

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF LAMPION

SKRIPSI

Oleh

Robiatul Adawiyah NIM 100210101010

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN UNIVERSITAS JEMBER 2014



PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF LAMPION

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Robiatul Adawiyah NIM 100210101010

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2014

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk ciptaan-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

- 1. Ayahanda H.M. Suryadi, S.Sos. dan ibunda Hj. Halimatus Sa'diyah, serta kakak laki-lakiku semata wayang Auliya' Bahtiar Muslim S.Pd dan kakak iparku Aisyah Septiningsih yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus, selalu mendukung setiap perjalanan hidupku, selalu menghiasi hariku dengan dengan tawa penuh kasih sayang dan doa. Bagiku, Kalianlah orang-orang terhebat di dunia ini;
- 2. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D., dan Bapak Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
- 3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
- 4. Zelya Agustian Irawan, terimakasih untuk selalu sabar menemaniku dan selalu mendukungku;
- 5. Teman-teman "galau'ers": Nuris, Mbah, Mila, Dwi, Olivia, dan Memey yang senantiasa membantuku dan menorehkan pengalaman-pengalaman hidup yang indah dan tak terlupakan;
- 6. Keluargaku di kos Jl. Jawa 2 D No. 9: Bunda Mutiara Ulya, Emak Ingerit Damayanti, Nuris Hisan Nazula, Bu sutik, Pak Yanto, Mbak Dias, dan lainlain yang telah memberikan warna dalam hidupku selama beberapa tahun ini, terimakasih atas kehangatan keluarga yang telah kalian berikan, kebahagian yang telah kalian bawa, dan semangat yang selalu kalian tularkan kepadaku. Kalian adalah keluarga kedua bagiku;

- 7. Teman-teman seperjuangan Pendidikan Matematika angkatan 2010, terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;
- 8. Teman seperjuanganku : Lisa, Nita, Mita, Inge, Ridho, Agnes dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;
- 9. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

HALAMAN MOTTO

"Barang siapa membawa kebaikan, maka ia akan memperoleh (balasan) yang lebih baik daripadanya"

(Q.S. An-Naml: 89)

"Janganlah hanya mengejar untuk menjadi seseorang dengan predikat terbaik, tetapi selalu lakukan yang terbaik yang anda bisa, niscaya predikat terbaik akan melekat pada diri anda"

(Robiatul Adawiyah)

"Jadilah kamu manusia yang pada kelahiranmu semua orang tertawa bahagia, tetapi hanya kamu sendiri yang menangis; dan pada kematianmu semua orang menangis sedih, tetapi hanya kamu sendiri yang tersenyum."

(Mahatma Gandhi)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama: Robiatul Adawiyah

NIM :100210101010

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic pada Graf Lampion adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 3 Januari 2014 Yang menyatakan,

Robiatul Adawiyah NIM. 100210101010

SKRIPSI

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF LAMPION

Oleh

Robiatul Adawiyah NIM 100210101010

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. Dosen Pembimbing 2 : Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.

PERSETUJUAN

PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF LAMPION

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Robiatul Adawiyah

NIM : 100210101010

Jurusan : Pendidikan MIPA

Program Studi : Pendidikan Matematika

Angkatan Tahun : 2010

Daerah Asal : Jember

Tempat, Tanggal Lahir : Jember, 31 Juli 1992

Disetujui oleh:

Pembimbing I, Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004 NIP. 19670420 199201 1 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF LAMPION" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Jumat

tanggal: 3 Januari 2014

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua, Sekretaris,

Arika Indah Kristiana, S.Si, M.Pd NIP. 19760502 200604 2 001 Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. Susi Setiawani, S.Si, M.Sc NIP. 19680802 199303 1 004 NIP. 19700307 199512 2 001

Mengesahkan Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember,

> Prof. Dr. Sunardi, M.Pd NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic pada Graf Lampion; Robiatul Adawiyah, 100210101010; 2014: 172 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Graf adalah salah salah kajian dalam matematika diskrit. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit tersebut. Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super(a, d)-sisi antimagic (SEATL), dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda.

