA
Program Studi	:	Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun	:	2011
Daerah Asal	:	Blitar
Tempat, Tanggal Lahir	:	Blitar, 14 Mei 1993

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof.Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Buah Naga telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Selasa

Tanggal : 23 Desember 2014

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof.Drs. Slamin, M.Comp.Sc.,Ph.D.

NIP.19670420 199201 1 001

Susi Setiawani, S.Si.,M.Si.

NIP.19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota 2,

Prof.Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D

NIP.19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd.,M.Si.

NIP.19820529 200912 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Buah Naga;
Agnes Ika Nurvitaningrum, 110210101012; 2014: 128 halaman; Program Studi
Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Graf merupakan salah salah kajian dalam matematika diskrit yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit tersebut. Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan bulat positif yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super(a, d)-sisi antimagic (SEATL), dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda.

Salah satu jenis graf yang belum diketahui pelabelan super (a, d) *antimagic* adalah graf buah naga. Graf buah naga yang dinotasikan dengan $Df_{m,n}$ adalah sebuah graf yang memiliki bentuk menarik yang merupakan pengembangan dari graf buku segitiga, dimana pada ketiga titik terakhir ditambahkan sisi (*edge*) dan titik (*vertex*) sebanyak n . Gabungan diskonektif graf buah naga merupakan gabungan saling lepas dari c duplikat graf buah naga dan dinotasikan dengan $cDf_{m,n}$.

Graf buah naga memiliki himpunan *vertex*, $V = \{x_i, x_{i,j}, y_{i,k}, z_i; 1 \leq i \leq n; 2 \leq j \leq m, 2 \leq k \leq m+2; m, n \in N\}$ dan himpunan *edge*, $E = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 2 \leq j \leq m\} \cup \{x_i y_{i,k}, z_i y_{i,k}; 1 \leq i \leq n, 2 \leq k \leq m+2\} \cup \{y_{i,\frac{m+2}{2}} y_{i,\frac{m+4}{2}}; 1 \leq i \leq n\}$ dengan jumlah m selalu genap. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatis yaitu dengan menurunkan lema tentang nilai batas d dan lema untuk pelabelan graf saat $d = 1$, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf $Df_{m,n}$ dan $cDf_{m,n}$ dan metode pendekripsi pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf buah naga. Hasil penelitian ini berupa lema dan teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d) -

sisi antimagic pada Graf $Df_{m,n}$ dan $cDf_{m,n}$. Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Teorema 4.2.1** Ada pelabelan total super $(\frac{n(10m+21)+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic dan $(\frac{4mn+9n+7}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada graf buah naga $Df_{m,n}$ untuk $m \geq 2$, m genap dan $n \geq 1$, n ganjil;
2. **Teorema 4.2.2** Ada pelabelan total super $(\frac{7mn+15n+5}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada graf buah naga $Df_{m,n}$ untuk $m \geq 2$, m genap dan $n \geq 1$, n ganjil;
3. **Teorema 4.4.1** Ada pelabelan total super $(\frac{10cmn+21cn+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic dan $(\frac{4cmn+9cn+2c+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf buah naga $cDf_{m,n}$ untuk $m \geq 2$, m genap dan $n \geq 1$, $c \geq 3$ dan n, c ganjil;
4. **Teorema 4.4.2** Ada pelabelan total super $(\frac{7cmn+15cn+2c-1}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf buah naga $cDf_{m,n}$ untuk $m \geq 2$, m genap dan $n \geq 1$, $c \geq 3$ dan n, c ganjil;
5. **Lema 4.2.1** Ada pelabelan titik $(\frac{n+3}{2} + 1, 1)$ -sisi antimagic pada graf buah naga $Df_{m,n}$ untuk $m \geq 2$, m genap dan $n \geq 1$, n ganjil;
6. **Lema 4.4.1** Ada pelabelan titik $(\frac{2c+cn+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf buah naga $cDf_{m,n}$ untuk $m \geq 2$, m genap dan $n \geq 1$, $c \geq 3$ dan n, c ganjil.

Dari kajian di atas ada beberapa batasan c , m dan n yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan *open problem*.