Graf lampion merupakan famili dari graf buku segitiga. Graf lampion yang dinotasikan dengan $\mathcal{L}_{n,m}$ dimana $n \geq 1$ dan $m \geq 1$ genap, adalah salah satu graf yang dikembangkan dari graf buku segitiga dengan menghubungkan antar satu graf dengan graf yang lainnya dan menambahkan sisi pada salah satu ujungnya. Gabungan graf diskonektif graf lampion merupakan gabungan saling lepas isomorfis yang identik yang dinotasikan dengan $s\mathcal{L}_{n,m}$ dimana $s \geq 3$, $n \geq 2$ dan $m \geq 1$. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah graf lampion memiliki pelabelan total super (a, d)-sisi antimagic.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema tentang pelabelan graf , kemudian diterapkan dalam pelabelan total super (a, d)-sisi antimagic pada $\mathcal{L}_{n,m}$ dan $s\mathcal{L}_{n,m}$. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d)-sisi antimagic $\mathcal{L}_{n,m}$ dan $s\mathcal{L}_{n,m}$ yaitu sebagai berikut:

- 1. Ada pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ jika $n \geq 1$, telah dibuktikan pada 4.2.1.
- 2. Ada pelabelan total super (6mn+3n+3,0)-sisi antimagic pada graf lampion tunggal $\mathcal{L}_{n,m}$ untuk $m,n\geq 1$ yang telah dibuktikan melalui pembuktian Teorema 4.2.1.

- 3. Ada pelabelan total super (2mn+2m+n-1,2)-sisi antimagic pada graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ untuk $n \geq 1$ yang telah dibuktikan melalui pembuktian Teorema 4.2.2.
- 4. Ada pelabelan total super (4mn+2n+4, 1)-sisi antimagic pada graf lampion $(\mathcal{L}_{n,m})$ untuk $n \geq 1$, yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.2.3.
- 5. Misalkan Ψ merupakan sebuah himpunan bilangan berurutan $\Psi = \{c, c+1, c+2, \ldots, c+k\}$, dengan k genap. Maka terdapat sebuah permutasi $\Pi(\Psi)$ dari anggota-anggota himpunan Ψ sehingga $\Psi + \Pi(\Psi)$ juga merupakan sebuah himpunan bilangan berurutan yaitu $\Psi + \Pi(\Psi) = \{2c + \frac{k}{2}, 2c + \frac{k}{2} + 1, 2c + \frac{k}{2} + 2, \ldots, 2c + \frac{3k}{2}\}$. Lema ini telah dibuktikan pada 4.2.2
- 6. Ada pelabelan titik $(\frac{3s+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf lampion $(s\mathcal{L}_{n,m})$ jika $m, n \geq 1$ dan s ganjil, $s \geq 3$, telah dibuktikan pada teorema 4.4.1.
- 7. Ada pelabelan total super $(\frac{12mn+6sn+3s+3}{2},0)$ -sisi antimagic pada gabungan graf lampion tunggal $s\pounds_{n,m}$ jika $m,n\geq 1$ dan s ganjil, $s\geq 3$, yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.4.1.
- 8. Ada pelabelan total super $(\frac{4snm+5s+2sn+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf lampion tunggal $s\mathcal{L}_{n,m}$ jika $m, n \geq 1$ dan m ganjil, $s \geq 3$, yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.4.2.
- 9. Ada pelabelan total super (4snm + 2sn + 2s + 2, 1)-sisi antimagic pada gabungan graf lampion tunggal $s\mathcal{L}_{n,m}$ jika $m, n \geq 1$ dan $s \geq 3$, yang telah dibuktikan melalui pembuktian teorema 4.4.3.

Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan konstribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan graf dan bisa digunakan sebagai acuan oleh peneliti lain untuk meneliti pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada graf-graf khusus yang lain.

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul pelabelan total super (a,d)-sisi antimagic pada graf lampion. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

- 1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
- 2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
- 3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
- 4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
- 5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
- 6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2014 Penulis

DAFTAR ISI

HALA	MAN JUDUL
HALA	MAN PERSEMBAHAN ii
HALA	MAN MOTTO iv
HALA	MAN PERNYATAAN
HALA	MAN PERSETUJUAN vii
HALA	MAN PENGESAHAN viii
RING	KASAN ix
KATA	PENGANTAR xi
DAFT	AR ISI xiii
DAFT	AR GAMBAR xvi
DAFT	AR TABEL xvii
DAFT	AR LAMBANG xvii
1 PEN	DAHULUAN
1.1	Latar Belakang Masalah
1.2	Rumusan Masalah
1.3	Batasan Masalah
1.4	Tujuan Penelitian
1.5	Manfaat Penelitian
2 TIN	JAUAN PUSTAKA
2.1	Terminologi Dasar Graf
	2.1.1 Graf
	2.1.2 Walks, Trail, Path, dan Cycle
2.2	Jenis - Jenis Graf
2.3	Gabungan Graf
2.4	Keisomorfisan Graf
2.5	Gabungan Graf
2.6	Graf Khusus
2.7	Graf Lampion
2.8	Himpunan Fungsi dan Barisan Aritmatika 27