Masalah terbuka 0.0.1. Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf buah naga $cDf_{m,n}$, dengan $m \geq 2$; $n \geq 1$; $1 \leq s \leq c$; c genap ($c \geq 3$) dan n genap ($n \geq 1$) untuk $d = 0$, $d = 1$, dan $d = 2$.

Masalah terbuka 0.0.2. Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf buah naga $Df_{m,n}$, untuk $d = 0$, $d = 1$, dan $d = 2$ dengan n genap ($n \geq 1$) pada graf buah naga tunggal.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic Pada Graf Buah Naga. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium dan Perpustakaan Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaiannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Desember 2014
Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
DAFTAR LAMBANG	xviii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	6
2 TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Terminologi Dasar Graf	7
2.1.1 <i>Distance, Diameter, Girth, dan Cycle</i>	12
2.2 Keisomorfisan Graf	13
2.3 Jenis-Jenis Graf	15
2.4 Graf Khusus	18
2.5 Graf Buah Naga	25
2.6 Aplikasi Graf	26
2.7 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika	30
2.8 Pelabelan Graf	32

2.8.1	Definisi Pelabelan Graf	32
2.8.2	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	34
2.8.3	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Buah Naga	38
2.9	Aksioma, Postulat, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem	39
2.10	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif	40
3	METODE PENELITIAN	44
3.1	Metode Penelitian	44
3.2	Definisi Operasional	44
3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	45
3.2.2	Graf Buah Naga $Df_{m,n}$	45
3.2.3	Gabungan Saling Lepas Graf Buah Naga $cDf_{m,n}$	45
3.3	Teknik Penelitian	46
3.4	Observasi	49
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	51
4.1	Hasil Penelitian	51
4.1.1	Graf Buah Naga $Df_{m,n}$	51
4.1.2	Jumlah Titik dan Sisi Pada Graf Buah Naga $Df_{m,n}$	52
4.1.3	Batas Atas d Graf Buah Naga $Df_{m,n}$	52
4.1.4	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic Pada Graf Buah Naga $Df_{m,n}$	53
4.1.5	Gabungan Graf Buah Naga $cDf_{m,n}$	68
4.1.6	Jumlah Titik dan Sisi Pada Gabungan Graf Buah Naga $cDf_{m,n}$	68
4.1.7	Batas Atas d Gabungan Graf Buah Naga $cDf_{m,n}$	69
4.1.8	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic Pada Gabungan Graf Buah Naga $cDf_{m,n}$	70
4.2	Pembahasan	93
5	KESIMPULAN DAN SARAN	120

5.1	Kesimpulan	120
5.2	Saran	120
DAFTAR PUSTAKA		122
LAMPIRAN-LAMPIRAN		124

DAFTAR GAMBAR

1.1	Visualisasi dan Representasi Jembatan Konigsberg	3
2.1	Contoh graf secara umum	8
2.2	Contoh graf dengan <i>loop</i> dan <i>edge</i> paralel	8
2.3	Contoh graf reguler dan non-reguler	9
2.4	Contoh graf dan subgrafnya	10
2.5	G_1 Graf Sederhana, G_2 Graf Ganda, dan G_1 Graf Semu	11
2.6	Contoh graf dengan matrix adjacencynya	12
2.7	Contoh gabungan graf	12
2.8	Contoh graf dengan <i>girth</i> 3 dan diameter 2	13
2.9	G_1 isomorfik dengan G_2	15
2.10	Graf berarah dan graf tidak berarah	16
2.11	Graf berhingga dan graf tak berhingga	17
2.12	Contoh graf terhubung dan graf tak terhubung	18
2.13	Graf Gunung Berapi	19
2.14	Graf Tangga Tiga-siklus TCL_3	19
2.15	Graf Ulat Sutra Sw_n	20
2.16	Graf Diamond Ladder Dl_4	20
2.17	Graf Buku Segitiga Bt_n	21
2.18	Graf Rantai Pentagon \mathfrak{PC}_n	21
2.19	Graf Kelelawar Bat_n	22
2.20	Graf UFO $U_{m,n}$	22
2.21	Graf Lampion $\mathcal{L}_{n,m}$	23
2.22	Graf Roket $R_{m,n}$	24
2.23	Graf Gunung M_{2n} dengan $n = 2$, M_4	25
2.24	Graf Tribun \mathfrak{T}_n	25
2.25	Graf Buah Naga $Df_{m,n}$	26
2.26	Pemberian label titik Graf Buku Segitiga Bt_n	27
2.27	Pemberian label titik Graf Buku Segitiga Bt_n	28