	2.9	Pelabe	lan Graf	32
		2.9.1	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi antimagic	36
	2.10	Aplikas	si Graf	38
	2.11	Hasil-H	Hasil Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf	
		Diskon	ektif	46
3	ME	ГОДЕ	PENELITIAN	50
	3.1	Metode	e Penelitian	50
	3.2	Definis	i Operasional	50
		3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	51
		3.2.2	Graf Lampion $\mathcal{L}_{n,m}$	51
		3.2.3	Gabungan Saling Lepas Graf Lampion $s\mathcal{L}_{n,m}$	51
	3.3	Teknik	Penelitian	55
	3.4	Observ	<i>r</i> asi	57
4	HAS	SIL DA	AN PEMBAHASAN	59
	4.1	Graf la	ampion $\pounds_{n,m}$	59
		4.1.1	Jumlah Titik dan Sisi pada graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$	59
		4.1.2	Batas Atas d Graf Lampion $\mathcal{L}_{n,m}$	60
	4.2	Pelabe	lan Total Super (a,d) -sisi Antimagic pada Graf Lampion $\mathcal{L}_{n,m}$	63
	4.3	Gabun	gan graf lampion $s\mathcal{L}_{n,m}$	88
		4.3.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf lampion $s\mathcal{L}_{n,m}$	89
		4.3.2	Batas Atas d gabungan graf lampion $s\mathcal{L}_{n,m}$	89
	4.4	Pelabe	lan Total Super (a,d) -sisi Antimagic pada gabungan graf	
		lampio	n $s\pounds_{n,m}$	90
	4.5	Hasil d	lan Pembahasan	144
5	KES	SIMPU	LAN DAN SARAN	150
	5.1	Kesimp	pulan	150
	5.2	Saran.		151
D	AFT	AR PU	JSTAKA 1	152

DAFTAR GAMBAR

1.1	Visualisasi Jembatan Konisberg di Jerman
1.2	Representasi Jembatan Konisberg dalam Graf
2.1	Graf Kosong N_5
2.2	Contoh Graf Secara Umum
2.3	(a)Graf Terhubung dan (b)Graf Tak Terhubung
2.4	Graf Berhingga dan Graf Tak Berhingga
2.5	Contoh Subgraf
2.6	Contoh Graf dengan Lima Titik Tujuh Sisi
2.7	Contoh Graf dengan 2 Isolated Vertex dan 4 leaf
2.8	Graf G
2.9	G_1 Graf Sederhana, G_2 Graf Ganda, dan G_1 Graf Semu 16
2.10	Graf Tak Berarah dan Graf Berarah
2.11	Graf Reguler
2.12	Contoh Gabungan Graf
2.13	Keisomorfisan Graf
2.14	Contoh Graf yang Isomorfis
2.15	Graf Roda W_8
2.16	Graf ladder L_5
2.17	Graf Buku Segitiga Bt_n
2.18	Graf Gunung
2.19	Graf Tangga Tiga-Siklus TCL_n
2.20	Graf Tunas Kelapa $CR_{n,m}$
2.21	Graf UFO $U_{m,n}$
2.22	Graf Siput S_n
	Graf Lampion $\mathcal{L}_{n,m}$
	(a) Pelabelan Titik
	(b) Pelabelan Sisi
	(c) Pelabelan Total

2.27	Peta Jawa Timur	39
2.28	Representasi Graf Kabupaten di Jawa Timur	40
2.29	Minimum Dominating Set	41
2.30	Representasi Sistem Pembagian Server pada situs $Youtube$	43
2.31	Representasi Duplikasi Video pada Seluruh Server	44
2.32	Representasi Pemblokiran Video pada Suatu Server Tertentu	45
2.33	Struktur Molekul H_2O	46
3.1	Graf Lampion $\mathcal{L}_{n,m}$	52
3.2	Graf lampion $s\mathcal{L}_{m,n}$	53
3.3	Graf lampion $3\pounds_{3,5}$	54
3.4	Rancangan Penelitian	56
3.5	EAVL Graf Lampion $\mathcal{L}_{3,5}$	58
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada $\mathcal{L}_{3,5}$ dan $\mathcal{L}_{3,4}$	62
4.2	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada $\mathcal{L}_{3,5}$	67
4.3	SEATL graf lampion $\mathcal{L}_{4,3}$ dengan $d=0$	71
4.4	SEATL graf lampion $\mathcal{L}_{4,3}$ dengan $d=2$	77
4.5	SEATL graf lampion $\mathcal{L}_{4,4}$ dengan $d=1$	84
4.6	Pola barisan bilangan dengan selisih tiap suku adalah 1	86
4.7	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada 5 $\mathcal{L}_{4,5}$ $k=1$	94
4.8	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada 5 $\mathcal{L}_{4,5}$ $k=2$	95
4.9	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada 5 $\mathcal{L}_{4,5}$ $k=3$	96
4.10	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada 5 $\mathcal{L}_{4,5}$ $k=4$	97
4.11	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada 5 $\pounds_{4,5}$ $k=5$	98
4.12	SEATL graf lampion $(5\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=0$ $k=1$	104
4.13	SEATL graf lampion $(5\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=0$ $k=2$	105
		106
4.15	SEATL graf lampion $(5\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=0$ $k=4$	107
4.16	SEATL graf lampion $(5\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=0$ $k=5$	108
4.17	SEATL graf lampion $(\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=2$ $k=1$	115
4.18	SEATL graf lampion $(\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=2$ $k=2$	116