2.28 (a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif	31
2.29 (i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total	33
2.30 EAV $Df_{2,3}$	38
2.31 EAV $Df_{2,3}$	39
3.1 Graf buah naga $Df_{m,n}$	45
3.2 EAVL Graf buah naga $cDf_{m,n}$	46
3.3 Rancangan Penelitian	48
3.4 Graf buah naga $Df_{2,3}$	49
3.5 EAVL Graf Buah Naga $3Df_{2,3}$	50
4.1 Jumlah titik dan jumlah sisi pada graf buah naga $Df_{m,n}$	52
4.2 Pelabelan titik $(5,1)$ -sisi antimagic pada $Df_{2,3}$	57
4.3 SEATL graf buah naga $Df_{2,3}$ dengan $d = 0$	60
4.4 SEATL graf buah naga $Df_{2,3}$ dengan $d = 2$	62
4.5 SEATL graf buah naga $Df_{2,3}$ dengan $d = 1$	65
4.6 Pelabelan titik $(9,1)$ -sisi antimagic pada $3Df_{2,3}$	75
4.7 Pelabelan titik $(309,0)$ -sisi antimagic pada $5Df_{2,3}$	84
4.8 Pelabelan titik $(135,2)$ -sisi antimagic pada $5Df_{2,3}$	85
4.9 SEATL graf buah naga $5Df_{2,3}$ dengan $d = 1$	91

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf konektif.	40
2.2	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf diskonektif.	41

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A.	124
Lampiran B.	127

DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	= Titik ke- n pada suatu graf
e_n	= Sisi ke- n dari suatu graf
$ V(G) $	= Banyaknya titik dari graf G yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	= Banyaknya sisi dari graf G yang disebut ukuran (<i>size</i>)
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super- (a, d) -sisi antimagic
d	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
a	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$Df_{m,n}$	= Lambang untuk Graf buah naga, dengan n merupakan jumlah graf buah naga dalam satu <i>path</i> dan m merupakan sisi yang berada pada paling kanan dan kiri
$cDf_{m,n}$	= Gabungan graf buah naga, dimana c menyatakan jumlah <i>copy</i> dari graf buah naga
x_i	= Titik ke- i pada bagian bawah graf buah naga
z_i	= Titik ke- i pada bagian paling atas dari graf buah naga
$y_{i,k}$	= Titik ke- i, k pada bagian tengah dari graf buah naga
$x_{i,j}$	= Titik ke- i, j pada bagian ujung atas yang ada di kanan dan kiri dari graf buah naga
x_i^s	= Titik ke- i dalam salinan ke- s ($1 \leq s \leq c$) pada bagian tengah dari graf buah naga
z_i^s	= Titik ke- i dalam salinan ke- s ($1 \leq s \leq c$) pada bagian paling atas dari graf buah naga
$y_{i,k}^s$	= Titik ke- i, k dalam salinan ke- s ($1 \leq s \leq c$) pada bagian tengah dari graf buah naga
$x_{i,j}^s$	= Titik ke- i, j dalam salinan ke- s ($1 \leq s \leq c$) pada bagian ujung atas yang ada di kanan dan kiri dari graf buah naga

- $f_p(x_i)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik bawah ke- i dari graf buah naga
 $f_p(z_i)$ = Fungsi bijektif pelabelan titik paling atas ke- i dari graf buah naga
 $f_p(y_{i,k})$ = Fungsi bijektif pelabelan titik tengah ke- i dari graf buah naga
 $f_p(x_{i,j})$ = Fungsi bijektif pelabelan titik ujung atas yang ada di kanan dan kiri ke- i dari graf buah naga
 w_{f_p} = Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik f_p
 Wf_p = Fungsi bijektif bobot sisi total dari pelabelan total f_p