4.19	SEATL graf lampion $(\pounds_{4,5})$ dengan $d=2$ $k=3$	117
4.20	SEATL graf lampion $(\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=2$ $k=4$	118
4.21	SEATL graf lampion $(\mathcal{L}_{4,5})$ dengan $d=2$ $k=5$	119
4.22	SEATL graf lampion (5 $\mathcal{L}_{4,4}$) dengan $d=1,k=1$ dan $k=2$	136
4.23	SEATL graf lampion (5 $\mathcal{L}_{4,4}$) dengan $d=1,k=3$ dan $k=4$	137
4.24	SEATL graf lampion (5 $\mathcal{L}_{4,4}$) dengan $d=1,k=5$ dan $k=6$	138
4.25	SEATL graf lampion (5£4,4) dengan $d=1,k=7$ dan $k=8$	139
4.26	SEATL graf lampion $(5\mathcal{L}_{4,4})$ dengan $d=1,k=9$	140
4.27	EAVL dan TES Graf Lampion $\mathcal{L}_{4,3}$	148
4.28	EAVL dan TES Graf Lampion £44	149

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf	
	konektif	46
2.2	Ringkasan pelabelan total super (a,d) -edge antimagic pada graf	
	diskonektif	47

DAFTAR LAMBANG

G $\operatorname{Graf} G$ G(V,E)Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi Titik ke-n pada suatu graf v_n Sisi ke-n dari suatu graf e_n Himpunan titik pada graf G dan disebut sebagai orderV(G)E(G)Himpunan sisi pada graf G dan disebut sebagai sizeEAVLEdge antimagic vertex labeling atau pelabelan titik sisi antimagic SEATLSuper edge antimagic total labeling atau pelabelan total super (a,d)- sisi antimagic dNilai beda barisan bobot sisi pada SEATL Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot asisi pada SEATL $\mathcal{L}_{n,m}$ Lambang untuk graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ $s\mathcal{L}_{n,m}$ Lambang untuk gabungan graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ Titik ke-i pada bagian tengah graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ x_i Titik ke-i dalam komponen ke-j pada bagian kiri graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ $x_{i,1,j}$ Titik ke-i pada komponen ke-j bagian kanan graf lampion $\mathcal{L}_{n,m}$ $x_{i,2,j}$ x_i^k Titik ke-i bagian tengah copy ke-k gabungan graf lampion $s\mathcal{L}_{n,m}$ $x_{i,1,j}^k$ Titik ke-i dalam komponen ke-j copy ke-k pada bagian kiri gabungan graf lampion $s \mathcal{L}_{n,m}$ $x_{i,2,i}^k$ Titik ke-i pada komponen ke-j *copy* ke-k bagian kanan gabungan graf lampion $s \mathcal{L}_{n,m}$ $\alpha_p(x_i)$ Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian atas graf $\mathcal{L}_{n,m}$ $\alpha_p(x_{i,1,j})$ Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian kiri graf $\mathcal{L}_{n,m}$ $\alpha_p(x_{i,2,j})$ Fungsi bijektif pelabelan titik pada bagian kanan graf $\mathcal{L}_{n,m}$ Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik α_p w_{α_p} $\alpha_p(x_{i,1,1}x_{i,2,1})$ Fungsi bijektif label sisi pada bagian tengah graf $pounds_{n,m}$ Fungsi bijektif label sisi pada bagian kiri dan kanan bawah graf $\alpha_p(x_i x_{i,l,j})$ lampion $s\mathcal{L}_{n,m}$ $\alpha_{v}(x_{i,2,j}x_{i+1})$ Fungsi bijektif label sisi bagian kiri dan kanan atas graf $\mathcal{L}_{n,m}$ $\alpha_p(x_{i,l,j}x_{i+1,l,j})$ Fungsi bijektif label sisi bagian samping graf $\mathcal{L}_{n,m}$